

枝分れのある湾の振動特性について

堀 川 清 司*・西 村 仁 嗣**

1. 緒 言

われわれは港湾の振動特性に関する一連の実験的研究で、長方形湾^{1), 2)}, 三角形湾³⁾, L字形湾^{3), 4)}等を扱って来たが、今回は枝分れのある細長い湾について同様の実験を行なったのでその成果を報告する。

長方形湾のような簡単な形状の水域を問題とする場合何らかの形で解析解が得られることは、すでにいくつかの研究例で示されている^{5), 6)}。しかしその対象となる湾形、ならびに方程式には自ら限度がある。この点、差分方程式を直接数値積分する方法は、未だ多くの問題点を残すとはいえ、複雑な境界条件のもとに非線型の方程式を解く唯一の手段と思われる。今後さらに工夫を重ね、より一般的な手法として開発、確立する必要がある。

ここでは湾水の振動を比較的簡単に解析する 2, 3 の方法を取り上げ、計算結果を実験値と比較しながらその妥当性を検討して行く。

2. 実 験

大型平面水槽内に、図-1 のような A, B 2 種の模型湾を作り、正面から周期 1~8 sec の正弦波をあてて湾内の応答を調べた。湾形 A は湾形 B の分枝をとり去ったものである。波高は湾外で 2 cm 前後、水深は湾の内外を通じて一様で 26 cm とした。

このような実験においては外海に相当する部分の水面振動が複雑な様相を呈する。特にある種の入射波に対しては、湾外で顕著な横方向の振動が誘起されるので、何をもって入射波とするかはむずかしい問題である。前回の L 字形湾に関する実験では³⁾、湾外に多くの水位測定点を設けることにより外海部分の振動状況をとらえ、入射波の推定を試みたが、必ずしも成功とはいえなかった。そこで今回は湾内の水位測定終了後、湾口部を締め切り、湾口直前(測点 No. 0)の波高を測定して、その 1/2 を入射波高 H_I とした。この措置は、われわれの実験の範囲では入射波が岸でほとんど完全に反射されているという判断にもとづくものである。本論文では、実験ケースごとの入射波高の差異を解消するため、波高はすべて H_I で割った波高増幅率の形で表現されている。得

られたデータの中にはかなり波形の崩れたものもあったが、これらはデータ・レコーダーおよび A-D・コンバーターを利用して解析し、基本周期成分だけをとり出して整理した。現象の再現性がきわめてよいことは、同一の実験を数度くり返すことによって確認されている。

図-2, 3 に実験の結果を示した。ここで、湾形 B の場合、湾形 A における波高増幅率のピーク付近に第 2 の

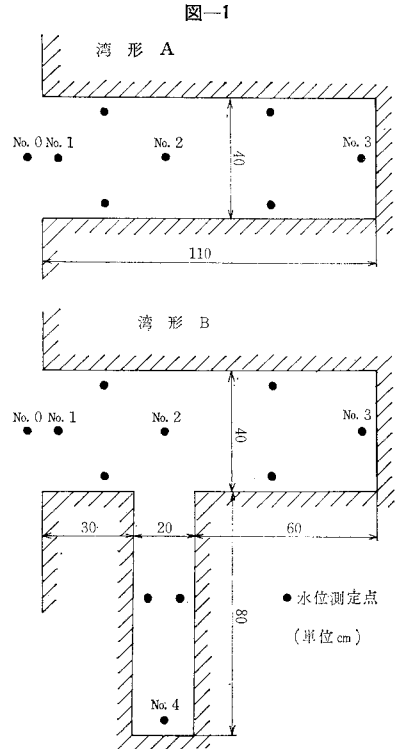
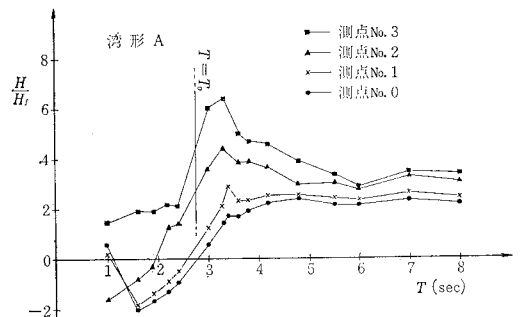


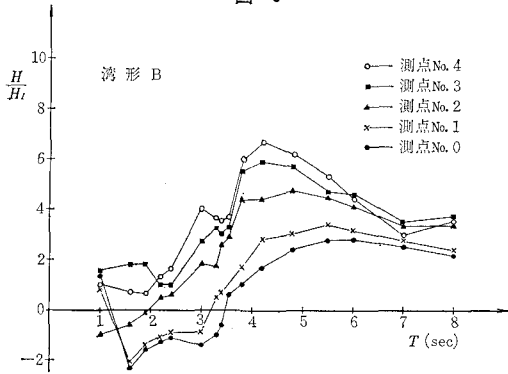
図-2



* 正会員 工博 東京大学教授 工学部

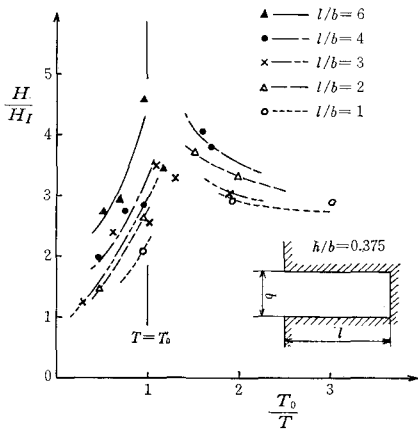
** 学生会員 東京大学大学院 工学系研究科

図-3



山が現われていることは注意を要する。系全体としての固有振動周期以外に、個々の水域のそれぞれがある程度の重要性をもつ例と解釈してよいであろう。また、周期が2 sec 以下になると測点4の位置までは波が入りにくいようである。したがって他の点では長方形湾の場合と類似の水面振動が見られる。図-2 に湾口を節、湾奥を腹とするような最も基本的なモードの振動周期 T_0 を記入したが、測定された波高増幅率のピークはこれよりも幾分長周期側にずれていることがわかる。図-4 に本間・堀川・高岡¹⁾の長方形湾に関する実験の結果を引用したが、この場合も全く同様の傾向を示している。今回の実験に比して、波高増幅率が全体に小さくなっているのは H_I のとり方の相違によるものと考えられる。

図-4



3. Neumann の方法

運動方程式

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gbh \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

および連続の式

$$b \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

Q : 流量, b : 水路幅員, h : 水深,

η : 静水面からの水位上昇量

において, $Q = Q_0 e^{i\omega t}$, $\eta = \eta_0 e^{i\omega t}$ とすれば,

$$Q_0 = A e^{ikx} + B e^{-ikx} = Q^+ - Q^-$$

$$\eta_0 = ik(A e^{ikx} - B e^{-ikx}) / \omega b = Z(Q^+ + Q^-)$$

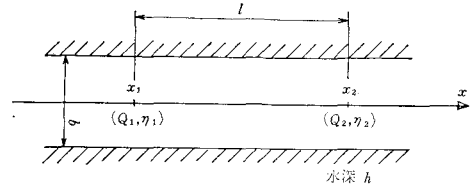
ここに, $Q^+ = A e^{ikx}$, $Q^- = -B e^{-ikx}$

$$k = \omega / \sqrt{gh}, \quad Z = i/b \sqrt{gh}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} Q_0 \\ \eta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ Z & Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q^+ \\ Q^- \end{pmatrix}$$

図-5 のような水路を考えると,

図-5



$$Q_1^+ = A e^{ikx_1}, \quad Q_1^- = -B e^{-ikx_1}$$

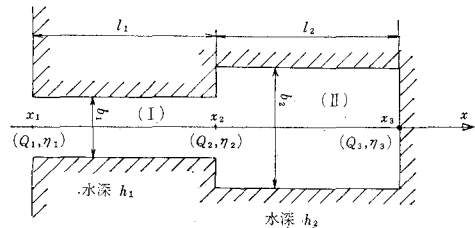
$$Q_2^+ = A e^{ikx_2} = Q_1^+ e^{ikl}$$

$$Q_2^- = -B e^{-ikx_2} = Q_1^- e^{-ikl}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Q_2 \\ \eta_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ Z & Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_2^+ \\ Q_2^- \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} e^{ikl} & -e^{-ikl} \\ Ze^{ikl} & Ze^{-ikl} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1^+ \\ Q_1^- \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} e^{ikl} & -e^{-ikl} \\ Ze^{ikl} & Ze^{-ikl} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ Z & Z \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Q_1 \\ \eta_1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos kl & (i/Z) \sin kl \\ iZ \sin kl & \cos kl \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ \eta_1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

図-6 の地形にこの議論を応用する。

図-6



$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Q_3 \\ \eta_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos k_2 l_2 & (i/Z_2) \sin k_2 l_2 \\ iZ_2 \sin k_2 l_2 & \cos k_2 l_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_2 \\ \eta_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos k_2 l_2 & (i/Z_2) \sin k_2 l_2 \\ iZ_2 \sin k_2 l_2 & \cos k_2 l_2 \end{pmatrix} \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \cos k_1 l_1 & (i/Z_1) \sin k_1 l_1 \\ iZ_1 \sin k_1 l_1 & \cos k_1 l_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ \eta_1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ここで, $Q_3 = 0$, $\eta_1 = 0$ とすれば,

$$\cos k_1 l_1 \cos k_2 l_2 - (Z_1/Z_2) \sin k_1 l_1 \sin k_2 l_2 = 0$$

$$\therefore -Z_1 \tan k_1 l_1 + Z_2 \cot k_2 l_2 = 0 \quad \dots\dots (4)$$

前回の実験に用いたL字形湾模型を図-7 のごとく2つの領域に分割し、式(4)によって固有振動周期を求めれば $T = 5.15$ sec を得る。一方実験では波高増幅率のピークが $T = 6$ sec 付近に現われている。すなわち、長方形湾の場合と同様、計算値の方が1~2割小さくなっ

図-7

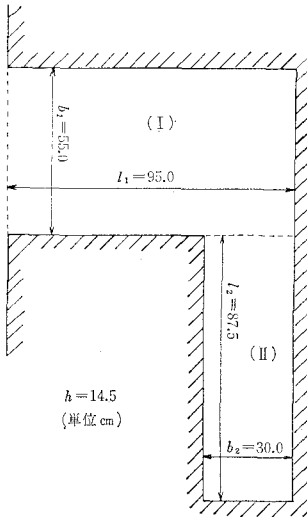
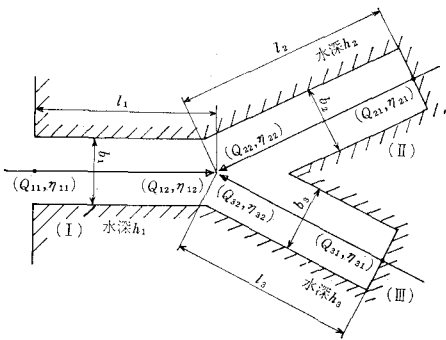


図-8



ているわけである。この事実は L 字形の人工泊地における現地観測の際にも認められた⁴⁾。

つぎに図-8 のごとく、先端が枝分れした水路を考える。各領域に式(3)を適用すれば、

$$\begin{pmatrix} Q_{j2} \\ \eta_{j2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_j l_j & (i/Z_j) \sin k_j l_j \\ i Z_j \sin k_j l_j & \cos k_j l_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{j1} \\ \eta_{j1} \end{pmatrix} \quad (j=1,2,3)$$

ここで、 $\eta_{11}=0$, $\eta_{12}=\eta_{22}=\eta_{32}$

$$Q_{21}=Q_{31}=0, \quad Q_{12}+Q_{22}+Q_{32}=0$$

等の条件を用いれば、

$$-1/(Z_1 \tan k_1 l_1) + 1/(Z_2 \cot k_2 l_2) + 1/(Z_3 \cot k_3 l_3) = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

を得る。これから図-1 の湾形 B における共振周期を求めたところ、 $T=3.38 \text{ sec}$ であった。これもまた実験値に比して 2~3 割程度小さい値となっているが、この点に関してはあらためて後節で考察を加えることにしよう。

4. 特性曲線法

梶浦による特性曲線法⁷⁾については前回すでに紹介したので³⁾、ここには簡単に述べることにする。L 字形湾

の場合、湾形を長方形で置きかえて考えることは適当でないという判断からこの方法を用い、最大の波高増幅を惹起する入射波周期その他の点でほぼ妥当な結果を得た³⁾。本間・堀川・高岡は長方形湾に対してこの方法を適用し、やはりある程度の成果をあげている^{1), 2)}。

式(1), (2)で

$$Y^+ = Q/(b\sqrt{gh}) + \eta, \quad Y^- = Q/(b\sqrt{gh}) - \eta \quad \dots\dots\dots (6)$$

を導入すれば、

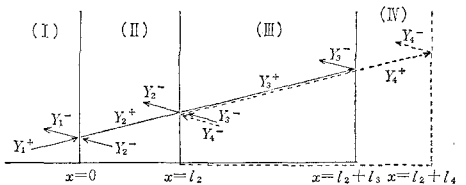
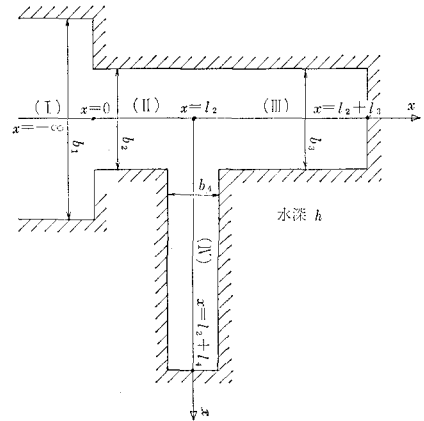
$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{gh} \quad \text{上で} \quad Y^+ = \text{const.}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\sqrt{gh} \quad \text{上で} \quad Y^- = \text{const.}$$

を得る。

いま、外海をも含めて模型全体を図-9 のように 4 つの領域に分け、添字 1, 2, ... で領域 I, II, ... における数値を表わすことにする。

図-9



式(6)より

$$\left. \begin{aligned} Q_j &= \alpha_j (Y_j^+ + Y_j^-) / 2 \\ \eta_j &= (Y_j^+ - Y_j^-) / 2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $\alpha_j = b_j \sqrt{gh}$, ($j=1,2,3,4$)

まず、湾口部 $x=0$ で $\eta_1=\eta_2$, $Q_1=Q_2$

$$\therefore (\alpha_1 + \alpha_2) Y_2^+ = 2 \alpha_1 Y_1^+ + (\alpha_1 - \alpha_2) Y_2^- \quad \dots\dots\dots (8)$$

分岐部 $x=l_2$ では $\eta_2=\eta_3=\eta_4$, $Q_2=Q_3+Q_4$

$$\begin{aligned} \therefore (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) Y_2^- &= (-\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) Y_2^+ \\ &\quad + 2 \alpha_3 Y_3^- + 2 \alpha_4 Y_4^- \\ (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) Y_3^+ &= 2 \alpha_2 Y_2^+ + (\alpha_2 - \alpha_3 + \alpha_4) Y_3^- \\ &\quad - 2 \alpha_4 Y_4^- \\ (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) Y_4^+ &= 2 \alpha_2 Y_2^+ - 2 \alpha_3 Y_3^- \\ &\quad + (\alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4) Y_4^- \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

湾奥

$$\left. \begin{aligned} x=l_2+l_3 \text{ で } Q_3=0, \therefore Y_3^- &= -Y_3^+ \\ x=l_2+l_4 \text{ で } Q_4=0, \therefore Y_4^- &= -Y_4^+ \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

 無限遠点 $x=-\infty$ で $Y_1^-=0$ とすれば、式(7)よ

り

$$Y_1^+=2\eta_1$$

すなわち、入射波を仮定すれば Y_1^+ が定まるわけである。 $\Delta x/\Delta t = \sqrt{gh}$ を満足するように計算ステップ間隔を定め、式(7)~(10)を時間的に積み上げて行けば、任意時刻、任意点の流量および水位を求めることができる。

ここで、外海に相当する領域Ⅰにおける幅員の評価が問題となる。図-10(a)~(d)は $b_1/b_2=2, 4, 6, 8$ とした場合の計算結果であるが、これを図-3と比較すると、 $b_1/b_2=4$ ぐらいにとるのが適当と思われ、前回の結論とくい違ってくる。この方法は入射波の各周期に対する波高分布を与え、また最初の数波で波高が増大して行くありさまを解析し得る点で Neumann の方法に優るが、周期特性の点で現象を十分に説明しているとはいえない。図中の白丸印は黒丸印のものと位相が 180° 異なることを示している。入射波周期 1.5~2.5 sec のとき計算上で測点 No. 3, 4 の間に位相の反転が見られるが、これは周期を考え合わせればいわゆるカップリング現象のように思われる。実験時、かなり注意したにもかかわらず、この現象を認めることはできなかった。

5. 振動系の固有値問題

以上述べてきたところは非対称の地形に対して一次元的な近似を試みたことになるので、本節では二次元的な解析の一例を掲げる。

速度ポテンシャル ϕ に関する Laplace の方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

において

$$\phi = F(x, y) \cdot G(z) e^{i\omega t}$$

のごとく変数を分離すれば

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + a^2 F = 0 \dots (11)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial z^2} - a^2 G = 0 \dots (12)$$

底面の境界条件として、

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \therefore \frac{\partial G}{\partial z} = 0, \quad (z = -h)$$

を考えれば、これと式(12)より

$$G \sim \cosh a(z+h)$$

さらに、水面で

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \therefore -\omega^2 G + g \frac{\partial G}{\partial z} = 0, \quad (z=0)$$

として

$$ag \tanh ah = \omega^2 \dots (13)$$

を得る。

式(11)を差分形に改めれば、ある点とその周囲4点の F を未知数とする一次の代数方程式が得られる。湾

図-10 (a)

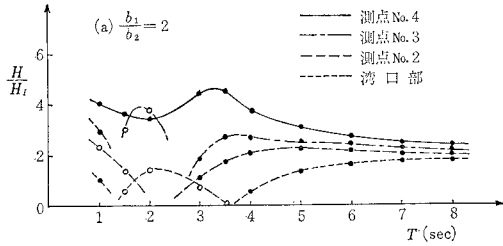


図-10 (b)

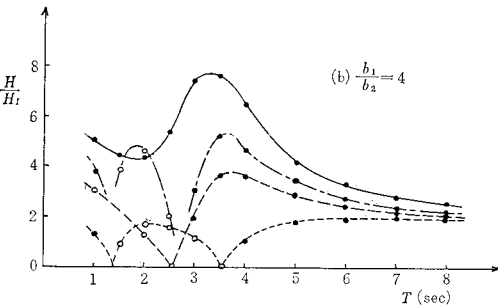


図-10 (c)

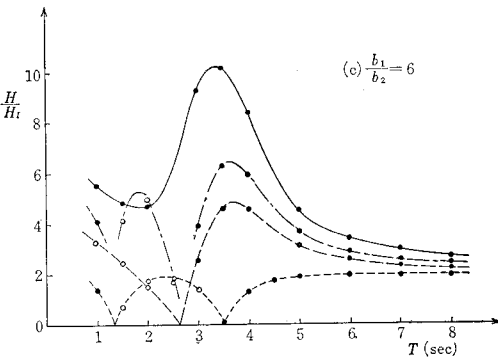
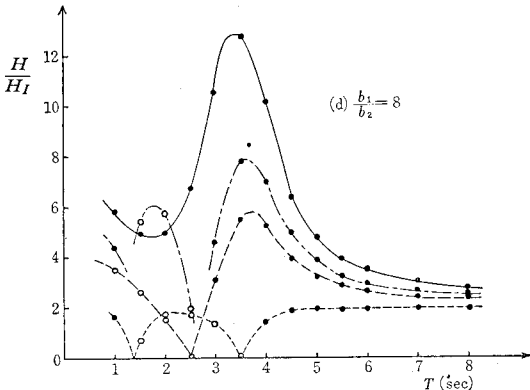


図-10 (d)

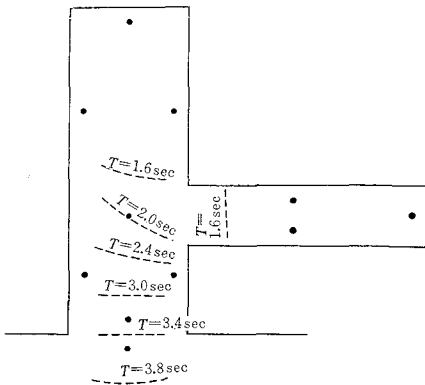


これは一次元的な取り扱いの妥当性を示すものである。

6. 湾口補正に関する考察

上述のいずれの方法によっても結果はほぼ同様で、計算上の固有周期は実際よりも多少小さくなるようである。その最大の原因は湾口部が節となるような湾水振動に対応するものとして、一種の共振周期が得られているという点に求められる。今回の実験データから入射波の周期による節の位置を推定し図-13に示した。入射波周期が3.4secを越えると、節が湾外に出てしまうため、その位置をとらえることは困難となる。しかしながら、周期4.0~4.5secの入射波に対して節が湾口部よりかなり前方にあることは明らかで、このとき最大の波高増幅が行なわれているわけである。湾口直前部のある水域の海水が湾水とともに振動するという事実は古くから知られていた。この点を調整するため湾口補正なる操

図-13



作が必要となるが、本多らはその1つの方法として計算上の周期にある係数を掛けるという方式を提案し、湾口補正係数を与える公式を導いた⁸⁾。これでかなり実際に近い固有振動周期を得ることも多いようであるが、その論拠は必ずしも説得力のあるものではない。上述の考察に従えば、湾前にある仮想の湾内水域を付け加えるような形で地形そのものを補正する方がむしろ合理的であろう。その具体的な方策を得るには、まず湾口付近の海水振動の状況を明らかにせねばならない。今後、こうした問題を中心に研究を続けて行く予定である。

この研究を進めるにあたって御教示をいただいた東京大学地震研究所 梶浦欣二郎教授に謝意を表する。なお、本論文は文部省科学研究費による研究成果の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) 本間 仁・堀川清司・高岡征二郎：簡単な形の湾における海水振動に関する実験，第20回土木学会年次学術講演会講演概要（1965）。
- 2) 高岡征二郎：東京大学大学院修士論文（1965）。
- 3) 本間 仁・堀川清司・西村仁嗣：L字形湾の振動特性について，第13回海岸工学講演会講演集（1966）。
- 4) 大分県新産業都市建設局・東京大学工学部土木工学科：住吉泊地の副振動に関する調査報告書（1967）。
- 5) 合田良実：長方形および扇形の港の副振動について，第10回海岸工学講演会講演集（1963）。
- 6) J. Miles and W. Munk: Harbor Paradox, Journal of the Waterways and Harbours Division, Proceedings of ASCE, Vol. 87, No. WW 3 (1961)。
- 7) 梶浦欣二郎：湾水振動に及ぼす防波堤の効果，東京大学地震研究所彙報，第41号（1963）。
- 8) K. Honda, T. Terada, Y. Yoshida, and D. Ishitani: Secondary Undulations of Oceanic Tides, Jour. College of Science, Univ. of Tokyo, Vol. 24 (1908)。