

表-1 隅角部付近の波高分布解

形 状	解	特 別 解
①	$J_0(\rho) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{n\pi}{4}\right) \cdot J_{n/2}(\rho) \cdot \cos \frac{n\alpha}{2} \cdot \cos \frac{n\theta}{2}$	$(\alpha = 0, 2\pi)$ $\frac{1}{2} J_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{n\pi}{4}\right) \cdot J_{n/2} \cdot \cos \frac{n\alpha}{2} \cdot \cos \frac{n\theta}{2}$ $(\alpha = \pi) \quad \exp(-i\rho \cos \theta)$
②	$\frac{6}{5} J_0(\rho) + \frac{12}{5} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{3}{10} n\pi\right) \cdot J_{3/5 \cdot n}(\rho) \cdot \cos \frac{3}{5} n\alpha \cdot \cos \frac{3}{5} n\theta$	$(\alpha = 0, 5\pi/3)$ $\frac{3}{5} J_0 + \frac{6}{5} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{3}{10} n\pi\right) \cdot J_{3/5 \cdot n} \cdot \cos \frac{3}{5} n\alpha \cdot \cos \frac{3}{5} n\theta$
③	$\frac{4}{3} J_0(\rho) + \frac{8}{3} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{n\pi}{3}\right) \cdot J_{2/3 \cdot n}(\rho) \cdot \cos \frac{2}{3} n\alpha \cdot \cos \frac{2}{3} n\theta$	$(\alpha = 0, 3\pi/2)$ $\frac{2}{3} J_0 + \frac{4}{3} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{n\pi}{3}\right) \cdot J_{2/3 \cdot n} \cdot \cos \frac{2}{3} n\alpha \cdot \cos \frac{2}{3} n\theta$
④	$\frac{3}{2} J_0(\rho) + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{3}{8} n\pi\right) \cdot J_{3/4 \cdot n}(\rho) \cdot \cos \frac{3}{4} n\alpha \cdot \cos \frac{3}{4} n\theta$	$(\alpha = 0, 4\pi/3)$ $\frac{3}{4} J_0 + \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{3}{8} n\pi\right) \cdot J_{3/4 \cdot n} \cdot \cos \frac{3}{4} n\alpha \cdot \cos \frac{3}{4} n\theta$
⑤	$3 J_0(\rho) + 6 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{3}{4} n\pi\right) \cdot J_{3/2 \cdot n}(\rho) \cdot \cos \frac{3}{2} n\alpha \cdot \cos \frac{3}{2} n\theta$	$(\alpha = 0, 2\pi/3)$ $\frac{3}{2} J_0 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{3}{4} n\pi\right) \cdot J_{3/2 \cdot n} \cdot \cos \frac{3}{2} n\alpha \cdot \cos \frac{3}{2} n\theta$ $(\alpha = \pi/3)$ $\exp(i\rho \cos(\theta - 2\pi/3)) + \exp(-i\rho \cos \theta)$ $+ \exp(i\rho \cos(\theta - \pi/3))$
⑥	$4 J_0(\rho) + 8 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(in\pi) \cdot J_{2n}(\rho) \cdot \cos 2n\alpha \cdot \cos 2n\theta$ $= \exp(i\rho \cos(\theta - \alpha)) + \exp(-i\rho \cos(\theta - \alpha))$ $+ \exp(i\rho \cos(\theta + \alpha)) + \exp(-i\rho \cos(\theta + \alpha))$	$(\alpha = 0, \pi/2)$ $\exp(i\rho \cos \theta) + \exp(-i\rho \cos \theta),$ $\exp(i\rho \cos(\theta - \pi/2)) + \exp(i\rho \cos(\theta + \pi/2))$
⑦	$6 J_0(\rho) + 12 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i \frac{3}{2} n\pi\right) \cdot J_{3n}(\rho) \cdot \cos 3n\alpha \cdot \cos 3n\theta$ $= \exp(i\rho \cos(\theta - \alpha)) + \exp(i\rho \cos(\theta + \alpha))$ $+ \exp(-i\rho \cos(\theta - \alpha + \pi/3)) + \exp(-i\rho \cos(\theta + \alpha + \pi/3))$ $+ \exp(-i\rho \cos(\theta - \alpha - \pi/3)) + \exp(-i\rho \cos(\theta + \alpha - \pi/3))$	$(\alpha = 0, \pi/3)$ $\exp(i\rho \cos \theta) + \exp(-i\rho \cos(\theta + \pi/3))$ $+ \exp(-i\rho \cos(\theta - \pi/3)),$ $\exp(i\rho \cos(\theta - \pi/3)) + \exp(i\rho \cos(\theta + \pi/3)) + \exp(-i\rho \cos \theta) -$

いる。それによれば、 $\rho \rightarrow \infty$ で

$$f(\rho, \theta) \div g(\rho, \theta) = \begin{cases} \exp\{i\rho \cos(\theta - \alpha)\} \\ + \exp\{i\rho \cos(\theta + \alpha)\}, & 0 < \theta < \pi - \alpha \\ \exp\{i\rho \cos(\theta - \alpha)\} \\ + \frac{1}{2} \exp(-i\rho), & \theta = \pi - \alpha \\ \exp\{i\rho \cos(\theta - \alpha)\}, & \pi - \alpha < \theta < \pi + \alpha \\ \frac{1}{2} \exp(-i\rho), & \theta = \pi + \alpha \\ 0, & \pi + \alpha < \theta < 2\pi \end{cases} \quad \dots \quad (20)$$

となり、 $\rho \rightarrow 0$ の場合には

$$f(\rho, \theta) \rightarrow 1, \quad \frac{\partial f}{\partial \rho} \rightarrow \frac{c}{\sqrt{\rho}} \quad \dots \quad (21)$$

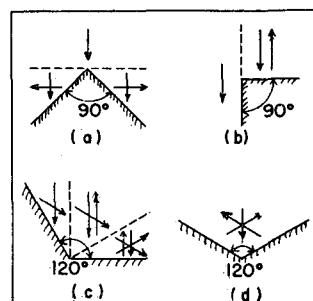
となって原点における流速は無限大になるが、完全流体の吹き出しや吸い込み流れの場合の原点における流速 $\pm c/\rho$ より大きくなはない。隅角部の解のなかで、原点における流速が最大と考えられる半無限防波堤の場合でも、式(21)程度であるから、その他の凸型隅角部の原

点における流速はもっと小さい order にならう。なお、

$$\exp(i\rho \cos \theta) = J_0(\rho) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n J_n(\rho) \cdot \cos n\theta \quad \dots \quad (22)$$

の関係を用いると、①の場合には $\alpha = \pi$ の場合のみ散乱項は消失して入射波のみとなり、⑤の場合には $\alpha = \pi/3$ の場合のみ散乱項は消失して入射波と反射波だけになり、⑥および⑦の場合にはすべての α について散乱項は消失して入射波、反射波の幾何光学的な項のみとなる。なお、このような散乱項の存否は視察により判定できる。

図-2 不連続線



たとえば、③と⑤の場合を考えると、図-2の(a), (b)および(c)において、入射波と反射波だけでは水面に不連続線を生じ、散乱項を考えざるをえないものであるが、(d)の場合には入射波と反射波だけで水面に不連続な場所を生ぜず、しかも Helmholtz の式および壁面で流速直角成分は 0 という境界条件を満足しているので、幾何光学的な項だけの解であることがわかる。このような散乱項の存否の判定法は、平面水槽における模型実験の再现性判定の一つの目安になるものと思われる。たとえば、図-3(a)のような河口に斜めに波が入射する場合の模型実験において、消波装置を使用しないものとすれば、この実験は(b)のような場合の実験を行なっていることに相当し、河口海岸堤前面において散乱波の干渉により、過大または過小の波高を与えるおそれがある。

図-3 模型の再現性

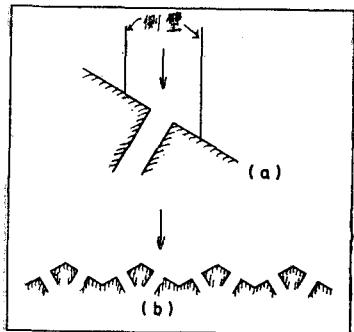


表-1 に示す解を用いて隅角部前面沿いの波高分布を求めるには、対応する θ および ρ の値を代入して式(2)に示すように絶対値をとれば、入射波高 1 に対する前面波高 K が求まる。この場合、散乱項のない幾何光学的項のみの数値計算は、三角関数のみで問題はないが、 J 関数を合計する計算は非常な労力を必要とする。本論文では J 関数をつぎの近似式⁴⁾により求めた。

$J_{\nu+m}(\rho)$, $0 < \rho < 100$, $0 \leq \nu < 1$ において、 $m \leq \rho < 10$ のとき $m = 2\rho + 10$ 以下, $10 \leq \rho < 100$ のとき $m = \rho + 25$ 以下とするとき、

$$J_{\nu}(\rho) = \frac{(\rho/2)^{\nu}}{\Gamma(\nu+1)} \cdot \frac{C_0 * G_0^*}{k^*} \quad \dots \dots (23)$$

$$J_{\nu+m}(\rho) = \frac{(\rho/2)^{\nu}}{\Gamma(\nu+1)} \cdot \frac{C_0 * G_m^*}{k^*} \quad \dots \dots (24)$$

ただし、

$$G_{m-1}^*(\rho) = \frac{2(\nu+m)}{\rho} \cdot G_m^*(\rho)$$

$$- G_{m+1}^*(\rho), \quad G_{m+1}^*(\rho) = 0,$$

図-4 60° 凸隅角部沿い波高分布

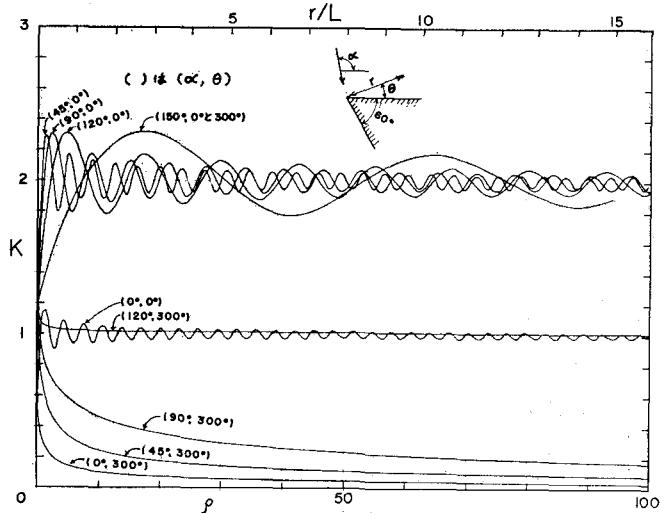


図-5 90° 凸隅角部沿い波高分布

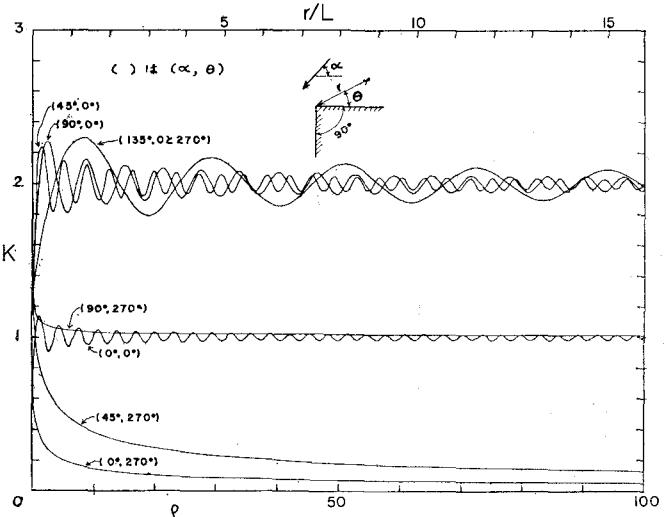


図-6 120° 凸隅角部沿い波高分布

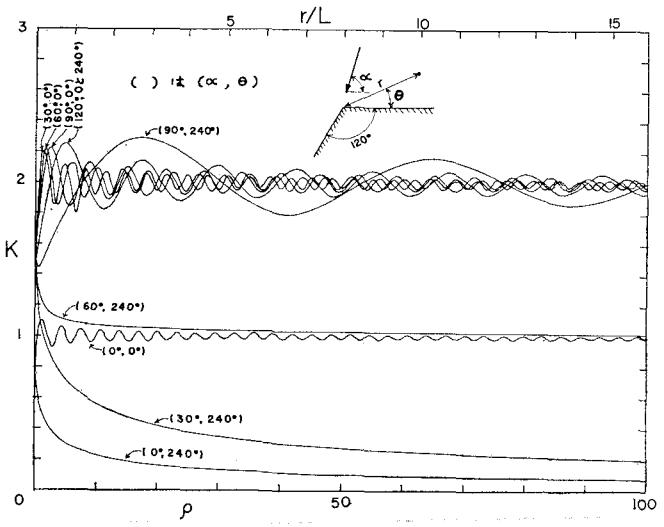


図-7 120° 凹隅角部沿い波高分布

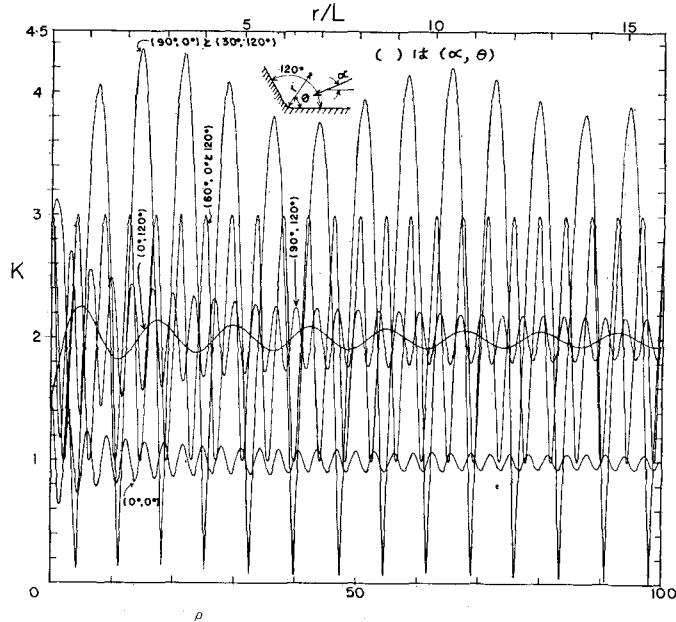


図-8 90° 四隅角部沿い波高分布

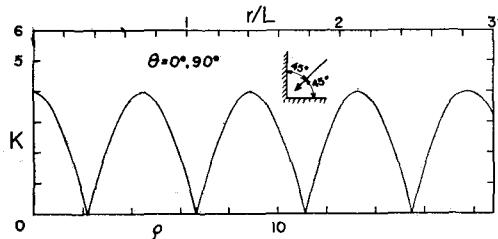
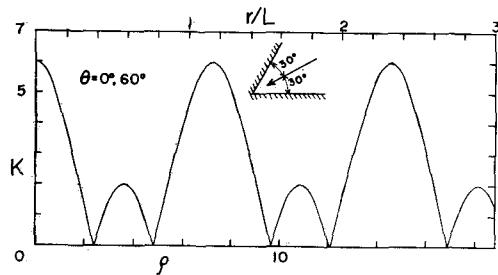


図-9 60° 凹隅角部沿い波高分布



$G_m^*(\rho) = a$ (a は電子計算機最小の値),

$$C^*\left(\frac{m}{2}\right) = \nu + 2, \quad C_{m-1}^* = \frac{m(\nu + 2m - 2)}{(\nu + m - 1)(\nu + 2m)} C_m^*,$$

$$k^* = \sum_{m=0}^{m/2} C_m^* G_{2m}^*$$

である。したがって、この式において $J_n(\rho)$ の計算は m の最大値より小さいほうへ向かって進めることになる。上式により ρ を 0.5 きざみに約 100 まで、 n は ρ できる m の範囲内までの合計を徳島大学電子計算センターの TOSBAC 3400 により行なった。上式の近似度が不明のため、 J_n の計算結果と数表⁵⁾とをくらべたのであるが、この計算に用いた小数点以下 7 桁までの J_n の数

値は数表と一致した。

数値計算結果は図-4~9 に示す。縦軸の K は入射波高 1 に対する前面波高、すなわち前面波高と入射波高との比であって、無限長完全反射の防波堤前面では $K=2$ となるものである。これらの結果によれば、凸型隅角部では原点より少し離れた地点において極大波高を生じ、凹型隅角部では図-7 の一部を除き原点において極大波高を生じることがわかる。

3. 実験結果

実験に使用した水槽の諸元は図-10 に、波の諸元は表-2 に示す。消波装置は使用済みの 16 ミリフィルムを金網に詰めたもので、水槽側壁や水槽終端部に設置してある。入射波高および前面波高の測定はすべてシネスコ・レンズを取りつけた 16 ミリ撮影機で行なった。撮影は毎秒 64 駒で、最初の波が模型に

到達してからカメラの駆

動装置の容量一杯までの十数秒間で行なった。実験結果は図-11~16 に示す。これらの図の横軸の右方の部分は水槽の側壁や終端部であり、反射波が若干発生していると思われる部分である。図中の実線は前述の数値計算結果を記入したもので、破線は反射率 r' を 0.8 としたものである。すなわち、表-1 の⑤の場合において、 $\alpha=\pi/3$, $\theta=0$ とすれば、 r' を一定と仮定し

図-10 水槽諸元

プランジャー造波機

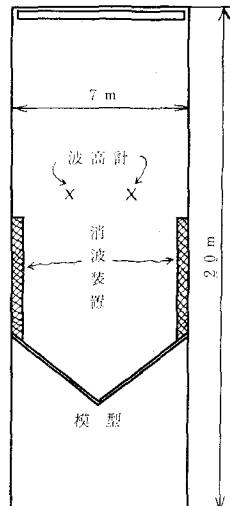


表-2 実験に使用した波の諸元

形 状	α	h (cm)	T (sec)	L (cm)	H (cm)	
					左	右
凸	60°	150°	30	0.9	116.7	2.11
凸	90°	0°	20	0.8	88.7	4.06
‘	45°	20	0.8	88.7	4.52	—
‘	90°	20	1.0	121.2	3.47	3.33
‘	135°	30	1.0	137.2	2.96	2.83
凸	120°	120°	30	1.0	137.2	3.32
凹	120°	0°	20	1.0	121.2	2.91
‘	60°	30	1.0	137.2	2.43	2.58
‘	90°	20	1.0	121.2	3.36	3.04
凹	90°	45°	30	1.0	137.2	2.51
凹	60°	30°	30	1.0	137.2	3.37

$$f = \exp\left(i\rho \cos \frac{\pi}{3}\right) + r' \exp\left(i\rho \cos \frac{\pi}{3}\right) + r' \exp(-i\rho)$$

であるから、絶対値をとれば

$$K = \sqrt{(1+r')^2 + r'^2 + 2r'(1+r') \cos \frac{\rho}{2}}$$

$$= \sqrt{3.88 + 2.88 \cos \frac{\rho}{2}}$$

となり、極大波高は 2.60、極小波高は 1.0 になることがわかる。同様に ⑥の場合には $\alpha=\pi/4, \theta=0$ とおけば

$$f = \exp\left(i\rho \cos \frac{\pi}{4}\right) + r'^2 \exp\left(-i\rho \cos \frac{\pi}{4}\right)$$

$$+ r' \exp\left(i\rho \cos \frac{\pi}{4}\right) + r' \exp\left(-i\rho \cos \frac{\pi}{4}\right)$$

$$K = \sqrt{(1-r'^2)^2 + 4r'(1+r')^2 \cos^2 \frac{\rho}{2}}$$

図-11 60° 凸隅角部沿い波高分布

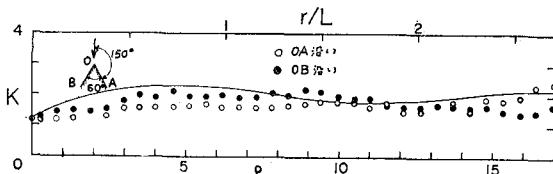


図-12 (a) 80° 凸隅角部沿い波高分布

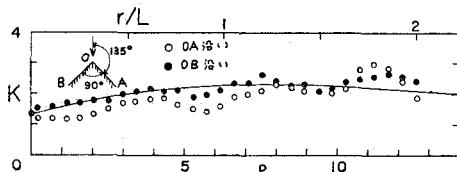


図-12 (b) 90° 凸隅角部沿い波高分布

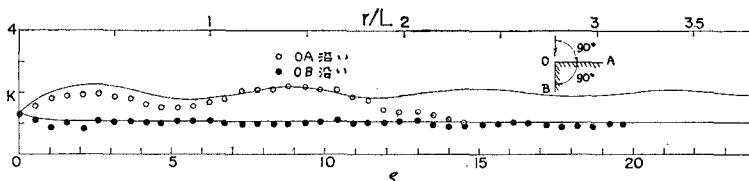


図-12 (c) 90° 凸隅角部沿い波高分布

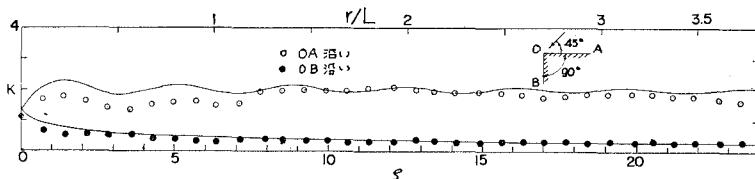


図-12 (d) 90° 凸隅角部沿い波高分布

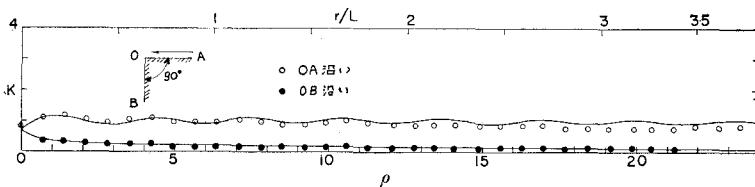
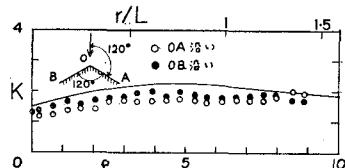


図-13 120° 凸隅角部沿い波高分布



$$= \sqrt{0.13 + 10.37 \cos^2 \frac{\rho}{\sqrt{2}}}$$

となり、極大波高は 3.24、極小波高は 0.36 になることがわかる。⑦の場合には $\alpha=\pi/6, \theta=0$ とおけば

$$f = \exp\left(i\rho \cos \frac{\pi}{3}\right) + r' \exp\left(i\rho \cos \frac{\pi}{3}\right) + r'^2 \exp\left(-i\rho \cos \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\quad \left(-i\rho \cos \frac{\pi}{3} \right) + r' + r'^2 + r'^3 \exp\left(-i\rho \cos \frac{\pi}{3}\right)$$

$$K = (1+r') \sqrt{(1-r'^2)^2 + r'^2 + 2r'(1+r') \cos^2 \frac{\rho}{2}}$$

$$= \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \rho + 4r'^2 \cos^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \rho$$

$$= \sqrt{2.49 + 8.50 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \rho + 8.29 \cos^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \rho}$$

となり、極大波高は 4.39 および 1.60、極小波高は 0.56 になる。このように $r'=0.8$ として求めた破線と四型隅角部の実験値とは比較的よく一致している。凸型隅角部の実験値は多少のばらつきはあるが、だいたいの傾向は数値計算結果と一致している。しかし、この実験結果を詳細に見ると、周波数の高い波が重なっているようで、この原因は水槽側壁などからの弱い反射波によるものか、または Biesel⁽⁶⁾ が回折波において 2 次項 (2 倍周

図-14 (a) 120° 四隅角部沿い波高分布

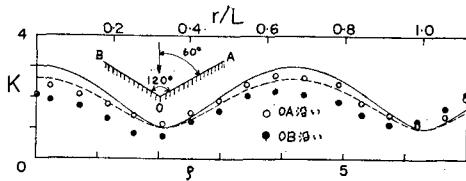


図-14 (b) 120° 四隅角部沿い波高分布

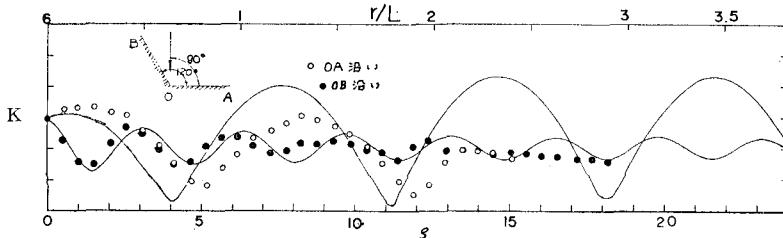


図-14 (c) 120° 四隅角部沿い波高分布

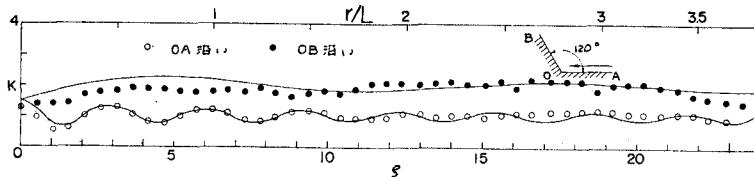


図-15 90° 四隅角部沿い波高分布

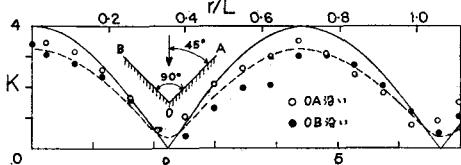
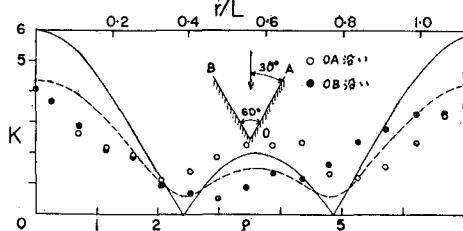


図-16 60° 四隅角部沿い波高分布



波数)まで計算したような高調波によるものか、現在のところよくわからない。今後、散乱波の実験をさらに行ない、この点を確かめる必要があるものと思われる。

4. 結 言

隅角部付近の波高分布に関する実験を2,3行なって、数値計算結果と比較的よく一致することを示した。これ以外の入射角に対する隅角部付近の波高分布は現在実験中で、無限防波堤の一地点で法線がくいちがっている場

合の実験結果とともに発表する予定である。これらは基本的な法線形状をもつ構造物付近の波高分布を明らかにしたのち、埋め立て地、防波堤、さらに広い河口付近の波高分布を求めるため、現在より規模の大きい平面水槽の建設を計画中である。

最後に、終始変わらぬ温かいご指導を賜わった京都大学 岩垣教授、徳島大学 杉尾教授、数値計算をプログラミングして頂いた一村稔氏をはじめとする徳島大学電子計算センターの諸氏、実験にご協力下さった当時学生の竹内正和君、横山裕久君ならびに本研究室の米崎武夫氏、大学院の川崎俊太君に厚く感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) 三井 宏: 海岸構造物不連続部の波高分布について(第1報), 第13回海岸工学講演会講演集, 昭41.12, 土木学会, pp. 80~86.
- 2) Stoker, J.J.: Water waves, Pure and applied mathematics, Vol. IV, Interscience Publishers, Inc., New York, 1965, pp. 109~147.
- 3) スミノフ: 高等数学教程, IV巻, 10, 共立出版, 昭40, p. 154.
- 4) Goldstein, M. and Thaler, R.M., : Recurrence techniques for the calculation of Bessel functions, MTAC, Vol. 13, 1959, pp. 102~108.
- 5) 林 桂一: 高等関数表, 岩波書店, 昭22.12.
- 6) Biesel, F.: Les phénomènes du second ordre rayonnants dans les ondes de gravité, La Houille Blanche, 4, 1966, pp. 403~420.