

有限振幅波の shoaling について

岩 垣 雄 一*・酒 井 哲 郎**

1. 緒 言

shoal という言葉の意味は、岩やさんご以外の物質による浅瀬という名詞のほかに、動詞として、(1) 漸次浅くなる、(2) 浅くする、(3) 深いところから浅いところへ進行する、という 3 つの意味がある¹⁾。ここでいう shoaling というのは、(3) の意味であって、波が深海から浅海へ進行することによって波の特性がどのように変化するかを明らかにすることがこの研究の目的である。

波の shoaling に伴う変形については、これまで種々の研究がなされている。これらの研究の内容を大別すると、(1) 勾配を有する海底での境界条件を満足するような運動方程式と連続方程式の解を決定する解析的な方法と、(2) 海底勾配がゆるやかな場合の波の運動は、同じ水深の水平な海底上の波の運動と同じであるという仮定に基づいて、単位時間に輸送される波のエネルギー量は水深が変化しても一定であると仮定して波高の変化を求める方法の 2 つがある。後者は、場合によっては海底勾配そのものよりも重要な海底摩擦や波の屈折などの影響をも容易に考慮できるという利点をもっている。

単位時間当りに輸送される波のエネルギーにもとづいて波高変化を求める方法としては、微小振幅波理論によるもの、孤立波理論によるもの²⁾、および Skjelbreia-Hendrickson³⁾ の Stokes 波の第 3 次近似解および第 5 次近似解を用いた Le Méhauté-Webb⁴⁾ および Koh-Le Méhauté⁵⁾ のものがある。

一方、水深の変化による波高変化に関する実験としては、Wiegel⁶⁾、Iversen⁷⁾、Eagleson⁸⁾ らのものがある。

Iversen⁷⁾ の実験によれば、微小振幅波理論による波高は、水深・波長比が大きい範囲では実験結果より大きい値を与え、水深・波長比が小さい範囲では実験結果より小さい値を与える。また、Le Méhauté-Webb⁴⁾ および Koh-Le Méhauté⁵⁾ は、Stokes 波の第 3 次近似解および第 5 次近似解を用いて、水深・波長比が大きい場合に、実験値が微小振幅波理論による波高よりも小さい値を与える事実を説明しようとしたが成功しなかった。一方、水深・波長比が小さい範囲では、従来微小振幅波理論によ

るものしかなく、波高がこの範囲で水深の減少とともに急激に増加する実験結果を説明しえないままであった。

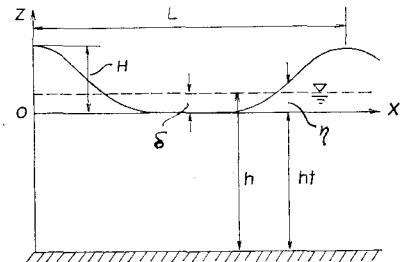
著者らは水深・波長比が 1/20 程度よりも小さくなると、Stokes 波理論よりもむしろクノイド波理論を用いるべきであることを考えて⁹⁾、クノイド波理論を用い、従来微小振幅波理論で説明し得なかった、沖波波形勾配が小さく、かつ水深・波長比の小さい範囲での水深変化による波高変化を取り扱うことにした。クノイド波理論を用いた波高変化の計算は、すでに Masch¹⁰⁾ が試みているが不成功に終わっており、そのため著者らは Laitone¹¹⁾ によるクノイド波理論で、第 1 種完全円積分 K が 3 より大きい場合に成立する hyperbolic waves¹²⁾ の理論式を用いることにした。

2. 有限振幅波のエネルギー輸送

(1) hyperbolic waves

著者の一人¹²⁾は、クノイド波の理論における第 1 種完全円積分 K の値が 3 以上の場合に Jacobi のだ円関数が近似的に双曲線関数であらわされることに注目して、クノイド波の理論式を初等関数表示し、それを hyperbolic waves と名づけた。hyperbolic waves の各特性の第 2 近似はつぎのようにあらわされる。なお、座標系は図-1 に示すとおりである。

図-1 座 標 系



a) 波の谷から静水面までの高さ

$$\frac{\delta}{H} = \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{1}{12} \frac{H}{h} - \frac{1}{12} \frac{1}{K} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\} \quad \cdots (1)$$

b) 波 形

$$\left. \begin{aligned} \frac{\eta}{H} &= \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \\ &\quad - \frac{3}{4} \frac{H}{h} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \end{aligned} \right\}$$

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 学生会員 京都大学大学院 工学研究科

$$\times \left\{ 1 - \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right\}, \quad X = x - ct \quad \dots\dots\dots (2)$$

c) 波 速

$$\begin{aligned} \frac{c}{\sqrt{gh}} &= \left(1 - \frac{1}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \\ &\times \left[1 + \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{K} \right) \right. \\ &+ \left. \left(1 + \frac{2}{K} \frac{H}{h} \right) \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right. \\ &\times \left. \left\{ \frac{1}{K} \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{4} \right) - \frac{3}{20} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

d) 波 長

$$\begin{aligned} \frac{L}{h} &= \left(1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{4K}{\sqrt{3}} \left(\frac{H}{h} \right)^{-1/2} \\ &\times \left\{ 1 - \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{5}{8} \frac{H}{h} \right\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

e) 圧 力

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho g H} &= \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) - \frac{z}{H} \\ &- \frac{3}{4} \frac{H}{h} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \\ &\times \left\{ 1 - \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right\} \\ &- \frac{3}{4} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \left(1 + \frac{2}{K} \frac{H}{h} \right) \\ &\times \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \\ &\times \left\{ 2 - 3 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

f) 水粒子の速度

$$\begin{aligned} \frac{u}{\sqrt{gh}} &= A_1 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \\ &+ A_2 \operatorname{sech}^4 \left(\frac{2K}{L} X \right) - A_3, \\ A_1 &= \left(1 + \frac{1}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \left[1 - \frac{5}{4} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \right] \\ A_2 &= \left(1 + \frac{3}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \left(\frac{H}{h} \right)^2 \\ &\quad \times \left[\frac{5}{4} + \frac{9}{4} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \right] \\ A_3 &= \left(1 + \frac{1}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \frac{1}{K} \\ &\quad \times \left\{ 1 - \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{4} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{w}{\sqrt{gh}} &= \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \left(1 + \frac{z}{h_t} \right) \sqrt{3} \left(\frac{H}{h} \right)^{3/2} \\ &\times \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \tanh \left(\frac{2K}{L} X \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \left[1 - \frac{7}{8} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \right. \\ &- \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \\ &- \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h} \right) \frac{H}{h} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \\ &\times \left. \left\{ 1 - 6 \frac{z}{h_t} - 3 \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

上式中の K と波高, 水深および波の周期との関係はつぎのとおりである。

$$K = \frac{\sqrt{3}}{4} T \sqrt{\frac{g}{h}} \left(\frac{H}{h} \right)^{1/2} \left\{ 1 - 1.3 \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\}^{1/2} \geq 3 \quad \dots\dots\dots (8)$$

g) エネルギーの輸送量

単位時間に単位幅を通過して輸送される平均の波のエネルギー $\bar{W}$ は, 次式によってあらわされる¹³⁾。

$$\bar{W} = -\frac{\rho}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-h_t}^{\eta} u \frac{\partial \phi}{\partial t} dz dt \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに, ϕ は速度ポテンシャルである。ベルヌーイの定理により式 (9) は

$$\bar{W} = \frac{\rho}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-h_t}^{\eta} \left\{ \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + gz \right\} u dz dt \quad \dots\dots\dots (10)$$

と変形される。いま, u, w, p として hyperbolic waves の第 2 近似, 式 (6), (7), (5) を用いて式 (10) の積分を行なえば, $(H/h_t)^3$ 以下の項を無視して, $\bar{W}$ の第 2 近似式がつぎのように求められる。

$$\begin{aligned} \bar{W} &= \frac{2}{3} \rho g H^2 \sqrt{gh_t} \frac{1}{K} \\ &\times \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{K} + \frac{3}{K^2} \right) \right. \\ &+ \left. \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(-\frac{49}{80} - \frac{29}{160} \frac{1}{K} + \frac{13}{4} \frac{1}{K^2} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

h) 波のエネルギー

単位面積当たりに波のもつ平均のエネルギーを計算すれば,

$$\begin{aligned} E &= E_p + E_k \\ &= \frac{2}{3} \rho g H^2 \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(-\frac{1}{10} + \frac{3}{4} \frac{1}{K^2} \right) \right. \\ &+ \left. \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(\frac{179}{560} + \frac{239}{960} \frac{1}{K} + \frac{1}{2} \frac{1}{K^2} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{1}{3} \rho g H^2 \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(-\frac{3}{10} + \frac{3}{4} \frac{1}{K} \right) \right. \\ &+ \left. \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(\frac{27}{560} - \frac{15}{288} \frac{1}{K} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{3} \rho g H^2 \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(\frac{1}{10} - \frac{3}{4} \frac{1}{K} \right) \right. \\ &+ \left. \frac{3}{2} \frac{1}{K^2} + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(\frac{331}{560} + \frac{11}{20} \frac{1}{K} + \frac{1}{K^2} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

(2) Stokes 波

Le Méhauté-Webb⁴⁾ は $\bar{W}$ を Skjelbreia¹⁴⁾ による Stokes 波の第3次近似解を用いて計算している。その結果を示すつぎのようである。

$$\begin{aligned} \bar{W} = & \frac{\pi \rho C_3^2 \lambda^2}{8 k^2 T} \frac{1}{S_*^2} \left[4(S_* C_* + kh) \right. \\ & + \lambda^2 \left\{ \frac{(S_* C_* + kh)}{4 S_*^6} \right. \\ & \times (-20 C_*^6 + 16 C_*^4 + 4 C_*^2 + 9) \\ & + \frac{S_* C_*}{2 S_*^4} (16 C_*^4 + 2 C_*^2 + 9) \left. \right\} \left. \right] + O(\lambda^6) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここで、

$$S_* = \sinh kh \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$C_* = \cosh kh \quad \dots\dots\dots(17)$$

であり、 k は $2\pi/L$ 、 T は周期、 C_3 は波速の第3次近似であって次式であらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{L}{T} \right)^2 = & C_3^2 = \frac{g}{k} \tanh kh (1 + B \lambda^2) \\ B = & \frac{8 C_*^4 - 8 C_*^2 + 9}{8 S_*^4} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(18)$$

また λ は次式であらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda^3 B_{33} + \lambda = & \frac{\pi H}{L} \\ B_{33} = & \frac{3(8 C_*^5 + 1)}{64 S_*^6} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(19)$$

3. Hyperbolic waves の波高変化式と碎波限界式および適用限界式

水深変化による波高変化は次式によって求められる。

$$\bar{W} = \bar{W}_0 \quad \dots\dots\dots(20)$$

ここで、 $\bar{W}_0$ は深海での $\bar{W}$ をあらわす。この場合、海底摩擦などによるエネルギー損失や波の屈折および傾斜した海底面による波の反射を無視している。

いま、式 (20) の左辺 $\bar{W}$ として上述した hyperbolic waves の式 (11) を用い、右辺 $\bar{W}_0$ として Le Méhauté-Webb の求めた Stokes 波の第3次近似の式 (15) において h を ∞ とおいた式を用いる。そして式 (20) の両辺に $32\pi/\rho T^3$ をかけると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{32\pi}{\rho T^3} \frac{2}{3} \rho g H^3 \sqrt{gh_t} \cdot \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \right. \\ \times \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{K} + \frac{3}{K^2} \right) \\ + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(-\frac{49}{80} - \frac{29}{160} \frac{1}{K} + \frac{13}{4} \frac{1}{K^2} \right) \left. \right\} \\ = \left(\frac{L_0}{T^2} \right)^4 \lambda_0^2 \left\{ 4 \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_0^2 \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

ここに λ_0 および L_0 は深海波の λ および波長であって、次式であらわされる。

$$\frac{3}{8} \lambda_0^3 + \lambda_0 = \frac{\pi H_0}{L_0} \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$\left(\frac{L_0}{T} \right)^2 = \frac{g}{k} (1 + \lambda_0^2) \quad \dots\dots\dots(23)$$

なお、添字 0 は深海波であることを示す。また、 h_t は式 (1) を用いると次式のようにあらわされる。

$$\begin{aligned} \frac{h_t}{H} = & \frac{h}{H} - \frac{\delta}{H} \\ = & \frac{h}{H} \left\{ 1 - \frac{1}{K} \frac{H}{h} + \frac{1}{12} \frac{1}{K} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots(24) \end{aligned}$$

式 (21) に式 (8), (22), (23) を代入して変形すると、結局次式のように波高比 H/H_0 が波形勾配 H_0/L_0 をパラメーターとし h/L_0 の関数としてあらわされる。

$$\begin{aligned} \frac{H}{H_0} = & \frac{3}{16} \left(\frac{1}{4} \right)^{1/3} \left(\frac{h}{L_0} \right)^{-1} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{1/3} \left\{ 1 + \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 \right\} \\ & \times \left\{ 1 - \frac{1}{K} \frac{H}{h} + \frac{1}{12} \frac{1}{K} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\}^{-1/5} \\ & \times \left\{ 1 - 1.3 \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\}^{1/3} \\ & \times \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{K} + \frac{3}{K^2} \right) \right. \\ & + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(-\frac{49}{80} - \frac{29}{160} \frac{1}{K} + \frac{13}{4} \frac{1}{K^2} \right) \left. \right\}^{-2/3} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(25)$$

ここで、 H/h は

$$\frac{H}{h} = \frac{H}{H_0} \frac{H_0}{L_0} \left(\frac{h}{L_0} \right)^{-1} \quad \dots\dots\dots(26)$$

であらわされ、 K は式 (8)、 h_t/H は式 (24) であらわされる。いま、 $\bar{W}_0$ として微小振幅波理論を用いるとすると式 (25) の $\{1 + \pi^2 (H_0/L_0)^2\}$ を 1 とすることができ、さらに H/h が小さいとすると、それ以下の $\{ \}$ もすべて 1 となって次式が得られる。

$$\frac{H}{H_0} = \frac{3}{16} \left(\frac{1}{4} \right)^{1/3} \left(\frac{h}{L_0} \right)^{-1} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{1/3} \quad \dots\dots\dots(27)$$

碎波限界としては Laitone¹¹⁾ による最高波をあらわす次式を用いることにする。

$$\frac{H_b}{h_t} = 0.73 \quad \dots\dots\dots(28)$$

式 (28) を H_b/H_0 と h_b/L_0 の関係に直すため、つぎのような変形を行なう。すなわち、式 (24) において $(H/h)^2$ の項を無視すると $h_t = h \{1 - (1/K)(H/h)\}$ であらわされるから式 (28) は

$$\frac{H_b}{h_b} \left(1 - \frac{1}{K} \frac{H_b}{h_b} \right)^{-1} = 0.73 \quad \dots\dots\dots(29)$$

となる。碎波付近では H/h がほぼ 1/2 となることと¹⁵⁾、微小振幅波理論を用いると $T = (2\pi L_0/g)^{1/2}$ であらわされることから、式 (8) であらわされる K はつぎのようになる。

$$K = 0.631 \left(\frac{L_0}{h_b} \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(30)$$

結局碎波限界、式 (28) はつぎのように H_0/L_0 をパラメーターとして H/H_0 と h/L_0 との関係であらわされる。

$$\frac{H_b}{H_0} = \frac{0.73(H_0/L_0)^{-1}(h_b/L_0)}{1+1.16(h_b/L_0)^{1/2}} \dots\dots\dots(31)$$

また, hyperbolic waves の適用限界は式(8)から

$$K = \frac{\sqrt{3}}{4} T \sqrt{\frac{g}{h}} \left(\frac{H}{h}\right)^{1/2} \left\{1 - 1.3 \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}^{1/2} = 3 \dots\dots\dots(32)$$

であり, 変形して, H/H_0 と h/L_0 の関係に書きあらためると次式のようになる。

$$\frac{\pi}{8} \frac{H_0}{L_0} \frac{H}{H_0} \left(\frac{h}{L_0}\right)^{-2} - 1.3 \times \frac{\pi}{8} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^3 \left(\frac{H}{H_0}\right)^3 \left(\frac{h}{L_0}\right)^{-4} = 3 \dots\dots(33)$$

以上のように, クノイド波理論において $K \geq 3$ の場合に成立する hyperbolic waves¹²⁾ を用いた水深変化による波高変化を与える式は, 式(25)で与えられ, その砕波限界と適用限界はそれぞれ式(31)および式(33)で与えられる。なお, 式(25)の右辺には式(26)でわかるように H/H_0 が含まれているため, 解析的には解けないので, 最初右辺の H/H_0 には式(27)によって求められる値を与え, 式(25)で求められた H/H_0 の値をまた右辺の H/H_0 として代入するというくり返し逐次計算を行ない, 解を求める必要がある。

4. 有限振幅波の波高変化の計算結果と考察

式(25)の波高変化式の近似式として式(27)を用い, 横軸に h/L_0 , 縦軸に H/H_0 , パラメーターとして H_0/L_0 をとって図示したのが図-2である。それぞれの H_0/L_0 に対して, 式(31)および(33)で示される砕波限界と hyperbolic waves の適用限界の曲線が描けるから, この2つの曲線との交点をもって, それぞれ砕波限界および適用限界とした。図中には微小振幅波理論によるものも示してある。式(27)の近似式によると, 水減の減少とともに波高は水深に逆比例して増大することがわかる。

一方, 式(25)を電子計算機を用いて数値計算した結果が図-3であり, これまで微小振幅波理論によるもの以外には得られていなかった H_0/L_0 および h/L_0 がともに小さい範囲での, 水深変化による波高変化の理論曲線が求められた。砕波限界と適用限界は図-2の場合と同様の方法で決定した。図-2と図-3を比較すると, 大部分の H_0/L_0 に対して, 波高は式(25)によるほうが式(27)による値より大きい。

水深・波長比の小さい場合に適用されるクノイド波理論の, 近似としての hyperbolic waves の理論式にもとづく水深変化による波高変化の計算値を図-2および図-3で示したが, Le Méhauté-Webb¹⁴⁾ は, 式(20)の左辺に, 水深・波長比の大きい場合に適用される Stokes 波の第3次近似, 式(15)を用いて波高変化を計算し, 図-4を得ている。この場合パラメーターとして H_0/T^2

図-2 hyperbolic waves の理論式にもとづく波高変化(簡略式)

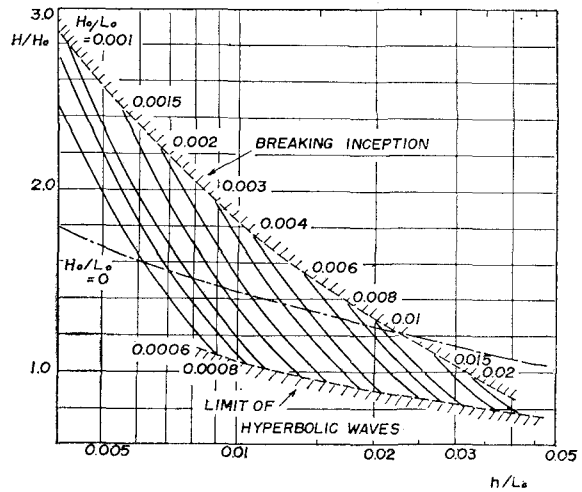


図-3 hyperbolic waves の理論式にもとづく波高変化(第2近似)

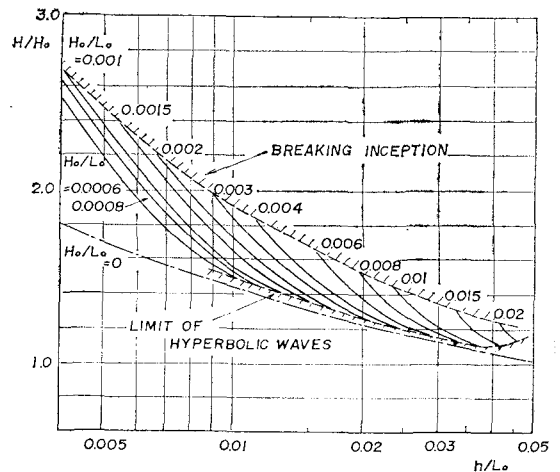
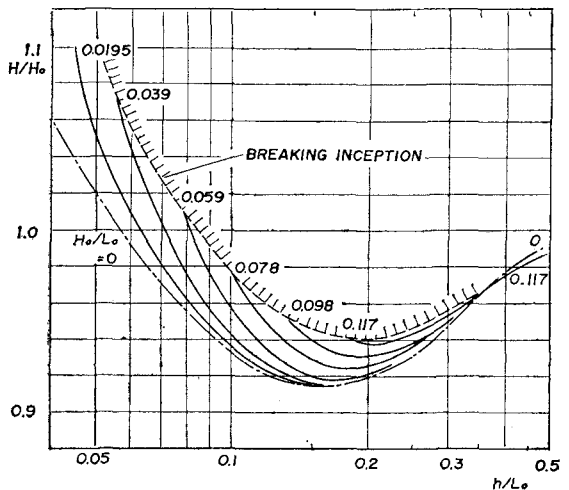


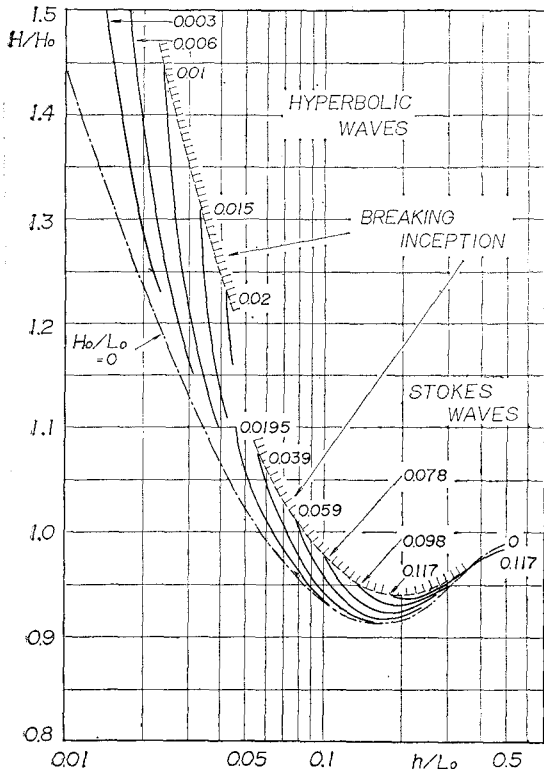
図-4 Stokes 波の第3次近似解にもとづく波高変化(Le Méhauté-Webb より)



を用いているので、 H_0/T^2 が round number であっても H_0/L_0 に換算すると round number にはならない。なお、Koh-Le Méhauté⁵⁾ は式 (20) の両辺に第5次近似を用いて計算しているが、第3次近似と比べて奇妙な結果となっているので、ここには載せていない。

いま、図-3 で示される hyperbolic waves の理論式を用いた波高変化の曲線と、図-4 で示される Stokes 波を用いた波高変化の曲線を比較するため、 h/L_0 が 0.01 から 0.5 までの範囲を拡大して描いたのが図-5 である。図-3 と図-4 ではパラメーター H_0/L_0 に共通したものがない、図-3 のほうは hyperbolic waves の適用限界によって範囲が限られ、他方図-4 のほうは H/H_0 の値が 1.1 のところで計算結果が終わっている、両者の相違を直接比較できない。しかし、hyperbolic waves による上側の曲線群と Stokes 波による下側の曲線群とはほぼ同じ傾向を示しているようである。なお砕波限界は両者がかなりくいちがっているが、その理由は Le Méhauté-Webb が Stokes 波に対してどのような限界式を適用したのか不明なので、よくわからない。

図-5 hyperbolic waves の理論式と Stokes 波の理論解による波高変化



5. 実験値との比較

Wiegel⁶⁾, Iversen⁷⁾ および Eagleson⁸⁾ が行った水深変化による波高変化の実験結果を、図-5 の理論曲線とともに図示したのが図-6~図-9 である。図-6 には

H_0/L_0 が 0.02 未満のもの、図-7 には 0.02 から 0.03 までのもの、図-8 には 0.03 から 0.04 までのもの、図-9 には 0.04 以上のものがプロットしてある。まず図-7 を見ると、Wiegel の実験結果は全体に理論曲線よりかなり大きな H/H_0 の値を与えている。Eagleson の実験結果は、図-8 に示されている H_0/L_0 が 0.040 の場合を除いて、図-7 および図-9 の H_0/L_0 が 0.020 と 0.060 の場合には、ほぼ理論曲線に一致しているようである。hyperbolic waves による波高変化の曲線群が存在する領域では、理論曲線が 0.02 以下の H_0/L_0 の場合しかないため、図-8 の H_0/L_0 が 0.04 の場合の実験結果については何ともいえない。しかし、図-7 に示す H_0/L_0 が 0.02 の場合の実験結果は、理論曲線とか

図-6 水深変化による波高変化の実験値と理論曲線との比較(1)

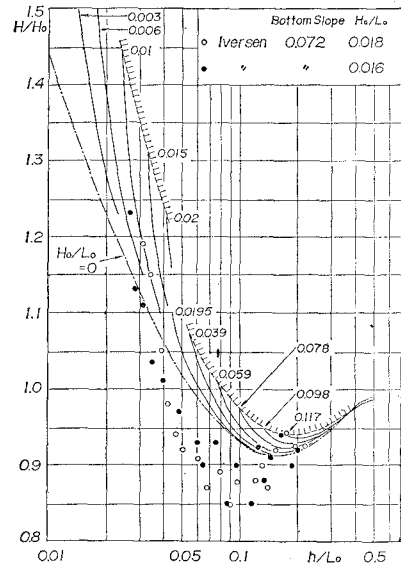


図-7 水深変化による波高変化の実験値と理論曲線との比較(2)

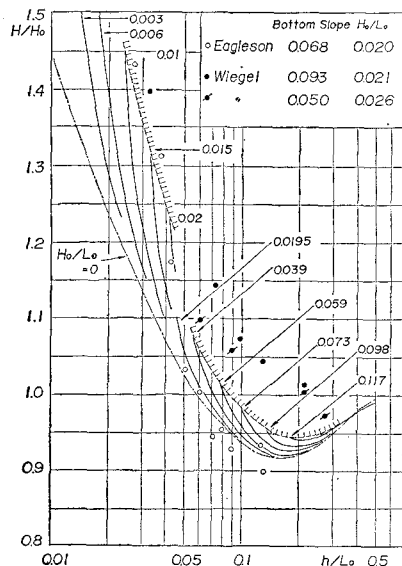


図-8 水深変化による波高変化の実験結果と理論曲線との比較(3)

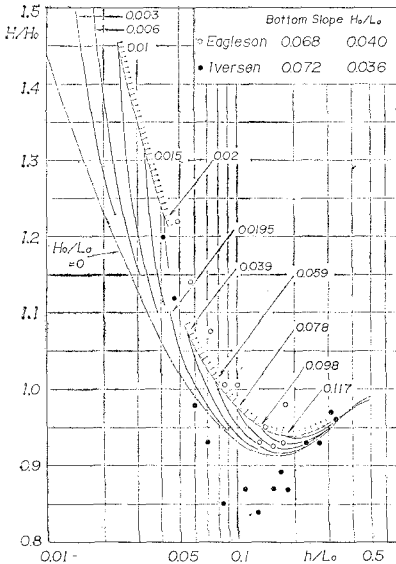
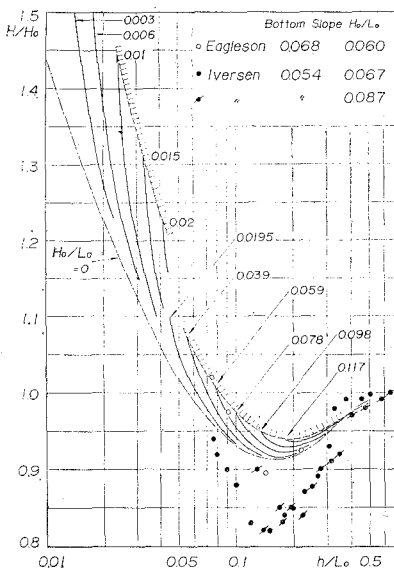


図-9 水深変化による波高変化の実験結果と理論曲線との比較(4)



なりよい一致を示していることがとくに注目される。最後に、Iversen の実験結果は、 h/L_0 が 0.04 程度より大きい領域においては、理論曲線よりもかなり小さい実験値を示している。 h/L_0 が 0.04 より小さい領域においては、図-6 および図-8 に見られるように、実験値は理論曲線よりやや小さい値を示しているが、その変化の傾向は理論曲線とほぼ一致している。

以上、従来の実験結果と理論曲線とを比較したが、実験結果は実験者によってかなりの差異がある。Iversen の実験結果は上述したように理論値よりかなり小さな値を示しており、彼はこの事実を底面摩擦によるものと考え摩擦の効果を調べたが、十分に説明できなかった。

Eagleson の実験結果は実験値自体に変動があるものの、傾向としては理論曲線とほぼ一致しており、他方 Wiegel の実験値は Iversen の実験値と反対に、理論値より大きい値を示している。このように Le Méhauté-Webb⁴⁾ による Stokes 波の第 3 次近似解を用いた波高変化の理論曲線の妥当性を検討するには、従来の実験結果では不十分であり、今後さらに精度の高い実験が必要である。一方、著者らによる hyperbolic waves の第 2 近似式を用いた波高変化の理論曲線は、その領域の実験結果が少なく十分に検討することができないが、図-7 の Eagleson の $H_0/L_0=0.020$ に対する実験結果のように理論曲線とよく一致する例もあり、また図-6 および図-8 に見られるように、波高変化の傾向が理論曲線とよく一致している場合もある。従来 H_0/L_0 と h/L_0 がともに小さい範囲で、水深が減少するにつれて波高が急激に増加する事実は、いまだ十分に説明されないままであったが、著者らが hyperbolic waves の第 2 次近似を用いて導いた水深変化による波高変化の理論曲線は、十分に上述の実験事実を説明し得るものといえよう。

また、すべての実験結果に共通していえることは、実験値自体に変動があることである。その一因として底勾配の存在による波の反射が考えられる。波高変化の全体としての傾向にはあまり影響がないと思われるが、実験に際してはこの点についても十分検討する必要がある。

6. 結 語

以上、著者らはクノイド波理論の第 1 種完全だ円積分 K が 3 より大きい場合に成立する hyperbolic waves の理論式を用いて、単位時間に輸送されるエネルギー量を計算し、それに基づいて水深変化による波高変化の理論曲線を求めた。この理論曲線は水深・波長比が小さい場合に適用されるものであるが、この値が大きい場合に適用される Stokes 波の第 3 次近似解による波高変化の理論曲線や、これまで常用されてきた微小振幅波によるものと比較するとともに、従来の実験結果とも比較検討し、つぎのような結論を得た。

(1) hyperbolic waves の理論式による波高変化の理論曲線は、Stokes 波の第 3 次近似解による波高変化の曲線とほぼ同じ傾向を示す。

(2) 微小振幅波理論によっては説明できない、水深・波長比が小さい場合に、水深の減少とともに波高が急増するという事実を説明することができる。

(3) 従来の実験結果は、実験者によってかなりの相違が見られ、かつ実験値自体にもかなりの変動があるので、今後さらに精度の高い実験を行なう必要がある。

なお、数値計算は京都大学計算センターの KDC-II

によったことを付記する。

参考文献

- 1) U.S. Army Coastal Engineering Research Center : Shore Protection Planning and Design, Technical Report, No. 4, third edition, Department of the Army, Corps of Engineers, 1966, p. A-31.
- 2) Ippen, A.T. and G. Kulin : The Shoaling and Breaking of the Solitary Wave, Proc. 5th Conference on Coastal Engineering, 1954, pp. 27~47.
- 3) Skjelbreia, L. and J. Hendrickson : Fifth Order Gravity Wave Theory, Proc. 7th Conference on Coastal Engineering, 1960, pp. 184~196.
- 4) Le Méhauté, B. and L.M. Webb : Periodic Gravity Waves over a Gentle Slope at a Third Order of Approximation, Proc. 9th Conference on Coastal Engineering, 1964, pp. 23~40.
- 5) Koh, R.C.Y. and B. Le Méhauté : Wave Shoaling, Jour. of Geophysical Research, Vol. 71, No. 8, April, 1966, pp. 2005~2012.
- 6) Wiegel, R.L. : Experimental Study of Surface Waves in Shoaling Water, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 31, 1950, pp. 377~385.
- 7) Iversen, H.W. : Waves and Breakers in Shoaling Water, Proc. 3rd Conference on Coastal Engineering, 1952, pp. 1~12.
- 8) Eagleson, P.S. : Properties of Shoaling Waves by Theory and Experiments, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 37, 1956, pp. 568~572.
- 9) 岩垣雄一・山口正隆 : Stokes 波とクノイド波の適用限界について, 第 14 回海岸工学講演会講演集, 昭 42.10, pp. 8~16.
- 10) Masch, F.D. : Cnoidal Waves in Shallow Water, Proc. 9th Conference on Coastal Engineering, 1964, pp. 1~21.
- 11) Laitone, E.V. : The Second Approximation to Cnoidal and Solitary Waves, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 9, 1961, pp. 430~444.
- 12) 岩垣雄一 : クノイド波に関する研究 (第 4 報) —hyperbolic waves について (1)—, 京大防災研究所年報, 第 10 号 B, 昭 42.3, pp. 1~12.
- 13) Stoker, J.J. : Water Waves, Interscience Pub., Inc., New York, 1957, p. 48.
- 14) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Tables of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959, pp. 1~337.
- 15) 岩垣雄一 : クノイド波に関する研究 (第 2 報) —波速および波長について—, 京大防災研究所年報, 第 8 号, 昭 40.3, pp. 1~9.