

火力発電所よりの放出冷却水の湾内拡散について

林 泰 造*・首 藤 伸 夫**・川 上 克 巳***

1. 緒 言

火力（または原子力）発電所よりの放出冷却水の湾内拡散の問題は thermal pollution（熱汚染）の問題として重要な問題となってきた。

本研究はこの問題の基礎的な場合についての理論研究並びに実験を行なったものであって、従来行なわれてきた数値計算による研究^{1),2)}等と相まつの問題の研究に資せんとしたものである。

2. 現象の基本式

発電所放水口より温度の上昇した冷却水が水面の表層に一定流量で定常的に放出を続けるときの、放流水域内における水の定常流速分布および定常水温分布について考える。

現象の基本式は、境界条件のいかに開せずつぎのようである。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{A_I}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{A_z}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{A_I}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{A_z}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{A_I}{\rho} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{A_z}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\rho = \rho_0(1 - K\theta) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(u\theta) + \frac{\partial}{\partial y}(v\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(w\theta) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\epsilon_I}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\epsilon_I}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\epsilon_z}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに

ρ_0 : thermal pollution も気温の影響も受けてない水（深い所の水）の密度

θ : 上昇水温（深い所の水の温度を基準）（次元は度）

A_I, A_z : それぞれ水平方向および鉛直方向の渦粘性係数

ϵ_I, ϵ_z : それぞれ水平方向および鉛直方向の熱拡散係数

その他の記号の意味は自明であると考えて記述を省略する。上式中に現われる未知量は $u, v, w; p, \rho, \theta$ の6個であり、式の数は(1)~(6)の6個であるから、原理的には(1)~(6)により現象は完全に記述されていることになる。

3. 基本式の簡単化

運動方程式(1),(2)において、加速度項を他項にくらべて無視し、また A_I および A_z を近似的に各定数で考えると、式(1)および(2)の両式はそれぞれ、

$$A_I \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (1')$$

$$A_I \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (2')$$

また、運動方程式(3)において、 w は小さいとして w の入っている項を他項に比べて無視すると、

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g = 0$$

$$\therefore p = \int_{\zeta}^z \rho g dz \quad \dots\dots\dots (3')$$

ただし、 ζ : 水位（無限遠方水面基準、下方を正）

拡散方程式(6)においても、 ϵ_I および ϵ_z を近似的に定数であると考え、式(6)は近似的に、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(u\theta) + \frac{\partial}{\partial y}(v\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(w\theta) = \frac{\epsilon_I}{\rho_0} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \\ &+ \frac{\epsilon_I}{\rho_0} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\epsilon_z}{\rho_0} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (6') \end{aligned}$$

そこで、式(1'),(2'),(3'),(4),(5),(6')の6個の式が基本式となる。

4. 基本6式の水深についての積分

式(1')~(6')の6個の式の中で、微分方程式の形の4個の式を z 方向に水面 ($z=\zeta$) から水底 ($z=d$) まで積分する。まず式(1')は

* 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科
** 正会員 中央大学助教授 同
*** 正会員 中央大学助手 同

$$A_I \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{\zeta}^d u dz + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_{\zeta}^d u dz \right] - \frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^d p dz = 0$$

ただし、上式を得るに当っては、水面と水底とでせん断力が働かないとして、 $A_z [\partial u / \partial z]_{\zeta}^d = 0$ となることを考慮した。

式 (2') から同様の式をうる。つぎに、式 (4) を積分し、水面と水底とで $w=0$ であることを考慮すると式 (4) は

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^d \rho u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta}^d \rho v dz = 0$$

また、式 (6') の積分においては、やはり水面と水底とで $w=0$ であることから $[w \theta]_{\zeta}^d = 0$ 、また水底は十分深くそこでは熱の出入はないとすると $(\partial \theta / \partial z)_{z=d} = 0$ 、また、水面では水表面温度 θ と気温 θ_a との差に比例したものだけ熱量が大气中に逃げるとすると、

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z=\zeta} = -\frac{r}{c_p} (\theta - \theta_a)$$

ただし、 r : 放熱係数、 c_p : 海水の比熱、である。これらのことを考慮して式 (6') を z 方向に水面から水底まで積分すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^d u \theta dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta}^d v \theta dz \\ &= \frac{\epsilon_I}{\rho_0} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{\zeta}^d \theta dz + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_{\zeta}^d \theta dz \right] \\ & - \frac{r}{\rho_0 c_p} (\theta - \theta_a) \end{aligned}$$

そこで、基本式 (1') ~ (6') の 6 個の式はそれぞれつぎのようになる。

$$A_I \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{\zeta}^d u dz + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_{\zeta}^d u dz \right] - \frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^d p dz = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$A_I \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{\zeta}^d v dz + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_{\zeta}^d v dz \right] - \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta}^d p dz = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$p = g \int_{\zeta}^z \rho dz \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^d \rho u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta}^d \rho v dz = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

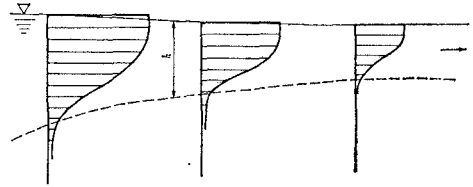
$$\rho = \rho_0 (1 - K \theta) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^d u \theta dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta}^d v \theta dz = \frac{\epsilon_I}{\rho_0} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{\zeta}^d \theta dz \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_{\zeta}^d \theta dz \right] - \frac{r}{\rho_0 c_p} (\theta - \theta_a) \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

5. 流速分布の相似性の仮定および水温分布の相似性の仮定

u, v, θ の各 z 方向の分布をいわゆる躍層の厚さ h に対する比值として表わされた水深に対して、 u は u 同志、 v は v 同志、 θ は θ 同志でそれぞれ相似であると仮定する (図-1)。ただし、 h はいわゆる躍層の厚さである。そこで、

図-1 u の相似分布の 1 例



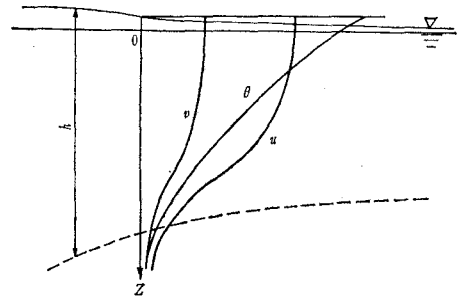
$$u = U(x, y) \cdot F\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$v = V(x, y) \cdot F\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\theta = \theta(x, y) \cdot f\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

とおく。 u, v の変化は同型とし、 θ の変化は u, v のそれとは一般に異なるとしておく (図-2)。

図-2 z 方向に対する u, v の変化と θ の変化



運動方程式 (13), (14), (15) を (7) に代入すると、

$$\begin{aligned} & A_I \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{\zeta}^d U(x, y) \cdot F\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) dz \\ & + A_I \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_{\zeta}^d U(x, y) \cdot F\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) dz - \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \end{aligned}$$

ただし

$$P = \int_{\zeta}^d p dz \quad \dots\dots\dots (16)$$

よって

$$\begin{aligned} & A_I \frac{\partial^2}{\partial x^2} (U \cdot \alpha h) + A_I \frac{\partial^2}{\partial y^2} (U \cdot \alpha h) - \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ & \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ただし

$$\alpha = \int_{\zeta}^d F\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) \frac{dz}{h} = \int_0^{(d-\zeta)/h} F(t) dt \doteq \int_0^{\infty} F(t) dt \quad \dots\dots\dots (18)$$

また、(8) から同様にして

$$\begin{aligned} & A_I \frac{\partial^2}{\partial x^2} (V \cdot \alpha h) + A_I \frac{\partial^2}{\partial y^2} (V \cdot \alpha h) - \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ & \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

連続方程式 式 (13), (14), (15) を (10) に代入すると、若干の計算の後、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} (U \cdot \alpha h) + \frac{\partial}{\partial y} (V \cdot \alpha h) = \eta \frac{K}{\rho_0} \left[\frac{\partial}{\partial x} (U h \theta) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y} (V h \theta) \right] \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

をうる。ただし

$$\eta = \int_{\zeta}^d F\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) \cdot f\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) \frac{dz}{h} = \int_0^{(d-\zeta)/h} F(t) \cdot f(t) dt$$

$$\doteq \int_0^{\infty} F(t) \cdot f(t) dt \quad \dots\dots\dots (21)$$

拡散方程式 式(13)~(15)を(12)に代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial x}(U\theta \cdot \eta h) + \frac{\partial}{\partial y}(V\theta \cdot \eta h)$$

$$= \frac{\varepsilon_I}{\rho_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\theta \beta h) + \frac{\varepsilon_I}{\rho_0} \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\theta \beta h)$$

$$- \frac{\tau}{\rho_0 c_p}(\theta - \theta_a) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ただし

$$\beta = \int_{\zeta}^d f\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) \frac{dz}{h} = \int_0^{(d-\zeta)/h} f(t) dt \doteq \int_0^{\infty} f(t) dt$$

$$\quad \dots\dots\dots (23)$$

P の式 式(13)~(15)を(9)に代入し、(11)を考慮すると、若干の計算の後、

$$P(z) = \rho_0 g \frac{1}{2}(z-\zeta)^2 - K\theta gh^2 G\left(\frac{z-\zeta}{h}\right)$$

$$\quad \dots\dots\dots (24)$$

をうる。ただし

$$G\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) = \int_{\zeta}^z \int_{\zeta}^s f\left(\frac{s-\zeta}{h}\right) \frac{ds}{h} \frac{dz}{h} \quad \dots\dots\dots (25)$$

躍層下部の水は動かないとする条件式 躍層内の水は動いても、躍層より十分下方の水は静止していることがこの現象の大きな1つの特徴である。躍層より十分下部の水が静止する条件は

$$(\partial p / \partial x)_{z=\infty} = 0 \quad \text{および} \quad (\partial p / \partial y)_{z=\infty} = 0$$

$$\quad \dots\dots\dots (26)$$

によって与えられるので、これらの式に

$$p = \int_{\zeta}^z \rho g dz = \int_{\zeta}^z (\rho_0 - K\theta) g dz$$

$$= \rho_0 g(z-\zeta) - K\theta gh \int_{\zeta}^z f\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) \frac{dz}{h}$$

を代入すると、

$$\rho_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + K\alpha \frac{\partial}{\partial x}(\theta h) = 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \zeta}{\partial y} + K\alpha \frac{\partial}{\partial y}(\theta h) = 0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

式(27)と(28)とを積分し、

$$x = \infty \quad \text{で} \quad \theta = \theta_a, \quad \zeta = 0, \quad h = h_0 \quad \dots\dots\dots (28 \cdot a)$$

(ただし h_0 は放水口より十分離れた断面における躍層の厚さ)であることを考慮して積分定数を定めると、

$$\rho_0 \zeta + K\alpha \theta h = K\alpha \theta_a h_0$$

$$\therefore \zeta = -\frac{1}{\rho_0} K\alpha (\theta h - \theta_a h_0) \quad \dots\dots\dots (29)$$

基本式の総括 以上導かれた基本式を一括して記せばつぎのようである。

$$A_I \alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2}(Uh) + A_I \alpha \frac{\partial^2}{\partial y^2}(Uh) - \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

$$\quad \dots\dots\dots (17)$$

$$A_I \alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2}(Vh) + A_I \alpha \frac{\partial^2}{\partial y^2}(Vh) - \frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

$$\quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\alpha \frac{\partial}{\partial x}(Uh) + \alpha \frac{\partial}{\partial y}(Vh) = \eta \frac{K}{\rho_0} \left[\frac{\partial}{\partial x}(U\theta) + \frac{\partial}{\partial y}(V\theta) \right] \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\eta \frac{\partial}{\partial x}(U\theta h) + \eta \frac{\partial}{\partial y}(V\theta h) = \frac{\varepsilon_I}{\rho_0} \beta \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\theta h) + \frac{\varepsilon_I}{\rho_0} \beta \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\theta h) - \frac{\tau}{\rho_0 c_p}(\theta - \theta_a) \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$P = \rho_0 g \frac{1}{2}(z-\zeta)^2 - K\theta gh^2 G\left(\frac{z-\zeta}{h}\right) \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\zeta = -\frac{1}{\rho_0} K\alpha (\theta h - \theta_a h_0) \quad \dots\dots\dots (29)$$

上式中に現われている未知量は $U, V, P, \theta, h, \zeta$ の6個、方程式は6個、よってこれら6個の式をとけばよいはずである。

6. Uh および Vh の第1近似

$$K\theta / \rho_0 \equiv 4\rho / \rho_0 \ll 1$$

であるから、連続方程式(20)において右辺を左辺の各項にくらべて無視すると、

$$\alpha \frac{\partial}{\partial x}(Uh) + \alpha \frac{\partial}{\partial y}(Vh) = 0 \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここで、次式で定義されるような一種の流れの関数 Ψ を導入すると、明らかに Ψ は(30)を満足するものになる。

$$\left. \begin{aligned} \partial \Psi / \partial y &= \alpha Uh \\ -\partial \Psi / \partial x &= \alpha Vh \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (31)$$

一方、運動方程式(17)と(19)とから P を消去すると、

$$\frac{\partial^3(Uh)}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3(Uh)}{\partial y^3} - \frac{\partial^3(Vh)}{\partial x^3} - \frac{\partial^3(Vh)}{\partial y^2 \partial x} = 0$$

上式に(31)を代入すると、

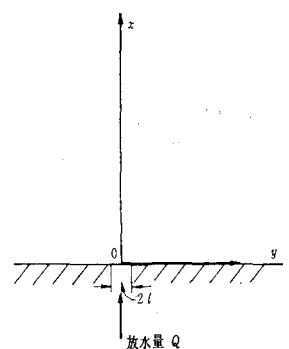
$$\frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Psi}{\partial y^4} = 0 \quad \dots\dots\dots (32)$$

いま、考える水域としては図-3のような半無限水域を考え、その水深はいずれの点においてもその躍層の厚さにくらべて十分大きいものとする。また冷却水の取水は同図には示されていない別の水域から行なわれる場合を

考え、取水の影響は全く切り離して考えることにする。

そうすると、この場合

図-3 考える水域



の式 (32) に対する境界条件は

$x=0$ において

$$\left. \begin{aligned} \alpha Uh &= Q/2l, \alpha Vh = 0 \quad (-l \leq y \leq l \text{ に対して}) \\ \alpha Uh &= 0, \alpha Vh = 0 \quad (y > l \text{ および } y < -l \text{ に対して}) \end{aligned} \right\}$$

.....(33)

となる。この境界条件のもとに式 (32) をとくわけであるが、このような場合の解は高野博士が求めており³⁾、(ただし、 αUh , αVh はそれぞれ U, V となっており、従属関数の形はいくら違う)、つぎようになる。

$$\psi = \frac{1}{\pi} \frac{Q}{2l} \left[(y+l) \tan^{-1} \frac{y+l}{x} - (y-l) \tan^{-1} \frac{y-l}{x} \right] \dots\dots\dots(34)$$

したがって、

$$\alpha Uh = \frac{1}{\pi} \frac{Q}{2l} \left[\tan^{-1} \frac{y+l}{x} + \frac{(y+l)/x}{1 + \{(y+l)/x\}^2} - \tan^{-1} \frac{y-l}{x} - \frac{(y-l)/x}{1 + \{(y-l)/x\}^2} \right] \dots\dots\dots(35)$$

$$\alpha Vh = \frac{1}{\pi} \frac{Q}{2l} \left[\frac{1}{1 + \{(y-l)/x\}^2} - \frac{1}{1 + \{(y+l)/x\}^2} \right] \dots\dots\dots(36)$$

をうる。放水口より十分離れたところでは $l \ll x$ なので、そのようなところを対象にする場合には、上2式はそれぞれ

$$\alpha Uh = \frac{2Q}{\pi} \frac{1}{\{1 + (y/x)^2\}^2} \cdot \frac{1}{x} \dots\dots\dots(37)$$

$$\alpha Vh = \frac{2Q}{\pi} \frac{y/x}{\{1 + (y/x)^2\}^2} \cdot \frac{1}{x} \dots\dots\dots(38)$$

したがって、

$$U = \frac{2Q}{\pi} \frac{1}{\{1 + (y/x)^2\}^2} \cdot \frac{1}{\alpha h} \cdot \frac{1}{x} \dots\dots\dots(37')$$

$$V = \frac{2Q}{\pi} \frac{y/x}{\{1 + (y/x)^2\}^2} \cdot \frac{1}{\alpha h} \cdot \frac{1}{x} \dots\dots\dots(38')$$

7. θ の第1近似

拡散方程式 (22) の中で、熱拡散の項は熱伝達の項にくらべてかなり小さいはずであるので、これを無視すると、

$$\eta \frac{\partial}{\partial x} (U \theta h) + \eta \frac{\partial}{\partial y} (V \theta h) = - \frac{r}{\rho_0 c_p} (\theta - \theta_a) \dots\dots\dots(39)$$

上式に式 (37) および (38) を代入すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\eta}{\alpha} \frac{2Q}{\pi} \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right\}^2} \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\eta}{\alpha} \frac{2Q}{\pi} \frac{y/x}{\left\{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right\}^2} \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ & \times \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial y} = - \frac{r}{\rho_0 c_p} (\theta - \theta_a) \dots\dots\dots(40) \end{aligned}$$

この1階偏微分方程式を積分し、

$$x=0 \text{ で } \theta = \theta_0 \dots\dots\dots(41)$$

とすれば、式 (40) の解として次式をうる。

$$\theta = \theta_a + (\theta_0 - \theta_a) \exp \left[- \frac{r}{\rho_0 c_p} \frac{\alpha}{\eta} \frac{\pi}{4Q} \left\{ 1 + \left(\frac{y}{x} \right)^2 \right\}^2 \cdot x^2 \right]$$

.....(42)

この式から等温

線は次式で与えられる。

$$\{1 + (y/x)^2\}^2 \cdot$$

$$x^2 = \text{const.}$$

これを書直すと

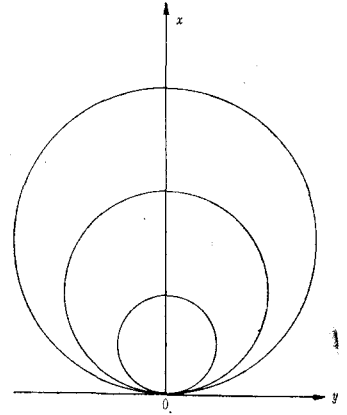
$$(x^2 + y^2)^2$$

$$= Cx^2 \dots\dots$$

...(42・a)

となり、図-4 のような円群となる。

図-4 水面における等温線



8. 躍層の厚さ h の第1近似

式 (37), (38) をそれぞれ (17) および (19) に代入すると、両式はそれぞれ、

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -A_l \frac{4Q}{\pi} \frac{1 - 3(y/x)^2}{\{1 + (y/x)^2\}^2} \cdot \frac{1}{x^3} \dots\dots\dots(43)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -A_l \frac{4Q}{\pi} \frac{(y/x) \{3 - (y/x)^2\}}{\{1 + (y/x)^2\}^3} \cdot \frac{1}{x^3} \dots\dots\dots(44)$$

となる。この式 (43), (44) を積分し、

$$x = \infty \text{ で } \zeta = 0, \theta = \theta_a, h = h_0 \dots\dots\dots(45)$$

であるべきことを考慮して積分常数を定めると、

$$\begin{aligned} P(\zeta) &= \frac{1}{2} \rho_0 g \zeta^2 - K \theta_a g h_0^2 G \left(\frac{\zeta}{h_0} \right) \\ &+ A_l \frac{2Q}{\pi} \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \dots\dots\dots(46) \end{aligned}$$

となる。(46) は (24) と同一のものでなければならないので、この2者を等置すると、

$$\begin{aligned} & \rho_0 g \frac{1}{2} (\zeta - \zeta_0)^2 - K \theta g h^2 G \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{h} \right) \\ &= \frac{1}{2} \rho_0 g \zeta^2 - K \theta_a g h_0^2 G \left(\frac{\zeta}{h_0} \right) \\ &+ A_l \frac{2Q}{\pi} \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned}$$

上式中の ζ に (29) を代入し、 $(K \theta / \rho_0)^2 = (\Delta \rho / \rho_0)^2 \ll 1$ として $(K \theta / \rho_0)^2$ の大きさの項だけを無視し、整理すると上式は

$$\begin{aligned} & \theta h \left[z - \frac{1}{\beta} G \left(\frac{z}{h} \right) \cdot h \right] = \theta_a h_0 \left[z - \frac{1}{\beta} G \left(\frac{z}{h_0} \right) \cdot h_0 \right] \\ & + \frac{2 A_l Q}{\beta g \pi K} \cdot \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \dots\dots\dots(47) \end{aligned}$$

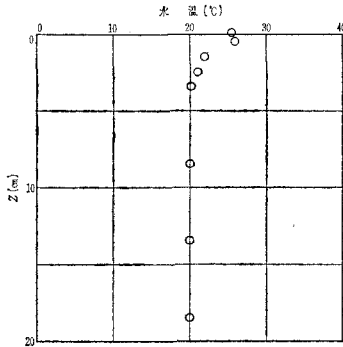
となる。これから h が求められる。関数 G の形については次節において示される。

9. u, v の z 方向分布形状 $F \left(\frac{z - \zeta}{h} \right)$ および

$$\theta \text{ の } z \text{ 方向分布形状 } f \left(\frac{z - \zeta}{h} \right)$$

図-5 は温水放出によってつくられた z 方向の水温分布の1例であるが、水温の分布は z 方向に対して e のべき的であると認められる。

図-5 鉛直方向の水温分布の1例(実験)



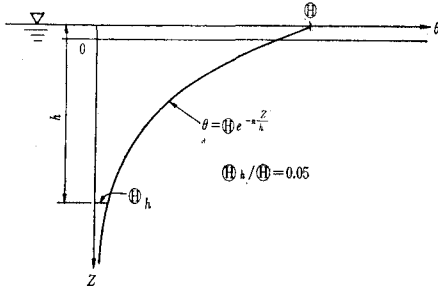
水面から単位面積、単位時間当りに $r(\theta - \theta_a)$ で表わされる熱量が空气中に拡散することから考えても、 θ の z 方向の分布は e のべき的になると考えるのが自然であろう。そこで θ の分布を

$$\theta = \theta_a \exp[-n(z - \zeta)/h] \quad \dots\dots\dots (48)$$

と仮定する。ただし、 n は定数、 h はこれまで通り躍層の厚さである。したがって、

$$f\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) = e^{-n \frac{z - \zeta}{h}} \quad \dots\dots\dots (49)$$

図-6 躍層の厚さの工学的定義(試案)



いま、躍層の深さ h における θ を θ_h (図-6) とおくと、

$$\theta_h / \theta_a = 0.05 \quad \dots\dots\dots (50)$$

となるような n を (49) から求めると、

$$n = 3.00$$

となる。よって、 f を

$$f\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) = e^{-3 \frac{z - \zeta}{h}} \quad \dots\dots\dots (51)$$

とおく。この結果、

$$\beta = \int_{\zeta}^{\infty} f\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) \frac{dz}{h} = \int_0^{\infty} e^{-3t} dt = \frac{1}{3} \quad \dots\dots\dots (52)$$

$$\begin{aligned} \varphi\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) &= \int_{\zeta}^z f\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) \frac{dz}{h} = \int_0^{\frac{z - \zeta}{h}} e^{-3t} dt \\ &= \frac{1}{3} \left(1 - e^{-3 \frac{z - \zeta}{h}}\right) \quad \dots\dots\dots (53) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G\left(\frac{z}{h}\right) &= \int_{\zeta}^{z+\zeta} \varphi\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) \frac{dz}{h} = \int_0^{z/h} \frac{1}{3} (1 - e^{-3t}) dt \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{z}{h} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} e^{-3 \frac{z}{h}}\right) = \frac{1}{3} \left(\frac{z}{h} - \frac{1}{3}\right) \quad \dots\dots\dots (54) \end{aligned}$$

つぎに u, v の分布形状 $F(z - \zeta/h)$ であるが、これはこの理論のはじめにおいて、水面ではせん断力が0であることを仮定したから、水面で $\partial u / \partial z = \partial v / \partial z = 0$ でなければならない。よって

$$\begin{aligned} F\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) &= \begin{cases} 1 + a\left(\frac{z - \zeta}{h}\right)^2 + b\left(\frac{z - \zeta}{h}\right)^3 + c\left(\frac{z - \zeta}{h}\right)^4 & 0 \leq z - \zeta \leq h \\ 0 & h < z \end{cases} \quad \dots\dots\dots (55) \end{aligned}$$

と仮定し、

$$\left. \begin{aligned} z = \zeta & \quad \text{で} \quad F = 0, \quad F' = 0 \\ z = h + \zeta & \quad \text{で} \quad F = 0, \quad F' = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (56)$$

となるように a, b をきめると、

$$\left. \begin{aligned} a &= -3 + c \\ b &= 2 - 2c \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (57)$$

c はまだ未定である。式 (56) の条件を満たさせるだけのためならば F を3次式で表わせばよいので、その場合には2つの定数 a, b はデフィニットに定められるのであるが、次節10の条件をも受け入れうるように F を4次式で表わし、未定定数を1つ残すようにした。式 (57) を (55) に代入すると、

$$\begin{aligned} F\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) &= \begin{cases} 1 + (c - 3)\left(\frac{z - \zeta}{h}\right)^2 + (2 - 2c)\left(\frac{z - \zeta}{h}\right)^3 + c\left(\frac{z - \zeta}{h}\right)^4 \\ 0 \end{cases} \\ & \quad 0 \leq z - \zeta \leq h \\ & \quad h < z \quad \dots\dots\dots (58) \end{aligned}$$

そうすると、

$$\begin{aligned} \alpha &= \int_{\zeta}^{\infty} F\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) \frac{dz}{h} = \int_0^1 [1 + (c - 3)t^2 + (2 - 2c)t^3 \\ & \quad + ct^4] dt = \frac{1}{2} + \frac{c}{30} \quad \dots\dots\dots (59) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta &= \int_{\zeta}^{\infty} F\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) \cdot f\left(\frac{z - \zeta}{h}\right) \frac{dz}{h} = \int_0^1 e^{-3t} [1 \\ & \quad + (c - 3)t^2 + (2 - 2c)t^3 + ct^4] dt = -\frac{10}{27} e^{-3} \\ & \quad + \frac{7}{27} + c\left(\frac{2}{81} - \frac{26}{81} e^{-3}\right) \quad \dots\dots\dots (60) \end{aligned}$$

10. α と η との間に存在すべき関係式

α の大きさと η の大きさは独立には変わりえない。すなわち、 α と η とをしばる1つの関係式があるのでそれを考える。

放水口より放出される全熱量は

$$\begin{aligned} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{\zeta}^d \theta u dz dy \right]_{x=0} &= \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{\zeta}^d \theta f \left(\frac{z-\zeta}{h} \right) \cdot \right. \\ &UF \left(\frac{z-\zeta}{h} \right) dz dy \left. \right]_{x=0} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} h \theta U \eta dy \right]_{x=0} \\ &= \eta \left[\int_{-\infty}^{\infty} h U \cdot \theta dy \right]_{x=0} \end{aligned}$$

であって、これは放流全熱量 $\theta_0 Q$ に等しくならねばならない。したがって、

$$\eta \left[\int_{-\infty}^{\infty} h U \cdot \theta dy \right]_{x=0} = \theta_0 Q$$

上式左辺中の hU に式 (37) を、また θ に式 (42) を代入して後、上式左辺の積分を行なうと、上式は

$$\frac{\eta}{\alpha} \frac{2Q}{\pi} \theta_0 \pi = \theta_0 Q$$

よって

$$\eta/\alpha = 1/2 \dots\dots\dots (61)$$

をうる。したがって、このような関係が α と η との間に成立っていなければならない。

11. 再び u, v の z 方向分布形状 $F\left(\frac{z-\zeta}{h}\right)$ について

F の形状を式 (58) のように仮定したが、 α と η の関係が式 (61) で結ばれるためには、式 (59) と (60) とから、

$$\frac{1}{2} + \frac{c}{30} = 2 \left[-\frac{10}{27} e^{-3} + \frac{7}{27} + c \left(\frac{2}{81} - \frac{26}{81} e^{-3} \right) \right]$$

よって、 $c = 1.151 \dots\dots\dots (62)$

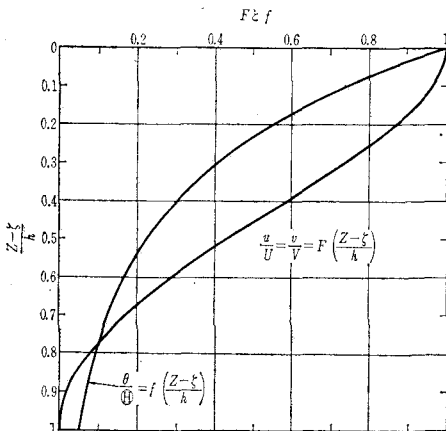
であることが必要である。そこでこれを式 (57) に代入すると、

$$a = -4.151, \quad b = 4.302$$

ゆえに (55) より、

$$F(t) = \begin{cases} 1 - 4.151 t^2 + 4.302 t^3 - 1.151 t^4 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases} \dots\dots\dots (63)$$

図-7 $f\left(\frac{z-\zeta}{h}\right)$ および $F\left(\frac{z-\zeta}{h}\right)$



また、式 (62) を (59), (60) に代入することにより、

$$\alpha = 0.462, \quad \eta = 0.231 \dots\dots\dots (64)$$

図-7 は式 (51) および (63) により表わされた $f(z-\zeta/h)$ および $F(z-\zeta/h)$ を図示したものである。

12. 躍層の厚さ h の第1近似

式 (54) の $G(z/h)$ および同様の式 $G(z/h_0)$ を式 (47) に代入すると、

$$\theta \frac{h^2}{3} = \theta_a \frac{h_0^2}{3} + \frac{6 A_f Q}{g \pi K} \cdot \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$$

よって、

$$\begin{aligned} h &= h_0 \sqrt{1 + \frac{18 A_f Q}{g \pi h_0^2 K \theta_a} \cdot \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{\theta_0 - \theta_a}{\theta_a} \exp \left[-\frac{r}{\rho_0 c_p} \frac{\pi}{2Q} \left\{ 1 + \left(\frac{y}{x} \right)^2 \right\} x^2 \right]} \end{aligned} \dots\dots\dots (65)$$

特に、中心線上 ($y=0$) の躍層の厚さの変化は、

$$\begin{aligned} (h)_{y=0} &= h_0 \sqrt{1 + \frac{18 A_f Q}{g \pi h_0^2 K \theta_a} \cdot \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{\theta_0 - \theta_a}{\theta_a} \exp \left[-\frac{r}{\rho_0 c_p} \frac{\pi}{2Q} x^2 \right]} \end{aligned} \dots\dots (66)$$

13. 放 熱 係 数

放水口より放出されつづける熱量と海面より逸散する熱量との最終的な平衡の状態を求めることが本研究の目的であるから、海面より逸散する熱量をできるだけ正確に推定する必要がある。

海面 (ただし単位面積当りの) より逸散する熱量として考えられるものはつぎの3つである。

Δq_1 : 輻射 (Back radiation) によるもの

Δq_2 : 海面に接する空気の大気による熱伝達によるもの

Δq_3 : 海水の水蒸気化により失われる潜熱

この内、まず Δq_1 については Stefan-Boltzmann の法則により、

$$\Delta q_1 = a \sigma (T^4 - T_e^4) \dots\dots\dots (67)$$

よって

$$\Delta q_1 \approx a \sigma \cdot 4 T_{mean}^3 \cdot \Delta t$$

ここに σ はステファン・ボルツマンの定数、 a は大気の透過係数で、

$$\sigma = 5.55 \times 10^{-5} \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{deg}^4$$

$$= 1.324 \times 10^{-12} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{deg}^4$$

$$a \approx 0.9$$

T は絶対温度である。温度上昇にともなう海面の平均温度としても 20°C とすると、 $T_{mean} = 273 + 20 = 293^\circ$ となる。また Δt は海面の温度上昇量 ($^\circ\text{C}$) である。したがって、

$$\begin{aligned} \Delta q_1 &= 0.9 \times 1.324 \times 10^{-12} \times 4 \times 293^3 \Delta t \\ &= 120.2 \times 10^{-6} \Delta t \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \end{aligned}$$

$$=1.202 \Delta t \text{ cal/m}^2 \cdot \text{sec} \dots\dots\dots(68)$$

また、 Δq_2 は Востржел (パストルジェル)⁴⁾ によると、

$$\Delta q_2 = \alpha \Delta t \dots\dots\dots(69)$$

で、 $\alpha = 0.35(295 + 72w) \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{day} \cdot ^\circ\text{C} \dots\dots\dots(70)$

ただし、 w は海面上の風速 (m/s) である。

また、 Δq_3 も同じくパストルジェルによれば、

$$\Delta q_3 = r \beta \Delta p$$

ただし

r : 気化の潜熱 (580 kcal/kg)

β : 水蒸気拡散係数 $\beta = 295 + 72w (\text{kg/m}^2 \cdot \text{day} \cdot \text{atm})$

Δp : 水面における蒸気圧と大気中における蒸気圧との差 (atm)

そして

$$\begin{aligned} \Delta p &= (0.636 t_{mean} + 2.38) \times 10^{-4} \Delta t \\ &= (0.636 \times 20 + 2.38) \times 10^{-4} \Delta t \\ &= 1.510 \times 10^{-3} \Delta t \text{ atm} \end{aligned}$$

よって

$$\Delta q_3 = 580 \times (295 + 72w) \times 1.510 \times 10^{-3} \Delta t \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{day} \dots\dots\dots(71)$$

そこで、式 (68), (69)・(70), および (71) によりいろいろな風速に対する r の値 (合計の欄) を計算するとつぎのようになる。

内 訳	$r \text{ (cal/m}^2 \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C)}$		
	$w=0$	$w=2 \text{ m/s}$	$w=4 \text{ m/s}$
輻射によるもの	1.202	1.202	1.202
空気対流によるもの	1.195	1.777	2.360
水蒸気化によるもの	2.995	4.44	5.90
合 計 (=r)	5.392	7.419	9.462

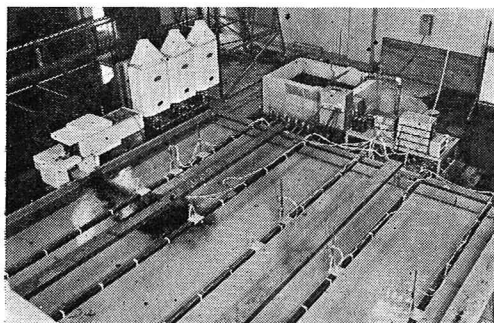
また、式 (42) の中に表われる ρ_0 および c_p は、たとえば塩分濃度 35% の海水に対して、

$$\rho_0 = 1.026 \text{ gr/cm}^3, \quad c_p = 0.932 \text{ cal/gr} \cdot ^\circ\text{C}$$

14. 実 験

中大水理実験棟内の平面水槽 (12×5.6×0.5 m, 2側面ガラス張り) を使用して実験を行なった (写真-1)。

写真-1 実 験 装 置



同写真に見られるように、短辺 (5.6 m の辺) の中央に放水口 (5.3×5.3 cm) をつくり、3 台の温水装置 (プロパンガス使用) を通って計量、計温された温水をこの放水口より定常的に放出させた。平面水槽内水深はすべての実験において 45 cm とし、放水口敷面を水槽底面より高さ 40 cm のところにとりつけた。したがって、放水口先端は水槽内水面にほとんど一致する。放出流量は多くの場合 0.19 l/s としたが、この流量および平面形の大きさは、一応仮想の実物寸法を想定してその 1/150 (したがって Froude の相似律を用いて、流量の縮尺は 1/272,000, 時間の縮尺は 1/12.25 となっている) として定めたものである。しかし、水深、地形の影響は本研究においては一応取り除きたいと思ったので、模型としては十分深くし (45 cm)、また放出水の上昇温度は、模型実験の相似律から与えられる 10°C 内外のものと、その他に温度差を誇張して 20°C 位にした場合の実験を行なった。

水槽内の水温分布測定のために 50 本のサーミスタを必要個所に挿入し、これらをいずれもロガーに連絡した。このロガーが 50 点の水温をほとんど同時に走査し、AD 変換器によってロガーのもつコンピューターに入れ、水温分布をデータとしてタイプに打ち出すようにした。

水温測定はこのようにして十分正確に行なえたものとするが、他面流速分布の測定には困難した。結局、最後には、放水口から色素を流して躍層内の最大流速のようなものを各地点々々で求めるという方法によることとした。

放出水の拡散状況は、上述のように色素を流す方法と、小さな紙片を水面に浮せておく方法とにより観測し、これを水槽上方より写真撮影することにより記録した。

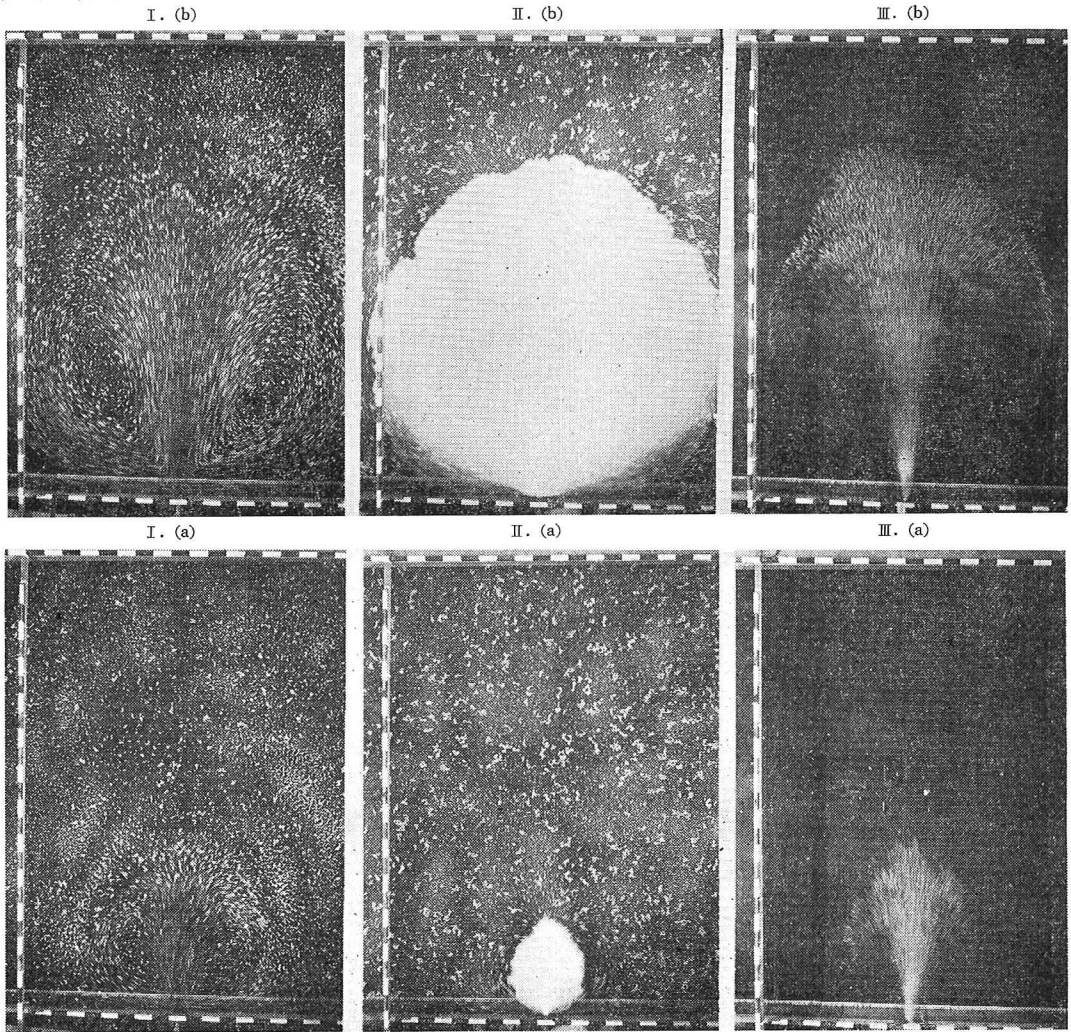
15. 実 験 結 果

拡散の流況 写真-2 は実験の 1 例を示すものであって、流量、温度、寸法、放流時間については実験の条件はすべて互いに各同一である。異なるのはただその記録方法だけであって、Ⅰは小紙片をあらかじめ水面上に浮かせておいて放流した場合、Ⅱは放流水をあらかじめ白く着色しておいた場合、Ⅲは放流すべき温水の水面上にあらかじめ紙片を浮かせておいてこれを放流した場合、のものである。そして Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ の各 (a) は放流をはじめてから 1 分後、各 (b) は放流をはじめてから 5 分後の状況である。

Ⅰから、水面では水流は放流水の慣性により普通の噴流 (温度差のない水の噴流) の時のような状態で拡がろうとするのが、これにまわりの表面の水が丸く吸いよせられ連行されていることが認められる。

写真-2 拡散の状況

(放流量 0.19 l/s, 温度差 20.0°C (a) は放流開始後 1 min, (b) は放流開始後 5 min の状況, スケール寸法は各白線長が 20 cm, 各黒線長も同じ)



しかし、このような水の動きは水面上にのみ限られており、水面より 1 mm でも下に入ると水の動きは全く変わり、II に示されるようになる。着色された温水是表面下のかなり薄い“表層”（厚さ数 mm 程度）をなし、放水口を接点とするほぼ円形状に四方に拡がってゆく。このように、通常の噴流の場合よりも幅広く y 方向（放流と直角の方向）にも拡がってゆく主たる原因は y 方向の温度勾配よりつくられる y 方向の圧力勾配 $\partial p / \partial y$, したがって y 方向の水面勾配 $\partial \zeta / \partial y$ によるものであると思われる。

このように考えると、放出冷却水の拡散状況を示す代表的なものは II であって、I または III は水面上の流況という特殊なもののみを示すものと考えねばならないように思われる。水面よりごくわずかな下において最も横方向の拡がりの傾向が大きくなっていることの原因は、既述の理論により説明することができるが、さらに概念的に

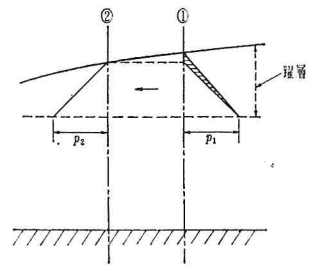
は図-8 のようにして理解することができよう。同図に

において、躍層下部の水は静止しているとすれば $p_1 = p_2$ でなければならない。このため温度の高い（したがって密度の小さい）①の断面の水圧分布と、②の断面の水圧分布との間に横線を施しただけの差を生ずることになる

が、その差の最大値は水面よりすぐ下において生じており、このため水面よりすぐ下の水が横方向に最も動きやすくなる。

水温分布 図-9 (a), (b), (c) は所定の流量を放流しはじめて 3 分後におけるそれぞれ水面、水面下 5 mm,

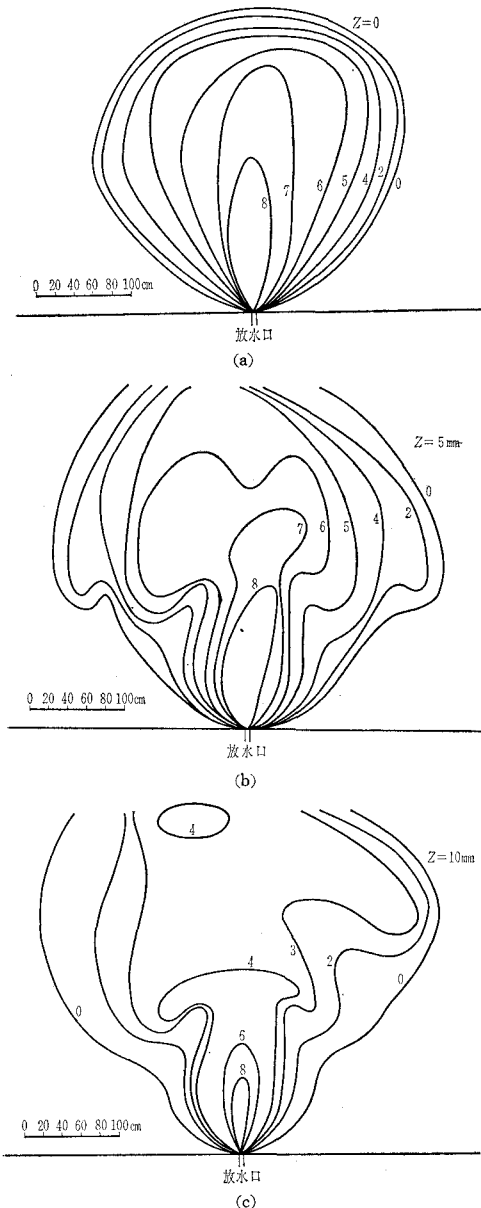
図-8 躍層内の圧力差



および水面下 10 mm における等水温線の 1 例を画いたものである。放水口付近の状況はかなり定常状態に近いものと考えられるが、理論解から与えられるものは図-4 のような円群であって、水面上ではまだしもであるが、水面下 5 mm, 10 mm となると、この理論ではまだ到底説明できないような複雑な形を示している。ただ、前項においても述べたように $\partial p/\partial y$ および $\partial p/\partial x$ の項のため、水面上より水面下の方(図の (b) および (c)) が水温上昇線が横にも縦にも広がっている。

図-9 等 温 線

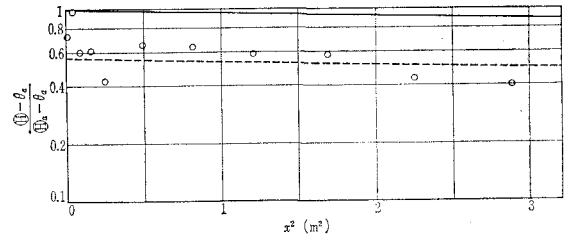
($Q=0.19 \text{ l/s}$, $\theta_0=45.0^\circ\text{C}$, $\theta_a=25.5^\circ\text{C}$, 放流開始後 3 min の状況)



中心線上 ($y=0$) の水面の水温 図-10 の丸印は実験値, 実線は式 (42) による理論値を示す。横軸に対

図-10 中心線上の水面の水温

($Q=0.19 \text{ l/s}$, $\theta_0=33^\circ\text{C}$, $\theta_a=20^\circ\text{C}$, 放流開始後 7 min の状況)



する理論値の勾配は実験値の傾向とかなり近いが、放水口付近 ($x^2=0$ の付近) では実験値は短い距離の間に理論値にくらべて急激に減少している。これは放水口よりの放流水が周囲の温水を連行する際の混合作用(理論にはとり入れていない)の結果によるものと思われる。そこで、放水口出口の表面水温を実験値に合うような値に定めて、その点から式 (42) により定められる理論値を画いたものが同図中の破線である。このようにして画かれる理論解は実験とかなりよく一致しているものであることが認められる。

U, V の分布 白く着色した温水の拡がりの速度を測定することにより U, V を求めた。図-11 はその測

図-11 U, V の測定チャートの 1 例

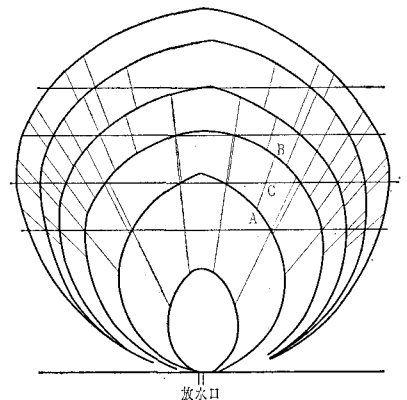
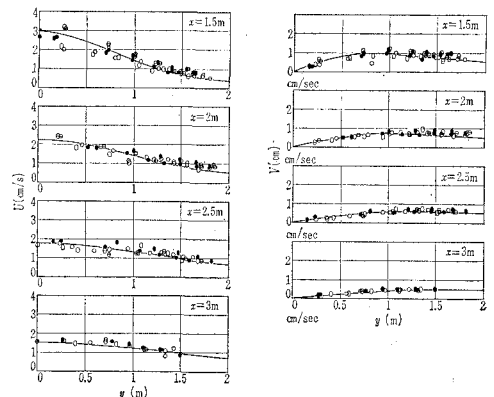


図-12 流速の分布

($Q=0.19 \text{ l/s}$, $\theta_0=44^\circ\text{C}$, $\theta_a=23.5^\circ\text{C}$ の場合)

(a) U の分布 (b) V の分布



定チャートの1例を示すもので、 AB の間を拡がるに要する時間を測定することにより、 $A \rightarrow B$ の平均速度を算出し、その x および y 方向の成分をもって点 C におけるそれぞれ U および V とした。図-12(a)および(b)はそれぞれ U および V の実験値を示す。同図中の曲線は式(37')および(38')による理論曲線である。ただしこれらの理論においては躍層の厚さ h を近似的に一樣とし、実験値にもとづいて $h=0.58$ cmとした。図-12に見られるように、放水口にきわめて近い断面を除いては理論と実験の一致は非常によい。

14. 結 び

本研究の理論的考察においては、その現象および数学的取り扱いの複雑さのゆえに、いくつかの仮定を設けざるを得なかったが、それらの仮定の範囲をはっきりさせておくことはこの問題の今後の研究にとってきわめて必要なことであるから、これを要約して記すとつぎのようになる。

本研究は要するに、放水口出口で冷却水が自己の浮力のために海面の表層に周りの水との混合なしに、自己の状態に応じた躍層の厚さをもって、滑るように放出された場合を対象とした条件で研究したものに当る。

したがって、水温を低下させる要素としては、水面から大気中に放散する放熱の要素のみを考えており、周りや深い所の水との混合により水温が低下するという要素は

いっさい考えていない。しかし、後者の要素は実際には無視することのできない大きな要素であり、この要素を今回の取り扱いにおいてはとり上げてないという点で、本研究結果はかなり安全側のもの(大き目のもの)になっているはずであり、さらに正確な値をうるためには実測および理論的研究をつみ上げてゆく必要があると思われる。

〔付記〕 本研究の途次、東京大学海洋研究所 高野健三博士より有益な御討議を戴いた。記して深謝の意を表す。また、当時学生であってこの実験に熱心に協力された関田光延(現在東京都下水道局勤務)および斎藤孝夫(現在鉄建建設株式会社勤務)の両君にも感謝する。

なお、実験の計画、および実験遂行の前半は服部昌太郎助教授がそれに当たったことを付記する。

引用文献

- 1) 千秋信一・和田明: Thermal diffusion of cooling water from power station into the stratified sea basin, Proc. IAHR, Leningrad 1965.
- 2) 和田明・中川友康・片野尚明: 入江内における冷却水取放水に関する研究, 土木学会海岸工学講演集, 1965年, p. 143, など.
- 3) 高野健三: On the velocity distribution off the mouth of a river, 日本海洋学会誌, 第10巻, 第2号, 1954年, 6月, p. 60.
- 4) Г.В. Востржел: К Методике Гидротермического Расчета Прудовохладителей, Известия Б.Н.И.И.Г. Том 69, 1962. (これの中村宏氏による抄訳が土木学会誌, 49巻6号にある。また富樫利男氏による全訳もある)。