

2 層流境界面抵抗係数の一例

金子 安雄*

1. はしがき

河口に侵入する海水は、外海潮汐の干満、河川水量、河海両水の密度差などによって河口からかなり上流まで遡上し種々の災害を起こしているが、このうち最も重要なものは、工業用、農業用の水の汚染、ならびに港湾の埋没問題である。特に河口を航路および泊地として利用する河口港においては河口底層に侵入する海水の存在が河川流送物質を沈殿堆積させる重要な要素となっていることは多くの観測から報告されている。したがって河口港の水深維持に関しては、河口底層に侵入する海水の規模ならびにその性質を知ることが非常に重要なことである。

河口にくさび状に侵入する海水の距離すなわち塩水くさびの長さ、形状の計算は、Schijf & Schönfeld¹⁾, Farmer & Morgan²⁾, 浜田³⁾などによって得られているが、式を解にあたっては、くさび境界面に働くせん断応力を知らなければならない。そのうえせん断応力すなわち境界面摩擦抵抗係数値のとり方によってくさびの長さは相当変化する。したがってその見積りには十分な考慮を必要とする。

一方密度流の境界面の抵抗係数については、Keulegan⁴⁾, Ippen & Harleman⁵⁾, Lofquist⁶⁾, 浜田・岩崎⁷⁾, 椎貝⁸⁾などその他多くの人達によって研究がなされており、その性質、大きさが解明されている。けれどもこれらの研究は理論または小水路での実験値であり、たとえ摩擦抵抗係数はレイノルズ数の関数で表現されても、レイノルズ数の大きな現地河口での抵抗係数との傾向は異なるであろうと考えられる。

この報告は、1965 年 12 月～66 年 3 月にかけて富山県伏木港の埋没調査の一環として行なった、塩水くさびの観測資料から境界面摩擦抵抗係数を算出し、筆者が別途に行なった密度流の実験から得られた抵抗係数値

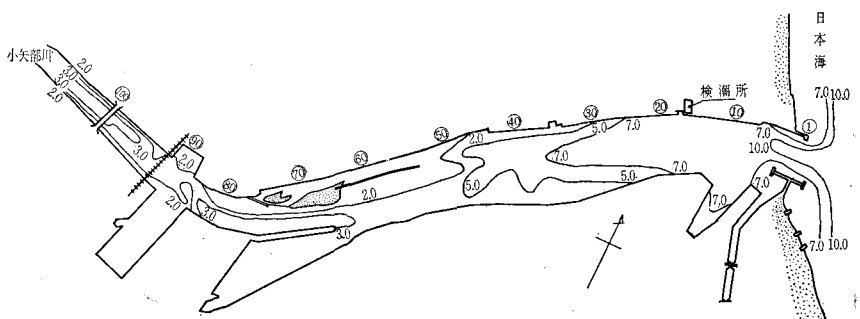
とともに、いままで発表されている、他の境界面抵抗係数値と比較検討したものであり、さらに塩分混合についての拡散係数にも言及している。

2. 観測資料について

伏木港は日本海富山湾に流入する小矢部川の河口を航路および泊地として利用した代表的な河口港である。小矢部川は流路延長（支川も含めて）159 km、河口での計画洪水流量 1800 m³/sec、平水流量 50～70 m³/sec の小河川であるが、河口端の水深は図-1 に示すごとく、約 -11 m、川幅約 200～230 m あり、潮差は 20～25 cm で小さい。塩水くさびは平水時、約 1400～1500 m 上流まで侵入している。

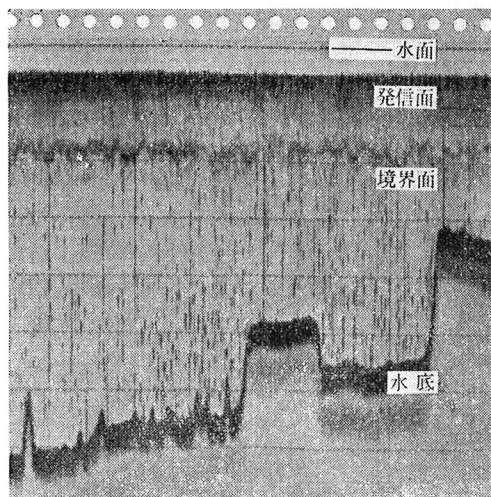
塩水くさびの測定は、深浅測量に使用される音響測深器を使用した（日本電気製 S.D-1500、発信周波数 200 kc）。観測方法は器械を観測船に設置し（一般の深浅測量と同じ）、港外より港内上流部に向かって 2～3 knot の速度で流心部を逆上する。船位は両岸にマークされた測量用番号を通過するごとに記録紙上に番号を記入した。得られた記録の一部を写真-1 に示す。記録紙上には写真にみられるように、水表面、音波発信面、河海両水の境界面、水底の位置が明瞭に記録されている。また記録紙上には水面から水深 1 m ごとの線が入っており、船位確認記号とともに塩水くさびの長さ、形状が確実に測定される。これによれば伏木港の塩水くさびの表面は、くさび先端から発生する内部波によって乱れているけれどもきわめて安定したものであり、海水の拡散はほとんど生じていない（これは塩分濃分布の測定からも確信される）。そしてくさびの勾配は河口端、先端を除いてほ

図-1 伏木港平面図



* 正会員 運輸省港湾技術研究所

写真-1 音響測深器の記録



ほぼ水平に近い。

流速、塩分濃度分布の測定は、塩水くさび測定終了後、港内流心部の主要点で停船し測定された。流速は発電式流速計、塩分濃度分布は北原式採水器にて採水し、その場で比重、温度を測定している。図-2,3 に分布を示す。流速分布は密度流特有の形を示し、表面は加速され、底層には逆流する海水が、水深 -2.0 m 以深に存在する。流速の変動は表層河水層では小さいが、底層海水層は比較的大きい。けれども密度、温度分布への影響は現われていない。密度、水温の分布は非常に良好に相応を示し、表層河水層と底層海水層を明確に指示しており境界面の混合層はほとんどなく、不連続に近い分布を示し、境界面の安定を示している。なお音響測深器による境界面と採水による密度分布から得られた境界面の水深は両者ともほぼ一致しており（最大誤差約 20 cm）、音響測深器によるこのような測定の可能性も十分信頼できることが確認された。

図-2 流速、比重、温度垂直分布
1966. 3.23, 15h 30m No. 30
 $Q_0 = 96.0 \text{ m}^3/\text{sec}$

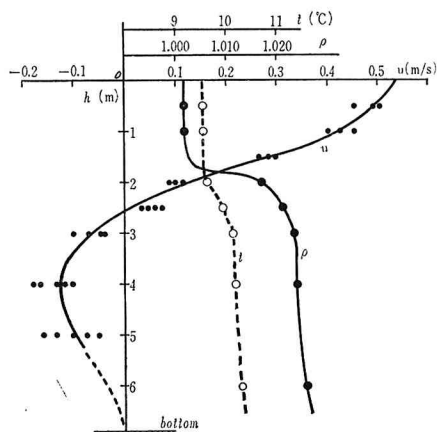
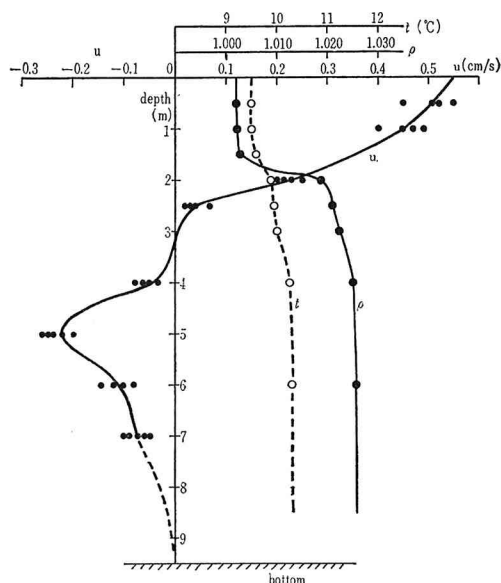


図-3 流速、比重、温度垂直分布
1966. 3.23, 16h 10m No. 17
 $Q_0 = 96.0 \text{ m}^3/\text{sec}$



3. 伏木港における境界面摩擦抵抗係数値

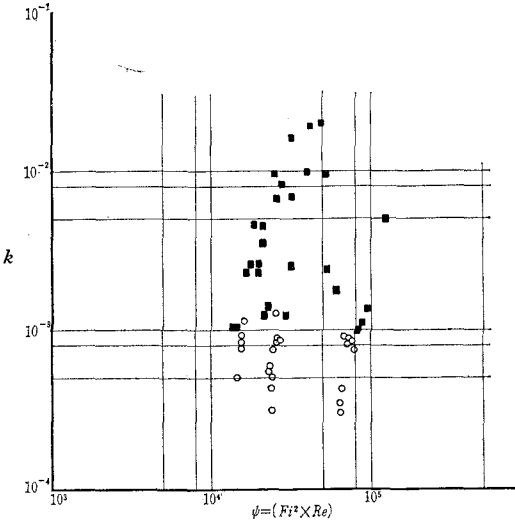
海水と河水の境界面におけるせん断抵抗は表現に多少の差はあるが、いずれも表層流の平均流速の2乗に比例する量として表わされている。すなわち抵抗係数 k は、境界面のせん断応力を τ 、表層流の平均流速を u として $\tau = k\rho u^2$ （ここで、 ρ :密度）で定義される。よって定常状態における塩水くさびの形状がわかれば、逆にくさび各部分の抵抗係数 $k^{(y)}$ は、式(1)で計算される。

$$k = \frac{-\{1 - (u_1^2 / \varepsilon g h_1)\} \partial h_1 / \partial x}{\{u_1^2 / (\varepsilon g h_1)\} \{h/h - h_1\}} \quad (1)$$

ここで、 u_1 は表層河水の平均流速、 h および h_1 はその点における水深および表層河水の水深、 ε は $\Delta\rho/\rho_2$ （ $\Delta\rho$:河海両水の密度差、 ρ_2 :海水の密度）、 $\partial h_1 / \partial x$ はその点における表層河水水深の変化である。

一方伏木港の塩水くさびの観測によれば、同港の潮汐差が小さい（約 20 cm）ため、くさびの変動はほとんどみられず定常状態と考えられ、底層海水の逆方向への流速は比較的大きいが、平均流速としては0と推定されるので、式(1)が適用できるであろう。よって式(1)により k を求めた。その際同港の水面勾配は小さいとして無視し、 $\partial h_1 / \partial x$ の値はくさびの勾配をとった。

式(1)より抵抗係数 k はその点における内部フルード数とくさびの勾配に関係づけられるが、このほか表層流のレイノルズ数との関係も考えられる。そこで測定値を特に従来発表されている理論値あるいは実験値と比較するために、内部フルード数とレイノルズ数との積すなわち、 $\psi = F_r^2 \times R_e$ との関係を図-4に示してある。図中

図-4 $k-\psi$ 

の記号はくさびの勾配の影響をみるために、■はくさびの勾配が大きい先端部および河口端部の値であり、○は勾配がゆるやかでかつ一定のくさび中央部の値である。この結果式(1)の性質であろうが、くさびの勾配の影響が非常に強く、くさびの平均抵抗係数値は大きい(約 2×10^{-3})。しかしくさびの勾配の小さな部分の k はほぼ一定値 (6×10^{-4}) を示している。したがって境界面摩擦抵抗係数 k としては、くさびの勾配の大きい部分を除外した○の値を採用するのが妥当のように考えられる。これを石狩川¹⁰⁾の値と比較してみるに、もちろんレイノルズ数の影響は入るけれども、石狩川および天塩川の k は $10^{-3} \sim 10^{-4}$ と得られており、オーダーとしても大差がない。なお観測時のレイノルズ数は $2 \times 10^5 \sim 4 \times 10^5$ である。

4. 理論値との対比

境界面抵抗係数に関しては前述したように多くの研究報告があり、抵抗係数が、流速、密度および粘性係数など基本的な物理量との関係について検討がなされている。そして、定常的な層流状態における境界面摩擦抵抗係数は注目する流れ(上層流または下層流)の持つレイノルズ数に逆比例し、理論値と実験値はよく一致することが報告されている。

つぎに上下層の相対速度がやや増加してくると、境界面には内部波が発生し下流側に伝播する。この内部波も Keulegan¹¹⁾によれば、二層流体の密度、速度および粘性係数によって定まるある値に達すると碎波し混合が発生する。しかし混合の始まる直前の内部波は比較的安定しており変形せずに下流側に伝播するとしている。したがってこのような境界面における摩擦抵抗は当然それらの効果も考慮しなければならず、層流状態におけるものと異なってくるであろう。この状態についての抵抗係数

に関しては Keulegan, 岩崎, 椎貝などによって理論式が与えられている。一方現地の観測によれば境界面は安定した内部波が認められる。そこで得られた値を、内部波を考慮した理論値と対比してみる。

Keulegan は内部波の発生は上層の流体が下層の流体にエネルギーを供給して生ずるものであるが、内部波のエネルギーは下層流体の粘性によって消費されると考え、空気と接触する表面波のエネルギー消費量に注目し式中含まれる波速を内部波の波速とみなし、さらに安定限界時の波速と流速との関係を導入することにより、境界面に働くせん断力を求めている。

この結果、境界面抵抗係数 f_i は、

$$f_i = 8\pi^3 \left(\frac{\nu_2}{u_1 \lambda} \right) \left(\frac{a}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 ν_2 は海水の動粘性係数、 u_1 は表層河水の流速、 a および λ はそれぞれ内部波の半波高および波長を示すものとする。ただしせん断力は $\tau_i = (1/2)\rho u_1^2$ で定義する。これからすれば、内部波の生じている境界面抵抗係数はその波高および波長を考慮しなければならない。

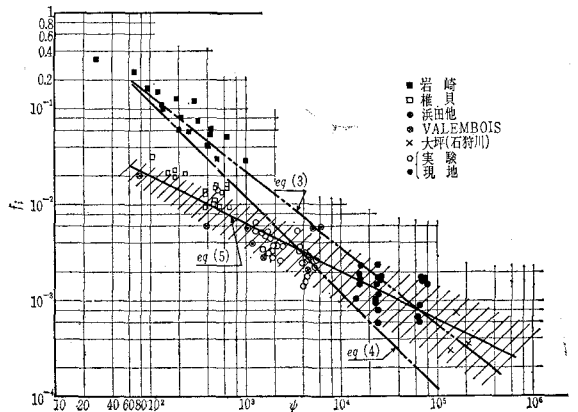
また岩崎は Keulegan が示した内部波の安定条件から抵抗係数 f_i は、表層流のフルード数 ($F_i^2 = u_1^2 / \varepsilon g h_1$)、レイノルズ数 ($Re = u_1 h_1 / \nu_1$) との積 ψ で表わし、実験値ならびに実測値から式(3)を導いた。

$$f_i = 7.88 \psi^{-0.8356} \dots \dots \dots (3)$$

さらに椎貝は Keulegan と同様な方法で、内部波によるエネルギー消費量を理論的に計算し、内部波にもとづく境界面の抵抗係数を算出した。そしてこれが Keulegan の内部波の安定条件の指数の関数で表示できることを示し、実験結果および岩崎その他の実験値と比較対照を行ない、抵抗係数 f_i は次式で示した。

$$f_i = \frac{12}{\psi} \dots \dots \dots (4)$$

よって抵抗係数 f_i の理論値と伏木港内での観測結果および筆者が別途に行なった実験値を示せば図-5 のようになる。ここで筆者¹²⁾の f_i は式(1)で求められた

図-5 $f_i \sim \psi$ 

ものであり、 k と f_i はせん断力の表現が多少異なるので、これを f_i に統一した ($f_i=2k$)。また実験値は観測値同様、 $\partial h_i/\partial x$ の大きい、くさびの先端部および河口端部の値は除外してある。

図-5 から境界面抵抗係数 f_i は ψ に逆比例することは認められる。しかしながら、式 (3) および (4) に示される実験値は、 $\psi < 10^3$ において、Valembais¹³⁾ および筆者らの f_i より過大であるように思われる。Valembais の値は、Lofquist の実験結果から得られたものであり、筆者の傾向とほぼ一致する。また $\psi > 10^4$ の現地の観測値は散乱が大きくなる傾向にあるが、これは測定精度および内部波の増大などを考慮すれば当然の結果であろう。

したがって図-5 から、レイノルズ数が大きい、すなわち ψ の大きな現地の抵抗係数値も含めた、 $f_i \sim \psi$ の関数は、式 (3) および (4) のごとく一直線で表現することは無理であり、ある程度の幅を持った範囲で表現するほうがより適切のように思われる。図-5 の斜線部分はその範囲である。そして実用的な見地から斜線範囲の $f_i \sim \psi$ の関係を求めると下式が得られる。

$$f_i = 0.2 \psi^{-0.5} \dots \dots \dots (5)$$

5. 拡散係数について

河川から流出される濁水および汚水などが、河口にて海水と接触し、河川流あるいは潮汐によってどのように変化してゆくかの問題は、河口港における土砂沈澱による堆積および港湾水域の汚染現象の解析にとっては重要なことである。

海岸工学の分野におけるこの種の問題は、Ketchum¹⁴⁾ のプリズム公式、Stommel & Arons¹⁵⁾ などが拡散方程式から出発して求めた指数公式などがある。しかしながら河川が海面に放出する場合、多くの観測例によれば、河海両水の密度差のために、河水は河口から相当遠方まで海面の表層を流動し、河水と海水との境界が不明確になるすなわち完全混合されることは少なく、希釈混合はこの河水と海水との境界面における鉛直交換によって行なわれるものと考えられる場合が多い。こうした場合に対しては前述したような、河水と海水との完全混合を仮定したうえでの計算は不適当であると考えられる。

そこで明らかに2層流とみられる場合の、河水と海水の境界面における混合拡散について考察し、伏木港の観測値から拡散係数を求めてみた。計算に使用した記録は図-2,3 の観測値を用いた。

いま座標軸の原点を水面にとり、流れの向きに x 軸をこれに垂直下向に y 軸を、さらに xy 軸に垂直な z 面をとる。 x 方向の流速を $u=\bar{u}+u'$ 、 $\bar{u}=0$ 、 y 方向の流速を $v=\bar{v}+v'$ 、 $\bar{v}=0$ 、 z 方向の流速を $w=\bar{w}+w'$ 、 $\bar{w}=0$ とおき、密度を ρ とおけば、拡散方程式は、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{s}}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{s}}{\partial z} \right) \end{aligned} \dots \dots \dots (6)$$

で表わされる。ここで、 s は物質の濃度、 K_x 、 K_y 、 K_z は x 、 y 、 z 方向の拡散係数をそれぞれ示すものとする。

式 (6) で z 方向の流速 w 、および $\partial \bar{s}/\partial t$ は観測結果から無視できると考えられるのでこれを除外し、さらに K_x の大きさは不明であるが、 $\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} \right)$ は $\frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} \right)$ に比較して小さいと考えられるので無視すれば、式 (6) は (7) となる。

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} \right) \dots \dots \dots (7)$$

一般に、 s が平均流 u による移流と、鉛直方向 y のみの拡散による場合の拡散方程式は式 (7) の左辺第2項は無視されるが、今回の観測結果からそのオーダーを検討すれば、左辺第1、第2項ともに小さいけれども $10^{-5} \sim 10^{-6}$ とほぼ同値であり無視できない。

式 (7) を水面 $y=0$ から河水層の水深まで積分すれば

$$\int_0^y \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} \right) dy = \left[K_y \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} \right]_0^y \dots \dots \dots (8)$$

水面での $\partial \bar{s}/\partial y=0$ を考慮すれば、拡散係数 K_y は、

$$\frac{\int_0^y \bar{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} dy + \int_0^y \bar{v} \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} dy}{\left(\frac{\partial \bar{s}}{\partial y} \right)_y} = (K_y)_{aty} \dots \dots \dots (9)$$

で求められる。ただし、式 (9) の $\bar{v}$ については、連続方程式

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0$$

より計算される。

よって式 (9) に観測値を代入し、各層水深の拡散係数 K_y を求めればつぎのとおりである。ただし s として密度 ρ をとっている。

$y(\text{cm})$	50	100	150	200
$K_y(\text{cm}^2/\text{sec})$	14.34	13.62	3.71	0.058

算出された結果は外海における K_y に比較すればきわめて小さいが、市栄¹⁶⁾ の観測による、大阪湾北部および神戸港内での河水流出による、河口付近の鉛直交換係数とはほぼ同値であり、安定した2層流の境界面の拡散係数としてはきわめて小さいことがわかる。

6. む す び

以上塩水くさびの観測結果から、その境界面摩擦抵抗係数、河海両水の混合に関する拡散係数などについて考慮したが、境界面に作用するせん断力を表層流速の2乗に比例するものと考えてその摩擦抵抗係数を表現する場合、

(1) 抵抗係数 f_i は、表層流のフルード数 ($F_i^2 = u_1^2 / \varepsilon g h_1$)、レイノルズ数 ($R_e = u_1 h_1 / \nu$) との積 ψ に逆比例し、直線で表わされるが、 $f_i \sim \psi$ の関係は、ある程度の幅をもったものと考えられ、実用的には式 (5) によって表わされる。

(2) 河口における安定した2層流の河海両水の混合に関する鉛直拡散係数 K_y は、外海における K_y に比較してきわめて小さく、およそ $0.06 \sim 14 (\text{cm}^2/\text{sec})$ の程度である。

なお、この種の問題には、測定技術、計器、実験水路の側壁摩擦の効果……など重要な項目が沢山ある。それらは今後順次改善し、機会があればなおこの種の問題の研究を続けたいと考えている。最後に本観測に従事された、運輸省伏木富山港工事事務所の方々、本文を書くにあたって有益な助言を頂いた、港湾技術研究所 浜田水理研究室長に感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) Schijf, J.B., & Schönfeld, J.C.: Theoretical Consideration on the motion of salt and fresh water, Proc. Minn. Inter. Hydr. Conv. I.A.H.R. 1953.
- 2) Farmer, H.G. & Morgan, G.W.: The Salt Wedge, proc. 3rd, conf. on Coastal. Eng., 1952
- 3) 浜田徳一・堀口孝男: 塩水楔の性質について, 第7回海岸工学講演会講演集, 昭 35
- 4) Keulegan, G.H.: Interfacial instability and mixing in stratified flow, Jour. Res. Nat. Bur. Stand, vol. 43, 1949
- 5) Ippen, A.T. & Harleman, D.R.F.: Steady-state characteristics of subsurface flow, Gravity wave symposium, Nat. Bur. of stand. Cir. 521, 1951
- 6) Lofquist, K.: Flow and stress near an interface between stratified liquids, Phys. Fluids, Vol. 3, No. 2, 1960.
- 7) 岩崎敏夫: 二成層密度流における乱流拡散について, 土木学会, 第19回年次学術講演会, 1964
- 8) Shi-igai, H.: On the resistance coefficient at the interface between salt and fresh water, Trans. of J.S.C.E. No. 123, Nov. 1965.
- 9) 3) に同じ.
- 10) 柏村正和: 河口における二重水層 (2) 一河口二重水層の力学的特性に関する研究, 北大工学部研究報告, Vol. 28, 昭 37
- 11) 4) に同じ.
- 12) 金子安雄: 流路の水深が変化する 場合の塩水楔の機構, 港湾技研報告, Vol. 4, No. 5, 1965.
- 13) Valembais, J.: Buletin du centre du Recherche et dessais de Chatou, N° 5, Oct 1963
- 14) Ketchum, B.H.: The exchange of fresh and salt water in tidal estuary. Jour. Mar. Res. Vol. 10, No. 1, 1951
- 15) Arons, A.B. & Slommel, H.: A mixing theory of tidal flushing, Traus. AGU, Vol. 32, No. 3, 1951
- 16) 市栄 馨: 海中の拡散と混合一汚水処理の基礎資料, 第3回海岸工学講演会講演集, 昭 31.