

弾性壁の波浪透過について

杉本修一*・西村益夫**

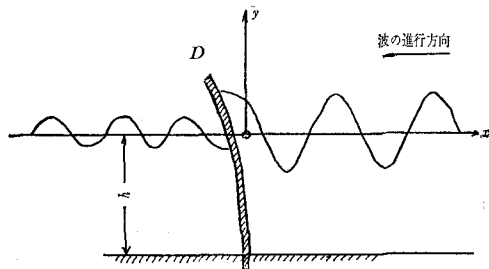
1. まえがき

漁港など小規模の港湾においては簡単な防波設備を施すことが多い。このような場合には波浪による防波設備の変形はまぬがれることはできない。そのために防波効率の低下する。それではどの程度まで効率の低下は許されるか。このようなことに対する研究の一段階として底面に固定された弾性板が波のためにたわむならば、それによってどのように防波効率は低下するのかということについて理論的に考えてみたのがこの報告である。

2. 理論的考察

図-1 において右方より左方へ入射波Aが入ってくると考える。この入射波が変形も滑動もない垂直壁に当たるとすれば、エネルギーの減小なしに反対方向へ反射する。しかし垂直壁が滑動しなくとも変形をする場合（ここではこのような場合について以下に考察することにする）、壁が変形するのにエネルギーが必要であり、壁が変形すればそれによって 図-1 において壁より左方に波浪を生じ（以下この波浪を透過波Cと呼ぶことにする）、この波浪が生ずるためにもエネルギーが必要である。したがって、入射波が変形を許すような壁に当たって反射する場合には、その反射波のエネルギーは、壁の変形するのに要するエネルギーと透過波を生ぜしめるのに必要なエネルギーの和だけ減じたものになるであろう。

図-1



このような「考え方」に基づいて計算を進める。

入射波、反射波および透過波のそれぞれの波形を η_1 , η_2 および η_3 とし、波高の $1/2$ を a , b および c とす

れば

$$\text{入射波 } A : \eta_1 = a \sin(kx + \sigma t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{反射波 } B : \eta_2 = b \sin(kx - \sigma t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{透過波 } C : \eta_3 = c \sin(kx + \sigma t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに

$$k = \frac{2\pi}{L}, \quad \sigma = \frac{2\pi}{T}, \quad L \text{ は波長であり, } T \text{ は周期であ}$$

る。異常状態（たとえば台風時）でない普通の状態を考えれば弾性壁は入射波と同じ周期でたわむであろう（実験水路における本実験においてはこの状態で弾性壁は運動している）。透過波も弾性壁と同じ周期で運動するであろうから、したがって透過波は入射波と同じ周期で運動するであろう。しかるに浅海波波長 L はよく知られているように

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}$$

で与えられる。この式をみればわかるように、水深 h と周期 T が与えられるならばそれに対応する L が必然的に定まってくる。いいかえれば波高 H に無関係に波長 L が定まってくることがわかる。式 (1), (2) および (3) において k および σ の値が3式ともに全部等しい所以である。

弾性壁 D より右側においては入射波と反射波が合成されて

$$\begin{aligned} \eta_1 + \eta_2 &= a \sin(kx + \sigma t) + b \sin(kx - \sigma t) \\ &= 2a \sin kx \cos \sigma t - (a - b) \sin(kx - \sigma t) \\ &\dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

となる。一般に浅海波 $\eta = a \sin(kx - \sigma t)$ の速度ポテンシャル ϕ は

$$\phi = \frac{\sigma g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t)$$

で与えられるので、式 (4) に対する速度ポテンシャル ϕ_{AB} は

$$\begin{aligned} \phi_{AB} &= -\frac{g(a-b)}{\sigma} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t) \\ &\quad + \frac{2ga}{\sigma} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \cos kx \cos \sigma t \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

弾性壁の位置においては (i.e. $x=0$)

$$\phi_{AB0} = -\frac{g(a-b)}{\sigma} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \cos \sigma t$$

* 正会員 神戸大学工学部

** 正会員 工修 明石工業高等専門学校

$$+2 \frac{ga}{\sigma} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \cos \sigma t$$

$$= \frac{g(a+b)}{\sigma} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \cos \sigma t \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。弾性壁が右側領域より受ける波圧は、

$$-\rho_w \frac{\partial \phi_{AB_0}}{\partial t} = \rho_w g(a+b) \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \sin \sigma t \quad (7)$$

で与えられる。同様にして弾性壁が左側領域すなわち透過波より受ける波圧は

$$-\rho_w \frac{\partial \phi_{C_0}}{\partial t} = \rho_w g c \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \sin \sigma t \dots\dots\dots (8)$$

で与えられる。左・右両側より弾性壁に作用する波圧は結局その差である。すなわち弾性壁に作用する圧力 p は

$$p = (a+b-c) \rho_w g \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \sin \sigma t \dots\dots\dots (9)$$

で与えられる。

この圧力 p によって弾性壁はたわむと考えれば、そのたわみ $f(y)$ は

$$\frac{d^4 f(y)}{dy^4} = -\frac{p_{\max}}{EI}$$

$$= -(a+b-c) \frac{\rho_w g}{EI} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \dots\dots\dots (10)$$

の解として与えられる。この式を、変数 y を $\xi = y/h$ に変換して書き換えれば

$$\frac{d^4 f(\xi)}{d\xi^4} = -(a+b-c) \cdot K \cdot f_1(\xi) = -A \cdot f_1(\xi)$$

$$\dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $f_1(\xi) = \cosh kh(1+\xi)$

$$K = \frac{\rho_w g}{EI} \frac{h^4}{\cosh kh}$$

$$A = (a+b-c) K$$

となる。そこで、これから計算を簡単にするため $f_1(\xi)$ をつぎの代数式で置き換える。すなわち

$$f_1(\xi) = \cosh kh(1+\xi) = 1 + a_1(1+\xi)^2 \dots\dots\dots (12)$$

式(12)の代数式は元の式とほとんど一致するほど近似度は高い。 $f_1(\xi)$ を式(12)のように書き換えて $f(\xi)$ を

$$\text{at } \xi=0 \text{ (表面), } \frac{d^3 f}{d\xi^3} = 0, \quad \frac{d^2 f}{d\xi^2} = 0$$

$$\xi=-1 \text{ (底面), } \frac{df}{d\xi} = 0, \quad f=0$$

なる条件のもとに求めれば

$$f(\xi) = -A \left\{ \left(\frac{1}{8} + \frac{13}{180} a_1 \right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{a_1}{10} \right) \xi \right.$$

$$\left. + \frac{1+a_1}{24} \xi^4 + \frac{a_1}{60} \xi^5 + \frac{a_1}{360} \xi^6 \right\} \dots\dots\dots (13)$$

を得る。簡単のため上式を

$$f(\xi) = -A \cdot f_0(\xi)$$

と書くことにする。

ところで入射波が弾性壁に当たった場合を考えてみると反射波のエネルギー W_B は入射波のエネルギー W_A から壁の変形エネルギー W_D と透過波のエネルギー W_C

が費された残りのエネルギーになるから

$$W_A - W_B = W_C + W_D \dots\dots\dots (14)$$

が成立する。 W_C は壁の変形に起因するので W_D より大きくなることは考えられない。実際には W_D よりもいくぶん少ないエネルギーが透過波に供給されるのであるが簡単のためここでは両者は等しいと仮定する。すなわち

$$W_C = W_D \dots\dots\dots (15)$$

透過波に対する単位幅で1波長当りの運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和 W_C は、波高の半分の c として、波長を L とすれば

$$W_C = \frac{1}{2} \rho_w c^2 L \dots\dots\dots (16)$$

で与えられる。一方弾性壁の変形エネルギー W_D はたわみを ζ , 弾性壁の断面積を F_0 とすれば

$$W_D = \rho_{\text{Bar}} F_0 h \int_{-1}^0 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)^2 d\xi \dots\dots\dots (17)$$

ここに $\zeta(\xi, t) = f(\xi) \sin \sigma t$

いま、

$$h \int_{-1}^0 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)^2 d\xi = (a+b-c)^2 \cdot K^2 \cdot \sigma^2 \cdot F \dots\dots\dots (18)$$

ここに

$$F = h \left[\frac{\alpha_6^2}{13} - \frac{\alpha_6 \alpha_5}{6} + \frac{\alpha_5^2 + 2\alpha_6 \alpha_4}{11} - \frac{\alpha_5 \alpha_4}{5} + \frac{\alpha_4^2}{9} \right.$$

$$\left. - \frac{\alpha_6 \alpha_1}{4} + \frac{2}{7} (\alpha_6 \alpha_0 + \alpha_5 \alpha_1) - \frac{1}{3} (\alpha_5 \alpha_0 + \alpha_4 \alpha_1) \right.$$

$$\left. + \frac{2}{5} \alpha_4 \alpha_0 + \frac{\alpha_1^2}{3} - \alpha_1 \alpha_0 + \alpha_0^2 \right] \dots\dots\dots (19)$$

$$\alpha_6 = \frac{a_1}{360}, \quad \alpha_5 = \frac{a_1}{60}, \quad \alpha_4 = \frac{1+a_1}{24},$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{1}{6} + \frac{a_1}{10} \right), \quad \alpha_0 = \left(\frac{1}{8} + \frac{13}{180} a_1 \right)$$

とおき、式(15)の関係を用いて c/a を求めれば

$$\frac{c}{a} = \left(1 + \frac{b}{a} \right) \frac{\sigma K \sqrt{F_0 \left(\frac{\rho_{\text{Bar}}}{\rho_w} \right) \frac{2}{L} F}}{1 + \sigma K \sqrt{F_0 \left(\frac{\rho_{\text{Bar}}}{\rho_w} \right) \frac{2}{L} F}} \dots\dots\dots (20)$$

を得る。また、式(14)、(15)および(16)より

$$W_A - W_B = 2 W_C$$

$$\rho_w \frac{a^2 L}{2} - \rho_w \frac{b^2 L}{2} = \rho_w \frac{c^2 L}{2} \times 2$$

$$1 - \frac{b^2}{a^2} = 2 \frac{c^2}{a^2} \dots\dots\dots (21)$$

を得る。この関係に式(20)を代入して整理すれば

$$\frac{b}{a} = \frac{1-2J}{1+2J} \dots\dots\dots (22)$$

$$\text{ここに } J = \frac{\sigma^2 K^2 F_0 \left(\frac{\rho_{\text{Bar}}}{\rho_w} \right) \frac{2}{L} F}{\left\{ 1 + \sigma K \sqrt{F_0 \left(\frac{\rho_{\text{Bar}}}{\rho_w} \right) \frac{2}{L} F} \right\}^2}$$

を得る。

3. 数値計算および実験

(1) 数値計算

いま、下記のような波を考える。

$$T=2.5 \text{ sec}, \quad h=60 \text{ cm}, \quad L=567 \text{ cm}$$

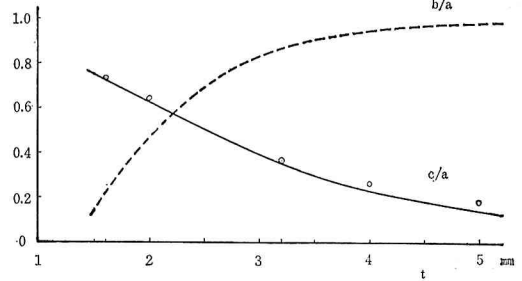
$$a=0.22656$$

この波の中に軟鋼板製の弾性壁が置かれたとき、入射波高を単位としたときの反射波高 b/a および透過波高 c/a を $E=2100000 \text{ kg/cm}^2$ として計算したものが図-2である。図中点線は b/a を、実線は c/a を示す。 b/a の曲線は軟鋼板の厚さが増加すれば増加している。これは壁の変形が少なければ波の反射率は大きく、変形が大きければ反射率は小さいことを示している。 c/a の曲線は軟鋼板の厚さが増加すれば減少している。これは壁の変形が少なければ波の透過率は小さく、変形が大きければ透過率は大きいことを示している。これは実際の現象を説明しているものと考えてよい。

(2) 実験

実験は明石工業高等専門学校の土木工学科に設置された、一面はガラス張り、他面および底面は軟鋼張りの、幅 1.0 m、深さ 1.0 m、長さ 25 m の水路に、水深 0.6 m まで水を入れて、一端よりフラッター式の起波機にて波を送り、他端は波が反射しないようにアルミニウム箔の切りくずを金網で囲んで入れて波の反射を防いだ。

図-2



弾性壁は水路中央より 1.0 m 波の進行方向寄りに取付けた。弾性壁としては軟鋼板を用いた。これを L 型鋼で両面よりはさんで水路底面に固定した。これに用いた軟鋼板の寸法は幅 0.95 m で、高さ 0.90 m、厚さ 1.6, 2.0, 3.2, 4.0, 5.0 mm の 5 種類を用いた。

実験方法は、周期 2.5 sec の波を起こし、その波が弾性壁に到達するまでに波高を計り、この波高を入射波の波高とした。ついで定常状態になってから透過波高を測定した。反射波高は反射波による合成波が複雑で測定することは困難なので反射波高の測定は中止した。このようにして得られた c/a の実験値を図-2 の c/a 曲線の上に plot したものが図中の丸印である。これをみると理論値と実験は比較的よく一致している。実験に用いた弾性壁は、入射波が傾いた壁面をはい上り向う側へ流れ

図-3

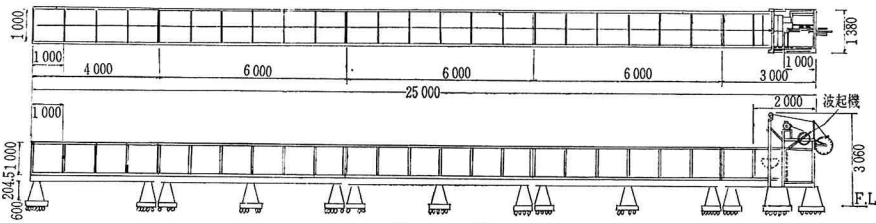


写真-1

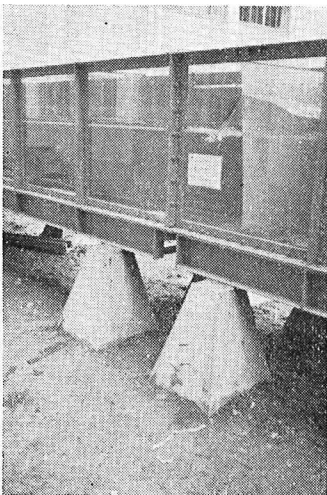
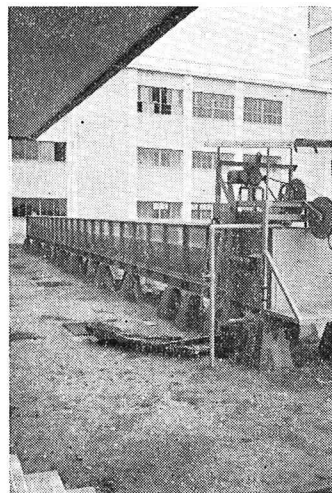


写真-2



込まないようにいくぶん高くしてあるので、弾性壁が振動する場合には平均水面より上部の部分の慣性が影響して計算値より大きく振動して実験値の方がいくぶん大きい値になるように考えられる。実験値が計算値より少し大きいのはこのためである。

写真-1 は、起波機の方から見た水路の全体写真であり、写真-2 は軟鋼板の厚さ 3.2mm の場合の写真で実験の一例として示す。

4. あとがき

この報告は底面に固定された弾性壁が波のためにたわ

むならばそれによってどのように防波効果が低下するのかということについて理論的に考えてみたものである。

その方法は「壁がたわむならば入射波のエネルギーは、壁がたわむためのエネルギーと、壁がたわんだために壁の向う側に生ずる透過波のためにエネルギーを費されて、その残りのエネルギーを保有するような波が反射波として反ってくる」という考え方に基づいている。

計算値と実験値を比較してみると実験値は計算値より少し大きいようである。

これは前述の理由によるものである。