

大樹漁港における波峯水位の確率値について

久 宝 雅 史*・竹 沢 三 雄**

1. 概 説

波峯水位に関する確率値より、その最小、最多、比較的高、最高水位が推定されると、海岸構造物の全体計画および各部設計に有効ことが多い。

波峯水位を支配するものは、各種の海の波ということができる。たとえば、

- 1) 潮汐力による長周期の天文潮汐波
- 2) 気温、気圧、海流、吹きよせなどによる気象潮汐波

- 3) 風、地震、その他による比較的短周期の波

などである。これらの波はさらにきわめて多くの要因に支配されるので、個々の波については発生理論的には説明が可能であるが、設計者にとっては、むしろ、その合成波高、すなわち波峯水位を直接推算するほうが意義のあることが多い。

われわれはその潮汐波、風波などの波高の確率分布を正規分布と仮定して、若干の考察を下したが^{1),2)}、実際には正規分布と見なしにくいので、実際にある沿岸地点における海の波の観測結果より、これらをヒストグラムで示し、それを理論曲線にあらためることなく、直接表式計算によって、合成波峯位の確率分布を求める方法を案出した^{3),4)}。

ここに、大樹漁港の例を用いて、合成波峯位の確率分布について計算を行なったので、それについて若干の考察を下してみることにしよう。

2. 重ね合せ方法に関する基本的な説明

もっとも簡単な例として、3個のダイスを用いた場合の重ね合せ方法についてのべてみよう。1個のダイスを60回ふって、1から6までの目が出る回数は、理論的には10回ずつであるが、実際には、少数例であるので、若干の不等がある。すなわち表一1のようになる。

さて、3個のダイスをふって、その和が、

$$X = x_1 + x_2 + x_3 = (1) + (1) + (1) = 3$$

になる回数は、

$$10 + 9 + 7 = 26 \text{ (理論値 30)}$$

である。また、

表一1 ダイスの目が出る頻度

	1回目 x_1	2回目 x_2	3回目 x_3	理論値
1の目が出る回数	10	9	7	10
2	9	12	12	10
3	11	9	9	10
4	8	8	12	10
5	9	13	11	10
6	13	9	9	10
合 計	60	60	60	60

$$X = x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$\begin{aligned} &= (1) + (1) + (2) \\ &+ (1) + (2) + (1) \\ &+ (2) + (1) + (1) \\ &= 2(1) + 2(1) + 2(1) \\ &+ (2) + (2) + (2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{すなわち、その回数} &2 \times 10 + 2 \times 9 + 2 \times 7 \\ &+ 9 + 12 + 12 \\ &= 85 \text{ (理論値 90)} \end{aligned}$$

となり、同様に、 $X=5$ になるには、

$$X = x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$\begin{aligned} &= (1) + (1) + (3) \\ &+ (1) + (2) + (2) \\ &+ (1) + (3) + (1) \\ &+ (2) + (2) + (1) \\ &+ (2) + (1) + (2) \\ &+ (3) + (1) + (1) \\ &= 3(1) + 3(1) + 3(1) \\ &+ 2(2) + 2(2) + 2(2) \\ &+ (3) + (3) + (3), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{すなわち、その回数} &3 \times 10 + 3 \times 9 + 3 \times 7 \\ &+ 2 \times 9 + 2 \times 12 + 2 \times 12 \\ &+ 11 + 9 + 9 \\ &= 173 \text{ (理論値 180)} \end{aligned}$$

となる。以下これをくりかえすと、最後に、 $X=18$ になるのは、 $x_1=x_2=x_3=6$ の場合で、その回数は $13+9+9=31$ (理論値 30) となる。

しからば、もっとも多く出る X の値はいくらか、 X の最大と最小の値はいくらかというと、明らかに、理論的には、

$$X_{\min} = 3$$

$$X_{\max} = 18$$

* 正会員 工博 日本大学教授 理工学部

** 正会員 日本大学理工学部

表-2 ダイスの頻度の記号

	第1回目 x_1	第2回目 x_2	第3回目 x_3
1 の目が出る回数	${}_1N_1$	${}_1N_2$	${}_1N_3$
2 " "	${}_2N_1$	${}_2N_2$	${}_2N_3$
3 " "	${}_3N_1$	${}_3N_2$	${}_3N_3$
4 " "	${}_4N_1$	${}_4N_2$	${}_4N_3$
5 " "	${}_5N_1$	${}_5N_2$	${}_5N_3$
6 " "	${}_6N_1$	${}_6N_2$	${}_6N_3$
合 計	ΣN_1	ΣN_2	ΣN_3

 $X_{\text{most}}=10$ と 11

である。

さて、これを記号で示してみると、表-2 のようになり、 $X=x_1+x_2+x_3$ として、それぞれの生起の回数の重ね合せのための係数表をつくると、表-3 のようになる。

このような係数表は、まず係数1の対角線、2,3,...の対角線を用いればよいので、仮りに対角線法と名づけて

表-3 3つのダイスによる重ね合せ係数表

X	x_1						x_2						x_3						合計
	${}_1N_1$	${}_2N_1$	${}_3N_1$	${}_4N_1$	${}_5N_1$	${}_6N_1$	${}_1N_2$	${}_2N_2$	${}_3N_2$	${}_4N_2$	${}_5N_2$	${}_6N_2$	${}_1N_3$	${}_2N_3$	${}_3N_3$	${}_4N_3$	${}_5N_3$	${}_6N_3$	
3	1						1						1						3
4	2	1					2	1					2	1					9
5	3	2	1				3	2	1				3	2	1				18
6	4	3	2	1			4	3	2	1			4	3	2	1			30
7	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1		5	4	3	2	1		45
8	6	5	4	3	2	1	6	5	4	3	2	1	6	5	4	3	2	1	63
9	5	6	5	4	3	2	5	6	5	4	3	2	5	6	5	4	3	2	75
10	4	5	6	5	4	3	4	5	6	5	4	3	4	5	6	5	4	3	81
11	3	4	5	6	5	4	3	4	5	6	5	4	3	4	5	6	5	4	81
12	2	3	4	5	6	5	2	3	4	5	6	5	2	3	4	5	6	5	75
13	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	63
14		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	45
15			1	2	3	4			1	2	3	4			1	2	3	4	30
16				1	2	3				1	2	3				1	2	3	18
17					1	2					1	2					1	2	9
18						1						1						1	3
計	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	648

おこう。

これらの表ができれば、各 x_1, x_2 および x_3 の生起回数 ${}_1N_1, {}_1N_2, {}_1N_3, \dots$ にその係数を乗じて、右方に合計すれば、各 $X=3, 4, \dots, 18$ に関する重ね合せによる合計回数が求められる。これより、その全回数で、 X に応ずるそれぞれの合計回数を除せば、確率分布が求まる。

このようにして得た確率分布曲線は理論的な確率分布曲線に近づくことが証明せられる。しかし、ダイスの場合には、階級値が1であり、理論的な分布がかなり判然としているので、このような方法によらなくてもよいが理論的に展開するよりは、計算がはるかに簡単である。

3. 波峯水位の重ね合せ

波峯水位を支配する要因を、

- 1) 天文潮; x_1
- 2) 気象潮; x_2
- 3) 波浪の半波高; x_3

とし、波峯位が、

$$X=x_1+x_2+x_3 \dots \dots \dots (1)$$

で示されるものとする。

また、 x_1, x_2 および x_3 の間には、まず第一段階として、無相関であるか、あるいは相関があってもきわめて小さい値であるとする。

つぎに、 x_1, x_2 および x_3 の値に関しては、毎日1回

生ずる最大値を観測して、その x_1, x_2 および x_3 の最大観測値が、式(1)を満足するように、時間的に十分に継続するものとする。たとえば、ある日の最高天文潮が数時間生じ、気象潮および波浪の最高値が数時間生ずるとしてそのピークが合計されて示されるものとする。このような方法によって得られた水位の確率値は、あるいは大きすぎる可能性があるが、相関関係を無視したために生ずる式(1)が示す値の小さすぎる点をカバーしているかも知れない。

ある階級値の差 D を一定として、

$$(0 \sim 0.999 \dots) D = 0 \sim D$$

$$(1 \sim 1.999 \dots) D = D \sim 2D$$

$$(2 \sim 2.999 \dots) D = 2D \sim 3D$$

.....

として、その間の x_1, x_2 および x_3 のある期間内の観測数を求め、

	(x_1)	(x_2)	(x_3)
$0 \sim D$	${}_1N_1$	${}_1N_2$	${}_1N_3$
$D \sim 2D$	${}_2N_1$	${}_2N_2$	${}_2N_3$
.....			
.....	${}_iN_1$		
.....		${}_jN_2$	
.....			${}_kN_3$

と表わすことができる。そうすると、

表—5 大樹漁港の重ね合せ水位の係数表

X	$\begin{matrix} x \\ N \end{matrix}$	x_1				x_2					x_3																	
		$1N_1$	$1N_2$	$1N_3$	$1N_4$	$1N_2$	$2N_2$	$3N_2$	$4N_2$	$5N_2$	$1N_3$	$2N_3$	$3N_3$	$4N_3$	$5N_3$	$6N_3$	$7N_3$	$8N_3$	$9N_3$	$10N_3$	$11N_3$	$12N_3$	$13N_3$	$14N_3$	$15N_3$	$16N_3$	$17N_3$	
5D		1				1					1																	
6D		2	1			2	1				2																	
7D		3	2	1		3	2	1			3	2	1															
8D		4	3	2	1	4	3	2	1		4	3	2	1														
9D		5	4	3	2	4	4	3	2	1	4	4	3	2	1													
10D		5	5	4	3	4	4	4	3	2	3	4	4	3	2	1												
11D		5	5	5	4	4	4	4	4	3	2	3	4	4	3	2	1											
12D		5	5	5	5	4	4	4	4	4	1	2	3	4	4	3	2	1										
13D		5	5	5	5	4	4	4	4	4		1	2	3	4	4	3	2	1									
14D		5	5	5	5	4	4	4	4	4			1	2	3	4	4	3	2	1								
15D		5	5	5	5	4	4	4	4	4				1	2	3	4	4	3	2	1							
16D		5	5	5	5	4	4	4	4	4					1	2	3	4	4	3	2	1						
17D		5	5	5	5	4	4	4	4	4						1	2	3	4	4	3	2	1					
18D		5	5	5	5	4	4	4	4	4							1	2	3	4	4	3	2	1				
19D		5	5	5	5	4	4	4	4	4								1	2	3	4	4	3	2	1			
20D		5	5	5	5	4	4	4	4	4									1	2	3	4	4	3	2	1		
21D		5	5	5	5	4	4	4	4	4										1	2	3	4	4	3	2	1	
22D		4	5	5	5	3	4	4	4	4											1	2	3	4	4	3	2	1
23D		3	4	5	5	2	3	4	4	4												1	2	3	4	4	3	2
24D		2	3	4	5	1	2	3	4	4													1	2	3	4	3	2
25D		1	2	3	4		1	2	3	4														1	2	3	3	2
26D			1	2	3			1	2	3															1	2	3	2
27D				1	2				1	2																	1	2
28D					1					1																		1
計		85				68					20																	

一タを求め、その半波高の1年間頻度をヒストグラムに示したものである。しかし、波高はある区間、たとえば大樹では $x_3=2.8\sim 3.0$ m のとき、まったく観測されず頻度0である。

このようにして求めた 図—1,2,3 から、その重ね合せによる波峯水位 X に関する確率値を求めてみよう。図—1,2,3 から天文潮 x_1 、気象潮 x_2 、半波高 x_3 に関して表—4 の i, j, k に相等する値は、 $i=4, j=5, k=17$ で、この係数表を作ると表—5 のようである。

表—5 の係数表にもとづいて、年間365回の観測データによる頻度 N_s ならびに全頻度数に対する N_s の百分率を求めると、表—6 のようになる。

したがって、この計算によると、

$X=250$ cm の生じる確率は全体の約 6.48%

$X=450$ cm " " 3.33%

$X=560$ cm " " 0.02%

となり、 $X=560$ cm はほとんど生じないことになる。

5. 正規分布曲線と仮定して求めた場合

天文潮 x_1 、気象潮 x_2 、半波高 x_3 の頻度の分布曲線は左右非対称な曲線であるが、海岸構造物の設計に適用される範囲内では、これを正規分布曲線としても、さしつかえないものと思われる。したがって、 x_1, x_2, x_3 のそれぞれの生起確率を $P(x_1), P(x_2), P(x_3)$ とすると、

$$P(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{(X-a_1)^2}{2\sigma_1^2}\right] \dots\dots\dots(2)$$

$$P(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left[-\frac{(X-a_2)^2}{2\sigma_2^2}\right] \dots\dots\dots(3)$$

$$P(x_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} \exp\left[-\frac{(X-a_3)^2}{2\sigma_3^2}\right] \dots\dots\dots(4)$$

ただし、

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$; x_1, x_2, x_3 のそれぞれの標準偏差

a_1, a_2, a_3 ; x_1, x_2, x_3 のそれぞれの平均値

そして、 x_1, x_2, x_3 を独立変数と仮定して取り扱うと、その重ね合せによる波峯水位の確率 $P(X)$ は、

$$P(X) = P(x_1) \cdot P(x_2) \cdot P(x_3) \dots\dots\dots(5)$$

で示される。式 (2), (3), (4) および式 (5) から、

$$P(X) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3} \times \exp\left[-\left\{\frac{(X-a_1)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{(X-a_2)^2}{2\sigma_2^2} + \frac{(X-a_3)^2}{2\sigma_3^2}\right\}\right] \\ \div \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] \dots\dots\dots(6)$$

となる。ただし、

$$t \doteq \left\{ X - \frac{(a_1\sigma_2\sigma_3)^2 + (a_2\sigma_1\sigma_3)^2 + (a_3\sigma_1\sigma_2)^2}{(\sigma_2\sigma_3)^2 + (\sigma_1\sigma_3)^2 + (\sigma_1\sigma_2)^2} \right\} / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \dots\dots\dots(7)$$

したがって、各分布曲線から標準偏差および平均値が求められれば、波峯水位 X の確率 $P(X)$ が与えられる。

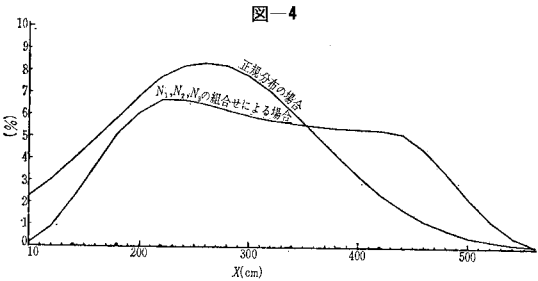
ここで、図—1,2,3 を正規分布曲線と見なし、それぞれ標準偏差 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ および平均値 a_1, a_2, a_3 を求めると

$\sigma_1=11$ cm, $a_1=45$ cm

$\sigma_2=24$ cm, $a_2=8$ cm

表-6 大 樹 漁 港 の 波 峯

N X	x ₁				x ₂								
	0~D	D~2D	2D~3D	3D~4D	0~D	D~2D	2D~3D	3D~4D	4D~5D	0~D	D~2D	2D~3D	3D~4D
	2	83	268	12	72	255	33	4	1	7	56	72	1
5D	2				72					7			
6D	4	83			144	255				14	56		
7D	6	166	268		216	510	33			21	112	72	
8D	8	249	536	12	288	765	66	4		28	168	144	64
9D	10	332	804	24	288	1020	99	8	1	28	224	216	128
10D	10	415	1072	36	288	1020	132	12	2	28	224	288	192
11D	10	415	1340	48	288	1020	132	16	3	21	168	288	256
12D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4	14	112	216	256
13D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4	7	56	144	192
14D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4			72	128
15D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4				64
16D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4				
17D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4				
18D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4				
19D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4				
20D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4				
21D	10	415	1340	60	288	1020	132	16	4				
22D	8	415	1340	60	216	1020	132	16	4				
23D	6	332	1340	60	144	765	132	16	4				
24D	4	249	1072	60	72	510	99	16	4				
25D	2	166	804	48		255	66	12	4				
26D		83	536	36			33	8	3				
27D			268	24				4	2				
28D				12					1				
計	170	7 055	22 780	1 020	4 896	17 340	2 244	272	68	140	1 120	1 440	1 280



$\sigma_3=98\text{ cm}, a_3=91\text{ cm}$

となり、これらの値を式 (6),(7) に代入すると、まず式 (7) から、

$t \doteq 0.01(X-262)$

となり、頻度の重ね合せ数 (4×5×17×365) を同時に考慮すると、

$$P(X) \doteq \frac{0.75}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right]$$

が求まる。波峯水位 X に対するそれぞれの確率値は表-7 のようになる。

すなわち、

- X=250 cm の生じる確率は全体の 8.33%
- X=450 cm " " 1.17%
- X=560 cm " " 0.10%

となり、同様にして求めると、

- X=600 cm の生じる確率は全体の 0.03%
- X=660 cm " " 0.003%

になる。

以上のように波峯水位の確率値を二つの方法、すなわち頻度数をそれぞれの階級値として重ね合せその全体に対する確率値の求め方およびそのまま確率を独立変数として掛ける場合の確率値の求め方について計算した結果、図-4 のように多少異なる結果が生じるが、これは、一方は非対称分布であり、他方が左右対称の正規分布であることに原因するであろう。

6. む す び

つねに水中にある

部分としては、 $X_{\min}=0\sim100\text{ cm}=50\text{ cm}$ で、これ以下の水深では海虫を生ずることはまずないと思われるから

表-7 大樹漁港の正規分布の方法による波峯水位と確率値との関係

X	t	$\frac{0.75}{\sqrt{2}} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right]$	確率値 (%)
5D	-1.62	0.0794	2.24
6D	-1.42	0.1077	3.04
7D	-1.22	0.1402	3.96
8D	-1.02	0.1754	4.95
9D	-0.82	0.2109	5.67
10D	-0.62	0.2435	6.87
11D	-0.42	0.2702	7.63
12D	-0.22	0.2881	8.13
13D	-0.02	0.2951	8.33
14D	0.18	0.2904	8.20
15D	0.38	0.2746	7.76
16D	0.58	0.2495	7.05
17D	0.78	0.2177	6.15
18D	0.98	0.1826	5.16
19D	1.18	0.1471	4.16
20D	1.38	0.1139	3.22
21D	1.58	0.0847	2.39
22D	1.78	0.0605	1.71
23D	1.98	0.0415	1.17
24D	2.18	0.0274	0.77
25D	2.38	0.0173	0.49
26D	2.58	0.0105	0.30
27D	2.78	0.0061	0.17
28D	2.98	0.0034	0.10
29D	3.18	0.0018	0.05
30D	3.38	0.0010	0.03

水 位 と そ の 確 率 値

x_3													計	確 率 値 (%)
4 $D \sim 5 D$	5 $D \sim 6 D$	6 $D \sim 7 D$	7 $D \sim 8 D$	8 $D \sim 9 D$	9 $D \sim 10 D$	10 $D \sim 11 D$	11 $D \sim 12 D$	12 $D \sim 13 D$	13 $D \sim 14 D$	14 $D \sim 15 D$	15 $D \sim 16 D$	16 $D \sim 17 D$		
47	32	21	14	14	10	11	5	6	4	0	1	1		
													81	0.1282
													556	0.8805
													1 404	2.2234
													2 332	3.6930
													3 229	5.1136
47													3 838	6.0780
94	32												4 224	6.6893
141	64	21											4 216	6.6766
188	96	42	14										4 098	6.4898
188	128	63	28	14									3 918	6.2047
141	128	84	42	28	10								3 752	5.9418
94	96	84	56	42	20	11							3 628	5.7455
47	64	63	56	56	30	22	5						3 546	5.6156
	32	42	42	56	40	33	10	6					3 491	5.5285
		21	28	42	40	44	15	12	4				3 447	5.4588
			14	28	30	44	20	18	8	0			3 409	5.3986
				14	20	33	20	24	12	0	1		3 375	5.3448
					10	22	15	24	16	0	2	1	3 271	5.1801
						11	10	18	16	0	3	2	2 835	4.4896
							5	12	12	0	4	3	2 108	3.3383
								6	8	0	4	4	1 368	2.1664
									4	0	3	4	704	1.1148
										0	2	3	301	0.4766
											1	2	14	0.0221
940	640	420	280	280	200	220	100	120	80	0	20	20	63 145	

木杭などの使用が可能になり、電気防食器の設置、その他構造物設置などに関連する問題として、計画し資するところが大きであろう。

つぎに、もっともしばしば生ずる波峯水位 X_{most} は 220 cm ぐらいのところであるから、ここは構造物にもっとも大きい波力が作用すると考えて、設計すべきであろう。しかし、 X_{comp} の 440 cm までは、それほど大きく変化しない確率分布を示すことから、構造物に作用する波力も大きいはずであり、しばしば水中にあることにより、この部分はとくに注意して設計をする必要がある。

しかし、これより大きい波峯水位では、ときどき大きい波力にさらされることがあるが、越波を許すとか、あるいは胸壁で処理するとかの方法により対処できる場合もあろう。そして、常時の漂砂の移動は、むしろ、このような大きい波の場合にのみかぎらず、波の小さい、つねにしばしば生ずる 440 cm 以下の波峯水位のときに生ずるものと考えれば離岸堤、突堤などの高さを定めるのに有効であろう。

概して、頻度の重ね合せによる波峯位は、正規分布と考えた場合よりも高くなり、このようになりしばしば

生ずることは、従来の概念的な考え方によるものより、かなりシビヤーに考えておかなければならないことを示すものとして興味ある結果であると思われる。

著者らは、さらに独立多変数の重ね合せ方法とこの方法に関するいろいろな検討を行なっている。なかでも、合成された波峯水位の観測と波高観測、潮汐表より、気象潮による水位変動分布を求める方法なども研究中である。これらについては、また別の機会に発表したい。最後に、この資料を提供していただいた北海道土木部港湾課の戸巻昭三氏に対し深甚なる謝意を表するしだいである。

参 考 文 献

- 1) 久宝・竹沢：“海岸構造物の設計水位に関する一考察”，第 20 回土木学会年次学術講演集。
- 2) 久宝・竹沢：“砕波地点における設計水位について”，第 12 回海岸工学講演集。
- 3) Kubo, M.: “A probable level height of wave crest in coast on tidal change”, Proc. 10th Conf. Coastal Eng.
- 4) 久宝・竹沢：“潮位と波高との確率値の重ね合せについて”，第 21 回土木学会年次学術講演集。
- 5) 気象庁編：“潮位表”，1966。
- 6) 細井正延：“海岸・河口堤防の設計”。
- 7) 佐藤良一郎：“数理統計学”。