

定常流における塩分の鉛直分布について

南 勲*・田 中 雅 史**

1. ま え が き

河口付近の流れや、海面干拓地の淡水化湖における流れのような淡水と塩水の混合する密度流においては、流れの機構が複雑であるために理論的な取り扱いがきわめてむずかしい。

ここではその中でも、淡水化の問題において重要性をもつ、塩分の鉛直方向の分布、および拡散に焦点を合わせ、その基本的問題として、鉛直塩分濃度分布をもつ定常的な流れにおける摩擦法則を示す関係式、および鉛直方向の拡散の関係式をえるために考察を行なったものである。

2. 序 論

密度流中における拡散の問題に対する従来の研究方法にはつぎのようなものがある。

まず第一に、下層の密度の大なる塩水の層と、上層の淡水層との境界面において、二層の間の適当な抵抗係数を定めて密度流中の混合を論ずるもので、Ippen および Harleman らの研究があるほか、多くの研究はこれに属している。

これに対してその第2は、乱流機構の立場に立って解析を進めるもので、中でも Ellison はこのような観点に立つ一連の研究を行なってきた。前者の方法が密度流のかなり安定した状態を取り扱っているのに対して、後者は不安定な状態を取り扱っている。

密度流においては、密度差の作用にもとづいて摩擦力、塩分の輸送量は、リチャードソン数なる無次元量に関係すると考えられる。リチャードソン数が1より大なる流れ、すなわち流れが安定している場合には、塩分の鉛直方向の分布は躍層をもつ場合が多い。このように安定した流れにおける拡散は、乱流拡散において用いられる渦動粘性係数とは、ことなり変化する。

すなわち、流水中に密度差が存在する場合には、渦動粘性係数は変化し、この変化をもたらしものは密度差にもとづく重力の影響であり、この重力の影響をふくめた無次元量は、明らかにリチャードソン数である。したがって、密度流中における渦動粘性係数はリチャードソン数の関数として示されなければならない。

以上のような考え方から、以下に示す理論的考察を行なった。

3. 理論的考察

一般に従来の、塩分の鉛直分布の実測および実験結果によれば、塩分の鉛直方向の分布は、全水深にわたって塩分濃度が一樣とみなされる場合、下方が上方にくらべて幾分塩分の多い場合、および上層が淡水、下層が塩分で両者の境界面が明確に識別される場合がある。

これら種々の場合を統一して、一つの明瞭な解析的方法によって説明するためにつぎのように考える。

密度差の存在しない場合の渦動粘性係数を η_0 とすれば、密度流中の渦動粘性係数 η は $\eta = \eta_0 f(R_i)$ で示されなければならない。

ここに、 R_i は次式で定義されるリチャードソン数で $f(R_i)$ はその関数であることを表わす。

$$R_i = \frac{g \left(\frac{dS}{dz} \right)}{\rho \left(\frac{du}{dz} \right)^2} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 g : 重力加速度、 ρ : 密度、 S : 塩分濃度、 z : 鉛直方向の距離、を表わす。

$f(R_i)$ の具体的な形を求めることはむずかしいので、今、つぎのような内挿式を用いる。

運動量輸送に関する渦動粘性係数 η_u は、

$$\eta_u = \eta_0 (1 + A \cdot R_i)^m \dots\dots\dots (2)$$

同様に、塩分の輸送に関する渦動粘性係数 η_s は、

$$\eta_s = \eta_0 (1 + B \cdot R_i)^n \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 η_0 は密度差の存在しない場合の渦動粘性係数で m, n, A, B は定数である。 m, n の値として $m = -\frac{1}{2}, n = -\frac{3}{2}$ と、とればよいことが Jacobsen, Taylor によって指摘されており、また実験においてもこの妥当性が見出された。

A, B の値については、温度変化による密度流の場合に $A=10, B=3.3$ なる値が求められている。

上の2式からわかるように運動量の輸送と、塩分量の輸送は一般には異なり、塩分や温度のような輸送量は運動量に比して、輸送されにくい。

式(2),(3)から、密度流中における摩擦力、および塩分の輸送(拡散)量はつぎのような式で表わされる。

$$\tau = \eta_0 (1 + A \cdot R_i)^{-1/2} \frac{du}{dz} \dots\dots\dots (4)$$

* 正会員 京都大学助教授 農学部農業工学科

** 学生会員 京都大学大学院学生

$$dS/dz = \eta_0(1+B \cdot R_t)^{-3/2} \frac{dS}{dz} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 τ : 摩擦力、 S : 塩分の輸送量、 du/dz : 鉛直速度勾配、 S : 鉛直塩分濃度勾配、を表わす。

密度差の存在しない場合の渦動粘性係数 η_0 はつぎのようにして求められる。

密度差のない流れの流速分布に対数分布を仮定して、全水深にわたる渦動粘性係数の平均値を求めると、

$$\eta_0 = \frac{1}{2} \kappa h u_*$$

ここに、 κ : カルマンの定数で 0.4、 h : 全水深、 u_* : $\sqrt{\tau_0/\rho}$ で定義される摩擦速度、である。

$$\rho \doteq 1.00, \tau_0 = \sqrt{ghI} \text{ とすれば上式は、}$$

$$\eta_0 = 0.2 h \sqrt{ghI}$$

ここに、 I : 水面勾配

つぎに、任意の地点の断面において、速度、および塩分量に対して、つぎの連続の式が成立しなければならない。

$$\int_0^h u dz = Q \dots\dots\dots (6)$$

$$\int_0^h S dz = S \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 h : 全水深、 Q : 単位断面積当りの流量、 S : 全塩分量、を表わす。

したがって、 A, B なる定数がきまれば、式 (4)~(7) を適当な境界条件のもとに解いて求める解、すなわち摩擦係数、塩分の輸送量が知れる。

しかしながら、式 (4), (5) は非線型の微分方程式であるので理論解は求まらないが、境界条件を与えることによって、その数値解を求めることができる。

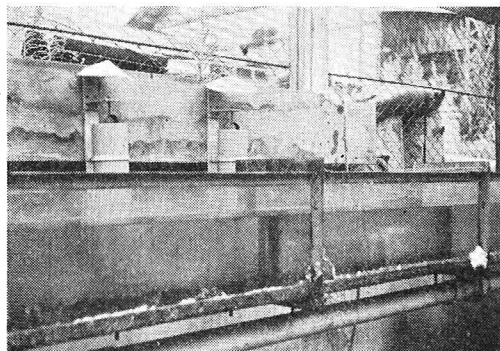
未知の定数 A, B をきめるために以下のような実験を行なった。

4. 実験施設および方法

実験に用いた施設は 写真—1 に示すような全長 4.5 m、幅 25 cm、高さ 30 cm、両面 ガラス 張りの水路で図—1 にその断面図を示してある。

水路底勾配はほぼ水平とした。上流側から淡水を流入

写真—1



図—1



させ、この流量を四角ゼキで測定し、これを実験水路内に流入する淡水量とした。下流側には高さ 20 cm の固定板を取り付けて塩水が貯溜できるようにした。

実験方法は、まず実験水路内に塩水をほぼ 17 cm 貯溜し、その上に淡水を流してあらかじめ塩水と淡水の二重層をつくり、二成層流の状態にしておく。

上流側のせきで流入量をはかり、一定流量の淡水を流して水路内の鉛直方向の塩分濃度分布、および流速分布を測定した。

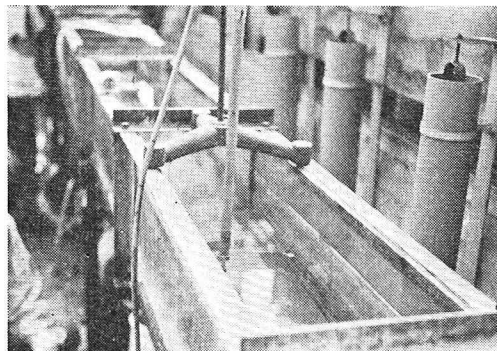
塩分濃度分布の測定には、小型の電導度計を用いるとともに、採水により比重計を用いて比重をはかりチェックした。

測点は 図—1 (I), (II) の両地点で、水深 2 cm ごとに濃度を測定した。

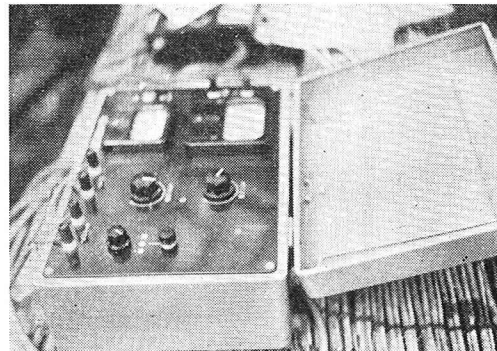
流速分布については、水路のほぼ中央部にあたる地点で測定し、塩分濃度と同じく 2 cm 間隔で測定した。流速の遅い部分については、サーミスターを用いた、写真—2, 3 に示すような微流速計を用い、早い部分はトレーサーを流して測定した。

なお、写真—2 は微流速計の受感部を 写真—3 は測定

写真—2



写真—3



器の本体である。

5. 実験結果

淡水の流入量が 435 cc/sec, 950 cc/sec, 1304 cc/sec, 1895 cc/sec のおおのの場合についての鉛直方向の塩分濃度分布はそれぞれ 図-2 および 図-3 に示すようになっている。

図-2 鉛直塩分濃度分布

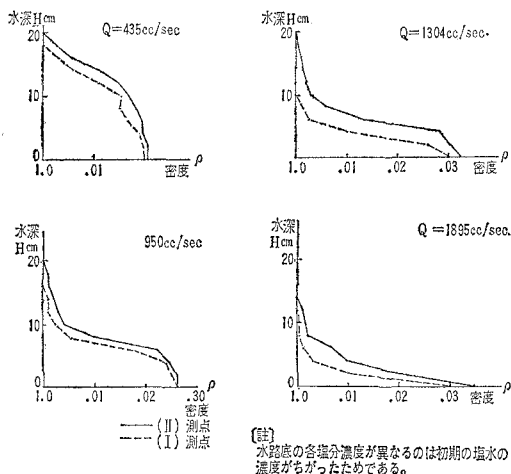
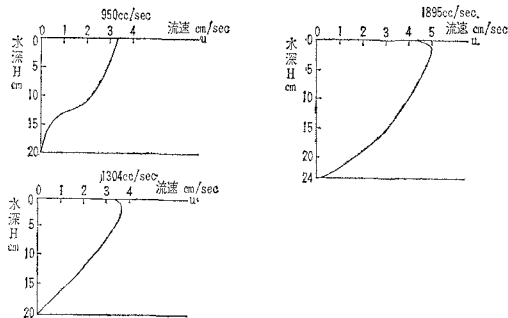


図-3 鉛直流速分布



なお、図においては伝導度計からえられる Cl-濃度 (ppm) を Cl-濃度と密度との間の関係を求め、これによって密度に換算したもので示してある。

図-2 の塩分濃度分布をみると、流量が多くなるにしたがい塩分の輸送が大きくなることがわかる。流量が少ない場合には、鉛直方向の濃度変化は少なく安定しており、塩水の部分をエメチレン・ブルーで着色して観察すると明確に淡水層と塩水層の区別ができる。

流量が増すとともに躍層とみなされる部分は水路底の方へ移行し、1895 cc/sec の流入量の場合においては下流のわずかの距離を除いてほとんど消滅してしまう。

つぎに、流速分布についてみると、躍層の存在する流量の少ない場合においては、流速はほぼ躍層の位置で変化し、特に流量が 435 cc/sec の場合には図示できないので表-1 で示す。

表-1 からわかるように、躍層の位置で流速はいちじるしく変化している。また、この場合には水路底近くで逆流の部分が生じている。このような現象は従来の実測、実験においても、ひろく認められているところである。

6. 実験結果の理論的考察

実験結果から、えられた流速分布、塩分濃度分布を用いて、リチャードソン数と水深との関係を求めると 図-4 のようになる。

ただし、ここではリチャードソン数をつぎのように変形して求めたものである。

$$R_i = \frac{g \left(\frac{\Delta S}{\Delta z} \right)}{\rho \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right)^2}$$

ここに、 $\Delta z = 2$ cm, ΔS , Δu はそれぞれ 2 cm の距離の間で変化する塩分濃度、流速を表わす。

図-4 において、リチャードソン数は、ほとんど 1 より大きく、流れは安定した状態にあることがわかる。すなわち、実験水路内では強い塩分拡散を起こしていない。

リチャードソン数と水深

との関係については新しくは、Bowden の実測例が発表されているが、この結果と本実験の結果からみて、両者の間には、あまり定量的な関係は見出されない。しかしながら、流量が大きくなれば当然リチャードソン数は減少していく傾向にある。また、明確な躍層の存在する流量 $Q = 435$ cc/sec の場合においては、リチャードソン数のオーダーはほぼ 10^4 程度で、きわめて安定度の高いことを示している。よって図においてはこれを除外してある。

式 (4), (5) の定数 A , B を決定する方法としてはつぎの二方法が考えられる。

その 1 つは流速分布、および鉛直塩分濃度分布を水深の関数形で与えて、これを式 (7) に代入して試算を行なう方法である。しかしながら、式 (7) の積分記号の中はただちに積分を実行することが困難である。

つぎの方法は式 (5) に実験によってえられた実測値を代入して直接 B の値を求める方法である。この方法は割合簡単であるのでこの方法を用いて B の値を計算した。

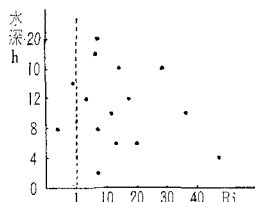
塩分の輸送 (拡散) 量としては、同一水深における測

表-1 流量
435 cc/sec
の流速分布

水深 H (cm)	流速 U (cm/sec)
0	+2.73
2	2.08
4	1.96
6	1.89
8	0.0092
10	0.0090
12	0.0085
14	0.0050
16	+0.0039
18	-0.0039

水深: 水面からの距離

図-4 リチャードソン数
と水深との関係



点(I)および(II)の塩分濃度差の部分が、流水が両測点間を流れる間に鉛直方向へ輸送されるものとした。

計算された B の値は 0.75~1.542 の範囲にあり、多くは 1 よりやや大なる値をとる。このように多少のバラツキがあるのは、実験上の問題であると考えられる。

今、 B の平均値を求めてみると 1.24 なる値をえて、前にあげた結果 $B=3.3$ よりも、かなり小さな値をえた。

つぎに、定数 A であるが、これについては任意水深における摩擦力を計算することができないので、明確にできないが定数 B のほぼ 3 倍であることから、3.72 程度の値であることが推定される。

以上のようにして A, B の定数が決まれば式(4)~(7)を用い適当な境界条件を与えて、密度流中の摩擦力、塩分の輸送量、塩分濃度分布状態を知ることができる。

7. む す び

密度流は種々の型をとるが、これらを統一した形でまとめようとして以上のような実験、解析を行なった。

定数 A, B を明確に決定するためには、より精密な実験を必要とする。そのために、今後の問題点としては乱れの程度、乱れそのものの解明、実験施設のスケール、解析方法の改良、実際問題への適用性等があげられる。これらの問題については、さらに検討を加えていきたい。

参 考 文 献

- 1) H. Munk and R. Anderson: Notes on a theory of the thermocline, Jour. of Marine Research, Vol. VII, 1948.
- 2) Isao Minami: On the process of change from salt water to fresh water by effective control of outlet gates for a lake or river discharge to the sea, Proc. of Ninth Conference on Coastal Engineering, 1964, Chapter 50.
- 3) T.H. Ellison and J.S. Turner: Turbulent entrainment in stratified flow, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 6, 1956.
- 4) T.H. Ellison and J.S. Turner: Mixing of Dense fluid in a turbulent pipe flow, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 8.
- 5) K.F. Bowden: Horizontal mixing in the sea due to a shearing current, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 21.