

重複波における双峯型波圧の出現について

合 田 良 実*・柿 崎 秀 作**

1. 序 論

海の波が岸壁や防波堤などの直立壁で反射されると、重複波ができる。重複波はまた、波長と波高が同一で進行方向が正反対の2つの波が合成された結果とも考えられる。しかし重複波の性質は、進行波と反射波の単純な重ね合せとして考えることはできず、2つの波の干渉によっていくつかの奇妙な特性を示す。たとえば水深が波長の0.15倍前後より深い所では、波高が増大するにつれて波長が短くなる現象がある^{1),2)}。また水深が十分深く進行波の圧力変動が伝わらないような所でも、重複波のときには2倍周波数の圧力変動が現われるようになる。このような海底での2倍周波数圧力変動は、地震観測の面にも影響をおよぼしており、周期3~10秒の極微震動が時化の際の海の波に関係していることが知られている³⁾。

こうした波長の変化や波圧の2倍周波数成分は、重複波の波高が有限のための非線形効果によるもので、波高が大きいほど顕著になる。たとえば波圧の2倍周波数成分にしても、波高が大きくなると水底ばかりでなく静水面付近の波圧にも影響をおよぼし、波圧の山が2つに割れたような圧力波形が生ずるようになる。こうした2つの山を持つ波圧（これを双峯型波圧と呼んでおく）の例は、光易・長谷⁴⁾や永井⁵⁾らの実験例や、栗林ほか⁶⁾の現地波圧の観測例に見ることができる。

双峯型の圧力波形は、砕波限界近くの重複波のほとんどに見られるものであり、浜田ほか⁷⁾は重複波から砕波への過渡状態における重要な要素であることを示している。特に砕波限界近くの波による波圧を論ずるには、この双峯型波圧の問題を十分に検討しておく必要があるものと思われる。

現在われわれは、壁体に働く波圧について一連の実験を実施中なので、本報では今までに得られた実験結果を双峯型波圧の出現を中心にとりまとめ、理論値との比較などの検討を試みた。

2. 高次級数解による双峯型波圧の出現限界

双峯型波圧の出現は有限振幅の影響によるものであるから、これを理論的に検討するには精度の高い理論式を

使う必要がある。現在までに発表された種々の重複波の理論解の中で最も精度の高いものは、Penney と Price による第5次近似解⁸⁾である。ただしこれは深海における重複波の計算で、任意の水深に対するものは Tadjbakhsh と Keller による第3次近似解¹⁾である。この近似解を用いて壁面の水位変動および水圧を計算すると、次式が得られる。

$$k\eta = \frac{1}{8}(\omega_0^2 + \omega_0^{-2})\varepsilon^2 + \left[\varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{256}(39\omega_0^{-8} + 105\omega_0^{-4} - 65 + 11\omega_0^4 + 6\omega_0^8) \right] \cos \sigma t + \frac{1}{8}\varepsilon^2(3\omega_0^{-6} - \omega_0^{-2}) \times \cos 2\sigma t + \frac{\varepsilon^3}{256}(27\omega_0^{-12} - 12\omega_0^{-8} - 9\omega_0^{-4} + 2) \times \cos 3\sigma t \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{k}{\rho g}p = -ky + \frac{\varepsilon^2}{8}(\omega_0^{-2} - \omega_0^2) - \frac{\varepsilon^2 \sinh^2 k(h+y)}{2 \sinh 2kh} + A \cos \sigma t - B \cos 2\sigma t - C \cos 3\sigma t \dots\dots\dots(2)$$

ただし、

$$\omega_0^2 = \tanh kh$$

$$A = \left[\varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{64}(9\omega_0^{-8} - 12\omega_0^{-4} - 3 - 2\omega_0^4) \right] \times \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} + \frac{\varepsilon^3}{256}(1 + 3\omega_0^4) \times (3\omega_0^{-8} - 5 + 2\omega_0^4) \frac{\cosh 3k(h+y)}{\cosh 3kh} - \frac{3}{16}\varepsilon^3(\omega_0^{-8} - \omega_0^2) \frac{\sinh k(h+y) \sinh 2k(h+y)}{\sinh kh \cosh 2kh}$$

$$B = \frac{1}{8}(3\omega_0^2 + \omega_0^{-2}) - \frac{3}{8}\varepsilon^2(\omega_0^{-6} - \omega_0^2) \times \frac{\cosh 2k(h+y)}{\cosh 2kh} - \frac{\varepsilon^2 \sinh^2 k(h+y)}{2 \sinh 2kh}$$

$$C = \frac{\varepsilon^3}{256} \left[3(9\omega_0^{-8} + 62\omega_0^{-4} - 31) \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} - (1 + 3\omega_0^4)(27\omega_0^{-12} - 66\omega_0^{-8} + 39\omega_0^{-4}) \times \frac{\cosh 3k(h+y)}{\cosh 3kh} - 48(\omega_0^{-6} - \omega_0^2) \times \frac{\sinh k(h+y) \sinh 2k(h+y)}{\sinh kh \cosh 2kh} \right]$$

ここで、 k は波数 ($2\pi/L$)、 σ は角振動数 ($2\pi/T$)、 h は水深、 y は静水面から上方正にとった鉛直座標であり、圧力 p は水面において常に0とする。またパラメータ ε は、次式で波高 H に関係づけられる。

$$kH = \varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{256} [27\omega_0^{-12} + 27\omega_0^{-8} + 96\omega_0^{-4} - 63 + 11\omega_0^4 + 6\omega_0^8] \dots\dots\dots(3)$$

* 正会員 Sc. M. 運輸省港湾技術研究所水工部

** 運輸省港湾技術研究所水工部

図-2 (a) 双峯型波圧の例 (深海波的な波)

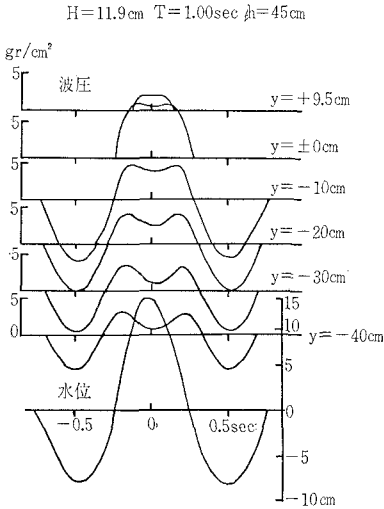


図-2 (b) 双峯型波型出現時の波圧分布 (深海波的な波)

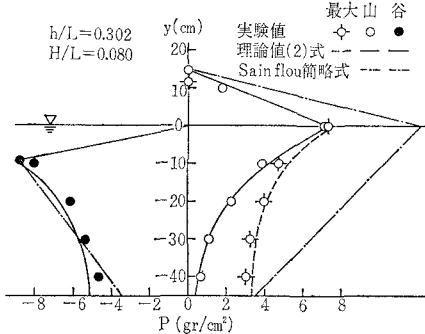


表-3 深海波的な波の調和分解結果

n	波 形		波 圧 ($y=-10\text{cm}$)	
	式 (1)	実験曲線	式 (2)	実験曲線
0	1.22 cm	1.20 cm	-0.49 g/cm ²	-0.47 g/cm ²
1	11.78 (0°)	11.46 (4°)	7.21 (0°)	6.68 (4°)
2	1.47 (0°)	2.22 (-6°)	1.75 (180°)	1.73 (194°)
3	0.12 (0°)	1.14 (-3°)	0.84 (180°)	1.71 (181°)
4	—	0.17 (54°)	—	0.18 (29°)
5	—	0.08 (-88°)	—	0.20 (-18°)

注: () 内は位相差

求めるのがややむずかしい。さらに、波の谷における負の波圧が大きいのも、深海波的な波の特徴である。波圧の大きさは、Sainflou 簡略公式の値よりも相当に小さく式 (2) の理論値に非常に良く一致している。

表-3 は、図-2 の波の波形と $y=-10\text{cm}$ の波圧曲線を調和分解したもので、2倍、3倍周波数成分がかなり強く出ていることがわかる。特に3倍周波数成分は、波形、波圧ともに式 (1)、(2) による理論値よりも大きい。しかし全体としては理論値に良く合っている。ここで、調和分解としては、波の山を $t=0$ とした $A_n \cos(n\omega t + \delta)$ 表示を用いている。したがって波圧の2倍、3倍周波数成分の位相が約 180° であることは、波の山で負となって双峯型波圧を発生させていることを示すも

のである。両者の大きさから見て、双峯型波圧の出現には3倍周波数成分の方が大きな影響をおよぼしている。

つぎに 図-3 は、水深波長比が $h/L=0.07$ の浅海波の場合で、水面上から水底まで明瞭な双峯型の波圧波形が現われている。図-2 の深海波的な波とは異なり、波圧の最大値は各深さともほぼ同時に生ずる。この最大波圧の大きさは、Sainflou 簡略公式および式 (2) による値よりも小さいが、どちらかといえば Sainflou 式に近い。ただし波の谷のときは、Sainflou 式では過大であり、式 (2) の値に近い。

このケースの波形と $y=-30\text{cm}$ の波圧曲線を調和分解した結果は表-4 のように、高調波成分がかなり強く

図-3 (a) 双峯型波圧の例 (浅海波)

$H=39.5\text{cm}$ $T=3.89\text{sec}$ $h=70\text{cm}$

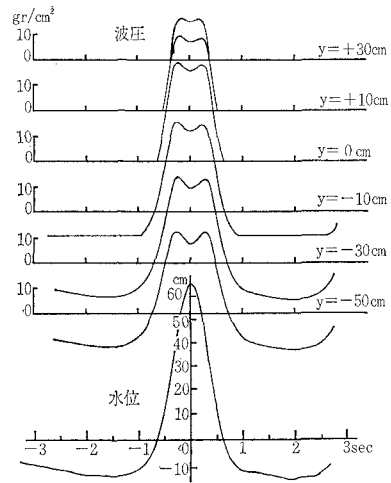


図-3 (b) 双峯型波圧出現時の波圧分布 (浅海波)

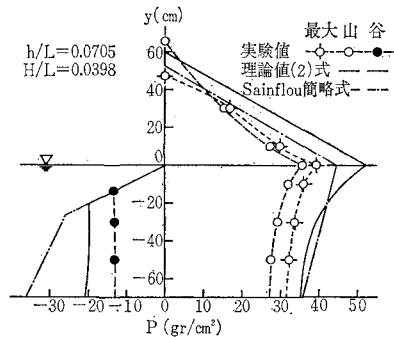


表-4 浅海波の調和分解結果

n	波 形		波 圧 ($y=-30\text{cm}$)	
	式 (1)	実験曲線	式 (1)	実験曲線
0	1.3 cm	3.6 cm	0.8 g/cm ²	1.3 g/cm ²
1	28.5 (0°)	28.9 (-3°)	24.7 (0°)	22.9 (-3°)
2	18.6 (0°)	12.9 (-5°)	13.7 (0°)	10.0 (-5°)
3	11.0 (0°)	9.8 (-2°)	0.4 (180°)	1.6 (-11°)
4	—	4.6 (6°)	—	2.1 (165°)
5	—	1.7 (4°)	—	2.5 (181°)

注: () 内は位相差

出ている。表—3 の場合との大きな相違は、波圧の2倍周波数成分の位相が0になっていることである。このため波圧の2倍周波数成分は、波圧の山を鋭く山谷を平らにする作用をしていて、双峯型波圧の出現を抑える結果になっている。この場合に双峯型の波圧を生じさせているのは、位相が約 180° の4倍、5倍周波数成分である。なお波形の3倍周波数成分が相当に大きいのにくらべて波圧の3倍周波数成分が小さいのは、ちょうどこの深さの付近でその符号が逆転するため、式(2)で計算すると、静水面ではかなりの大きさになっている。

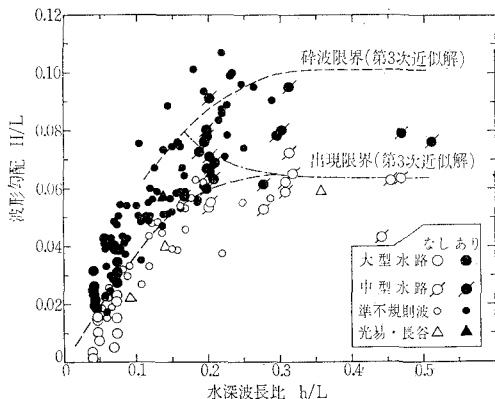
このように、静水面付近の双峯型波圧は、主として3倍周波数以上の高調波成分の影響によるものであることが示されたのであるが、これが物理的にどのような機構によるものなのかは良くわからない。深海の水底付近の波圧の双峯性は、 $0 \sim L/2$ の間の水柱の重心が2倍周波数で上下動することによると説明されている⁹⁾。水面付近の双峯型波圧の場合には、浜田ほか⁷⁾ が示したように水面の上昇および下降加速度に関係しているのではないと思われるが、詳細は不明である。

なお表—3.4 で気のつくもう一つの点は、波形の $n=0$ の項に見るように、壁面での平均水位が上昇していることである。これは今までの第2次近似までの諸理論によっても予想されていたことである¹⁰⁾。ただ Miche の式が腹の位置で平均水位の低下を示すことになるのは、理論式の誤まりと思われる。

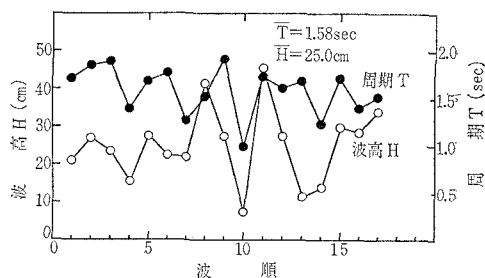
5. 双峯型波圧の出現限界

このように双峯型波圧は浅海波でも現われることが確認されたので、全実験例について静水面の位置で双峯型波圧が現われたかどうかを調べた。図—4 はその結果で白印は双峯性の見られないもの、黒印は双峯型波圧を示している。これらのデータはある程度入り乱れていて、出現限界を1本の線で必ずしも判然と分けられるわけではないが、総体的に見て浅海部では $H/h=0.35$ 付近が出現限界で、これが深海部における $H/L \approx 0.065$ の限

図—4 静水面における双峯型波圧の出現限界



図—5 準不規則波の例



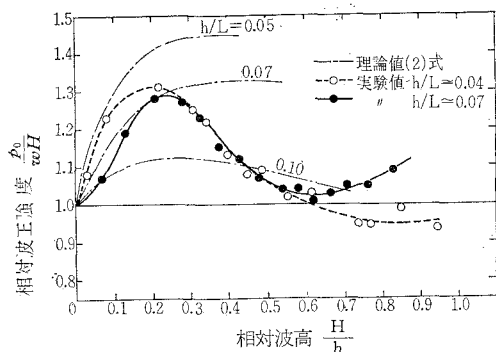
界値に滑らかに接続される。図—4 には第3次近似解で計算した理論曲線も示したが、 $h/L < 0.2$ の浅いところでは実験値と合わなくなっている。なお破線で示した砕波限界は、第3次近似解で波の山で水が上へ飛び跳ねないという条件、すなわち $\partial v / \partial t + g \geq 0$ の条件で計算したものである¹¹⁾。

図—4 で小さい白丸・黒丸は準不規則波と名付けたもので、出現限界のデータの入り乱れは主としてこの準不規則波によるものである。これは図—1 の仕切壁の影響で、造波板を連続運転すると実験水路内の波が不規則になることがあるのを利用したものである。波高としては堤体前面で完全重複波ができていたものとして波形記録の谷から山までの $1/2$ をとり、周期は水位が降りながら静水面を切る時間間隔として整理した。図—5 はこの準不規則波の一例で、連続 17 波の波高と周期である。こうした不規則波の場合、波高を谷山ととるか山谷ととるかによって各波の波高が若干異なる。したがって不規則波を各波ごとに整理する場合は、規則波のようにきちんとしたデータは得られない。しかしこのように不規則な波でも、波高がある値以上になると双峯型波圧が現われるようになるのは、双峯型波圧の一般性を示すものといえよう。

6. 静水面における最大波圧強度とそのときの水位

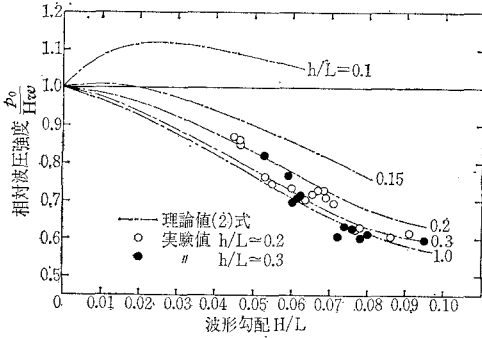
つぎに波圧の大きさの代表値として、静水面における最大波圧強度を調べてみると、図—6, 7 のような結果が得られる。図—6 は浅海波の場合で、波高が小さい間は

図—6 静水面における最大波圧強度 (浅海波)



p_0/wH の値も増加し、この間には式 (2) の理論値ともあっている。しかし $H/h=0.2$ 付近から H/h の増加につれて p_0/wH の値が減少して 1.0 前後にまで下る。この波圧の相対的減少は、波高の増大とともに波の山が鋭くなるため、水位上昇分だけの水圧が働かなくなることによると考えられる。特に波高の大きな所では、高調波成分の影響がいちじるしく、双峯型波圧を出現させるとともに最大波圧の値を減少させて、図-3 の例のように結果的には Sainflou 波圧より小さな波圧しか生じないことになる。

図-7 静水面における最大波圧強度 (深海波的な波)



一方深海波的な波については、図-7 のように波形勾配の増加とともに相対波圧 p_0/wH が減少し、しかもこの減少率は式 (2) によるものと非常に良く一致している。これは図-2 の例からも予想されたところであり、深海波的な波については Tadjbakhsh と Keller の第 3 次近似解が十分な精度で適用できることを示すものとい

図-8 浅海波の最高水位および波圧最大水位

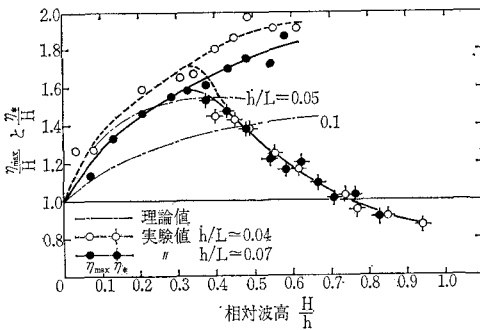
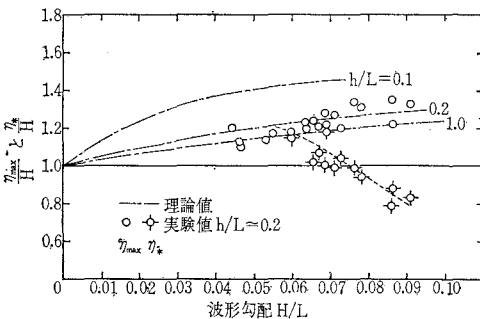


図-9 深海波的な波の最高水位および波圧最大水位



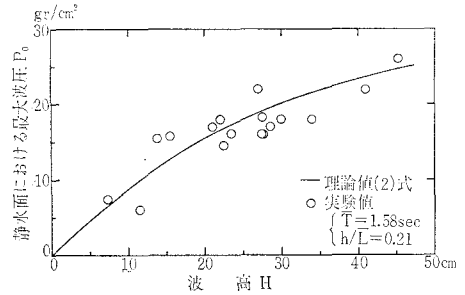
えよう。

最大波圧の大きさと並んで重要な問題は、最大波圧時の水位である。すでに図-2,3 の例に見るように、双峯型波圧が現われるときは、波圧が最大のときの水位 η_* は、最高水位 $\eta_{\max}$ よりも低くなる。図-8,9 はこの最高水位および波圧最大水位が波高とともにどのように変わるかを示したもので、特に浅海波のときに $\eta_{\max}$ と η_* との差がいちじるしい。碎波限界近くの波では、 $\eta_{\max}/H$ が 1.8 以上なのに η_*/H は 1.0 以下となっている。

7. 不規則波の波圧の考察

以上の結果は、ほぼ規則的な波が重複波を形成するときの波圧を調べたものである。しかしこうした実験室内の結果を実際の防波堤などの設計に応用するには、さらに多くの問題点を検討しなければならない。その一つは、実際の海に起こる不規則波の波圧をどのように推定するかである。これは見方を変えれば、適用すべき波圧公式が定まっているとして、波高として H_{mean} , $H_{1/3}$, $H_{1/10}$, $H_{\max}$ のどれを計算に使うかということでもある。

図-10 準不規則波の波圧



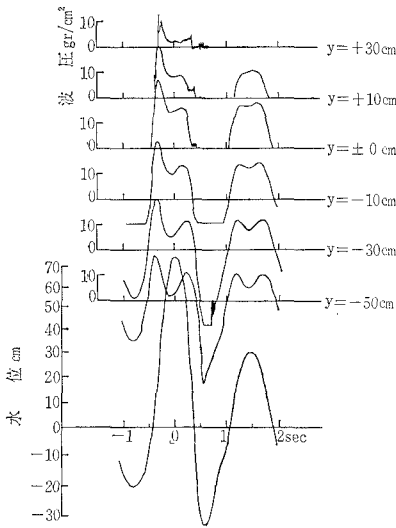
こうした不規則波の波圧の一つの資料として、図-5 の準不規則波について静水面の最大波圧強度と各波の波高との関係を調べたのが図-10 である。波高は、前面波形記録の谷から山までの $1/2$ を用いている。ここで図中の理論値は、17 波の平均周期 $T=1.58 \text{ sec}$ を用いて計算したもので、実験値と非常に良く一致している。この場合の水深波長比は $h/\bar{L}=0.21$ で、規則波については式 (2) の理論式が適用できるケースである。このことは、重複波的な波が作用している限り、波の不規則性は波圧にあまり影響をおよぼさないことを意味しよう。重複波的な波の場合、波圧合力の最大値が堤体の摩擦抵抗力を越えれば、堤体が滑動を始める。したがって、このようなときは、波圧の計算に最大波高 $H_{\max}$ を用いるのが良いと思われる。ただ、 $H_{1/3}$ では重複波で $H_{\max}$ では碎波となるケースも考えられるので、この問題はさらに詳細な検討を必要としよう。

8. 重複波圧から砕波圧への移行について

波圧の問題の中で特にむずかしいものは、重複波圧から砕波圧への移行であろう。構造物設計の実際面からは、重複波圧の適用限界ということになる。表面の波形を観察している場合には、重複波と砕波との限界を決めることはそれほどむずかしくない。しかし測定された波圧記録だけを見ていると、重複波圧から砕波圧への変化はあまり明瞭でなく、砕波型波圧の定義のしかたによって境界がかなり変わるものようである。

図—11 砕波的な波圧の例

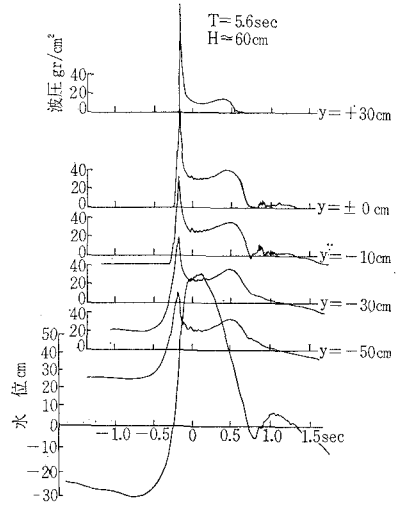
$T=1.55\text{sec}$ $H_s=95.5\text{cm}$



図—11 は準不規則波の実験で得られた一つの例で、周期 1.55sec 、前面波高は 95.5cm である。水深は 70cm である。波形記録が乱れていないので、波はまだ砕けていないか、砕けかけたとしても気泡をあまりふくまずに壁面をはい上った程度の波と推定される。この場合波高としてやや問題はあるが、前面波高の $1/2$ として計算すると、入射波の波形勾配が $H/L=0.147$ となり、進行波としての砕波限界を越えた値になる。しかし波圧記録は、双峯型の前の山が大きくなって対称性は失われているが、最大波圧は静水面における $p_{\max}=27\text{g/cm}^2$ であり、特に砕波圧と呼ばれるほどの大きさではない。砕波的とでもいえるのは、 $y=+30\text{cm}$ の所の記録が衝撃性の波圧を示していることである。しかし $y=+10\text{cm}$ の波圧も小さな衝撃性の圧力波形を示していることから考えて、これは衝撃砕波圧というよりも、急上昇する水面が波圧計に接触する際の質量力的な衝撃圧と思われる。

上記の例は、水深波長比が $h/L=0.21$ で深海波的な性質を残している波の場合である。このように深海波的な波の場合には、強い衝撃圧を生ずることが少ない。水

図—12 浅海における砕波圧の例



面を観察していて重複波の腹の位置で水が跳ね上るようなときでも、波圧としては重複波的なことが多く、波の不規則性がよほどうまく働かないと、明瞭な砕波圧を生じないようである。

これにくらべて浅海波の場合には、砕波的な波圧が割合に生じやすい。図—12 はその一例で、周期は 5.6sec である。波高については、波が検定水路の方で先に砕け、前面の波形記録も砕波と越波で乱れているので、良くわからない。しかし進行波としての砕波状況から見て、 $60\pm 5\text{cm}$ と推定される。波圧記録のうち $y=+10\text{cm}$ のものは、図の混乱を避けるため省略してある。この記録では、水面が $y=+30\text{cm}$ の高さ達したときに、水面から水底まで衝撃性の波圧が生じて、それ以後は水面が上昇を続けているにもかかわらず、波圧は急速に減少している。最大波圧は、波圧計の応答特性の問題はあるが、一応 $y=+30\text{cm}$ の高さの $p_{\max}=115\text{g/cm}^2$ と推定される。

浅海波の場合にはこのように砕波圧が生じやすいといっても、その場合の相対波高は $H/h=0.8\sim 0.9$ であって、進行波としての限界波高、あるいはそれ以上の波高のときである。光易¹²⁾は一樣斜面上の直立壁に強い衝撃砕波力が働くのは、進行波としての初期砕波点よりもやや岸側に直立壁が置かれたときであることを示している。このような点から見て、重複波的な波圧は進行波の砕波限界近くの波にまで適用できるのではないかと思われる。ただしこれは一樣斜面上に完全な直立壁を設けたときで、混成防波堤のように捨石マウンドなどがある場合には、マウンドの影響で砕波的な波圧が生じやすくなることに注意する必要がある。

9. 結 論

以上の結果をとりまとめると、つぎのようなことがい

えるものと思われる。

1) 双峯型の波圧波形は、波形勾配が図—4 に示す値以上になったときに現われる。

2) 静水面付近に現われる双峯型波圧は、主として3倍周波数以上の高調波成分の影響によるものである。

3) Tadjbakhsh と Keller による重複波の第3次近似解は、水深波長比が $h/L=0.2$ 程度よりも大きな波については、ほぼ妥当な結果を与える。しかし浅海波については、近似精度の不足が認められる。

4) 双峯型波圧が現われる場合、波圧が最大となるときに水位は、最高水位よりもかなり低くなる。

なお本稿のとりまとめに際しては、港湾技術研究所水工部防波堤研究室長伊藤喜行技官にいろいろ有益な助言をして頂いた。また実験に際しては、同研究室鍵水幸雄君の協力を得た。ここに記して感謝する次第です。

参 考 文 献

- 1) Tadjbakhsh, I. and Keller, J.B. : Standing Surface Waves of Finite Amplitude, J. Fluid Mech. **8**, 1960, p. 442-51.
- 2) Fultz, D. : An Experimental Note on Finite-Amp-

- litude Standing Gravity Waves, J. Fluid Mech. **13**, 1962, p. 193-212.
- 3) Stoker, J.J. : Water Waves, Interscience Pub., 1957, p. 137.
- 4) 光易 恒・長谷直樹 : 波の圧力に関する実験的研究 (1), 運研報告, 5巻, 1号, 1955, p. 42-54.
- 5) 永井莊七郎 : 重複波に関する二, 三の問題について, 第11回海岸工学講演会講演集, 昭 39, p. 29-34.
- 6) 栗林 隆・宇田居吾一・村木義男・高橋基次・石田直之 : 防波堤に働く波圧について (第1報), 第5回海岸工学講演会講演集, 昭 33, p. 41-51.
- 7) 浜田徳一・光易 恒・長谷直樹 : 構造物に作用する波力に関する実験, 第3回海岸工学講演会講演集, 昭 31, または運研報告 6巻, 9-10号.
- 8) Penney, W.G. and Price, A.T. : Finite Periodic Stationary Gravity Waves in a Perfect Liquid, Phil. Trans. A, Vol. 224, 1952, p. 254-284.
- 9) 浜田徳一 : 波の理論について, 港湾講演集, 昭 28, p. 88-104.
- 10) 岸 力 : 物部水理学第19章波動 (本間・安芸編), 岩波, 1962, p. 489.
- 11) 合田良実 : Tadjbakhsh と Keller による有限振幅重複波の理論とその応用, 港研水工部防波堤研究室資料 No. 27, 1964 (部内資料).
- 12) Mitsuyasu, H. : Experimental Study on Wave Force against a Wall, Report of T.T.R.I., No.47, 1961.