

波による水中圧力の変動について

光 易 恒*・広 本 文 泰**

1. はしがき

浅海における波による水中の圧力変動の問題は、波の理論そのものとして興味があるだけでなく、海岸における各種の実際的な問題に関連しても重要である。たとえば、水圧式波高計を用いて波浪観測を行なう場合には、進行波による水中の圧力変動に関し正確な知識を必要とするし、壁体に作用する波力を算定するためには、重複波による波圧の特性を正確に知る必要がある。

従来、前者については便宜的に微小振幅波理論による波圧の式が使用され、後者については多くの場合 Sainflou の式が使用されてきたが、それぞれ、式の近似度の不足その他の原因によりかなりの問題が残されていた。

ところが、最近進行波ならびに重複波に関し、それぞれ高次近似の式があいついで発表され、波圧に関してもこれらの結果が利用できるようになった。そこで、本報告では、まず進行波について Skjelbreia の 3 次近似の速度ポテンシャルを用いて水中圧力の一般式を求め、これをもとにして圧力変動と比水深や波形勾配などの波の特性との関係、表面波形と水中の圧力波形との関連、ならびに波の非線型性に基因する波高補正係数の大きさなどについて具体的検討を行なった。また重複波については、Tadjbakhsh と Keller の 3 次近似の理論式により壁面の位置における圧力変動の特性（たとえば、圧力変動における高周波成分の大きさやその効果など）の検討、ならびに 3 次近似の式と Sainflou の式との数量的比較などを行なった。

2. 水中圧力の一般式

(1) 進行波

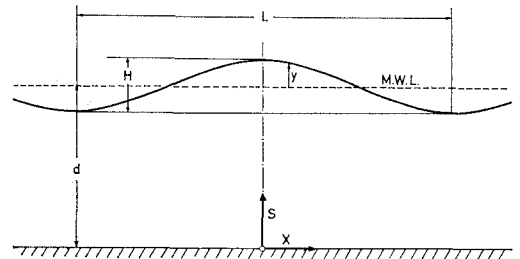
Skjelbreia¹⁾ は、運動が非粘性・非回転であるとの仮定に立って 3 次近似の速度ポテンシャル ϕ を求めている。これを使ってベルヌーイの定理から水中圧力の一般式を算出すると、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho} &= -\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \right\} - gs + \text{const.} \\ &= \beta^{-1} C_0^2 \left[-\frac{1}{4} \lambda^2 A_{11}^2 \cosh 2\beta s + \{ (\lambda A_{11} \right. \\ &\quad \left. + \lambda^3 A_{11} C_1) \cosh \beta s - \lambda^3 A_{11} A_{22} \cosh 3\beta s \} \cos \theta \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left\{ 2 \lambda^2 A_{22} \cosh 2\beta s - \frac{1}{4} \lambda^2 A_{11}^2 \right\} \cos 2\theta \\ &+ \{ 3 \lambda^3 A_{33} \cosh 3\beta s - \lambda^3 A_{11} A_{22} \cosh \beta s \} \cos 3\theta \\ &- gs + \text{const.} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここに用いた座標系は 図-1 に示すとおりであって、 $\lambda = \beta a$, $\beta = 2\pi/L$, $\theta = \beta(x - \bar{C}t)$, また波高に関するパラメーター $a = \lambda/\beta$ と波高 H との関係ならびに波速 $\bar{C}$ はそれぞれ次式で示される。

図-1



$$\frac{\pi H}{d} = \frac{1}{d/L} (\lambda + \lambda^3 B_{33}) \dots\dots\dots (2)$$

$$\beta \bar{C}^2 = C_0^2 (1 + \lambda^2 C_1), \quad C_0^2 = g \tanh \beta d \dots\dots (3)$$

係数 A_{11} , A_{22} , ..., B_{33} , C_1 などは、いずれも比水深 d/L の関数であって、Skjelbreia と Hendrickson の論文²⁾ におけるものと同じである。

(2) 重複波

Tadjbakhsh, Keller³⁾ の 3 次近似の理論解から、完全重複波の水中圧力に関する一般式を導くと、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{\rho g} p &= -\beta(s-d) + \lambda \frac{1}{\cosh \beta d} \sin \beta ct \cos \beta x \cosh \beta s \\ &+ \frac{1}{8} \lambda^2 \left[(\omega_0^2 - \omega_0^{-2}) \{ -1 + \cosh 2\beta s \right. \\ &+ \cos 2\beta ct \cosh 2\beta s - \cos 2\beta x \\ &- \cos 2\beta ct \cos 2\beta x \} + (3\omega_0^2 + \omega_0^{-2}) \cos 2\beta ct \\ &+ \frac{3}{\cosh 2\beta d} (\omega_0^2 - \omega_0^{-2}) \cos 2\beta ct \\ &\times \cos 2\beta x \cosh 2\beta s \left. \right] \\ &+ \lambda^3 \left[\frac{1}{256} \left\{ \frac{1}{\cosh 3\beta d} (1 + 3\omega_0^4) \right. \right. \\ &\times (3\omega_0^{-8} - 5 + 2\omega_0^4) \sin \beta ct \cos 3\beta x \cosh 3\beta s \\ &+ \frac{3}{\cosh \beta d} (9\omega_0^{-8} + 62\omega_0^{-4} - 31) \\ &\times \sin 3\beta ct \cos \beta x \cosh \beta s \left. \right\} \end{aligned}$$

* 正会員 理博 九州大学助教授 応用力学研究所

** 正会員 工修 運輸省港湾技術研究所

図-2 (a)

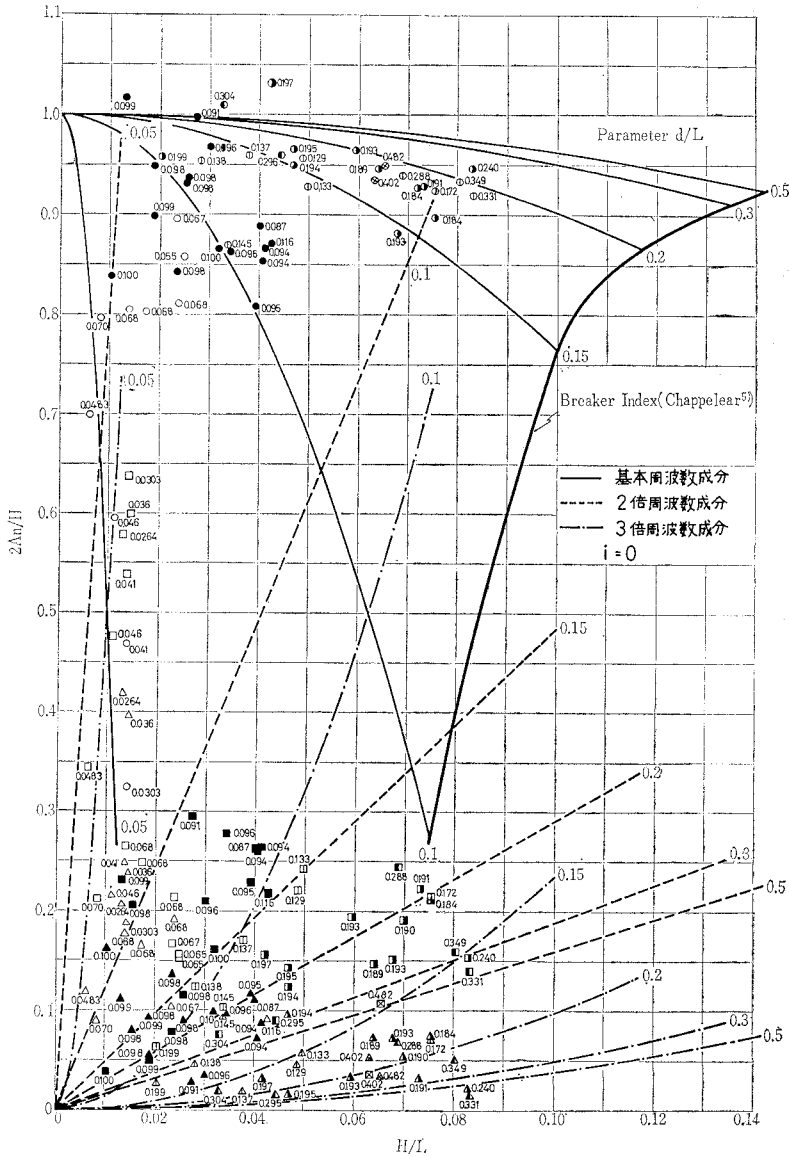


図-2 (b)

d/L	基本	2倍	3倍
0.35 ≤	⊗	⊠	▲
0.25 ≤ < 0.35	●	■	▲
0.175 ≤ < 0.25	○	□	▲
0.125 ≤ < 0.175	⊕	⊡	▲
0.075 ≤ < 0.125	●	■	▲
< 0.075	○	□	▲

$$\begin{aligned}
 & + \frac{3}{\cosh 3\beta d} (1 + 3\omega_0^4) \\
 & \times (-9\omega_0^{-12} + 22\omega_0^{-8} - 13\omega_0^{-4}) \\
 & \times \sin 3\beta ct \cos 3\beta x \cosh 3\beta s \} \\
 & + \frac{1}{64 \cosh \beta d} (9\omega_0^{-8} - 12\omega_0^{-4} - 3 - 2\omega_0^4) \\
 & \times \sin \beta ct \cos \beta x \cosh \beta s \\
 & + \frac{3}{32 \cosh \beta d \cosh 2\beta d} (1 - \omega_0^{-8}) \\
 & \times \{ \sin \beta ct \cos \beta x \cosh 3\beta s \\
 & - \sin \beta ct \cos 3\beta x \cosh \beta s \\
 & + \sin 3\beta ct \cos \beta x \cosh 3\beta s \\
 & - \sin 3\beta ct \cos 3\beta x \cosh \beta s \} \dots\dots\dots (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d/L_0 &= (d/L)\omega_0^2 \\
 & \times \left\{ 1 + \frac{1}{32} \lambda^2 (9\omega_0^{-8} - 12\omega_0^{-4} - 3 - 2\omega_0^4) \right\} \\
 L_0 &= \frac{gT^2}{2\pi} \dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

ここに $\omega_0^2 = \tanh \beta d$ であって、波長 L は、

によって決定される。

3. 水中圧力に関する 二,三 の検討

(1) 進行波

ここでは、式(1)などを使って、波の特性と水面変動および水中の圧力変動との関係を見たのち、水面変動と圧力変動との関連、ならびに波高補正係数について考察してみる。

Skjelbreia の水面変動に関する式、

$$\beta y = \lambda \cos \theta + \lambda^2 B_{22} \cos 2\theta + \lambda^3 B_{33} \cos 3\theta \dots (6)$$

を、式(2)を用いて変形すると、

$$\frac{2y}{H} = \frac{2A_1}{H} \cos \theta + \frac{2A_2}{H} \cos 2\theta + \frac{2A_3}{H} \cos 3\theta \dots (7)$$

ただし、

$$\frac{2A_1}{H} = 1 - \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 B_{33}, \quad \frac{2A_2}{H} = \left(\frac{\pi H}{L}\right) B_{22}$$

$$\frac{2A_3}{H} = \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 B_{33}$$

これから各周波数成分の値を算定し、その結果を図-2(a)に示したが、比較のため合田⁴⁾の実験値もプロットしてある(図-2(b)参照)。実測値と理論値とは比較的良好に合っているが、 d/L が小さいところでははずれが大きく、従来より指摘されているように $d/L < 1/7$ の適用は無理と思われる。

計算結果によると、比水深 d/L が小さいほど、また波形勾配 H/L が大きいほど、基本周波数成分は減少し、その代わり2倍、3倍の周波数成分が増加する。また d/L が0.3より大きくなってくると、各周波数成分に対する d/L の影響はわずかとなる。

つぎに水中圧力について見ると、式(1)の const. は表面条件より決定されるのであるが、原理的に2次近似の場合と同じと考えられるので、浜田の式を参照して const. $= \frac{1}{4} \beta^{-1} C_0^2 A_{11}^2$ とおける。したがって、式(2)の H を使って式(1)を書きかえると、

$$\frac{2p}{\rho g H / \cosh \beta d} = \frac{2}{\rho g H / \cosh \beta d} \times (p_0 + p_1 \cos \theta + p_2 \cos 2\theta + p_3 \cos 3\theta) \dots (8)$$

ただし、

$$\frac{2p_0}{\rho g H / \cosh \beta d} = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi H}{L}\right) A_{11} (1 - \cosh 2\beta s) - \left(\frac{\pi H}{L}\right)^{-1} (\cosh \beta d) \beta s$$

$$\frac{2p_1}{\rho g H / \cosh \beta d} = \left\{ 1 - \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 (B_{33} - C_1) \right\} \cosh \beta s - \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 A_{22} \cosh 3\beta s$$

$$\frac{2p_2}{\rho g H / \cosh \beta d} = 2 \left(\frac{\pi H}{L}\right) \frac{A_{22}}{A_{11}} \cosh 2\beta s - \frac{1}{4} \left(\frac{\pi H}{L}\right) A_{11}$$

$$\frac{2p_3}{\rho g H / \cosh \beta d} = 3 \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 \frac{A_{33}}{A_{11}} \cosh 3\beta s - \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 A_{22} \cosh \beta s$$

この式から、各周波数成分の大きさと比水深 d/L 、波形勾配 H/L との関係进行計算し、その結果を図-3(a)、(b)、図-4に示した。図-3は水底($s=0$)、図-4は

図-3(a)

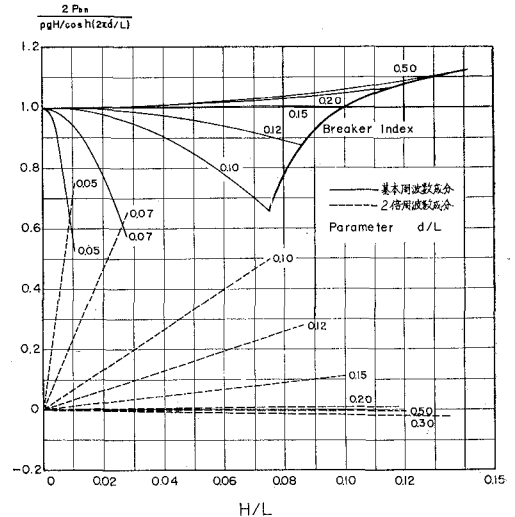


図-3(b)

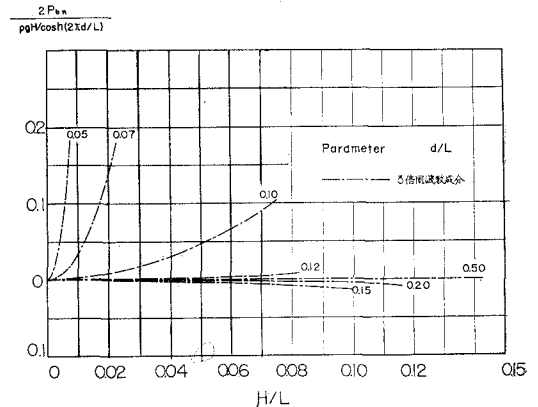
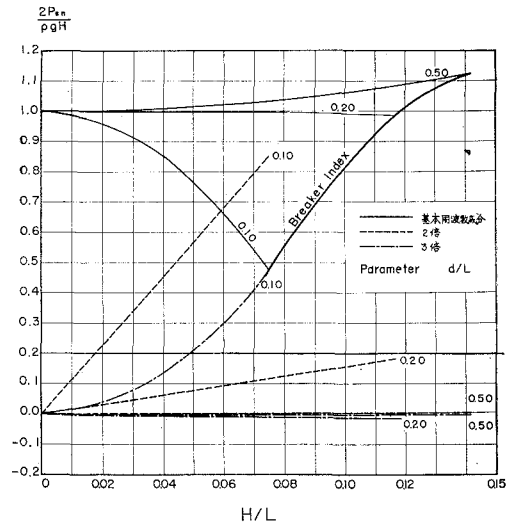


図-4



静水面 ($s=d$) の場合であって、これらを見ると水底、静水面とも d/L が小さくなるにつれて基本周波数成分は減少し、2倍、3倍の成分が増加することがわかる。また、基本周波数成分は、深海性の波では H/L の増加につれて増大するが、浅海性の波では逆に減少する傾向がある。たとえば水底圧力の場合には $d/L > 0.15$ のとき増加、 $d/L < 0.15$ で減少、また $d/L \approx 0.15$ のときは変化しない。

図—3、図—4 の両者を比較してみると、式 (8) から明らかのように、水底に近づくにつれて2倍、3倍の周波数成分の大きさが漸次減少してゆき、圧力波形は正弦波に近づくことがわかる。各周波数成分と圧力波形との関係については、2倍周波数成分は概して $p_2 > 0$ であるから、基本周波数成分による正弦波の山と谷とを高くし、その中間を低くするように作用する。ただし、 d/L が大きくなって深海性の波となると、水底付近で $p_2 < 0$ となって上述の関係は逆になる。3倍周波数成分は、たとえば水底の場合、 $p_3 < 0$ であるから正弦波の山を低くし谷を高くするように働く。しかし、これらの影響はかなり小さく波頂の位相で極小点を生じるための条件 $\partial^2 p / \partial t^2|_{t=0} \geq 0$ すなわち $p_1 + 4p_2 + 9p_3 \leq 0$ を満たすことはない。したがって重複波に見られるような山が2つに割れた圧力波形をとることはなく、最大圧力は常に波頂の位相に生じる。

進行波の表面波形と圧力波形との関連の問題は、前にも述べたように水圧式波高計を使って波浪観測を行なおうとするとき非常に重要である。ところが、今までに見てきたように、表面波形と圧力波形とはかなり異なった特性を示し、両者の間に単純な関連を見出すことは容易でない。従来、水中の圧力変動から波高を推定する際には、一般に微小振幅波理論による波圧の式が用いられ、実測値とのくい違いを補正するために、次式で定義され経験的に決定される n 、

$$n = \frac{\rho g H \cosh 2\pi s/L_1}{|4p| \cosh 2\pi d/L_1} \dots\dots\dots (9)$$

L_1 : 微小振幅波理論による波長

すなわち微小振幅波理論によって算定される圧力変動と実際の圧力変動 $|4p|$ との比が用いられている。従来の実測結果によると、水路での実験では n は 1.07~1.1、海岸の波の観測では 1.3~1.5 となることが報告⁶⁾ されている。現地海岸での観測結果による n には、波動の非線型性による効果のほかに、ランダムな波を有義波で代表するという便宜的な方法を用いたことによる誤差も含んでいるから、実験結果による n と異なったものになることは当然であろう。したがって、 n の実態を明らかにするためには、波動の非線型効果とともに波の統計的要因についても検討する必要があるが、ここでは波の非線型的な要因にもとづく n の大きさを評価してみる。

式 (8) から、水底における波の山と谷との間の圧力変動 $|4p_b|$ は、

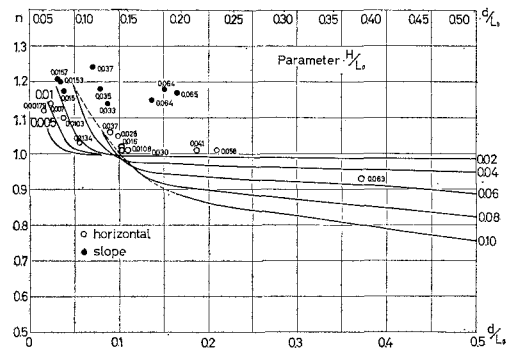
$$\begin{aligned} |4p_b| = & \frac{\rho g H}{\cosh 2\pi d/L} \\ & \times \left[1 + \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \left(-2A_{22} + 3\frac{A_{33}}{A_{11}} - B_{33} + C_1 \right) \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (10)$$

となって、波高補正係数 n は、

$$\begin{aligned} n = & \frac{\cosh 2\pi d/L}{\cosh 2\pi d/L_1} \\ & \times \left[1 + \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \left(-2A_{22} + 3\frac{A_{33}}{A_{11}} - B_{33} + C_1 \right) \right]^{-1} \end{aligned} \dots\dots\dots (11)$$

と書ける。この式を使って n と H/L_0 、 d/L_0 (L_0 は沖波波長) との関係を算定した結果を図—5 に示した。これより $d/L_0 > 0.1$ では d/L_0 あるいは H/L_0 が大きくなるにつれて n は減少し、 $d/L_0 < 0.1$ では d/L_0 が小さくなるにつれて n は急激に増加するが $d/L_0 > 0.1$ の場合とは逆に H/L_0 が大きいほど n は大きい。また、 $d/L_0 \approx 1$ では n は H/L_0 に関係なく1程度の値である。このことは、 $d/L_0 = 0.1$ がほぼ $d/L = 0.14$ に相当することから、前述の $d/L \approx 0.15$ を境として基本周波数成分が1より増減することと関連がある。

図—5



室内実験による測定値⁶⁾ との比較を見ると、全体の傾向は計算値に則した変化をしているが、個々については実測値の方が全体的に少し大きくなっている。もっとも実測値の数が少なく、しかも3次近似解の適用が疑問視される d/L の小さいところに集中しているため判然としたことはいえない。実験値について底面が傾斜 (1/15~1/5) しているときは水平の場合よりかなり大きくなっており、 n は水路底の勾配の影響を強く受けるものと思われる。このことは、現地海岸において海底勾配などの影響で n が大きくなる可能性を示唆している。

図—5 の計算値および実験値を見てもわかるように、波動の非線型性にもとづく n は大きくても 1.2~1.25 程度であって、しかも d/L_0 が 0.1 より大きい領域ではむしろ1より小さくなっている。したがって、現地海岸

の実測値が $n=1.3\sim 1.5$ とかなり大きくなることは、海底勾配(実際の海底勾配はさほど大きくないから)の影響を加味しても波動の非線型効果によっては説明できず、むしろこの影響はかなり小さいと見るべきであろう。また、海岸における実測値では、 n は場所により大きな散乱を示すことが認められており、このことは、 n が現地波浪の局所的・時間的諸特性によって大きく変わることを意味するであろう。換言すれば、 n の値はその大部分が現地波浪の統計的特性に支配されると見るのが妥当と思われる。現地波の n についていま1つつけ加えれば、後述するように重複波の n は進行波の場合よりかなり大きくなる傾向があることに留意すると、現地波の場合は表面波の干渉によって生じた束縛波が n を大きくする1要因となる可能性も考えられる。

(2) 重複波

式(4)において、 n を整数とすれば $\beta ct = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ のとき水面は各点で最高もしくは最低となり、とくに n が偶数であれば波頂は $x=0$ の点にくる。そこで、波高 H を重複波の腹の位置の水面変動 y の全振幅すなわち $x=0$, $\beta ct = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ のとき、

$$H = y|_{n=2m} - y|_{n=2m+1} \quad (m \text{ は整数}) \quad \dots\dots(12)$$

と定義することにすれば、

$$\beta H = 2\lambda \left[1 + \frac{1}{256} \lambda^2 (27\omega_0^{-12} + 27\omega_0^{-8} + 96\omega_0^{-4} - 63 + 11\omega_0^4 + 6\omega_0^8) \right] \quad \dots\dots(13)$$

となる。

構造物に作用する波圧を問題にすると、重複波の腹の位置における圧力変動が重要である。そこで、式(4)、(13)から、壁面($x=0$)における水中圧力を水底、静水面の2つの場合について求めてみると、まず水底($s=0$)では、

$$\begin{aligned} \frac{2(p_b - \rho g d)}{\rho g H / \cosh \beta d} = & -\frac{1}{8} \left(\frac{\pi H}{L} \right) (\omega_0^2 - \omega_0^{-2}) \cosh \beta d \\ & + \frac{2}{\rho g H / \cosh \beta d} (p_{b1} \sin \beta ct + p_{b2} \cos 2\beta ct \\ & + p_{b3} \sin 3\beta ct) \quad \dots\dots(14) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} \frac{2p_{b1}}{\rho g H / \cosh \beta d} = & 1 + \frac{1}{256} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \\ & \times \left\{ (-27\omega_0^{-12} + 9\omega_0^{-8} - 144\omega_0^{-4} + 51 - 19\omega_0^4 \right. \\ & \left. - 6\omega_0^8) + \frac{\cosh \beta d}{\cosh 3\beta d} (3\omega_0^{-8} + 9\omega_0^{-4} - 5 \right. \\ & \left. - 13\omega_0^4 + 6\omega_0^8) \right\} \\ \frac{2p_{b2}}{\rho g H / \cosh \beta d} = & \frac{1}{8} \left(\frac{\pi H}{L} \right) (\cosh \beta d) \\ & \times \left\{ (3\omega_0^2 + \omega_0^{-2}) + \frac{3}{\cosh 2\beta d} (\omega_0^2 - \omega_0^{-6}) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2p_{b3}}{\rho g H / \cosh \beta d} = & \frac{3}{256} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \\ & \times \left\{ (9\omega_0^{-8} + 62\omega_0^{-4} - 31) \right. \\ & \left. + \frac{\cosh \beta d}{\cosh 3\beta d} (-9\omega_0^{-12} - 5\omega_0^{-8} + 53\omega_0^{-4} - 39) \right\} \end{aligned}$$

静水面($s=d$)では、

$$\begin{aligned} \frac{2p_s}{\rho g H} = & -\frac{1}{8} \left(\frac{\pi H}{L} \right) (3\omega_0^2 - \omega_0^{-2}) + \frac{2}{\rho g H} \\ & \times (p_{s1} \sin \beta ct + p_{s2} \cos 2\beta ct + p_{s3} \sin 3\beta ct) \\ & \dots\dots(15) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \frac{2p_{s1}}{\rho g H} = & 1 + \frac{1}{256} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \\ & \times (-27\omega_0^{-12} + 12\omega_0^{-8} - 231\omega_0^{-4} + 142 - 32\omega_0^4) \\ \frac{2p_{s2}}{\rho g H} = & \frac{1}{8} \left(\frac{\pi H}{L} \right) (-3\omega_0^{-6} + \omega_0^{-2} + 4\omega_0^2) \\ \frac{2p_{s3}}{\rho g H} = & \frac{3}{256} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \\ & \times (-9\omega_0^{-12} + 4\omega_0^{-8} + 83\omega_0^{-4} - 38) \end{aligned}$$

となる。これら両式から各周波数成分の大きさの比較を行なったのが図-6、図-7である。図-6の水底の場合と図-7の静水面の場合とを対比してみると、水底では静水面にくらべて2倍、3倍の周波数成分の効果が大きくなっており、進行波とは逆の性質をもつことがわかる。2倍周波数成分は、一般に $p_{b2}, p_{s2} > 0$ であるから基本周波数成分による正弦波の山と谷とを低くし、その中間を高くするように作用し、また3倍周波数成分もそのほとんどが山を低くするように働く。したがって、山の部分の圧力波形は、水面から水底に近づくにつれて

図-6

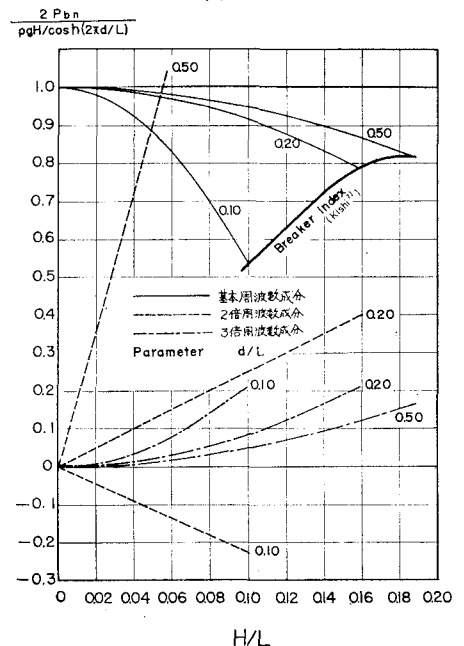
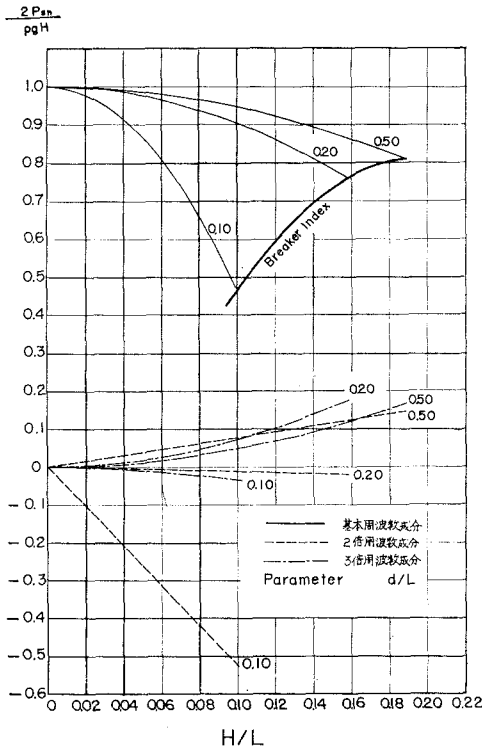


図-7

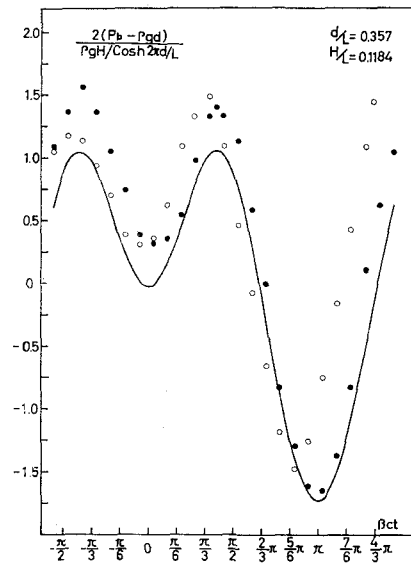


おおむね凸型から凹型すなわち山が2つに割れた波形に変化してゆき、このため最大圧力は波頂以外の位相に現われることになる。しかし、 d/L が小さく、たとえば、 $d/L=0.10$ では $p_{b2}, p_{s2} < 0$ となるため、2倍周波数成分は圧力波形の山と谷とを高くすることがわかる。

図-8, 図-9 は、式 (14), (15) より計算した圧力波形を実測値⁹⁾と比較したものであって、図-8 (a), 図-9 (a) は静水面、図-8 (b), 図-9 (b) は水底の場合である。図-8 は、比水深が $d/L=0.357$ と比較的大きい場合で、おおむねよく合っているが、図-9 に示したような $d/L=0.1373$ と小さい場合には、とくに水底ではずれが大きくなっており、2倍、3倍よりもさらに高次の周波数成分の影響も無視しえないことを示唆している。ただし、 d/L が小さくても H/L が小さいときの実測例では、大きなずれは認められない。しかし理論解の適用限界については、比較した例が少ないため明確なことはわからない。

今までに見てきたように、重複波における水中の変動圧力には、高次の周波

図-8 (b)



数成分の効果が大きく作用する。したがって、微小振幅波理論によって算定した変動圧力は、実際の変動圧力とかなり異なったものとなる。そこで高次の周波数成分の占める割合の大きい水底において、腹の位置 ($x=0$) における水面変動の全振幅 H に対応する圧力変動の全振幅 $|4pb|$ をとって、進行波の場合と同様に波高補正係数 n' を、

図-9 (a)

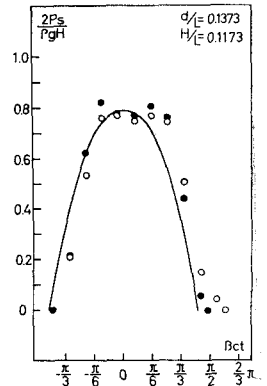
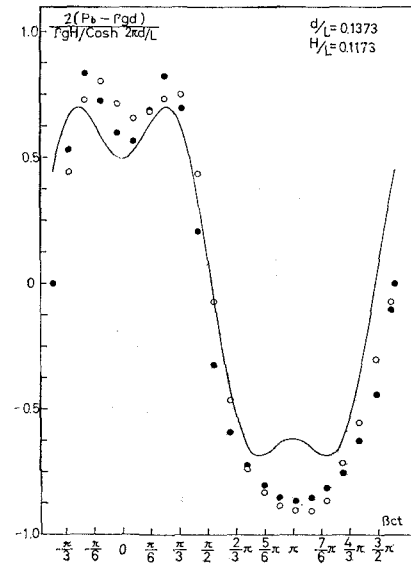


図-9 (b)

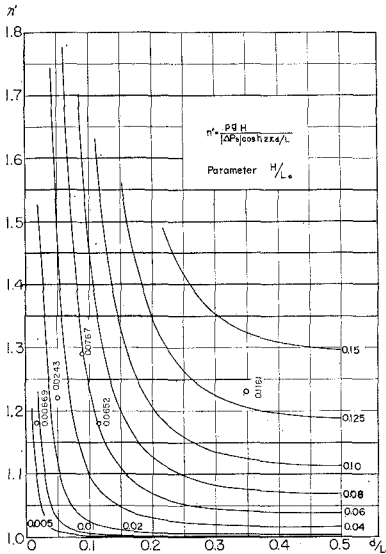


$$n' = \frac{\rho g H}{|4 p_b| \cosh 2 \pi d/L} \dots\dots\dots (16)$$

とおけば,

$$n' = \frac{1 + \frac{1}{256} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 (27 \omega_0^{-12} + 27 \omega_0^{-8} + 96 \omega_0^{-4} - 63 + 11 \omega_0^4 + 6 \omega_0^8)}{1 + \frac{1}{256} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \left\{ (9 \omega_0^{-8} - 234 \omega_0^{-4} + 81 - 8 \omega_0^4) + \frac{\cosh \beta d}{\cosh 3 \beta d} (1 + 3 \omega_0^4) (27 \omega_0^{-12} - 63 \omega_0^{-8} + 39 \omega_0^{-4} - 5 + 2 \omega_0^4) \right\}} \dots\dots\dots (17)$$

図-10



となる。この式によって n' と d/L_0 , H/L_0 ($L_0 = gT^2/2\pi$) との関係は算定した結果を図-10 に示した。この n' を用いれば、式 (16) から明らかなように微小振幅波理論によって算定した圧力変動の全振幅を、容易に有限振幅波の場合の全振幅に換算することができる。2倍周波数成分は、前に見たように、一般に圧力波形の山と谷とを低くするように作用するから、この効果は上式では相殺されている。したがって、式 (17) は圧力波形における3倍周波数成分の効果を評価したものともいえよう。

図-10 によると、3倍周波数成分が水底における変動圧力を小さくする効果は、 d/L_0 が小さく H/L_0 が大きいほど顕著であり、また d/L_0 の比較的大きいところでは、 n' が d/L_0 によって受ける影響はわずかで、ほとんど H/L_0 によって支配されることがわかる。同図の実験データ⁸⁾は、傾向としては計算値とかなりよい合致を見せているが、数が少ないためははっきりしたことはいえない。ただやはり d/L_0 の小さいところでははずれが大きくなっているようである。

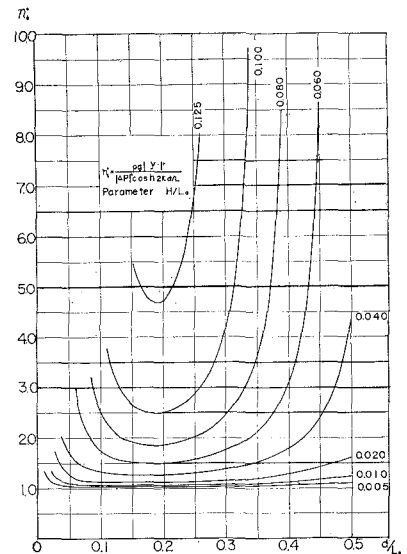
2倍周波数成分の効果について見るために、 $x=0$ における表面変動、圧力変動のうち正の側の変動量のみ注目して、それぞれを $|y|^{+}$, $|4p|^{+}$ とおいたときの補正係数 n_b^{+} を水底についてとれば、

$$n_b^{+} = \frac{\rho g |y|^{+}}{|4 p_b|^{+} \cosh 2 \pi d/L} = \frac{4_u}{4_d} \dots\dots\dots (18)$$

$$4_u = 1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\pi H}{L} \right) (\omega_0^{-2} - \omega_0^{-6})$$

$$4_d = 1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\pi H}{L} \right) (\cosh \beta d) \left\{ (3 \omega_0^2 + \omega_0^{-2}) + \frac{3}{\cosh 2 \beta d} (\omega_0^2 - \omega_0^{-6}) \right\} + \frac{1}{256} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \times \left\{ (-27 \omega_0^{-12} - 18 \omega_0^{-8} - 330 \omega_0^{-4} + 142 - 19 \omega_0^4 - 6 \omega_0^8) + \frac{\cosh \beta d}{\cosh 3 \beta d} (27 \omega_0^{-12} + 18 \omega_0^{-8} - 150 \omega_0^{-4} + 112 - 13 \omega_0^4 + 6 \omega_0^8) \right\}$$

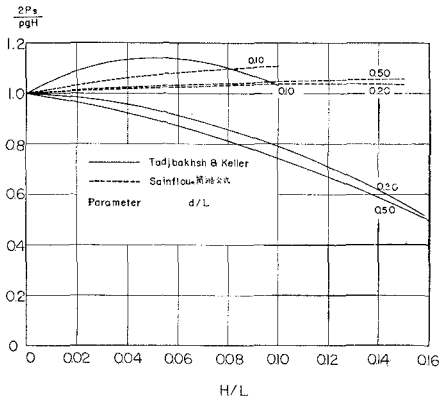
図-11



この計算結果は図-11 にあるが、 d/L_0 が大きいとき2倍周波数成分は $|4 p_b|^{+}$ を小さくする効果が大きい。ため、 n_b^{+} は d/L_0 が大きくなるにつれて飛躍的に増大するが、 d/L_0 の十分大きいところでは $|4 p_b|^{+}$ が負の値をとることになり、このため n_b^{+} もまた負となる。この傾向は H/L_0 が大きいときことに顕著である。したがって、 d/L_0 , H/L_0 が大きいときは、水面の正の側の変動に対応する腹の位置の圧力振幅はきわめて小さく、逆に水面が負の側に動くとき大きな圧力振幅が現われる。

水面の正の側の変動量がわかれば、 n_b^{+} を用いて圧力の正の側の変動量 $|4 p_b|^{+}$ を容易に計算することができる。ただ、式 (18) の誘導の際、時間 t に無関係な変動量は除外したので、計算にあたってはこの点注意する必要がある。

図-12



最後に、重複波の波圧公式として普通に用いられる Sainflou 簡略式との比較を行なってみる。図-12 は、波頂が現われたときの $x=0$ における静水面の波圧、

$$\frac{2p_s}{\rho g H} = -\frac{1}{8} \left(\frac{\pi H}{L} \right) (3\omega_0^2 - \omega_0^{-2}) + \frac{2}{\rho g H} (p_{s1} - p_{s2} - p_{s3}) \dots \dots (19)$$

を Sainflou 簡略式の場合と対比したものである。構造物に作用する波圧を考えると、最大圧力が問題であるから、山が2つに割れた圧力波形をとるときすなわち H/L が十分大きい領域では、この図によつて的確な比較はできないが、全般的に見て Sainflou 簡略式は、式(19)にくらべて、 H/L による相違を小さく見積っており、実際には H/L によつてかなり変動するものと思わ

れる。式(19)は、 d/L が小さいとき Sainflou 簡略式より大きな値となる。これは、波圧の実測値が一般には Sainflou 簡略式による計算値より小さいが、 $d/L < 1/10$ では逆に計算値の方が小さくなるという従来から指摘されてきた傾向と符合するものといえよう。同様の比較を水底についても行なったが、静水面の場合と類似の傾向が見られた。

終りにあたって、計算、図面作成などに協力していただいた港湾技術研究所波浪研究室の阿部淑輝、捧量作、須藤茂の各技官に謝意を表する。

参考文献

- 1) Skjelbreia, L.: Gravity waves Stokes, third order approximation, tables of functions.
- 2) Skjelbreia, L. and Hendricksen, J.: Fifth order gravity wave theory, Proc. 7th Conf. on Coastal Eng., Vol. 2, pp. 184-196, 1961.
- 3) Tadjbakhsh, I. and Keller, J.B.: Standing surface waves of finite amplitude, J. Fluid Mech., Vol. 8, pp. 442-451, 1960.
- 4) Goda, Y.: Wave forces on a vertical circular cylinder, experiments and a proposed method of wave force computation, Report of Port and Harbour Tech. Res. Inst., No. 8, 1964.
- 5) Chappellear, J.E.: On the theory of the highest waves, B.E.B. Tech. Memo., No. 116, 1959.
- 6) 浜田徳一・光易 恒・長谷直樹: 進行波による水底圧力の変動, 海岸工学講演会講演集, pp. 33-40, 1950.
- 7) 岸 力: 海岸堤防に関する研究(2)-有限振幅の浅水重複波, 土木研究所報告第90号の3, pp. 42-54, 1955.
- 8) 光易 恒・長谷直樹: 波の圧力に関する実験的研究(1), 運輸技術研究所報告第5巻1号, pp. 21-24, 1955.