

浅海風波の数値計算

井 島 武 士*・湯 麟 武**

1. はしがき

著者の一人は昭和 34 年の伊勢湾台風による波を推定するため、深海における移動性風域による波の図式解法 (Wilson, 1955) を浅海部に拡張し、異常高潮による水位の変動と風域の移動性を考慮した図式解法 (坂本・井島・佐藤・青野; 1960) を提案した。この方法は比較的実測または実際とよく一致すると考えられ、伊勢湾のみならず東京湾、大阪湾、周防灘などの台風による波の推定にも用いられて来た (井島・佐藤・青野; 1960, 第 2 港湾建設局, 第 4 港湾建設局, 1961 など)。その後 Wilson (1961, 1962), Darbyshire (1961) らは波の Hindcasting にそれぞれ自己の開発した波の推定方法に電子計算機による数値計算法を用いることを研究し、その実用化に役立っている。この研究では、著者らの浅海波の図式計算法を数値計算法に直し、電子計算機によりその解として波を推定する方法を述べたもので、実際への応用の結果までは示していないが、つぎの機会に周防灘および有明海への応用の実際を示すつもりである。

2. Wilson (1961) の深海波の計算

Wilson (1961) は風速一定の条件の下での深海波の有義波高と波速の fetch に対する関係を Sverdrup, Munk, Bretschneider らの用いた data にもとづき近似的につぎの関係式をもって表わした。

$$\frac{gH}{U^2} = \alpha \tanh \left[k_1 \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{1/2} \right] \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{c}{U} = \beta \tanh \left[k_2 \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{1/3} \right] \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 H : 有義波高, c : 有義波速, U : 風速, g : 重力の加速度, x : 吹送距離, $\alpha=0.26$, $\beta=1.40$, $k_1=10^{-2}$, $k_2=4.36 \times 10^{-2}$ である (その後 Wilson (1962) は $gH/U^2 = \alpha' (gx/U^2)^{0.4}$, $c/U = \beta' (gx/U^2)^{0.3}$ の方が better かも知れぬと述べている)。

式 (1), (2) は風速一定の条件におけるものであるから、風速 U が fetch x の関数 $U(x)$ の場合は dH/dx , dc/dx をつぎのようにして求めている。すなわち式 (1) からの、

$$H = f_1(x, U_0) \dots\dots\dots (3)$$

に対して、これを x で偏微分し、

$$\partial H / \partial x = \partial f_1(x, U_0) / \partial x \dots\dots\dots (4)$$

式 (3) と (4) の右辺から x を消去して、

$$\partial H / \partial x = f_2(U_0, H_0, \partial H / \partial x_0) \dots\dots\dots (5)$$

を得、これに $U_0 = U(x)$ として、任意の風速 U に対して、

$$\frac{dH}{dx} = f_3 \left(\frac{gH}{U^2} \right), \quad \frac{dc}{dx} = f_4 \left(\frac{c}{U} \right) \dots\dots\dots (6)$$

が得られる。この関係から fetch graph 上で波の進行曲線上に沿って逐次 H と c を計算して行くことができる。

式 (3)~(6) に対して Wilson は数学的な説明を与えているが、これは結局、図式解法の操作をそのまま数式で表現したものにほかならない。

この方法の基本的な仮定は式 (1), (2) のほかに、(i) ある linear fetch 上の波の成長は、その線に沿う風速の成分によって定まる、(ii) ある決まった方向の linear fetch から求められた最大の波は、他の方向の linear fetch からの波によって影響をうけない、ということであり、前の仮定は有効風速として実際の風速 U と、fetch の方向と風向とのなす角 θ の余弦 $\cos \theta$ との積 $U \cos \theta$ を取ることであり、後の仮定は考える点での最大の波は各方向の fetch についての計算波高の最大値をそのままその点での最大波とすることであり、これらの仮定はもちろん実測値との比較または波の 2 次元スペクトルとの関連において研究されるべきものである。

3. 浅海風波と風速および水深との関係

Bretschneider (1958) および Thijssse (1952) は、一定水深の浅海での有義波と風速および水深の関係をそれぞれ計算と実測および実験により求めた。両者の傾向は類似であるが、深海波との接続関係は Bretschneider によるものが明瞭である。Bretschneider による有義波高 H , 水深 D , fetch x の関係を深海 ($D \rightarrow \infty$) において式 (1) に漸近するような関数形で表わすと近似的に次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{gH}{U^2} = & \alpha \cdot \tanh \left[k_3 \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{3/4} \right] \\ & \times \tanh \left[\frac{k_1 (gx/U^2)^{1/2}}{\tanh k_3 (gD/U^2)^{3/4}} \right] \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、 $k_3=0.578$ で α と k_1 は式 (1) におけると同じである。式 (7) を図示すると 図-1 のようである。

浅海波の周期は多くの観測結果から、十分に発達した

* 正会員 工博 九州大学教授水工土木学科

** 正会員 台湾成功大学副教授

図-1 一定水深における浅海波の波高, 水深および fetch の関係

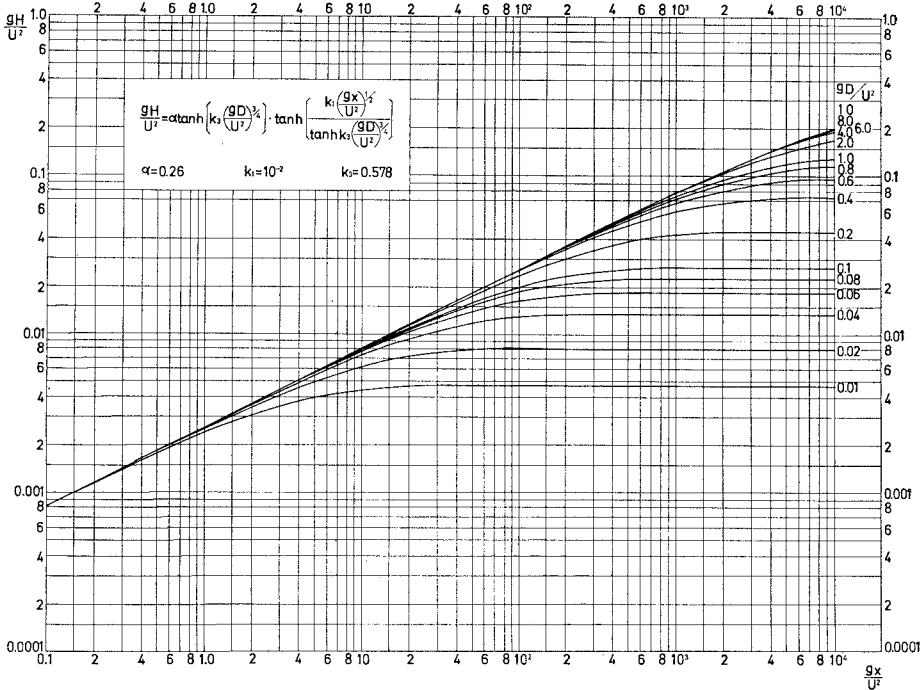
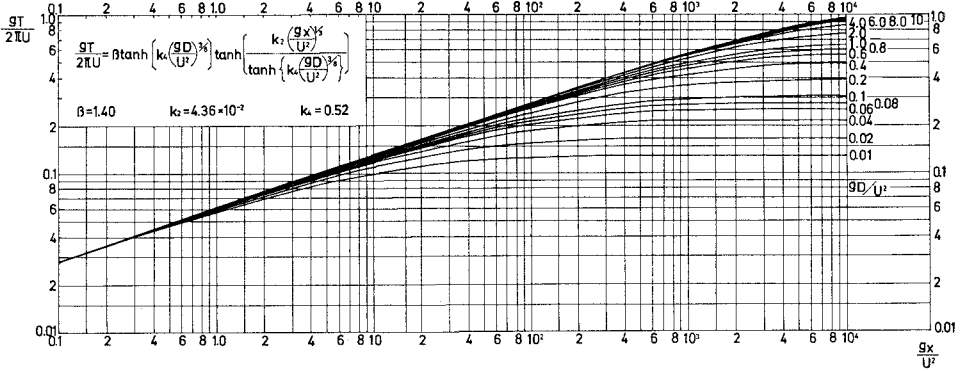


図-2 一定水深における浅海波の周期, 水深および fetch の関係



浅海波では $T \propto \sqrt{H}$ の関係があり, また Thijsse の実験結果を考慮し, $D \rightarrow \infty$ において式 (2) に漸近する周期の関数形としてつぎの式を仮定する。

$$\frac{gT}{2\pi U} = \beta \tanh \left[k_1 \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{3/8} \right] \times \tanh \left[\frac{k_2 (gx/U^2)^{1/3}}{\tanh k_1 (gD/U^2)^{3/8}} \right] \dots (8)$$

ここで, $k_1 = 0.520$ で, β および k_2 は式 (2) におけると同じである。式 (8) を図示すると 図-2 のようである。

われわれは式 (1), (2) に対応して式 (7), (8) を仮定し, また Wilson と同じく (i), (ii) の仮定のもとに計算を進めることになるが, このほかに波の屈折もここでは考えないこととする (これについてはつぎの機会に屈折効果を考慮した場合の計算結果を示し比較するつもり

である)。

4. 浅海風波の群速度

深海波では波のエネルギーは, 群速度すなわち波速の $1/2$ をもって進行するから, 式 (2) はそのままエネルギー速度として用いられる。浅海波では群速度 C_G は水深 D , 波長 L に対して,

$$n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{4\pi D/L}{\sinh 4\pi D/L} \right)$$

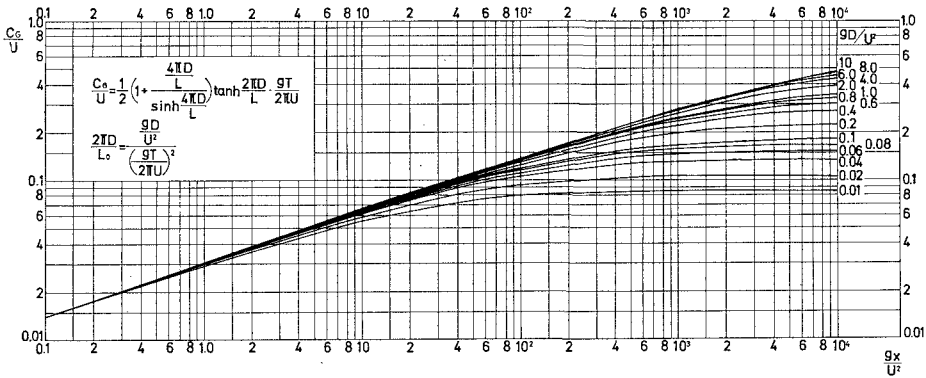
とすると, $C_G = nC = n \cdot C_0 \cdot C/C_0$

$$= n \cdot C_0 \cdot \tanh \frac{2\pi D}{L} = n \cdot \frac{gT}{2\pi} \cdot \tanh \frac{2\pi D}{L}$$

として表わされ, したがって,

$$\frac{C_G}{U} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{4\pi D/L}{\sinh 4\pi D/L} \right) \cdot \frac{gT}{2\pi U} \cdot \tanh \frac{2\pi D}{L} \dots (9)$$

図-3 一定水深における浅海波の群速度、水深および fetch の関係



となる。 $2\pi D/L$ は、

$$\frac{2\pi D}{L_0} = \frac{2\pi D}{L} \cdot \tanh \frac{2\pi D}{L} \quad \text{.....(10)}$$

の関係により、 $\frac{2\pi D}{L_0} = \frac{gD}{U^2} \left/ \left(\frac{gT}{2\pi U} \right)^2 \right.$ の関数であるから、結局 C_g/U は gD/U^2 と $gT/2\pi U$ の関数として表わされる。式 (8),(9),(10) により、 C_g/U を計算すると 図-3 のようになる。あとの計算のために式 (9) の C_g/U を $2\pi D/L_0$ の項で表わしておく必要があるの、その近似式を導いておく。

$$S = 2\pi D/L_0, \quad y = 2\pi D/L \quad \text{.....(11)}$$

とおくと式 (10) から、 $S = y \tanh y$ であり、

$$S = \frac{gD/U^2}{(gT/2\pi U)^2} \quad \text{.....(12)}$$

したがって式 (9) から、

$$\frac{C_g}{U} \cdot \frac{1}{(gD/U^2)^{1/2}} = \frac{S - S^2 + y^2}{2y S^{1/2}} \quad \text{.....(13)}$$

上式の右辺は S のみの関数として計算され、 S が小さいときは、 $y^2 \doteq S$ 、 S が大きいときは $y \doteq S$ であるから、右辺はそれぞれの場合 $1 - S/2$ 、および $1/2 S^{1/2}$ である。

$S \geq 3.14$ では y はほとんど S と等しく 深海波となり、式 (2) から、

$$\frac{C_g}{U} = \frac{1}{2} \frac{gT}{2\pi U} = \frac{\beta}{2} \tanh \left[k_2 \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{1/3} \right] \quad \text{.....(14)}$$

として表わされる。

$0 \leq S < 3.14$ では式 (13) の右辺は近似的に S の多項式として表わされ、

$$1 - \frac{C_g}{U} \cdot \frac{1}{(gD/U^2)^{1/2}} = a_1 S + a_2 S^2 + \dots + a_6 S^6 \quad \text{.....(15)}$$

とおくと、係数 $a_1 \sim a_6$ は、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 0.4536, & a_2 &= 0.0931, & a_3 &= -0.2745 \\ a_4 &= 0.17033, & a_5 &= -0.04760, & a_6 &= 0.005067 \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(16)}$$

となる。すなわち $S = 3.14$ を境界として C_g/U は、式

(14) または (15) により、 gD/U^2 および gx/U^2 の関数として近似的に表わすことができる。

$$M = \frac{1}{(gD/U^2)^{1/2}} \cdot \frac{C_g}{U} \quad \text{.....(17)}$$

とおくと、 $S = 3.14$ のとき $M = 0.288$ となる。したがって式 (15) から、 S を M の関数として近似多項式で表わすと、

$M > 0.288$ の場合

$$S = b_1(1-M) + b_2(1-M)^2 + b_3(1-M)^3 + \dots + b_7(1-M)^7 \quad \text{.....(18)}$$

となり、係数 $b_1 \sim b_7$ は、

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= 2.464857, & b_2 &= -7.35305, & b_3 &= 52.74583 \\ b_4 &= -162.2, & b_5 &= 275.83, & b_6 &= -247.2 \\ b_7 &= 101.190476 \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(19)}$$

となる。

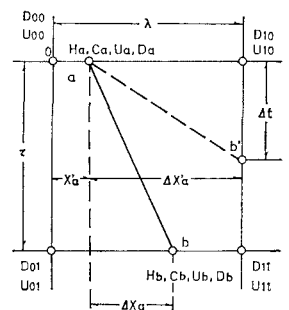
式 (14),(15) および (18) は、 gD/U^2 と gx/U^2 に対する C_g/U を与え、また反対に gD/U^2 と C_g/U に対する gx/U^2 を与える関係式である。

5. 水深と風速が変化する場合の波高と群速度および周期の計算

坂本・井島・佐藤・青野 (1960) による“浅海波の図式計算法”においては、風速と水深の増減に対する種々の場合を区別して示したが、数値計算法では風速、水深が同時に変わる場合も、また波高と波速の減少時の計算も簡単で、かつ厳密化される。

数値計算の問題は結局、“与えられた風域図内の任意の点 a において、0 と異なった初期波高値 H_a と、初期群速度 C_a をもつ波が、その後距離 Δx の区間を、風速 U_a 、水深 D_a の条件で

図-4 格子点と記号



進行した後に到達する点 b での波高 H_b および群速度 C_b を計算すること”である。

風域図は 図-4 に示すように、あらかじめ距離 λ , 時間 τ によって格子にわけられ、各格子点において風速 U と水深 D が与えられている。点 a から、波は速度 C_a をもって進行するから C_a が λ/τ より小さいときは、 b 点までの距離 $4x_a$ は、

$$4x_a = C_a \cdot \tau \quad (C_a < \lambda/\tau) \dots\dots\dots (20)$$

で与えられ、また C_a が λ/τ より大きいときは、

$$4x_a' = \lambda - x_a \quad (C_a > \lambda/\tau) \dots\dots\dots (21)$$

で与えられるものとする。したがって、点 a の座標が $(r\lambda + x_a, s\tau)$ であれば、点 b の座標は $[r\lambda + x_a + C_a +$

$$\begin{aligned} \left(\frac{gF_a}{U_a}\right)^{1/2} &= \frac{1}{k_1} \tanh k_3 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/4} \cdot \tanh^{-1} \left[\frac{gH_a/U_a^2}{\alpha \tanh k_3 (gD_a/U_a^2)^{3/4}} \right] \\ &= \frac{1}{2k_1} \tanh k_3 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/4} \cdot \left[\log \left\{ \alpha \tanh k_3 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/4} + \frac{gH_a}{U_a^2} \right\} - \log \left\{ \alpha \tanh k_3 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/4} - \frac{gH_a}{U_a^2} \right\} \right] \end{aligned}$$

$x = F_a + 4x_a$ における H の値が波高 H_b を与えるから式 (7) により、

$$\frac{gH_b}{U_a^2} = \alpha \tanh \left[k_3 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/4} \right] \cdot \tanh \left[\frac{k_1 \left[\frac{g(F_a + 4x_a)}{U_a^2} \right]^{1/2}}{\tanh k_3 (gD_a/U_a^2)^{3/4}} \right]$$

または、

$$\begin{aligned} H_b &= H_a + \frac{k_1^2}{\alpha} \\ &\times \frac{[\alpha \tanh k_3 (gD_a/U_a^2)^{3/4} + gH_a/U_a^2][\alpha \tanh k_3 (gD_a/U_a^2)^{3/4} - gH_a/U_a^2]}{[\tanh k_3 (gD_a/U_a^2)^{3/4}]^3 \cdot [\log_e \{ \alpha \tanh k_3 (gD_a/U_a^2)^{3/4} + gH_a/U_a^2 \} - \log_e \{ \alpha \tanh k_3 (gD_a/U_a^2)^{3/4} - gH_a/U_a^2 \}]} \\ &\times 4x_a \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

つぎに群速度に対しては、まず、

$$M_a = \frac{C_a}{U_a} \cdot \frac{1}{(gD_a/U_a^2)^{1/2}} \dots\dots\dots (24)$$

を求め、 $M_a > 0.288$ の場合には式 (18) から、

$$S_a = \frac{gD_a/U_a^2}{(gT_a/2\pi U_a)^2} \dots\dots\dots (25)$$

が計算され、これと式 (8) から、

$$\begin{aligned} S_b &= \frac{gD_a/U_a^2}{\beta^2 \left[\tanh \left[k_4 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/8} \right] \right]^2 \cdot \left[\tanh \left[\frac{k_2 (g(F_a' + 4x_a)/U_a^2)^{1/3}}{\tanh k_4 (gD_a/U_a^2)^{3/8}} \right] \right]^2} \\ &= S_a \left[1 - \frac{8k_2^3}{3\beta} \cdot \frac{g}{U_a^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{S_a} \cdot \frac{gD_a}{U_a^2} \right)^{1/2}} \cdot \frac{1}{\left[\tanh k_4 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/8} \right]^4} \right. \\ &\quad \times \left. \frac{\left[\beta \tanh k_4 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/8} + \left(\frac{1}{S_a} \cdot \frac{gD_a}{U_a^2} \right)^{1/2} \right] \cdot \left[\beta \tanh k_4 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/8} - \left(\frac{1}{S_a} \cdot \frac{gD_a}{U_a^2} \right)^{1/2} \right]}{\left[\log_e \left\{ \beta \tanh k_4 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/8} + \left(\frac{1}{S_a} \cdot \frac{gD_a}{U_a^2} \right)^{1/2} \right\} - \log_e \left\{ \beta \tanh k_4 \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{3/8} - \left(\frac{1}{S_a} \cdot \frac{gD_a}{U_a^2} \right)^{1/2} \right\} \right]} \cdot 4x_a \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (26)$$

この S_b に対して式(15)から対応する M_b が計算され、

$$C_b = M_b \cdot U_a \cdot (gD_a/U_a^2)^{1/2} = M_b \cdot (gD_a)^{1/2} \dots (27)$$

により、点 b における群速度が求められることになる。

またこれに対する周期 T_b は $S_b = \frac{gD_a}{U_a^2} / (gT_b/2\pi U_a)^2$ から、

$$T_b = (4\pi^2 D_a/gS_b)^{1/2} \dots\dots\dots (28)$$

$C_a \cdot \tau, (s+1)\tau]$, 点 b' の座標は $[(r+1)\lambda, (s+1)\tau - x_a'/C_a]$ である (r および s は整数)。また点 b での風速と水深はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} U_b &= U_{01} + \frac{x_a + C_a \cdot \tau}{\lambda} (U_{11} - U_{01}) \\ D_b &= D_{01} + \frac{x_a + C_a \cdot \tau}{\lambda} (D_{11} - D_{01}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

として計算される。

a) 風速と水深の関係により波高および波速が増大して行く場合 この場合、波高に対しては波高 H_a , 水深 D_a , 風速 U_a に対して式 (7) を満足する距離 x を求めることができる。これを F_a とすると F_a はこれらの条件における H_a の相当 fetch である。式 (7) から、

$$\begin{aligned} \frac{gT_a}{2\pi U_a} &= \frac{1}{S_a^{1/2}} \cdot \left(\frac{gD_a}{U_a^2} \right)^{1/2} = \beta \tanh \left[k_4 \left(\frac{gD_a}{U_a^2} \right)^{3/8} \right] \\ &\times \tanh \left[\frac{k_2 (gF_a'/U_a^2)^{1/3}}{\tanh k_4 (gD_a/U_a^2)^{3/8}} \right] \end{aligned}$$

ここで、 F_a' は群速度 C_a に対する相当 fetch である。これから $F_a' + 4x_a$ における S の値 S_b は、

である。

一方、 $M_a \leq 0.288$ の場合には式 (14) で相当 fetch を F_a' とすると、

$$\frac{C_a}{U_a} = \frac{\beta}{2} \cdot \tanh \left[k_2 \left(\frac{gF_a'}{U_a^2} \right)^{1/3} \right]$$

これから C_b はつぎのようになる。

$$C_b = C_a + \frac{8}{3} \cdot \frac{k_2^3}{\beta} \cdot \frac{g}{U_a} \cdot \frac{\left(\frac{\beta}{2} + \frac{C_a}{U_a}\right) \left(\frac{\beta}{2} - \frac{C_a}{U_a}\right)}{\log_e \left(\frac{\beta}{2} + \frac{C_a}{U_a}\right) - \log_e \left(\frac{\beta}{2} - \frac{C_a}{U_a}\right)} \cdot \Delta x_a \quad (29)$$

また周期 T_b は $C_b = gT_b/4\pi$ から、

$$T_b = \frac{4\pi}{g} \cdot C_b \quad (30)$$

で求められる。

以上の取り扱いは式 (23), (26) および (29) においてそれぞれ、

$$\alpha \tanh k_3(gD_a/U_a^2)^{3/4} > gH_a/U_a^2 \quad (31)$$

$$\beta \tanh k_4(gD_a/U_a^2)^{3/8} > (gD_a/S_a \cdot U_a^2)^{1/2} \quad (32)$$

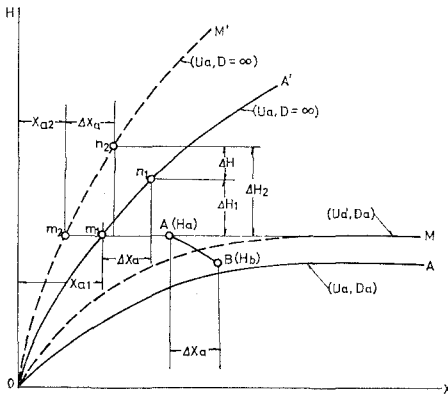
および、

$$\frac{\beta}{2} > C_a/U_a \quad (33)$$

の条件が満足されるときに限って有効であり、これは一般に風速が増大し、したがって波が発達している場合である。波が風速の減少または水深の減少によって減衰する場合は上の条件が成立しなくなる。この場合はつぎに述べる方法によって計算される。

b) 波高または波速が減少する場合 この場合に対してはつぎの考え方による。まず波高について図-5に H - x 平面上の点 A で H_a なる波高が与えられているものとする。この場合は風速または水深が減少するから風速 U_a 、水深 D_a に対する波高曲線は点 A より下にあつて (曲線 OA)、この曲線上で点 A と等しい高さの点を求めることができない。すなわち H_a に対する相当 fetch が求められない。

図-5 波高の減衰時の計算法の説明



波高 H_a の波が風速 U_a の風を受けながら距離 Δx_a を進行するときは、水深が深くその影響がなければ、深海波の場合と同じ割合で波高が増加するはずであり、この増加量は風速 U_a に対する深海波の波高曲線 OA' 上で求められる点 m_1 と点 n_1 の高さの差 ΔH_1 に等しい。式 (1) で $H=H_a$ 、 $U=U_a$ として、相当 fetch x_{a1} は、

$$gH_a/U_a^2 = \alpha \tanh [k_1(gx_{a1}/U_a^2)^{1/2}]$$

から、 $(gx_{a1}/U_a^2)^{1/2} = \frac{1}{2k_1} \{ \log_e (\alpha + gH_a/U_a^2) - \log_e (\alpha - gH_a/U_a^2) \}$ となり、したがって ΔH_1 は、

$$g\Delta H_1/U_a^2 = \alpha [\tanh k_1(g(x_{a1} + \Delta x_a)/U_a^2)^{1/2} - \tanh k_1(gx_{a1}/U_a^2)^{1/2}]$$

または、

$$\Delta H_1 = \frac{k_1^2}{\alpha} \cdot \frac{(\alpha + gH_a/U_a^2)(\alpha - gH_a/U_a^2)}{\log_e (\alpha + gH_a/U_a^2) - \log_e (\alpha - gH_a/U_a^2)} \times \Delta x_a \quad (34)$$

一方波高 H_a なる波は水深が D_a であるために海底摩擦によって波高が減少する。この減少量はつぎのように見積られる。すなわち水深 D_a において風速がある $U_a' (> U_a)$ のとき $x \rightarrow \infty$ において H_a なる値に到達する波高曲線 OM を考えると $x \rightarrow \infty$ では風速 U_a' による波高の増加量と水深 D_a による波高の減少量とが相等しい状態で平衡し、波高は一定の状態を保っているものと考えられる。したがってこの状態での (すなわち風速 U_a' での) 波高増加量を前と同様にして計算すれば、これが波高 H_a の波が水深 D_a を進行することによる波高の減少量を与える。図-5 では風速 U_a' に対する深海波高曲線 OM' 上の点 m_2 と n_2 との高さの差 ΔH_2 で表わされる。この時 U_a' は式 (7) において、 $H=H_a$ 、 $D=D_a$ 、 $x \rightarrow \infty$ としたつぎの式を満足する値である。

$$\frac{gH_a}{U_a'^2} = \alpha \cdot \tanh \left[k_3 \left(\frac{gD_a}{U_a'^2} \right)^{3/4} \right] \quad (35)$$

この式を満足する U_a' は必ず U_a よりも大きいから、第一近似値 $U_1=U_a$ として、Newton の方法により計算される。

第 $(n+1)$ 近似値 U_{n+1} は次式で表わされる。

$$U_{n+1} = U_n \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{gH_a/U_n^2 - \alpha \cdot \tanh k_3(gD_a/U_n^2)^{3/4}}{gH_a/U_n^2 - \frac{3}{4} \alpha \cdot k_3(gD_a/U_n^2)^{3/4} \cdot [1 - \{ \tanh k_3(gD_a/U_n^2)^{3/4} \}^2]} \right] \quad (36)$$

一般には第 3~第 4 近似値で実用上十分な値が得られる。

こうして水深 D_a による波高減少量 ΔH_2 は式 (34) と同様に、

$$\Delta H_2 = \frac{k_1^2}{\alpha} \times \frac{(\alpha + gH_a/U_a'^2)(\alpha - gH_a/U_a'^2)}{\log_e(\alpha + gH_a/U_a'^2) - \log_e(\alpha - gH_a/U_a'^2)} \times \Delta x_a \dots\dots\dots(37)$$

したがって点 b における波高 H_b はつぎのようになる。

$$H_b = H_a + \frac{k_1^2}{\alpha} \times \left[\frac{(\alpha + gH_a/U_a'^2)(\alpha - gH_a/U_a'^2)}{\log_e(\alpha + gH_a/U_a'^2) - \log_e(\alpha - gH_a/U_a'^2)} - \frac{(\alpha + gH_a/U_a'^2)(\alpha - gH_a/U_a'^2)}{\log_e(\alpha + gH_a/U_a'^2) - \log_e(\alpha - gH_a/U_a'^2)} \right] \times \Delta x_a \dots\dots\dots(38)$$

群速度に対しても全く同様に考えることができる。すなわち風速 U_a による速度増加量 ΔC_1 は式 (2) を用いて、

$$\Delta C_1 = \frac{8}{3} \cdot \frac{k_2^3}{\beta} \cdot \frac{g}{U_a} \times \frac{(\beta/2 + C_a/U_a)(\beta/2 - C_a/U_a)}{[\log_e(\beta/2 + C_a/U_a) - \log_e(\beta/2 - C_a/U_a)]^2} \times \Delta x_a \dots\dots\dots(39)$$

式 (35) に対応する $x \rightarrow \infty$ の場合の C_G/U の値は近似的につぎのようである。すなわち、

$$gD/U^2 > 0.06 \text{ に対して, } \frac{C_G}{U} = \frac{\beta}{2} \cdot \tanh \left[k_5 \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{1/3} \right], \quad k_5 = 0.566 \dots\dots(40)$$

$gD/U^2 \leq 0.06$ に対して、

$$\frac{C_G}{U} = \frac{\beta}{3} \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{2/5} \dots\dots\dots(41)$$

したがって U_a' に対応する U_a'' は、前者に対しては Newton の方法により $U_1'' = U_a$ を第一近似値として第 $n+1$ 近似値 U_{n+1}'' は次式で計算される。

$$U_{n+1}'' = U_n'' \times \left[1 + \frac{\frac{C_a}{U_n''} - \frac{\beta}{2} \tanh k_5 \left(\frac{gD_a}{U_n''^2} \right)^{1/3}}{\frac{\beta \cdot k_5}{3} \left(\frac{gD_a}{U_n''^2} \right)^{1/3} \left[1 - \left\{ \tanh k_5 \left(\frac{gD_a}{U_n''^2} \right)^{1/3} \right\}^2 \right] - \frac{C_a}{U_n''}} \right] \dots\dots\dots(42)$$

後者に対しては直接計算されつぎのようである。

$$U_a'' = \frac{C_a^5}{\left(\frac{\beta}{3} \right)^5 \cdot (gD_a)^2} \dots\dots\dots(43)$$

かくして水深 D_a による速度減少量 ΔC_2 は式 (39) で U_a の代りに U_a'' を代入して求められ、したがって点 b での速度 C_b は、

$$C_b = C_a + \frac{8k_2^2}{3\beta} \cdot g \times \left[\frac{1}{U_a} \cdot \frac{(\beta/2 + C_a/U_a)(\beta/2 - C_a/U_a)}{\log_e(\beta/2 + C_a/U_a) - \log_e(\beta/2 - C_a/U_a)} - \frac{1}{U_a''} \cdot \frac{(\beta/2 + C_a/U_a'')(\beta/2 - C_a/U_a'')}{\log_e(\beta/2 + C_a/U_a'') - \log_e(\beta/2 - C_a/U_a'')} \right] \times \Delta x_a \dots\dots\dots(44)$$

として求められることになる。

この場合に周期 T_b は、

$$M_b = \frac{C_b}{U_a} \cdot \frac{1}{(gD_a/U_a'^2)^{1/2}} \dots\dots\dots(45)$$

として、式 (18) により S_b を計算することにより式 (28) で与えられる。

6. 計算例

以上の手続きにより与えられた点における風速、水深、波高、群速度により、順次、風域図上の各格子線に波の進行経路を求め、その位置での波高と群速度を求めることができる。その具体的な方法は深海波の場合と同様である。

まず図—4 に示したように原点 O から出発する波については、 x が小さいときは深海波に近い (式 (11) の s または y が大きく $y \neq s$ と考えて良い) から、式 (14) から、

$$\frac{C_G}{U} = \frac{1}{2} \beta \cdot k_2 \cdot (gx/U^2)^{1/3} \dots\dots\dots(46)$$

ゆえに点 a での群速度は、

$$C_a = \frac{1}{2} \beta k_2 g^{1/3} \cdot (U_0 \Delta x_0)^{1/3} = 6.531 (U_0 \Delta x)^{1/3} \quad (g = 9.8 \text{ m/s}) \dots\dots\dots(47)$$

この速度で距離 Δx_0 を進行するに要する時間 Δt_0 は、

$$\Delta t_0 = \int_0^{\Delta x_0} \frac{dx}{C_a} = 3(\Delta x)^{2/3} / \beta k_2 g^{1/3} U_0^{1/3} \dots\dots\dots(48)$$

したがって、

$$\Delta x_0 = \left(\frac{\beta k_2}{3} \right)^{3/2} \cdot g^{1/2} \cdot U_0^{1/2} \cdot \Delta t^{3/2} = 9.077 \times 10^{-3} \cdot U_0^{1/2} \cdot (\Delta t)^{3/2} \dots\dots\dots(49)$$

また、

$$C_a = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot (\beta k_2)^{3/2} \cdot g^{1/2} \cdot U_0^{1/2} \cdot (\Delta t)^{1/2} = 1.3627 \times 10^{-2} \cdot U_0^{1/2} \cdot (\Delta t)^{1/2} \dots\dots\dots(50)$$

したがって Δt および Δx をそれぞれ一定値 τ および λ とすれば式 (48)~(50) により Δx_0 、(または Δt_0) および C_a が決まり、点 a の位置と群速度が決まる。波高は式 (7) で x が小さいときは、

$$gH/U^2 = \alpha k_1 (gx/U^2)^{1/2} \dots\dots\dots(51)$$

これから、

$$H_a = \alpha k_1 g^{-1/2} \cdot U_0 (\Delta x)^{1/2} = 0.831 \times 10^{-2} U_0 (\Delta x)^{1/2} \dots\dots\dots(52)$$

または、これに式 (49) を代入して、

$$H_a = \alpha k_1 \left(\frac{\beta k_2}{3} \right)^{3/4} \cdot g^{-1/4} \cdot (\Delta t)^{3/4} \cdot U_0^{5/4} = 0.7915 \times 10^{-4} \cdot (\Delta t)^{3/4} \cdot U_0^{5/4} \dots\dots\dots(53)$$

また a 点の周期 T_a は $C_a = gT_a/4\pi$ から、

$$T_a = \frac{4\pi}{g} \cdot C_a = 1.28 C_a \dots\dots\dots(54)$$

こうして点 a でのすべての値が求められ、波は C_a の

図-6 計算例

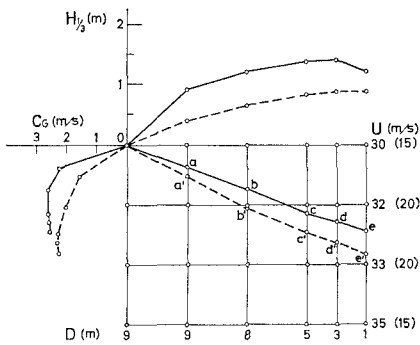


表-1 計算結果

点	座 標		群速度 (m/s)	周 期 (sec)	波 高 (m)	風 速 (m/s)	水 深 (m)
	x (m)	t (sec)					
a	1 000	446.63	2.239	2.866	0.9127	30.74	9
b	2 000	893.26	2.597	3.330	1.205	31.49	8
c	3 000	1 339.9	2.602	3.304	1.387	32.12	5
d	3 500	1 532.1	2.577	3.055	1.409	32.28	3
e	4 000	1 726.1	2.579	2.827	1.204	32.44	1
a'	1 000	631.60	1.583	2.027	0.3838	17.63	9
b'	2 000	1 263.2	2.065	2.648	0.6468	20	8
c'	3 000	1 747.4	2.314	2.967	0.8238	20	5
d'	3 500	1 963.5	2.300	2.823	0.8642	20	3
e'	4 000	2 180.9	2.296	2.598	0.8642	20	1

速度をもって、水深 D_a の条件で風速 U_a を受けながらつぎの点 b に向うことになる。

最も簡単な例として図-6 のような水深と風速条件に対して上記の計算を行なった結果を示すと表-1 のとおりである。ここでは $\lambda=1\,000\text{ m}$ および 500 m 、 $\tau=1\,200$ 秒とし、 $\tau=0$ 、 $1\,200$ 秒、 $2\,400$ 秒において風速がそれぞれ 30 、 32 、 33 m/s の場合と 15 、 20 m/s の場合について

計算をしている。この場合の波の進行経路はそれぞれ実線と破線で示している。

7. む す び

以上で計算の原理のみを示したが、実例については電子計算機により伊勢湾台風その他の台風時につき計算を行ない、また屈折効果についても検討を加える予定である。なお、この研究は文部省科学研究費の一部によるものである。

参 考 文 献

- 1) Wilson, B. W. : "Graphical Approach to the Forecast of Waves in Moving Fetches", B.E.B. Tech. Memo. No. 73, 1955.
- 2) 坂本・井島・佐藤・青野: "浅海における風波の図式計算法", 土木学会第7回海岸工学講演集, 1960
- 3) 井島・佐藤・青野: "伊勢湾台風による外海および伊勢湾沿岸の波", 土木学会第7回海岸工学講演集, 1960.
- 4) 井島・佐藤・青野: "君津地先の波浪について", 木更津, 富津地区の高潮と波浪について, 八幡製鉄KK, 1961.
- 5) 第2港湾建設局: "東京湾沿岸の波", 1961.
- 6) 第4港湾建設局, 1962.
- 7) Wilson, B.W. : "Deep Water Wave Generation by Moving Wind Systems", Proc. A.S.C.E. WW 2, 1961.
- 8) Wilson, B.W. : "Deep Water Wave Generation by Moving Wind Systems", Proc. A.S.C.E. WW 3, 1962.
- 9) Darlyshire, J. : "Prediction of Wave Characteristris over the North Atlantic", Jour. of the Inst. of Navigation Vol. XIV, No. 3, 1961.
- 10) Bretschneider, C.L. : "Revisions in Wave Forecasting, Deep and Shallow Water", Proc. 6th Conference on Coastal Eng. 1958.
- 11) Thijsse, J. Th. : "Growth of Wind-Generated Waves and Energy Transfer", Proc. Symp. Gravity Waves, Nat. Bur. Stand. Cir. 521, 1952.