

海底摩擦による波高減衰の基礎的研究 (3)

—— 層流境界層方程式の非線型項の影響について ——

岩 垣 雄 一*・土 屋 義 人**・陳 活 雄***

1. 緒 言

この論文は、海底摩擦による波高減衰の基礎的研究の第3報として、波動の層流境界層方程式のせつ動解を求めて、底面および水槽側壁の摩擦応力や境界層内におけるエネルギー損失におよぼす非線型項の影響を理論的に考察し、波高減衰の理論式を導くとともに、底面摩擦力の直接測定および波高減衰に関する詳細な実験を実施して、理論結果と実験結果との比較検討を行なったものである。

浅海における波の変形の問題として、海底摩擦による波高減衰の現象に関しては、波の運動にともなう海底付近の流れの特性、したがって波の運動にともなう海底に発達する境界層の挙動を明確にして、海底摩擦の機構を根本的に解明しなければならないわけであるが、この現象は直接エネルギー損失をともなうので、たとえば碎波の現象とともに、その解明が一般にかなり困難なものである。

従来、進行波による層流境界層の発達に関しては、Stokesの解¹⁾にもとづく線型理論があって、その結果が底面摩擦による波高減衰に関する著者ら('61, '64)^{2), 3)}, Eagleson('61, '62)^{4), 5)} および Grosch-Lukasik('60, '63)^{6), 7)}らの研究の基礎になっている。その場合、層流境界層の発達に対して、層流境界層方程式に含まれる非線型項がどのように影響するかが問題であって、すでにGrosch('62)⁸⁾はGlauertの方法により、非線型境界層方程式の級数解を示して線型理論の結果と比較検討しているが、級数展開の表示が適確でないために、波の運動の全周期にわたる議論ができない。そこで、著者らは無次元表示した波動の層流境界層方程式のせつ動解をLighthillの方法^{9), 10), 11)}によって求め、底面摩擦応力や層流境界層内におけるエネルギー消散におよぼす非線型項の効果を検討することにした。なお、底面摩擦による波高減衰の実験を行なう場合には、水槽の側壁における境界層の発達が問題となるので、同様に考察した。

一方、底面摩擦による波高減衰に関する実験的研究は、最近Eagleson('61, '62)^{4), 5)}, Grosch-Lukasik('60,

'63)^{6), 7)} および著者ら('64)³⁾によってなされ、線型層流境界層理論にもとづく波高減衰の理論式との比較検討が行なわれた。同時にEaglesonおよび著者らによって波による底面摩擦応力を直接測定することが試みられ、理論結果と比較された。その結果、著者らによる底面摩擦応力の実験値は理論値とよく一致することが確かめられたが、波高減衰の実験からは、いずれの実験者による実験値も、理論結果よりかなり大きく、十分な両者の一致を確かめることができないのが現状である。その主な理由としては、まず第1に線型理論の結果と実験結果の比較においては、境界層方程式にふくまれる非線型項の影響が考慮されていないこと、第2に実験水槽の側壁の効果をどのように除去するかの問題、第3に水表面における、たとえば表面張力および水と空気の相対運動に起因する波のエネルギー消散および境界層の層流から乱流への遷移現象などが考えられよう。そこで、著者らはさきの研究('64)³⁾に引き続いて実験的研究を進め、また上述したように非線型項の影響を理論的に考察したので、ここでは、実験結果にもとづいて第1および第2の理由について考察するつもりである。

2. 波動の層流境界層理論にもとづく底面摩擦応力と波高減衰に関する理論式

(1) 波による層流境界層方程式のせつ動解

非定常な非圧縮性流体に対する2次元の層流境界層方程式は、波の進行方向に x 軸、底面に垂直に z 軸をとり、それぞれの方向における速度成分 u をおよび w とすれば、一般に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} \\ &\dots\dots\dots(1) \end{aligned} \right\}$$

ここに、 t : 時間、 p : 圧力、 ν : 動粘性係数、 ρ : 密度、 U : 境界層外縁における流速であって、ここでは波動理論から求められる関係が適用されるものとする。いま、流速の代表値として u_0 、長さの代表値として波長 L 、および波速 c を導入して、無次元量、

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u} u_0, \quad w = \bar{w} u_0 / \sqrt{R}, \quad U = u_0 \bar{U} \\ p &= \rho u_0^2 \bar{p}, \quad R = cL/2\pi\nu, \quad x = (L/2\pi)\xi \\ z &= (L/2\pi\sqrt{R})\zeta, \quad t = (L/2\pi c)\tau \end{aligned} \right\} \dots(2)$$

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所
 ** 正会員 京大工博 京都大学助教授 同上
 *** 正会員 工修 京都大学 防災研究所

を用いて式(1)を書きかえれば,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{a}}{\partial \tau} + \left(\frac{u_0}{c}\right) \left\{ \bar{a} \frac{\partial \bar{a}}{\partial \xi} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{a}}{\partial \zeta} \right\} &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \bar{a}}{\partial \zeta^2} \\ \frac{\partial \bar{a}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \zeta} &= 0, \quad -\frac{\partial \bar{P}}{\partial \xi} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial \tau} + \left(\frac{u_0}{c}\right) \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \xi} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。式(3)の満足すべき初期および境界条件はそれぞれ、 $\bar{a}=0$; $\tau=0$, $\bar{a}=0$; $\zeta=0$, および $\bar{a}=\bar{U}$; $\zeta \rightarrow \infty$ である。

いま, Airy の波動理論にもとづく進行波を対象とし, u_0 として底面における最大水粒子速度 $u_{b \max}$ を用いれば,

$$\left. \begin{aligned} \bar{U} &= \sin(\xi - \tau) \\ -\partial \bar{P} / \partial \xi &= -\cos(\xi - \tau) + (1/2)(u_0/c) \sin 2(\xi - \tau) \\ u_0 &= u_{b \max} = (\pi H/T) / \sinh kh, \quad k = 2\pi/L \\ u_0/c &= u_{b \max}/c = \pi(H/L) / \sinh kh \ll 1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

なる関係が得られるので, $(u_0/c) = \epsilon$ による式(3)のせつ動解を求めることができる。すなわち, $\bar{a}$ および $\bar{\omega}$ のせつ動解を,

$$\left. \begin{aligned} \bar{a} &= \bar{a}_0 + \epsilon \bar{a}_1 + \epsilon^2 \bar{a}_2 + \dots, \\ \bar{\omega} &= \bar{\omega}_0 + \epsilon \bar{\omega}_1 + \epsilon^2 \bar{\omega}_2 + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

として式(3)に代入し, ϵ について両辺の0次, 1次, 2次などの各項の係数ごとに成り立つ関係を求めれば, つぎようになる。すなわち, まず $\bar{a}_0$ に対して成立すべき方程式として,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{a}_0}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{a}_0}{\partial \zeta^2} &= -\cos(\xi - \tau) \\ \frac{\partial \bar{a}_0}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{\omega}_0}{\partial \zeta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

のような熱伝導型の方程式が得られる。この場合の初期および境界条件は, $\bar{a}_0=0$; $\tau=0$, $\bar{a}_0=0$; $\zeta=0$, $\bar{a}_0=\bar{U}$; $\sin(\xi - \tau)$; $\zeta \rightarrow \infty$ である。

式(6)はいわゆる線型理論そのものであって, その解は Grosch('62)によって求められており, 次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{a}_0 &= \sin(\xi - \tau) - e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta} \sin\left(\xi - \tau + \frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) \\ &+ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty e^{(\xi - \tau)\sigma^2} \frac{\sigma \sin(\zeta\sigma)}{1 + \sigma^4} d\sigma \quad (7) \end{aligned}$$

いま τ が十分大きい場合には, 式(7)右辺における積分値は0に収束する。したがって, τ の十分大きいとき, すなわち, いわゆる steady state のみを対象とすれば, steady state solution として, 式(7)の右辺第3項を省略した $\bar{a}_0$ を考えればよいことになる。

つぎに $\bar{a}_1$ に対する方程式ならびに初期および境界条件は, つぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{a}_1}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{a}_1}{\partial \zeta^2} &= -\left(\bar{a}_0 \frac{\partial \bar{a}_0}{\partial \xi} + \bar{\omega}_0 \frac{\partial \bar{a}_0}{\partial \zeta}\right) + \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \bar{a}_1}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{\omega}_1}{\partial \zeta} &= 0, \quad \bar{a}_1 = \bar{\omega}_1 = 0; \tau = \zeta = 0, \zeta \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

また, 一般に $\bar{a}_i$ に対しては, 形式的につぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{a}_i}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{a}_i}{\partial \zeta^2} &= F_i(\xi, \tau), \quad \frac{\partial \bar{a}_i}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{\omega}_i}{\partial \zeta} = 0 \\ \bar{a}_i = \bar{\omega}_i &= 0; \tau = \zeta = 0, \zeta \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

この方程式は熱伝導型の方程式であるから, $\bar{a}_i$ の解は, Green 関数 $H(\zeta, \tau; q, s)$ ¹²⁾ を導入して求めることができ, $\bar{a}$ に対するせつ動解は形式的につぎのようにあらわすことができる。

$$\begin{aligned} \bar{a}(\xi, \zeta, \tau) &= \bar{a}_0 + \epsilon \int_0^\tau ds \int_0^\infty H(\zeta, \tau; q, s) F_1(q, s) dq \\ &+ \epsilon^2 \int_0^\tau ds \int_0^\infty H(\zeta, \tau; q, s) F_2(q, s) dq \\ &+ \dots, \quad (10) \end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned} H(\zeta, \tau; q, s) &= \{1/2\sqrt{\pi(\tau-s)}\} \\ &\times [\exp\{-(\zeta-q)^2/4(\tau-s)\} \\ &- \exp\{-(\zeta+q)^2/4(\tau-s)\}]; \tau > s, \\ &= 0; \tau < s \quad (11) \end{aligned}$$

一般に式(10)の積分は, $F_i(q, s)$ の関数形から考えて複雑であるから, 以下ではいわゆる steady state solution のみを対象にして解を求めることにする。

式(7)の右辺第3項を省略した $\bar{a}_0$ および式(6)中の連続の方程式を用いて求まる $\bar{\omega}_0$ の steady state solution は, つぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_0 &= \sin(\xi - \tau) - e^{-\zeta/\sqrt{2}} \sin\left(\xi - \tau + \frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) \\ -\bar{\omega}_0 &= \zeta \cos(\xi - \tau) - e^{-\zeta/\sqrt{2}} \sin \\ &\times \left(\xi - \tau + \frac{1}{\sqrt{2}}\zeta - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\xi - \tau - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

これらの $\bar{a}_0$ および $\bar{\omega}_0$ を用いると, 式(8)より $\bar{a}_1$ に対する方程式は, 結局つぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{a}_1}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{a}_1}{\partial \zeta^2} &= \frac{1}{2} \left\{ e^{-\zeta/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) + \zeta e^{-\zeta/\sqrt{2}} \right. \\ &\times \cos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta - \frac{\pi}{4}\right) \Big\} \sin 2(\xi - \tau) \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ e^{-\zeta/\sqrt{2}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) - \zeta e^{-\zeta/\sqrt{2}} \right. \\ &\times \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta - \frac{\pi}{4}\right) \Big\} \cos 2(\xi - \tau) \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ \zeta e^{-\zeta/\sqrt{2}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta - \frac{\pi}{4}\right) \right. \\ &\left. + e^{-\zeta/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) - e^{-\zeta/\sqrt{2}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Schlichting⁹⁾ にならって境界条件 $\bar{a}_1=0$; $\zeta=0$, $\partial \bar{a}_1 / \partial \zeta = 0$; $\zeta \rightarrow \infty$ を満足する式(13)の解は簡単に求められ, $\bar{a}$ に対する解として, 式(5)の関係からつぎのような近似解を求めることができる。

$$\begin{aligned} \bar{u} = & \sin(\xi - \tau) - e^{-\zeta/\sqrt{2}} \sin\left(\xi - \tau + \frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) \\ & + \varepsilon \left[\frac{11}{18} e^{-\zeta/\sqrt{2}} \sin \zeta - \frac{7}{18} e^{-\zeta/\sqrt{2}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) \right. \\ & + \frac{1}{6} \zeta e^{-\zeta/\sqrt{2}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta - \frac{\pi}{4}\right) \Big\} \sin 2(\xi - \tau) \\ & + \left\{ -\frac{11}{18} e^{-\zeta/\sqrt{2}} \cos \zeta + \frac{11}{18} e^{-\zeta/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) \right. \\ & + \frac{1}{6} \zeta e^{-\zeta/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta - \frac{\pi}{4}\right) \Big\} \cos 2(\xi - \tau) \\ & + \left\{ \frac{1}{4} e^{-\zeta/\sqrt{2}} + \frac{1}{2} e^{-\zeta/\sqrt{2}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) \right. \\ & - \left. e^{-\zeta/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta\right) - \frac{1}{2} \zeta e^{-\zeta/\sqrt{2}} \right. \\ & \times \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\zeta + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{4} \Big\} + O(\varepsilon^2) \Big] \dots\dots (14) \end{aligned}$$

この結果によると、 $\zeta \rightarrow \infty$ すなわち境界層外縁において、 $\bar{u}$ について1周期の平均をとれば、式(14)の右辺は定数項だけが残る、mass transport velocity,

$$\bar{u}_m = (3/4)\varepsilon \dots\dots\dots (15)$$

が存在することになる。これは、

$$u_m = (3/16)H^2k(2\pi/T)/\sinh^2 kh \dots\dots\dots (16)$$

とかきかえられ、Longuet-Higgins('53)の結果¹³⁾と一致する。

(2) 底面摩擦応力に関する理論式

底面に働く摩擦応力 τ_0 は、一般に $\tau_0 = \mu(\partial u/\partial z)_{z=0}$ の関係で求められる。これを無次元の形で表わし、式(5)を用いれば、

$$\begin{aligned} \tau_0/\rho u_0^2 = & R_e^{-1/2} \left\{ \sin\left(\xi - \tau - \frac{\pi}{4}\right) + \varepsilon(\partial \bar{u}_1/\partial \zeta)_{\zeta=0} \right. \\ & + \left. \varepsilon^2(\partial \bar{u}_2/\partial \zeta)_{\zeta=0} + \dots \right\} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

となる。上式に式(14)の関係を適用すれば、 τ_0 の近似解として、次式がえられる。

$$\begin{aligned} \tau_0/\rho u_0^2 \approx & R_e^{-1/2} \left[\sin\left(\xi - \tau - \frac{\pi}{4}\right) \right. \\ & + \varepsilon \left\{ \frac{1}{2\sqrt{2}} + \left(\frac{11}{18} - \frac{5\sqrt{2}}{18} \right) \sin 2(\xi - \tau) \right. \\ & + \left. \left(\frac{11}{18} - \frac{4\sqrt{2}}{18} \right) \cos 2(\xi - \tau) \right\} + O(\varepsilon^2) \Big] \\ & \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

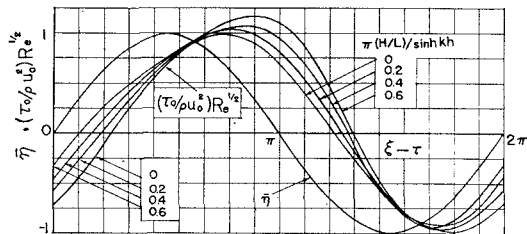
ここに、

$$R_e = \frac{\pi}{2 \sinh^2 kh} \left(\frac{CH}{\nu} \right) \left(\frac{H}{L} \right) = \frac{1}{2\pi} \frac{u_0^2 T}{\nu} \dots\dots\dots (19)$$

式(18)における右辺のカッコ内の第1項は線型理論による関係であり、第2項は非線型項の影響をあらわす。

図-1は式(18)の計算結果であって $\varepsilon = \pi(H/L)/\sinh kh$ をパラメーターとして図示したものであるが、図中には比較のために無次元水位 $\bar{\eta}$ の時間的変化をも示した。この図から明らかなように、 ε によって若干その特

図-1 底面摩擦応力におよぼす非線型項の影響



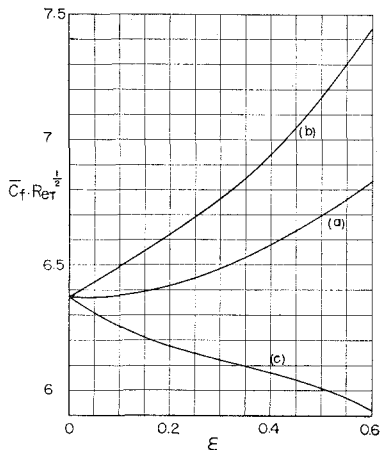
性が変わることがわかる。すなわち、 $\varepsilon=0$ としてあらわされる線型理論の結果にくらべて、 ε の値が大きくなると、非線型項の影響があらわれ、底面摩擦応力の正の部分では ε の増加とともに波形に対する位相差は線型理論の場合の $\pi/4$ より大きくなり、また、反対に負の部分では位相差が小さくなる傾向を示す。また波動の1周期中底面摩擦応力が正の値をとる位相区間は、 ε の増加とともに $\varepsilon=0$ の場合の π より大きくなり、反対に負値をとる区間は小さくなる傾向を示し、底面摩擦応力の時間的変化の非対称性は増加する傾向にある。この事実はおそらく前述した波の質量輸送に関係するものと思われる。しかしながら、実際の波の場合、たとえば著者らの実験において用いた波においては、 ε の値はたかだか0.15程度である。したがって図-1に示した結果から、非線型項の影響を実験的に見出すことは非常に困難であることが考えられ、むしろその影響はほとんど省略されうるとしてよい。

つぎに、底面摩擦係数について述べよう。いま Eagleson にしたがって、前報³⁾と同様に、底面の摩擦係数をつぎのように定義する。

$$\bar{C}_f = 2 \bar{\tau}_0/\rho \bar{U}^2 \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $\bar{\tau}_0$ および $\bar{U}^2$ は、それぞれ式(18)および式(2)に示す関係によって求められる時間平均である。いま、 $\bar{C}_f$ を式(17)にもとづいて直接計算することは複雑なので、図-1に示した計算結果から図式積分によって求めた結果を図-2に示す。図中の曲線(a),(b)お

図-2 $\bar{C}_f$ におよぼす非線型項の影響



よび (c) は、それぞれ時間的に平均する場合の位相区間のとり方を表わすもので、(a) は $|\tau_0|$ を $\tau_0=0$ となる位相 θ から $\theta+2\pi$ まで時間平均した場合のものであり (b) および (c) は τ_0 の正値および負値をおのおのの位相区間で平均したものである。また、縦軸の R_{eT} は、

$$R_{eT} = 2\pi R_e = u_0^2 T / \nu \quad \dots\dots\dots (21)$$

である。この結果から (a), (b) および (c) のいずれの場合にも ε の値が大体 0.4 以上になると顕著にあらわれることを示している。しかしながら、式 (18) 右辺の ε の項は、前述したように一般に十分小さく、たかだか 0.15 程度と考えられるから、この影響を省略することにすれば、摩擦係数に対する表式は当然前報 (2) で求めた関係となり、次式であらわされる。

$$\bar{C}_f = 8\sqrt{2/\pi} R_{eT}^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (22)$$

(3) 水槽の側壁に発達する層流境界層

波高減衰の実験において、水槽の幅が水深にくらべて十分大きくない場合には、水槽の側壁における摩擦損失が加わるので、その補正が問題になる。したがって、底面の場合と同様に側壁に発達する境界層の解析を行なって、その特性を明らかにしておく必要がある。ここでは前述した底面における境界層の場合とまったく同様な方法で考察することにする。

水槽側壁にそって鉛直に z 、側壁に垂直に y をとり、式 (1) の場合と同じ記号を用いれば、この場合の層流境界層方程式は次式であらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -(1/\rho) \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= g - (1/\rho) \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 g は重力の加速度であり、 v は y 方向の速度成分である。前述した場合とまったく同様に無次元量として、 $u = \bar{u} u_0$ 、 $v = \bar{v} \bar{v} / \sqrt{R}$ 、 $w = \bar{w} w_0$ 、 $R = CL/2\pi\nu$ 、 $p = \rho u_0^2 \bar{p} - (\rho g L/2\pi)\zeta$ 、 $x = (L/2\pi)\xi$ 、 $y = (L/2\pi)\eta / \sqrt{R}$ 、 $z = (L/2\pi)\zeta$ 、 $t = (L/2\pi C)\tau$ を用いて式 (23) をかきかえれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} + \varepsilon (\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta}) &= -\bar{p} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial \bar{w}}{\partial \tau} + \varepsilon (\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta}) &= -\bar{p} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。式 (5) と同様に、式 (24) のせつ動解を求めるための表式として、

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= \bar{u}_0 + \varepsilon \bar{u}_1 + \varepsilon^2 \bar{u}_2 + \dots\dots\dots \\ \bar{v} &= \bar{v}_0 + \varepsilon \bar{v}_1 + \varepsilon^2 \bar{v}_2 + \dots\dots\dots \\ \bar{w} &= \bar{w}_0 + \varepsilon \bar{w}_1 + \varepsilon^2 \bar{w}_2 + \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (25)$$

を用い、式 (6) および式 (8) に対応する方程式を求めて、その境界条件とともに示せば、つぎようになる。すなわち、 $\bar{u}_0$ および $\bar{w}_0$ に対して、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{u}_0}{\partial \eta^2} &= \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \tau} \\ \frac{\partial \bar{w}_0}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{w}_0}{\partial \eta^2} &= \bar{W} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \tau} \\ \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{v}_0}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{w}_0}{\partial \zeta} &= 0 \\ \bar{u}_0 = \bar{w}_0 &= 0; \eta = 0 \\ \bar{u}_0 = \bar{U} \text{ および } \bar{w}_0 = \bar{W}; \eta &\rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (26)$$

また、 $\bar{u}_1$ および $\bar{w}_1$ に対して、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \eta^2} &= \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \xi} + \bar{W} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \zeta} \\ &\quad - (\bar{u}_0 \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial \xi} + \bar{v}_0 \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial \eta} + \bar{w}_0 \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial \zeta}) \\ \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{w}_1}{\partial \eta^2} &= \bar{U} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \xi} + \bar{W} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \zeta} \\ &\quad - (\bar{u}_0 \frac{\partial \bar{w}_0}{\partial \xi} + \bar{v}_0 \frac{\partial \bar{w}_0}{\partial \eta} + \bar{w}_0 \frac{\partial \bar{w}_0}{\partial \zeta}) \\ \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \zeta} &= 0 \\ \bar{u}_1 = \bar{w}_1 &= 0; \eta = 0, \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \eta} = \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \eta} = 0; \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (27)$$

がえられる。ここに、 $\bar{U}$ および $\bar{W}$ はいうまでもなく波動理論から求まる側壁面における水分子速度成分であって、いまの場合 $\bar{U}$ および $\bar{W}$ として Airy の波動理論にもとづく関係を適用すれば、 $\bar{u}$ および $\bar{w}$ に対する第 2 近似解まで求めた表式は、結局つぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= \left\{ \sin(\xi - \tau) - e^{-\eta/\sqrt{2}} \sin\left(\xi - \tau + \frac{1}{\sqrt{2}}\eta\right) \right\} \cosh \zeta \\ &\quad + \varepsilon \left[- \left\{ e^{-\eta/\sqrt{2}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\eta\right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (1/4) e^{-\eta/\sqrt{2}} \sin(\sqrt{2}\eta) + e^{-\eta} \sin \eta \right\} \sin 2(\xi - \tau) \right. \\ &\quad \left. + \left\{ e^{-\eta/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\eta\right) + (1/4) e^{-\sqrt{2}\eta} \cos(\sqrt{2}\eta) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (5/4) e^{-\eta} \cos \eta \right\} \cos 2(\xi - \tau) \right] + O(\varepsilon^2), \\ \bar{w} &= - \left\{ \cos(\xi - \tau) - e^{-\eta/\sqrt{2}} \cos\left(\xi - \tau + \frac{1}{\sqrt{2}}\eta\right) \right\} \sinh \zeta \\ &\quad + \varepsilon \left\{ (1/4) e^{-\sqrt{2}\eta} + e^{-\eta/\sqrt{2}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\eta\right) - (1/4) \right\} \\ &\quad \times \sinh 2\zeta + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (28)$$

以上の結果によると、質量輸送に関してつぎのことがわかる。

すなわち、波の進行方向においては質量輸送は存在しないが、鉛直方向では、

$$\bar{w}_m = -(\varepsilon/4) \sinh 2\zeta \quad \dots\dots\dots (29)$$

であらわされる質量輸送が存在することになり、 $\zeta=0$ において $\bar{w}_m=0$ であり、水面において最大となる。

つぎに、水槽側壁における摩擦応力について述べよう。

式 (28) から、壁面に働く摩擦応力の関係式として、 x および z 方向に対して、それぞれつぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{0x}/\rho u_0^2 &= R_e^{-1/2} [\sin(\xi - \tau - \pi/4) \cosh \zeta \\ &\quad + \epsilon \{ (1 - 3\sqrt{2}/4) \sin 2(\xi - \tau) \\ &\quad + (5/4 - 3\sqrt{2}/4) \cos 2(\xi - \tau) \} + O(\epsilon^2)] \\ -\tau_{0z}/\rho u_0^2 &= R_e^{-1/2} [\cos(\xi - \tau - \pi/4) \cosh \zeta \\ &\quad - \epsilon (\sqrt{2}/4) \sinh 2\zeta + O(\epsilon^2)] \\ &\dots\dots\dots (30) \end{aligned} \right\}$$

ここに、 R_e は式 (19) であらわされる。

この結果によると、摩擦応力におよぼす非線型項の効果は ϵ の値によって相違するが、底面の場合の結果を参考にすれば、 τ_{0z} におよぼす非線型項の影響はとくに水面付近においていちじるしくなることがわかる。

(4) 層流境界層内のエネルギー損失による波高減衰の理論式

以下では、(1) および (3) において考察した非線型層流境界層理論の解析結果にもとづいて、底面および側壁の境界層内での粘性による波のエネルギー損失を評価し、波高減衰の理論式を導くことにする。

いま二次元を考え、波のエネルギーは、底面での粘性による摩擦によってのみ消散されるものとする。層流境界層内で消散するエネルギー $\bar{E}_{fb}$ は前報と同じであるが、前述の無次元表示にしたがえば、

$$\bar{E}_{fb} \approx \mu u_0^2 \sqrt{R/L} \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta\zeta} (\partial a / \partial \zeta)^2 d\zeta d\xi \dots (31)$$

となる。ここに、 μ は粘性係数であり、また $\delta\zeta$ は境界層の厚さ δ の無次元表示 ($2\pi\sqrt{R\delta/L}$) である。式 (14) を用いて式 (31) を計算すれば、

$$\begin{aligned} \bar{E}_{fb} &\approx \frac{\mu}{2} \beta \left(\frac{\pi H}{T} \right)^2 \operatorname{cosech}^2 kh \\ &\times \left\{ 1 - \frac{8\sqrt{2}}{3\pi} \left(\frac{11}{18} - \frac{91\sqrt{2}}{288} \right) \epsilon + O(\epsilon^2) \right\} \\ &\dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

となる。これはいうまでもなく、境界層方程式にふくまれる非線型項の影響を考慮した損失エネルギーであって、右辺第1項は線型理論から導かれる結果であり、第2項が非線型項の影響を示している。この結果においてたとえば $\epsilon=0.2$ とすれば、第2項は約 0.02 となり、損失エネルギーは、線型理論にもとづく値よりたかだか 2% 減少する程度であることがわかる。

上式の関係を前報で示した波のエネルギー保存の關係式に代入し、 ϵ を近似的に定数と仮定して、 $x=0$ で波高 $H=H_0$ という条件で積分した結果は、つぎのようになる。

$$H=H_0 \exp(-\epsilon_b x/L) \dots\dots\dots (33)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \epsilon_b &\approx (4\pi^2/\beta L) (1 - 0.197\epsilon) / (\sinh 2kh + 2kh), \\ \beta &= (\pi/\nu T)^{1/2} \end{aligned}$$

である。上式中の ϵ の値は波形勾配と比水深との効果を表わすものであるが、実際の波の場合、たとえば著者らの実験で用いた波については、 ϵ の値はたかだか 0.15~

0.2 程度であって、その場合 ϵ_b におよぼす非線型項の効果はたかだか 3~4% 程度となり、あまり大きな影響をおよぼさないことがわかる。

つぎに、水槽側壁における損失エネルギーを考慮した場合の波高減衰の關係式を求めてみよう。水槽の両側壁の単位面積当り単位時間に消散するエネルギーは前報と同様に、

$$\begin{aligned} 2\bar{E}_{fw} &= \mu u_0^2 (\sqrt{R}/\pi h) \int_0^{kh} \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta\zeta} \\ &\times \{ (\partial a / \partial \eta)^2 + (\partial \bar{w} / \partial \eta)^2 \} d\eta d\xi d\zeta \dots (34) \end{aligned}$$

によって求められるから、この式に式 (28) の関係を代入して積分すれば、つぎの關係式がえられる。

$$\begin{aligned} 2\bar{E}_{fw} &\approx \frac{\mu}{kh} \beta \left(\frac{\pi H}{T} \right)^2 \coth kh \\ &\times \left\{ 1 + \frac{8\sqrt{2}}{3\pi} \left(\frac{11}{12} - \frac{\sqrt{2}}{120} \right) \right. \\ &\times \epsilon \operatorname{sech} kh + O(\epsilon^2) \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

この結果によると、側壁におけるエネルギー損失におよぼす非線型項の影響は最大 20% 以上にもおよぶことがわかる。したがって、底面および側壁の摩擦にもとづく波高減衰率を ϵ_{b+w} とすれば、式 (33) に対応した波高減衰の關係式は、つぎのようになる。

$$H=H_0 \exp(-\epsilon_{b+w} x/L) \dots\dots\dots (36)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \epsilon_{b+w} &= (4\pi^2/\beta L) (1 + 1/\psi) / (\sinh 2kh + 2kh) \\ \psi &\approx (kB/\sinh 2kh) \\ &\times \{ 1 - (1.086 \operatorname{sech} kh + 0.197)\epsilon \} \\ &\dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

また、式 (33) と式 (36) および式 (37) とを比較すれば、

$$\epsilon_b = \{ \psi / (1 + \psi) \} \epsilon_{b+w} \dots\dots\dots (38)$$

なる關係がえられる。したがって実験によって ϵ_{b+w} が求まると、上式の關係を用いて側壁の効果を除去した底面摩擦のみによる波高減衰率 ϵ_b を算出することができる。以上の結果から、側壁におけるエネルギー損失を考慮した場合には、非線型項の効果はかなり大きいことがわかる。

つぎに、波浪観測の結果から推定される海底摩擦係数と層流境界層理論から求められた底面摩擦係数 $\bar{C}_f$ との關係について簡単に付け加えておこう。従来海底摩擦係数の推定においては、周知のように Bretschneider¹⁴⁾ が定義した海底における摩擦応力に対するつぎの關係が用いられている。

$$\tau_0 = \rho f u_b^2 \dots\dots\dots (39)$$

ここに、 f はいわゆる海底摩擦係数であり、また u_b は波動運動から求められる海底における水粒子の速度成分であって、前述した U に相当するものである。式 (39) の定義から求められる損失エネルギー $\bar{E}'_{fb}$ は、

$$\bar{E}'_{fb} = (4/3\pi) \rho f u_0^3 \dots\dots\dots (40)$$

となる。したがって、式(32)において近似的に $\epsilon=0$ とした線型理論にもとづく損失エネルギーと式(40)とを等しいとにおいて、海底摩擦係数 f に対するつぎの関係がえられる。

$$f = (3\pi\sqrt{\pi}/8)R_{eT}^{-1/2} \dots\dots\dots (41)$$

したがって、式(22)と上式との比較から、 f と $\bar{C}_f$ の関係として、次式がえられる。

$$f = (3\pi^2/64\sqrt{2})\bar{C}_f \dots\dots\dots (42)$$

3. 底面摩擦応力および波高減衰に関する実験

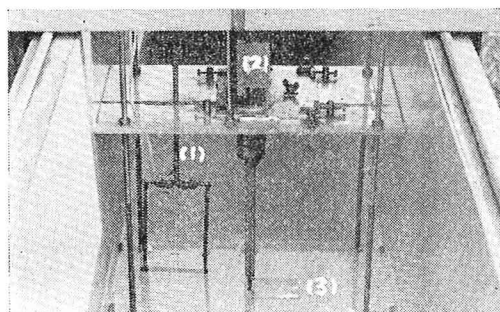
(1) 底面摩擦応力の測定

前報(2)で述べたように、底面の摩擦応力を実験的に見出す方法として、表面の摩擦力を直接測定する方法があり、著者らはモーメント計を利用して、底面摩擦応力を直接測定する装置を作製して、実験的研究を行ってきた。ここでは、さきの研究に用いた測定装置の製作上の欠点を直して底面せん断応力を測定した結果について述べる。

a) 測定装置と実験方法 写真-1はさきの実験に用いたものの製作上の欠点を直してあらたに製作した測定装置であるが、前報のものと同様 shear plate を支柱でささえ、それをモーメント計に接続して shear plate に作用する摩擦力をモーメントとしてとりだすようになっている。支柱は波力を受けないように、シールド管で囲まれている。改良を加えた主な点をあげれば、①シールド管を上下に微動できるように工夫して、shear plate と支柱の連結部分の調整を適切に行ないうるようにし、かつこの連結部分に働く抗力をできるだけ小さくするために薄いワッシャをそう入したこと、②各主要部分の取り付け操作を容易にし、全体として設置後の安定をはかったことなどである。

写真-1 底面の摩擦の応力測定装置

(1) 波高計 (2) モーメント計 (3) shear plate



shear plate および支柱の大きさ、ならびにモーメント計の諸特性は、さきの実験に用いたものとほとんど同一であって、shear plate の大きさとしては、長さ 8.1 cm、幅 5 cm および厚さ 0.02 cm のステンレス板を使用した。したがって、測定装置の力学的特性については、本実験に用いた振動系がさきの場合とほとんど一致

表-1 底面摩擦応力の測定に用いた波の特性と水深

水深 h (cm)	周期 T (sec)	波高 H (cm)	水深 h (cm)	周期 T (sec)	波高 H (cm)
7.0	0.99~1.50	0.26~0.31	20.0	0.88~3.0	0.61~6.45
10.0	0.99~1.49	0.21~0.95	25.0	1.01~2.0	4.67~6.84
15.0	0.95~2.5	0.39~3.49	30.0	1.01~2.58	0.81~10.0

しており、この点は前報(2)で詳細に検討したのでここでは省略する。

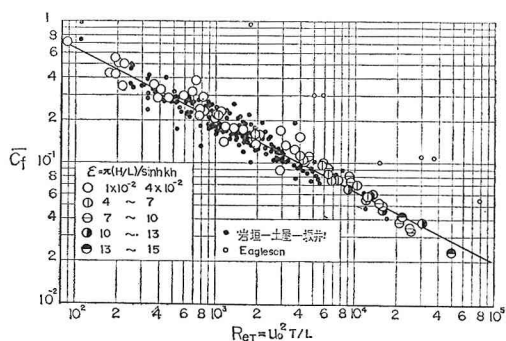
今回の実験に用いた波の特性と水深は表-1に示しておりであって、周期あるいは水深を一定としておき、フラッター型造波機のスロークを変え、種々の波高について、底面の摩擦応力を測定した。実験はさきの研究において、まだ十分にわかっていない R_{eT} の大きい場合および小さい場合の結果をうるよう努めるとともに、前述した底面摩擦におよぼす非線型項の影響をも検討するために、波高は広範囲に変化させ、かつ造波機のスロークはできるだけ大きく保つようにした。なお、波高は電気抵抗線式波高計を用いてペン書きオシロに記録させ、それを読みとった。また、波高計は底面摩擦応力と波形の位相関係を調べるために、この装置と同じ位置に設置した。

b) 実験結果と考察 いま、shear plate に働く外力として、ここでは摩擦力以外に圧力勾配による力のみを考慮することとし、かつ前述した非線型項の影響を省略するものとすれば、前報(2)において考察した線型理論の結果を用いて実験値を検討することができる。すなわち、実際に測定される shear plate に作用する単位面積当りの水平力 F の最大値 $F_{\max}$ と、求めようとする摩擦応力の最大値 $\tau_{0\max}$ との関係は、次式であらわされる。

$$\tau_{0\max} = \left[\frac{2}{1 + \{1 + 2(\pi/\nu T)^{1/2} d\}^2} \right]^{1/2} F_{\max} \dots\dots\dots (43)$$

上式を用いて底面摩擦応力の測定結果を補正し、前述した摩擦係数 $\bar{C}_f$ に対する表示で理論結果と比較したものが図-3である。この結果から明らかなように、実験値は理論結果と十分一致しており、このことは、非線型項の影響を検討した理論計算からも期待されるところ

図-3 摩擦係数 $\bar{C}_f$ と R_{eT} との関係



であって、少なくとも実験の範囲内ではその効果は十分省略できると考えられる。図中には同時に Eagleson の実験結果を示したが、著者らの実験値よりもはるかに大きいことがわかるが、その理由については前報で考察した。なお著者らの実験値を Collins の限界条件によって検討したところ、十分層流境界層であると考えてさしつかえないことがわかった。しかし、できるだけ波高を大きくし、 R_{eT} の大きい場合の測定を試みたが、 R_{eT} の値はせいぜい 4×10^4 までであって、境界層の層流から乱流への遷移については明らかでなく、今後はさらに大きな R_{eT} の領域を対象として実験を進めていくつもりである。なお、波高と底面摩擦応力とを同じ位置で測定し、両者の位相のずれについて若干検討してみたが、測定結果が少なく、また計器の問題もあって、実験精度がわるく、理論との十分な比較ができなかった。

(2) 波高減衰の実験

a) 実験装置と実験方法 実験に用いた水槽は、前報と同一のもので、今回造波機はフラッター型を使用した。波高は抵抗線式波高計を使い、これを動ひずみ計に連結し、ペン書きオシロに最大6点の波高を同時記録させた。波高の測定箇所は、図-4 に示すように、フラッター型造波機の造波板前面より 15m 離れたところから、9m あるいは 7m 間隔に、合計5点または6点である。この波高減衰の実験は、その一部を前述した底面摩擦応力の測定の実験と同時に進めたので、種々の波の特性に対して実施した。とくに波高減衰におよぼす比水深および波形勾配の影響を検討するための一連の実験も行なった。表-2 は実験に用いた波の特性と水深の概略を一括して示したものである。なお各測点の波高は、波の記録が十分定常になってからの5波について、それぞれ対応した各測点の波高をよみとり、5波の平均値をもって、その測点の波高とした。

b) 実験結果と考察 表-2 に示したおのおの場合

図-4 波高測定箇所

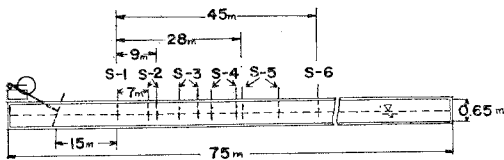


表-2 波高減衰の実験に用いた波の特性および水深

水深 h (cm)	周期 T (sec)	波高 H (cm)	水深 h (cm)	周期 T (sec)	波高 H (cm)
5.6	0.80	0.099~0.117	20.0	0.87~2.09	0.497~7.38
9.9	0.99~1.23	2.22~2.89	20.6	1.15~2.02	1.69~3.69
10.0	1.00~1.47	0.27~1.31	23.1	1.02~2.00	2.15~4.50
11.0	0.80	1.74	25.0	0.97~2.01	3.55~7.55
13.6	0.85~1.53	0.969~1.82	30.0	1.00~2.00	1.35~11.2
15.0	0.94~1.85	0.442~3.98	35.0	1.15~2.02	0.410~4.10
16.5	1.01~1.53	1.33~2.28	40.0	2.31~1.54	1.71~6.67
17.0	0.80	4.04	45.0	1.30~2.28	2.35~3.62

について、適当に波高および水深を変えて、縦軸に波高 H の対数を、横軸に距離 x をとって実験値を図示すると、前報(2)において述べたように、波高は直線的に減少することが確認され、その関係は、

$$H = H_0 \exp\{-\alpha_{b+w} x\} \dots \dots \dots (44)$$

であらわされる。ここに α_{b+w} は底面および側壁の影響を含んだ波高減衰係数であって、式(33)および式(36)との対応から、つぎのようにあらわされる。

$$\alpha_{b+w} L = \epsilon_{b+w}, \quad \alpha_b L = \epsilon_b \dots \dots \dots (45)$$

したがって、上述した実験値の図示において、実験値に最適な直線を引いて、その勾配から式(45)にもとづいて波高減衰率 ϵ_{b+w} を求めることができるが、直線の引き方によって ϵ_{b+w} の値が若干変わるので、前報(2)で述べた方法をとった。すなわち、式(44)によれば、基準となる2点における波高 H_0 および H と、その2点間の距離 x がわかれば、 ϵ_{b+w} を決定できるが、いまの場合、5カ所あるいは6カ所の波高を測定したので、5カ所で測定した場合は、図-4において、(s-1とs-3)、(s-2とs-4)および(s-3とs-5)の位置の波高の3組を、また6カ所で測定した場合には、(s-1とs-4)、(s-2とs-5)、および(s-3とs-6)とについて、式(44)および式(45)にもとづいて、減衰率 ϵ_{b+w} を求め、それらの平均値をもって実験値とした。

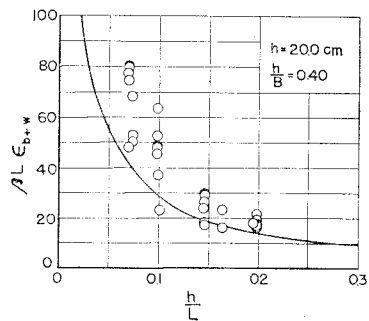
つぎに、こうしてえられた実験結果と前述した波高減衰の理論式との比較検討を行なった結果について述べよう。まず、式(37)において $\epsilon=0$ の場合はいわゆる線型理論の結果であるが、この式を変形すると、

$$\beta L \epsilon_{b+w} = 4\pi^2 \{1 + (1/\psi_0)\} / (\sinh 2kh + 2kh) \dots \dots \dots (46)$$

ここに、 $\psi_0 = kB / \sinh 2kh$ となり、波高減衰率におよぼす比水深 h/L および水深と実験水槽の幅との比 h/B の影響を検討することができる。

図-5は h/B を一定にして、 $\beta L \epsilon_{b+w}$ におよぼす h/L の影響を検討したものの一例であって、図中の曲線は理論結果である。この h/B をいくつか変えて行なった実験の結果から、実験値はかなり散乱しているが $\beta L \epsilon_{b+w}$ の h/L による変化の全体的傾向はかなり理論曲線と一

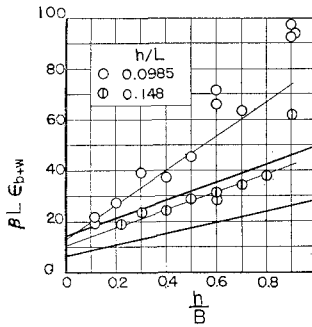
図-5 波高減衰率におよぼす比水深 h/L の効果



致している。しかしながら実験値の方が理論値より全般的に大きい。また微小振幅波の理論では、波形勾配は波高減衰に影響しないことになるが、水深および周期を一定とし、波高のみを変えて実験を行ない波形勾配の影響を検討したところ、 h/L のいかなる値に対しても、波高減衰率におよぼす波形勾配の影響はほとんど見出すことができなかった。

つぎに波高減衰におよぼす水槽側壁の効果について述べる。前述した $\beta L \epsilon_{b+w}$ に対する関係式において、 h/L を一定にして、 $\beta L \epsilon_{b+w}$ と h/B の関係を調べれば、側壁の効果を実験的に検討することができる。

図-6 波高減衰率におよぼす側壁の効果



その傾向は比水深 h/L の値が小さく、かつ h/B が大きいほど顕著のようである。

以上において明かなように、線型理論の結果にもとづいて、側壁の効果を含めて実験結果を検討しても、実験値は理論値よりかなり大きいことがわかる。

つぎに側壁の効果を取りのぞいた場合の波高減衰率について実験結果と理論結果とを比較した結果を述べよう。図-7 は式 (37) および式 (38) にもとづいて、 $\epsilon=0$ の場合に相当する線型理論を用いた場合と、非線型項の影響を考慮した場合とに対して、実験値と理論結果とを比較したもので、(a) は前者、(b) は後者の場合を示す。この場合、実験値はさきに検討した結果から、一応波形勾配の影響はないものと考え、水深と周期の等しい実験結果を平均して用いた。この比較から明かなように非線型項の影響を考慮して理論的に側壁の効果を除去すると、波高減衰率 ϵ_b の実験値は平均して約 10% 程度減少し、理論曲線に近づくことがわかる。なお 図-7 には、同時に Grosch-Lukasik および Eagleson らの実験結果を示したが、Grosch らの結果は側壁の影響がほとんど無視できる水槽でえた波高減衰の実験結果であるのに対し、Eagleson の場合は底面摩擦応力の直接測定の結果を用いて算出した値である。

以上の結果から、結局つぎのことがわかる。すなわち、実験水槽における波高減衰におよぼす非線型項の影響は、平均して約 10% 程度であって、なお実験値は理論値よりもかなり大きい。一方、前述した $\beta L \epsilon_{b+w}$ と h/B の関係を図示した 図-6 において、実験値の h/B

図-7 波高減衰率の理論値と実験値との比較

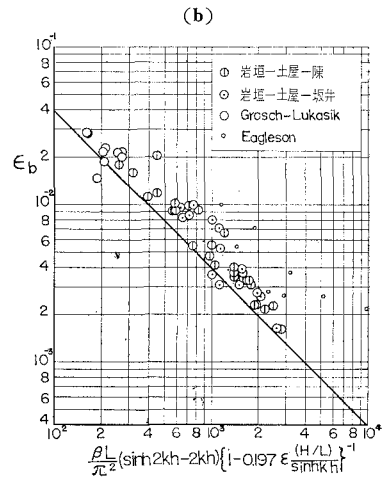
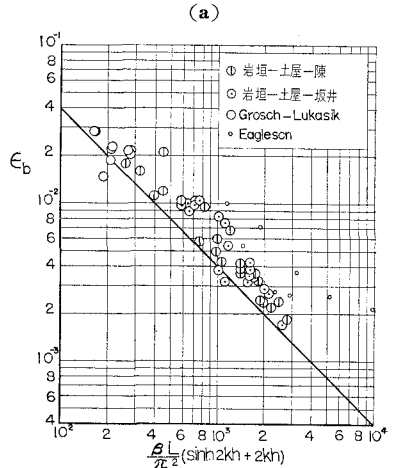
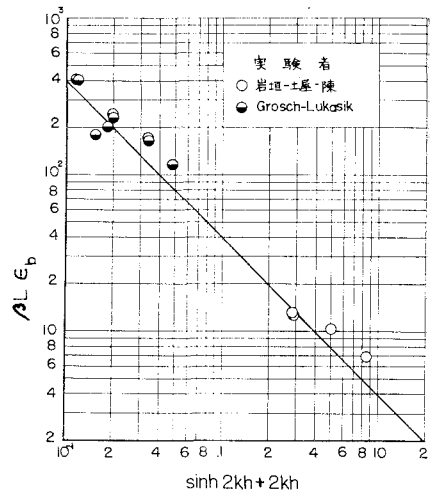


図-8 $\beta L \epsilon_b$ の理論値と実験結果との比較



による変化は大体直線的であるが、もし $h/B \approx 0$ 付近まで同じ関係が適用されるものとするれば、実験値に適合する直線の $h/B=0$ における $\beta L \epsilon_{b+w}$ の値を見出すことができる。この値は、一応側壁の効果のない場合に相

当していると考えられるので、線型理論による結果と比較したものが図—8である。しかし、この結果によっても、前述した Grosch の実験結果とともに、実験値は理論値よりも平均してなお 20% 程度大きいように見うけられる。

4. 結 語

以上、著者らは、底面摩擦による波高減衰の機構を解明するために、波による層流境界層について理論的に考察し、層流境界層方程式にふくまれる非線型項が底面および側壁の摩擦応力ならびに境界層内での損失エネルギーにおよぼす影響を検討し、非線型項の影響を考慮した波高減衰の理論式を導き、理論結果と実験結果との比較を行なって、つぎのことを明らかにした。すなわち、まず底面摩擦応力におよぼす非線型項の効果は ϵ によって若干その特性が変わるが、著者らの実験においては、その効果はほとんど省略できる程度であって、波による底面摩擦応力を直接測定した著者らの実験結果によってそのことを確認することができた。つぎに、損失エネルギーにおよぼす非線型項の効果に関しては、底面において、たかだか 0.2 ϵ 程度であって、あまり大きな影響をおよぼさないが、側壁では $\epsilon \text{ sech } kh$ 程度の増大としてあらわれ、著者らの実験において最大約 20% にもおよぶことが見出された。

一方、波高減衰に関する詳細な実験を行ない、線型理論および非線型項の影響を考慮した場合の理論結果に対して、実験結果との比較検討を行ない、つぎの結果をえた。すなわち、線型理論によれば、底面摩擦による波高減衰率 ϵ_b の実験値は理論値より平均して約 40% 程度も大きくあらわれるが、非線型項の影響を考慮して側壁の効果を取りのぞくと、平均して約 10% 程度も実験値は理論曲線に近づくことがわかった。しかしながら、それでも実験値と理論値との十分な一致を確かめることができない。この事実は波高減衰におよぼす側壁の効果を実験的にとりのぞいても、ほとんど同じであって、結局いずれの補正をしても実験値は理論値よりなお約 20~30% 程度も大きいことがわかった。この原因が何であるかまだ明らかでないが、今後水表面におけるエネルギーの消散を表面張力の効果や水表面の空気に対する相対運動に

着目して理論的に考察するとともに、層流境界層の乱流境界層への遷移の問題をも含めて、さらに詳細な実験を進め波高減衰の機構を解明していきたいと考えている。

最後にこの研究が文部省特定研究費による研究の一部であることを明記するとともに、本研究を行なうにあたり、実験や資料整理に熱心に助力して頂いた海岸災害研究室の諸氏ならびに水野組の高階実雄氏に謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) Lamb, H.: *Hydrodynamics*, 6th ed., Cambridge, 1957, p.622.
- 2) 土屋義人・井上雅夫：海底摩擦による波高減衰の基礎的研究 (1), 第8回海岸工学講演会講演集, 昭 36.11, pp. 19~24.
- 3) 岩垣雄一・土屋義人・坂井順行：海底摩擦による波高減衰の基礎的研究 (2), 第11回海岸工学講演会講演集, 昭 39.11, pp. 62~68.
- 4) Eagleson, P.S.: *The Damping of Oscillatory Waves by Laminar Boundary Layers*, MIT, *Hydrodynamics Laboratory, Tech. Rep. No. 32*, 1959, pp. 1~37.
- 5) Eagleson, P.S.: *Laminar Damping of Oscillatory Waves*, *Proc. of ASCE*, Vol. 88, No. HY 3, 1962, pp.155~181.
- 6) Grosch, C.E., Ward, L.W. and Lukasik, S.J.: *Viscous Dissipation of Shallow Water Waves*, *Physics of Fluids*, Vol. 3, No. 3, 1960, pp. 477~479.
- 7) Grosch, C.E. and Lukasik, S.J.: *Discussion of "Laminar Damping of Oscillatory Waves"*, *Proc. of ASCE*, Vol. 89, No. HY 1, 1963, pp. 232~239.
- 8) Grosch, C.E.: *Laminar Boundary Layer under a Wave*, *Physics of Fluids*, Vol. 5, No. 10, 1962, pp. 1163~1167.
- 9) Schlichting, H.: *Boundary Layer theory*, McGraw-Hill, New York, 1960, p. 207.
- 10) Sarma, G.N.: *Solution of Unsteady Boundary Layer Equations*, *Proc. Camb. Philo. Society*, Vol. 60, 1964, pp. 137~158.
- 11) Hill, P.G. and Stenning, A.H.: *Laminar Boundary Layer in Oscillatory Flow*, *Trans. ASME*, Sept. 1960, pp. 593~607.
- 12) 犬井鉄郎：偏微分方程式とその応用，応用数学講座，コロナ社，昭 32，p. 241.
- 13) Longuet-Higgins, M.S.: *Supplement to a Paper by R.C.H. Russell and J.D.C. Osorio*, *Proc. 6th Conf. Coastal Eng., Univ. of Florida*, 1957, pp. 184~193.
- 14) Bretschneider, C.L. and Reid, R.O.: *Modification of Wave-Hight Due to Bottom Friction, Percolation and Refraction*, *B.E.B., Tech. Memo., No. 45*, 1954, pp. 1~36.