

砕波の圧力と堤体の滑動

——堤体の仮想質量および堤体ロッキングの減衰性を考慮しての修正——

林 泰 造*・今 井 孝**

1. ま え が き

前々報以来著者は堤体ロッキングの影響を考慮しての砕波の波圧による滑動の理論とその安定性につき研究を行ってきた。砕波の瞬間的な衝撃圧は壁体の瞬間的な慣性抵抗によって一部相殺されるから、防波堤滑動面に伝達されるせん断力はその分だけ小さくなる。しかし、その結果、堤体は滑動を起こさなくてもロッキング現象は必ず生じ、そのロッキング現象により滑動面にその振動に応じたせん断力(sliding force)を生ずる。そして、もし減衰が小さければ、ロッキングは長い間持続して、それによる滑動面のせん断力もまた長い間持続するはずである。したがって、その間に“腰掛け部圧力”(Bourrage)が生ずると、それにより起こされたせん断力がつり重って、それにより堤体が滑動を生ずる場合が起こることになる。

前報においては、一応いっさいの減衰を無視して計算を行なったが、実際には減衰の影響がどのようなものであるかわかっていないので、本研究においてはその影響を検討することとした。

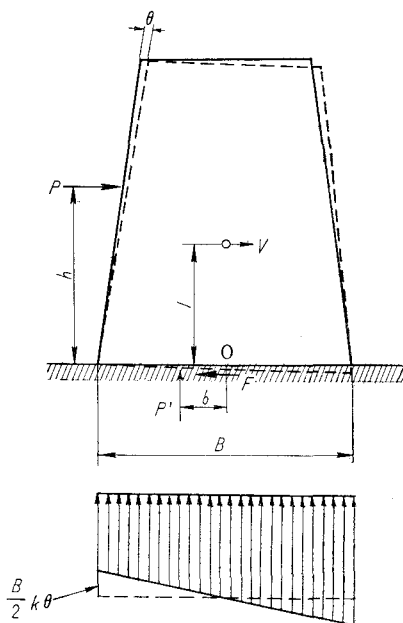
また、滑動面に作用するせん断力の大きさには衝撃圧の大きさの他に π/T の値が直接的に関係する。ただし、 2π は衝撃の継続時間、 T は堤体のロッキングの周期である。ところで T を正確に知るためには、壁体の仮想質量を正確に知る必要を生ずる。このことから、本研究においては、壁体の仮想質量の大きさの検討もあわせて行なうこととした。

2. 滑動面に作用するせん断力の理論式——減衰性および仮想質量の影響による修正

前報におけると同様に図-1の記号を用いる。すなわち、

- θ : 堤体の振れの角度 (港内側を正)
- P : 波圧の水平方向合力 (単位堤長当たり)
- P' : 堤体底面に作用する揚圧力 (単位堤長当たり)
- F : 滑動面に作用するせん断力 (単位堤長当たり)
- h : P の作用点の高さ
- l : 堤体重心の高さ

図-1 壁体の振れ



α : $P' = \alpha P$ とおいたときの α

B : 堤体の底部幅

b : 0点 (図示) から P' の作用点までの距離

k : 地盤の反力係数

K : 地盤の抵抗モーメント係数 ($K = kB^3/12$)

m : 堤体の質量 (単位堤長当たり)

m' : 堤体の仮想質量 (単位堤長当たり)

V : 堤体重心の変位速度

J : 堤体の0点周りの慣性モーメント

J' : 堤体の0点周りの仮想慣性モーメント

c : 減衰の係数 (減衰力 $= cV$ とおいたときの c)

h' : 減衰力の作用点の高さ

壁体重心の併進運動の方程式は

$$(m+m')\dot{V} = P - F - cV \quad \dots\dots\dots (1)$$

ところで、 $V = l\dot{\theta}$ であるから、上式は

$$(m+m')l\ddot{\theta} = P - F - c\dot{\theta} \quad \dots\dots\dots (1')$$

となる。

他方、壁体の0点周りの回転運動の方程式は

$$(J+J')\ddot{\theta} = Ph + P'b - K\theta - cVh'$$

したがって、

* 正会員 工博 中央大学教授 理工学部

** 正会員 中央大学助手 理工学部

$$\ddot{\theta} + \frac{clh'}{J+J'}\dot{\theta} + \frac{K}{J+J'}\theta = \frac{1}{J+J'}(Ph+P'b) \dots\dots\dots (2)$$

いま,

$$\left. \begin{aligned} \beta &= clh'/(J+J') \\ \omega &= \sqrt{K/(J+J')} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

とおけば、式 (2) はつぎのようになる:

$$\ddot{\theta} + \beta \dot{\theta} + \omega^2 \theta = \frac{1}{J+J'}(Ph+P'b) \dots\dots\dots (2')$$

上式から明らかなように、

β : ロッキングの減衰係数

ω : 減衰のないときのロッキングの角速度

である。

式 (2') において、 P および P' を与えれば θ を解いて求めることができる。 P としては、前報におけると同様に図-2 に示される関数形をとる。すなわち、

$$P = P_m \frac{(1-e^{-\tau p})^2}{\tau p} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、

$$p = \int_0^t dt$$

$$\theta = \frac{1}{J+J'}(h+\alpha b) \frac{P_m}{\tau}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\omega^3} \left[\omega t - \frac{\beta}{\omega} - \frac{e^{-\frac{\beta}{2}t}}{\sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}}} \sin \left(\omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} t - \delta \right) \right] & (0 \leq t < \tau) \\ \frac{1}{\omega^3} \left[\omega(2\tau-t) + \frac{\beta}{\omega} - \frac{e^{-\frac{\beta}{2}t}}{\sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}}} \left\{ \sin \left(\omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} t - \delta \right) - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau} \sin \left(\omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} (t-\tau) - \delta \right) \right\} \right] & (\tau \leq t < 2\tau) \\ -\frac{1}{\omega^3} \frac{e^{-\frac{\beta}{2}t}}{\sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}}} \left\{ \sin \left(\omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} t - \delta \right) - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau} \sin \left(\omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} (t-\tau) - \delta \right) + e^{\beta\tau} \sin \left(\omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} (t-2\tau) - \delta \right) \right\} & (2\tau \leq t) \end{cases} \dots\dots\dots (7)$$

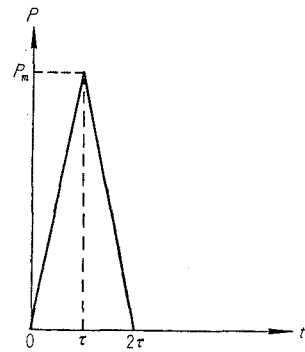
ここに

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= \frac{\beta}{\omega} \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} \\ \cos \delta &= 1 + \frac{\beta^2}{2\omega^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

式 (17) と式 (4) および式 (3) を式 (11) に代入すると F がつぎのように求められる:

$$F = \begin{cases} \frac{P_m}{\tau} \left[t - \frac{1}{\omega} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}}} \frac{(h+\alpha b)l}{R^2} \left(1 - \frac{R^2}{lh'} \frac{\beta^2}{2\omega^2} \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{2}t} \sin \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} t - \frac{\beta}{\omega^2} \frac{h+\alpha b}{h'} \left\{ 1 - e^{-\frac{\beta}{2}t} \cos \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} t \right\} \right] & (0 \leq t < \tau) \\ \frac{P_m}{\tau} \left[2\tau - t - \frac{\beta}{\omega^2} \frac{h+\alpha b}{h'} - \frac{1}{\omega} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}}} \frac{(h+\alpha b)l}{R^2} \left(1 - \frac{R^2}{lh'} \frac{\beta^2}{2\omega^2} \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{2}t} \left\{ \sin \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} t - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau} \sin \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} (t-\tau) \right\} + \frac{\beta}{\omega^2} \frac{h+\alpha b}{h'} \cdot e^{-\frac{\beta}{2}t} \left\{ \cos \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} t - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau} \cos \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} (t-\tau) \right\} \right] & (\tau \leq t < 2\tau) \end{cases}$$

図-2 計算に使用した衝撃圧



である。式 (4) を式 (2') に代入し、初期条件

$$t=0 \text{ で } \theta=0, \dot{\theta}=0 \dots\dots\dots (5)$$

のもとで θ の解を Bromwich の積分形に記せば、

$$\theta = \frac{P_m}{(J+J')\tau} \frac{1}{2\pi i} \int_{Br} \frac{e^{pt}}{p} \frac{1}{p^2 + \omega^2} \frac{(1-e^{-\tau p})^2}{p} dp \dots\dots\dots (6)$$

この積分を遂行することにより θ がつぎのように求められる:

$$\left[\frac{P_m}{\tau} \left[-\frac{1}{\omega} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}}} \frac{(h+\alpha b)l}{R^2} \left(1 - \frac{R^2}{lh'} \frac{\beta^2}{2\omega^2} \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{2}t} \left\{ \sin \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} t \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau} \cdot \sin \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} (t-\tau) + e^{\beta\tau} \cdot \sin \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} (t-2\tau) \right\} \right. \\ \left. + \frac{\beta}{\omega^2} \frac{h+\alpha b}{h'} \cdot e^{-\frac{\beta}{2}t} \left\{ \cos \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} t - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau} \cos \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} (t-\tau) \right. \right. \\ \left. \left. + e^{\beta\tau} \cos \omega \sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} (t-2\tau) \right\} \right] \quad (\tau \leq t) \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし $R^2 = (J+J')/(m+m') \dots\dots\dots (10)$
 である。

さて、 β は ω にくらべて一般にかなり小さいはずであるので

$$\beta/\omega \ll 1 \dots\dots\dots (11)$$

として β/ω のかかった項を無視すると、式(9)はつぎのように簡略化される：

$$F = \left\{ \begin{aligned} & \frac{P_m}{\omega\tau} \left[\omega t - \lambda e^{-\frac{\beta}{2}t} \sin \omega t \right] \\ & \frac{P_m}{\omega\tau} \left[2\omega\tau - \omega t - \lambda e^{-\frac{\beta}{2}t} \{ \sin \omega t - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau} \sin \omega(t-\tau) \} \right] \\ & \frac{P_m}{\omega\tau} \left[-\lambda e^{-\frac{\beta}{2}t} \{ \sin \omega t - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau} \sin \omega(t-\tau) + e^{\beta\tau} \sin \omega(t-2\tau) \} \right] \end{aligned} \right] \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 $\lambda = (h+\alpha b)l/R^2 \dots\dots\dots (12.a)$

である。つぎに、 T ：堤体ロッキングの周期

$$\text{として} \quad \left. \begin{aligned} t/T &= t' \\ \tau/T &= \tau' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

とにおいて、無次元時間 t' 、無次元衝撃時間 τ' の導入を行なえば、式(12)はつぎのように書直される：

$$F = \left\{ \begin{aligned} & \frac{P_m}{\tau'} \left[t' - \frac{\lambda}{2\pi} e^{-\frac{\beta}{2}t'} \sin 2\pi t' \right] \quad (0 \leq t' < \tau') \\ & \frac{P_m}{\tau'} \left[2\tau' - t' - \frac{\lambda}{2\pi} e^{-\frac{\beta}{2}t'} \{ \sin 2\pi t' - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau'} \sin 2\pi(t'-\tau') \} \right] \quad (\tau' \leq t' < 2\tau') \\ & \frac{P_m}{\tau'} \left[-\frac{\lambda}{2\pi} e^{-\frac{\beta}{2}t'} \{ \sin 2\pi t' - 2e^{\frac{\beta}{2}\tau'} \sin 2\pi(t'-\tau') + e^{\beta\tau'} \sin 2\pi(t'-2\tau') \} \right] \quad (2\tau' \leq t') \end{aligned} \right] \quad \dots\dots\dots (14)$$

図-3~7 は $\beta=0$ のときの F/P_m の値を式(14)により図示したものである。

3. 静水中における壁体のロッキングによる水の運動

ロッキング時の壁体の仮想質量とロッキングに対する減衰係数の理論計算を行なうために、まず静水中において壁体がロッキングを行なうとき生ずべき水の運動について考えてみる。

考える水域を図-8で示すもので近似し、水深を D とする。この水域について成り立つ基本式は、水の粘性を無視すれば、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (15)$$

ただし、

ϕ ：速度ポテンシャル

x, y ：図-8に示したような座標軸

この基本式をつぎの境界条件のもとにおく：

$$y=0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$y=D \quad \text{で} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

$$x=0 \quad \text{で} \quad -\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{V_0}{l} y e^{i\omega t} \dots\dots\dots (18)$$

$$x=\infty \quad \text{で} \quad \phi \neq \infty \dots\dots\dots (19)$$

ただし

$$i = \sqrt{-1}$$

V_0 ：ロッキングによる重心の移動速度の最大値

ω ：ロッキングの角速度（既出）

l ：壁体重心の高さ（既出）

これらの境界条件を満たす式(15)の解を求めるとつぎのようになる：

$$\phi = \left[B_0 \operatorname{ch} \frac{2\pi y}{\lambda_0} e^{-i\frac{2\pi x}{\lambda_0}} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos \frac{2\pi y}{\lambda_n} e^{-\frac{2\pi x}{\lambda_n}} \right] e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ただし

図-3 F/P_m の値 ($\beta=0, \lambda=0.4$ の場合)

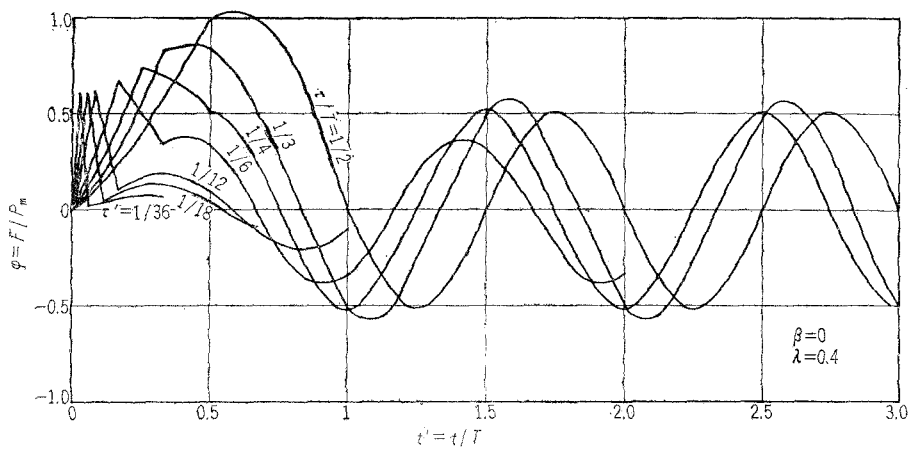


図-4 F/P_m の値 ($\beta=0, \lambda=0.6$ の場合)

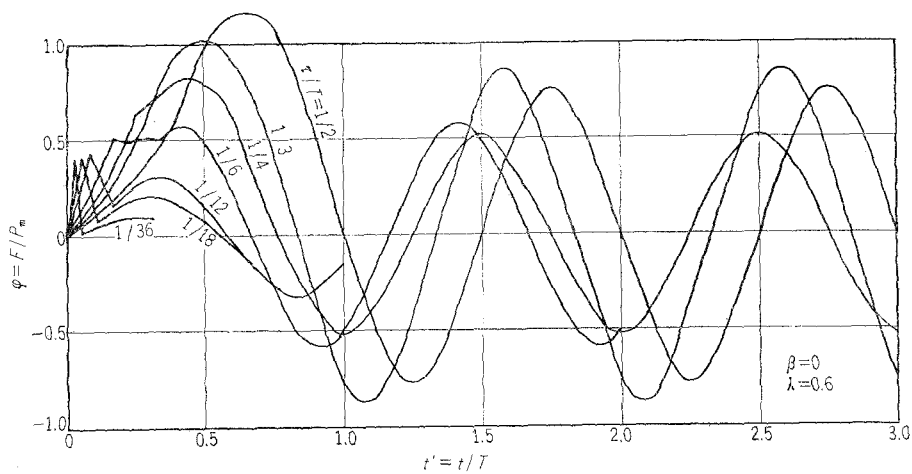


図-5 F/P_m の値 ($\beta=0, \lambda=0.8$ の場合)

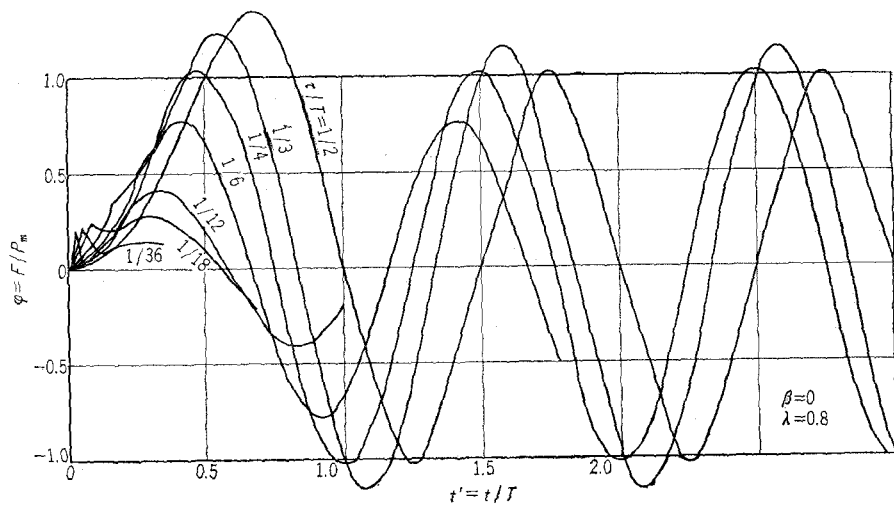


図-6 F/P_m の値 ($\beta=0, \lambda=1.0$ の場合)

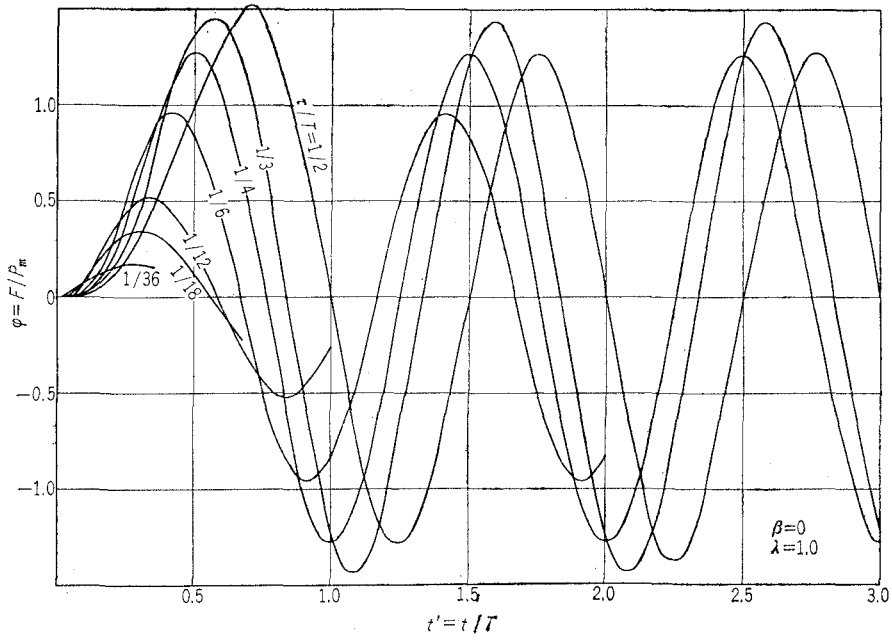


図-7 F/P_m の値 ($\beta=0, \lambda=1.2$ の場合)

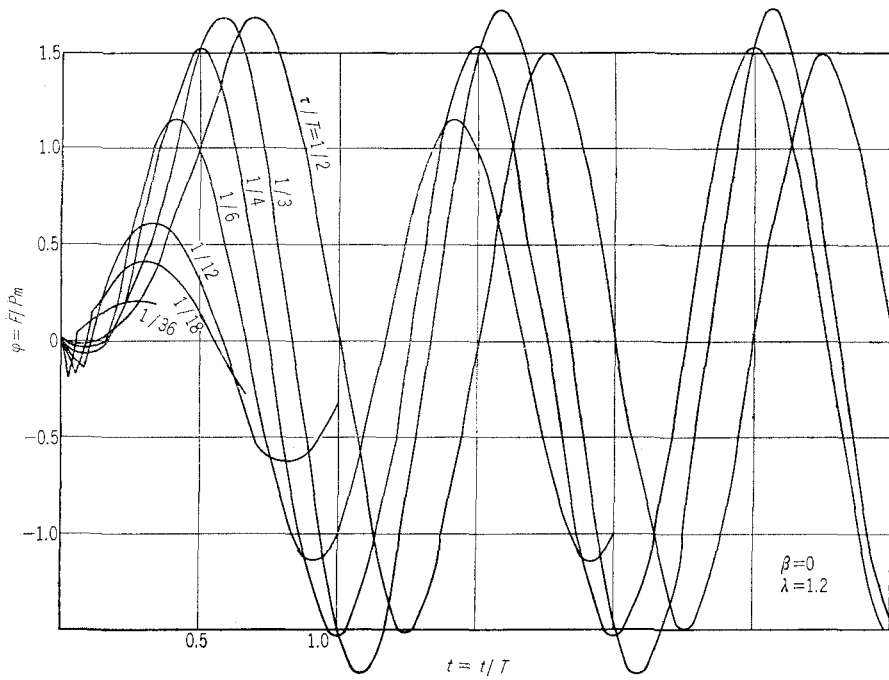
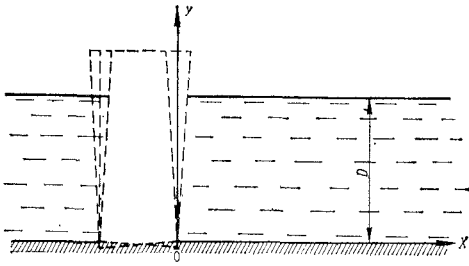


図-8



$$\left. \begin{aligned} B_0 &= -i \frac{V_0}{l} \frac{\lambda^2}{\pi^2} \frac{2\pi D}{\lambda_0} \frac{\text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1}{4\pi D + \text{sh} \frac{4\pi D}{\lambda_0}} \\ B_n &= \frac{V_0}{l} \frac{\lambda_n^2}{\pi^2} \frac{2\pi D}{\lambda_n} \frac{\sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} + \cos \frac{2\pi D}{\lambda_n} - 1}{4\pi D + \sin \frac{4\pi D}{\lambda_n}} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (21)$$

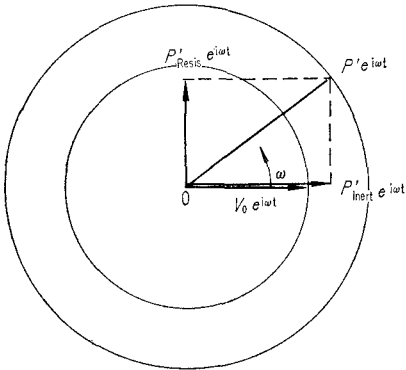
また、 λ_0, λ_n はそれぞれつぎの式の根である：

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\pi g}{\lambda_0} \text{th} \frac{2\pi D}{\lambda_0} &= \omega^2 \\ -\frac{2\pi g}{\lambda_n} \tan \frac{2\pi D}{\lambda_n} &= \omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (22)$$

3. 抵抗と仮想質量

図-8 のような運動において、壁体には水の抵抗が作用する。その抵抗を2つに分けて、速度に比例するものと、加速度に比例するものとに分解することができる(図-9)。すなわち、

図-9 壁体に作用する水の抵抗と壁体重心の移動速度



$$\left. \begin{aligned} P'_{\text{Resis}} &\propto V \\ P'_{\text{Inert}} &\propto \frac{dV}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

そこで、その比例定数をそれぞれ c および m' とおけば

$$\left. \begin{aligned} P'_{\text{Resis}} &= cV (= cV_0 e^{i\omega t}) \\ P'_{\text{Inert}} &= m' \dot{V} (= m' i \omega V_0 e^{i\omega t}) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ここに、 c および m' が

c ：水運動抵抗の係数(記号前出)

m' ：仮想質量(単位堤長当たりの)(記号前出)

と称するものであることは申すまでもない。

4. 壁体ロッキングにより壁体面に作用する水圧

壁体に作用する水圧の強さは次式で計算される：

$$p = \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{x=0} \quad (25)$$

ここに

ρ ：水(海水)の密度

である。式(25)に式(20)を代入すると、

$$\begin{aligned} p &= \frac{\rho V_0 \omega}{l \pi^2} \left[\frac{2\pi D}{\lambda_0^3} \frac{\text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1}{4\pi D + \text{sh} \frac{4\pi D}{\lambda_0}} \text{ch} \frac{2\pi y}{\lambda_0} \right. \\ &\quad \left. + i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\pi D}{\lambda_n^3} \frac{\sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} + \cos \frac{2\pi D}{\lambda_n} - 1}{4\pi D + \sin \frac{4\pi D}{\lambda_n}} \cos \frac{2\pi y}{\lambda_n} \right] \\ &\quad \cdot e^{i\omega t} \quad (26) \end{aligned}$$

したがって、壁面の両面に作用する水圧の合力 P' は

$$\begin{aligned} P' &= 2 \int_0^D p dy \\ &= \frac{\rho V_0 \omega}{l \pi^3} \left[i \frac{2\pi D}{\lambda_0^3} \frac{\text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1}{4\pi D + \text{sh} \frac{4\pi D}{\lambda_0}} \text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} \right. \\ &\quad \left. + i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\pi D}{\lambda_n^3} \frac{\sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} + \cos \frac{2\pi D}{\lambda_n} - 1}{4\pi D + \sin \frac{4\pi D}{\lambda_n}} \sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} \right] \\ &\quad \cdot e^{i\omega t} \quad (27) \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned} P'_{\text{Resis}} &= \frac{\rho V_0 \omega \lambda_0^3}{l \pi^3} \frac{2\pi D}{\lambda_0} \frac{\text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1}{4\pi D + \text{sh} \frac{4\pi D}{\lambda_0}} \text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} \\ &\quad \cdot e^{i\omega t} \\ P'_{\text{Inert}} &= i \frac{\rho V_0 \omega}{l \pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\pi D}{\lambda_n^3} \frac{\sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} + \cos \frac{2\pi D}{\lambda_n} - 1}{4\pi D + \sin \frac{4\pi D}{\lambda_n}} \\ &\quad \times \sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} \cdot e^{i\omega t} \quad (28) \end{aligned}$$

ゆえに

$$\begin{aligned} c &= \frac{\rho \omega \lambda_0^3}{l \pi^3} \frac{2\pi D}{\lambda_0} \frac{\text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1}{4\pi D + \text{sh} \frac{4\pi D}{\lambda_0}} \text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} \\ m' &= \frac{\rho}{l \pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\pi D}{\lambda_n^3} \frac{\sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} + \cos \frac{2\pi D}{\lambda_n} - 1}{4\pi D + \sin \frac{4\pi D}{\lambda_n}} \sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} \quad (29) \end{aligned}$$

5. 仮想慣性モーメント, P'_{Resis} の作用点の高さ, およびロッキングの減衰係数

ロッキング運動に対する水圧による抵抗モーメント M' もまた角速度 $\dot{\theta}$ に比例するものと, 角加速度 $\ddot{\theta}$ に比例するものとに分解することができる。そして, 角加速度 $\ddot{\theta}$ に比例するものを M_{Inert} と記せば, $\nearrow$

$$\begin{aligned} M' &= 2 \int_0^D p dy \cdot y \\ &= \frac{\rho V_0 \omega}{2 l \pi^4} \left[\lambda_0^4 \frac{\frac{2\pi D}{\lambda_0} \text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1}{\frac{4\pi D}{\lambda_0} + \text{sh} \frac{4\pi D}{\lambda_0}} \left(\frac{2\pi D}{\lambda_0} \text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1 \right) \right. \\ &\quad \left. + i \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^4 \frac{\frac{2\pi D}{\lambda_n} \sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} + \cos \frac{2\pi D}{\lambda_n} - 1}{\frac{4\pi D}{\lambda_n} + \sin \frac{4\pi D}{\lambda_n}} \left(\frac{2\pi D}{\lambda_n} \sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} + \cos \frac{2\pi D}{\lambda_n} - 1 \right) \right] \cdot e^{i\omega t} \quad (32) \end{aligned}$$

よって

$$M'_{\text{Inert}} = i \frac{\rho V_0 \omega}{2 l \pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^4 \frac{\left(\frac{2\pi D}{\lambda_n} \sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} + \cos \frac{2\pi D}{\lambda_n} - 1 \right)^2}{\frac{4\pi D}{\lambda_n} + \sin \frac{4\pi D}{\lambda_n}} \cdot e^{i\omega t} \quad (33)$$

したがって

$$J' = \frac{\rho}{2\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^4 \frac{\left(\frac{2\pi D}{\lambda_n} \sin \frac{2\pi D}{\lambda_n} + \cos \frac{2\pi D}{\lambda_n} - 1 \right)^2}{\frac{4\pi D}{\lambda_n} + \sin \frac{4\pi D}{\lambda_n}} \quad (34)$$

一方, 水運動抵抗のモーメントは

$$\begin{aligned} M'_{\text{Resis}} &= \frac{\rho V_0 \omega \lambda_0^4}{2 l \pi^4} \left(\frac{\frac{2\pi D}{\lambda_0} \text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1}{\frac{4\pi D}{\lambda_0} + \text{sh} \frac{4\pi D}{\lambda_0}} \right)^2 \cdot e^{i\omega t} \\ &\quad \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

したがって, 水運動抵抗の合力の作用点の高さ h' は

$$\begin{aligned} h' &= M'_{\text{Resis}} / P'_{\text{Resis}} \\ &= \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\frac{2\pi D}{\lambda_0} \text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1}{\text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0}} \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

また, 減衰係数 β は

$$\begin{aligned} \beta &= c h' / (J + J') \\ &= \frac{\rho \omega \lambda_0^4}{2\pi^4 (J + J')} \left(\frac{\frac{2\pi D}{\lambda_0} \text{sh} \frac{2\pi D}{\lambda_0} - \text{ch} \frac{2\pi D}{\lambda_0} + 1}{\frac{4\pi D}{\lambda_0} + \text{sh} \frac{4\pi D}{\lambda_0}} \right)^2 \\ &\quad \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

と求められる。

6. $m', J'; c, h', \beta$ の実用計算と無次元パラメーター $\omega^2 D/g$

固有値 λ_0 は既出のように

$$\frac{2\pi g}{\lambda_0} \text{th} \frac{2\pi D}{\lambda_0} = \omega^2 \quad (22)$$

$$M_{\text{Inert}} \propto \ddot{\theta} \quad (30)$$

その比例定数を J' とすると,

$$M'_{\text{Inert}} = J' \ddot{\theta} \left(= J' \frac{V_0}{l} i \omega e^{i\omega t} \right) \quad (31)$$

ここに, 明らかなように,

J' : 付加慣性モーメント (単位堤長当たり)

である。水圧による抵抗モーメント (ただし 0 点周りの) M' は

で与えられるものであるが, いま

$$\text{th} \frac{2\pi D}{\lambda_0} \div 1 \quad (38)$$

と仮定すると, 式 (22) から $2\pi D/\lambda_0$ の値はつぎのように求められる:

$$\frac{2\pi D}{\lambda_0} = \frac{\omega^2 D}{g} \quad (39)$$

しかし, 式 (38) の仮定が正しかったかどうかをつぎに調べてみなければならない。 T と D の範囲は

$$T = 0.07 \sim 0.9 \text{ sec}$$

$$D = 3 \sim 10 \text{ m}$$

と考えられるから,

$$\frac{\omega^2 D}{g} > \frac{(2\pi/0.9)^2 \times 3}{9.8} = 14.96$$

よって,

$$2\pi D/\lambda_0 > 14.96$$

この範囲の $2\pi D/\lambda_0$ の値に対しては式 (38) の仮定は十分の精度をもって成立する。したがって式 (38) の仮定は正しく, したがって式 (39) の結果は十分の精度をもって正しい。

固有値 λ_n は

$$-\frac{2\pi g}{\lambda_n} \tan \frac{2\pi D}{\lambda_n} = \omega^2 \quad (22)$$

で与えられるが, 同様に近似的に

$$\frac{D}{\lambda_n} = \frac{2n-1}{4} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (40)$$

を得る。

式 (39) および式 (40) を式 (29), 式 (34), (36) および式 (37) に代入すると, 次式を得る:

$$m' = \frac{64}{\pi^4} \left[\frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots \right) - \left(1 + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots \right) \right] \cdot \rho D^2$$

$$= 0.428 \rho D^2 \dots \dots \dots (41)$$

$$J' = \frac{64}{\pi^5} \left[\frac{\pi}{2} \left(-1 + \frac{5}{3^4} + \frac{3}{5^4} + \dots \right) - \left(-1 + \frac{5}{3^4} + \frac{3}{5^4} + \dots \right) \right] \cdot \rho D^4$$

$$= 0.1476 \rho D^4 \dots \dots \dots (42)$$

$$c = \frac{\rho \omega}{2 \pi^3 l} \left(\frac{\omega^2 D}{g} - 1 \right) \left(\frac{2 \pi g}{\omega^2} \right)^3 \dots \dots \dots (43)$$

$$h' = \left(1 - \frac{g}{\omega^2 D} \right) \cdot D \dots \dots \dots (44)$$

$$\beta = \frac{4 \rho \omega}{(J+J')} \left(1 - \frac{g}{\omega^2 D} \right)^2 \left(\frac{g}{\omega^2 D} \right)^2 \cdot D^4 \dots \dots \dots (45)$$

また、式 (41) および (42) の両式から

$$R^2 = \frac{J}{m} \frac{1 + \frac{0.1476 \rho D^4}{J}}{1 + \frac{0.428 \rho D^2}{m}} \dots \dots \dots (45.a)$$

なお、式 (39), (43), (44), (45) の各式の中には $g/\omega^2 D$ という無次元積が現われているが、これが一つの重要なパラメーターであることは容易に理解されよう。

7. 仮想質量および仮想慣性モーメントの大きさの割合

m'/m の値、ならびに J'/J の値の大きさの範囲を検討する。

堤体断面を高さ H 、幅 B の長方形で近似すれば

$$\left. \begin{aligned} m &= \rho_w H B \\ J &= \frac{1}{12} \rho_w H B (B^2 + 4 H^2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (45.b)$$

ただし

ρ_w : 堤体の密度

したがって、

$$\frac{m'}{m} = \frac{0.428 \rho D^2}{\rho_w H B} = \frac{0.1781}{B'} \left(\frac{D}{H} \right)^2 \dots \dots \dots (46)$$

$$\frac{J'}{J} = \frac{0.1476 \rho D^4}{\frac{1}{12} \rho_w H B (B^2 + 4 H^2)}$$

$$= 0.737 \frac{1}{B' (B'^2 + 4)} \left(\frac{D}{H} \right)^4 \dots \dots \dots (47)$$

となる。ただし

$$B' = B/H \dots \dots \dots (48)$$

いま、大ざっぱに、もし

$$B' \sim 1, \quad D/H \sim 0.7$$

と考えると、 m'/m , J'/J の値の程度を求めてみると、

$$m'/m \sim 0.0872$$

$$J'/J \sim 0.0354$$

したがって、

$$R^2 \sim 0.954 (J/m)$$

となる。また、堤体ロッキングの周囲は既述のように、

$$T = 2 \pi / \sqrt{(J+J')/K} \dots \dots \dots (3')$$

したがって、

$$T = 0.984 (2 \pi / \sqrt{J/K})$$

となり、一般にも仮想慣性モーメントは仮想質量なしとした場合の値 $2 \pi / \sqrt{J/K}$ にくらべて数パーセント程度の影響しかおよぼさないものであることが認められる。

8. 水抵抗による減衰の影響

式 (12) から認められるように、 F の減衰は $e^{-\frac{\beta}{2} t}$ の項によって与えられる。ところで、

$$e^{-\frac{\beta}{2} t} = e^{-\frac{\beta T}{2} \frac{t}{T}} = e^{-\frac{\beta T}{2} t'}$$

であるから、 $\beta T/2$ が壁体の 1 振動ごとの減衰の割合に直接関係するパラメーターとなっている。したがって、この値を検討すると、式 (45) を使用することにより、

$$\frac{\beta T}{2} = \frac{4 \pi \rho}{(J+J')} \left(1 - \frac{g}{\omega^2 D} \right)^2 \left(\frac{g}{\omega^2 D} \right)^2 D^4 \dots (49)$$

上式の J に式 (45.a) を代入して、また、 J' を J にくらべて無視すれば、

$$\frac{\beta T}{2} = \frac{48 \pi \rho}{\rho_w} \frac{1}{B' (B'^2 + 4)} \left(1 - \frac{g}{\omega^2 D} \right)^2 \left(\frac{g}{\omega^2 D} \right)^2 \left(\frac{D}{H} \right)^4$$

$$= 62.9 \frac{1}{B' (B'^2 + 4)} \left(1 - \frac{g}{\omega^2 D} \right)^2 \left(\frac{g}{\omega^2 D} \right)^2 \left(\frac{D}{H} \right)^4 \dots (50)$$

ふたたび大ざっぱに、もし

$$B' \sim 1, \quad D/H \sim 0.7$$

と考えれば、上式から、

$$\frac{\beta T}{2} \sim 3.0 \left(1 - \frac{g}{\omega^2 D} \right)^2 \left(\frac{g}{\omega^2 D} \right)^2$$

ところで、既述のように、

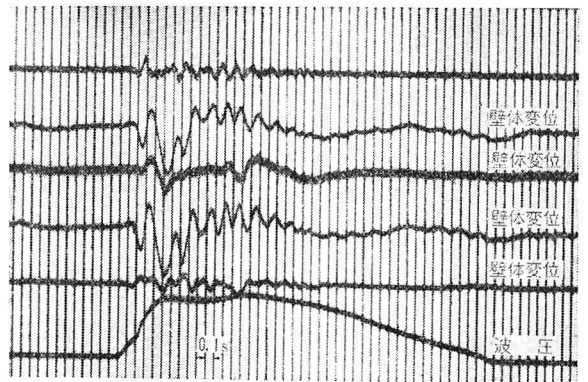
$$\omega^2 D/g > 14.96$$

よって、

$$\frac{\beta T}{2} < 3.0 \times \left(\frac{1}{14.96} \right)^2 = 0.013$$

したがって、 $t'=100$ 、すなわちロッキング 100 往復後でも

図-10 ロッキングの観測記録の一例 (羽幌港)
(村木・高島)



$$e^{-\frac{\beta T}{2}} > e^{-0.013 \times 100} = 0.272$$

これは実際の現象にくらべて過小の値 (実際にくらべて減衰が小さすぎる) を与えているように思われる。図—10 は羽幌港の観測記録の一つであるが、ほぼ 12 波程度でロッキングはほとんど減衰している。理論が過小の減衰を与えている原因として考えられるものはつぎのようである：

- 1) ロッキングエネルギーの地盤を通しての逸散
- 2) 地盤の非弾性的性質

なお、水の粘性による振動エネルギーの逸散は単位時間当たりに

$$2 \int_0^D \int_{-\infty}^{\infty} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx dy \\ = 4 \mu \int_0^D \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy \dots\dots\dots (51)$$

これによって計算されるロッキング 1 サイクル当たりのエネルギーの逸散 ΔE_1 と、本節の理論式で計算される ΔE との比の値は

$$\frac{\Delta E_1}{\Delta E} \sim 10^{-7} \frac{T}{D^2} \left(\frac{\omega^2 D}{g} \right)^4 \quad (\text{m, sec}) \dots\dots\dots (52)$$

となって、 ΔE_1 のほうが一般にかなり小さい。

9. 波圧の計算式

F は式 (14) で計算されるが、 βT の値が比較的小さいことから、さしたる減衰が起らないうちに“腰掛け圧力”の期間中に入るといことが十分ありうる。この吟味は本研究の段階では時間不足のためまだ不十分であるが、この段階においては前報の計算式がさして大きすぎる値を与えるものではないと考えられる。ここに、前報における計算式とはつぎのものをさす：

λ が 0.8 程度より大きい場合

$$F_{\max} = 0.82 \lambda \left[\left(1 - 0.6 \frac{2\tau}{T} \right) \frac{w}{\sqrt{g}} \frac{D_1}{D} \sqrt{1.167 + \frac{D}{2D_1}} \right. \\ \left. \cdot \frac{D^{5/2}}{T} + P_{cl} \right] \dots\dots\dots (53)$$

λ が 0.8 程度より小さい場合

$$F_{\max} = P_m \cdot \varphi(t'; \lambda, \tau') \dots\dots\dots (54)$$

φ ：図—3~7 に示された縦軸の値

ただし

D ：マウンド前面の水深

D_1 ：堤体の直前面の水深

w ：水 (海水) の単位容積重量

P_{cl} ：Gourret の簡易式によって計算される重複波としての波圧

10. 結 論

本研究の範囲内において認められたおもな事がらはつぎのようである。

1) 壁体ロッキングの仮想質量は式 (41) で表わされる。

2) 壁体ロッキングの仮想慣性モーメントは式 (42) で表わされる。

3) 仮想質量を考慮した場合、壁体の回転半径は式 (45.a) で表わされる。この値は仮想質量を考慮しない場合よりいくらか小さくなるが、その割合は一般に数パーセント程度のものにすぎない。

4) 仮想質量を考慮した場合、パラメーター λ の値は 3) 項の R^2 の減少分だけ逆に大きくなる。しかしその割合もしたがって一般に数パーセント程度のものにすぎない。

5) ロッキングの減衰係数は理論的に式 (45) で表わされる。しかし、その値は実際にくらべて過小の値を与えているようであり、それについてはまだ今後の研究が必要である。

6) 波圧の計算式としては、ロッキングの減衰係数についての研究がさらに進むまでは、一応前報における同じ式 (53) または (54) をとるのが安全である。