

風波スペクトルの発生・発達と海面摩擦力に関する研究 (2)

日 野 幹 雄*

1. 序

前報告¹⁾ (これを以下では論文Ⅰと呼ぶ) に引き続いて、最近の Miles^{2), 3), 4)} や Phillips^{5), 6), 7)} の風波発生機構の理論を用いて、風波スペクトル・海面摩擦応力・Fetch graph などを理論的に誘導することを検討する。

論文Ⅰでは、Miles-Phillips の風波発生に関する不安定理論 (あるいは干渉理論) は、風波スペクトルの steep forward face の周波数を推定するためにのみ用い、摩擦係数や Fetch graph は風波の平衡領域に関する Phillips の理論を用いた。また、海面に働く大気圧変動のスペクトル型の仮定や海面摩擦係数を求めるときの粗度という考え方など、より厳密な取り扱いをすべき点があった。

本報告では、まず境界層内の壁面圧力変動の理論と実験結果を紹介比較して、現在の段階では最も妥当と考えられる境界面圧力の 2 次元スペクトル関数を求めた。

また、steep forward face あるいはスペクトル密度が最大となる周波数 f_* を、Miles のいう interaction の作用が Phillips のいう resonance の作用より優越する周波数とする Phillips-Katz の仮定には十分の根拠がない (式(4) で $mt > 1$ であるならば、Miles のいう相互作用が強くなるが、 f_* を $t=1/m$ となる f とはつきり規定する必然性はない) から、これに変わるより合理的な仮定として、 f_* より低周波数域では Miles-Phillips の combined theory によるスペクトル、 f_* より高周波数域では Phillips の equilibrium spectrum が存在すると考え、 f_* を両スペクトルの交点として求めた。これは、論文Ⅰにのべた風波スペクトルモデル (その 2) である。

第 3 の新しい点は、風の海面摩擦応力を海面に働く大気圧の水平分力として計算したことである。つまり、海面に働くせん断応力は空気と波との相互作用によって生ずる圧力分布によりすべて波のエネルギーとして吸収されるとし、論文Ⅰでの粗度エレメント的な考え方は考慮しないことにした。

なお、風波スペクトル・大気圧スペクトルは 2 次元スペクトルとして取り扱い、積分は面積積分として計算した。

2. 理論—計算要素の数式表示

(1) Miles-Phillips の combined theory

無限に広い静止水域に風が吹きはじめる場合の水位変化 η のスペクトル $\phi(k)$ は、 $kct \gg 1$ のとき次式で与えられる。

$$\phi(k, t) \sim \frac{F(t, m)}{2 \rho_w^2 c^2} \int_0^\infty \Pi(k, \tau) \cos [k(V-c)\tau] d\tau \quad \dots\dots\dots (1a)$$

$$= (2 \rho_w^2 c^2)^{-1} F(t, m) \Pi(k, 0) \theta(k, c \sec \varphi - U) \quad \dots\dots\dots (1b)$$

$$\text{ここに、} m = \frac{1}{2} \zeta k c (\ll 1) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$\zeta = (kc\bar{E})^{-1} (\partial \bar{E} / \partial t)$ (1 ラジアン サイクルあたりのエネルギー増加率)

k = 波数

c = 波速

$$V = U(k) \cos \varphi \approx c(k) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$U(k)$ = 風の不規則変動圧力の移動速度、水面から $2\pi/k$ の高さの平均風速にほぼ等しい

φ = 風向と波の進行方向のなす角度

ρ_w = 水の密度

$\Pi(k)$ = 変動圧力スペクトル

$$F(t, m) = (2m)^{-1} (e^{2mt} - 1) \quad \dots\dots\dots (4)$$

である。

また、 θ は圧力変動の integral time scale であって、これを differential time scale に等しいと仮定すれば、

$$\theta(k, c \sec \varphi - V) \approx \frac{1}{k[U(k) - c(k) \sec \varphi]} \quad (5)$$

である。この仮定には、M.S. Longuet-Higgins⁸⁾ も疑点をのべているが、 θ についての適切な表式のない現在、一応この式にもとづいて計算を進める。

ζ は²⁾

$$\begin{aligned} \zeta = & \frac{\rho_a}{\rho_w} \beta \left(\frac{U_1 \cos \varphi}{c} \right)^2 - \frac{4 g \nu_w}{c^3} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \left(\frac{g \nu_a}{2 c^3} \right)^{1/2} \\ & \times \left[1 + 2(\alpha + \beta) \left(\frac{U_1 \cos \varphi}{c} \right)^2 \right. \\ & \left. + (\alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta) \left(\frac{U_1 \cos \varphi}{c} \right)^4 \right] \quad \dots\dots (6) \end{aligned}$$

である。ここに、 $U_1 = U_*/\kappa$ 、 κ = Kármán 定数、 U_* = 摩擦速度である。また、 α, β は Orr-Sommerfeld 方程式の固有値として求まる phase shift および damping に関する係数で、Conte and Miles⁹⁾ により解が得られている。式(6)の右辺は第二項以下を無視してよく、またわれわれの問題には β のみが必要である。この β は式(7)で定義される ξ_c, Ω

* 正会員 工博 電力中央研究所

$$\xi_c = \varrho \left(\frac{U_1 \cos \varphi}{c} \right)^2 \exp \{ c / U_1 \cos \varphi \} \dots\dots\dots (7)$$

$$\varrho = g z_0 / (U_1 \cos \varphi)^2$$

z_0 = 海面粗度

の関数である ($\xi_c < 2$ の場合 β は ϱ にはほとんど無関係)。Miles³⁾ の与えた曲線を後の電子計算機による計算のために、内挿式で示すとつぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} \beta &= 3.39 - 0.9406 [\log(8.61 \times 10^{-3} / \xi_c)]^{1.860} & (\xi_c \leq 8.61 \times 10^{-3}) \\ \beta &= 3.39 - 1.294 [\log(\xi_c / 8.61 \times 10^{-3})]^{2.323} & (8.61 \times 10^{-3} < \xi_c \leq 5.48 \times 10^{-2}) \\ \beta &= -0.1402 - 2.181 \log \xi_c & (5.48 \times 10^{-2} < \xi_c \leq 3 \times 10^{-1}) \\ \beta &= \{\log(3 / \xi_c)\}^{2.362} & (3 \times 10^{-1} < \xi_c \leq 2) \\ \beta &= 0.017 \exp \{2(2 - \xi_c)\} & (2 < \xi_c) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

また、もし水域が有限ならば風の吹送時間 t と吹送距離 F との間には、各波数成分についてつぎの関係がある¹⁰⁾。

$$F = \frac{1}{2} c(k) t \dots\dots\dots (9)$$

この式によって、式 (1) のスペクトルを有限水域の場に直すことができる。

このようにして発生した風波のエネルギーは波数の大きい領域ほど急激に増加するが⁷⁾、実際には粘性のために波数の大きい所ほどエネルギーの減衰が激しい。風波が十分に発達すると三角波・白波があらわれ、水粒子の加速度運動と重力とに風波が支配される領域 (equilibrium range) がある。このエネルギーの平衡領域について、Phillips⁷⁾ は

$$\mathcal{P}_e(\omega) = \lambda g^2 \omega^{-5} \dots\dots\dots (10)$$

$$[\lambda = 1.48 \times 10^{-2}, \omega_0 \ll \omega \ll (4 \rho_w g^3 T^{-1})^{1/4},$$

$$k_0 \ll k \ll (\rho_w g T^{-1})^{1/2}]$$

のスペクトル型を導いた。この式は equilibrium range より低周波数のエネルギー最大近傍まで成立することが認められている^{8), 9)}。

(2) 大気圧のスペクトル

風波の発生に引き金的な働きをする海面上の大気圧変動について考察しよう。等方性乱流場での圧力変動スペクトルについてはいろいろの人によって論じられている。壁面圧力については Jet noise の発生に関連して研究が行なわれているがまだ研究が十分進んでいない。

平板上の乱流境界層の壁面圧力の変動スペクトルを最初に論じたのは R.H. Kraichnam¹¹⁾ (1956) である。その後 G.M. Lilley¹²⁾ (1960), G.M. Lilley と T.H. Hodgson¹³⁾ (1960) の理論が発表されており、W.W. Willmarth と C.E. Wooldrige¹⁵⁾ (1962) や J.S. Serafini¹⁶⁾ (1962) の実験報告がある。

海面上の大気圧変動の実測は M.S. Longuet-Higgins (1962)⁸⁾ が圧力変動の rms の二、三の例をあげているほかあまり見当たらない。

壁面の圧力変動のスペクトルとして、Kraichnam¹¹⁾ は

$$\begin{aligned} \Pi(k) &= \frac{p_0^2 s_0^2 (\sqrt{u'^2})^2}{2 \pi c^4 \sigma^6} k_1^2 \left\{ \pi^{1/2} \left(\frac{\sigma}{k + \beta} + \frac{k + \beta}{2 \sigma} \right) \right. \\ &\times \left(1 - \operatorname{erf} \frac{k + \beta}{2 \sigma} \right) \exp \left[(2 k \beta + \beta^2) / 4 \sigma^2 \right] \\ &\left. - \exp \left[-k^2 / 4 \sigma^2 \right] \right\} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

を与えている。ここに、 k は波数ベクトル k の大きさ、 k_1 は k の x 方向の成分であり、 u' は流速変動、 p_0 は静圧、 c は音速、 σ は渦径の逆数、 β は流速分布を

$$U(z) = U_0 (1 - A e^{-\beta z}) \dots\dots\dots (12)$$

で表わすときの係数である。圧力変動の rms は

$$\begin{aligned} \langle p^2 \rangle &= (8/15) p_0^2 s_0^2 c^{-4} \sigma^{-2} u'^2 \\ \frac{\sqrt{p_w^2}}{\frac{1}{2} \rho_a U_0^2} &\doteq 6 c_f \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$c_f = 2 U_*^2 / U_0^2$$

である。

また、Lilley¹²⁾ によれば、 $\Pi(k)$ は

$$\Pi(k) = \frac{\rho_a^2 U_*^4 \left(\frac{\omega u'^2}{U_*^2} \right)}{4 \pi \sigma^4} k_1^2 \frac{\exp \{ -k^2 / 4 \sigma^2 \}}{(k + \beta_1 + \sigma)(k + \beta_1 - \sigma)} \dots\dots\dots (14)$$

である。ここに、 β_1 はせん断応力の分布

$$\tau(z) = \tau_0 e^{-\beta_1 z}$$

に関する係数である。また、圧力変動の rms は

$$\frac{\sqrt{p_w^2}}{\frac{1}{2} \rho_a U_0^2} = 4.6 c_f \dots\dots\dots (15)$$

となる。

Lilley and Hodgson¹³⁾ は上の二式とも異なるスペクトル形を求めている。

ところで、壁面圧力の rms についてみると、これは

$$\sqrt{p_w^2} = p_1 c_f \left(\frac{\rho_a U_0^2}{2} \right) \dots\dots\dots (16)$$

の形に書け、理論的には Kraichnam は p_1 を 2~12 (式 (13) では 6) と推定し、Lilley は式 (15) のように $p_1 \doteq 4.6$ とした。Serafini¹⁶⁾ の実験によれば $p_1 = 3.9$ で、圧力変動のレベルについては実験と理論はかなり良く一致する。なお、Phillips は $p_1 = 9 \times 10^3$ と仮定したから大きすぎるわけである。

一方、圧力変動のスペクトルについては、式 (11)、(14) を 1 次元スペクトルに直し、かつ排除厚 δ_* を使って無次元化すれば

$$\frac{p(\omega)}{\left(\frac{1}{2} \rho_a U_\infty^2 \right)^2} \cdot \frac{U_\infty}{\delta_*} = f_n \left(\frac{\omega \delta_*}{U_\infty} \right) \dots\dots\dots (17)$$

と表わされる。Lilley and Hodgson¹³⁾ の導いたスペクトルの関数型と Willmarth¹⁵⁾、Serafini¹⁶⁾ の実験とをく

らべると $p(\omega)$ が最大の所で理論と実験は一致している。しかし、それより低周波数のところでは理論曲線は急速に低下するが、実験値は逆に一定から増加の傾向を示す。 $p(\omega)$ が最大の周波数より高周波数域では理論・実験ともに減少するが、その程度は理論曲線のほうが急激である。Willmarth¹⁵⁾の実験では、 $p(\omega) \propto (\omega^{-7/3} \sim \omega^{-10/3})$ であるが Serafini¹⁶⁾の実験ではもっと傾斜はゆるやかである。

圧力変動スペクトルの最大値は、ほぼ

$$\frac{\omega \delta_*}{U_\infty} \approx 0.3 \dots \dots \dots (18)$$

のところに表われる。この関係から海面上の大気圧変動のスペクトル最大に対応する周波数を計算すれば、 $U_\infty = 10^2 \sim 10^3$, $\delta_* \approx 10^2$ として、 $f_{\max} = 10^{-3} \sim 10^{-2}$ となる。すなわち、われわれの対象とする周波数範囲では十分に変動スペクトルを指数則で表わしうと考えられる。

以上のような考察から、われわれは理論と実験との双方からもっとも信頼しうと思われる圧力変動の2次元スペクトルを導くことにする。

まず、Kraichnam および Lilley の理論からスペクトル関数は k_1^2 に比例すると考えられる。そこで、 $\Pi(k)$ として

$$\Pi(k) = A \cos^2 \varphi \cdot k^{-m} \dots \dots \dots (19)$$

の形を仮定する。一方、変動圧力の rms

$$[\bar{P}^2]^{1/2} = \left[A \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Pi(k) k d\varphi dk \right]^{1/2}$$

が実験値と一致し、かつ、1次元スペクトルは Willmarth の実験から $k^{-7/3}$ 乗に比例するとすれば、 $\Pi(k)$ は

$$\Pi(k) = \left[\frac{2^6 \cdot 2^{1/3}}{3\pi} \frac{\{\Gamma(8/3)\}^2}{\Gamma(13/3)} p_1^2 \rho_a^2 U_*^4 k_0^{4/3} \right] \cos^2 \varphi \cdot k^{-10/3} \dots \dots \dots (20)$$

となる。

また、Phillips の resonance theory からすれば、 $V - c \sec \varphi = 0$ を満足する φ_0 まで φ が大きいほど風波スペクトル $\Phi(k, \varphi)$ は大きくなる。このことを考えれば、 $\Pi(k)$ を $\cos^2 \varphi$ の項の入った式 (19) のように仮定することは $\Phi(k, \varphi)$ を小さくすることになる。この $\cos^2 \varphi$ の項の効果をみるために、極端な場合として $\Pi(k)$ の型に

$$\Pi(k) = A_1 k^{-m} \dots \dots \dots (21)$$

を仮定すれば、 $\Pi(k)$ は

$$\Pi(k) = \left[\frac{16 \cdot 2^{1/3}}{3\pi} \cdot \frac{\{\Gamma(5/3)\}^2}{\Gamma(7/3)} \right] p_1^2 \rho_a^2 U_*^4 k_0^{4/3} \cdot k^{-10/3} \dots \dots \dots (22)$$

となる。

(3) 遷移波数

すでに述べたように、この論文では最近の波浪理論にもとづいて風の海面摩擦力や吹送距離の影響をもふくんだ Fetch graph を導こうとしている。そして、ある周

波数（あるいは波数）より高周波数域では Phillips のいう equilibrium spectrum であり、それより低周波数域では、白波 (white cap) によるエネルギーの逸散はなく Miles-Phillips の風波スペクトルを仮定しうものと考えている (論文 I の風波スペクトル モデル その 2)。この仮定は equilibrium spectrum がエネルギー最大の近傍まで成立すること、低周波数域では non-negative damping factor β の実験値と理論値に近い値をもつという浜田の実験¹⁷⁾から妥当であろうと考えられる。

論文 I では、この2つのスペクトルの交点を遷移波数とするかわりに、Phillips-Katz にしたがって Miles の波面不安定理論によるエネルギーの吸収が急増する波数を求め、これを遷移波数——波浪のエネルギー スペクトル密度が最大である波数に相当すると仮定して、種々の風波の特性を計算した。これは、実際の波のスペクトル記録が steep forward face をもつことから推論された仮定であった。しかし、ここでは直接 Miles-Phillips スペクトルと equilibrium spectrum との交点を求めることにする。そのためまず Miles-Phillips スペクトルの波数ベクトル表示 (式 1b) を周波数表示 $\Psi(f)$ に変換する必要がある。

$$kc = 2\pi f \dots \dots \dots (23)$$

であり、

$$\frac{\partial(k, \varphi)}{\partial(f, \varphi)} = \left[\frac{2\pi}{c + k \frac{\partial c}{\partial k}} \right] \dots \dots \dots (24)$$

となるから、 η^2 を $\Phi(k)$ で表わせば

$$\begin{aligned} \eta^2 &= \iint \Phi(k) k dk d\varphi \\ &= \iint \Phi(k) k \frac{\partial(k, \varphi)}{\partial(f, \varphi)} df d\varphi \\ &= \iint \Phi(k) \cdot \frac{2\pi f}{c} \cdot \left[\frac{2\pi}{c + k \frac{\partial c}{\partial k}} \right] d\varphi df \dots (25) \end{aligned}$$

となる。他方

$$\eta^2 = \int \Psi(f) df \dots \dots \dots (26)$$

であるから、式 (25) と式 (26) から $\Psi(f)$ はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \Psi(f) &= \int \Phi(k) \frac{2\pi f}{c} \left[\frac{2\pi}{c + k \frac{\partial c}{\partial k}} \right] d\varphi \\ &= \int \Phi(k, \varphi) \left[\frac{16\pi^2 f}{\frac{g}{k} + \frac{3T}{\rho_w k}} \right] d\varphi \dots \dots \dots (27) \end{aligned}$$

式 (10) と式 (27) の交点を解析的に求めることは困難であるから、つぎのように漸近的に求める。

まず、任意の f_1 を仮定し、両式の差 $4(f_1) = \Psi(f_1) - \Psi_e(f_1)$ を求める。 Ψ, Ψ_e はそれぞれ単調増加および単調減少であるから、 $4(f_1) < 0$ 、つまり交点の左側にくるまで f_1 を減らす。同じように、 f_2 は交点の右側にくる

ように調節し、交点を左右から f_1, f_2 で挟みその間隔を漸次狭くしてある誤差以内におさまるようにして交点を求めることができる。

(4) 風の海面摩擦力の数式表示

まず、風のエネルギーの海面付近での動きを考えよう。波面をはさんで一つの検査面をとってみると風のエネルギーはおもにせん断力 τ として大気の下層に伝達される。このほか圧力や乱れによる移行エネルギーもある。波面より上の層では乱れによる平均流からのエネルギー生産、エネルギーの逸散などが行なわれている。波面に近づくにつれて平板に沿う境界層内のエネルギー機構とは異なって圧力がエネルギー移行に重要な役割りを演ずる。すなわち、平板の場合には粘性の作用や粗度要素での後流として、すべてのエネルギーが逸散するのであるが、波の場合にはこの両者の働きは少なく、大部分のエネルギーは圧力変動を通して風波発生のために使われる。このようにして一度波のエネルギーとして吸収されたものが、砕波や粘性によって、drift current や熱に変わる。したがって、 τ は圧力の切線分力として計算しうる。

Stewart¹⁸⁾ は Groen and Dorrestein の実測値を整理して、海面に働くせん断力のうち少なくとも 20% はこの wave drag として働くものであることを明らかにした。また、Miles³⁾ は風波スペクトルとして Neumann スペクトルを用いて、圧力分布の切線応力を計算し、実験値と良く一致することを示している。また、浜田¹⁷⁾ も τ が圧力の切線応力のみであると仮定し、実験から平均的 non-negative damping factor を求め、この値がほぼ Miles の理論値に近いことを示した。論文 I では波を粗度要素と考えて計算をしたが、ここでは上述の考えにならって計算をすることにする。

さて、波面上の圧力 p_a も水位変化 η も複素数表示であるから、その実部をとってせん断応力を導かなければならない。

一点での水面勾配は

$$\Re \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} / \sqrt{1 + \Re^2 \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\}}$$

である。それゆえ、その点での圧力 $\Re \{p_a\}$ の水平分力は

$$\Re \{p_a\} \Re \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} / \sqrt{1 + \Re^2 \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\}}$$

である。波の進行方向の単位面積あたりの水平圧力すなわち風の海面摩擦応力は、したがって

$$\begin{aligned} \tau_p &= \Re \{p_a\} \Re \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} \\ &= \Re \{p_a\} \Re \{ik\eta\} \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

となる。

$$\begin{aligned} p_a &= \rho_a U_1^2 (\alpha + i\beta) k \eta, \\ \eta &= Ae^{ik(x-ct)} = Ae^{kc} e^{i\alpha} [\cos k(x-c_r t) \\ &\quad + i \sin k(x-c_r t)] \end{aligned}$$

より、

$$\begin{aligned} \Re \{p_a\} &= \rho_a U_1^2 k \times Ae^{kc} e^{i\alpha} [\alpha \cos k(x-c_r t) \\ &\quad - \beta \sin k(x-c_r t)] \\ \Re \{ik\eta\} &= -Ake^{kc} e^{i\alpha} \sin k(x-c_r t) \\ \tau &= \Re \{p_a\} \Re \{ik\eta\} = \{Ae^{kc} e^{i\alpha}\}^2 \rho_a U_1^2 k^2 \\ &\quad \times [-\alpha \cos k(x-c_r t) \sin k(x-c_r t) \\ &\quad + \beta \sin^2 k(x-c_r t)] \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

となる。

したがって、平均をとれば

$$\overline{\Re \{p_a\} \Re \{ik\eta\}} = \rho_a U_1^2 \beta k^2 \frac{1}{2} \{Ae^{kc} e^{i\alpha}\}^2$$

となる。

$$\frac{1}{2} \{Ae^{kc} e^{i\alpha}\}^2 = [\overline{\Re \{\eta\}}]^2 = \Phi(k)$$

を考慮すれば、風波によって作られる海面上の圧力分布による摩擦応力は

$$\tau_p = \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho_a (U_1 \cos \varphi)^2 \beta k^3 \Phi(k) \cos \varphi d\varphi dk \dots\dots\dots (30)$$

となる。ここに、 φ は風の方向と波数成分の進行方向とのなす角であり、 $\cos \varphi$ は風の方向への有効分力をとったために入った項である。

式 (30) から明らかなように、 τ は k^3 に比例しており、波数の短い波ほど海面摩擦力への寄与が大きい。このことは、前論文にのべたような、波長の長い波ほど波速が大きく風速との相対速度が小さいから粗度要素としての作用は少なくなるだろうとの考えを裏づけるものである。

式 (30) の $\Phi(k)$ としては、遷移波数より低周波数の領域では式 (1b) の表示をそのまま用いれば良い。しかし遷移波数より高周波数域では equilibrium スペクトル $\Psi_e(f)$ または $\Psi_e(\omega)$ の波数ベクトル k に関する表示式を求める必要がある。

$\Psi_e(\omega)$ に対応する $\Phi_e(k)$ を

$$\Phi_e(k) = \Phi_e(k) \cdot f_n(\varphi)$$

とすると

$$\begin{aligned} \Psi_e(\omega) &= \int \Phi_e(k) f_n(\varphi) \frac{\omega}{c} \frac{\partial(k, \varphi)}{\partial(\omega, \varphi)} d\varphi \\ &= \Phi_e(k) \frac{2k\omega}{g} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_n(\varphi) d\varphi \\ &\quad \left(k_0 \ll k \ll \left(\frac{\rho_w g}{T} \right)^{1/2} \right) \end{aligned}$$

と表わせる。

$$\Psi_e(\omega) = \lambda g^2 \omega^{-5}$$

と比較すれば、 $\Phi_e(k)$ は

$$\Phi_e(k) = f(\varphi) k^{-4} \dots\dots\dots (31)$$

となる。遷移波数 k_* で (1b) 式と式 (27) が一致しなければならぬから、式 (31) はさらに

$$\Phi_e(k) = \Phi(k_*, \varphi) \left(\frac{k}{k_*} \right)^{-4} \dots\dots\dots (32)$$

$$\left(k_0 \ll k \ll \left(\frac{\rho_w g}{T}\right)^{1/2}\right)$$

となる。 $\Phi(k_*, \varphi)$ は $k=k_*$ における Miles-Phillips スペクトルである。

以上のことから、海面摩擦応力は

$$\begin{aligned} \tau_p = & \int_0^{k_*} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho_a (U_1 \cos \varphi)^2 \beta k^3 \Phi(k) \cos \varphi d\varphi dk \\ & + \int_{k_*}^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho_a (U_1 \cos \varphi)^2 \beta k_*^4 \Phi(k_*, \varphi) \\ & \times k^{-1} \cos \varphi d\varphi dk \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

となる。

3. 計算結果および検討

計算に必要な要素は前節にのべたとおりである。これらの種々の要素を組み合わせて、combined theory による風波の directional spectrum, 遷移波数, 海面応力さらには Fetch graph などの計算を行なってみる。

まず一組の Fetch F と水面上 10 m での風速 U_0 を決める。これに対して摩擦速度 U_{*a} を仮定すれば、式 (10) と式 (27) の交点として遷移周波数・波数 f_* , k_* が求まる。 $k < k_*$ の領域は式 (1b) のスペクトル, $k > k_*$ の領域は式 (32) のスペクトルとして、式 (33) から海面摩擦力 τ_p (圧力の切線成分

による) が求まる。もし、全摩擦力 τ が τ_p で表わされるとすれば、 $U_{*d} = \sqrt{\tau_p / \rho_a}$ が U_{*a} と一致するまで U_{*a} を物理的に適当な範囲で変えれば良い。

$F=1000$ m の場合に、種々の U_0 に関して U_{*a} に対する U_{*d} の挙動を計算し示したのが 図-1 である。この図で $U_0=20$ m/sec の場合の曲線の右方が他の場合と異なっているが、これは f_* が $f_{\min}$ より小さくなり計算上は Miles-Phillips のスペクトルが存在しなくなった場合である。

図-1 で明かなように U_{*d} は U_{*a} にくらべて圧倒的に小さい。この点について論ずる前に、他の計算結果——遷移波数, 摩擦係数, Fetch graph——を示せば、図-2, 3, 4 のようである。図中の丸印は 図-1 で U_{*d}/U_{*a} が最大となる場合の値である。

まず、遷移波数について論文 I の結果と比較してみると、これは前報告の値より大きくなっている。前回の k_* の定義がやや任意的であったことや、 k_* を求めるための $\Pi(k)$, $\theta(k, V-$

$c \sec \varphi$) などにあふまれる不確定さを考慮すれば、Miles-Phillips のスペクトルと Phillips の equilibrium spectrum の交点として遷移波数が定まるという考えは多少の計算上の修正は必要であるにしても十分納得しうるものと思われる。

つぎに、Fetch graph や $U_{*d} \sim U_{*a}$ の計算結果がうまくない理由をあげてみると、 k_* が大きく出たことと non-negative damping factor β の理論値が小さいこと、 U_* については τ を式 (33) の τ_p のみで表示する

図-1

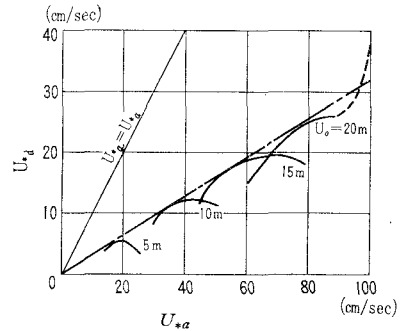


図-2 (a)

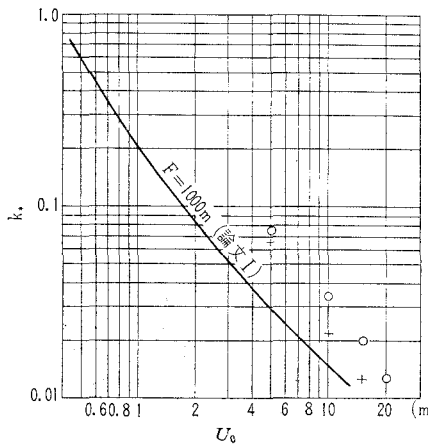


図-2 (b)

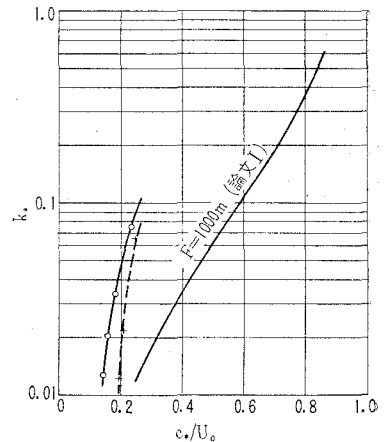
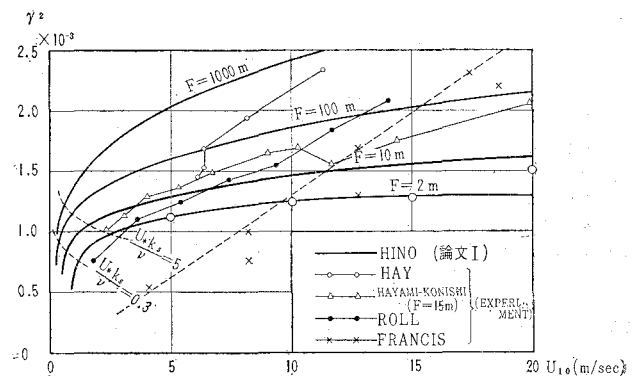


図-3



ことの無理なことなどである。

とくに、 β の理論値が ε_0 が大き
な所ではほんの少し小さいことが k_*
の計算、ひいては τ_p や τ_b の計算
に大きく影響していると思われる。
事実、浜田は τ_b に関する平均的
non-negative damping factor β' を
実験から求めているが、これが β に
ついての平均的値であることを考慮
すれば β 自身は Miles の理論値よ
り多少大きいはずである。

最後に、図-1 について再び考え
てみると、 U_{*d} の曲線は U_{*a} の増
加につれて一度増加して最大となり
また減少する。 β の値に対する修正
を行なっても U_{*d} が全体的に大きく
なってもこの傾向は変わらないであ
ろう。とすれば、一体海面摩擦力はどんな機構で定ま
るのであろうか。一つの仮説として考えられることは、
 U_{*a} (つまり $\sqrt{\tau_p/\rho a}$)に対して U_{*d} (つまり $\sqrt{\tau_b/\rho a}$)が
最大となる状態が現実の現象となっているということだ
である。いい直せば、海面に働く応力がもっとも多く風波
発生エネルギーとして使われ、海面付近でのエネルギ
ーの逸散が最小である状態が現象として起こっているとい
う考えである。

今後なすべき研究課題は、まずnon-negative damp-
ing factor β の正確な値を、あるいは実験と比較しある
いは trial に修正しつつ決定することと、海面摩擦応力
の決定機構について妥当な仮定を導くことである。

参 考 文 献

- 1) 日野幹雄：風波スペクトルの発生・発達と海面摩擦力に
関する研究(1)，第10回海岸工学講演会講演集 pp.13～
18，10月(1963)。
- 2) Miles, J.W. : On the generation of surface waves
by shear flows, J. Fluid Mech. Vol. 3, pp. 185～204,
(1957)。
- 3) Miles, J.W. : On the generation of surface waves
by shear flows, Part 2, J. Fluid Mech. Vol. 6, pp.
568～582, (1959)。
- 4) Miles, J.W. : On the generation of surface waves
by turbulent shear flows, J. Fluid Mech. Vol. 7,
pp. 469～478, (1960)。
- 5) Phillips, O.M. : On the generation of waves by tur-
bulent wind, J. Fluid Mech. Vol. 2, pp. 417～445,
(1957)。
- 6) Phillips, O.M. : The equilibrium range in the spec-
trum of wind-generated waves, J. Fluid Mech. Vol.
4, pp. 426～434, (1958)。
- 7) Phillips, O.M. and Katz, E.J. : The low frequency
components of the spectrum of wind-generated
waves, J. Marine Res. Vol. 19, pp. 57～69, (1961)。
- 8) Longuet-Higgins, M.S. : The directional spectrum of
ocean waves, and processes of wave generation,
Proc. Roy. Soc. A., Vol. 265, pp. 286～315, (1962)。

図-4

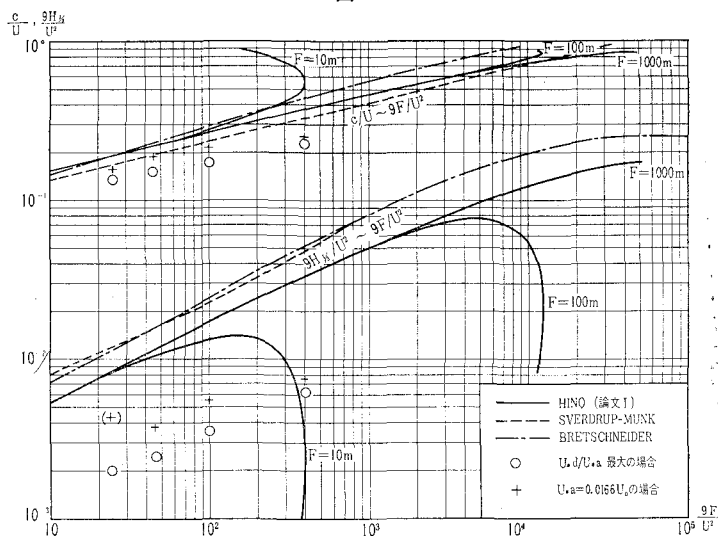
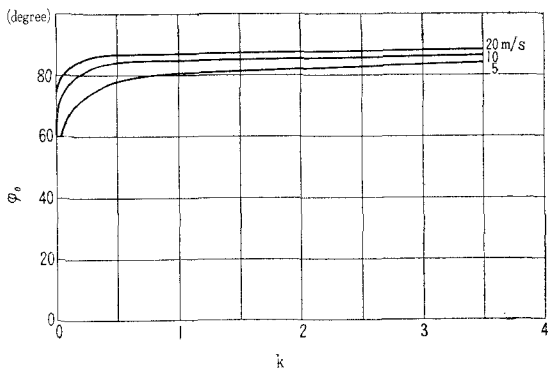


図-5



- 9) Conte, S. and Miles, J.W. : On the numerical solu-
tion of the Orr-Sommerfeld equation, J. Soc. Indust.
Appl. Math. Vol. 7, pp. 361～366, (1959)。
- 10) Phillips, O.M. : Wave generation by turbulent wind
over a finite fetch, Proc. Third U.S. Congr. Appl.
Mech., pp. 785～789, (1958)。
- 11) Kraichnam, R.H. : Pressure fluctuations in turbulent
flow over a flat plate, J. Acoustical Soc. Am., Vol.
28, No. 3, pp. 378～390 (1956)。
- 12) Lilley, G.M. : Pressure fluctuations in an incom-
pressible turbulent boundary layer, The College of
Aeronaut., Cranfield Report 133, (1960)。
- 13) Lilley, G.M. and Hodgson, T.H. : On surface pres-
sure fluctuations in turbulent boundary layers, Note
101, The College of Aero. Cranfield, (1960)。
- 14) Kistler, A.L. : The structure of the laminar sub-
layer, Mécanique de la turbulence, Marseille, pp.
287～297, (1962)。
- 15) Willmarth, W.W. and Wooldridge : Measurements
of the fluctuating pressure at the wall beneath a
thick turbulent boundary layer, J. Fluid Mech. Vol.
14, pp. 187～210, (1962)。
- 16) Serafini, J.S. : Wall-pressure fluctuations and
pressure-velocity correlations in a turbulent bound-
ary layer, NASA Tech. Rep. R-165, (1962)。

- 17) 浜田徳一・柴山煒彦・加藤 始：風波の発達に関する実験的研究，第 10 回海岸工学講演会講演集，p.p. 7~12, (1963).

- 18) Stewart, R.W. : The wave drag of wind over water, J. Fluid Mech. Vol. 10, pp. 189~194, (1961).

風波スペクトルの発生・発達と海面摩擦力に関する研究 (1) 正誤表——追 補

頁	欄	行	誤	正
13	右	22	(7) 式右辺 $e^{2mt}-1$	$e^{2mt}-1$
14	左	下から 6	$\pi(k)=A\left[\frac{1}{2}\rho_a U^2\right]k^{-10/3}$	$\pi(k)=A\left[\frac{1}{2}\rho_a U^2\right]^2 k^{-10/3}$
16	右	3	(24) 式左辺 $\frac{1}{\gamma} =$	$\frac{1}{\gamma^2} =$