

風波スペクトルの発生・発達と海面摩擦力に関する研究 (1)

日野 幹雄*

(気圧変動 p_0 のスペクトル)

1. 序

大気と海洋との相互作用は、いろいろの面から解明されなければならない問題で、海流や高潮の原因としての海面摩擦力もその一つである。最近、風波の発生に関する理論や風波の高周数域のスペクトル理論が活発に展開され、ほぼ評価が定まったようである¹⁾¹⁵⁾。本研究は、これらの理論を基礎として、(経験的要素をふくむ Neumann やそのほかのスペクトル理論を排除して) 海面摩擦力と風速、吹送距離との関係や、また Sverdrup らのエネルギー論よりより少ない単純な仮定によって Fetch-Graph を求めようとするものである。本論文では特に吹送距離の短い場合について論じた。

2. 理論の展開および計算結果

a) 風波の発生発達 風波の発生の理論としては、古くから Kelvin-Helmholtz, Jeffreys (1925), Wuest (1949), Eckart(1953), Lock(1954)などの理論²⁾³⁾があるが、ここ数年間 J. W. Miles¹²⁾ と O. M. Phillips¹⁰⁾によって新たな角度から理論の展開が行なわれた。Miles の理論は古典理論の系統を引く一種の不安定理論で風と波との相互作用を考えており Interaction Mechanism と呼ばれ、一方 Eckart の流れをくむ Phillips の理論は気流中の圧力変動の移動と波との共鳴作用を骨子としており Resonance Theory といわれる。その後、Miles¹⁴⁾ は両者の機構を結びつけた Combined Theory を発表している。以下にまず Miles の解を示し、2, 3 の数値計算を行なって、具体的にスペクトルの性質を調べる。

無限に広い静止した水域に風が吹きはじめた場合の水圧変動 η のスペクトル $\Phi(\mathbf{k}, t)$ は、 $kct \gg 1$ のときに

$$\Phi(\mathbf{k}, t) = \frac{e^{mt}}{2\rho_w^2 c^2 m} \int_0^t \sinh[m(t-\tau)] \cos[k(V-c)\tau] \pi(\mathbf{k}, \tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。ここに、記号の意味はつぎのようである。

$$\Phi(\mathbf{k}) = (2\pi)^{-2} \int \eta(\mathbf{x}) \eta(\mathbf{x}+\mathbf{r}) \cdot e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\pi(\mathbf{k}, t) = (2\pi)^{-2} \int p_0(\mathbf{x}, t) p_0(\mathbf{x}+\mathbf{r}, t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$m = \frac{1}{2} \zeta k c \quad (\ll 1) \quad \dots\dots\dots (4)$$

k = 波数

c = 波速

$$\zeta = (kc\bar{E})^{-1} (\partial E / \partial t) \quad (\text{一ラジアン・サイクルあたりのエネルギー増加率})$$

$$V = U(\mathbf{k}) \cos \alpha = c(\mathbf{k}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

α = 風向と波の進行方向のなす角度

$U(\mathbf{k})$ = 風の圧力の不規則変動の移動速度、水面から $\frac{1}{k}$ の高さの平均風速にほぼ等しい

Phillips によれば、風波は圧力変動の一つの波数成分が成長する時間 $\theta(\mathbf{k})$ を境として initial stage (この段階では進行とともに $\pi(\mathbf{k}, t)$ は初期の値とあまり変わらない) と principal stage にわけられる。 $t \gg \theta(\mathbf{k})$ の principal stage では、式 (1) は

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{k}, t) &\sim \frac{F(t, m)}{2\rho_w^2 c^2} \int_0^\infty \pi(\mathbf{k}, \tau) \cos[k(V-c)\tau] d\tau \\ &= (2\rho_w^2 c^2)^{-1} F(t, m) \pi(\mathbf{k}, 0) \theta(\mathbf{k}, c \sec \alpha - V) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

となる。ここに

$$F(t, m) = (2m)^{-1} (e^{2mt} - 1) \quad \dots\dots\dots (7)$$

である。

式 (7) を展開すれば

$$F(t, m) = t[1 + mt + o(mt^2)] \quad \dots\dots\dots (8)$$

となり、 $mt \rightarrow 0$ では (6) 式は Phillips Spectrum¹⁰⁾ に帰着する。つまり風のエネルギーが波に移行するのは mt の大きさによって Phillips のいう圧力変動の直接的な作用によって行なわれるか、Miles の平均風と波との相互作用が強くなるかが定まる。

圧力変動の integral time-scale $\theta(\mathbf{k})$ は

$$\theta(\mathbf{k}, c \sec \alpha - V) = \frac{1}{k[V(\mathbf{k}) - c(\mathbf{k}) \sec \alpha]} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と近似される¹⁰⁾。

圧力変動については、Obukhof (1949), Heisenberg (1948), Inoue (1950), Batchelor (1951), Uberoi (1953), Ogura-Miyakoda (1954) によって論じられているが、inertial subrange では 3次元スペクトル $P(\mathbf{k})$ は次のような次の関係が成立する¹⁰⁾。

$$P(\mathbf{k}) \sim k^{-5/3} \quad \dots\dots\dots (10)$$

* 正員 工博 電力中央研究所技術研究所第三部

図-1 Phillips-Miles スペクトルの発達
($U_{10}=10\text{m/sec}$)

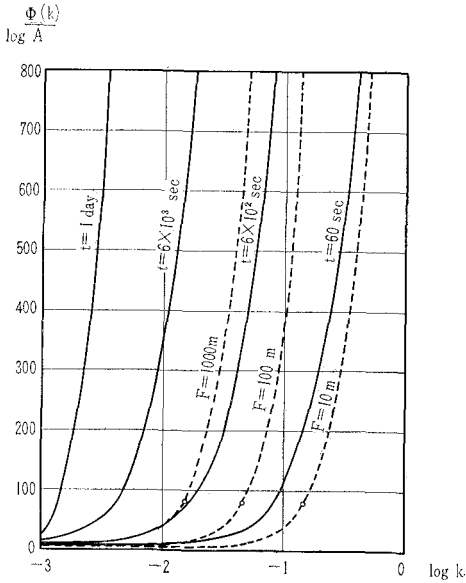
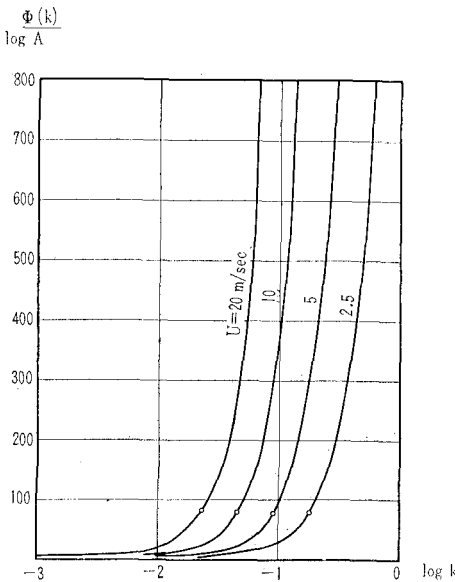


図-2 Phillips-Miles スペクトルの発達
($F=100\text{m}$)



2次元スペクトルについても同様の関係がえられるが、Phillips のスペクトルは $R^{-1}P(k)$ の意味であるので (k) は次のように表示される。

$$\pi(k) = A \left[\frac{1}{2} \rho \alpha U^2 \right] k^{-10} \dots\dots\dots (11)$$

式(6), (9), (11)によって与えられる風波スペクトルを、 $U=10\text{ m/sec}$ の場合について計算してみると図-1 のようになる。ただし、 ζ は Miles の計算した図表 [参考文献 14] p. 477 Fig 2] の数値を用い、水面上 $1/k$ の高さの平均風速である convection velocity V

(k) には第一次近似として k に無関係に anemometer speed U を用いた。したがって、 k の小さい低周波数域ほど近似度が高い。また、 $\alpha=0$ の方向をとった。

以下の計算をもふくめて正確な数値計算は逐次近似の方法によらなければならない。しかし、 $\theta(k)$ や $\pi(k)$ について十分明らかでない現在ではこの程度にとどめるのが妥当と考えられる。

図-1 は無限に広い静止した水域に風が吹きはじめる場合の Phillips-Miles スペクトルを示したものであるが、もし水域が有限ならば風の吹送時間 t と吹送距離 F との間には、各波数成分について

$$F = \frac{1}{2} c(k) t \dots\dots\dots (12)$$

の関係があるから²⁰⁾各吹送距離の水域については図-1 の点線のような曲線がえられる。同様の関係を $F=100\text{m}$ の水域について U_{10} が $2.5\text{ m/sec} \sim 20\text{ m/sec}$ の範囲について求めたのが図-2である。一つの水域について考えれば、高周波成分ほどエネルギーの吸収が早く、あとで述べるように white-cap の作用で早くエネルギーが飽和し逸散する。

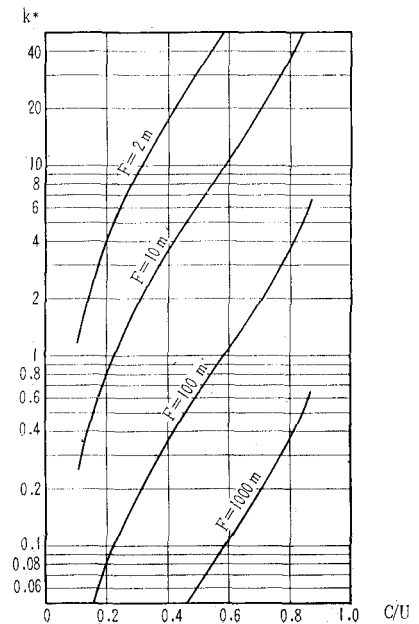
すでにのべたように、図-1, 2の風波スペクトルはつぎのような吹送時間 t_* 、吹送距離 F_* 、波数 k_* 、波速 $C_*(k)$

$$t_* = \frac{1}{m} = 2/\zeta k_* c_*(k) \dots\dots\dots (13)$$

$$F_* = 1/\zeta k_* \dots\dots\dots (14)$$

を境として、 k の高周波領域で急激にエネルギーの吸収が増加する (図-1, 2 では横軸のスケールにくらべ

図-3 遷移波数 (k^*) と風速・風送距離との関係



軸のスケールがいちじるしく圧縮されていることに注意されたい。したがって吹送距離 F を一定として、種々の k について式 (14) の関係から ϵ をもとめ、さらに Miles の図表から U を計算すれば 図-3 ができる。この図から $k_*(=2\pi/\lambda_*)$ の値を読みとり 図-1, 2 に示したのが、同図上の○印である。

b) 風波スペクトルの equilibrium range 風による波が十分発達してくると三角波があらわれ、ついに、これらはちぎれて white cap または white horse といわれる白波が生ずる。この限界状態は波頂における水分子の加速度が g に等しくなるときであると考えられる。このような限界波形があることは、波形こう配に不連続が存在することであり、スペクトルのいえばスペクトルの高周波域に一定の形が存在することに相当する。この領域(equilibrium range または inertial range) は限界波形を決定するのと同じの物理量で定められる。このエネルギーが平衡もしくは飽和した領域について Phillips²²⁾ は二次的考察から、つぎの関数型を導いた。

$$\Psi(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 $\Psi(\omega)$ は

$$\Psi(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\mathbf{x}, t) \eta(\mathbf{x}, t+\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \dots\dots\dots (16)$$

で定義されるスペクトルであり、 α は定数(= 7.4×10^{-3})である。

このスペクトル型が存在することは、Burling²³⁾, Kinsman⁴⁾, Китаигородский⁵⁾, Китаигородский и Стрекалов⁶⁾, さらに Longuet-Higgins¹¹⁾ らの測定によって支持され、equilibrium range よりはるかに低周波の energy max. の近傍にまであてはまることが認められている。

ところで、風波スペクトルは energy max. の周波数から低周波のところでは急激に減少することが知られている。いわゆる steep forward face である。もし、気圧変動の性質(つまり $\pi(k)$) で良く知られており Phillips-Miles の風波スペクトルが求められると、これと equilibrium range についての Phillips スペクトルとの交点がわかり高低周波数域でのスペクトルを時間および吹送距離の関数として決定しうる。しかし、風の水面上の圧力変動の実体が明らかでないので直接この交点をもとめず、Phillips²⁴⁾ が指摘したように先に定義した k_* をもって、この交点の波数と考える。つまり、スペクトルの極値の波数 k_{max} と k_* を等しいとする。さらにこの k_* を Phillips の equilibrium range の低周波端とし、 k_* より低周波域のスペクトルを零と考える(図-4)。このことは k_* を境にして Phillips-Miles スペクトルの高周波域が急激に発達すること、実際の波のスペクトル記録が steep forward face をもつ

図-4 風波スペクトル・モデル(その1)

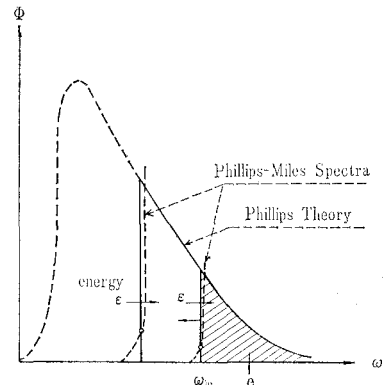
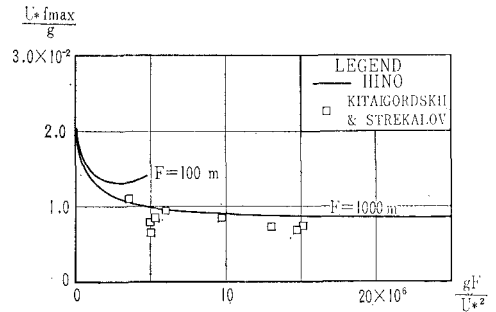


図-5 風波スペクトルの φ が最大となる周波数と吹送距離の関係



ことから納得しえるであろう。

また、各 F, U についてすでに求めた k_* (図-3)をもちいて、 $U_* f_{max}/g$ と gF/U_*^2 の無次元量の関係を求めれば、図-5 のようになって Kntantoporcknn и Стрекаллов⁶⁾ の実測結果とも一致することからもこの仮定がそうははずれてないことが承認されうる。また、Neumann は暴風域において熟成した波について

$$2\pi f_{max} = \sqrt{2/3} = \rho/U \text{ すなわち}$$

$$\frac{U_* f_{max}}{\rho} = 1.3 \times 10^{-1} \frac{U_*}{U} \text{ を与えている。}$$

もっとも、 f_{max} のところのエネルギーがなめらかに高周波数域に移行するのではなく、非線型項のために選択的に移行するのではあるが^{4) 23)}。なお f_{max} は波高スペクトルが最大になる周波数で $f_{max} = \omega_{max}/2\pi = (ck)_{max}/2\pi = c_* k_*/2\pi$ である。

吹送距離が長くなったり、風が強くなって低周波数の波の発達がいちじるしい場合には、この方法の適用に限界がある。また、以下にのべる \bar{v}^2 を求めるには k_* の近くでは Phillips スペクトルを equilibrium range 外に外そうするより Neumaun スペクトルを用いたほうが良いといえる。

c) 海面摩擦係数 中立状態の大気中での風速分布²⁵⁾ は、 z_0 を海面粗度として

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} \dots\dots\dots (17)$$

で表わされる。この式(17)と水理学で完全粗面領域について用いられる式

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{k_s} + A \dots\dots\dots(18)$$

(ここに k_s は相当粗度, $A=8.5$, $\kappa=0.4$), とは $\log z_0 = \log k_s - (8.5/575)$ より

$$z_0 = k_s/30 \dots\dots\dots(19)$$

で結びつけられている。

もっとも, Stewart²⁵⁾は, 海面近くでは波面の進行のために水面に近づくにつれて 式(17), (18)のから徐々にはずれるであろうと予測し (同時に彼は, 風に対する波の抵抗は大部分波の wave drag の形でなされると論じている), また Sheppard²⁵⁾ や 竹田²⁷⁾ は水面上数 10 cm のところで log-law に折点があることを実測から見出している(最近この kink のことをいい出した本人である Sheppard は, これを測定の際の誤りであったとしている。一気象庁, 横山長之への私信)。しかし, ここでは, 一応対数分布法則を正しいものとして議論をすすめる。

一般に粗度とは何かということ, きわめてむずかしい問題である。しかし, 吹送距離の短い水域では波長の長い波は存在しないから, 海面粗度は円管や水路の場合と同様に表面の凹凸の r. m. s (γ^2) の 2 倍とか平均波高 \bar{H} に相当すると考えられる。事実, Lilleleht & Hanratty²⁹⁾ は水路内の波動の測定から

$$k_s = 2\sqrt{\gamma^2} \dots\dots\dots(20)$$

を見出し, 国司²⁷⁾ は風洞実験から

$$k_s = \bar{H} \dots\dots\dots(21)$$

の関係をえている。Longuet-Higgins¹¹⁾¹⁰⁾によれば, せまい周波数幅の不規則変動は Rayleigh 分布であり,

$$\bar{H} = 1.77\sqrt{E} = 1.77\sqrt{2\gamma^2}$$

であることを証明したが, これから

$$\bar{H} = 1.25(2\sqrt{\gamma^2}) \dots\dots\dots(22)$$

となって, 式(30), (31)の関係はほぼ同一のものであるといえる。また室田, 白石¹⁷⁾は固定人工粗度の場合について k_s は平均の凹凸高さの 2.7~3.3 倍であることを見出している。

ところで, 海面粗度 z_0 は 0.1cm (k_s は数 cm) のオーダーである²⁾。したがって, 波長の長い重力波は粗度に影響しないことがわかる。吹送距離の大きい場合には, 長波長の波が多くなるから, 海面摩擦は波の Form drag として求める¹³⁾¹⁵⁾か, 乱流理論から各渦の作用を規定すれば良い。本論文では吹送距離の短い水域について論じ, 長吹送距離の場合を乱流理論(乱子仮説)の立場からこの研究の第二部以下に論ずるつもりである。

海面摩擦は, γ^2 を摩擦係数, U_{10} を水面上10mの風速として

$$\tau_s = \rho a \gamma^2 U_{10}^2 \dots\dots\dots(23)$$

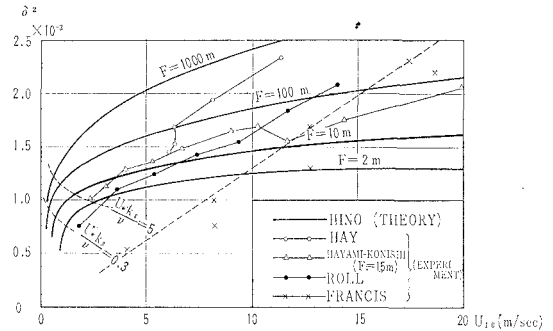
としてあらわされる。 γ^2 と z_0 の関係は, 式(17)(18)から

$$\frac{1}{\gamma} = \left[5.75 \log \frac{10^3}{z_0} \right]^2 \dots\dots\dots(24)$$

となる。海面粗度, 海面摩擦係数については数多くの実験の集積²⁹⁾にもかかわらず良くわかっておらず, 理論的な解明も十分に行なわれていないが, 最近国司²⁷⁾の基礎実験が多くの興味深い事実を指摘している。

この γ^2 については, いままでの議論の組合せから,

図-6 海面摩擦係数と風速・吹送距離との関係 (実験点は国司の論文より引用)



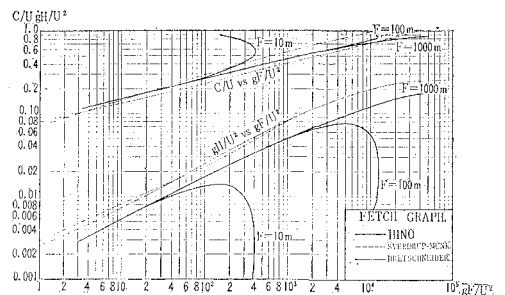
つまり a)でもとめられた $k_s, (\omega_*)$ と F, U の関係と, b)のモデル スペクトルからの

$$k_s = 2\sqrt{\gamma^2} = 2 \left[2 \int_{\omega_*}^{\infty} \Psi(\omega) d\omega \right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \sqrt{a} g \omega_*^{-2} \dots\dots\dots(25)$$

および式(19), (24)から理論的に計算しうる(図-6)。図には比較的吹送距離の短い場合の測定点を比較のために載せてある。このようにして求められた γ^2 の理論値は, 数値的に実験とかなりよく一致し, また国司²⁷⁾の実験で認められた γ^2 に対する吹送距離の影響をも明らかにした。

d) Fetch Graph a) から c) までの議論で導かれ

図-7 吹送距離をパラメーターとして かくむ Fetch Graph

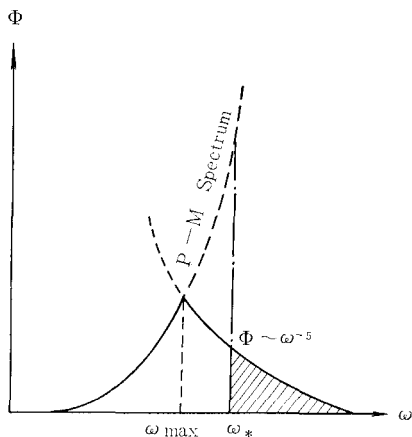


た風と波に関する特性値を Fetch Graph としてまとめると 図-7 のようになる。(ただし, Longuet-Higgins¹⁰⁾にしたがって $H_{1/3} = 2\sqrt{2} \sqrt{E} = 4\sqrt{\gamma^2}$ を用いた。) Sverdrup-Munk や Bretschneider の Fetch Graph¹⁰⁾は, いくつかの仮定の上に一種のエネルギー理論とし

て導かれたのに反し、著者の曲線はまったく別の立場からより少ない単純な仮定の上で求められたものであること、新たに吹送距離の影響を明らかにした点に特徴がある。後の点については、国司の実験と定性的に一致する

また gH/V^2 vs gF/U^2 の曲線は Sverdrup らのものとほぼ $\sqrt{2}$ 倍違っている。これは k_* 以下の低周波数成分を切り捨てた点に問題があるのか、また 図-8 に示すように $k_{max} > k_*$ (図-5 にもこの傾向が多少みられる) となったためと思われるので、今後この理論と実際のスペクトルや Neumann らのスペクトルとの比較も必要と思われる。

図-8 風波スペクトル・モデル(その2)

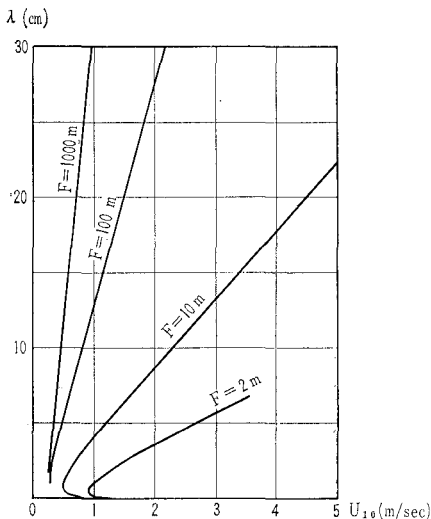


もし、 $\sqrt{\gamma^2}$ に $\sqrt{2}$ 倍の修正が必要であるとしても γ^2 については、 γ^{12} を修正値として

$$\left(\frac{\gamma'}{\gamma}\right)^2 = \frac{1}{\{1 - 5.75(\log\sqrt{2})\gamma\}^2} \dots\dots\dots(26)$$

であるから、ほぼ 5.5% 程度の増加分の修正にすぎない。

図-9 各吹送距離の水域における風波の波長と風速の関係



また、各 F について $U(z=10m)$ と λ との関係を示したのが 図-9 であって、Ursell²⁸⁾ が Roll らの実験を整理したものと一致する。ただし、Ursell の図では U は水面上 35 cm の風速である。

3. 結語

風波の発生・発達に関する最近の Phillips-Miles の理論と風波スペクトルのエネルギー飽和域に関する Phillips の理論を基礎にして、吹送距離の短い水域について、つぎの関係を導いた。

- (i) 風波スペクトルの極大値の周波数と吹送距離
- (ii) 海面摩擦係数と風速, 吹送距離
- (iii) Sverdrup らとは別の立場からの Fetch Graph および吹送距離の影響

これらの計算結果は多少の近似計算を行なっているのにもかかわらず、実験、実測と十分に、もしくはかなりよく一致した。吹送距離の長い水域については、この研究の第二部以下に論じたい。

なお上の各々についてパラメーター F を細くし、近似を少なくした計算を電子計算機で行なり予定である。

最後に、草稿をお読み下さって有益な御批判をいただきました運輸省港湾技術研究所浜田徳一博士に対し心から感謝の意を表したいと思います。また、数値計算をおねがひした電力中央研究所 本島睦さんに厚くお礼申し上げます。

参考文献

- 1) Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins, M.S. (1956). The statistical distribution of the maxima of a random function, Proc. Roy. Soc. A. 237, 212—232.
- 2) Ellison, T.H. (1956): Atmospheric turbulence (Survey in Mechanics edited by Batchelor and Davis) 400—430, Cambridge U. Press.
- 3) 石原・本間編：応用水理学Ⅱ.
- 4) Kinsman, B. (1961): Some evidence of the effect of non-linearity on the position of the equilibrium range in wind-wave spectra, J. Geophy. Res. Vol 66, 2411—2415.
- 5) Китагородский, С. А. (1962): Некоторые Др-идожения Методов Теории Додобия Анаи-изе Ветрового Волнения как Вероятностно-о Лроцесса, ИЗВ. АКАД. НАУК, Серия Геоф-из, No. 1, 105—117.
- 6) Китагородский, С. А., Стрекалов, С. С. (1962): К Анализу Слектров Ветрового Волнения—I, ИЗВ. АКАД. НАУК, Сер. Геофиз No.9 1221—1228.
- 7) 国司秀明 (1962): 風洞水槽における風波の研究 (Ⅱ) 日本海洋学会創立 20 周年論文集, 470—486.
- 8) Lilleleht, L. U. and Hanratty, T. J. (1961): Relation of interfacial shear stress to wave

- height for concurrent air-water flow, A. I. Ch. E. Jour. 548—550.
- 9) Lighthill, M, J. (1962) : Physical interpretation of the mechanical theory of wave generation by wind, J. Fluid Mech. Vol 14, 385—398.
 - 10) Longuet-Higgins, M.S. (1952) : On the statistical distribution of the heights of sea waves J. Mar. Res. Vol. 11, 245—266.
 - 11) Longuet-Higgins, M.S. (1962) : The directional spectrum of ocean waves, and process of wave generation, Proc. Roy. Soc. A. vol. 265, 286—315.
 - 12) Miles, J. W. (1957) : On the generation of surface waves by shear flows, J. Fluid Mech. vol 3, 185—204.
 - 13) Miles, J. W. (1959) : On the generation of surface waves by shear flows. Part 2. J. Fluid Mech. vol 6, 568—582.
 - 14) Miles, J. W. (1960) : On the generation of surface waves by turbulent shear flows, J. Fluid Mech. vol 7, 469—478.
 - 15) Miles, J.W.(1962) : The generation of surface waves by wind, Applied Mech. Rev. Vol. 15, No. 9, 685—687.
 - 16) Munk, W.(1955) : Wind stress on water : an hypothesis, Q. J. Roy. Met. Soc. Vol 81, 320—332
 - 17) 室田 明・白石哲也(1961) : 水路粗度に関する基礎的考察, 土木学会第16回年次講演会講演概要, 33—34.
 - 18) 小倉義光(1955) : 大気乱流論, 地人書館.
 - 19) Phillips, O.M. (1957) : On the generation of surface waves by turbulent wind, J. Fluid Mech. Vol 2, 417—445.
 - 20) Phillips, O. M.(1958 a) : Wave generation by turbulent wind over a finite fetch, Proc. Third U. S. Congr. Appl. Mech. 785—789.
 - 21) Phillips, O. M.(1958 b) : On some properties of wind generated ocean waves, J. Mar. Res. Vol. 16, 231—240.
 - 22) Phillips, O.M.(1958 c) : The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves, J. Fluid Mech. Vol. 4, 426—434.
 - 23) Philips, O.M.(1960) : On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. Part 1. The elementary interactions, J. Fluid Mech. Vol. 9, 193—217.
 - 24) Phillips, O.M. and Katz, E.J.(1961) : The low frequency components of the spectrum of wind-generated waves, J. Marine Res. Vol.19 57—69.
 - 25) Sheppard, P. A. (1951) : On the effects of turbulent flow—eddy, fluxes, Geophysical Res. Paper No. 19 345—354.
 - 26) Stewart, R. W. (1961) : The wave drag of wind over water, J. Fluid Mech. Vol. 10, 189—194.
 - 27) 竹田厚(1962) : 波の上の風速の高度分布, 第9回「風に関するシンポジウム」
 - 28) Ursell, F. (1956) : Wave generation by wind (Survey in mechanics edited by Batchelor and Davis), 216—249 Cambridge Univ. Press.
 - 29) Wilson, B. W. (1960) : Note on surface wind stress, J. Geophy. Res. Vol. 65, 3377—3382.
-