

浅海風波のスペクトルにおける波高と周期の 相関係数について

井 島 武 士*

1. は し が き

Bretschneider¹⁾ は一定の観測時間内に連続して出現する不規則な波の成分波の波高と周期の出現頻度の周辺分布(marginal distribution)が Rayleigh 分布をなすことと波高と周期の相関係数を仮定して自乗波高の summation function の形から個々の成分波のスペクトルの関数を導き、また相関係数 r が波の発生の初期において 1 に近く、発達とともに 0 に近づくことを予想し、観測値にもついで相関係数を無次元 fetch ($f=gF/U^2$) の関数として与えた。しかしこの f による r の変化はその定性的な仮定と観測値のみから導かれたもので、理論的根拠は与えられていない。著者は個々の成分波が、従来古典的な方法で取扱われた有義波に対する波のエネルギー表示式に対しても成立すると仮定し、Bretschneider の深海波の風波の関係を示す、fetch graph と波のエネルギー式とから理論的に Bretschneider の推定を裏付け、またこれを浅海波に対して拡張し、浅海風波の相関係数の f に関する変化を推定することを試みたものである。

2. 深海波のスペクトルにおける波高と周期の相関係数の誘導

Bretschneider によると、不規則な海面波形の波高 H と周期 T との相関係数を r とし、波高と波長の頻度分布がともに Rayleigh 分布にしたがうと仮定すると、周期 T に関して表わした波のエネルギー スペクトルは次式で与えられる。

$$S_{H^2}(T) = \frac{4a^2(\bar{H})^2 \cdot [1-r+ar(T/\bar{T})^2]^2}{1+(4/\pi-1)r^2} \cdot T^2/(\bar{T})^4 \cdot e^{-\pi a^2/4 \cdot (T/\bar{T})^4} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで $1/a=1.087$ ($a=0.927$) である。

$\bar{H}$ および $\bar{T}$ はある観測時間内での波高と周期の平均値で、 H および T は成分波の波高と周期、 r は H と T との相関係数である。

深海波でも浅海波でも式 (1) は成立し、また有義波は、平均波と次の関係にある。

$$H_{1/3}=1.60\bar{H} \quad T_{1/3}=\bar{T} \cdot \sqrt{1+0.60r} \quad \dots\dots\dots(2)$$

従来の深海波の観測値によって、 $H_{1/3}$ と $T_{1/3}$ とは fetch を F 、風速を U 、重力の加速度を g とするとき、

次の近似式で表わされる。

$$\frac{gH_{1/3}}{U^2}=0.0040\left(\frac{gF}{U^2}\right)^{0.40} \quad \left(1<\frac{gF}{U^2}<2\times 10^4\right) \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{gT_{1/3}}{2\pi U}=0.085\left(\frac{gF}{U^2}\right)^{0.25} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ゆえに相関係数 r が gF/U^2 で与えられるならば、深海風波のスペクトルは完全に決まる。

Bretschneider は r に対して

- ① gF/U の upper limit においては $r=0$
- ② gF/U の lower limit においては $r=1.0$
- ③ r は gF/U^2 の lower limit から upper limit まで漸次減少する。

という3つの仮定と、 $gF/U^2 \approx 10^3$ 付近での r の実測値とから、 gF/U^2 の関数として r の値を決めた。しかしこれは理論的に導かれたものでなく、今後の実測値の集積により、さらに正確に決めるべきことを期待している。ここで r の値の近似的な推定値として、波のエネルギー式と波高と周期の実測値 (3), (4) とから r を見積って見る。

まず有義波について考えると、深海波では波の持つ全エネルギーを $E=1/8 \cdot \rho g H^2$ 、波速を $c=gT/2\pi$ とすると、波とともに進行するエネルギー $P=E/2 \cdot c$ である。定常状態ではこの値の場所的な変化は、風によって波に供給されるエネルギー (R_T+R_N) に等しい (R_T および R_N はそれぞれ切線応力および垂直応力によるエネルギーの供給量である)。したがって

$$\frac{dP}{dF}=R_T+R_N \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{上式で } P=\frac{\rho g^2}{32\pi} \cdot H^2 \cdot T \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$R_T=E \cdot A \cdot g \left(\frac{c}{U}\right)^{-3} \cdot \frac{1}{U}=E \cdot A \cdot g \frac{U^2}{c^3} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$R_N=E \cdot A \cdot g \frac{U^2}{c^3} \cdot \alpha \cdot \left(1+\frac{c}{U}\right)^2 \quad \dots\dots\dots(8)$$

ただし $E=1/8 \cdot \rho g H^2$, $A=2r^2 \rho'/\rho$, $\alpha=S/2r^{2/3}$ で、 r^2 は海面での風の摩擦係数で約 0.0026, S は Jeffreys による遮蔽係数、 ρ および ρ' はそれぞれ海水と空気の密度で、Munk は $A \approx 6.5 \times 10^{-6}$, $\alpha=2.5$ の値を与えている。(5)~(8) の式は有義波について考えられたものであるが、ここではこれが各成分波についても成立するものと仮定する。

式 (5) から

$$\left[\frac{dP}{dF}\right] = \bar{R}_T + \bar{R}_N \dots\dots\dots(9)$$

となるが、 $\left[\frac{dP}{dF}\right] = \frac{d\bar{P}}{dF}$ である。 $\bar{P}$ は式 (1) から次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{\rho g^2}{32\pi} \bar{H}^2 \bar{T} = \frac{\rho g^2}{32\pi} \int_0^\infty S_{H^2}(T) \cdot T \cdot dT \\ &= \frac{\rho g^2}{8\pi^2} \cdot \frac{1+0.2879r+0.3037r^2}{1+0.273r^2} \cdot (\bar{H})^2 \cdot \bar{T} \end{aligned} \dots\dots\dots(10)$$

$\bar{H}$, $\bar{T}$ および F を無次元化して、

$$h = \frac{g\bar{H}}{U^2}, \quad t = \frac{g\bar{T}}{2\pi U}, \quad f = \frac{gF}{U^2} \dots\dots\dots(11)$$

とおき、式 (3), (4) および式 (2) を用いて、

$$h = 0.0025 f^{0.40}, \quad t = \frac{0.085}{\sqrt{1+0.6r}} f^{0.26} \dots\dots\dots(12)$$

であるから、式 (10) から

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{P}}{dF} &= 53.12 \cdot \frac{d}{df} [(1-0.012r+0.0791r^2) \cdot f^{1.06}] \\ &\times \frac{\rho U^3}{4\pi} \times 10^{-8} \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

$\bar{R}_T$ および $\bar{R}_N$ は H と T を用いると、

$$\bar{R}_T = \frac{\pi^3 \alpha \rho A U^2}{g} \cdot \left[\frac{H^2}{T^3} \right] \dots\dots\dots(14)$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_N &= \frac{\pi^3 \alpha \cdot \rho \cdot A \cdot U^2}{g} \left\{ \left[\frac{H^2}{T^3} \right] - \frac{g}{\pi U} \left[\frac{H^2}{T^2} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{g^2}{4\pi^2 U^2} \left[\frac{H^2}{T} \right] \right\} \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

したがって式 (1) および式 (12) を用いて計算すると

$$\begin{aligned} \bar{R}_T &\approx 0.437 A (1-0.337r-0.707r^2) f^{0.02} \cdot \rho U^3 \\ &\times 10^{-2} \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

同様に $\bar{R}_N$ は r の 2 乗以上を省略して示すと、

$$\begin{aligned} \bar{R}_N &= \alpha A \{ 0.437(1-0.337r) f^{0.02} \times 10^{-2} \\ &\quad - 0.394(1-0.127r) f^{0.26} \times 10^{-3} + 0.125 \cdot \\ &\quad (1-0.029r) f^{0.54} \times 10^{-4} \} \cdot \rho U^3 \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

r は 0~1 の値であるから、 r^2 以上の項を省略して (13), (16), (17) の各式を (9) に代入し、 A は 10^{-6} の程度の大きさであるとして、 $A' = A \times 10^6$ とおき、 $A'(1+\alpha) = m$, $A'\alpha = n$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{df} \{ (1-0.012r) f^{1.06} \} &= 0.103 m (1-0.337r) \cdot \\ f^{0.02} &- 0.00947 n (1-0.127r) f^{0.26} + 0.00031 n \cdot \\ (1-0.029r) f^{0.54} &\dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

上式で右辺の第 3 項は第 2 項にくらべて十分小さく、 $f=10^4$ でも第 2 項の 1/20 程度であるから、第 1 近似としては省略される。左辺のカッコ内の $0.012r$ は 1 にくらべて十分小さく、第 1 近似ではこれも省略できる。したがって式 (18) はほぼつぎの形で表わされる。

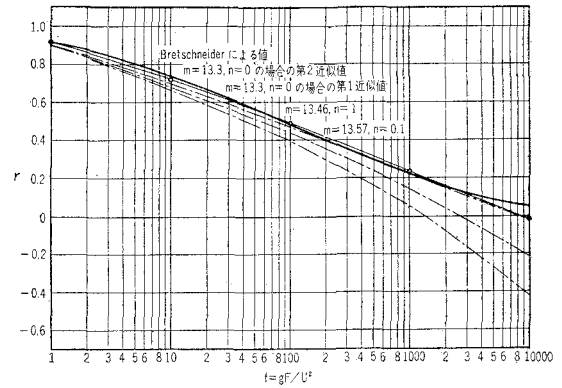
$$\begin{aligned} 1.06 f^{0.04} &= 0.103 m (1-0.337r) - 0.00947 n \\ &\cdot (1-0.127r) f^{0.26} \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

これから r の第 1 近似値として次式をうる。

$$r = \frac{10.3 m - 0.947 f^{0.26} - 106 f^{0.04}}{3.47 m - 0.120 n f^{0.26}} \dots\dots\dots(20)$$

この式は、 $m > 0$, $n > 0$ に対しては、 r が f の単調減

図-1 深海波の場合 r と $f=gF/U^2$ の関係



少関数であることを示している。いま Munk と同様に $A'=6.5$, $\alpha=2.5$ を用いると、 $m=22.8$, $n=16.2$ となり f に対する r の値は $1 > r > -1$ の範囲をこえ、不合理なことは明らかである。いま Bretschneider のごとく $f=1$ に対して $r \approx 0.9$ を与えるような m と n の関係を式 (20) から求めると、

$$m = 0.117n + 14.76 \dots\dots\dots(21)$$

となる。ここで $n=0, 1, 2$ の場合に対する r と f の関係を示すと 図-1 のごとくで、 $n \neq 0$ の場合に最も良く適合する。 $n \neq 0$ の場合は上式から $A'=14.76$, $\alpha \neq 0$ となる。このことは $f=1 \sim 10^4$ の範囲では、風によるエネルギーの供給が主として shearing stress によることを意味するもので、その係数 r^2 の値は Munk による 0.0026 の約 2 倍になることを示している。このことは実験による遮蔽係数が Munk の採用した値の 1/10~1/20 程度であり、また r^2 の値が一般に 0.0026 よりも大きくかつ風速とともにこれが増加するという多くの実測値の示す傾向と一致しているものと解釈される。

$m=14.76$, $n=0$ とすると、 r の第 1 近似値は、

$$r = 2.97 - 2.07 f^{0.04} \dots\dots\dots(22)$$

となり、式 (18) から第 2 近似式を求めると、次の形になる。

$$r = 2.97 - 2.00 f^{0.04} - 0.053 f^{0.08} \dots\dots\dots(23)$$

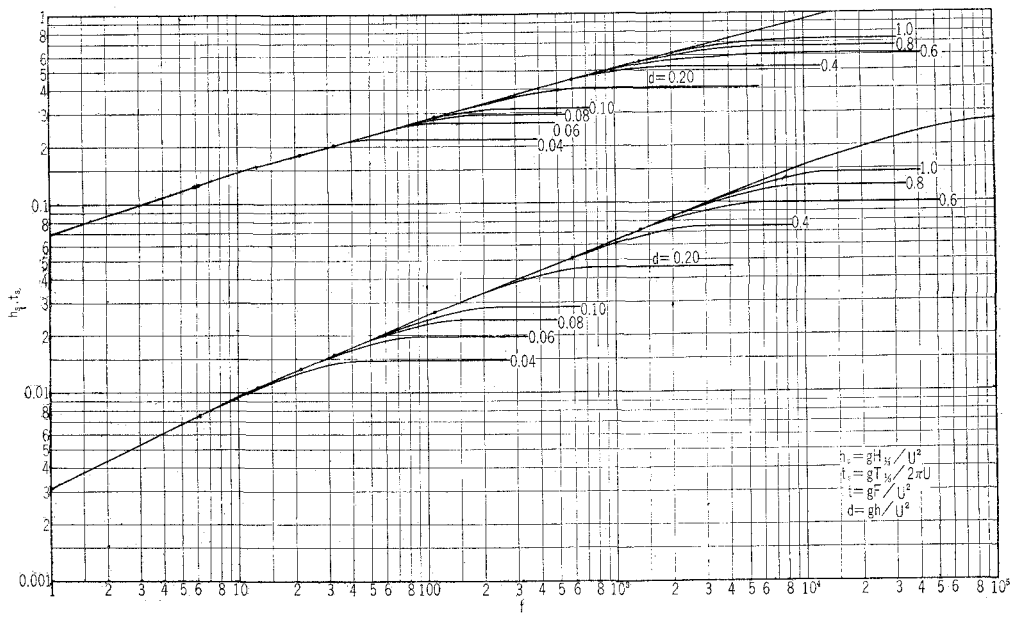
これは、 $f=1 \sim 10^4$ の範囲では Bretschneider の与えたものと良好な一致を示す。

上述の結果から、有義波に対して、 R_N を省略し、各成分波についてエネルギー保存則が成立すると考えて取扱っても、大きな誤りを示すことがないと考えて良い。したがってわれわれはこのような取扱いを浅海波に拡張して、相関係数 r の概略値を推定して見る。

2. 浅海風波のスペクトルにおける波高と周期の相関係数

深海風波においては、相関係数は前述のごとく f の増加とともに 1 から漸次減少して、常に正の値を取りな

図-2 深海および浅海波の波と風の関係



から0に接近する。しかし浅海波においては、海底の影響が強くなると、負の値にまで変化するが、ここに仮定した波高と周期の Rayleigh 分布からは、 r は -1 まで減少することはない、最小値として約 -0.7 程度以下を取ることはない。したがって r は $+1$ から -0.7 程度までの範囲を変化すると考えてよい。すなわち r の概略の変化を次のように仮定する。

(i) 海底摩擦を受ける浅海波では、波の発達とともに r は減少する。

(ii) r は -0.7 以下の値を取ることはない。

(1) 浅海風波の発達

一定水深の場合を考え、水深 D 、有義波高 H_S 、吹送距離 F を無次元化して次のように表わす。

$$h_s = \frac{gH_S}{U^2}, \quad t_s = \frac{gT_S}{2\pi U}, \quad f = \frac{gF}{U^2}, \quad d = \frac{gD}{U^2} \quad \dots\dots\dots(24)$$

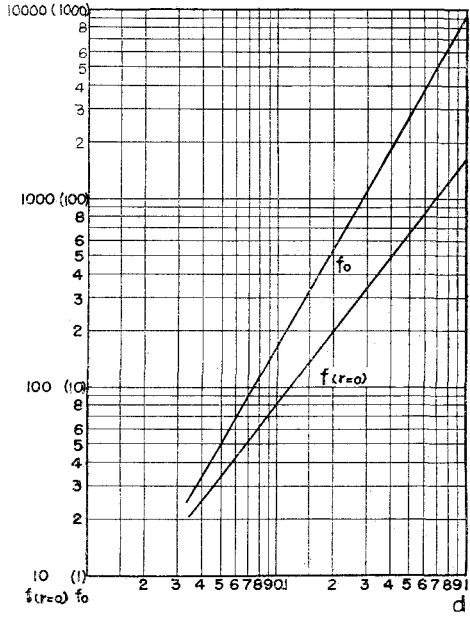
Bretschneider は浅海波の観測値から、 h_s, f および d の関係を求めた。これは深海波に対すると同様に横軸を、 f, d をパラメーターとして 図-2 のように表わされる。図からわかるように、ある特定の d に対して f による h_s の増加を見ると、初めは深海波と同じ発達の仕方をし、ある f の値(これを f_t とする)からは深海波の曲線からはずれて増加し、つぎのある f (これを f_u とする)の値から後は一定の状態に落ちつく。点 f_t における h の値 h_t は次の式で表わされる。

$$h_t = 0.0840 d^{0.72} \quad \dots\dots\dots(25)$$

この h_t は一方では f_t における深海波の有義波 h と同一の値を取るから、式(3)から f_t は次の形で表わされる。

$$f_t = 2020 d^{1.8} \quad \dots\dots\dots(26)$$

図-3 f_0 および $f_{(r=0)}$ と d の関係



点 f_u に対応する h の値 h_u は
$$h_u = 0.143 d^{0.72} \quad \dots\dots\dots(27)$$

として求められ、 f_u は次の形で示される。

$$f_u = 14940 d^{1.8} \quad \dots\dots\dots(28)$$

周期に対しては Bretschneider は特に曲線を与えていないが、ここでは便宜上次のように仮定して、 t と f の関係を定める。周期についても波高と同様に f_t および f_u に対応する f の値が求められるべきで、 $f < f_t$ に対しては t は深海波と同一の値を取り、 $f > f_u$ に対しては t は一定値を取ると考えて良い。そして周期 t に対

する f_u および f_t の値は近似的に波高 h に対する値と同一であると仮定する。 f_t における t の値 t_t は式 (4) に式 (26) を代入して

$$t_t = 0.615 d^{0.468} \dots \dots \dots (29)$$

となる。一般に海底摩擦の効果が始まるのは、理論的には水深が波長の $1/2$ となる時と考えられるが、この条件から決まる t の値を t'_t とすると、

$$t'_t = \left(\frac{d}{\pi}\right)^{0.5} = 0.564 d^{0.5} \dots \dots \dots (30)$$

また式 (4) を用いてこれに対応する f の値 f'_t は近似的に、

$$f'_t = 1.445 d^{1.92} \dots \dots \dots (31)$$

したがって $0 < d < 10$ の間では $t'_t < t_t$ で、理論的には海底摩擦の効果は $f < f_t$ において起こっている。

Bretschneider の観測結果から見ると、十分に発達した浅海波においては、周期と波高につぎの関係が最も良く成立することが報告されている。

$$T_S = 3.86 \sqrt{H_S} \dots \dots \dots (32)$$

ここで T_S は秒、 H_S は m の単位で、 $f > f_u$ に対して成立するものとする、 $f > f_u$ では t_u の値は一定で、式 (32) から次の値となる。

$$t_u = 1.924 h_u^{1/2} \dots \dots \dots (33)$$

あるいは上式は式 (27) から

$$t_u = 0.728 d^{0.36} \dots \dots \dots (34)$$

かように f_t および f_u における t の値が決められると、中間の t は fetch graph 上において、点 f_t では深海波の t curve に切し、点 f_u においては一定値 t_u に切する滑らかな曲線として求められる。図-2 は上述の手続きによって描いた d をパラメーターとする浅海波の h_s および t_s の曲線である。

(2) 浅海風波に対するエネルギーの表示式

海底摩擦を受ける浅海風波の定常状態を考えると、エネルギーの関係式は式 (9) に対応して次の形となる。

$$\frac{d\bar{P}}{dF} = \bar{R}_T + \bar{R}_N - \bar{D}_f \dots \dots \dots (35)$$

ここで $\bar{D}_f$ は海底摩擦によるエネルギー損失の平均値である。

浅海波では波とともに進行するエネルギー P はつぎのごとく表わされる。

$$P = \frac{\rho g^2 H^2 T}{32 \pi} \cdot \tanh \frac{2 \pi D}{L} \left(1 + \frac{\frac{4 \pi D}{L}}{\sinh \frac{4 \pi D}{L}} \right) \dots \dots \dots (36)$$

ここで D は水深、 L はその水深での周期 T の波の波長である。 D/L は D/L_0 (L_0 は周期 T の沖波の波長) の関数で、周期 T と水深 D の関数 $2 \pi D/gT^2$ で与えられる。上式で

$$F_1 = \frac{1}{2} \tanh \frac{2 \pi D}{L} \left(1 + \frac{\frac{4 \pi D}{L}}{\sinh \frac{4 \pi D}{L}} \right) \dots \dots \dots (37)$$

とすれば F_1 は D/L_0 の関数として与えられる。

式 (36), (37) から

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{\rho g^2}{16 \pi} \left[H^2 \cdot T \cdot F_1 \left(\frac{2 \pi D}{g T^2} \right) \right] = \frac{\rho g^2}{16 \pi} \int_0^\infty S_{H^2}(T) \cdot \\ &T \cdot F_1 \left(\frac{2 \pi D}{g T^2} \right) dT = \frac{\rho U^3}{8 g} \cdot \\ &\frac{3.434}{1+0.273 r^2} (\bar{h})^2 \cdot \bar{\tau} \int_0^\infty (1-r+0.927 \\ &r \tau^2)^2 \tau^4 e^{-0.675 \tau^4} F_1 \left(\frac{d}{2 \pi (\bar{\tau})^2} \frac{1}{\tau^2} \right) d\tau \dots \dots \dots (38) \end{aligned}$$

ここで $\bar{h} = \frac{g \bar{H}}{U^2}$, $\bar{\tau} = \frac{g T}{2 \pi U}$ である。

ここで式 (2) から、 $\bar{h} = \frac{h_s}{1.6}$, $\bar{\tau} = \frac{t_s}{\sqrt{1+0.6 r}}$ とお

き、また $\frac{d}{2 \pi (\bar{\tau})^2} = e$

とすると

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{P}}{dF} &= 0.1677 \frac{d}{df} \left[(1-0.30 r - 0.138 r^2) \cdot h_s^2 \cdot \right. \\ &\left. t_s \cdot A(e, r) \right] \cdot \rho U^3 \dots \dots \dots (39) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} A(e, r) &= \int_0^\infty (1-r+0.927 r \tau^2)^2 \cdot \tau^4 e^{-0.675 \tau^4} \cdot \\ &F_1 \left(e \cdot \frac{1}{\tau^2} \right) d\tau \dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

式 (35) において、前述の深海波の取扱いの結果から $\bar{R}_N$ は考えない。せん断応力によるエネルギー供給量は浅海有義波の場合は、つぎの形で表わされる⁴⁾。

$$\begin{aligned} R_T &= E \cdot A_S \cdot g \cdot \left(\frac{U^2}{c^3} \right) \frac{1}{2} \left[1 + \left(\tanh \frac{2 \pi D}{L} \right)^2 \right] \\ &= \frac{\pi^3 A_S}{2 g} \rho U^2 \cdot \frac{H^2}{T^3} \left[\coth \frac{2 \pi D}{L} + \left(\coth \frac{2 \pi D}{L} \right)^3 \right] \dots \dots \dots (41) \end{aligned}$$

ここで A_S は深海波の A に対応するもので、前述したところから $(10 \sim 20) \times 10^{-6}$ 程度の値を取るものと考えられる。上式において、

$$F_2 = \coth \frac{2 \pi D}{L} + \left(\coth \frac{2 \pi D}{L} \right)^3 \dots \dots \dots (42)$$

とおくと、 F_1 と同様に D/L_0 、すなわち $2 \pi D/gT^2$ の関数として与えられる。式 (41) から

$$\begin{aligned} \bar{R}_T &= \frac{\pi^3 A_S \rho U^3}{2 g} \cdot \left[\frac{H^2}{T^3} \left(\coth \frac{2 \pi D}{L} + \coth^3 \frac{2 \pi D}{L} \right) \right] \\ &= 0.0838 A_S (1+0.90 r - 0.138 r^2) \cdot \frac{h_s^2}{t_s^3} \cdot \\ &B(e, r) \cdot \rho U^3 \dots \dots \dots (43) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} B(e, r) &= \int_0^\infty (1-r+0.927 r \tau^2)^2 \cdot e^{-0.675 \tau^4} \cdot \\ &F_2 \left(\frac{e}{\tau^2} \right) d\tau \dots \dots \dots (44) \end{aligned}$$

浅海波における海底摩擦によるエネルギー損失は、Putnum-Johnson により次式で表わされる。

$$D_f = \frac{4}{3} \pi^2 \rho \cdot k \cdot \frac{H^3}{T^3 \left(\sinh \frac{2 \pi D}{L} \right)^3} \dots \dots \dots (45)$$

ここで k は摩擦係数で Bretschneider は有義波については、観測結果から一般に $k=0.01\sim 0.02$ を用いるのが最も良好なことを示している。この式がやはり個々の成分波について成立すると仮定すれば D_f の平均値は

$$\bar{D}_f = \frac{4}{3} \pi^2 \rho k \cdot \int_0^\infty S_{H^3}(T) \cdot \frac{1}{T^3 \left(\sinh \frac{2\pi D}{L} \right)^3} dT \dots\dots\dots (46)$$

ここで $S_{H^3}(T)$ は周期に関する H^3 のスペクトルを示すもので、相関係数 r を用い次のように求められる。

$$S_{H^3}(T) = \frac{6 a^2 \langle \bar{H} \rangle^3 \left[1 - r + ar \left(\frac{T}{\bar{T}} \right)^2 \right]^3}{1 + \left(\frac{12}{\pi} - 3 \right) r^2 + \left(2 - \frac{6}{\pi} \right) r^3} \cdot \frac{T^3}{\langle \bar{T} \rangle^4} \cdot e^{-\frac{\pi a^2}{4} \left(\frac{T}{\bar{T}} \right)^4} \dots\dots\dots (47)$$

式 (46) で

$$F_3 = \frac{1}{\left(\sinh \frac{2\pi D}{L} \right)^3} \dots\dots\dots (48)$$

とおくと、 F_1 および F_2 と同様に $D/L_0 = 2\pi D/gT^2$ の関数として与えられる。

$$\alpha' = \frac{4}{3} \pi^2 k = 13.15 k \dots\dots\dots (49)$$

とおくと α' は $0.1\sim 0.2$ の程度であることが考えられる。

式 (46) および式 (47) から

$$\bar{D}_f = 0.005082 \alpha' (1 + 0.90 r - 0.685 r^2) \frac{h_s^3}{t_s^3} \cdot C(e, r) \cdot \rho U^3 \dots\dots\dots (50)$$

ただし

$$C(e, r) = \int_0^\infty (1 + r + 0.927 r \tau^2)^3 \cdot e^{-0.675 \tau^4} \cdot F_3(e/\tau^2) d\tau \dots\dots\dots (51)$$

したがって式 (35) において、 $\bar{R}_N = 0$ とおき式 (39) (43), (50) の各式を代入し、第1近似として r^2 以上の項を省略すると、つぎの式が得られる。

$$\begin{aligned} & 0.1677 \frac{d}{df} \left[(1 - 0.30 r) h_s^2 \cdot t_s \cdot A(e, r) \right] \\ &= 0.0838 A_s (1 + 0.90 r) \cdot \frac{h_s^2}{t_s^3} \cdot B(e, r) \\ & - 0.005082 \alpha' (1 + 0.90 r) \frac{h_s^3}{t_s^3} \cdot C(e, r) \dots\dots\dots (52) \end{aligned}$$

この式中の A, B, C は $r, \bar{e}$ および d の関数であるが、 r については2次または3次の多項式であり、つぎの形をもつ。

$$\begin{aligned} A(e, r) &= a_0(e) + a_1(e) \cdot r + a_2(e) \cdot r^2 \\ B(e, r) &= b_0(e) + b_1(e) \cdot r + b_2(e) \cdot r^2 \\ C(e, r) &= c_0(e) + c_1(e) \cdot r + c_2(e) \cdot r^2 + c_3(e) \cdot r^3 \\ &\dots\dots\dots (53) \end{aligned}$$

これらの式の a, b, c などはずべて

$$\int_0^\infty \tau^n \cdot F_m \left(\frac{d}{2\pi (\bar{e})^2} \cdot \frac{1}{\tau^2} \right) \cdot e^{-0.675 \tau^4} d\tau \begin{pmatrix} m=1, 2, 3 \\ n=0, 2, 4, 6, 8 \end{pmatrix}$$

の形をもつ積分可能な関数であるが、数値積分によって求めなければならない。われわれの場合には $d=0.02\sim 1.0$, $\bar{e}=0.1\sim 0.8$ を考えれば良いので、ここでは $d=0.04, 0.06, 0.08, 0.10, 0.20, 0.40, 0.60, 0.80, 1.0$ について数値計算を行なう。

計算の結果を $d=0.06$ の場合について示すと式 (52) は次のごとくなる。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{df} \left[\{ (0.01124 + 0.215 t_s - 0.470 t_s^2) \right. \\ & \left. + r(-0.00121 + 0.0513 t_s - 0.0738 t_s^2) \} h_s^2 t_s \right] \\ &= A_s \{ (0.1894 - 0.436 t_s + 1.676 t_s^2) \\ & + r(-0.02020 - 0.2489 t_s + 0.587 t_s^2) \} \frac{h_s^2}{t_s^3} \\ & - \alpha' \{ 0.005082 + r(0.03659 - 0.5227 t_s + \\ & 2.640 t_s^2 - 4.421 t_s^3) \} C_0(t_s) \frac{h_s^3}{t_s^3} \dots\dots\dots (54) \end{aligned}$$

上式で左辺のカッコ内の第2項は深海波の式 (18) におけると同様に $|r| < 1$, $t_s < 1$ では第1項に比して小さいから、近似的にはこれを省略しても良い。したがって式 (54) はつぎの形になる。

$$\begin{aligned} & r[\alpha'(0.03659 - 0.5227 t_s + 2.640 t_s^2 - 4.421 t_s^3) \cdot \\ & C_0(t_s) \cdot h_s - (-0.02020 - 0.2489 t_s + 0.587 t_s^2) \cdot \\ & A_s] = A_s (0.1894 - 0.436 t_s + 1.676 t_s^2) \\ & - 0.005082 \alpha' C_0(t_s) \cdot h_s - \frac{t_s^3}{h_s^2} \cdot \frac{d}{df} \{ (0.01124 \\ & + 0.215 t_s - 0.470 t_s^2) h_s^2 \cdot t_s \} \dots\dots\dots (55) \end{aligned}$$

すなわち所要の d の値について、上式を計算しておけば t_s, h_s が与えられるようなときには、 r は近似的に上式の形から計算されることになる。上式申での常数 A_s および α' の値によっても r は変化することになる。ここでは A_s の値は当然深海波において用いられた A の値と同一程度の値を取るのが妥当であり、 $A_s \approx 15 \times 10^{-6}$ と考えるべきである。 α' の値は前述したように $0.1\sim 0.2$ の程度となるべきである。そこで $A_s = 1.5 \times 10^{-6}$ とし、 $\alpha' = 0.1, 0.2$ および 0.3 において式 (55) から d のおのおのの値について、図-2 で与えられる t_s および h_s を用いて f についての r を計算してみると、 $\alpha' = 0.1$ および 0.15 の場合には、 $d=0.04\sim 1.0$ に対して r はすべて f とともに増加する形となり、初めに仮定された r の減少の傾向とは反対である。 $\alpha' = 0.20, 0.25$ および 0.30 に対しては r は f とともに減少する傾向を示し、 α' が大きいほどいじりやすい。しかし $\alpha' = 0.30$ に対しては、 r は -0.7 以下に下がって仮定された範囲を越えることになる。したがってこれらの計算の結果から少なくとも、 $d=0.04\sim 1.0$ の範囲内で仮定を満足するための α' の値は $0.20\sim 0.25$ の値を取るべきことがわかる。このことは式 (49) から摩擦係数 k が約 $0.015\sim 0.019$ であることを示している。

式 (55) はそのままの形では $r=0$ の付近で正しく、それからはずれると誤差が大きくなる恐れがある。しかし $f > f_u$ の場合 (完全に波が発達した状態) には、 $dP/dF=0$ で $\bar{R}_T = \bar{D}_f$ となるから、 r はかなり正確に計算され、また $f < f_t$ の場合には r の値は当然深海波の r に収れんすることになる。したがって $f > f_u$ 、 $f < f_s$ に対する r を正しく計算し、また式 (55) から $r=0$ を与える f の値を正しく計算することができる。まず r が深海波の r に収れんする場合の f の値を求めるに $\bar{D}_f$ の値が $\bar{R}_T$ にくらべて十分小さくなる場合の f として、式 (43)、(50) から、

$$\frac{\bar{D}_f}{\bar{R}_T} = 0.0606 \frac{\omega'}{A_s} \cdot \frac{C \left(\frac{d}{2\pi(\bar{t})^2} \cdot r \right)}{B \left(\frac{d}{2\pi(\bar{t})^2} \cdot r \right)} \cdot h_s$$

$$= 0.000808 \cdot \frac{C_0(\bar{t}) + C_1(\bar{t}) \cdot r}{b_0(\bar{t}) + b_1(\bar{t}) \cdot r} \cdot h_s \dots \dots (56)$$

$\bar{D}_f/\bar{R}_T < 1/50$ となるような f の値 f_0 をおのおのの d について計算すると、図-3 に示すごとく $\bar{D}_f$ が $\bar{R}_T$ にくらべて省略できるような f_0 の値が求められ、近似

図-4 r_u と d の関係

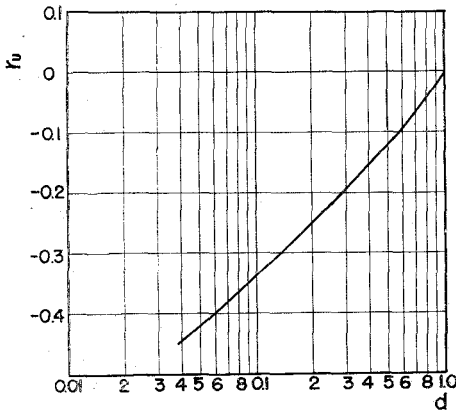
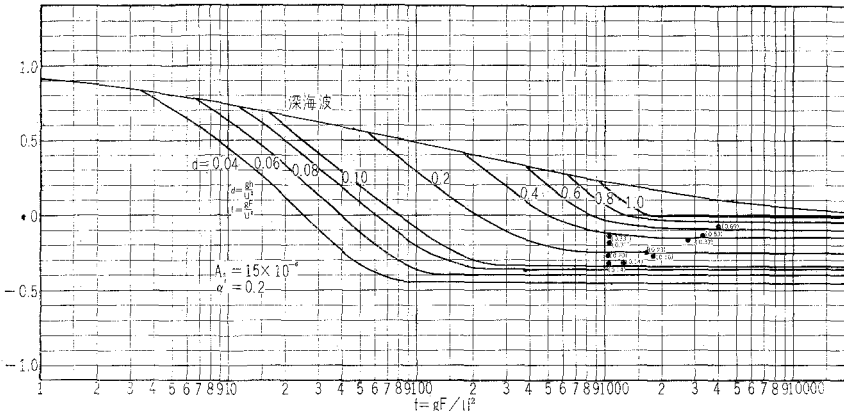


図-5 浅海波における r の値



的に、

$$f_0 = 1000 d^{1.80} \dots \dots \dots (57)$$

で表わされる。これは式 (26) とくらべると、有義波の波高と周期が海底摩擦の効果によって、深海波のそれからはずれ始める点 f_t の約 1/2、また理論的に有義波が海底摩擦の効果を受け始める地点 f_i' 式 (31) よりもさらに小さい。これは不規則波の成分波としては有義波の波長よりも、さらに大きい波長をもつ波が存在することから考えて当然のことと思われる。したがってわれわれは式 (57) による f_0 において、 r は深海波のそれと一致するものと考えて差し支えない。

$r=0$ を示す f の値 $f(r=0)$ は、前述の式 (55) によって $A_s = 15 \times 10^{-6}$ 、 $\alpha' = 0.2$ において、図-4 に示すごとく求められ、次式で表わされる。

$$f(r=0) = 1060 d^{1.30} \dots \dots \dots (58)$$

つぎの $f > f_u$ における r の最終一定値は、式 (56) で $\bar{D}_f/\bar{R}_T = 1$ において求められる。この場合 C_0 、 C_1 、 b_0 、 b_1 は近似式を用いないで、式 (55) から推定される r の値を用いて $\bar{t}$ を求め、これから計算されるので、近似度は高いがやはり r の 2 次以上は省略されている。かくして求められる r の最終値 r_u は d について 図-4 のように表わされる。

すなわち r の値は $f=f_0$ で、深海波の値から漸次減少して、 $f(r=0)$ において 0 の値になり、さらに減少して $f \geq f_u$ において一定値となる。中間の値は式 (55) から推定される。かくして $d=0.04, 0.06, 0.08, 0.10, 0.20, 0.40, 0.80, 1.0$ に対して r の変化を示すと 図-5 のごとくである。

これからわかるように d が小さいほど相関係数 r の減少はいちじるしく、 d が大きくなって浅海の影響が小さくなるほど r の減少は少なく、 d の増加とともに深海波の値からのはずれは少なくなる。

参考資料

- 1) Bretschneider, C.L.: "Wave Variability and Wave Spectra for Wind-Generated Gravity Waves", Tech. Memo. No. 118, B.E.B. Aug. 1959.
- 2) Beach Erosion Board: "Shore Protection Planning and Design", Tech. Report No. 4, 1961.
- 3) Sverdrup, H.U. and W.H. Munk: "Wind Sea and Swell, Theory of Relations for Forecasting", U.S. Hydrographic Office, Pub. No. 601, 1947
- 4) 岸 力: 海岸の波浪について、第 2 回海岸工学講演集, 1955