

防波堤で遮へいされた水域の擾乱波について

和田 明*

1. 緒 言

近頃、湾口あるいは湾奥に大防波堤を設置して外港を作り、沿岸地域の高潮の被害を防止軽減するとともに、この大防波堤の内側の海面を埋立てて、臨界工業地帯を造成しようとする計画がある。このような臨海工業地帯の造成や港湾規模が拡大する傾向は、今後ますますいじりしくなっていくものと思われ、この付近の水域における海象は大きく変わることが予想される。この際、当然、防波堤の適切な配置が問題となり、その配置いかんにより、擾乱波の状態を軽減することができないばかりか、逆に強めるような結果になることも考えられる。したがって、その計画設計の際には、来襲する波浪の諸性質（進行方向、波高、波形、波速）により、防波堤遮へい水域内の静穏さの限度を知る必要が生じてくる。

この大防波堤の風波に対する効果は、港口より侵入する風波の回折現象と防波堤遮へい水域内面積の広さによる湾内発生風波から決定される。しかし、この大防波堤の高潮潮位に対する効果は、高潮波長が長ければ、遮へい水域内外の水位は同じになり効果はあまり期待できないが、入射波長が短かければ防波堤端からの侵入に対して回折現象が起こり、遮へい水域の水位は外海水位よりやや低くなるであろう。そこで本文においては、この種の問題の解答を見出す意味で、単純な境界を有する一つの model 水域について考察を加えてみる。すなわち無限長沿岸の前面に、ある距離をへだてた半無限長大防波堤に、波高を一定にして種々の入射角、波長を有する長周期波を侵入せしめたとき、沿岸水域および大防波堤遮へい水域内の水位上昇を数値計算し検討を加えたものである。

先に、A.E. Heins¹⁾ は音響回折理論において、本文と同じ境界問題に対する解を見出しており、最近、J. Crease²⁾ は同じ方法で回転体系における半無限水路内へ伝播する波の特性を研究している。したがって本文において利用されるのは、Wiener-Hopf 法にもとづいた彼の解法である。電磁波や音波の特別な境界を有する回折問題が、Wiener-Hopf 型積分方程式として式化でき、したがって厳密に解くことができることを示したのは、J. Schwinger³⁾ であった。Schwinger の発見に先だって、厳密に解かれた回折問題といえば、Sommerfeld による半無限平面による波の回折理論であって Sommerfeld の解⁴⁾ は数理物理学において、決定的な一里塚とし

て長い間みなされてきた。複雑な境界を有する回折問題を巧妙に解くことに成功した Schwinger の貢献は実際、はなはだ重要なものとしてみななければならない。

すなわち、J. Schwinger³⁾ は $\nabla^2 u + k^2 u = 0$ の方程式に関連する電磁波理論や音響学の境界値問題を、Wiener-Hopf 型積分方程式として式化するのに、Green の定理をいかに有用化できるかを示した。

Wiener-Hopf 型の方程式

$$f(x) = \int_0^\infty g(x_0) \cdot K(x-x_0) dx_0, \quad x > 0$$

は、変換変数の Argand 平面での関数論的考察とともに、Fourier 変換を適用することによって解かれる。

2. 基本方程式

本文においては、多くの長波理論と同じように、垂直方向の運動は水平方向のそれに対し省略でき、また水平速度成分の自乗および相乗積も省略できるものと仮定すれば、運動方程式は、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \cdots \cdots (1)$$

ただし、 η は水面上昇、 u, v は水平面 (x, y) における速度成分であり、 x, y, t のみの関数である。

連続方程式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{h} \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad \cdots \cdots (2)$$

ただし、海の深さ h は一様であり、 η に比して大きいものと仮定する。式 (1), (2) から η に対する微分方程式は、

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} - \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0 \quad \cdots \cdots (3)$$

もし、運動が時間に関して調和的であるならば、

$$\eta(x, y, t) = \eta(x, y) \cdot \exp(-j\sigma t)$$

によって、式 (3) は、つぎのようになる。

$$(\nabla^2 + k^2)\eta = 0 \quad \cdots \cdots (4)$$

ただし、

$$k^2 = \frac{\sigma^2}{g^2} + \frac{\sigma^2}{gh}, \quad k^2 = \frac{\sigma^2}{gh}$$

防波堤および沿岸地帯に対する境界条件は、流速の垂直成分が 0 にならなければならないことから、

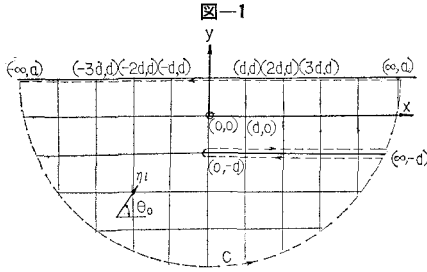
$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad \begin{cases} x > 0, y = -d \\ -\infty < x < \infty, y = d \end{cases} \quad \cdots \cdots (5)$$

式 (4) 中の k は、小さい正の虚数部分を有するものとし、問題の解が得られたとき 0 とおくことにする。

* 学生員 工修 大阪大学大学院学生

3. 積分方程式の解

沿岸地域が、 $-\infty < x < \infty$, $y = d$ に、防波堤が、 $0 < x < \infty$, $y = -d$ にあるものとしよう (図-1 参照)。



Contour C の内部における、水位上昇 $\eta(x, y)$ は、Green 関数、 η および $\partial\eta/\partial n$ ($\partial/\partial n$ は境界面に垂直でかつ外側に向う微分を表す) の境界値の項で表わされる。したがって

$$\begin{aligned} \eta(x, y) &= \int_C \left\{ G_1(x, y; x_0, y_0) \frac{\partial \eta(x_0, y_0)}{\partial n_0} \right. \\ &\quad \left. - \eta(x_0, y_0) \frac{\partial G_1}{\partial n_0}(x, y; x_0, y_0) \right\} ds_0 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \eta(x_0, y_0) \frac{\partial G_1}{\partial y_0} \right\}_{y_0=d} dx_0 \\ &\quad + \int_0^{\infty} \left\{ [\eta] \frac{\partial G_1}{\partial y_0} \right\}_{y_0=-d} dx_0 \\ &\quad + \int_{C_1} \left\{ G_1 \frac{\partial \eta}{\partial n_0} - \eta \frac{\partial G_1}{\partial n_0} \right\} dS_0 \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ただし、最後の積分の C_1 は、図-1 に示された半円を示し、

$$[\eta] = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} [\eta(x_0, y_0 + \epsilon) - \eta(x_0, y_0 - \epsilon)]$$

を表わすものとする。

式 (4)

$$(p^2 + k^2)\eta = -\delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0)$$

の自由空間の Green 関数は

$$G_1(x, y; x_0, y_0) = \frac{j}{4} \cdot H_0^{(1)}(k \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2})^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

で表わされる。ただし、 $\delta(x)$ は Dirac の delta 関数であり、 $H_0^{(1)}$ は 0 次の第 1 種 Hankel 関数である。

式 (7) の積分表示は

$$\begin{aligned} G_1(x, y; x_0, y_0) &= \frac{j}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k^2 - m^2}} \\ &\quad \times \exp j\{\sqrt{k^2 - m^2}|x - x_0| + m(y - y_0)\} dm \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

上式において

$$\frac{\partial}{\partial y_0} G_1(x, d; x_0, y_0) = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

なるように、 $G_1(x, y; x_0, y_0)$ を選ぶものとする。

すると、式 (6) は

$$\begin{aligned} \eta(x, y) &= \int_0^{\infty} \left\{ [\eta] \frac{\partial G_1}{\partial y_0} \right\}_{y_0=-d} dx_0 \\ &\quad + \exp jk(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0) \\ &\quad + \exp jk\{x \cos \theta_0 - (y - 2d) \sin \theta_0\} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$x > 0$, $y = -d$ で定義されている式 (10) に $\partial/\partial y$ を operate すると、 $[\eta(x_0, -d)]$ に対する Wiener-Hopf 型非同次積分方程式が得られる。すなわち

$$g(x) = h(x) + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_0) \cdot K(x - x_0) dx_0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、積分方程式の核 $K(x - x_0)$ は

$$K(x - x_0) = \frac{\partial G_1}{\partial y_0} \Big|_{y=y_0=-d} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= 0 & : x < 0 \\ &= [\eta(x_0, -d)] & : x > 0 \\ g(x) &= 0 & : x > 0 \\ h(x) &= 0 & : x < 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} &= 2k \sin \theta_0 \cdot \sin(2dk \sin \theta_0) \\ &\quad \times \exp jk(x \cos \theta_0 + d \sin \theta_0) & : x > 0 \end{aligned}$$

$x < 0$ に対する $g(x)$ は式 (11) で定義されている。式 (11) は、方程式の両辺の Fourier 変換をとることによって解くことができる^{5), 6)}。

$$\begin{aligned} \bar{g}(\alpha) &= \bar{h}(\alpha) + \bar{\varphi}(\alpha) \cdot \frac{\partial^2}{\partial y \partial y_0} \\ &\quad \times \bar{G}(\alpha, y, y_0)_{y=y_0=-d} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ただし、 $\bar{g}(\alpha)$, $\bar{h}(\alpha)$, $\bar{\varphi}(\alpha)$, $\bar{G}(\alpha, y, y_0)$ はそれぞれ $g(x)$, $h(x)$, $\varphi(x)$, G の Fourier 変換である。

$$\frac{\partial^2}{\partial y \partial y_0} \bar{G}(\alpha, y, y_0)_{y=y_0=-d} = -\bar{Q}(\alpha)$$

とおき、 $\bar{Q}(\alpha)$ を 2 つの $\bar{Q}_+(\alpha)/\bar{Q}_-(\alpha)$, すなわち 1 つは、複素変数 α の上半平面で正則、他のものは下半平面において正則なものに因数分解できるものとする、

$$\bar{\varphi}(\alpha) = \frac{\bar{h}(\alpha) \cdot \bar{Q}_+(\alpha)}{\bar{Q}_-(\alpha)}$$

すると、式 (2) は、つぎのような Fourier 変換の項で表わすことができる。

$$\begin{aligned} \eta(x, y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty - i\epsilon}^{\infty - i\epsilon} \left[\bar{\varphi}(\alpha) \frac{\partial \bar{G}}{\partial y_0} \right]_{y_0=-d} d\alpha \\ &\quad + \exp jk(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0) \\ &\quad + \exp jk[x \cos \theta_0 - (y - 2d) \sin \theta_0] \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ただし、 $-l_m(k) < \epsilon < 0$

沿岸近辺および防波堤による遮へい水域内の擾乱波高は式 (15) の極における留数を計算すれば算出できる。

以上の計算は、入射波が正弦的なものとして計算してきたが、いま入射波が正弦的なものではなく、任意な波形——たとえば single hump 状の波形——を有するものとする。これを Fourier 積分でもって表わして、いろいろの波長の正弦波型の集合とみなして、各 elementary の正弦波の擾乱量が、式 (15) から求められるので、これを Fourier 積分的に寄せ集めれば得られるはずである。すなわち

$$\eta_i(x, y, t) = f(\alpha x + \beta y - t) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 $\alpha = \cos \theta_0/c$, $\beta = \sin \theta_0/c$

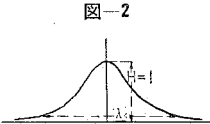
とおくと、Fourier の定理により、

$$\eta_i(x,y,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-j\sigma\epsilon}d\sigma$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}f(\xi)e^{j\sigma(\alpha x+\beta y-t)}d\xi\cdots\cdots(17)$$

となる。ここでは波形の f として

$$f(\xi)=\begin{cases} \frac{H}{a_1-b_1}(a_1e^{-b_1\xi}-b_1e^{-a_1\xi}) & (\xi>0) \\ \frac{H}{a_1-b_1}(a_1e^{b_1\xi}-b_1e^{a_1\xi}) & (\xi<0) \end{cases} \quad (a>b>0)$$
$$\cdots\cdots\cdots(18)$$

式(18)は、図-2のような、前後に対称な波であり、その最大振幅は H である。この関数形の特長として、その波形が明確でないので、ここでは波長として、振幅が $H/10$ なる2点の長さをとってある。



したがって、式(15)で表わされる沿岸近辺および遮へい水域内の擾乱波高 elementary 正弦波を合成すると、

(I) $x>0, d>y>-d$

$$\eta(x,y,t)=\frac{2}{a_1-b_1}\left[\frac{\sin(2dk\sin\theta_0)}{2dk\sin\theta_0}\right]^{1/2}\left[a_1e^{-b_1(x/c-t)}-b_1e^{-a_1(x/c-t)}\right]\cdot\exp\left(\frac{2jdk}{\pi}\right)$$
$$\times\left[(1-\cos\theta_0)\left(1-r+\log\frac{j\pi}{2dk}\right)-\theta_0\cdot\sin\theta_0\right]\cdots\cdots(19)$$

(II) $x>0, -d>y>-\infty$

$$\eta(x,y,t)=\frac{1}{a_1-b_1}\left[a_1\cdot e^{-b_1(\alpha x+\beta y-t)}-b_1\cdot e^{-a_1(\alpha x+\beta y-t)}\right]$$
$$(\alpha x<t-\beta y<\beta y+2d\beta)$$
$$\eta(x,y,t)=\frac{1}{a_1-b_1}\left[a_1\cdot e^{-b_1(\alpha x+\beta y-t)}-b_1\cdot e^{-a_1(\alpha x+\beta y-t)}\right]$$
$$+a_1\cdot e^{-b_1[\alpha x+\beta(y+2d)-t]}-b_1\cdot e^{-a_1[\alpha x-\beta(y+2d)-t]}$$
$$(t>\beta y+2d\beta)$$
$$\cdots\cdots(20)$$

(III) $x>0, d>y>-\infty$

$$\eta(x,y,t)=\frac{1}{a_1-b_1}\left[a_1\cdot e^{-b_1(\alpha x+\beta y-t)}-b_1\cdot e^{-a_1(\alpha x+\beta y-t)}\right]$$
$$(\alpha x<t-\beta y<\beta y-2d\beta)$$
$$\eta(x,y,t)=\frac{1}{a_1-b_1}\left[a_1\cdot e^{-b_1(\alpha x+\beta y-t)}-b_1\cdot e^{-a_1(\alpha x+\beta y-t)}\right]$$
$$+a_1\cdot e^{-b_1[\alpha x-\beta(y-2d)-t]}-b_1\cdot e^{-a_1[\alpha x-\beta(y-2d)-t]}$$
$$(t>\beta y-2d\beta)$$
$$\cdots\cdots(21)$$

4. 数値計算結果

無限長沿岸地帯と半無限長防波堤間の距離を $2d=3.0$

km とし、これに外海から波高を一定にし、種々の入射角、波長を有する長周期波を入射せしめたとき、沿岸水域および防波堤遮へい水域内での水位上昇を数値計算した。初期水深 $h=10$ m にとっており、入射波高 $H=1$ m とする。入射波の特性は表-1 のようである。

表-1

入射角 θ_0	入射波長 λ (km)	a_1	b_1	(a_1/a_1-b_1)	(b_1/a_1-b_1)
0°	30	0.03165	0.022155	3.3333	2.3333
30°	20	0.04749	0.033243	"	"
60°	10	0.09490	0.06643	"	"
90°	6	0.0015800	0.0011060	"	"

また、入射波波長 λ と防波堤と沿岸地帯間の距離 $2d$ との間には、 $2d/\lambda<1/2$ の関係が保持されることを仮定する。

図-3 入射角と最大振幅比との関係 (exp $ikx=1$)

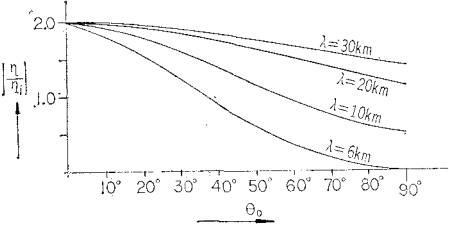


図-3 は、入射角 $\theta_0=0^\circ\sim90^\circ$ に対する大防波堤遮へい水域内で起こりうる最大振幅比 (exp $jkx=1$) を、長周期入射波長 $\lambda=6, 10, 20, 30$ km の4つの場合の計算値である。これによると、長周期入射波が沿岸と防波堤面に平行に侵入してきたときは、遮へい水域内の擾乱波高が2倍にまで励起されることがわかり、入射波長 $\lambda=20, 30$ km のときには、入射角が沿岸および防波堤面に直角なときでさえも、振幅比の値は1を越しており、波長が大なる場合には、防波堤による遮へい効果があり期待できないことを示している。上記表-1の特性を有する入射波による沿岸および防波堤付近での擾乱波の最大振幅比の値を図示する図表を作製したが、その一部が図-4, 5, 6, 7 に示される。これらの図表から、大防波堤遮へ

図-4 最大振幅比

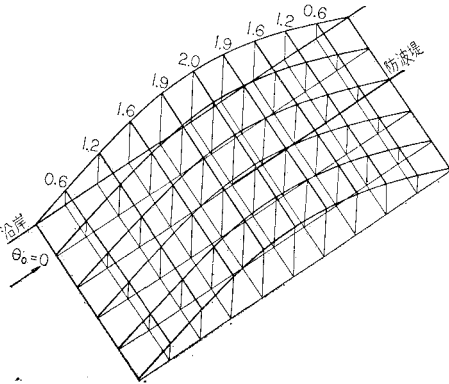


図-5 最大振幅比
($\lambda=30$ km)

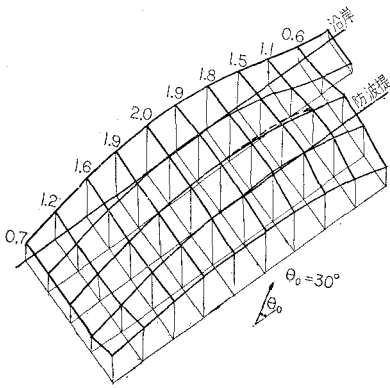


図-6 最大振幅比
($\lambda=30$ km)

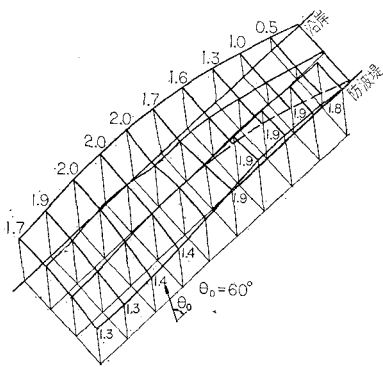
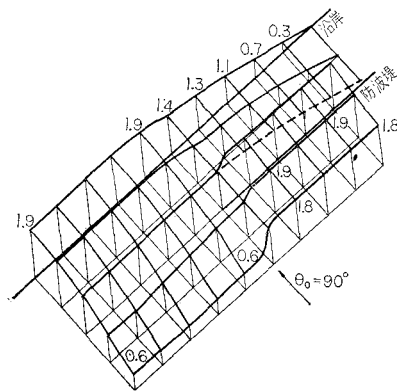


図-7 最大振幅比
($\lambda=30$ km)



い水域各地点での水位上昇率、防波堤前面での反射状況および防波堤に無関係に波浪の直進する部分での擾乱状態が一見してわかる。これによると、入射角が小さいときには防波堤前面と裏面との間に水位差は認められないが、入射角が防波堤に直角になるにしたがってこの面における水位差が顕著になっている。

図-8,9,10,11 は、入射角 ($\theta_0=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) を一定にして、波長をいろいろ変化させたときの沿岸地域

図-8 沿岸水域での水位上昇率
($\theta_0=0^\circ$)

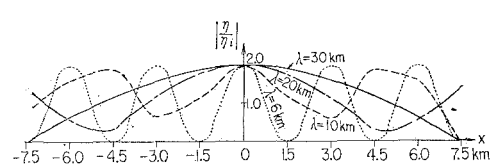


図-9 沿岸水域での水位上昇率
($\theta_0=30^\circ$)

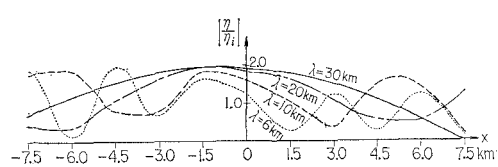


図-10 沿岸水域での水位上昇率
($\theta_0=60^\circ$)

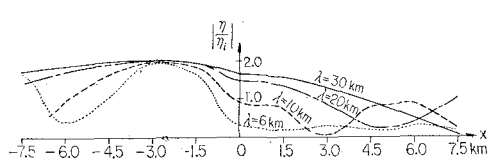
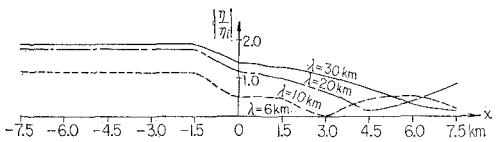


図-11 沿岸水域での水位上昇率
($\theta_0=90^\circ$)



での最大振幅比の値を示している。これらの図で、 $x>0$ の沿岸は、大防波堤遮へい水域内にある地域である。また、図-12,13,14,15 は、入射波長を一定にして、入射角をいろいろ変化させた場合の沿岸地域での擾乱状態を示している。入射角 $\theta_0=0^\circ$ のときには、波形は左右対称形を有し、防波堤の効果がないことがわかる。 $\theta_0=30^\circ$ の場合も、ほぼ同様の傾向を示している。入射角が防波堤面に直角に近づくほど、遮へい水域内の波高は減少し、

図-12 沿岸水域での水位上昇率
($\lambda=6$ km)

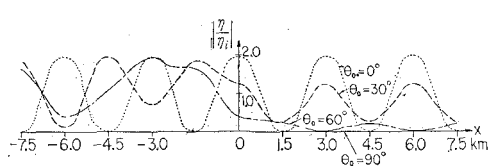


図-13 沿岸水域での水位上昇率
($\lambda=10$ km)

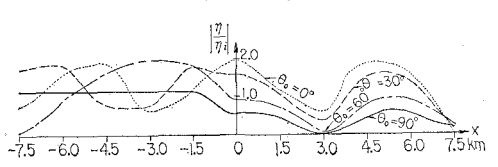


図-14 沿岸水域での水位上昇率
($\lambda=20$ km)

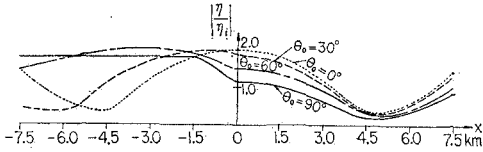
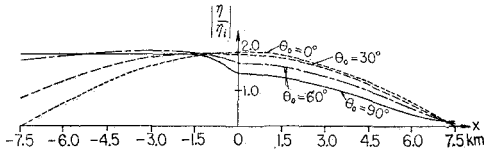


図-15 沿岸水域での水位上昇率
($\lambda=30$ km)

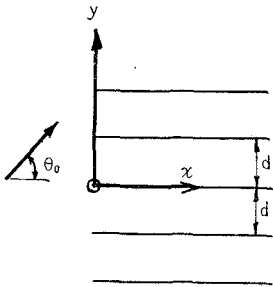


$2d/\lambda=0.3\sim 0.5$ の程度の波長の波であれば、防波堤遮へい効果が、 $x>0$ の全水域にわたって現われ、 $2d/\lambda<0.15$ のときには、防波堤端では最大振幅比は 1.5 ぐらいの値を示すが、 $x/\lambda=0.1\sim 0.2$ の地点から奥の水域では、遮へい効果が現われる。

5. 構造物群による波の擾乱⁷⁾

外海からの平面波が等間隔におかれた無限の組からなっている、周期的に配置された構造物群に入射してくるものとする。

図-16



これら構造物の配置は、図-16 のように配置されており、次式によって与えられる。

$$y=md \quad x>0 \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (22)$$

構造物群へ入射してくる波は

$$\eta(x, y, t) = \exp jk(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0) \cdot \exp(-j\sigma t) \quad (23)$$

また、入射角 θ_0 、入射波長 λ と構造物の配置間隔 d との間に、つぎのような仮定を設ける。

$$-\frac{\pi}{2} < \theta_0 \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 < \frac{d}{\lambda} < \frac{1}{2} \quad (24)$$

ここでは、式 (3) なる基本方程式で $x \rightarrow -\infty$ において、式 (23) になり

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = 0, \quad y=md, \quad x>0 \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (25)$$

なる境界条件を満足する解を見出すことである。もし、運動が時間に関して調和的であるならば、式 (4) なる Helmholtz の方程式を式 (25) の境界条件で解けばよいことになる。

$\eta(x, y)$ は、あきらかに入射波 $\eta_i(x, y) = \exp jk(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0)$ に構造物群による擾乱波 $\eta_s(x, y)$ を加えたものから成り立っている。 $\eta_s(x, y)$ は、二次元の Green の定理により与えられる。

$$\eta_s(x, y) = \int_c \left[G(x, y; x_0, y_0) \frac{\partial \eta_s}{\partial y_0} - \eta_s \frac{\partial G(x, y; x_0, y_0)}{\partial y_0} \right] ds_0 \quad (26)$$

上式の Green 関数は、式 (7) を満足するものとする。 $[\eta_m(x_0)]$ を構造物群の 2 つの面での η の間の差とすると、

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} [\eta(x_0, md+\epsilon) - \eta(x_0, md-\epsilon)] = \begin{cases} [\eta_m(x_0)] & : x_0 > 0 \\ 0 & : x_0 < 0 \end{cases} \quad (27)$$

このとき、全体の η は、

$$\eta(x, y) = e^{jk(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0)} - \frac{j}{4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [\eta_m(x_0)] \times \left[\frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial y_0}(kR) \right]_{y_0=md} dx_0 \quad (28)$$

いま、構造物が周期的に配置されていることから、

$$[\eta_m(x)] = \eta_0(x) \cdot \exp jm\sigma \quad (29)$$

ただし、

$$\sigma = kd \sin \theta_0$$

そして、

$$R^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$$

から、

$$\frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial y_0} = -\frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial y}$$

したがって、式 (28) はつぎのようになる。

$$\eta(x, y) = e^{jk(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0)} + \frac{j}{4} \frac{\partial}{\partial y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm\sigma} \int_0^{\infty} \eta_0(x_0) \cdot H_0^{(1)} \times \{k \sqrt{(y-md)^2 + (x-x_0)^2}\} dx_0 \quad (30)$$

$\eta_0(x_0)$ を決定するための積分方程式は、 $y=nd$ における、境界条件によって求められる。 $p=m-n$ とおき $\exp(jknd \cdot \sin \theta_0)$ で割れば、

$$0 = jk \sin \theta_0 e^{jkx \cos \theta_0} + \int_0^{\infty} K(x-x_0) \cdot \eta_0(x_0) dx_0 \quad x>0 \quad (31)$$

$$K(x-x_0) = \frac{j}{4} \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{jp\sigma} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \times H_0^{(1)} [k \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-nd-pd)^2}] \right\} \quad (32)$$

式 (31) は、非同次型 Wiener-Hopf 型積分方程式であって、その解を求めると、

$$F[\eta_0(x)] = F(\omega) = \frac{2k[\cos(kd \sin \theta_0) - \cos(\sigma - kd \cos \theta_0) \sin \theta_0]}{(k^2 - \omega^2)^{1/2} \cdot \sin[(k^2 - \omega^2)^{1/2} \cdot d] (\omega - k \cos \theta_0)}$$

.....(33)

ただし, F は

$$F(\omega) = \int_0^\infty \eta(x_0) \cdot e^{j\omega x_0} dx_0 \quad \text{.....(34)}$$

によって定義された η_0 の Fourier 変換である。

変換 $F(\omega)$ の項で, 水位上昇 $\eta(x, y)$ は

$$\begin{aligned} \eta(x, y) &= e^{jk(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0)} \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} \int_c d\omega \cdot F(\omega) \cdot e^{j(\omega x + n\sigma)} \\ &\quad \times \left\{ \frac{\cos[(y - nd - d)(k^2 - \omega^2)^{1/2}]}{\cos[d(k^2 - \omega^2)^{1/2}]} \right. \\ &\quad \left. - \frac{e^{j\sigma} \cos[(nd - y)(k^2 - \omega^2)^{1/2}]}{-\omega^2)^{1/2} - \cos \sigma} \right\} \\ &\quad \text{.....(35)} \end{aligned}$$

で表わされる。

なお, 本稿作成にあたり終始, ご鞭達をいただいた室田助教授と, 数値計算などに熱心なご協力をいただいた本学研究生 佐藤邦明, 学部学生 岡田 耕の諸氏に厚く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Heins, A.E. : The scope and limitations of the method of Wiener and Hopf, Commun. Pure Appl. Math. Vol. 9, pp. 447~466 (1956).
- 2) Crease, J. : The propagation of long waves into a semi-infinite channel in a rotating system, J. Fluid Mech, Vol. 4, pp. 306~320.
- 3) Schwinger, J.S. : Fourier transform solution of integral equation, M.I.T. Radiation Laboratory Report.
- 4) Sommerfeld, A. : Riemanns-Weber's Differentialgleichungen der Physik, 8th ed, pp. 433 (1935).
- 5) Titchmarsh, E.C. : Introduction to the theory of Fourier integrals, Oxford Univ. Press., 1937, pp. 339~342.
- 6) Copson, E.T. : On an integral equation arising in the theory of diffraction, The Quarterly Jour. of math. Oxford series, Vol. 17, pp. 19~34.
- 7) John W. Miles : The diffraction of a sound wave by an infinite set of plates, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 20, No. 4, July (1948).