

高潮の数値実験による二、三の結果について

宇野 木 早 苗*・磯 崎 一 郎**

1. はしがき

実際の複雑な地形や気象条件のもとでの高潮の計算も、高性能の電子計算機の力を借りることによってある程度可能になり、伊勢湾台風以後、日本の主要海湾の高潮計算が気象庁によって次々と実施された^{1)~4)}。もちろん高潮の現象自体でよくわからないところがあり、かつ、それに働く外力や摩擦についての量的に正確な知識にとほしく、さらに計算機の性能にも限界があるので、上述の計算結果にも問題は多く残されている。しかしながら現在のわれわれの知識で、量的にどの程度現象を説明しうるかを理解しておくことも大切なことであろう。

たまたま、われわれは計算機 (IBM 7070 型、八幡製鉄 KK 付置) を用いて東京湾の高潮を計算する機会を得た。その際二、三の点で数値実験を試みたので、結果の一部をここに報告する。台風による東京湾の高潮はすでに宮崎・上野および著者によって 10 例が計算されているので⁵⁾、これらと今回の計算結果とを比較対照する必要上、多少問題はあがあるが前回と同じ基本式を用いた。運動方程式と連続の式は

$$\frac{2M}{\partial t} = -g(h+\zeta)\text{grad}(\zeta - \zeta_a) + \frac{\tau_s}{\rho_w} - \frac{\tau_b}{\rho_w} \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\text{div} M \quad \dots\dots(2)$$

である。ここで ζ は静水面からの海面の上昇量、 M は

単位幅あたりの海面から海底までの流量ベクトル、 g は重力加速度、 h は水深、 ζ_a は海面上の気圧変化を水柱の高さで表わしたものの、 ρ_w は海水の密度、 τ_s と τ_b は風が海面におよぼす接線応力と海底摩擦のベクトルとで、次式で示される。

$$\tau_s = \rho_a r^2 W |W|, \tau_b = -\frac{1}{2} \tau_s + \frac{3\mu M}{(h+\zeta)^2} \quad \dots\dots(3), (4)$$

ここで、 ρ_a は空気密度、 μ はうず粘性係数、 W は風のベクトルである。摩擦係数 r^2 については多くの報告があるが⁶⁾、ここでは 2.6×10^{-3} を採用する。

境界条件は海岸では $M=0$ 、湾口では便宜的に

$$\zeta = m \zeta_a \quad \dots\dots(5)$$

と置く (m は比例定数)。気圧分布は藤田の式で表現され、風は傾度風に比例する項と場の風とのベクトル和で表現されるとした。計算のプログラミングは宮崎の方法を踏襲した。詳細は文献^{2), 6)}を参照されたい。

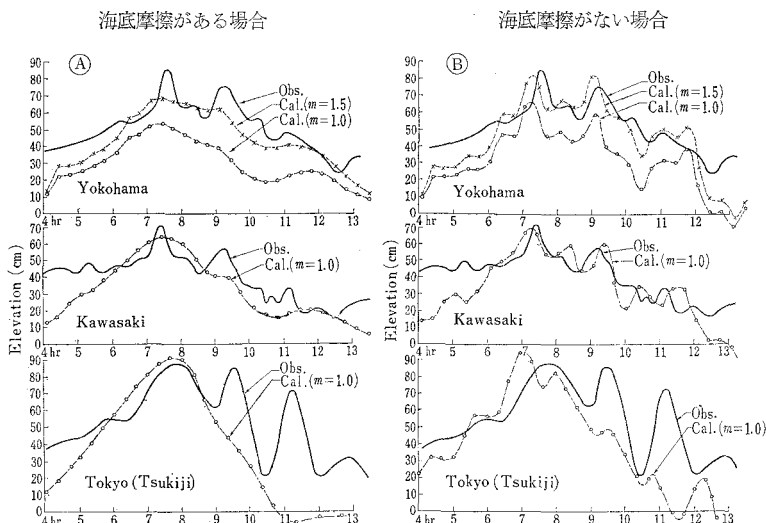
5821 号台風について実測値と計算値を比較したものを図-1 に示す⁷⁾。この台風は、高潮はそれほど大きくなかったが、検潮記録が割合に多くて理論の検証に都合がいいので選ばれた。台風経路は図-5 に示されている。海底摩擦を考慮した場合は、全体の傾向は実測とほぼ一致したが、高潮に付随する振動はうまく出なかった (図-1 A)。これは式 (4) で仮定した海底摩擦が適当でないことに原因がある。よって大阪湾や周防灘の計算に

は宮崎と上野^{3), 4)}は Reid の考えを用いて、流速の二乗に比例する項をふくむ摩擦を考えた。われわれは試みに $\tau_b=0$ として計算したところ、振動の様相はかなりよく実測と一致した (図-1 B)。ただし減衰に関しては湾口からの流出量も関係しているので、いっそうの検討が必要である。また東京 (築地) においてはピークのあとにきわめて大きな振動が十分に計算でもって説明し得なかったが、これは外力の急激な変化を考慮していないためと思われる。

2. 台風速度の影響

湾内の高潮発達の一つの条件として、台風速度が湾内の長波の速度 $\sqrt{gh}$ に近いことがよくいわれている。しかし室戸台風以後、和達⁸⁾、そ

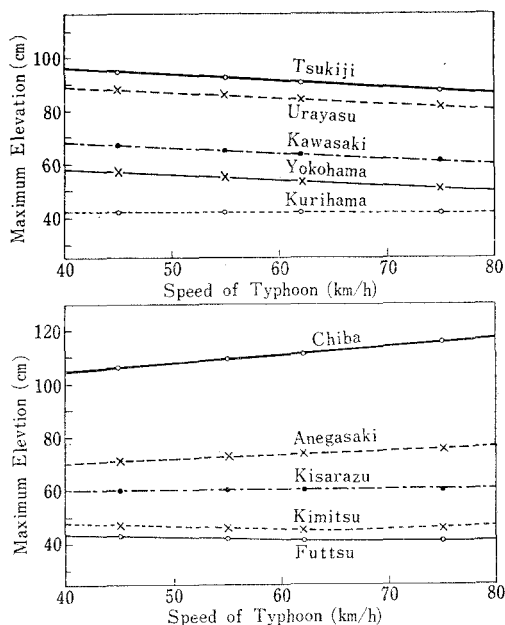
図-1 5821 号台風 (1958 年 3 月 17 日) による東京湾の高潮の実測値 (実線) と計算値 (鎖線と破線) の比較



* 正員 理博 気象研究所海洋研究部

** 気象研究所海洋研究部

図-2 東京湾各地の最大潮位の台風速度による相違
(モデル台風は 5821 号台風)

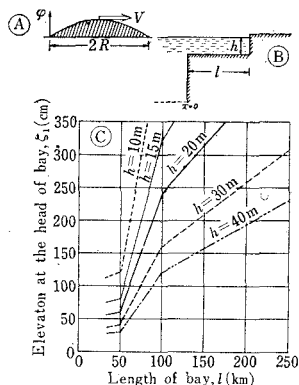


の他によって、小さな湾では共鳴の効果はそれほど期待できないと述べられているが、現在なお台風速度の影響が過大視されているので、これを明確にするために、5821 号台風が 45 km/h, 55 km/h, 62 km/h (現実), 75 km/h の 4 通りの速さで進む場合を計算した。なお、東京湾の長波の平均速度は 55~60 km/h である。

図-2 にその結果を示す。明らかに、東京湾の西岸(横須賀, 横浜, 川崎, 築地, 浦安)においては、台風が速くなると潮位が低くなり、湾の東岸の北半分(千葉, 姉ヶ崎)ではこれと逆になっている。東岸の南半分(君津, 富津)ではむしろ長波の速度に近いところで潮位が低い傾向が見られ、中間の木更津では 4 例ともまったく同じ潮位である。すなわち、台風速度と長波速度が等しいとき、潮位が特に高まるとは決していえないのである。これはつぎのように考えられる。今の経路の場合は、台風が速いと、台風通過時に東ないし東南東から吹いてくる湾内の最大強風の継続時間が短くなり、西岸の潮位は大きくなりにくい、一方、これらの強風は湾奥の東海岸にとってはマイナスに働いているから、その作用が弱まって逆に水位は高くなるはずである。もちろん西寄りの風の継続時間が長くなることも影響している。

したがって東京湾のような狭い海域では上記の共鳴現象はほとんど問題にする必要がなく、台風速度の影響は、風の継続時間に結びついていることが理解できる。ただし、潮位は、45 km/h と 75 km/h の場合でも高々 10% の差が見られる程度であり、かつ各地点の最高潮位の起時も、台風の速度によってそれほど大きな差は認められない。そこでどの程度の湾の大きさになると共鳴現

図-3 湾奥の潮位の計算値(一次元の場合)



象が問題になるかを知るために、水深 h , 湾の長さ l なる簡単な一次元の湾を考える(図-3 ③)。線形の計算モデルを

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -C^2 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + F(t, x), \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial M}{\partial x},$$

$$(\zeta)_{x=0} = G(t), \quad (M)_{x=l} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

とする。 $C = \sqrt{gh}$ である。いま流量と潮位を、 $M = M_1 + M_2$, $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2$ の 2 つにわけて考える。一つは強制力の項をふくみ、ほかは湾口潮位の変動にともなう自由波とすれば、それぞれは次式を満足している。

$$\frac{\partial M_1}{\partial t} = -C^2 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + F(t, x), \quad \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} = -\frac{\partial M_1}{\partial x},$$

$$(\zeta_1)_{x=l} = 0, \quad (M_1)_{x=l} = 0 \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial t} = -C^2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x}, \quad \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = -\frac{\partial M_2}{\partial x},$$

$$(\zeta_2)_{x=0} = G(t), \quad (M_2)_{x=l} = 0 \dots \dots \dots (8)$$

初期条件としては、流体は静止していて潮位の変化もないとする。いま

$$F(t, x) = \varphi\left(t - \frac{x}{V}\right), \quad t \geq \frac{x}{V}; \quad F(t, x) = 0, \quad t < \frac{x}{V} \dots \dots (9)$$

とすれば

$$\zeta_1 = \frac{V}{V^2 - C^2} \int_0^{t - \frac{x}{V}} \varphi(\xi) d\xi$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{V^2}{C(V^2 - C^2)} \int_{t - \frac{l}{V} - 2n\frac{l}{C} - \frac{l-x}{C}}^{t - \frac{l}{V} - 2n\frac{l}{C} - \frac{l-x}{C}} \varphi(\xi) d\xi$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{V}{V^2 - C^2} \left\{ \int_0^{t - 2n\frac{l}{C} - \frac{x}{C}} \varphi(\xi) d\xi \right.$$

$$\left. + \int_0^{t - (2n+1)\frac{l}{C} - \frac{l-x}{C}} \varphi(\xi) d\xi \right\} \dots \dots \dots (10)$$

が式(7)の解となる。分母の形から、気象じょう乱の速度 V が長波の速度 C に近い場合には潮位がいちじるしく高まることが期待できる。これがいわゆる共鳴の効果である。なお式(10)およびつぎの式(11)の $\sum_{n=0}^{\infty}$ は単に形式上にて、 φ の argument が負となるものはすべて消えるから有限個数の和を表わしているに過ぎない。 $V = C$ の場合には

$$\begin{aligned} \zeta_1 = & \frac{x}{2C^2} \varphi \left(t - \frac{x}{C} \right) - \frac{1}{2C} \int_0^{t - \frac{x}{C}} \varphi(\xi) d\xi \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{l}{2C^2} \left\{ \varphi \left(t - (2n+1) \frac{l}{C} - \frac{l-x}{C} \right) \right. \\ & \left. - \varphi \left(t - (2n+2) \frac{l}{C} - \frac{x}{C} \right) \right\} \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2C} \left\{ \int_0^{t - 2n \frac{l}{C} - \frac{x}{C}} \varphi(\xi) d\xi \right. \\ & \left. + \int_0^{t - (2n+1) \frac{l}{C} - \frac{l-x}{C}} \varphi(\xi) d\xi \right\} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

となり、第1項は距離 x に比例する。いま 図-3 ㉓ のような風速分布の気象じょう乱

$$\varphi(\xi) = K \sin \frac{\pi C}{2R} \xi, \quad 0 < \xi < \frac{2R}{C}; \quad \text{それ以外では } \varphi(\xi) = 0$$

が C なる速度で進む場合を考える。半径 $R=200$ km, 最大風速 30 m/sec ($K=28.8$ c.g.s.) の場合の湾奥の潮位(じょう乱の山がきたとき)を 図-3 ㉔ に示す。湾の長さが数 10 km より短い場合には、日本の大部分の海湾がそうであるが、台風速度と長波の速度が一致しても特別に大きく潮位は高まらない。海域が広くなると共鳴効果が距離に比例して増大する。一方において、湾口および湾奥での反射の影響が加わるので事情はさらに複雑になる。現在の条件では、湾の長さが 100 km の場合には、 50 km の場合の4倍にも潮位が高くなっている。実際には ζ_1 に ζ_2 が加わるが、これは自由波なので共鳴効果に対しては考えなくてもよい。 ζ_2 については次節で考える。

3. 湾口条件

高潮のときには、湾口を通じて湾外とかなりの量の海水の流出入があるが、その実際について、われわれはほとんど何も知らないで、湾口条件としては式(5)のように、湾口潮位は気圧変化にともなう静力学的水位変化に比例すると仮定した。そこで $m=1.0$ の場合と、 $m=1.5$ の場合とを計算し、その結果の比較を 図-1 に示した。

$m=1.0$ の場合は、湾奥に近い川崎、築地では実際とほぼ一致するが、湾口に近い横須賀や横浜では実際より低過ぎる。一方、 $m=1.5$ とすると、湾口に近い場所ではピークが実験と一致するが、湾奥では高過ぎる結果が得られた。すなわち、このような一つの比例係数でもって湾口と湾奥を同時に合わせようとすることは困難である。また 図-1 からわかるように、いずれの場合も台風接近以前にすでに起こっている潮位上昇を説明し得ない。結局、式(5)のような便宜的取り扱いでは、湾外からの流出入量を十分に把握することができなくて、境界条件として不満足なことがわかる。これを解決するために、宮崎らが試みたように^{3), 4)}、計算範囲をできるだけ沖の方まで広げることも有力な方法であるが、その際には海水の成層の影響や広く伸びた境界の取り扱いなどの複雑な問題がふくまれてくる。とにかく外海の高潮の

実態を知ることが何より大切であって、この方向に研究を進めねばならない。

なお、ここで湾口で潮位を与えることの意味を考えよう。これはすでに先人によって明らかにされていることであるが、誤解を招きやすい点があるのと、また震研の梶浦博士から有益な助言を受けたので簡単にふれておく。基本式として、湾口潮位が $G(t)$ で与えられている式(8)を考えよう。解は

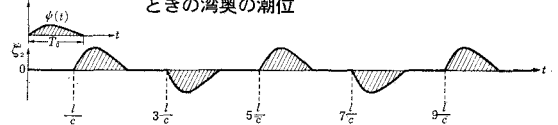
$$\begin{aligned} \zeta_2 = & \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[G \left\{ t - 2n \frac{l}{C} - \frac{x}{C} \right\} \right. \\ & \times H \left\{ t - 2n \frac{l}{C} - \frac{x}{C} \right\} + G \left\{ t - (2n+1) \frac{l}{C} - \frac{l-x}{C} \right\} \\ & \left. \times H \left\{ t - (2n+1) \frac{l}{C} - \frac{l-x}{C} \right\} \right] \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ただし、 H は階段関数で $H(t-\xi)=0, t<\xi; H(t-\xi)=1, t>\xi$ である。式(12)も $\sum_{n=0}^{\infty}$ は形式上のことで、実際は有限個数の和で表わされることは式(10)の場合と同じである。いま時刻 $0 < t < T_0$ の間だけ湾口潮位が変化すると考える。すなわち

$$G(t)=0, t<0; G(t)=\psi(t), 0<t<T_0; G(t)=0, t>T_0$$

とすれば、式(12)は $\psi(t)$ なる波形が湾口と湾奥とで反射をくり返しているにすぎないことを表わしている。たとえば湾奥の潮位を図示すると 図-4 のようになり、ある時間に湾口に与えられた潮位変動は、決して外に逃げることなく、永久に往復運動を続けるであろう。次々に湾口に潮位じょう乱を与えれば、それらは順次湾内にたくわえられてゆく。したがってこの湾口潮位は、外から中に入ってくる波、あるいは中から外に逃げてゆく波を意味していることではないことに注意しなければならない。

図-4 湾口に $\psi(t)$ なる潮位変動を与えたときの湾奥の潮位



4. 台風経路の影響

台風が 図-5 に示すような 11 通りの経路をとる場合の高潮を比較してみよう。台風モデルとして伊勢湾台風を選んだ。図-6 にはこの 11 通りの経路についての東京築地の潮位変化を示してある(表-1)。

台風が近いほど高潮が大きいに思いがちであるが、実際には必ずしもそうでなく、図からわかるようにいずれの系統のコースでも、台風が当該地点の左側のある距離を通るときが最も高く、それから左右に経路がそれるにしたがって潮位が低くなる。これは台風域内の風の分布が中心に対して非対称であって、最強風域が中心の右側(危険半円)にあることによる。そして一般に最強風域の風向が湾の主軸方向に沿うような台風経路のと

図-5 計算に用いた台風経路

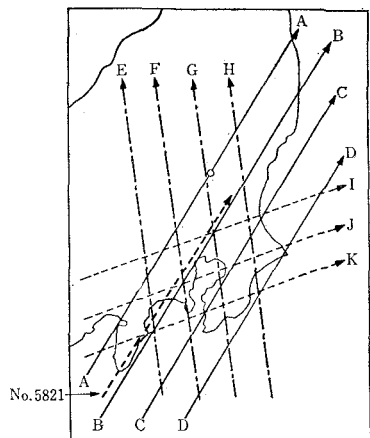


図-6 モデル台風(伊勢湾台風)が図-5の11通りの経路を通る場合の東京築地における潮位の比較

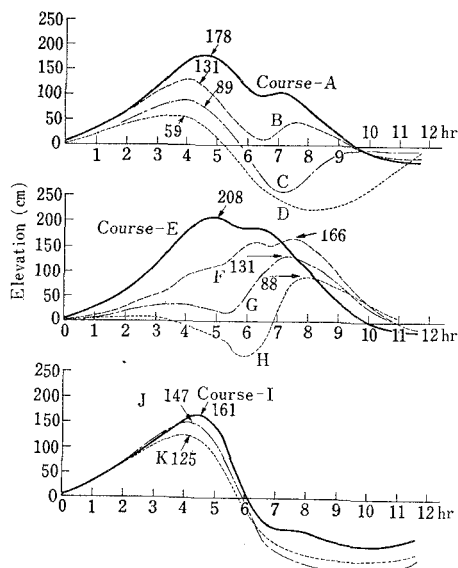
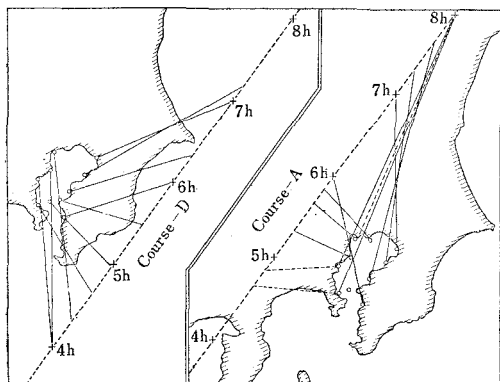


図-7 伊勢湾台風がAコースとDコースを通る場合(図-5), 東京湾各地で潮位が最高になったときの台風中心の位置(台風速・73 km/h)

表-1 伊勢湾台風が図-5の11コースを通った場合の最高潮位 (cm, $m=1.0$)

台風経路	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
横 浜	86	78	62	48	109	111	92	61	72	83	78
川 崎	113	94	68	50	135	130	102	70	100	101	91
築 地	178	131	89	59	208	166	131	88	161	147	125
浦 安	171	123	85	56	204	182	137	87	154	137	113
千 葉	267	244	179	99	199	217	197	146	247	179	82
木 更 津	138	117	93	56	128	135	118	87	143	130	89

きに一番大きい潮位上昇が起こる。われわれのモデル台風では、最強風域は中心の右側 60~120 km のところにある。それで台風がAコースやEコースを通るときにいちじるしい高潮が起こるのであるが、経路がこれよりさらに左にかたよれば潮位上昇は小さくなるであろう。ただし台風によって強風域の位置が異なるから、危険コースはそれぞれの台風の構造によって異なるであろう。

今の場合、築地では台風がEコース(キティ台風のコース)を進むときが最も潮位が高まるが、これは最強風域の風向が湾上から東京に向う方向と一致することによる。しかし湾全体としては、湾の主軸方向に強風が向うAコース(大正6年台風のコース)の場合が最も高潮が発達する²⁾。一方において湾の東岸の木更津ではIコースが最も潮位が大きい。ただし現実にはI, Jコースを通る台風はきわめて数が少なく、また非常に衰弱しているので、現実にはいちじるしい高潮を生ずる可能性はほとんど考えられない。とにかく同じ湾内でも、地理的条件によって危険な台風コースが相違することに注意を要する。

図-7は伊勢湾台風がAコースとDコースを通った場合に、湾内各地で最高潮位が起こる時刻の台風位置を示したものである。横浜、川崎、東京などでは、Aコースのときは台風が最も接近するころ潮位は最大になるが、Dコースのときには台風が接近するはるか以前に最高潮位が現われる。東海岸では、Dコースでは台風の通過にとまって最大時刻もほぼ南から北に移るが、Aコースでは必ずしもそうでない。これらのことから台風に対する警戒態勢をとる場合に十分注意すべき点である。ただ実際には台風の変形、衰弱などによって多少の変化が生ずる。なお台風が図-5の各種のコースを通ったときの、東京湾の数地点における最高潮位を表-1にかかげておく。詳細については文献7)を参照されたい。

5. 運動方程式の各項の大きさ

高潮の運動をよく理解するために、運動方程式の各項の大きさを調べてみる。しかしくわしく解析するだけの実測資料が得られないので、数値計算の結果を用いる。それにはすべての項をふくめて計算した結果にもとづいて議論するのが妥当であるが、今はそれができないので、一部の項を省略した式(1)による計算結果について調べ

図-8 運動方程式中の各項の分布 (y 成分), 伊勢湾台風が A コース (図-5) を通る場合 (単位: 10^{-2} cm/sec)

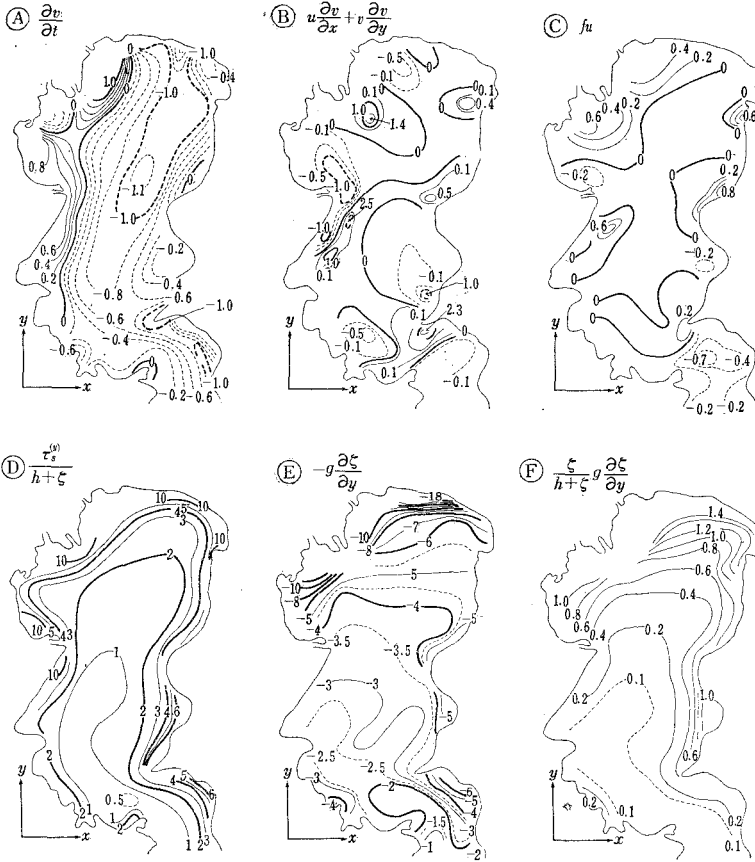
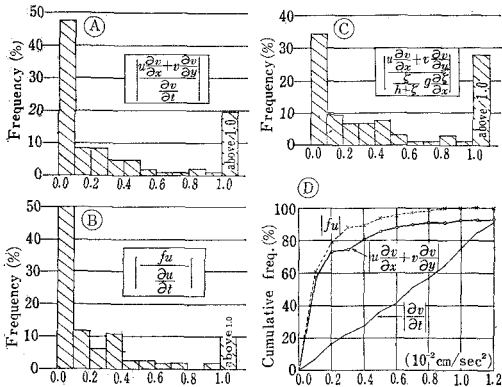


図-9

- ① 慣性項と局所微分の比
② コリオリの力と局所微分の比
③ 2つの非線形項の比
④ 累積頻度の分布



ることにする。その結果、省略した項が実際に小さければこの取り扱いが近似的に許されるであろう。最も高潮が顕著な代表例として、伊勢湾台風がAコースをとる場合を考える。図-8のA, B, Cは、湾奥の潮位が最も高いところ(台風位置は図-5のAコースの上の白丸)の、局所微分 $\frac{\partial v}{\partial t}$ 、慣性項 $u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}$ 、地球自転の項 fu の分布を示したものである。この時刻には大勢として

は、湾の中央部には湾口に向う流れが卓越し、西海岸と東海岸に沿っては湾奥に向う流れが見られる。上図は湾の主軸方向(y軸)への各成分の大きさを表わしている。

湾全体での $|\partial v / \partial t|$ の中央値は 0.69×10^{-2} cm/sec²、4分位偏差は 0.33×10^{-2} cm/sec² である。一方、慣性項 $|u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}|$ の値の大部分(約75%)は 0.20×10^{-2} cm/sec² より小さい。慣性項と局所微分との比は図-9(A)に示されているが、湾の大部分においては後者の方が前者にくらべていちじるしく大きい。ただ、同程度もしくは慣性項の方が大きいのが1/5近くの部分を占めているが、これは水深の浅いところに限られていて、このような場所では慣性項の省略は許されない。しかしながら湾全体に対してはこの影響は小さいので、われわれが式(8)で慣性項を省略したことは大体許されるであろう。なお図-8(B)の慣性項の分布で非常に大きい値

が、ところどころ孤立して存在するが、これは内そうが十分でないことに基因するものと思われる。

地球自転に関する項 fu も小さくて、半数は $\partial v / \partial t$ の1/10以下である(図-9(C))。 $\partial v / \partial t$ と同程度もしくはそれ以上のものも10%ほど存在するが、東京湾程度の狭い海域では地球自転の影響を無視することも、それほど大きな誤りではないことがわかる。 $|fu|$ の値は80%は 0.2×10^{-2} cm/sec² 以下であるが、最大値は 0.9×10^{-2} cm/sec² に達している。

なお、式(1)で非線形の慣性項は省略したが、同じ非線形の $g \zeta \text{ grad } \zeta$ の項は残した。しかるに長波では両者は同じオーダーと見なされ、この取り扱いは一見矛盾したように思われるので、この点を吟味してみよう。単位質量について考えれば、後者の項のy成分は $\zeta / h + \zeta \cdot g \cdot \partial \zeta / \partial y$ となる。この分布は図-8(F)に、また慣性項との比は図-9(E)に示されている。これから、湾の大部分においては、 $\zeta / h + \zeta \cdot g \cdot \partial \zeta / \partial y$ の方が慣性項より大きく、したがって、式(1)で慣性項を省略し、ほかを残したのはそれほど矛盾していないことが理解できる。慣性項の方が大きいのは、大体湾口付近の水深が大きくて流れの強いところである。なお、もう一つの慣性

項 $w \frac{\partial u}{\partial z}$ も $u \frac{\partial u}{\partial x}$ と同じオーダーである。

海面傾斜によって生ずる圧力傾度の中の線形部分 $-g \frac{\partial \zeta}{\partial y}$ の分布は 図-8 ⑤ に示されるが、 $\left| \frac{\partial v}{\partial t} \right|$ の数倍の大きさである。一方単位質量当りの風の応力の寄与は $\frac{\tau_s^{(y)}}{h+\zeta}$ で近似されるので、この値が 図-8 ⑥ に示されている。今の stage では、湾内の風速は 30~34 m/sec, 風が y 軸となす角度は $25^\circ \sim 40^\circ$ であるから、 $\tau_s^{(y)}$ の値は 23~34 gr/cm/sec² の範囲にある。風の応力の項は一般に水位勾配による圧力傾度と反対の向きであって、やはり $\partial v / \partial t$ にくらべていちじるしく大きい。なお紙面の都合で x 成分についてはふれなかったが y 成分の場合とはほとんど同じ結果が得られている。

終りに、本計算を行なうにあたり IBM 7070 型電子計算機の使用についていろいろ便宜をはかっていたいただいた八幡製鉄KKの関係者の方々、および有益な助言とご討論をお願いした気象庁の宮崎正衛博士と地震研究所の梶浦欣二郎博士に対して衷心より感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 気象庁・名古屋港管理組合：伊勢湾高潮の総合調査報告，気象庁技術報告，第4号，287 pp. (1960).
- 2) 気象庁・東京都：東京湾高潮の総合調査報告，247 pp. (1960).
- 3) 気象庁海洋気象部・第三港湾建設局：大阪湾高潮の総合調査報告，気象庁技術報告，第11号，235 pp. (1961).
- 4) 気象庁海洋気象部・第四港湾建設局：瀬戸内海西部高潮の総合調査報告，気象庁技術報告，第16号，217 pp. (1962).
- 5) Wilson, B.W.: Note on surface wind stress over water at low and high wind speeds. J. Geophys. Res., **10**, pp. 3377~3382 (1959).
- 6) Miyazaki, M., T. Ueno and S. Unoki: Theoretical investigations of typhoon surges along the Japanese coast. (I), Oceanogr. Mag., **13** (1), pp. 51~75; (II), Oceanogr. Mag., **13** (2), pp. 103~117 (1961~1962).
- 7) 宇野木早苗・磯崎一郎：東京湾の高潮と津波，木更津・富津沖の高潮と波浪について，第2篇，八幡製鉄KK立地調査室 (1961).
- 8) 和達清夫：台風によって生ずる大阪湾の津波について，海と空，**18** (12), pp. 421~438 (1938).