

津波の変形と陸上への打上げ高

北海道大学 教授 工学部 工学博士 岸 力
十條製紙 KK 花 井 正 次

1. 結 言

風波やうねりについては、変形および打上げ高の性質がかなり詳細に調べられている。しかし津波は波形勾配が風波やうねりとははなはだしく異なっているので、津波対策を考える場合には不明確な点が多い。

本文は津波を有限振巾の長波と考えた理論的な考察結果と実験結果とをあわせて、津波の変形と陸上への打上げ高について論じたものである。本文の結果は高潮の性質を考えるにも資するところがある。

2. 有限振巾長波の変形*

(1) 有限振巾長波の基本式

図-1 に示

すように水深が直線的に変化する海底勾配 α の水域を考える。図に示した記号を用いれば、有

限振巾長波の連続の式、および運動の式はそれぞれ (II-1)、(II-2) で与えられる。

$$[v^*(\eta^*+h^*)]_{x^*} = -\eta^*_{t^*} \quad \text{(II-1)}$$

$$v^*_{t^*} + v^*v^*_{x^*} = -g^*\eta^*_{x^*} \quad \text{(II-2)}$$

水深は図-1 に示したように (II-3) であらわされる。

$$h^* = \alpha(l_0^* - x^*) \quad \text{(II-3)}$$

諸量を無次元化するために、次の変換を行なう。

$$\left. \begin{aligned} x &= x^*/l_0^*, \quad h = h^*/\alpha l_0^*, \quad \eta = \eta^*/\alpha l_0^* \\ v &= v^*/v_0^*, \quad t = t^*/t_0^*, \quad t_0^* = (l_0^*/\alpha g^*)^{1/2} \\ v_0^* &= (\alpha g^* l_0^*)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad \text{(II-4)}$$

無次元化された基本式 (II-1)、(II-2) はそれぞれ (II-5)、(II-6) となる。

$$[v(\eta+1-x)]_x = -\eta_t \quad \text{(II-5)}$$

$$v_t + vv_x = -\eta_x \quad \text{(II-6)}$$

ここで

$$\eta + (1-x) = \eta + h = c^2 \quad \text{(II-7)}$$

とおけば、(II-5)、(II-6) はそれぞれ (II-8)、(II-9) となる。

$$c^2 v_x + 2 v c c_x + 2 c c_t = 0 \quad \text{(II-8)}$$

$$v_t + v v_x + 2 c c_x + 1 = 0 \quad \text{(II-9)}$$

(II-8)、(II-9) の特性曲線表示を求めると

$$dx/dt = v + c \quad \text{(II-10)}$$

$$v + 2c + t = k_1 = \text{const.} \quad \text{(II-11)}$$

$$dx/dt = v - c \quad \text{(II-12)}$$

$$v - 2c + t = k_2 = \text{const.} \quad \text{(II-13)}$$

(II-10) ~ (II-13) は (II-5)、(II-6) あるいは (II-8)、(II-9) にくらべはるかに簡明な形をしているが、それでもなお解を解析的に求めることは困難で、数値積分によらねばならない。筆者らは (II-10) ~ (II-13) の近似解を求め、簡単に有限振巾長波の変形を調べる方法を考えた。

(2) 有限振巾長波の変形

(II-10) および (II-11) に注目する。 $t=\tau$ のとき原点からでる特性曲線にそって考えれば、(II-11) から

$$v(\tau) + 2c(\tau) + \tau = v(t) + 2c(t) + t \quad \text{(II-14)}$$

これは、ある特性曲線にそって $t=\tau$ と $t=t$ の2つの時刻における関数 c の値の変化を示す関係である。

有限振巾の長波においては

$$\begin{aligned} v(t) &\approx 2\sqrt{h} \{ \sqrt{1+\eta/h} - 1 \} \approx \eta(t) h^{-1/2} \\ &\quad - \frac{1}{4} \eta^2(t) h^{-3/2} \quad \text{(II-15)} \end{aligned}$$

原点 $x=0$ では $h=1$ であるから

$$v(\tau) \approx \eta(\tau) - \frac{1}{4} \eta^2(\tau) \quad \text{(II-16)}$$

さらに波高変化に対して Green の式を用い $\eta(t) = \gamma(t) \cdot h^{-1/4}$ とすれば

$$v(t) \approx \gamma(\tau) h^{-3/4} - \frac{1}{4} \gamma^2(\tau) h^{-2} \quad \text{(II-17)}$$

(II-17) を (II-14) に代入し、 $\gamma(\tau) = c^2(\tau) - 1$ なる関係を考慮すれば

$$\begin{aligned} c(t) &= c(\tau) - \frac{1}{2}(t-\tau) + \frac{1}{2}\{c^2(\tau) - 1\} \\ &\quad \cdot \left[(h^{-3/4} - 1) - \frac{1}{4}\{c^2(\tau) - 1\}(h^{-2} - 1) \right] \quad \text{(II-18)} \end{aligned}$$

(II-18) を (II-10) に代入すれば

$$\begin{aligned} dx/dt &= c(\tau) - \frac{1}{2}(t-\tau) + \frac{1}{2}\{c^2(\tau) - 1\}\{(1-x)^{-3/2} + 1\} \\ &\quad - \frac{1}{8}\{c^2(\tau) - 1\}^2\{(1-x)^{-2} - 1\} \quad \text{(II-19)} \end{aligned}$$

(II-19) の右辺第4項を無視し、さらに $x=0 \sim 0.6$ 程度の範囲を考えて $(1-x)^{-3/2} \approx 1+x$ と近似すれば

* 本章の内容は筆者の一人岸が“有限振巾長波の変形”として土木学会北海道支部“技術資料”17号、昭36.2月に発表したものに、さらに訂正加筆したものである。

$$dx/dt = \{c^2(\tau) + c(\tau) - 1\} - \frac{1}{2}(t-\tau) \\ + \frac{1}{2}\{c^2(\tau) - 1\}x \dots\dots\dots(\text{II}-20)$$

(II-20) は容易に積分できるが、解の形は以後の計算に不便である。そこで右辺第3項の流速の補正項を無視して求めた x の近似値をあらためて第3項の x に代入し $t=\tau$ で $x=0$ となる近似解を求めると

$$x_1 = \{c^2(\tau) + c(\tau) - 1\}(t-\tau) - \frac{1}{4}(t-\tau)^2 \\ + \frac{1}{2}\{c^2(\tau) - 1\}\left[\frac{1}{2}\{c^2(\tau) + c(\tau) - 1\}(t-\tau)^2 \right. \\ \left. - \frac{1}{12}(t-\tau)^3\right] \dots\dots\dots(\text{II}-22)$$

この近似式は $(1-x)^{-3/4} \approx 1+x$ と近似したことと、(II-19) 右辺第4項を省略したことが互に相殺して、比較的よい近似を示すものと思われる。(II-22) は $t=\tau$ のとき原点からでる $x \sim t$ 平面上の特性曲線群をあらわす。この特性曲線上、任意の時刻の水位は

$$c(t) \approx c(\tau) - \frac{1}{2}(t-\tau) - \frac{1}{2}\{c^2(\tau) - 1\}x_1 \\ + \frac{1}{8}\{c^2(\tau) - 1\}^2\{1 - (1-x_1)^{-2} - 1\} \dots\dots(\text{II}-23)$$

で求められる。したがって原点における波形 $c(\tau)$ が指定されれば、(II-22)、(II-23) によって任意の点の波形を容易に求めることができる。

(3) 長波の砕波点

図-2

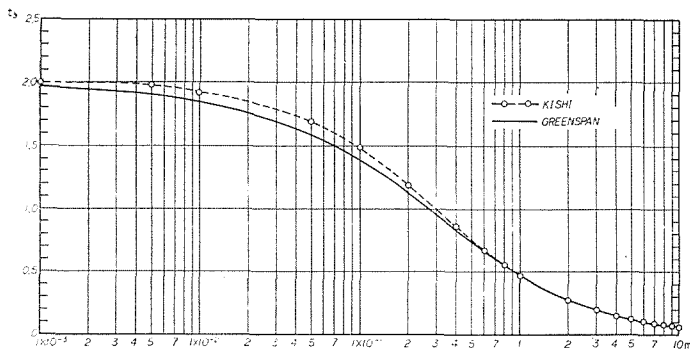
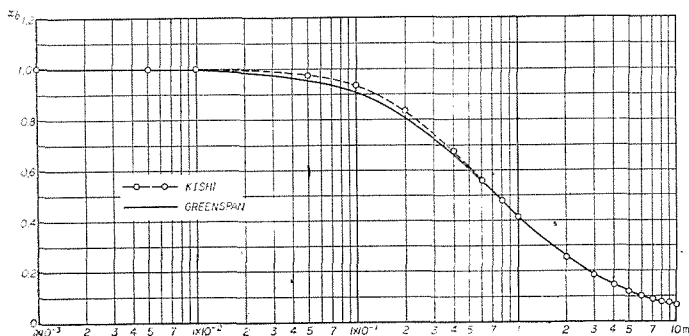


図-3



前節に示した近似解の精度をしらべるために砕波点を計算する。前にも述べたとおり基本式 (II-10)~(II-13) を解析的に扱った例はないが、砕波点だけならば Greenspan が厳密解を求めている。そこで前節の解と Greenspan の解とを比較し、解の精度を調べようとするものである。

(II-22) は特性曲線群の式で、特性曲線の交点が砕波点になる。特性曲線の交点は $dx/d\tau=0$ の解として求められる。(II-22) から $dx/d\tau=0$ は

$$\left\{ (2cc_\tau + c_\tau)(t-\tau) - (c^2 + c - 1) + \frac{1}{2}(t-\tau) \right\} \\ + \frac{1}{2}cc_\tau \left\{ (c^2 + c - 1)(t-\tau)^2 - \frac{1}{6}(t-\tau)^3 \right\} \\ + \frac{1}{4}(c^2 - 1) \left\{ (2cc_\tau + c_\tau)(t-\tau)^2 \right. \\ \left. - 2(c^2 + c - 1)(t-\tau) + \frac{1}{2}(t-\tau)^2 \right\} = 0 \\ \dots\dots\dots(\text{II}-24)$$

ただし上式中 $c=c(0,\tau)$, $c_\tau = \frac{d}{d\tau}[c(0,\tau)]$

$\tau=0$ なる初めの特性曲線で考えれば、静止の状態から波動が始まるものとして $c(0,0)=1$ である。したがって初めの砕波時刻 t_b は (II-24) から

$$\left(3c_\tau + \frac{1}{2} \right) t_b - 1 + \frac{1}{2}c_\tau \left(t_b^2 - \frac{1}{6}t_b^3 \right) = 0 \\ \dots\dots\dots(\text{II}-25)$$

t_b^3 の項を無視して t_b の正の解を求めると

$$t_b = \frac{-(6c_\tau + 1) + [(6c_\tau + 1)^2 + 8c_\tau]^{1/2}}{2c_\tau} \\ \dots\dots\dots(\text{II}-26)$$

(II-26) は初めの水位上昇速度と砕波時刻との関係を示すものであるが、これを初めの水面勾配と砕波時刻との関係に書きあらためる。 $\eta_x(0,0) = -\eta_\tau(0,0)/c(0,0) = -\eta_\tau(0,0)$, および $c_\tau(0,0) = \frac{1}{2}\eta_\tau(0,0)$ なる関係から

$$\eta_x(0,0) = -m \text{ とおけば} \\ c_\tau(0,0) = m/2 \dots\dots\dots(\text{II}-27)$$

(II-27) を用いれば (II-26) は

$$t_b = \frac{-(3m+1) + [(3m+1)^2 + 4m]^{1/2}}{m} \\ \dots\dots\dots(\text{II}-28)$$

となる。(II-28) で入射波がきわめて低い場合を考えれば $\lim_{m \rightarrow 0} t_b = 2$ であり、これを (II-22) に代入すれば $\lim_{m \rightarrow 0} x_b = 1$ となり、初めの水面勾配がいかに小さくても、圧縮性の波 ($m > 0$) である限り長波は汀線に達する前に砕けることが証明される。

また初めの砕波点は (II-22) から

$$x_b = t_b - \frac{1}{4} t_b^2 \dots \dots \dots (\text{II}-29)$$

となる。

一方 Greenspan の厳密解は

$$t_b = 2 \left\{ 1 - \left[\frac{2m}{1+m} \right]^{2/3} \right\} \dots \dots \dots (\text{II}-30)$$

$$x_b = t_b - \frac{1}{4} t_b^2 \dots \dots \dots (\text{II}-31)$$

である。(II-30), (II-31) で $\lim_{m \rightarrow 0} t_b = 2$, $\lim_{m \rightarrow 0} x_b = 1$ であり, 近似解も厳密解と一致している。近似解 (II-28), (II-29) と厳密解 (II-30), (II-31) とを比較して 図-2, 図-3 に示した。近似解は m が小さい範囲で厳密解より数%大きい値を与えるが, 全体としては厳密解とよく一致している。したがって, 前節に示した近似解法の精度もかなり高いものと判断される。

3. 津波の変形

微小振巾長波の変形については Green の式が成り立つといわれている。田中・室田は Green の式の成立条件を吟味するとともに, 振巾の大きさが長波の変形に与える影響を実験的にしらべ, 結果の一部は第7回海岸工学講演会で報告されている。その結論によれば波高水深比が $(H_i/h_i) < 0.5$ の範囲内では波高変化は Green の式によく適合する。しかし $(H_i/h_i) > 0.5$ となれば波高変化は Green の式から次第にはずれてくる。はずれの傾向については田中・室田はあえて結論を与えていないが, 実験結果によれば (H_i/h_i) の増加とともに波高変化は Green の式を下まわって緩慢になる傾向が認められる。例えば Green の式によれば波高と水深との関係は $H \propto h^{-1/4}$ であるが, $(H_i/h_i) \approx 1.0$ の実験値は $H \propto h^{-1/8}$ に近い配列を示している。このような実験結果と前章の理論とを比較検討し, 有限振巾波の変形について考察する。

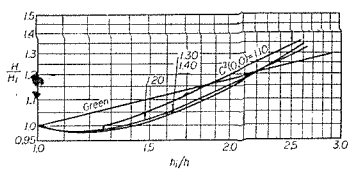
まず長波を考える。反射波がなければ流速の式

$$v = 2\sqrt{h} \{ \sqrt{1 + \tau_i/h} - 1 \} \dots \dots \dots (\text{III}-1)$$

は有限振巾波の厳密解であり, したがって (III-1) から導いた前章の (II-22), (II-23) は長波に対しては, かなりよい近似式と考えられる。(II-22), (II-23) を用いて $(\tau_i/h_i) = 0.1 \sim 0.4$ ($H_i/h_i \approx 0.2 \sim 0.8$) の範囲について, 水深変化

による波高変化を計算した結果を 図-4 に示す。図-4 によれば振巾が波高変化におよぼす影響はさして大きくない。 (τ_i/h_i) が大となればいくらか波高変化が緩慢になる傾向が認められるが, 計算の範囲内では, いずれの場合でも計算値と Green の式との差は 10% 以内に止まっている。 $(H_i/h_i) <$

図-4



0.5 であれば波高変化はほぼ Green の式にしたがうという前述の実験結果は, 図-4 によっても確かめられたものと思う。ただ 図-4 に示された波高変化は Green の式と多小異なった傾向をもっている。これは計算に用いた近似によるものであり, 主として $(1-x)^{-3/4} \approx 1+x$ としたことと起因している。この近似は (II-18) の右辺第3項を x の小さいところで過大に, x の大きいところで過小に評価したことに相当する。したがって計算の波高は x の小さいところで低く目に, x の大きいところで高か目になっており, 厳密解はさらに Green の式に近づくものと考えられる。

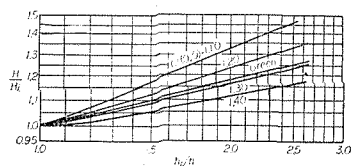
以上のように長波を対象とする限り, (H_i/h_i) の値は波高変化にほとんど影響しない。一方前述の田中・室田の実験によれば, $(H_i/h_i) > 0.5$ であれば波高変化が Green の式を下まわる傾向が示されている。この原因は実験に用いた波の性質にあると考えられる。そこで田中・室田による流速の測定結果をしらべてみる。(III-1) は厳密解であるから, もし実験に用いた波が反射をともしない長波であるならば, 振巾のいかんにかかわらず実測値は (III-1) の値に一致するはずである。しかし田中・室田の実測によれば, 流速は (III-1) の値より全体としていくらか小さ目になっており, 測定値は (III-1) による値とその 1/2 の値の間に分布している。

流速が (III-1) を下まわる原因は明らかでない。例えば, 流速の式 (III-1) では v は $(\partial \eta / \partial t)$ には無関係のはずであるが, 実測結果では $v \sim \eta$ 曲線は $(\partial \eta / \partial t)$ の符号にしたがって loop を描くことが示されている。このような性質は長波理論にはあらわれない実験波の特性であって, 前章の理論の一つの限界を示すものと思われる。そこで流速に関する実験結果を参照して, 流速が波高変化におよぼす影響をしらべてみる。計算は (II-22) と, (II-23) における流速項に 1/2 を乗じた (III-2) とを組合わせて行なった。

$$c(t) \approx c(\tau) - \frac{1}{2} (t - \tau) - \frac{1}{4} \{ c''(\tau) - 1 \} x \dots \dots \dots (\text{III}-2)$$

流速の影響は当然 $(t - \tau)$ の値にもあらわれるが, その程度は流速項における直接的な効果にくらべて小さいのである。(II-22) と (III-2) とによる波高変化の計算結果を 図-5 に示した。図-5 はごく粗い計算であるけれども, (H_i/h_i) が増すにしたがって波高変化が緩慢になってくる傾向が明瞭であり, 前述の実験結果とよく合致している。

図-5



本章では津波のような長周期波の変形におよぼす流速の効果をしらべた。津波が長波と見なせるならば, 波高

変化はほぼ Green の式にしたがい、波高変化に対する振巾の影響は小さい。これに対し、もし流速が長波の理論流速より小であれば波高変化におよぼす振巾の影響はいちじるしくなってくる。波高変化は振巾の大きな波ほど緩慢になってくるのである。さらに津波が Kaplan の実験のように孤立波に近いものとすれば、波高変化の様相はまた違ってくる。孤立波の流速は Boussinesq によれば

$$v = \left\{ \sqrt{h(1+\eta/h)} \right\} \eta / h \div \eta h^{-1/2} + \frac{1}{2} \eta^2 h^{-3/2} \quad \dots\dots\dots (III-3)$$

である。これと長波の流速 (II-15) とをくらべれば孤立波の流速は長波の流速よりやや大きい。孤立波はすでに静水圧分布でないから 2. の理論の対象にはならないが、流速の点だけからすれば、孤立波の波高変化は長波の場合より幾分小さくなると考えられる。このように、有限振巾波の変形には波の性質特に流速が微妙に影響する。実際の津波では地形の問題も入って事情はさらに複雑である。津波の変形については今後なお実験的な検討を加える必要がある。

4. 津波の砕波

短周期波の砕波は Permanent type の波の理論でかなりよく説明される。しかし砕波を Permanent type の波として扱う限り、砕波に対して浜勾配がどのように影響するかを解析的にしらべることはできない。Iversen は砕波の特性が沖波の波形勾配だけでなく浜勾配によっても変わることを実験的に示した。波形勾配の小さな波ほど浜勾配の効果が顕著のようである。波形勾配が小さい波の砕波は波形の前傾をとまなう巻き波砕波であって、Permanent type の仮定はあてはまらない。実際の砕波は Permanent type の波と長波との中間的な性質のもので、波形勾配が小さくなるほど長波に接近してくるものと思われる。本章では長波理論によって砕波におよぼす浜勾配の影響をしらべる。2. において圧縮性の波の初めの砕波点と原点の水面勾配 m との関係を求め、図-3 に示した。 m と波形勾配とは正弦波については次の関係にある。

$$m = \frac{\pi}{\alpha} (H_i/L_i) \quad \dots\dots\dots (IV-1)$$

図-3 は初めの砕波点であって、周期性の波が続くときの砕波点ではない。したがって (IV-1) と図-3 とから、ただちに Iversen の実験と比較すべき結果が得られるとは期待できないが、砕波におよぼす浜勾配の影響は評価できるであろう。

一般の砕波の表示にしたがい原点の波形勾配 (H_i/L_i) と砕波点の比波高

(H_b/H_i) との関係を求め 図-6 に示した。計算は Iversen の実験にならない、 $\alpha=1/10, 1/20, 1/30$, および $1/50$ の4種類、

波形勾配は (H_i/L_i) = 0.01~0.001 の範囲で行なった。比波高は 図-3 から x_b を求め、波高変化は Green の式にしたがうものとして (H_b/H_i) = $(1-x_b)^{-1/4}$ として計算した。図-6 によれば、長波の砕波特性には浜勾配の影響が明瞭にあらわれている。同一の波形勾配であれば、浜勾配が急なほど砕波点は汀線に近づき、比波高は増大する。例えば (H_i/L_i) = 0.001 の波で、 $\alpha=1/10$ のときは (H_b/H_i) = 2.7 であるに対し、 $\alpha=1/50$ であれば (H_b/H_i) = 1.7 である。

図-6 における波形勾配 (H_i/L_i) は沖波の波形勾配でないから、この結果はただちに Iversen の実験と比較することはできない。概略の換算は原点が $h_i/L_i=0.1$ に位置すると考えればよい。すると 図-6 から沖波への換算は $H_i=H_0$ (H_i/L_i) = $2(H_0/L_0)$ となる。この仮定によって 図-6 と Iversen の実験値とを比較したが、図-6 の計算値は過小であった。この原因は、前述の計算上の仮定のほか、砕波点付近では反射波の影響が介入するためと思われる。

図-6 によって波形勾配の小さな波の砕波には浜勾配の影響がいちじるしいことを示し、Iversen の実験を定性的に説明した。津波のような長周期波を対象にするときは、浜勾配の効果を考慮する必要がある点を強調したい。

筆者らは 図-6 の計算結果が定性的な段階に止まったため、さらに長周期波の砕波点を実験的にしらべた。実験は勾配 1/30 の水路で行なった。水路の一端に wave tank をおき、真空ポンプで tank 内の水量を変化させて長波を発生した。微小振巾波理論で換算した沖波勾配は $10^{-5} \sim 15^{-6}$ 程度のものであった。沖波の波形勾配と砕波点の比波高との関係を 図-7 に示した。図中の実線は Iversen の $\alpha=1/30$ の実験値を延長したものである。

図-7

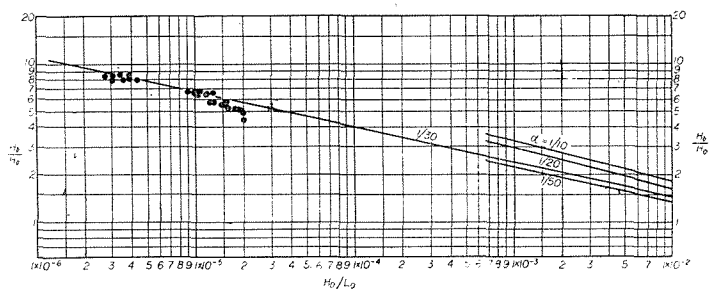
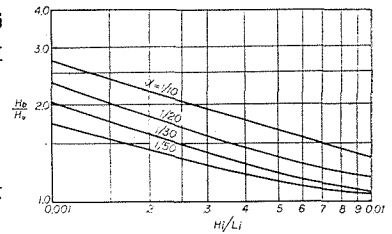


図-6



波形勾配がはなはだしく異なる2組の実測値が、ちょうど一つの直線を形成するように配列している。ほかの浜勾配についても同様の性質がえられるか、また実験の行なわれていない波形勾配の範囲ではどうかなどの点について、今後さらに実験を重ねる考えである。

5. 津波の陸上への打上げ高

津波の打上げ高については Kaplan が行なったハワイ津波の実験報告がある。Kaplan の実験は $H/L \approx 10^{-2} \sim 10^{-3}$ 程度の孤立波で行なわれた。Kaplan が対象としたハワイ津波 (1946 年および 1952 年) は周期 15 分程度のもので、30~60 分程度の周期をもつわが国の津波とは多少事情を異にすることも考えられる。また一方 $H_0/L_0 > 10^{-3}$ の範囲の比較的短周期の波については Saville が詳細な実験を行ない、その実験曲線はこれまでの各種の実験を総括するものと考えられる。

筆者らは津波の打上げ高について実験を行なったが、その目的は 1) 実験波の勾配を Kaplan の実験より小とし、津波勾配の効果をしらべる こと、2) Kaplan は孤立波で実験したが、周期波との相違をみる こと、3) Saville の実験曲線との比較の 3 点である。実験の浜勾配は $\alpha=1/30$ である。実験波の周期は 10sec, 20 sec および 20 sec の 3

図—8

種で、測定基準点における波形勾配は $H/L=7 \times 10^{-4} \sim 1.4 \times 10^{-3}$ の範囲で $\frac{R}{H}$ ある。これは Kaplan の実験の約 1/10 程度の波形勾配である。実験結果を Kaplan の結果と比較して 図—8 に示した。Kaplan の実験式は $\alpha=1/30$ のとき

$$R/H = 0.381 (H/L)^{-0.316} \dots \dots \dots (V-1)$$

ここに R =静水面から測った打上げ高

H =波高, L =波長

であり、図中の実線で示してある。筆者らの実測値は (R/H) にして約 1/2 の値になっている。Kaplan は孤立波を連続的に与えるとき、第 1 波の打上げ高が最高で、

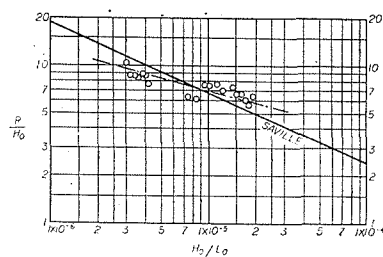
第 2 波以下の打上げ高はより低くなると述べている。筆者らの実測値が Kaplan の実験値より小さいのは、主としてこの理由によると思われる。実際に最大の打上げ高があらわれるのは数波目になるのが普通であるから、この意味でも周期波による実験が实际的と思う。

また波形勾配の効果は実験の範囲内では $(V-1)$ より多少すくなくにみえる。

次に筆者らの実測値を Saville の実験曲線と比較し、図—9 に示

図—9

した。Saville の図は沖波波形勾配を用いているから、実験値はすべて微小振巾理論で沖



波に換算した。図—9 によれば筆者らの実測値はおおよそ Saville の曲線の延長にあるようにみえる。しかし実験の範囲では、 (H_0/L_0) の効果は Saville の曲線ほどいぢるしくないように思われる。チリ津波の例について、以上各種の打上げ高算定法を比較してみる。チリ津波における北海道太平洋岸各地の最高打上げ高は、「チリ津波合同調査班」あるいは「建築学会北海道支部」によって調査された。その報告によれば、打上げ高はもちろん地点ごとに異なるが、最大値でも T.P. 4 m 程度であった。津波は各港の検潮記録から判断して水深 $h=5$ m で波高 $H=2$ m, 周期 $T=60$ 分程度と推定される。浜勾配は $\alpha=1/30$ とする。この勾配は決して大きすぎる値ではない。計算結果は表—1 のとおりである。

表—1

計 算 法	(H/L) または (H_0/L_0)	(R/H) または (R/H_0)	R (m)	H または H_0 (m)
図—8 の実験曲線	6.7×10^{-5}	3.4	6.8	2.0
kaplan の式	6.7×10^{-5}	8.2	16.4	2.0
図—9 の実験曲線	5.2×10^{-9}	50	5.5	0.11
Saville の外挿値	5.2×10^{-9}	200	22.0	0.11

表—1 は一つの計算例に過ぎないが、例えば Kaplan の実験式にしても、実験範囲をこえての外挿は疑問の余地が多い。