

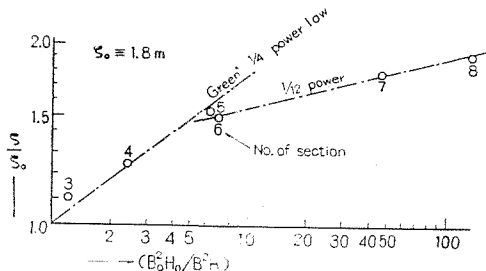
長波の局所変形に関する実験的研究

大阪大学助教授 工学部 室 田 明
 同 助 手 同 村 岡 活 爾
 同大学院学生 同 和 田 明

1. 緒 言

昨年、第7回海岸工学講演会で湾内における高潮の built-up を長波の変形という立場から考察したところを報告した¹⁾。すなわち台風の収れん風により外海で生じた海水の吹溜りが湾口にもたらされ、それが長波型式で湾内を進行する間に、湾奥に向っての湾断面の減少によって高潮波高が大きく増巾されるものとする。このような場合の増巾法則には、いわゆる Green の法則があって、たとえば、昭和34年の伊勢湾台風による高潮にこれを適用し、観測潮位との比較を行なえば 図-1*のごと

図-1 伊勢湾台風による観測高潮水位への Green の法則の適用

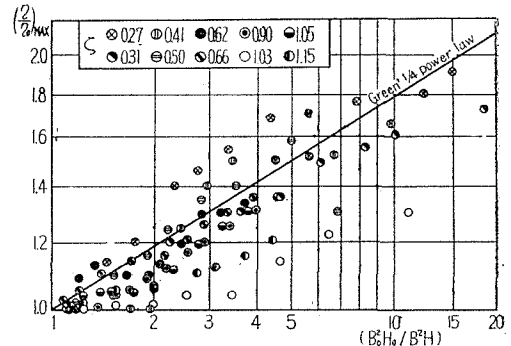


くであり見掛け上、かなりよく現象を説明しているようである。

このように流積が漸変する水路の長波変形は厳密には特性曲線法によって追跡すれば、個々の場合の的確な解がえられるのはもちろんであるが、ごく簡単に流積効果を見積るためには（また、一般的な傾向を把握するためには）Green の法則のごとき単純な型が、はなはだ便利である。ただし、その適用限界と精度について詳細に検討する必要があるだろう。Green の法則は微小振巾波の運動方程式にもとづいて得られる解であるから、built-up がかなり進展して長波の相対波高が有限になれば当然 Green の法則で予想される値からずれて相対波高に関する補正が必要となるはずである。昨年、発表した報

* 第7回講演会講演集、p. 218 の図-4 は、当方の不注意のため大きな誤りがあり、これを本報告の図-1のごとく訂正するとともに、p. 218 下から7行目より p. 219 の表-1 を除き上から4行目までを削除したい。手落ちのあった点、御詫びし、以上の訂正を御願います。

図-2 Green の長波波高増巾則についての基礎実験

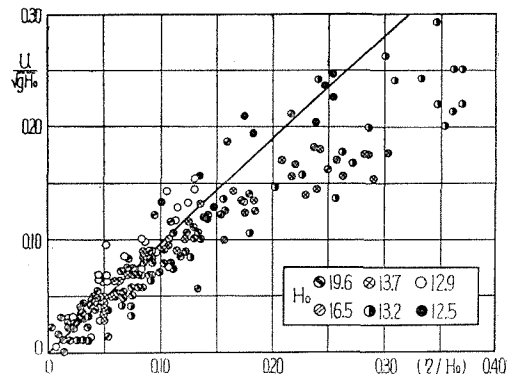


文に以後継続して行なった実験を追加して、Green の法則の適合性を検照すると図-2 のごとくである。なお、この実験値は長さ 40m、巾 90 cm の整正断面直線水路内に発生せしめた長波に関する基礎実験で得られたものである。図によれば、相対波高 $\zeta = \eta/H$ の増加につれてかなり系統的なずれが見られる。

それで、今回の報告においては有限振巾の長波について考え、それが流積漸変水路内で変形する際の Green の法則に加えるべき補正項について、まず考察することにする。なお、長波進行にともなう水粒子移動速度 u についても追加実験を行なったので 図-3 にこれを示す。

図-3 長波進行にともなう水粒子移動速度についての基礎実験

(図中実線は理論解： $u = \{ \sqrt{g(H+\eta)} - \sqrt{gH} \}$ を示す)



次に、入江、港湾などの入口から、高潮に相当する長周期波が侵入した際の、それら閉水域内に発生する水面変動について考察する。侵入する進行性孤立波と、閉水

域の固有振動に対応して励起される beat や反射が重なり合っかなり複雑な水面かくらんが起こるが、適当な解析でこれら波形の分解をめざし、実験値との照合を行ない、特に入射波エネルギーと閉水域規模との関連を見出すべく研究中であり、本文ではその成果の一部を発表する。

2. 有限波高長波の変断面効果による変形について

水路勾配 I_0 が波面勾配 $\partial\eta/\partial x$ に比し、無視しうる程度に小さい場合で、しかも水底摩擦を考えないことにすれば、運動方程式は、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (2.1)$$

連続方程式は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} (Au) \quad (2.2)$$

ただし、 $A=B(H+\eta)$, $B=B(x)$, $H=H(x)$, $\eta=\eta(x, t)$ とする。

(2.1), (2.2) 式より変断面における有限波高長波の基本式として次式がえられる。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{g}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{2}{g} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{F_{\tau}^2}{B} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right) \right] \quad (2.3)$$

$$\text{ただし、} F_{\tau} \equiv u^2/g(H+\eta) = u^2/g \frac{A}{B}$$

有限振巾の波を取扱う限り、そのための補正項として必ず波頂曲率の項がはいってくる。今、その波頂曲率の order を見積るため、たとえば次式で与えられる孤立波について考える。

$$\eta = \eta_0 \operatorname{sech}^2 \frac{1}{2b} (x - \omega t), \quad \text{ただし } b^2 = \frac{H^2(H+\eta_0)}{3\eta_0} \quad (2.4)$$

この波の波面勾配、および波面曲率を計算すると、

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \pm \frac{\eta}{b} \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{\eta(2\eta_0 - 3\eta)}{2b^2\eta_0} \quad (2.6)$$

したがって波頂曲率は次のごとくである。

$$\left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right)_{\eta=\eta_0} = -\frac{3}{2H} \zeta_0^2 \frac{1}{1+\zeta_0} \quad (2.7)$$

ただし $\zeta = \eta/H$, $\zeta_0 = \eta_0/H_0$ (相対波高) とする。

以上の概算によると、結局有限波高の波を取扱うためには、相対波高の2乗、または3乗の order で与えられる波面曲率について考えなければならず、そのため(2.3)式においては相対波高のかなり高次の項まで省略できない。

それゆえ、(2.3)式中の水粒子速度 u に関し省略なごに次の厳密解をそのまま代入する。

$$u = 2(\sqrt{g(H+\eta)} - \sqrt{gH}) = 2\sqrt{gH}(\sqrt{1+\zeta} - 1) \quad (2.8)$$

なお、上式は流積の漸変する水路においても局所的に十分成立すると考えられるから、これを(2.3)式に代入することは一般性を失なわない。

整理の結果は次のごとくである。

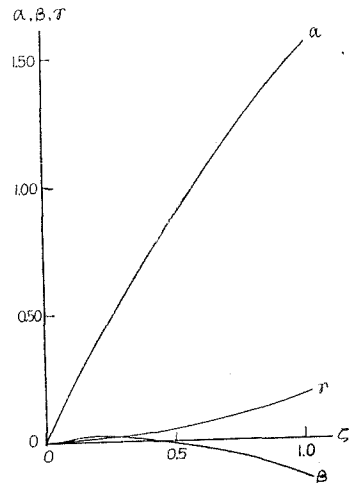
$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{g}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \left\{ (1+\alpha) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta I_0 + r \frac{H}{B} J \right\} \right] \quad (2.9)$$

$$\text{ただし } I_0 = \frac{dB}{dx}, \quad J = \frac{dB}{dx} \quad \text{とし}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 4 \left(1 + \frac{2+\zeta}{1+\zeta} - \frac{3}{\sqrt{1+\zeta}} \right) \\ \beta &= 4 \left(2 + \frac{2+\zeta}{1+\zeta} - \frac{4+\zeta}{\sqrt{1+\zeta}} \right) \\ r &= 2 + \zeta - 2\sqrt{1+\zeta} \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

相対波高 ζ によって定まる各補正係数 α, β, r を計算して図-4に示す。 ζ のかなりの範囲にわたって $\alpha \gg$

図-4



β, r であり、また水路巾変化率 dB/dx の係数は rH/B であるので、少なくとも有限波巾の補正に関する限りでは、水路巾の変化は、水深変化の効果に比し十分無視しうることがわかる。

(2.9) 式を解くため、

$$\eta = \eta_1 + \eta' \quad (2.11)$$

とし、 η_1 は Green の法則で与えられる第一主要解、 η' は相対波高のみに関係する補正解とすれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \eta'}{\partial t^2} &= \frac{g}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \right] + \\ &\quad \frac{g}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \left(\frac{\partial \eta'}{\partial x} + \alpha \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \beta I_0 \right) \right] \end{aligned}$$

ゆえに、 η' の式として次式をうる。

$$\frac{\partial^2 \eta'}{\partial t^2} = g(H+\eta) \left\{ (1+\alpha) \frac{\partial^2 \eta'}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x^2} \right\} \quad (2.12)$$

α で示される相対波高の効果とともに、最終の項で与えられる波頂曲率の補正が導入され、上式の解については他にくわしく示されているのでここでは省略する。

しかし、このような正統的な解析法をたどらなくとも Green の法則自身も次のとき簡単な長波エネルギーの取扱いでその見とおしがえられるのではなからうか。すなわち、水路流積がゆるやかに漸変する場合を考えているので反射、回折などによるエネルギー損失は無視されるものとし、エネルギーは局所的に保存されるとする。断面巾 B における長波エネルギーは波長 L 、と波高 η の 2 乗に比例するから

$$B\eta^2 L = \text{const.}$$

$$\frac{L}{T} = \omega \equiv \sqrt{g(H+\zeta)} = \sqrt{gH}(1+\zeta)^{\frac{1}{2}} \dots (2.13)$$

砕波現象を扱う際、しばしば仮定されるのと同様に、波形が変わっても周期はほぼ一定なものとなすと、

$$L \propto H^{\frac{1}{2}} (1+\zeta)^{\frac{1}{2}}$$

従って上の 2 式から

$$\eta \propto B^{-\frac{1}{2}} H^{-\frac{1}{2}} (1+\zeta)^{-\frac{1}{2}}$$

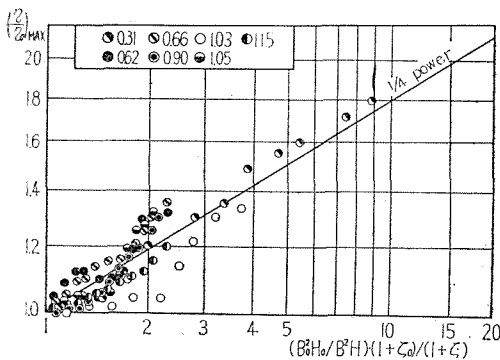
となり、 $\zeta=0$ の場合、Green の法則はこのように簡単に導かれる。今、規準断面の諸量に添字: 0 をつけば

$$\eta/\eta_0 = \left(\frac{B_0^2 H_0}{B^2 H} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1+\zeta_0}{1+\zeta} \right)^{\frac{1}{2}} \equiv \theta \left(\frac{1+\zeta_0}{1+\zeta} \right)^{\frac{1}{2}} \dots (2.14)$$

となるので、この方法によれば相対波高 ζ の効果は次のごとく表わされるはずである。

$$\frac{\eta}{\eta_0} / \theta = \left(\frac{1+\zeta_0}{1+\zeta} \right)^{\frac{1}{2}} \dots (2.15)$$

このような予想のもとに、図-2 に示したデータを 図-5 Green の法則に対する相対波高 ζ の補正



再整理し、 ζ に関する補正を施したものが、図-5 である。概略の傾向をつかむためには、この程度の補正で十分であろう。

3. 長波侵入による閉水域内の水面かくらんについて

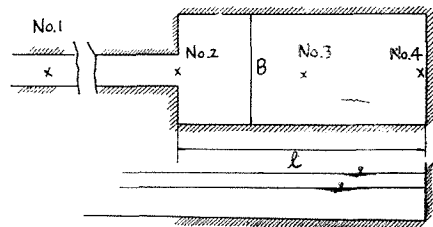
港湾、入江部などの入口から入射する長周期任意波形の波により励起される閉水域水面のかくらんの問題について考える。この場合は、前節と逆に流積が急変する場合の波形変動を取扱うことになるので、かくらん、およ

び入口からのエネルギー逸散を主として考える必要がある。

一般に、港湾水域を一つの振動系と見なし、これに外力(入射波エネルギー)が作用する場合、適当な時間が経過すると入射エネルギーが均一にかくらんエネルギーに移行して定常均質状態になるが、入射波の進行性が残存している間は初期条件によって規定されるやや複雑な過渡状態が見られよう。われわれはこのような過渡現象について考えることにする。

図-6 に示すような単純な矩形平面閉水路において、 x 軸を湾の主軸にとり、 $x=0$ を湾口とする。 z 軸は静

図-6 港湾水域の模型



止水面上垂直方向にとるものとする。

今、水域の縦振動のみについて考え、しかも水平方向水粒子速度に比例した抵抗が水路床に働くものとするれば運動方程式は次のごとくである。

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - 2\kappa \frac{\partial \xi}{\partial t} \dots (3.1)$$

ただし、 ξ は x 方向への水粒子変位、 κ は抵抗係数とする。連続方程式 (2.2) と (3.1) 式より

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{g}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - 2\kappa \frac{\partial \eta}{\partial t} \dots (3.2)$$

上式の空間変数に関する特性方程式

$$\frac{d}{dx} \left\{ BH \frac{dv_n(x)}{dx} \right\} + \frac{\lambda_n^2}{g} Bv_n(x) = 0 \dots (3.3)$$

を満足し、両端の境界で適当な境界条件を満たし、かつ

$$\int_0^L B(x) \cdot v_n^2(x) dx = 1 \dots (3.4)$$

のごとく定められる $v_n(x)$ と λ_n を求める。

(3.3) 式の解は

$$\eta(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) v_n(x) \dots (3.5)$$

の形に展開されるものとし、境界条件は次のごとくである。

$$\text{湾口: } x=0 \text{ で } \eta = [\eta(x, t)]_{x=0}$$

$$\text{湾奥: } x=L \text{ で } \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{k}{H} \eta$$

とする。ただし k は水域壁と水との摩擦抵抗係数に相当し、この湾奥条件は水位上昇加速度と単位質量当りの摩擦力との釣合条件から与えられる。

初期条件は

$$t=0 \text{ で } \eta=0, \frac{\partial \eta}{\partial t}=0$$

今 (2.5) 式において

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n(t) \cdot v_n(x) \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t) v_n(x) \\ \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ BH \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} &= \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \cdot v_n(x) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.6)$$

の形に展開しうるものとすれば $E_n(t)$, $G_n(t)$, および $F_n(t)$ は (3.3) 式によって次のごとく定まる。

$$\left. \begin{aligned} E_n(t) &= \int_0^l B(x) \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} v_n(x) dx = \ddot{A}_n(t) \\ G_n(t) &= \int_0^l B(x) \frac{\partial \eta}{\partial t} v_n(x) dx = \dot{A}_n(t) \\ F_n(t) &= \int_0^l \frac{\partial}{\partial x} \left(BH \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) v_n(x) dx \\ &= Bk\eta v_n(l) - B(0) H(0) \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{x=0} \\ &\quad \cdot v_n(0) - \frac{\lambda_n^2}{g} A_n(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.7)$$

従って, $A_n(t)$ に対する表示式は, 簡単のために $k=0$ とすれば

$$\begin{aligned} \ddot{A}_n(t) + 2\kappa A_n(t) + \lambda_n^2 \cdot A_n(t) &= -B(0) H(0) \\ &\quad \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{x=0} \cdot v_n(0) \dots\dots\dots (3.8) \end{aligned}$$

今, さらに簡単のために, $2t_0$ を周期とし, 前後対称な孤立波形が次式で与えられるものとする。

$$\eta(x, t) = \begin{cases} H \sin \frac{\pi}{2t_0} \left(t - \frac{x}{\omega} \right) : 0 \leq t \leq 2t_0 \\ H \sin \frac{\pi}{2t_0} \left(t - \frac{x}{\omega_1} \right) + H \sin \frac{\pi}{2t_0} \\ \quad \cdot \left(t - 2t_0 - \frac{x}{\omega} \right) : t > 2t_0 \end{cases} \dots\dots (3.9)$$

(3.8), (3.9) 式より $A_n(t)$ が求められるが Laplace 変換により容易に計算できる。

さて, $t > 2t_0$ での (3.9) 下式右辺第2項は第1項の位相がずれたものとなっているので

$$L[A_n] = B(0) H(0) v_n(0)$$

$$\begin{aligned} &\cdot \frac{\pi}{2t_0 \omega} (1 + e^{-2t_0 s}) \frac{1}{(s + \kappa)^2 + q_n^2} \\ &\cdot \frac{s}{s^2 + \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2} \dots\dots\dots (3.10) \end{aligned}$$

ただし, $q_n^2 = \lambda_n^2 - \kappa^2$, このとき

$$\begin{aligned} F_1(t) &\equiv L^{-1} \left\{ \frac{1}{(s + \kappa)^2 + q_n^2} \right. \\ &\quad \cdot \left. \frac{s}{s^2 + \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2} \right\} \end{aligned}$$

とすると, $A_n(t)$ は次のようになる。

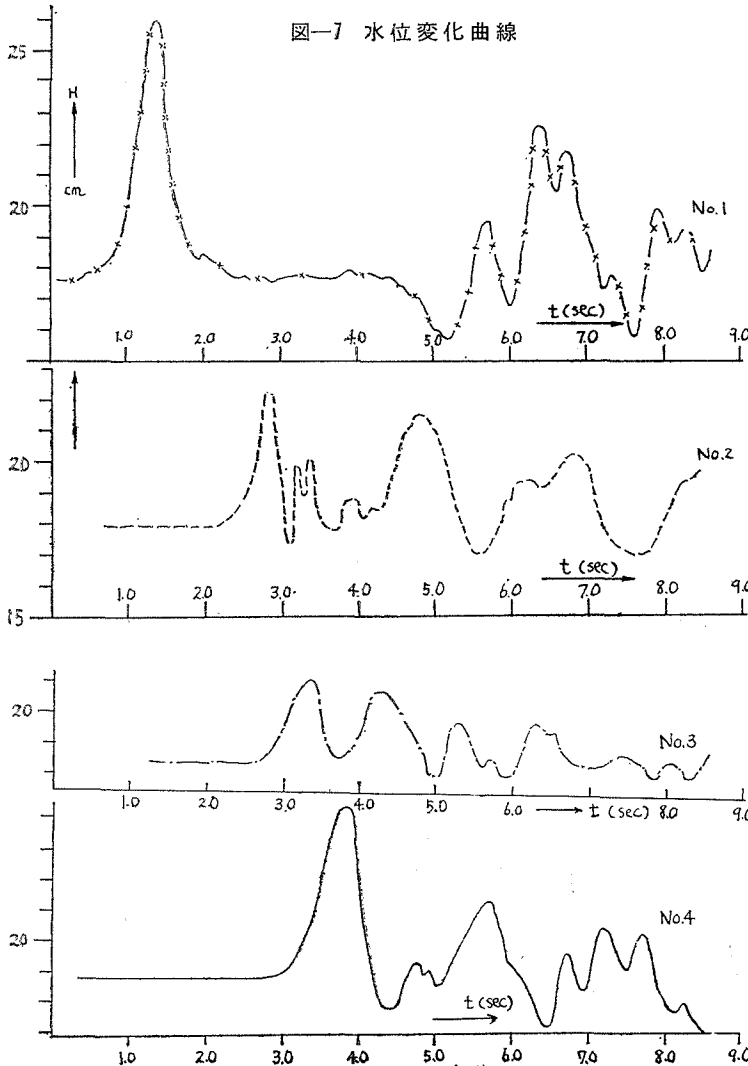
$0 \leq t \leq 2t_0$ において

$$\begin{aligned} A_n(t) &= B(0) H(0) v_n(0) \frac{\pi}{2t_0 \omega} \\ &\quad \cdot \frac{1}{\left[\lambda_n^2 - \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2 \right]^2 + 4\kappa^2 \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2} \\ &\quad \cdot \left[\left(\lambda_n^2 - \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2 \right) \times \cos \frac{\pi}{2t_0} t + \right. \\ &\quad \cdot 2\kappa \left(\frac{\pi}{2t_0} \right) \sin \frac{\pi}{2t_0} t - e^{-\kappa t} \left\{ \left(\lambda_n^2 - \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2 \right) \right. \\ &\quad \cdot \left. \left(\cos q_n t - \frac{\kappa}{q_n} \sin q_n t \right) + \right. \\ &\quad \cdot \left. \left. \frac{2\kappa \lambda_n^2}{q_n} \sin q_n t \right\} \right] \dots\dots\dots (3.11) \end{aligned}$$

$t > 2t_0$ に対して

$$\begin{aligned} A_n(t) &= -B(0) H(0) v_n(0) \frac{\pi}{2t_0 \omega} \\ &\quad \cdot \frac{1}{\left[\lambda_n^2 - \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2 \right]^2 + 4\kappa^2 \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2} \\ &\quad \cdot \left[e^{-\kappa t} \left\{ \left(\lambda_n^2 - \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2 \right) (\cos q_n t - \right. \right. \\ &\quad \cdot \left. \left. \frac{\kappa}{q_n} \sin q_n t) + \frac{2\kappa \lambda_n^2}{q_n} \sin q_n t \right\} + \right. \end{aligned}$$

図-1 水位変化曲線



$$e^{-\kappa(t-2t_0)} \left\{ \left(\lambda_n^2 - \left(\frac{\pi}{2t_0} \right)^2 \right) \left(\cos q_n(t-2t_0) - \left(\frac{\kappa}{q_n} \sin q_n(t-2t_0) \right) + \frac{2\kappa\lambda_n^2}{q_n} \sin q_n(t-2t_0) \right) \right\} \quad (3.12)$$

上式より、種々の波長の入射波形 η を閉水域に入射させた時の閉水域規模と入射波エネルギーの関係、かくらん周期の特性との関連などが求められるはずである。

図-7 は、巾 15cm の直線水路の末端に閉水路巾 35cm、長さ 130cm の矩形 basin を設け、その入口から孤立波を入射せしめたときの各点での水面変動実測値の一例である。

ただし

$$H=19 \text{ cm}, \omega=156 \text{ cm/sec}, \text{波長 } L=280 \text{ cm}$$

図によれば水域内水面振動の減衰はかなり大きい。その減衰係数を求める際の周期 T' として便宜上、相次ぐ正の η の極値間をもって T' とすれば、

その振巾の相次ぐ極値を $\eta_n (n=1, 2, 3, \dots)$ とし、減衰係数 κ は次のごとくである。

$$|\eta_n / \eta_{n+1}| = e^{\kappa T'}, \text{ または } \kappa = 4.605 \frac{\Gamma}{T'}$$

ただし、 $\Gamma = \log_{10}(\eta_n / \eta_{n+1})$

図-7 に示す実験値で T' をほぼ一定とし、その平均値を用いて減衰係数を求めれば

$$\kappa = 0.389 (\text{sec}^{-1})$$

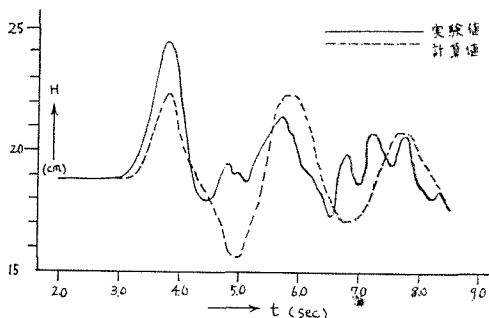
であり、整直線水路の途中に矩形急拡 basin を設置した場合（すなわち、入口と出口がある場合）のわれわれの実験²⁾で

$$\kappa = 0.71 (\text{sec}^{-1})$$

となるのと比較してその約半分であることは興味深い。

前述したごとく、入射波の進行性が閉水域中に残存している過渡状態では、すなわち $0 \leq t \leq 2t_0$ の範囲では、(3.11), (3.12) 式よりわかるごとく、かくらん波形周期は入射波周期で規定されるが $t > 2t_0$ の範囲では湾水域

図-8 港奥における水位変化曲線の実験値の比較



の固有振動に対応する各種素波が合成される。また、実験的観察によると入射直後では縦振動が卓越し、しばらくしてから横振動が励起されるようであるが、この横振動を分離してみると波高に過渡状態の場合のそれに比しかなり小さい。

図-8 は観測波形記録と (3.11), (3.12) 式による計算値の比較であり、副次的な disturbance をならずと傾向として両者はほぼ一致している。なお、水位の算定には第1モードと第2モードとを考慮に入れて計算を行なったが實際上、水位はほとんど第1モードで定まってしまうので、入口で適当な波形を与えれば割合簡単にかくらん波の高さが推算できるようなのである。

終りに、本研究は昭和35年度文部省科学試験研究の交付を受けて行なった研究の一部であることを付記するとともに、適切な示唆を頂いた田中清教授と、実験、および数値計算の労をわずらわした大学院学生劉世輝氏に感謝する次第である。

参考文献

- 1) 田中清・室田明・村岡浩爾：高潮変形に及ぼす流水断面の影響について、第7回海岸工学講演集、昭和35年11月。
- 2) 室田明・和田明：流積急変部における段波変形について、第5回水理研究会講演集、昭和35年5月。