

水路に浸入する津波の計算

—高知港の場合—

運輸技術研究所 工学博士 浜 田 徳 一
同 上 堀 口 孝 男
同 上 加 藤 始
日本 I.B.M. 社 金 子 正 久

1. 計算様式

水路に浸入する津波のような長周期で、波高の大きな不定流を線型化して計算することは、それが往々にして Bore を生ずる実状からしても不適当である。従って非線型のままあらゆる影響を考慮して計算を進めることが望ましいが、計算様式としてはここでは特性曲線法を採用することとした。この方法については Stoker, J. J. "Water Waves" にその基本的な取扱いが詳述されているが、その利点とする所は、(1) 数式の取扱いがきわめて簡単である、(2) 巾員急変部、合流部の計算が容易である、(3) 計算安定度の判定が容易である、点にあると思われる。以下簡単に計算様式を示しておこう。いま Dimensional Value には * を付するとすれば、 x^* 軸を $x^*=0$ の基準水面において水平上流側に向かって、 y^* 軸を鉛直上向きに、 $y^*=-h^*$ を水底、 $y^*=\eta^*$ を水面、 b^* を水路巾として運動方程式は

$$\rho^* \frac{Du^*}{Dt^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \tau^*}{\partial y^*} \quad (1)$$

$$\rho^* \frac{Dv^*}{Dt^*} = -\rho^* g - \frac{\partial p^*}{\partial y^*} \quad (2)$$

連続方程式は

$$\frac{\partial \{ (h^* + \eta^*) u^* b^* \}}{\partial x^*} + b^* \frac{\partial \eta^*}{\partial t^*} = 0 \quad (3)$$

(1), (2) 式において $v^* \rightarrow 0$, $[\tau^*]_{y^*=0} = 0$, $[\tau^*]_{h^*} = \rho^* f |u^*| u^*$ とおけば

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + g \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} = -\frac{f |u^*| u^*}{\eta^* + h^*} \quad (4)$$

ただし

$$f = \frac{gn^2}{(\eta^* + h^*)^{1/3}} \quad (n: \text{Manning の粗度係数})$$

ここで $x^* = l^* x$, $c_0^* = 1/\sqrt{gh_0^*}$, $t^* = T^* t$, $\eta^* = h_0^* \eta$, $h^* = h_0^* h$, $u^* = c_0^* u$, $l^* = c_0^* T^*$ とおき、 $c = 1/\sqrt{h + \eta} = \frac{c^*}{c_0^*}$, $b^* \frac{\partial b^*}{\partial x^*} = \frac{\partial B}{\partial x}$ を用いれば、(3) (4) は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + 2c \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{c^2} \quad (5)$$

$$2 \frac{\partial c}{\partial t} + 2u \frac{\partial c}{\partial x} + c \frac{\partial u}{\partial x} = -cu \frac{\partial B}{\partial x} \quad (6)$$

(5)+(6) により Forward Characteristic として

$$2 \left\{ (c+u) \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial t} \right\} + \left\{ (c+u) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} \right\} = \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{c^2} - cu \frac{\partial B}{\partial x} \quad (7)$$

(5)-(6) により Backward Characteristic として

$$-2 \left\{ (-c+u) \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial t} \right\} + \left\{ (-c+u) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} \right\} = \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{c^2} + cu \frac{\partial B}{\partial x} \quad (8)$$

(7), (8) がこの場合の基本式である。 i, j をもってそれぞれ時間、距離のステップを現わすこととし、すべて 1 階差のみを用いることとすれば (7), (8) はそれぞれ Forward Characteristic, Backward Characteristic としての特性を考慮して次の階差式となる。

$$2 \left\{ (c_{ij} + u_{ij}) \frac{c_{ij} - c_{i,j-1}}{\Delta x} + \frac{c_{i+1,j} - c_{ij}}{\Delta t} \right\} + \left\{ (c_{ij} + u_{ij}) \frac{u_{ij} - u_{i,j-1}}{\Delta x} + \frac{u_{i+1,j} - u_{ij}}{\Delta t} \right\} = \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ij} - \left(\frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{c^2} \right)_{ij} - \left(cu \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{ij} \quad (9)$$

$$-2 \left\{ (-c_{ij} + u_{ij}) \frac{c_{ij+1} - c_{ij}}{\Delta x} + \frac{c_{i+1,j} - c_{ij}}{\Delta t} \right\} + \left\{ (-c_{ij} + u_{ij}) \frac{u_{ij+1} - u_{ij}}{\Delta x} + \frac{u_{i+1,j} - u_{ij}}{\Delta t} \right\} = \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ij} - \left(\frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{c^2} \right)_{ij} + \left(cu \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{ij} \quad (10)$$

(9)-(10) により、また (9)+(10) により、それぞれ $c_{i+1,j}$, $u_{i+1,j}$ は $u_{i,j-1}$, u_{ij} , u_{ij+1} , c_{ij-1} , c_{ij} , c_{ij+1} より求めることができる。またこの問題では $x=0$ における $c_{i+1,0}$ は境界条件として与えられるが、 $u_{i+1,0}$ は (10) を用いて求める。 $x=1$ における c , u はこの計算では計算中不変とした。

次に水路の分流点における計算も Stoker の用いた方法に従い, j 点を分流点とすれば $b_j^{*(0)}$, $b_j^{*(1)}$, $b_j^{*(2)}$ をそれぞれ分流前, 分流後の巾員として, j における連続式としては

$$b_j^{*(1)} u_{i+1,j}^{(1)} + b_j^{*(2)} u_{i+1,j}^{(2)} = b_j^{*(0)} u_{i+1,j}^{(0)} \dots (11)$$

を用いる。すなわち, $(h+\eta)_{j^{*(1)}} = (h+\eta)_{j^{*(2)}} = (h+\eta)_{j^{*(3)}}$ である。

(11) と $(j-1)^{(0)}$ より $(j)^{(0)}$ へは 1 つの Forward Characteristic (9), $(j+1)^{(1),(2)}$ より $(j)^{(1),(2)}$ へは 2 つの Backward Characteristic (10) を用いて $c_{i+1,j}$, $u_i^{(0)} + u_{i,j}$, $u_i^{(1)} + u_{i,j}$, $u_i^{(2)} + u_{i,j}$ を求める。

結果は

$$\begin{aligned} u_i^{(0)} + u_{i,j} &= u_{i,j}^{(0)} + \frac{1}{b_j^{*(0)} + b_j^{*(1)} + b_j^{*(2)}} \\ &\times \left\{ -2(b_j^{*(1)} + b_j^{*(2)})(c_{ij} + u_{ij}^{(0)}) \right. \\ &\times (c_{ij} - c_{ij-1}^{(0)}) \frac{dt}{dx} - (b_j^{*(1)} + b_j^{*(2)}) \\ &\times (c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(u_{ij}^{(0)} - u_{ij}^{(0)-1}) \frac{dt}{dx} \\ &+ 2b_j^{*(1)}(u_{ij}^{(1)} - c_{ij})(c_{ij}^{(1)} + 1 - c_{ij}) \frac{dt}{dx} \\ &+ 2b_j^{*(2)}(u_{ij}^{(2)} - c_{ij})(c_{ij}^{(2)} + 1 - c_{ij}) \frac{dt}{dx} \\ &- b_j^{*(1)}(u_{ij}^{(1)} - c_{ij})(u_{ij}^{(1)} + 1 - u_{ij}^{(1)}) \frac{dt}{dx} \\ &- b_j^{*(2)}(u_{ij}^{(2)} - c_{ij})(u_{ij}^{(2)} + 1 - u_{ij}^{(2)}) \frac{dt}{dx} \\ &\left. + b_j^{*(1)} M_1 dt + b_j^{*(2)} M_2 dt \right\} \dots (11) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} M_1 &= \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ij}^{(0)} + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ij}^{(1)} - \left(\frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{C^2} \right)_{ij}^{(0)} \\ &- \left(\frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{C^2} \right)_{ij}^{(1)} - \left(cu \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{ij}^{(0)} + \left(cu \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{ij}^{(1)} \\ M_2 &= \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ij}^{(0)} + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ij}^{(2)} - \left(\frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{C^2} \right)_{ij}^{(0)} \\ &- \left(\frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{C^2} \right)_{ij}^{(2)} - \left(cu \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{ij}^{(0)} + \left(cu \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{ij}^{(2)} \\ u_i^{(1)} + u_{i,j} &= u_{i,j}^{(1)} - 2(c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(c_{ij} - c_{ij-1}^{(0)}) \frac{dt}{dx} \\ &- (c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(u_{ij}^{(0)} - u_{ij}^{(0)-1}) \frac{dt}{dx} \\ &- (u_i^{(0)} + u_{i,j} - u_{ij}^{(0)}) + 2(-c_{ij} + u_{ij}^{(1)}) \\ &\times (c_{ij}^{(1)} + 1 - c_{ij}) \frac{dt}{dx} - (-c_{ij} + u_{ij}^{(1)}) \\ &\times (u_{i,j+1}^{(1)} - u_{ij}^{(1)}) \frac{dt}{dx} + M_1 dt \dots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_i^{(2)} + u_{i,j} &= u_{i,j}^{(2)} - 2(c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(c_{ij} - c_{ij-1}^{(0)}) \frac{dt}{dx} \\ &- (c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(u_{ij}^{(0)} - u_{ij}^{(0)-1}) \frac{dt}{dx} \\ &- (u_i^{(0)} + u_{i,j} - u_{ij}^{(0)}) + 2(-c_{ij} + u_{ij}^{(2)}) \\ &\times (c_{ij}^{(2)} + 1 - c_{ij}) \frac{dt}{dx} - (-c_{ij} + u_{ij}^{(2)}) \end{aligned}$$

$$\times (u_{ij}^{(2)} + 1 - u_{ij}^{(2)}) \frac{dt}{dx} + M_2 dt \dots (13)$$

$$\begin{aligned} c_{i+1,j} &= c_{ij} - (c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(c_{ij} - c_{ij-1}^{(0)}) \frac{dt}{dx} \\ &- \frac{1}{2}(c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(u_{ij}^{(0)} - u_{ij}^{(0)-1}) \frac{dt}{dx} \\ &- \frac{1}{2}(u_i^{(0)} + u_{i,j} - u_{ij}^{(0)}) + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ij}^{(0)} \right. \\ &\left. - \left(\frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{C^2} \right)_{ij}^{(0)} dt - \left(cu \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{ij}^{(0)} dt \right\} \dots (14) \end{aligned}$$

巾員急変部が j に相当する時は, (11)~(14) において $b_j^{*(2)} = 0$ とおけばよい。すなわち

$$\begin{aligned} u_i^{(0)} + u_{i,j} &= u_{i,j}^{(0)} + \frac{b_j^{*(1)}}{b_j^{*(1)} + b_j^{*(0)}} \\ &\times \left\{ M_1 dt - 2(c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(c_{ij} - c_{ij-1}^{(0)}) \frac{dt}{dx} \right. \\ &- (c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(u_{ij}^{(0)} - u_{ij}^{(0)-1}) \frac{dt}{dx} \\ &+ 2(-c_{ij} + u_{ij}^{(1)})(c_{ij}^{(1)} + 1 - c_{ij}) \frac{dt}{dx} \\ &\left. - (-c_{ij} + u_{ij}^{(1)})(u_{i,j+1}^{(1)} - u_{ij}^{(1)}) \frac{dt}{dx} \right\} \\ &\dots (15) \end{aligned}$$

$$u_i^{(1)} + u_{i,j} = \frac{b_j^{*(0)}}{b_j^{*(1)} + b_j^{*(0)}} u_{i,j}^{(0)} \dots (16)$$

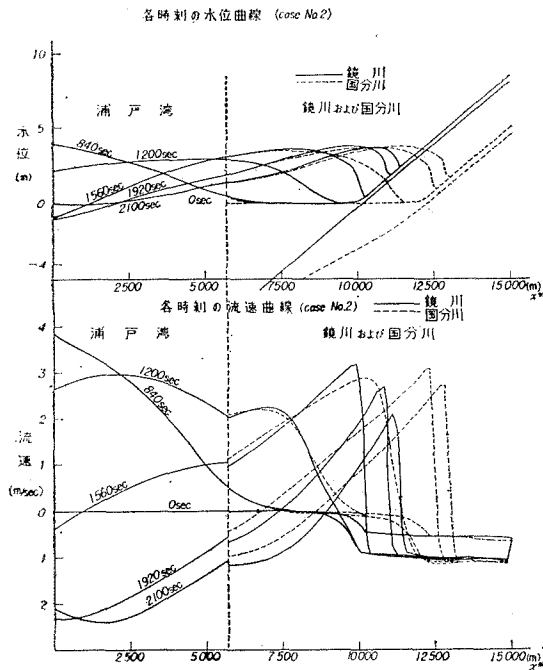
$$\begin{aligned} c_{i+1,j} &= c_{ij} - (c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(c_{ij} - c_{ij-1}^{(0)}) \frac{dt}{dx} \\ &- \frac{1}{2}(c_{ij} + u_{ij}^{(0)})(u_{ij}^{(0)} - u_{ij}^{(0)-1}) \frac{dt}{dx} \\ &- \frac{1}{2}(u_i^{(0)} + u_{i,j} - u_{ij}^{(0)}) + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ij}^{(0)} \right. \\ &\left. - \left(\frac{fl^*}{h_0^*} \frac{|u|u}{C^2} \right)_{ij}^{(0)} - \left(cu \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{ij}^{(0)} \right\} dt \dots (17) \end{aligned}$$

以上により計算式は定まる。

従って $c_{0,j}$, $u_{0,j}$, $x=0$ における $c_{1,0}$, $x=1$ における $c_{1,i}$, $u_{1,i}$ (この場合 $t^*=0$ における背水曲線より定め計算中不変とした) を与えれば $x-t$ 面におけるすべての c_{ij} , u_{ij} を求めることができる。ただし計算機の容量上 ΔB , Δh , f の値は時間に無関係であるとした。 f の値はもし Manning の粗度係数 n を x^* のみの関数であるとすれば, 当然時間的に変動することとなるが, この計算では時間に無関係としたわけである。最後に求める値は u^* , η^* であるが, これは $u^* = c_0^* u$, $\eta^* = \frac{c_0^{*2} c^2}{g} - h^*$ から求める。

Flow Chart の一例を図-1 に示してある。図中 IRA, IRB はそれぞれ i, j に関するものである。図では $j=38$ で分流が行なわれ, $j=39 \sim 100$, $102 \sim 163$ が 2 つの水路となっている。また $|\Delta \eta_{ij}^*| = |\eta_{ij^*+1} - \eta_{ij^*}| \geq \Delta M$ となると計算をとめるという水面勾配の許容最大値を設定し計算を check している。しかし今回の計算ではいずれの場合も $|\Delta \eta_{ij}^*| < \Delta M$ であった。

図-4 (a), (b)



岸に寄せてくる波長の長い波の波形とまことによく似ている。しかし鏡川の場合に見られるように break しないで波高は再び減少している。

この計算では津波の break は見られなかった。

流速分布はきわめて興味あるものであり、(i) 840sec では $x^*=0$ に波の crest が乗っているわけであるが、流速は $x^*=0$ で最大であり、波形と流速とは相れた曲線を示している。(ii) 1200sec の水位曲線、流速曲線を比較すれば、水位の最大をはさんで、流速の最大が2カ所に生じており、時間がたつとともに下流側の最大は消失してゆく。この傾向は Case 1, 2, 4 いずれも同様である。(iii) 水位最大の前面に生じた流速最大はその後水位最大の前面を進行する。(iv) 水深が浅くなると、津波の Front における流速変化はきわめて大きくなる。(v) 1920sec, 2100sec の水位曲線流速曲線では (+) 方向の流量は急激に減少し、津波の crest の背面には大きな (-) 方向の流れの領域が存する。この傾向も Case 1, 2, 4 共通である。

次に $x^*=10200$ m (平均満潮面基準で鏡川河床高 0m, 国分川河床高 -2.86m) における case 4 の水位曲線、流速曲線を示すと 図-5 のごとくなる。両川の河床高の差が津波の性質によく現われている。両川とも最高水位がほとんど同じに出ているが、これは偶然の一致であり、Case 1, 2 では異なっている。最高水位の傾向としてはこの地点では津波波高が小であれば、鏡川の方が高く、波高が大となると国分川の方が高くなる (図-6 参照)。Case 1, 2, 4 における各地点の最高水位、最大流速を示したものが 図-6 (a), (b) である。また 図-7 (a), (b)

図-5

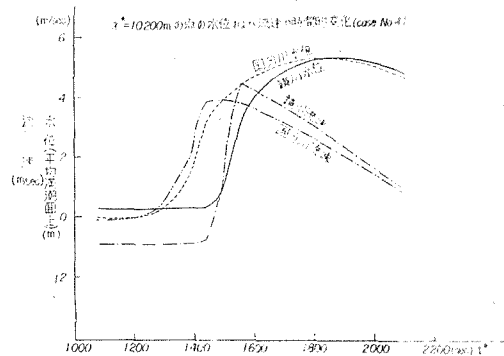


図-6 (a), (b)

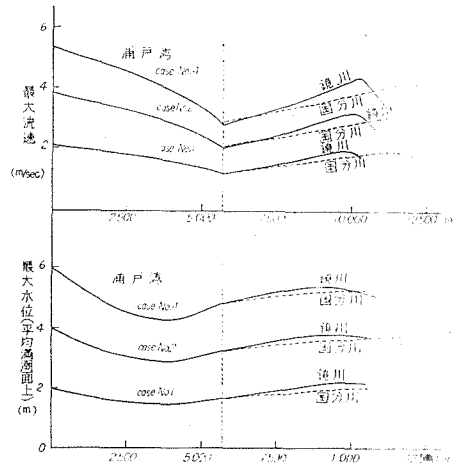
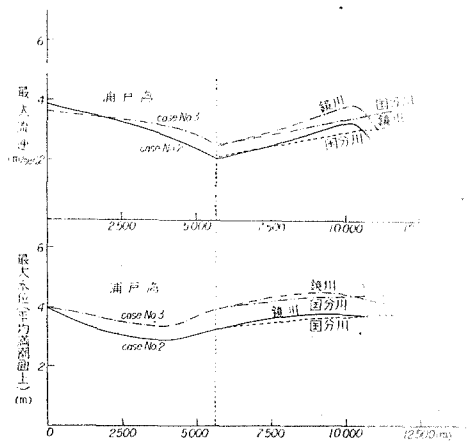


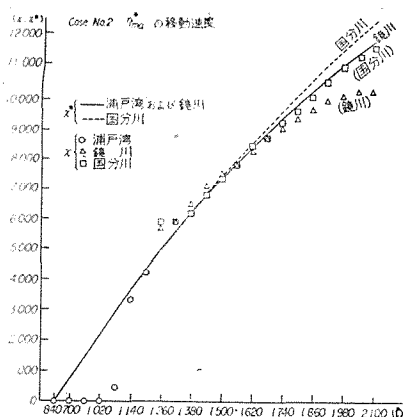
図-7 (a), (b)



は港口を狭窄しない場合の Case 3 を Case 2 に比較したものである。

$\eta^*_{\max}$ の移動速度はどうであろうか。図-8 は Case の場合の各時刻における $\eta^*_{\max}$ の位置を示している。図中の実線、点線は $x^* = \int_{t_0}^{t^*} \sqrt{g(h^* + \eta^*_{\max})} dt^*$ でめられた曲線を示し、これより見ると $\eta^*_{\max}$ の移動については比較的両者はよく一致しているが、水深が浅く

図-8



なると実際の移動速度の方がはるかに小となる。この傾向は Case 4 のごとく波高が大となるとまことに明瞭に現われている。

次に問題になるのは $\Delta x^* = 150 \text{ m}$ の間に現われる最大値差 $\Delta \eta^*_{\text{max}}$ であるが、これを求めたのが 図-9 である。水深の大きな水域ではその値はいずれもきわめて小であるが、分流点をすぎ水深が小となると漸次増大し、 $t^* = 0$ における水面勾配が大きくなり始める付近(図-4 a) 参照)で最大となり、それより上流部ではまた減少してゆく。 $\Delta \eta^*_{\text{max}}$ の移動速度を Case 2 について示したのが 図-10 である。図中の曲線は $\int_{t_0}^{t^*} \sqrt{g(h^* + \eta^*)} dt^*$

図-9

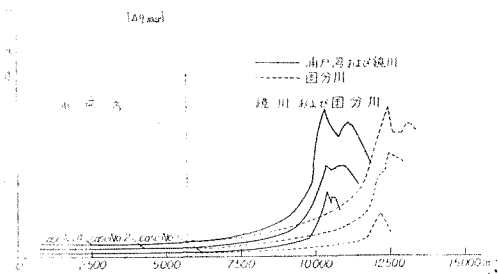
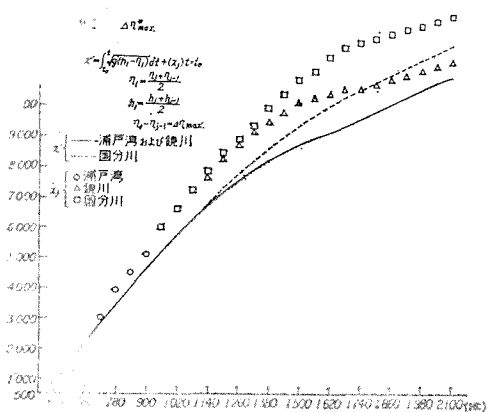


図-10



を $\Delta \eta^*_{\text{max}}$ が生じた場合について行なったものであり、 $\Delta \eta^*_{\text{max}}$ は水深の深い所ではこの曲線よりも速く移動するが、水深が浅くなると、移動速度は小となっている。

次に津波による (+) 方向の Volume および同方向のモーメントを $t^* \geq 1500 \text{ sec}$ に対して図示したものが 図-11, 12 である。もちろん 図-3 による津波波形第 1 波のみに関するものであるが、河川浸入後の津波の Volume が波高の大小にかかわらずほぼ相いた値となるのは注目すべきであり、これに変化を与えるのはあるいは波の周期ではないかと想像させる。いずれにしても 図-11 の曲線から第 1 波消失の t^* が推定せられ、図-10 の関係を用いる時、その時の津波 Front の x^* も推定せられる。ただし 図-10 の $x^* - t^*$ の関係は Case 1, 2, 3, 4 でそれぞれ異なるものである。図-12 のモーメ

図-11

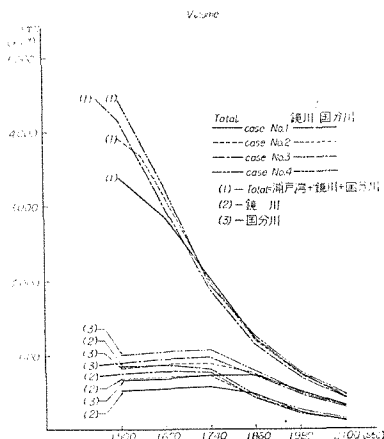


図-12

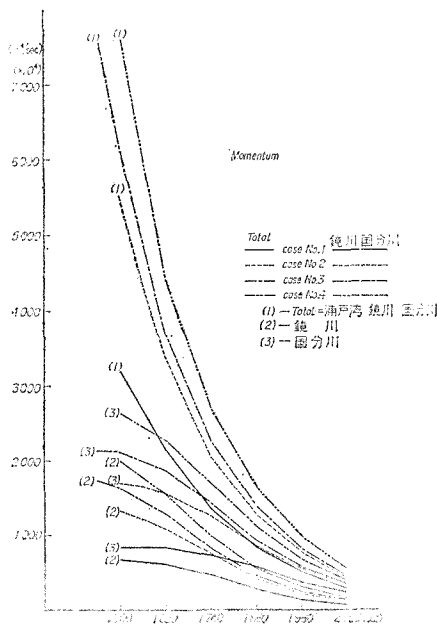


図-13

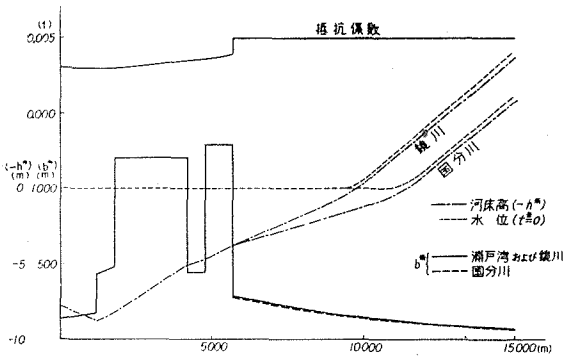
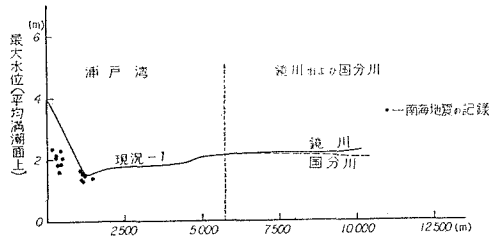


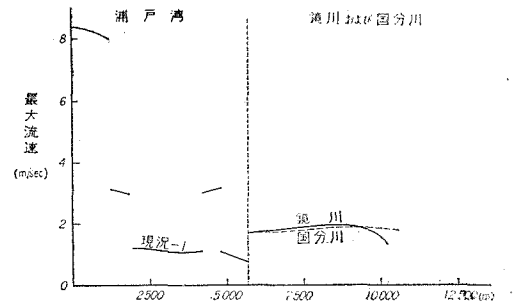
図-14



ンタム曲線においては波高の大小による、また港口巾の差による、モーメントの差が明確にあらわれている。

なお現況に関する計算も行なわれた。津波条件は Case 2 の場合と同じくし、図-13 のような巾員 b^* 、床高 $-h^*$ 、 f を仮定した。この f の値は既述のごとく、ちいさく見積られている。得られた結果のうち、各地点の最高水位（平均満潮面上）および最高流速に関するものを

図-15



図示すれば 図-14, 15 のごとくなる。浦戸湾の巾員増大のため 港口狭窄部で急激な津波水位の低下と 8m/sec を超える大きな流速が現われている。図-14 には南海大震災誌（高知県）p. 51 第 11 図による津浪のたかさ（当時の推定潮位上）が併記されている。使用された計算機は I.B.M 650 である。

参 考 文 献

- 1) 南海大震災誌，高知県，昭和 24 年
- 2) 震浪災害土木誌，岩手県土木課，昭和 11 年
- 3) 海岸保全施設設計便覧，土木学会，昭和 32 年
- 4) Champion, H. H. and Corkan, R. H.: "The Bore in the Trent" (1935).
- 5) Carrier, G. F. and Greenspan, H. P.: "Water Waves of Finite Amplitude on a Sloping Beach" Jour. Fluid Mechanics. Vol. 4, (1958).
- 6) Greenspan, H. P.: "On the Breaking of Water Waves of Finite Amplitude on a Sloping Beach" Jour. Fluid Mechanics. Vol. 4, (1958).
- 7) Stoker, J. J.: "Water Waves" Interscience, (1957).