

淺海における風波の図式計算法

運輸省第二港湾建設局長 運輸技官 坂 本 信
運輸技術研究所 運輸技官 工学博士 井 島 武
同 上 佐 藤 昭
同 上 青 野 尚

要旨

従来の浅海波の計算法では風速及潮位の時間的変化を考慮することが出来ないので、此処では Bretschneider の浅海波高と周期を用い、B. Wilson の移動性風域に対する深海波の作図計算法を浅海波に拡張した方法によって浅海波の波高及周期の変化を求める方法を述べたものである。

1. 緒 言

浅海の波を推定する方法として、一般に我が国では Molitor の方法、Thijsse の方法及び Bretschneider の方法が紹介されている。然し從来我国では台風時の浅海波の実測記録がなかつたことと、浅海波に対する研究が少なかつたため、之等の何れの方法によるのが最も妥当な値を示すかは明瞭でなかつた。昭和 34 年の伊勢湾台風の時には、2, 3 の実測記録が得られ、又台風時の海湾内の風や高潮との関連を考察することが出来たので、著者等は実測値を基にして最も妥当と考えられる浅海波の推定法を作り、その概略を既に発表したが、その後多少の修正を加えたので、之を本報告に述べようと思う。

2. Molitor の方法

米国の D. A. Molitor¹³⁾ が風速と対岸距離による波高の値を Stevenson の考え方で表示したもので、波高を H (m), 対岸距離を F (km), 風速を U (m/s) とすると次の関係が成立する。

之は水深の影響を考慮していない深海波の表示式の一種であり、英國では深海波の式の一つとして取扱つているが²⁾、その資料は米国五大湖での波の観測によるものであることから、浅海波の式として用いることも考えられる訳である。然し乍ら此の観測値は、有義波の概念が確定されていない時代のものであつて、注意して取られた最近の資料に比べると過小の値を示すことが多いこと、水深の影響が考慮されていないので、局地的特性の著しい海湾では用いられないこと、及び波の周期が与えられないこと等の欠陥があつて、この方法によつて正確な波の推定を行ふことは不可能である。

3. Thijssse の方法

J. Th. Thijssse³³⁾は水深 1.0 呎、長さ 50 m、幅 4 m の風洞水路実験によって、浅海部での波の発生機構を調べると共にオランダの湖湾における実測結果とから、水深を h 、風速を U 、吹送距離を F 、波高を H 、波長を L として、 gH/U^2 と gF/U^2 の関係及び $gL/2\pi U$ と gF/U^2 の関係を gh/U^2 をパラメーターとして表示した。然しこの値は gh/U^2 が大きい場合（深海波に相当する場合）について、Sverdrup-Munk-Bretschneider の与えた深海波の gF/U^2 に対する gH/U^2 の値と比べると、 $gF/U^2 > 30$ の時は gH/U^2 が過大であり、 $gF/U^2 < 30$ の時には過小となり、多くの場合ほとんど Thijssse による波高は過大である。Thijssse はこの原因が水路実験における風速の取り方が、実際の場合と異つてることによるものであらうと云つている。我々の実測値の多くと比較しても、波高は過大で、周期は過小である。

4. Bretschneider の方法

Bretschneider¹⁴⁾は浅海での波のエネルギー損失に関する Putman-Johnson (1949) および Putnum (1949) の研究を考察し、海底砂の平均粒径が 0.5 mm 程度以下の場合は、海底摩擦の効果のみが支配的であるとし、Sverdrup-Munk-Bretschneider の風速 U 、波高 H 、周期 T および吹送距離 F の関係 ($gH/U^2 v.s.$, gF/U^2 ,

および $gT/2 \pi U$ v. s. gF/U^2 の関係)から出発し、遂に計算によって、浅海の波高を求め、実測値によつて多少の修正を加え Thijssse と同様の浅海波の図表を作つてゐる。此の過程は彼の一連の報告によつて詳細に示され、その結果は“proc. 6th Conf. on Coastal Eng. (1958)”に発表されている。此の中に示された深海波における gF/U^2 に対する gH/U^2 , gt/U 及び $gT/2 \pi U$ の関係は現在最も信頼されるものと考えられる。図-1 はこれを示すもので 1958 年に修正されているが、図の点線で示す様に在来のものに比べると $gT/2 \pi U$ v. s. gF/U^2 の関係はほとんど変わらないが、 gH/U^2 の値は $gF/U^2 > 200$ に対しては小さく、 $gF/U^2 < 200$ に対しては大きい値を示す。

5. Bretschneider の計算法⁵⁾⁶⁾

海底における水粒子の運動による剪断力は水粒子速度の平方に比例するとすれば、無限小振幅波に対しては水底の単位面積につき、単位時間に消費される波のエネルギーは次式で表わされる。

$$D_f = \frac{4\pi^2 f \cdot \rho H^3}{3 T^3} \cdot \frac{1}{(\sinh \frac{2\pi h}{L})^3} \quad \dots \dots \dots (1)$$

但し、 T は波の周期、 h は水深、 L は波長、 H は波高、 ρ は海水の密度、 f は摩擦係数 (=0.01)

今一定水深 h の海面を波高 H_1 の波が、距離 Δx だけ進行した後、波高が H に減衰したものとすると次式の関係が成立する。

$$H = K_f \cdot H_1 \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここで

$$K_f = \frac{1}{1 + \frac{f \cdot H_1 \cdot \phi \Delta x}{K_s \cdot T^4}} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$K_s = \frac{1}{\tan h \frac{2\pi h}{L} \cdot \left(1 + \frac{4\pi h/L}{\sinh 4\pi h/L}\right)^{1/2}} \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$\phi = \frac{64\pi^3}{3g^2} \left(\frac{K_s}{\sinh \frac{2\pi h}{L}} \right)^3 \quad \dots \dots \dots (5)$$

K_s は水深変化のみによる波高の変化を示すもので、浅水度係数 (Shoaling Coefficient) という。又 K_f は波高減衰率を示し、Reduction factor と呼ばれる。

図-2 Bretschneider の計算法

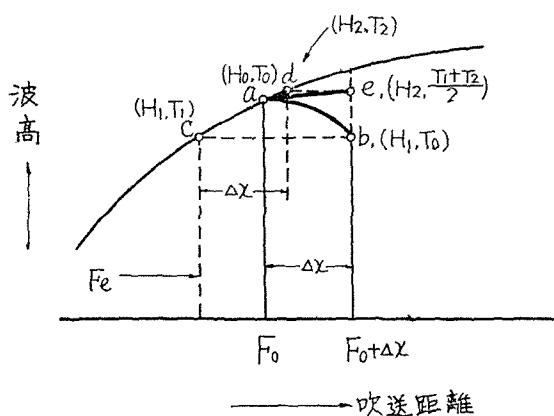
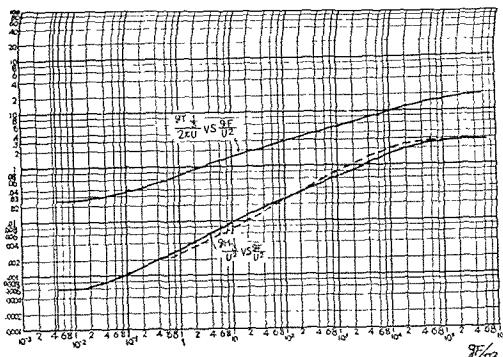


図-1 修正された波高と周期の曲線 (Bretschneider による) (……は在来のもの)



$$(3) \text{ 式の } K_f \text{ は } f \cdot H_1 \cdot \phi \Delta x / h^2 \text{ と } h/L \text{ (又は } T^2/h \text{) の}$$

函数であるから、 K_f をこれらの値で読み取られる様に表示しておけば、容易に K_f が求められる。
風速 U と fetch が与えられると、図-1 の関係から、風上端から特定の距離 F_0 の点での波高と周期が求められるが、此の点の周期 T_0 に対応する波長が水深の 2 倍に達する場合は、 F_0 より風下の海面では、波は海底摩擦の影響を受け始める。それ故これから以後の波高および周期は図-1 および式 (2) によつて求められることになる。

先ず海底水深が一定であるとして、この計算法を図-2 について示すと次の様である。

(i) F_0 点での波高および周期を H_0 , T_0 (点 a) で示すとすると、式 (2) により、 Δx 進んだ後の波高 H_1 (点 b で示す) が求められる。

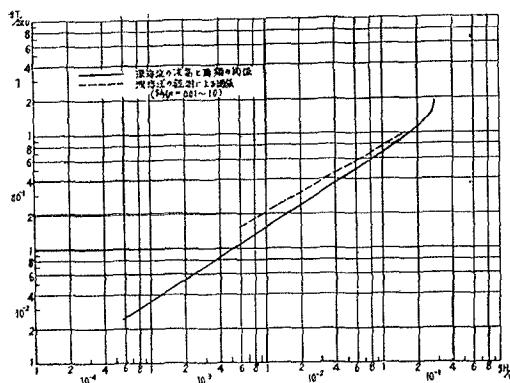
(ii) この H_1 と同じ波高をもつ深海波の吹送距離（相当吹送距離） F_0 に $4x$ を加えた吹送距離 F_0+4x における深海波の波高と周期を図-1 から求め、これを H_2 及び T_2 とする。（之を点 d で示す。）（吹送距離 F_0 における波高は H_1 、周期は T_1 である。（之を点 c で示す。）するとこれは波高 H_1 、周期 T_1 の波が風速 U をうけて、距離 $4x$ だけ進んだ後の波高である。此の波高 H_2 が距離 F_0+4x の点での波高であるとする（点 e で示す）。此の時の周期は $\frac{1}{2}(T_1+T_2)$ であるとする。

F_0+24x の距離での波を求めるためには、前と全く同じ手続きを進めればよい。

このようにして種々の風速と水深に対して計算を行い、実測値によつて修正を加えて図-3 に示す所の水深一定の場合の gF/U^2 をバラメーターとして gH/U^2 と gh/U^2 の関係が求められている。此の図を Thijssse の図表と比べると、 $gh/U^2 < 0.05$ では Thijssse の値よりも波高は大きく、 $gh/U^2 > 0.05$ では Thijssse の値よりも波高は小さい。また一方図-3において、 gh/U^2 が大きくなつて、深海波に近づくときには、 gH/U^2 と gF/U^2 の関係は図-1 に示された gH/U^2 と gF/U^2 の関係に一致すべきであるが、 $gF/U^2 > 200$ では前者が大きく、 $gF/U^2 < 200$ では小さい値を示すという不都合が生ずる。従つて近い将来に、図-3 は gh/U^2 の大きい値では図-1 に一致する如く、多少の修正がなされるべきと思われる。

以上のように一定水深の浅海波に対する波高は図-3 から容易に求められるが、周期については Bretschneider は図-3 と類似の関係を与えず、便宜的に図-3 から求められる gH/U^2 の値を図-1 の深海波の gH/U^2 に取り、これに対応する $gT/2\pi U$ を読み取つて浅海波の周期を求めるべきことを示している。これは厳密には図-2 に示す方法で求めた周期とは多少異なるが実用的には差し支えないと考えられる。図-1 から読み取つた $gT/2\pi U$ と gH/U^2 との関係を示すと、図-4 の如くで、之は深海波としての波高と周期の関係である。

図-4 波高と周期の関係



思われるが、深海波との接続を考えて、一般に(7)式を用いることとする。

上述の方法は水深が一定の場合であるが、実際には必ず水深は変化するので、その場合には Bretschneider の方法では前述の吹送距離 F_0 （与えられた風速に対し、水深の丁度 2 倍の波長を生ずるような吹送距離）から、区間 $4x = 8 \sim 10 \text{ km}$ に取り、その区間での平均水深を取つて、 F_0+4x での波高を求め、図-2 に示す同じ手続きで計算を進めればよい。海底勾配が $1/500$, $1/1000$ および $1/5000$ の場合については Bretschneider によって図-3 と同様の図表が作られている⁹⁾。Thijssse の方法では水深が変るときには、 h を平均水深として用いることになるが、海底地形によつて h が同じ値であつても、全く異つた波高を与えることがあるので、実際の場合に Thijssse の方法を用いることができないことが多い。

図-3 一定水深の浅海波と風速の関係
(Bretschneider による)

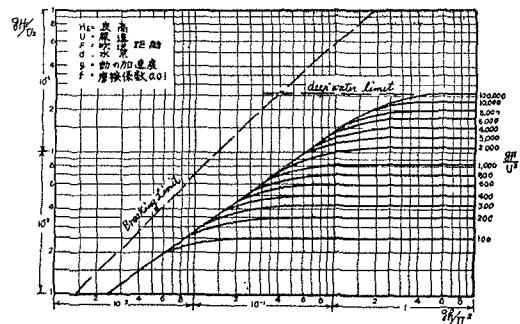


図-4 の点線は Bretschneider の観測結果¹⁰⁾によるもので、これによると浅海波の場合が同じ波高に対しては周期が長く、flat な波になることがわかる。これは風から波に伝達されるエネルギーの中、浅海では深海におけるよりも波速增加に費される部分が大きくなる事によるものと思われる。図-4 の曲線を式で示すと、浅海波に対しては、 $gh/U^2 = 0.01 \sim 1.0$ の範囲で

$$gT/2\pi U = 2.82 \left(\frac{gh}{U^2} \right)^{0.57} \quad \dots \dots \dots (6)$$

深海波に対しては

$$gT/2\pi U = 2.88 \left(\frac{gh}{U^2} \right)^{0.64} \quad \dots \dots \dots (7)$$

従つていずれの場合にも、近似的に T^2 は H に比例するという関係がある。

浅海の場合は(6)式の方が実測値に近い場合が多いと

6. 浅海波の図式計算法

Thijssse の方法は一様水深かつ風速が一定の場合のみ用いられ、Bretschneider の方法は水深は場所的に変つてもよいが、風速が一定でなければならない。又水深も時間的に変る場合には不都合である。伊勢湾台風の時に見られるように、伊勢海における風速は時間的にも又場所的にも変り、水深もまた高潮に伴つて変動する。それで著者等はこのような場合の波を推定するために、深海波に対する Wilson の考え方⁹⁾を用いた図式計算法を試みた。

此の考え方は Wilson の考え方と全く同様であり、風域上のある点で発生し進行する波はその点の周期（又は波長）と水深によって決まる群速度を以て進行するが、風速および水深が変化する場合にも群速度および波高は連続的に変化しながら発達し、又は減衰すると考えるものである。従つて風速又は水深の変化は波に対して不連続的な変化を与えることがない。Wilson の方法においては、風速の減少による波の減衰に対する法則が与えられていないため、風速の急激な減少に対しては正しい解を与えることが出来ないが、浅海波の場合には、波の減衰に対する法則が、(2) 式に示される如く、波高と水深および周期（又は波長）によって決定されて居り、又風速の増加による波の発達に対する法則は、S-M-B の深海波に対する $gF/U^2 v.s. gH/U^2$ （又は $gT/2\pi U$ ）の関係から与えられているので、之等を組合せることによって、風速および水深の減少する場合に対しても正しい解を求めることが出来る。

風域図

風域図は Wilson の風域図と全く同様で、横軸に距離、縦軸に時間を取つて、考える fetch 上の風速の分布とその時間的変化を図示したものである。その他に fetch 上の水深の分布およびその時間的変化も同時に記入される。此の実際の例は後述する図-15 に示されている。これらの図では等風速線は、7.5, 10, 12.5, 15 m/s 等の如く、2.5 m/s 毎に引かれて居り、等水深線は 5, 7, 9, 12.5, 17.5 m 等の如く、深い所では 2 m 毎、深い所では 5 m 毎に引かれている。図式計算では此の程度の区分で充分の精度を得ることが出来る。

$H-t-F-C_G$ diagram

$H-t-F-C_G$ diagram は図-5 に説明的に示したように、原点 O を中心として横軸に fetch と群速度を取り、縦軸に波高と時間を取つて、波高と fetch の関係（波高曲線）、波の進行経路（進行曲線）、群速度と時間の関係（群速度曲線）を示したものである。又水深による群速度と周期の関係も示している。図-5 を用いれば、風速 U_1 の場合、水深が一定で h_1 であるとき、fetch 上の一点 O から出発する波は点 O では波高及び群速度は 0 であるが、 t_1 時間の後 f_1 点に到達し、その時の波高は a_1 で示され、又群速度は C_1 で示されることになる。波高曲線は此の間の波高の変化、群速度曲線は群速度の時間的变化を示し、進行曲線は此の波の進行経路を示すものである。

風速 U_1 、水深が一定で h_1 のときの、これらの曲線は次のようにして引くことができる。

(i) 図-3 によって、 gh_1/U_1^2 に対し、 gF/U_1^2 と gH/U_1^2 との関係から波高と fetch の関係が求められ、波高曲線が引かれる。

(ii) 図-4 によって gH/U_1^2 と $gT/2\pi U_1$ との関係が求められるから、風速 U_1 と F に対して周期 T が求められる。周期と群速度との関係は次式であらわされる。

$$C_G = \frac{1}{2} C \cdot \left(H \frac{\frac{4\pi h}{L}}{\sinh \frac{4\pi h}{L}} \right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{gT}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}} \left(H \frac{\frac{4\pi h}{L}}{\sinh \frac{4\pi h}{L}} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

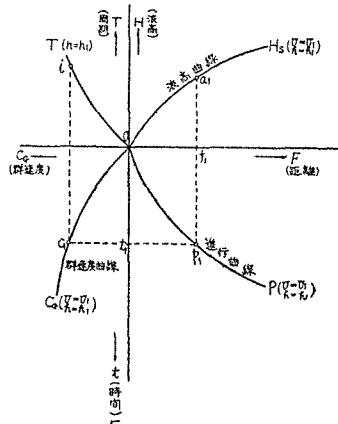
従つて周期 T と水深 h が与えられると、計算により求められる。

かようにして風速 U_1 、吹送距離 F に対する波高 H と群速度 C_G が求められる。

(iii) fetch 上の各点での C_G が分れば、波が距離 F を進行するに要する時間 t は次式で与えられる。

$$t = \int_0^F \frac{dF}{C_G} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

図-5 $H-t-F-C_G$ Diagram
説明図



かようにして一定水深 h_1 に対する風速 U_1 の時の $H-t-F-C_G$ diagram が作られる。

図-6 は水深 $h = \infty, 30 \text{ m}, 20 \text{ m}, 15 \text{ m}, 10 \text{ m}$ に対し、風速 $30, 25, 20, 15, 10 \text{ m/s}$ について描いたもので、fetch および水深が比較的大きい時に用いる。同様にして fetch および水深の小さい時に用いる図も作られる。図の右端 (fetch の大きい場合) には、各々の水深と風速に対して fetch が無限大となつたときの、波高を示している。これは後に示す図式計算の際に便利なために付け加えたものである。

図-6 $H-t-F-C_G$ Diagram (広く深い海の場合) 括弧内の数字は水深(m), 外の数字は風速(m/s)を示す
(例 20(15) は風速 20 m/s, 水深 15 m の場合)

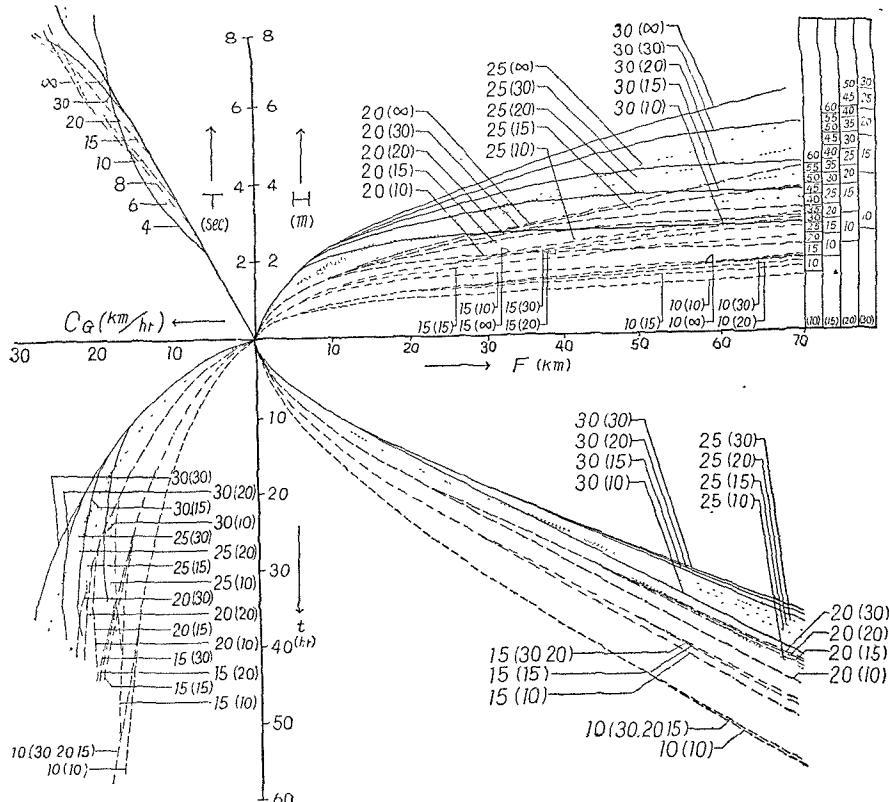


図-6 を作る場合に用いた gH/U^2 と $gT/2\pi U$ の関係は、式(7)によつたものである。従つて浅海波に対する式(6)よりも多少小さい周期を与えることになる。然し波の群速度は周期 3~10 秒の時は、周期が一定とすると水深の大きい方が却つて群速度が小さくなる。それで正確には C_G と t との関係を示す群速度曲線は、必ずしも図-6 の如く整つた形にはならない。図-6 を作る時にはこのようなことを考えに入れて式(6)による計算値よりも多少大きな値を示す如く補正されている。尚図では fetch は km, 波高は m, 時刻は時, 群速度は km/hr, 周期は秒であらわされている。各曲線に示された記号は風速と水深を示すもので、例えば、30(20) は風速 30 m/s, 水深 20 m に対するものである。

図式計算法

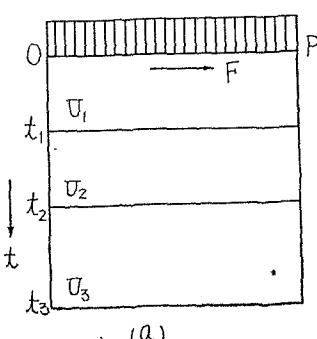
(a) 水深一定 (h_1) で風速が増加するとき。

風域図は簡単のため図-7 の場合として、海面上で一様な風速分布を示し、時間的にのみ変化するものとする。図-8 に示すように 0 点を風上端とし、 M 点での波を求める。風速は時刻 $t=0$ から t_1 まで、 10 m/s , t_1 から t_2 まで 15 m/s , t_2 から t_3 まで 20 m/s と上昇するものとする。

(i) O 点を出る波は風速 10 m/s をうけるから、 10 m/s に対応する進行曲線 OP_1 上を進み、時刻 t_1 に P_1 点に到達する。此の時の群速度は、 C_1 で与えられる。波高は点 a_1 で与えられる。

(ii) 点 P_1 からは波は 15 m/s の風速をうけ始めるから、それに対応した進行をせねばならない。点 P_1 で波のもつ群速度は C_1 点で示され、これ

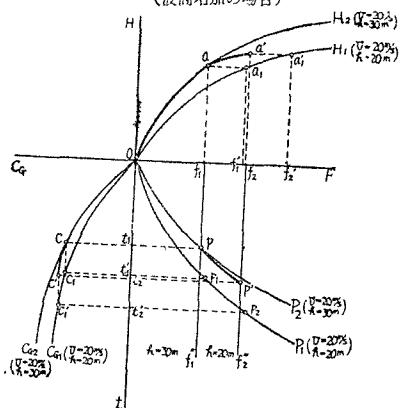
図-7 風域図の例



は 15 m/s に対応する群速度曲線 OC_{G2} 上での C_2 点での群速度と同じである。これは風速 15 m/s に対応する進行曲線 OP_2 上では、 p_2 点でもつ値である。即ち風速 10 m/s で、 OP_1 を進んだ波は、風速 15 m/s で OP_2 を進んだ波と等価であり、同じ群速度をもつと考えてよい。実際の波の p_1 点からの進行は、進行曲線 OP_2 の p_2 点から後の部分と同じでなくてはならない。それで p_1 点から曲線 $p_2 p_2'$ に平行に $p_1 p_1'$ を引き、風域境界線との交点を p_1' とすれば、時刻 t_2 に波は p_1' に来ていることになる。一方進行曲線 OP_2 上に $\overline{p_1 p_1'} = \overline{p_2 p_2'}$ になる様に点 p_2' を取ると、点 p_1' における波は p_2' に対する点 C_2' に等しい群速度を持つている事になる。従つて点 p_1' から引いた水平線上に C_2' に等しく点 C_1' を取ると、曲線 $OC_1 C_1'$ は波が $OP_1 p_1'$ を進行する間の群速度の変化を示すことになる。

(iii) 波が p_1 点でもつ波高は点 a_1 で示されるから、 a_1 から水平線を引いて、風速 15 m/s に対応する波高曲線 OH_2 との交点 a_2 を求めると、波が p_1 点以後進むと共に波高は、曲線 $a_2 H_2$ 上を上昇する。そして点 p_1 と点 p_1' との水平距離 $\overline{f_1 f_1'}$ に等しく、 $\overline{f_2 f_2'}$ を水平軸 OF 上に取り、 f_2' の直上の点 a_2' を求めると、之が波が p_1' 点でもつ波高を与えるから、 p_1' 点の直上に a_2' 点を水平に移して、 a_1' 点を決めれば、波高の変化は曲線 $Oa_1 a_1'$ で示される。

図-9 風速一定で水深が減少するときの作図法
(波高増加の場合)



平行に $p_2 p_2'$ を引き、 $f_2 f_2'$ 線との交点を p_2' とすると、波は $Op_2 p_2'$ を進むことになる。 p_2' 点の波の群速度は、点 p_2 に対応する曲線 OC_{G1} 上の点 C_1' に等しいから、群速度の時間的变化は OCC' である。

波高は OH_1 曲線上に a と等しい点 a_1 を求め、 a_1 に対応する吹送距離 f_1' から右方に f_2' を取り、 $\overline{f_1' f_2'} = \overline{f_1 f_2}$ とし、曲線 OH_1 上に f_2' 上の点 a_2' を求めると、点 p_2' での波高は a_2' に等しい d で示される。即ち波高の変化は Oad で与えられるのである。

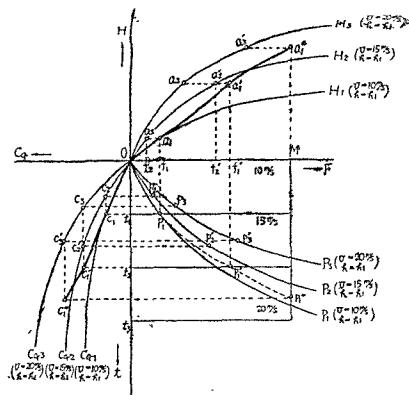
(e) 風速が一定で水深が減少するとき

上述の場合は水深は減少するが、波高は発達するという場合である。然し実際には水深が更に減少すると海底摩擦が大きくなつて波高は減少していくことになる。

今風速が例えれば $U=20 \text{ m/s}$ で一定であるとき、図-10 に示すように水深 $h_2=20 \text{ m}$ と $h_1=10 \text{ m}$ との境界線が $f_1 f_1'$ であるとする。原点 O から波は進行曲線 OP_2 上を進み、点 p_2 で $f_1 f_1'$ に交る。このとき波高は原点 O から増加して OH_2 に沿つて上昇し、点 a_2 に達する。群速度は OC_2 の如く変る。これから水深 10 m の区域に入るのであるが、図に示すように波高 a_2 、群速度 C_2 に対応する値は、波高曲線 OH_1 上でもまた群速度曲線 OC_{G1} 上にも求められない。それで f_1 から距離 $4x$ だけ右方での波高及び群速度を求めるには次のように考える。

(i) 先ず風速 20 m/s の時の深海波 ($h=\infty$) の波高曲線 OH_∞ を与える。 a_1 (曲線 OH_1 の水平な部分と同じ波高を示す) および a_2 点から水平線を引いて曲線 OH_∞ との交点を夫々 m_1 , m_2 とし、 m_1 及び m_2 から $4x$

図-8 水深一定で風速が増加するときの作図法



以上の手続きを繰り返せば図の如く進行曲線 $Op_1 p_1' p_1''$ 、波高曲線 $Oa_1 a_1' a_1''$ 、群速度曲線 $OC_1 C_1' C_1''$ が求められ、点 M では時刻 Mp_1'' において波高 a_1'' 、群速度 C_1'' の波が求められる。

(b) 風速が一定で水深が変るとき

一般には波の進行と共に水深が浅くなる場合が多いので、これについて考える。深くなる場合も考え方は同じである。例えば図-9 で風速は 20 m/s で一定とする。風域図上に水深を示す線を引くと、これは一般に Ot 軸に大体平行な線として示される。線 $f_1 f_1''$ は水深 30 m と水深 20 m との境界を示す線である。

先ず O 点を出る波は、風速 20 m/s 、水深 30 m の進行曲線 OP_2 上を進み、点 p において境界線 $f_1 f_1''$ と交わる。この時の波高は a 、群速度は C である。これから以後、波は水深 20 m の部分に入るから、 a 点での群速度 C と等しい群速度をもつ点を曲線 OC_1 上に求め、これを C_1 とすると、これに対応する進行曲線 OP_1 上の点 p_1 が求められる。従つて O から曲線 $p_1 P_1$ に

平行に $p_1 p_1'$ を引き、 $f_2 f_2''$ 線との交点を p_1' とすると、波は $Op_1 p_1'$ を進むことになる。 p_1' 点の波の群速度は、点 p_2 に対応する曲線 OC_{G1} 上の点 C_1' に等しいから、群速度の時間的变化は OCC' である。

波高は OH_1 曲線上に a と等しい点 a_1 を求め、 a_1 に対応する吹送距離 f_1' から右方に f_2' を取り、 $\overline{f_1' f_2'} = \overline{f_1 f_2}$ とし、曲線 OH_1 上に f_2' 上の点 a_2' を求めると、点 p_1' での波高は a_2' に等しい d で示される。即ち波高の変化は Oad で与えられるのである。

(c) 風速が一定で水深が減少するとき

上述の場合は水深は減少するが、波高は発達するという場合である。然し実際には水深が更に減少すると海底摩擦が大きくなつて波高は減少していくことになる。

今風速が例えれば $U=20 \text{ m/s}$ で一定であるとき、図-10 に示すように水深 $h_2=20 \text{ m}$ と $h_1=10 \text{ m}$ との境界線が $f_1 f_1'$ であるとする。原点 O から波は進行曲線 OP_2 上を進み、点 p_2 で $f_1 f_1'$ に交る。このとき波高は原点 O から増加して OH_2 に沿つて上昇し、点 a_2 に達する。群速度は OC_2 の如く変る。これから水深 10 m の区域に入るのであるが、図に示すように波高 a_2 、群速度 C_2 に対応する値は、波高曲線 OH_1 上でもまた群速度曲線 OC_{G1} 上にも求められない。それで f_1 から距離 $4x$ だけ右方での波高及び群速度を求めるには次のように考える。

(i) 先ず風速 20 m/s の時の深海波 ($h=\infty$) の波高曲線 OH_∞ を与える。 a_1 (曲線 OH_1 の水平な部分と同じ波高を示す) および a_2 点から水平線を引いて曲線 OH_∞ との交点を夫々 m_1 , m_2 とし、 m_1 及び m_2 から $4x$

だけ右方の点 m_1' および m_2' を OH_∞ 上に取る。 m_1' と m_1 の差は $\overline{m_1' n_1}$, m_2 と m_2' の差は $\overline{m_2' n_2}$ である。

(ii) 波高曲線の水平な部分は、波が風からうける波高の増大量と海底の影響によってうける波高の損失量とが等しいと考えられるから、 $\overline{m_1' n_1}$ は波高 a_1 の波が水深無限大の海面を風速 20 m/s の風をうけながら、距離 Δx を進行するときに生ずる波高増大に等しく、又一方から考えると、水深 10 m の Δx の区間で、波高 a_1 の波に起る波高の損失に等しい。之を $H_t(a_1, h_1)$ とする。

(iii) $\overline{m_2' n_2}$ を考えると、これは波高 a_2 の波が深海で Δx の距離を風速 20 m/s の風をうけ乍ら進行する間に波高増大に等しいと考えられる。これを $H_r(a_2)$ とする。これは水深には無関係である。

(iv) 此處で a_2 の波高をもつ波が風速 $U=20 \text{ m/s}$ を受け乍ら、距離 Δx を進行する時に生ずる、風による波高増大と水深 $h_1=10 \text{ m}$ における波高損失との差がわかれば、 $f+\Delta x$ における波高が求められる訳である。

此の差 Δa は次の式で表わされることになる。

$$\begin{aligned} \Delta a &= H_r(a_2) - H_t(a_2, h_1) = H_r(a_2) - H_t(a_1 + (a_2 - a_1), h_1) \\ &\doteq H_r(a_2) - H_t(a_1, h_1) - (a_2 - a_1) \frac{\partial H_t(a_1, h_1)}{\partial a_1} \end{aligned} \quad (11)$$

此の第1項および第2項は上述の如く既知である。 $\frac{\partial H_t}{\partial a}$ は、初めの波高を H_1 、底面摩擦をうけて Δx だけ進んだときの波高を H とするときの、 H_1 の変化による $(H_1 - H)$ の変化を意味する。即ち $\frac{\partial H_e}{\partial a} = \frac{\partial(H_1 - H)}{\partial H}$ である。この量は図から読み取る事ができない。それでこれが大体どの位の値になるかを考えてみる。

(2) 式から

$$H = H_1 \cdot \frac{1}{1 + \frac{f \cdot \phi \cdot H_1 \Delta x}{K_s T^4}} = H_1 \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot H_1 \Delta x} \quad (12)$$

但し $\alpha = \frac{f \cdot \phi}{K_s T^4}$ とする。ここで α は周期（又は波長）と水深 h との函数であるが、此處では水深は h_1 で一定であり、周期のみによって変ることになる。第1近似では f における周期と $f + \Delta x$ における周期とが等しいと仮定すると、 α は一定である。又一般に $\alpha H_1 \Delta x$ は 1 に比べて小さく、(12) は近似的に

$$H = H_1 (1 - \alpha H_1 \Delta x)$$

である。従つて $H_1 - H = \alpha H_1^2 \Delta x$

$$\text{故に } \frac{\partial(H_1 - H)}{\partial H_1} = 2 \alpha H_1 \Delta x$$

となる。それ故 (1) 式の第3項は近似的に

$$(a_2 - a_1) \cdot \frac{\partial H_t(a_1, h_1)}{\partial a} = 2 \alpha \cdot \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot (a_2 - a_1) \Delta x = \alpha (a_2^2 - a_1^2) \Delta x$$

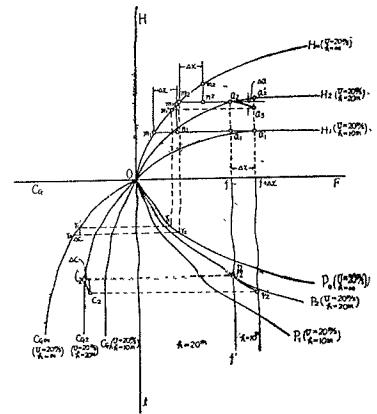
又第2項を上述の如くあらわすと

$$H_t(a_1, h_1) \alpha a_1^2 \Delta x$$

$$\text{故に } \Delta a \doteq H_r(a_2) - \alpha a_2^2 \Delta x = H_r(a_2) - H_t(a_1, h_1) \cdot \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 \quad (13)$$

従つて f から $f + \Delta x$ までの間の波高の減少は、(13) 式で表わされることになる。故に $f + \Delta x$ の位置では図-10 の $\overline{m_2' n_2}$ から $\overline{m_1' n_1}$ の $\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2$ 倍の長さを差し引いた量だけ、波高は減少するものと考えることが出来、図-10 で $f + \Delta x$ での波高を示す点 a_3 を求める事が出来る。

更に次の様な考え方でも式 (11) 中の $H_t(a_2, h_1)$ を求める事が出来る。図-11 は 図-10 の波高曲線の部分のみを示すが、今水深 $h_1=10 \text{ m}$ の時、種々の風速に対応する波高曲線の中で、吹送距離が無限大のとき、点 a_2 と同じ波高を示すような波高曲線を内挿によって求めれる。図-11 でこれが風速 30 m/s 、水深 10 m に対応するものとして求められたものとする。此の時は深海波としての風速 30 m/s に対応する波高曲線 OH'_∞ を引き、点 a_2 を通る水平線との交点 m_2'' を求め、 $a_2 m_2''$ 線上に $\overline{m_2'' n_2} = \Delta x$ になる点 n_2'' から鉛直線を引き、之と OH'_∞ 曲線との交点 m_2''' を求める。すると点 m_2''' と n_2'' との高さの差 $\overline{m_2'' n_2''}$ は、波高 a_2 の波が水深 $h_1=10 \text{ m}$



を Δx だけ進行するときの波高減少量であり、 $H_t(a_2, h_1) = \frac{m_2'' n_2''}{m_2 n_2}$ である。この考え方によつて、式(13)を計算することなしに作図のみによつて、(iii)式の値を求める事が出来、従つて点 a_3 の位置を知ることが出来る。この考え方には、水深が減少する時のみならず、後述の風速減少の場合にも用いられる。但しこの場合注意しなければならないのは、 Δx の取り方である。一般には Δx は 5 km 程度の間隔で取ることで充分であるが、波高 a_2 と a_3 の差が、0.2 m 程度以上になる様だと、 a_3 が過小の値を示すことになる。これは微分計算を作図で行う上での当然の誤差であるから、このような場合には、 Δx を 2 km 程度に取つて作図を行わねばならない。後述する風速が減少する場合についても同様である。

(v) 図-10 で点 a_3 より水平線を引き OH_{∞} との交点を m_1'' とする。 m_1'' および m_2 より垂線を引き、 OP_0 との交点を夫々 r_1, r_2 とし、更に r_1, r_2 を通る水平線と OG_{∞} との交点を夫々 r_1', r_2' とする。このとき r_1' と r_2' に相当する群速度の差 Δc は、波高が a_2 から a_3 に減少したときの相等深海吹送距離の減少によつて生ずる群速度の減少量に相当する。従つて波高 a_3 に相当する波は、 C_2 より Δc だけ減じた群速度を有することになる。

実際の作図としては、 p_2 より $\frac{C_2 + (C_2 - \Delta c)}{2}$ に相当する群速度で $p_2 p_2'$ を引き、 $f + \Delta x$ の垂直線との交点を p_2' とし、 p_2' を通る平行線上に $(C_2 - \Delta c)$ に相当する値を示す点、 C_2' をとればよい。即ち a_3 に対応する進行曲線および群速度曲線上の点は夫々 p_2' および C_2' となる。

以上 (b) (c) の手続きによつて、水深が減少するときの波の変化を求めることが出来る。

(d) 水深が一定で風速が減少するとき。

風速の減少が緩かである場合には、(a) の場合と全く同様の方法を取ることが出来る。然し風速の減少が長時間続くとき、或いは急激に風速が減少するときには、波高曲線および群速度曲線上で相当する点を見出す事がないことになる。

(i) 図-12 で $t=0$ から $t=t_1$ まで一定風速 $20m/s$ が吹き、 t_1 以後風速が 0 となつたとする。又水深は 0 から f_2 まで一様で $h_1=10m$ であり、 f_2 から f_3 まで $h_2=5m$ となつてゐるとする。此の場合波高は Oa_1 で変り、又群速度は OC_1 で変わる。進行曲線は $t=t_1$ において風速の境界線と点 p_1 で交わる。 p_1 点から後は波は風をうけないから、周期は不变であり、従つて一定の群速度 C_1 をもつて進むから、 O 点での進行曲線への接線 $p_1 p_1'$ で進み、水深変化の境界線と p_1' で交わる。この間の群速度は不变であるから、群速度の変化は $OC_1 C_1'$ となり、 $C_1 C_1'$ は Ot 軸に平行である。此處から周期は一定であるが、水深が $h_2=5m$ に変るから、群速度はそれに対応した値 C_1'' を取り、進行曲線は p_1' 点で折れた直線となり、 f_3 の線と p_1'' で交わり、進行曲線は、 $Op_1 p_1' p_1''$ 、群速度曲線は $OC_1 C_1' C_1''$ となる。次に波高は f_1 では a_1 という値を取るが、これから後はうねりとして海底摩擦のため波高を減少する。その減少量を見出すには、(c) の場合と類似の考え方による。即ち a_1 点において、水平線を引き吹送距離が大きいときに、此の線に接する様な波高曲線（水深は $h_1=10m$ である）が風

速が何 m/s のものであるかを内挿によつて見出す。図では点線で示したもののがこれで風速 $15m/s$ （水深 $h_1=10m$ ）に対応する波高曲線が丁度 a_1 を通る水平線に接している。次に無限水深即ち深海波で、この風速 $15m/s$ に対応する波高曲線を内挿によつて引くと、 a_1 を通る水平線と点 m_1 で交わる。 m_1 から右方に $\overline{f_1 f_2} = \Delta x$ に等しく点 n_1 を取り、 n_1 の垂線と求めた波高曲線との交点 m_1' を求めると、 $\overline{m_1' n_1}$ の高さが波高 a_1 の波が水深 $h_1=10m$ を Δx だけ進むときに、海底摩擦によつて、減少する波高と考える事が出来る。従つて波高 a_1 から高さ $\overline{m_1' n_1}$ を差引いた残りの高さを f_2 上に取り、 a_2 とすればこれが f_2 での波高を示すものである。（図で $\overline{n_1' a_2} = \overline{m_1' n_1}$ ）同様の手続きを進めれば、 f_3 での波高をも求めることができうねりとしての波高の減衰を知ることが

図-11 風速が一定で水深が減少する時の作図法
(6点の方法によるもの)

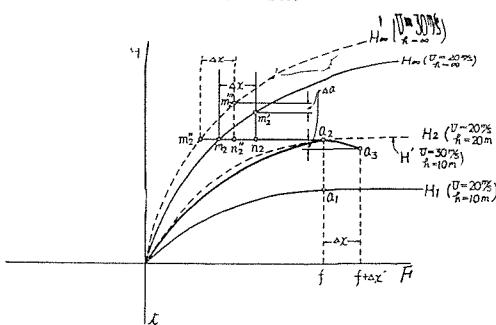
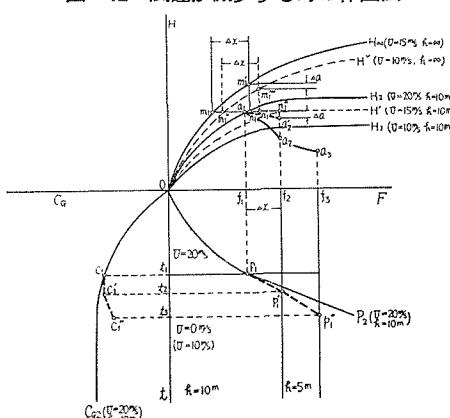


図-12 風速が減少する時の作図法



できる。

(ii) t_1 以後の風速が 0 でなく、例えば 10 m/s に下つたときを考える。この時は点 a 以後の波は海底摩擦で波高を減衰する外に、波高 a_1 をもつていて、風速 10 m/s をうけるための波高増加を考える必要がある。式 (11) の様な表現をすると、 Δx だけ進んだ後の波高減衰量 Δa は

$$\Delta a = H_r(a_1, U=10 \text{ m/s}) - H_l(a_1, h_1) \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

である。この中の第2項は、前述の図-10における $m_1' n_1$ に等しいと考えることができる。此の中の第1項は、式(11)の第1項と全く同様で、図-10 の $m_2 m_1$ と同様にして求められる。即ち図-12 で風速 10 m/s 、水深無限大のときの波高曲線を引いて、 m_1''' および n_1' を決め、この高さの差 $m_1''' n_1'$ を求めれば、これが第1項に等しい。故に $m_1''' n_1'$ と $m_1' n_1$ の差だけを a_1 から差し引いた高さ a_2' が求める波高になる。進行曲線および群速度の求め方は、図-10 の方法と全く同様である。

以上述べた手続はすべて、 $H-t-F-C_G$ diagram の上で図式的に行うことができ、計算上の任意性が全く入らない。又風速の変化、水深の変化のすべての場合に対する手続きを含んでいるから、此の方法によって風速の場所的時間的变化、水深の場所的及び時間的变化を示す風域図を作りさえすれば如何なる場合に対しても図式計算を行つて、考える地点での波高および周期を知ることができる。

7. 数値計算との比較

以上述べた図式計算法は、便宜的な仮定が入っているので、その結果がどの程度に正しいかは、数値計算の結果と比較することによって確かめておく必要がある。

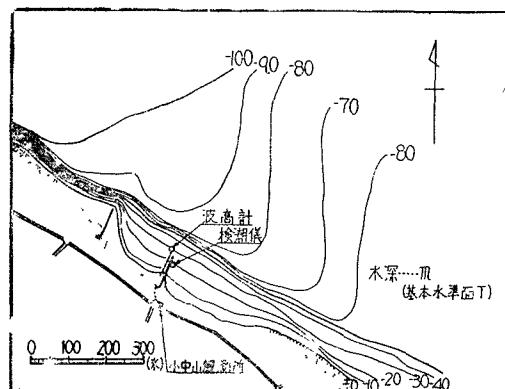
簡単な例として海底勾配が 1/1000 の場合を取り、風速 10 m/s, 15 m/s, 20 m/s, 25 m/s および 30 m/s について Bretschneider が数値計算によって与えた図表による結果¹⁰⁾とを比較してみた。図式計算の場合は、水深 25 ~17.5 m を 20 m とし、17.5~12.5 m を 15 m, 12.5~10 m を 10 m として取つてある。表-1 は両者の各水深での値であつて、此の結果からみると、表の読み取り誤差及び作図誤差を考えると、両者の合致は実用的には充分であると考えられる。

実際には此の方法を適用して観測値との比較を行つてその有効性を確かめる必要があるので、次に実測値との比較例を示すこととする。

表-1 海底勾配 1/1000 の場合の波高比較

風速 (m/s)	Fetch (km)	20	27.5	32.5	37.5
30	水深(m)	30	20	15	10
	数値計算波高(m) 図式計算波高(m)	3.40 3.40	3.64 3.68	3.72 3.72	3.42 3.40
25	数値計算波高(m) 図式計算波高(m)	2.87 2.96	3.0 3.18	3.12 3.26	2.96 3.08
	数値計算波高(m) 図式計算波高(m)	2.20 2.27	2.40 2.45	2.51 2.56	2.51 2.48
15	数値計算波高(m) 図式計算波高(m)	1.72 1.72	1.86 1.87	1.90 1.99	1.84 1.94
	数値計算波高(m) 図式計算波高(m)	1.12 1.16	1.26 1.28	1.35 1.32	1.46 1.40
10					

図-13 福江港外小中山観測所附近平面図



8. 実測値との比較

実測値の一例として、福江港外の伊勢湾台風の波を考える。此の時の波の実測値および気象、潮位に関しては報告に述べた通りである¹¹⁾。福江港外は図-13 に示す様な海底地形で、N～NW 方向からの風波は余り著しい浅海波の性質を示さないが、NE～E 方向からの波は浅海波としての特性が明らかに現われるものと考えられる。伊勢湾台風時は、福江附近では E～ESE 方向の風によつて E～NE 方向からの波が卓越したと考えられ、又その風速は 20 m/s 以上であるから、充分に浅海波として取扱うことができる。図-15 に示した波高と周期の時間的变化からみると、最高の波は 17 時に起り、波高 1.70 m となつてゐる。記録は 2 時間毎に 20 分間の記録を取つているので、風速変化を考えると、實際は 17 時から 18 時ごろまで、この波が続いているものと考えるのが妥当である。

19時以降に波高が急激な減少を示しているのは、風向がSEに変り、完全な陸風になり、波に対する効果がなくなつたからであらうと思われる。

此の地点に対しては、東寄りの風により、最も卓越する波を生ずる fetch として、ENE の方向の fetch を取り、風域図を作ると図-14 の如くである。此の場合 fetch の風下端に対しては、小中山での風を、風上端では田原港の風を取つて、ENE 方向の風速の成分を求め中間の地点ではその風速成分が直線的に変るものとした。潮位は小中山の潮位を用いた。此の風域図について、前述の計算法を適用して、福江港外の波を計算した結果は表-2 及び図-15 に示す如くである。

此の結果からみると、計算による最高波高は、18時29分に波高 1.66 m、周期 4.8 秒である。

全体的に周期が稍稍小さく出ていることは、周期として式(7)を用いたためであらう。然し波高及び周期の変化及びその最大値の起始などは、大体満足な一致を示している。

尚名古屋港沖における実測値は、記録時刻が不明のために計算値と比較することが出来ないが、図式計算によると、略最高波高を生ずる時刻 22 時 30 分に波高 2.0 m、23 時 20 分に 2.2 m となる。この値は実測された波高が最高 2.0~2.4 m であることと一致している。図式計算法が実測値と大差ない値を与えることが証明される。

以上の結果は、水深による波の屈折の効果を考えていないが、福江港外および名古屋港外の何れにおいても、周期 5~6 秒程度の波であれば屈折による波高変化の影響はほとんど考えに入れる必要がない程度である。又厳密には浅海波の進行に伴う周期の変化が起つてことになるから、通常の仮定による屈折係数の算定では充分の精度を期待することは困難であると考えられる。

結論

一般にわが国の海湾のように、対岸距離が 50~60 km 程度の海域では、風速および風向が一定であるという条件で波を計算することが許容されるように思われるが、伊勢湾台風の様な大規模な移動性風域の場合で、波の進行速度と風域の移動速度が同程度であるとき、あるいは高潮を伴うような場合には、必ずしも充分な仮定ではな

図-14 福江港外(小中山)に対する ENE 方向の風域図

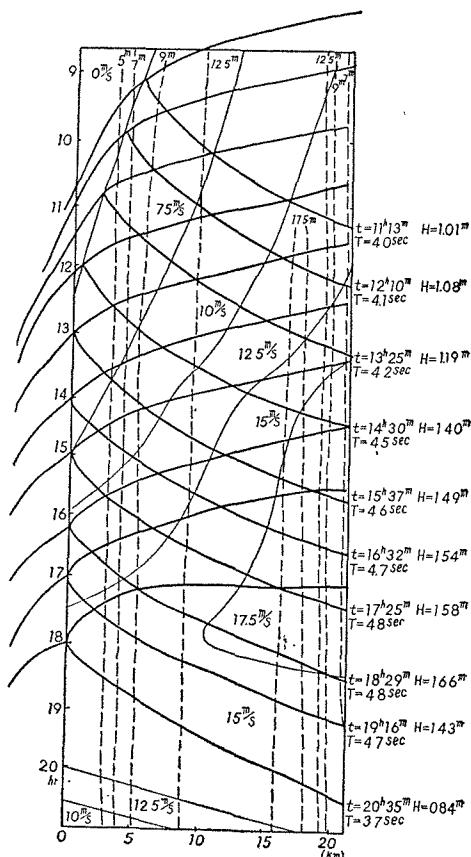


図-15 伊勢湾台風時の福江港外の波

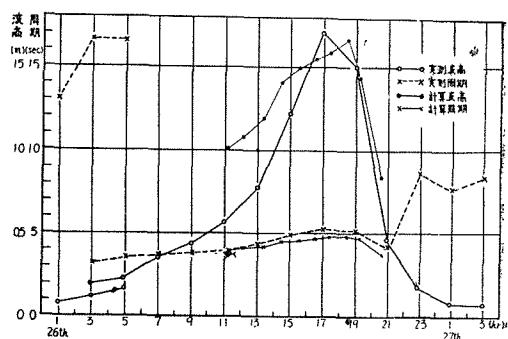


表-2 計算値と実測値の比較

計算値	時刻(時分)	11.13	12.10	13.25	14.30	15.37	16.32	17.25	18.29	19.16	20.35	
	波高(m)	1.01	1.08	1.19	1.40	1.49	1.54	1.58	1.66	1.43	0.84	
	周期(sec)	4.0	4.1	4.2	4.5	4.6	4.7	4.8	4.8	4.7	3.7	
実測値	時刻(時)	11.0				15.0		17.0		19.0		21.0
	波高(m)	0.56				1.22		1.70		1.50		0.46
	周期(sec)	4.15				4.95		5.2		5.18		4.2

い。海岸構造物に対する波の作用を考える際には、高潮と波を考える必要があり、従つてそれらの卓越時刻が重要な要素となるからである。このような意味から波の性質の動的変化を推定する必要があり、そのための一方法として本報告で作図による方法を提案した。その結果では、実測値との比較は大体において充分と思われる。但し周期の値がやや過小な傾向がある。此の点は今後の実測値によって修正して行く必要があるようと思われる。この報告の概要は既に本年の土木学会年次総会で発表したのであるが、内容に不備の点があり、又実測値との比較の際に導入した仮定に多少の変更を加える必要が認められたので、その点を明らかにするためにここに詳細を発表することにしたのである。前回発表した際には、風速と fetch による補正係数を導入したのであるが、その方法に不確実な点があり、むしろこれは現在の段階では考えないで、計算には風速成分を取る方が良いと思われる所以、その結果と実測値とを比較した例をここで示した。

参考文献

- 1) D. A. Molitor ; "Wave Pressures on Seawalls and Breakwater." Trans. A.S.C.E. vol. 108. 1935.
- 2) J. R. D. Francis ; "Wind action on a Water surface." Proc. Inst. Civ. Eng. Feb. 1959. vol. 12.
- 3) J. Th. Thijssse ; "Growth of Wind-Generated Waves and Energy Transfer." Proc. Symposium on Gravity Waves, National Bureau of Standards. Circular 521 Nov. 1952.
- 4) C. L. Bretschneider ; "Modification of Wave Height due to Bottom Friction, Percolation and Refraction" Tech. Memo. No. 45, Oct. 1954. B.E.B.
- 5) C. L. Bretschneider ; "Generation of Wind Waves over a shallow Bottom." Tech. Memo. No. 51. Oct. 1954, B.E.B.
- 6) C. L. Bretschneider ; "Revisions in Wave Forecasting : Deep and Shallow Water, Proc. 6th Conf. Coast. Eng. Council on Wave Research, The Engineering Foundation. 1958.
- 7) 8) 10) ; 5) に同じ。
- 9) B. W. Wilson ; Graphical Approach to the Forecasting of Waves in Moving Fetches." B.E.B. Tech. Memo. No. 73. 1955.
- 11) 坂本, 井島, 佐藤, 青野 ; "作図による浅海波の一般的計算法と伊勢湾台風による福江港外の波について" 第 15 回土木学会年次学術講演会. 昭和 35 年 5 月.