

砕波の圧力と壁体の滑動

中央大学教授 工学博士 林 泰 造
同 講師 工学修士 服 部 昌 太 郎
同大学院学生 林 憲 吉

§1. ま え が き

砕波の波圧について筆者等は昭和31年以来研究を行つて来ており¹⁾²⁾、昨年度は砕波の波圧を受ける壁体の移動についての研究³⁾を報告した。波圧作用時の壁体の滑動安定条件は、従来静力学的な安定条件 $\mu W > P$ が用いられて来た、砕波による防波堤の安定条件にも一応この静定安定条件を適用し、 P には衝撃作用時の最大同時波圧の合力をとることが提唱されている。砕波の波圧の最大値は重複波のそれに比べて著しく大となる場合がある。しかし、その圧力の経続時間は極めて短く (0.05~0.06 Sec 程度)、ほとんど瞬時に近いものともいえるにもかかわらず、その衝撃圧力が静定に以後持続作用するとした時の条件を用いることについては、かなりの疑問がある。

そこで本報においては、新に動的な外力 (波圧) が作用する場合に堤体水平縦目面に作用すべき剪断力に関する理論式を樹て、もつて従来の静的な安定条件の検討を行おうとするものである。

§2. 防波堤のロッキング

防波堤は捨石部に載つた剛な構造物であり、その剛性のために、曲げモーメントによる変形、または剪断力による変形は十分無視しうる程度の大きさのものであると考えられる。しかし、一般に捨石部はこれに反してかなりの弾性をもつものであるから、防波堤を、弾性基礎上に載る角柱体状のものと考えれば、そこにいわゆるロッキング現象が存在すべきことが理解される。

このような現象 (ロッキング) の存在は Minikin の書⁴⁾にも述べられており、彼によれば、衝撃圧を生じないような通常の波を受ける場合においても、壁体は振巾 1° 程度の動揺を行つているという (同書 P.60)。

また羽幌港における実測⁵⁾においても壁体の振動が観測されており、これは砕波による衝撃圧を生じない場合にも存在し、その振動周期は 0.2~0.3 Sec の程度であつた。

このように、ロッキング現象が存在し、それにより堤体頂部が僅か数 mm の振巾でも弾性振動を行いうるものであれば、その振動を始めようとする加速度抵抗 (慣性力) が瞬間的な波力の衝撃圧の一部を吸収し、堤体滑動面に生ずべき剪断力を減少することにあずかる筈である。したがつて、もし瞬間的な衝撃外力の値を軽減するものがありとすれば、それはロッキング機構によつて生ずべき壁体の弾性的な傾きの角加速度であつて、これを無視することはできない。

§3. 任意の波力が作用する場合の、壁体に生ずべき反力

まず初めには壁体が単塊の場合について考える (図-1)。図示のような座標系をとる。

すなわち、

x : 壁体底面中点 O を原点として、水平に港内向きにとられた軸

θ : 壁体底面の弾性変角 (したがつて壁体の傾き角)

また、

V : 壁体の傾き運動に伴う重心点 G の水平速度 (港内向を正とする)

t : 時間

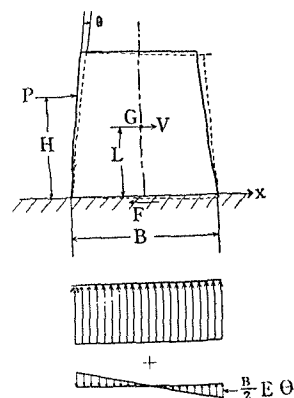
P : 壁体前面に作用する波圧の合力 (いわゆる同時波圧の合力)

F : 壁体底面に作用する剪断力 (反力)

m : 壁体の質量

とおけば、壁体重心点 G についての併進移動に関する方程式は

図-1 単塊堤の場合と諸記号



$$m\dot{V} = P - F \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $\dot{}$ (ドット) は時間 t についての微分を表わす。

一方、基礎部の弾性変形により生ずる基礎部の反力は、基礎部の完全弾性を仮定すれば図示のようなものになるはずである。そこで、

E : 基礎部の弾性係数

M : 基礎部の弾性反力が底部中央点 O のまわりにつくる抵抗モーメント

とおけば、

$$\begin{aligned} M &= - \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} (E\theta x) \cdot x \, dx \\ &= - \frac{1}{12} EB^3 \theta \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

さらに、

$$K = \frac{1}{12} EB^3 \dots\dots\dots (3)$$

とおけば、 M は結局つぎのように表わされる。

$$M = K\theta \dots\dots\dots (4)$$

そこで、いま

I : O 点のまわりの壁体の慣性モーメント

L : 重心 G の高さ

H : 合力 P の作用点の高さ

とおけば、 O 点のまわりの壁体の回転運動の方程式は

$$I\ddot{\theta} = P \cdot H - M \dots\dots\dots (5)$$

したがって上式の M に (4) を代入し、両辺を I で約せば次式をうる：

$$\ddot{\theta} + \frac{K}{I} \theta = \frac{P \cdot H}{I} \dots\dots\dots (6)$$

上式の一般解を

$$\theta \propto e^{i\omega t}$$

と仮定すると

$$\omega = \sqrt{K/I} \dots\dots\dots (7)$$

でなければならないが、この ω はロッキングの振動角速度であるから、改めて

ω : ロッキングの振動角速度

とおけば、上式は

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = \frac{P \cdot H}{I} \dots\dots\dots (8)$$

と書かれる。

つぎに θ と V とを結ぶ関係は 図—1 から明らかに

$$V = L \cdot \dot{\theta} \dots\dots\dots (9)$$

これら (1)、(8) および (9) の 3 式が壁体の弾性的変位に関する基本式となる。これらの 3 式より、 V と θ とを消去して、 F についての微分方程式を考える：

まず (9) を (1) に代入して V を消去すると、

$$mL\ddot{\theta} = P - F$$

したがって、

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{mL} (P - F) \dots\dots\dots (10)$$

つぎに (10) を (8) に代入すると両式から $\ddot{\theta}$ だけが消去できて (θ は残る)。

$$\begin{aligned} \omega^2 \theta &= \frac{P \cdot H}{I} - \frac{1}{mL} (P - F) \\ &= F \cdot \frac{1}{mL} + P \cdot \left(\frac{H}{I} - \frac{1}{mL} \right) \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここで、

R : 0 点のまわりの堤体の慣性半径

とき、

$$I = m R^2 \dots\dots\dots (12)$$

の関係式、および記号

$$k = HL/R^2 \dots\dots\dots (13)$$

を (11) に代入すれば、(11) はつぎのように書直される：

$$\theta = \frac{1}{\omega^2 mL} [F - (1-k)P] \dots\dots\dots (14)$$

上式の両辺を t で 2 回微分すれば、

$$\ddot{\theta} = -\frac{1}{\omega^2 mL} [\ddot{F} - (1-k)\ddot{P}] \dots\dots\dots (15)$$

ただし、上の微分においては、合力の作用点の位置（したがって k の値）は時間に対して変らないと考えた。(15) を (14) に代入して $\ddot{\theta}$ を消去すれば、最終的に F のみに関する式がえられて、その式はつぎようになる：

$$\ddot{F} + \omega^2 F = (1-k)\ddot{P} + \omega^2 P \dots\dots\dots (16)$$

外力 P の時間的变化が与えられれば、上式の右辺は時間 t についての既知関数となる筈であるから、(16) は F についての線形 2 階微分方程式であり、これを解くことにより F の解が求められる。

この場合、初期条件として考えられるものは、

$$(\theta)_{t=0} = \theta_0 \dots\dots\dots (17)$$

$$\text{および } (\dot{\theta})_{t=0} = \omega_0 \dots\dots\dots (18)$$

しかし、 F の計算には、この条件式を変数 F に対してのものに書直すことが必要である。そこで (14) を参照すれば、(17) および (18) はそれぞれ、

$$(F)_{t=0} = \omega^2 mL \theta_0 + (1-k)(P)_{t=0} \dots\dots\dots (19)$$

および

$$(\dot{F})_{t=0} = \omega^2 mL \omega_0 + (1-k)(\dot{P})_{t=0} \dots\dots\dots (20)$$

となり、この両式が F に対する所要の初期条件式となる。

F の解が定まれば、それを (15) の右辺中の $\ddot{F}$ に代入することにより、(15) の右辺が既知関数で表わされることになる。これを初期条件 (17) および (18) のもとにこの (15) を解いて θ の解をうることができる。

§ 4. 衝撃的な波力の場合

前節の取扱いにおいて外力 P の形（時間 t についての関数形）については何等の仮定も設けていない。しかし本節では砕波の波圧のような衝撃的な外力に対する堤体の抵抗状況の研究のために具体的な形として P につぎの関数形をとりあげる：

$$\left. \begin{aligned} P &= P_m \frac{1}{K} e^{-2a(t/t_m)} \sin\left(a \frac{t}{t_m}\right) \\ \text{ただし} \quad a &= \tan^{-1}(1/2) = 0.4637 \\ K &= e^{-2a} \cdot \sin a = 0.17692 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

また P_m : 波力の最大値

t_m : 同上の起る時間

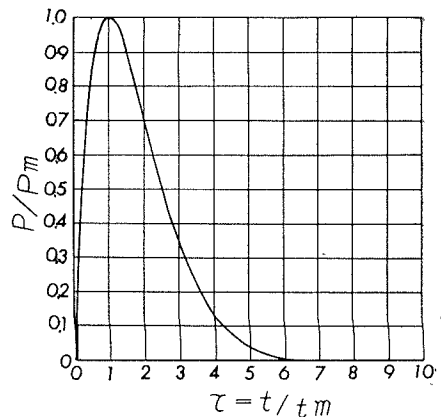
である。

この関数はいわゆる衝撃関数とよばれ、爆風の研究に当り武藤教授²⁵⁾により使用された形を筆者等が $t = t_m$ で $P = P_m$ をとるように僅かな書直しを行つたものである（図—2）。

そこで、以後すべての力をこの P_m に対する比値として、また時間を t_m に対する比値として書表はすこととし、

$$\left. \begin{aligned} P' &= P/P_m \\ F' &= F/F_m \\ \tau &= t/t_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

図—2 衝撃関数



とおく。これらの記号を用いると、(16)および(21)はつぎのように書直される：

$$\frac{d^2 F^I}{d\tau^2} + (\omega \tau_m)^2 F^I = (1-k) \frac{d^2 P^I}{d\tau^2} + (\omega \tau_m)^2 P^I \quad (24)$$

および

$$P = \frac{1}{K} e^{-2a\tau} \sin a\tau \quad (25)$$

ここで、

$$\frac{t_m}{\pi/\omega} = \lambda \quad (26)$$

とおけば、これは t_m と、堤体のロッキングの半周期との比の値を表し、衝撃の継続時間とロッキングの周期とに
関係した重要なパラメーターとなるはずである。これを(24)へ代入すると、

$$\frac{d^2 F^I}{d\tau^2} + (\pi\lambda)^2 F^I = (1-k) \frac{d^2 P^I}{d\tau^2} + (\pi\lambda)^2 P^I \quad (27)$$

そこで、さらに上式の右辺の P^I に(25)を代入し、整理すると、

$$\frac{d^2 F^I}{d\tau^2} + (\pi\lambda)^2 F^I = \frac{\Gamma}{K} e^{-2a\tau} \sin(a\tau - \delta_1) \quad (28)$$

となる。ただし

$$\Gamma = \sqrt{\{3a^2(1-k) + (\pi\lambda)^2\}^2 + \{4a^2(1-k)\}^2} \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta_1 &= [4a^2(1-k)] / \Gamma \\ \cos \delta_1 &= [3a^2(1-k) - (\pi\lambda)^2] / \Gamma \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

である。

(28) からは、簡単な 2 階の線形微分方程式の理論により解を求めることができ、その一般解はつぎのようにな
る：

$$F^I = A \sin \pi\lambda\tau + B \sin \pi\lambda\tau - \frac{\mu}{K} e^{-2a\tau} \sin(a\tau + \delta) \quad (31)$$

ただし

A, B : 積分常数

$$\mu = \sqrt{\{3a^2(1-k) + (\pi\lambda)^2\}^2 + \{4a^2(1-k)\}^2} \quad (32)$$

$$\delta = -\delta_1 + \delta_4 \quad (33)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta_4 &= -\frac{4a^2}{\sqrt{25a^4 + 6a^2(\pi\lambda)^2 + (\pi\lambda)^4}} \\ \cos \delta_4 &= -\frac{3a^2 + (\pi\lambda)^2}{\sqrt{25a^4 + 6a^2(\pi\lambda)^2 + (\pi\lambda)^4}} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

つぎに初期条件の式(19)および(20)に(23), (25)および(26)を代入すれば、

$$(F^I)_{\tau=0} = \omega^2 mL \theta_0 \quad (35)$$

$$\left(\frac{dF^I}{d\tau}\right)_{\tau=0} = \omega^2 mL \omega_0 + (1-k) \cdot \frac{a}{K} \quad (36)$$

したがって、(35)と(36)とを初期条件として積分常数 A, B を求めれば、

$$B = \omega^2 mL \theta_0 + \frac{\mu}{K} \sin \delta \quad (37)$$

$$A = \frac{1}{\pi\lambda} \left\{ \omega^2 mL \omega_0 + (1-k) \frac{a}{K} + \frac{\mu}{K} a (-2 \sin \delta + \cos \delta) \right\} \quad (38)$$

となる。これらを(31)に代入し、整理すれば同式から、

$$F^I = \Gamma^I \cdot \sin(\pi\lambda\tau + \delta^I) - \frac{\mu}{K} e^{-2a\tau} \sin(a\tau + \delta) \quad (39)$$

ただし

$$\Gamma^I = \sqrt{\left\{ \frac{1}{\pi\lambda} \left\{ \omega^2 mL \omega_0 + (1-k) \frac{a}{K} + \frac{\mu}{K} a (-2 \sin \delta + \cos \delta) \right\} \right\}^2 + \left\{ \frac{\mu}{K} \sin \delta \right\}^2} \quad (40)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta' &= \frac{\mu}{K} \sin \delta / \Gamma' \\ \cos \delta' &= \left\{ \frac{1}{\pi \lambda} \left\{ \omega^2 m L \omega_0 + (1-k) \frac{a}{K} + \frac{\mu}{K} a (-2 \sin \delta + \cos \delta) \right\} \right\} / \Gamma' \right\} \dots \dots \dots (41) \end{aligned}$$

を得、これが所要の解である。

衝撃的な波力の作用する以前の壁体の傾きと傾き速度は無視しうることが多いので、その場合には

$$\theta_0 = 0 \quad \omega_0 = 0$$

である。このような場合には(39)ないし(41)はつぎようになる。

$$F' = \Gamma' \sin (\pi \lambda \tau + \delta') - \frac{\mu}{K} e^{-2 \alpha \tau} \sin (\alpha \tau + \delta) \dots \dots \dots (43)$$

ただし

$$\Gamma' = \sqrt{\left\{ \frac{1}{\pi \lambda} \frac{a}{K} \left\{ (1-k) + \mu (-2 \sin \delta + \cos \delta) \right\} \right\}^2 + \left\{ \frac{\mu}{K} \sin \delta \right\}^2} \dots \dots \dots (44)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta' &= \frac{\mu}{K} \sin \delta / \Gamma' \\ \cos \delta' &= \left\{ \frac{1}{\pi \lambda} \frac{a}{K} \left\{ (1-k) + \mu (-2 \sin \delta + \cos \delta) \right\} \right\} / \Gamma' \right\} \dots \dots \dots (45) \end{aligned}$$

特殊の場合として、 $k=0$ 、すなわち、波力の合力が壁体底面に作用する場合には(30)、(32)、(34)および(33)から

$$\mu = 1, \quad \delta = \pi \dots \dots \dots (46)$$

となり、これらを(39)ないし(41)に代入すると、

$$F' = \frac{1}{K} e^{-2 \alpha \tau} \sin (\alpha \tau + \delta)$$

したがって

$$F' = P' \dots \dots \dots (47)$$

となり、当然予想された結果に一致する。

もう一つの特例の場合として、 $\lambda = \infty$ 、すなわち波力が静的に作用する場合には、やはり、 $\mu = 1$ 、 $\delta = \pi$ 、となり、(39)ないし(41)より、

$$F' = \frac{1}{K} e^{-2 \alpha \tau} \sin (\alpha \tau + \delta)$$

したがって

$$F' = P' \dots \dots \dots (48)$$

の關係を得、妥当な結果をうる。

§ 5. 滑動面に作用する剪断力の状況

F の解(43)ないし(45)について考察すれば、これらの式の中に現われているパラメーターは究局的には比値 k および λ の2個だけである。したがって起りうる範囲内の k および λ の値について F' の解を求めて図示しておけば、それらが実際に起りうるあらゆる場合を含むことになる。

F' の解の2つの例が、図-3および図-4に示される。この両図はいずれも正方形の重心に(2)で書表わされるような衝撃 P が作用する場合($H=L$)、についてのものである。正方形であるから、0点まわりの慣性モーメントは

$$R = \sqrt{5/3} \cdot L$$

$$\text{したがって} \quad k = H \cdot L / R^2 = L^2 / R^2 = 3/5$$

図-3および図-4の各(a)の2本の曲線については、上方のものは(43)における第2項(すなわち特解)、また、下方のものは()における第1項(すなわち一般解)を、したがって両曲線にはさまれた長さ(縦線部)が(43)による F' の値を表わす。

図-3 F' の解($k=0.6$ 、 $\lambda=0.1$ の場合)

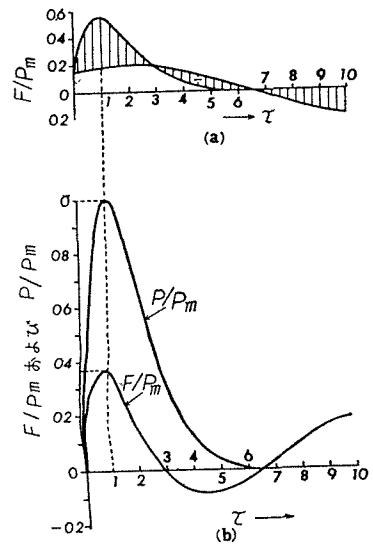


図-3 および 図-4 の各 (b) は、このように求められた F' の値を加えられた P' の値とともに、記したものである(但し (a) と (b) との縦軸の縮尺は作図の都合上異っている)。

$\lambda = 0.1$ の場合(図-3)には、実際に堤体底面に作用する剪断力 F は、加わった波圧に比べてかなり小になっている。 F の値の最大値はほぼ P_m がおこる時間($\tau = 1$)に一致し、 F_{max} の大きさは P_m の約 36% になっている。 $\tau \div 2.9$ をすぎると F の符号が一となり、剪断力の向きが逆向きとなることをこの計算結果は示しているが、実際には摩擦の影響のため、衝撃圧減小後($\tau = 1$ 程度以後)においては、 F は速やかに $F=0$ に向け減衰してゆくものと思われる。

図-4 は $\lambda = 1$ の場合を示す。衝撃最大値が表われるまでの時間 t_m がロッキングの半周期と等しいような場合であつて、衝撃圧の継続時間としては、相対的には著しく長い場合に当る。この場合には、同図 (a) に示されるように、 P_m が最大値をとる以前に壁体が一往復し、壁体が港内向きに傾く間では F は減少しているが、壁体が港外向きに揺れる間に F は著しく増大して、 F_{max} は P_m より約 50% 大きくなっている。

§6. 起りうる λ の値の範囲

衝撃圧力の継続時間を、野外観測および実験室内実験の主なるものについて調べてみると 表-1 のようである。

表-1 衝撃圧力の継続時間

		継続時間 (s)	波高 (m)
実 測	Dieppe 港 ⁹⁾	0.05	
	羽 幌 港 ⁶⁾	0.07	
実 験	Larras ¹⁰⁾	0.01 ~ 0.02	0.095 ~ 0.14
	Denny ¹¹⁾	0.002	0.18 ~ 0.36
	著 者	0.007 ~ 0.02	0.15 ~ 0.20
	Rundgren ¹²⁾	0.002 ~ 0.007	0.05 ~ 0.10
	永 井 ¹³⁾	0.015 ~ 0.03	0.10 ~ 0.25
	光 易 ¹⁴⁾	0.02	0.10

防波堤の設計に用いられる波高は $H \div 2 \sim 6$ m であるから、表-1 に示される実験を、もし実物の模型実験と考えれば、波高の縮尺はほぼ $1/20$ の程度である。したがつて、Froude の相似律によれば、時間の縮尺は $1/\sqrt{20} = 1/4.47$ の程度となるから、実験において得られた衝撃の継続時間を実物値に換算すると $t_s \div 0.05 \sim 0.09$ s となり、現地実測結果と大さの程度において一致する。したがつて t_s としては

$$t_s \div 0.05 \sim 0.09 \text{ s}$$

と考える。

一方、防波堤のロッキング周期 T は、

$$T \div 0.15 \sim 0.35 \text{ s}$$

の程度と考えられるから、実物の碎波の衝撃の継続時間とロッキング周期との比は

$$t_s/T \div 0.2 \sim 0.5 \dots\dots\dots (48. a)$$

の程度と考えられる。実際の碎波の全波力の時間的変化が衝撃関数 (21) で近似される場合には、図示(図-5)の長さ τ_s を衝撃の継続時間と考えることにすれば、

$$t_s = 3.69 t_m$$

となる。そこで、

$$\lambda \equiv t_m / \frac{T}{2} = \frac{t_s}{3.69} / \frac{T}{2} = \frac{1}{1.85} \frac{t_s}{T}$$

したがつて、(48・a) に対しては、

図-4 F' の解 ($k=0.6$, $\lambda=1.0$ の場合)

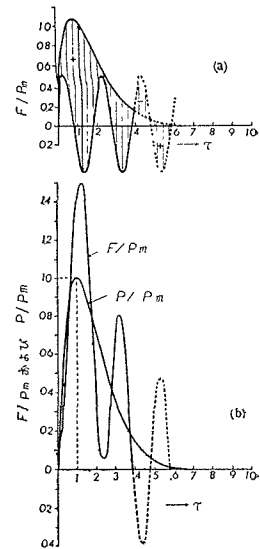
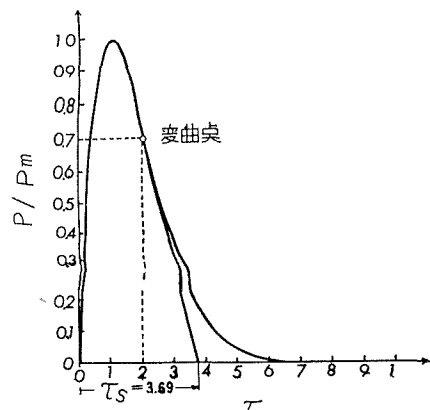


図-5 衝撃関数といわれる衝撃継続時間



$$\lambda \approx 0.11 \sim 0.27 \quad (48. b)$$

となり、実際に起りうる λ の範囲はこのようなものであると考えられる。このような λ の値の範囲に対しては、 F の値は 図-3 に示されたように、 P に比べてかなり減少し、堤体滑動の安定条件に考慮すべき剪断力は、その時の同時全波圧よりもかなり小であることが認められる。

§7. 方塊積の場合

単塊の場合と同様にして、方塊積堤の場合において任意の方塊継目面に作用する剪断力を求めることを考える：

図示のような記号を用い、継目面 AB の安定を考えるために同図 (b) のように AB 面で上下2つの部分に分けて考える。

上部部分についての基本式は、

$$m_1 \ddot{V}_1 = P_1 - F_1 \quad (49)$$

$$I_1 \ddot{\theta} = P_1 H_1 - F_1 L - M_1 \quad (50)$$

$$V_1 = L_1 \dot{\theta} \quad (51)$$

ただし

I_1 : 堤体上部部分の、点 0 のまわりの慣性モーメント

P_1 : 壁体の AB 面より上部に作用する同時波圧の合力

m_1 : 堤体の AB 面より上部部分の質量

下部部分についての基本式は、

$$m_2 \ddot{V}_2 = P_2 + F_1 - F_2 \quad (52)$$

$$I_2 \ddot{\theta} = M_1 + P_2 H_2 + F_1 L - K\theta \quad (53)$$

$$V_2 = L_2 \dot{\theta} \quad (54)$$

ただし

I_2 : 堤体下部部分の、点 0 のまわりの慣性モーメント

P_2 : 堤体下部部分に作用する同時波圧の合力

m_2 : 堤体下部部分の質量

これら 6 個の方程式により、6 個の未知量 V_1 , F_1 , M_1 , θ , V_2 , F_2 を解くことが出来る。

まず (51) を (49) に、また (54) を (52) に代入して V_1 , V_2 を消去して書き直すと、(49) と (52) はそれぞれつぎのようになる：

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{m_1 L_1} (P_1 - F_1) \quad (55)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{m_2 L_2} (P_2 + F_1 - F_2) \quad (56)$$

また、(50) と (53) とから M_1 を消去すれば

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_1 + I_2} (P_1 H_1 + P_2 H_2 - K\theta) \quad (57)$$

いま、

I_2 : 堤体全断面の 0 点まわり慣性モーメントとおけば

$$I_1 + I_2 = I \quad (58)$$

また、(57) は、

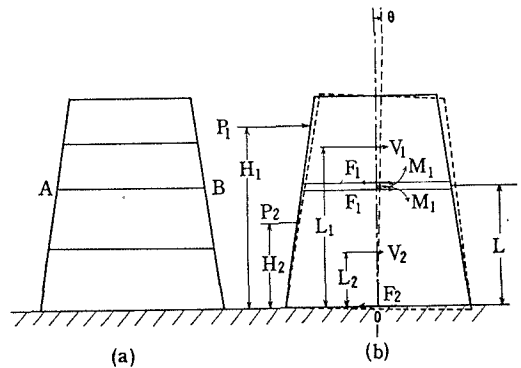
$$\ddot{\theta} + \frac{K}{I} \theta = -\frac{1}{I} (P_1 H_1 + P_2 H_2) \quad (59)$$

となる。 K/I は明らかに θ の振動角速度 (ロッキングの角速度) を表わすものになることがわかるから、前と同じように

$$\omega^2 = -\frac{K}{I} \quad (60)$$

の記号を用いて、これを (57) に代入すると、

図-6 方塊積堤の場合と諸記号



$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = \frac{1}{I} -(P_1 H_1 + P_2 H_2) \quad (61)$$

また, R : 壁体全断面が 0 点のまわりにもつ慣性半径

$$\left. \begin{aligned} L_1/R &= l_1 \\ H_1/R &= h_1 \\ H_2/R &= h_2 \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

の記号を用い,

$$I = (m_1 + m_2) R^2 \quad (63)$$

の関係を考慮し, (61) と (57) とから $\ddot{\theta}$ を消去すると次式をうる:

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{\omega^2 m_1 l_1} \left[\ddot{F}_1 - \ddot{P}_1 \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} l_1 h_1 \right) + \frac{m_1 l_1 h_2}{m_1 + m_2} \ddot{P}_2 \right] \quad (64)$$

この (64) と (55) とから $\ddot{\theta}$ を消去すると, 最終的に F のみの式が得られて,

$$\ddot{F}_1 + \omega^2 F_1 = \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} l_1 h_1 \right) \ddot{P}_1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} l_1 h_2 \ddot{P}_2 + \omega^2 P_1 \quad (65)$$

あるいは,

$$\left. \begin{aligned} \frac{m_1}{m_1 + m_2} l_1 h_1 &= k_1 \\ \frac{m_1}{m_1 + m_2} l_1 h_2 &= k_2 \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

とおけば, 上式は

$$\ddot{F}_1 + \omega^2 F_1 = (1 - k_1) \ddot{P}_1 - k_2 \ddot{P}_2 + \omega^2 P_1 \quad (67)$$

となり, これが F_1 に対する所要の基本式である。

(67) の右辺は t の既知関数である筈であるから, 上式は前と同様簡単な線形 2 階微分方程式に他ならない。したがってこの解は前と同様にして求められる。

特に表面附近にだけ衝撃的な波圧が作用する場合には

$$P_2 = 0 \quad (68)$$

と考え, また一方, P_1 には前と同じように衝撃波力の式 (25) を採用すれば, F_1 の解は単塊の場合のそれ (43) ~ (45) と形式的には全く同一になり, ただ一つの相違点は k の代りに k_1 を用いることだけである。

§ 4 において認められたように k の値が小さくなることは H (合力の作用点の高さ) が小になることを表わし, 従つてその場合 (同一の λ の値に対しては) F が大になる。これと同様にして, k_1 の値が小になる程 F_1 の値も大なる筈である。

例えば, 図-7(a) のような 2 個の正方塊 (一辺の長さ比 1 : n , したがって面積比 1 : n^2) の積み重ねによる防波堤の上部方塊の重心部に P_1 が作用する場合について考えてみると,

$$R^2 = \frac{L_1^2}{3(1+n^2)(1+2n)^2} [2 + 3(1+2n)^2 + 5n^4]$$

$$\therefore l_1 = L_1/R = \frac{3(1+n^2)(1+2n)^2}{5n^4 + 3(1+2n)^2 + 2}$$

したがって

$$k_1 = \frac{3(1+2n)^2}{5n^4 + 3(1+2n)^2 + 2}$$

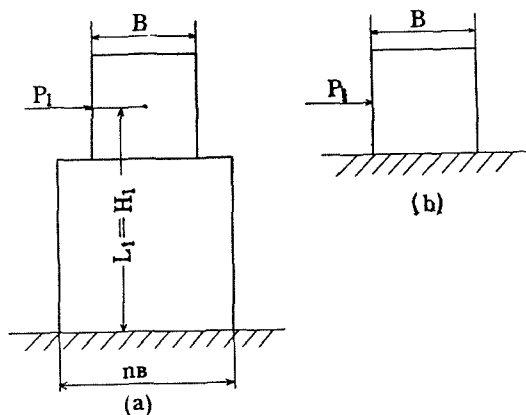
表-2 図-7(a) の場合に対する k_1 の値

n	k_1
0	0.6
1	0.794
1.5	0.637
2	0.478

上式より, いろいろな比 n の値に対する k の値を計算すると 表-2 のようになる。

$n = 0$ の場合とは下の方塊がない場合, すなわち単

図-7 2 個の方塊の積み重ね



塊堤の場合に当り $k_1=0.6$ となることは §4 における計算例の場合に帰する (図-7b) 一以下図 (b) と称す)。

$n=1$ では k_1 はこれより増加して 0.794 であり, F_1 が図 (b) の場合の F よりも減小する。

$n=1.5$ においても F_1 は図 (b) の F より小である。

しかし, $n=2$ となると, $k_1=0.478$ となり図 (b) の場合より大になる。

要するに, 一般の場合の F_1 は図 (b) の F に比べて, その合力作用点の位置, 方塊の大きさ等により, この計算例からだけでは一般的なことをいうことができない。しかし一般の場合にも, F_1 の解は, 要するに λ および k_1 だけをパラメーターとして書き表わされるものであるので, (43) と同形式に基く数値計算によりすべての場合を尽す計算図表 (例えば λ と k_1 とに対して F_{max} をプロットしたもの等) を製作することができる。(これらの図表は目下製作中である)。

§8. 結 論

本研究の結果導かれた主な事項はつぎのようである:

- 1) 砕波の最大同時波圧の合力が μW (μ : 摩擦係数, W : 壁体重量) を越えれば壁体が滑動とする従来の考え方は理論的には正しくない。
- 2) 全波力 P の一部は壁体の慣性抵抗に吸収されるので, 一般には P の一部分のみが, 同じ瞬間に壁体底面に作用する剪断力 F となる。そしてこの F が μW より大になる場合に初めて堤体が移動する。
- 3) 単塊堤の場合の F は基本式 (10) によつて与えられる。この式は水の摩擦を無視したという点を除いてはほとんど厳密に導かれたものである。全波力 P についても何等の仮定も設けていないから, この式は砕波の衝撃圧, 重複波の波圧または静水圧等いかなるものに対しても有効である。
- 4) 砕波の波圧を対象とし, 全波力 P が $t=t_m$ で $P=P_m$ の値をとる衝撃関数 (21) で近似できるような場合には, P 作用中および作用後における F は (40) または (44) で与えられる。これらの解に入っているパラメーターは λ および k の 2 個だけであり, この 2 個のパラメーターを通じてすべての場合が尽されるように式の変形を行つた点が本論文の第 2 の主要点である。
- 5) 実際に起る λ の値の範囲は $\lambda=0.11 \sim 0.27$ と考えられる。図-3 および 図-4 はそれぞれ $\lambda=0.1$ および $\lambda=1$ の場合 (ただしともに $k=0.6$ の場合) についての F の時間的变化を示すものであるが, これらの図から推定されるように λ の値が 1 に比べて小さくなる程 F は作用する全波力 P より小さくなる。 λ がもし 1 に近い程度の場合には, 衝撃圧がまだ消失しない間に堤体が 1 往復を行うので, P に抗う方向 (港外側) に堤体が振れる期間中に慣性力が P と重り, F の値が P より大きくなる。いろいろな λ および k の値についての F_{max} の値を図示した一般図表については, 目下製作中である。
- 6) 方塊積堤の場合についても, 任意の縦目面に作用する F_1 に関して, 同様の理論が導かれる。 F_1 を与える基本式は (67) であり, これは任意の時間的变化を行う波力について有効なものである。
- 7) 特に, 衝撃圧が上部方塊にのみかかり, その衝撃圧が衝撃関数 (21) で近似されるような場合には, F_1 の解は (40) または (44) において k を k_1 に代えたものにより与えられる。この解に現われるパラメーターは λ および k_1 の 2 個だけでありこれにより F_{1max} を示す一般図表を作製することができる。

引 用 文 献

- 1) 林泰造・服部昌太郎: 孤立波の砕波とその波圧について, 第 3 回海岸工学講演会講演集, 昭和 31 年 11 月, pp. 37—48.
- 2) 林泰造・服部昌太郎: 砕波の波圧について, 第 4 回海岸工学講演会講演集, 昭和 32 年 11 月 pp. 15—24.
- 3) 林泰造・服部昌太郎・林憲吉: 砕波の波圧と力積. 第 5 回海岸工学講演会講演集. 昭和 33 年 11 月. pp. 21—27.
- 4) 林泰造・服部昌太郎・林憲吉: 壁体の移動を考慮した場合の砕波の波圧の研究, 第 6 回海岸工学講演会講演集 昭和 34 年 11 月, pp. 105—106.
- 5) R. R. Minikin: Winds, waves and maritime structures, (Charles Griffin), 1950.
- 6) 栗林隆・宇田居吾一・村木義男・高橋基次・石田直之: 防波堤に働く波圧について (第 1 報), 第 5 回海岸工学講演会講演集, 昭和 33 年 11 月, pp. 41—51.
- 7) 武藤清: 爆圧による構造物の弾性振動について, 建築学会大会論文集, 昭和 15 年 4 月, pp. 347—355.
- 8) 武藤清: 力積破壊の世界, 建築学会大会論文集, 昭和 16 年 4 月, pp. 246—251.
- 9) A. de Rouville—P. Besson—P. Péty: Etat actuel des études internationales sur les efforts dus aux lames, Annales des Ponts et Chaussées, 1938, pp. 5—113.
- 10) J. Larras: Le déferlement des lames sur les jetées verticales, Annales des Ponts et Chaussées,

- 1937, pp.643~680.
- 11) D.F. Denny : Further expriments on wave pressures, Journ. Inst. Civ. Eng., 1951, pp. 330~345
 - 12) L. Rundgren : Water wave forces, Stockholm, 1958.
 - 13) 永井莊七郎 : 防波堤に働く砕波の圧力に関する研究, 土木学会論文集, 第 65 号・別冊 (3-3), 昭和 34 年 12 月, pp. 1~38.
 - 14) 光易 恒 : 直立壁に働く全波力について, 第 6 回海岸工学講演会講演集, 昭和 34 年 11 月, pp. 107-113.
-