

漂砂の移動限界流速, 限界水深及び移動量について

一 漂砂の運動機構に関する基礎的研究 (第3報) 一

京都大学 工学部 工学博士 石 原 藤 次 郎
 京都大学 防災研究所 榎 木 亨

1. 緒 言

砕波やそれにともなつて生じる底質の移動は機構の複雑なため、近年急速に進歩してきた海岸工学の分野においても、なお未解の分野としてとり残され、それがまた海岸侵食防止の合理的な対策の立案を阻害している。このように複雑な漂砂の運動機構を解析する場合に、その運動を Ippen および Eagleson¹⁾らのように一個の砂粒子の運動を考え、その砂粒子の運動を追跡して運動機構を考察していく Lagrange 流の方法と、一地点に注目し、その地点を通過する砂全体の運動を把握してその砂の移動量から運動機構を解析していく Euler 流の方法の2通りが考えられる。著者らはこの汀線に直角な方向の砂の移動の機構の解析を行なうに当つて、海岸の変形は個々の砂粒子の運動によるものでなく、砂の移動量の相違によるものであると考へて、後者の方法によつて解析を進めることとし、すでに第1報²⁾、第2報³⁾において波による水粒子の運動の実態および砕波後における波の質量輸送量について究明し、浅海波理論の適用できる範囲を明らかにしたが、本論文においては、まず砂の移動量の解析に最も重要と考えられる砂の限界流速について理論的に考察し、基礎的な実験を行ない、その結果を第1報、第2報で明らかにした浅海波領域の波の運動下の移動に適用して、Manohar⁴⁾の行なつた実験結果と比較検討した。

さらに、波の運動下における抵抗法則、砂の移動限界流速および Vincent⁵⁾の移動量に関する実験結果を用いて、波の周期をも考慮した移動量の公式を導き、ついで砂の移動限界水深を明らかにして、従来の考え方に批判考察を加えた。

2. 波による砂の移動限界流速について

波による砂の移動限界流速を算定するに当つては、従来は定常流における値をそのまま波の運動下に適用して推定している場合が少なくない。しかしながら波のように加速度をもつ非定常な流れに、このような定常流の結果を適用することには非常に大きな疑問がある。このため近年 Manohar⁴⁾らは実験を行ない、波の運動下の移動限界流速を明らかにしようとして試みているが、砂の移動限界時の流速測定の高難しさのために、単にある種の砂に対する移動限界時の周期、波高、水深の関係を求めたのにとどまり、普遍的な解析は行なっていない。

著者は測定困難な波による流速を直接求めるのを避けて、まず水の非定常運動下における砂の移動限界時の摩擦応力を基礎的な実験により求め、その結果と定常流の場合との相違並びにその原因を検討した。そしてさらにこの結果を、波の運動下における摩擦速度と流速の関係をを用いて、波の運動の場合に適用するとともに、その砂の移動開始に対して力学的な考察を加えた。なおこの研究は波力に関する研究の一つでもあつて、漂砂の移動に関するものほかに、コンクリートブロックの移動、捨石やテトラポットなど根固め工として用いられるものの移動限界に対する研究に寄与するところが大きいものと考えられる。

(1) 砂の移動限界流速に関する基礎的な実験

(a) 実験装置: さきにのべたように、波のように往復運動をする流体による砂の移動開始は正確にとらえることがむずかしいので、著者らは一方向の流れが徐々に流速を変化する場合を基礎実験として用いた。実験水路は 4.7 cm × 5.0 cm の矩形断面をもつ長さ 6.55 m の合成樹脂製のものであつて、上流端に流量を変化させるためのコックを設けた。またこの上流端は水位を一定に保つための水落しをもつタンクに接続されており、水路の下流端にはゲートを用いて、水路内に自由表面があらわれないようにしてある。水路本体 6.55 m のうち下流端から 1 m の地点に約 20 cm の長さのくぼみを作つて砂を敷きならべ、それ以外の水路部の底面および上面に、対象とする砂粒を一樣にニス付けして粗度を与えた。

つぎに非定常運動の流れにおける限界摩擦速度 u_{*c} は、定常流の場合のように流速分布から容易に求められないので、移動床を含む 1 m の区間の圧力降下を測定するため、側壁に小孔をあけ、その地点の圧力を差圧計⁶⁾に導いて電氣的に自記せしめた。さらに他の差圧式流速計によつて一地点の流速を測定するとともに、下流端のゲ-



トから流出するナップの形を 8 mm カメラで撮影し、平均流速の変化を求めることとした。測定に用いた砂の粒径 d は、篩の平均値で 0.223, 0.40, 0.71, 1.01, 1.43, 2.03 mm の 6 種類であり、流れはほとんど等加速度を与えることにした。

(b) 限界摩擦速度 u_{c0}^* の算定方法：非定常な流れの場合は、定常流のときのように u_{c0}^* を流速分布から測定することはできない。そこでまず dx 間の圧力差の変化と加速度を測定して、その区間の平均的な剪断応力を求め、平均限界摩擦速度 \bar{u}_{c0}^* を算定することとした。これら三つの量の間の関係は、運動量方程式及び

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho u dx dy = \frac{\partial}{\partial t} \int \rho u dA = \rho \frac{dQ}{dt} = \rho B D \frac{d\bar{U}}{dt} \quad (1)$$

の関係を用いて、次式のように導かれる。

$$-\frac{\partial p}{\partial x} - 2\bar{\tau}_u \left(\frac{1}{B} + \frac{1}{D} \right) = \rho \frac{d\bar{U}}{dt} \quad (2)$$

ここに、 p は圧力、 B は水路巾、 D は水路水深、 \bar{U} は平均流速、 Q は流量、 u は管内の流速、 $\bar{\tau}_u$ は上面、底面及び側壁の剪断応力の平均値であり、 $\bar{\tau}_u = \frac{\tau_s D + \tau_r B}{D+B}$ であらわされる。ただし、 τ_s は側壁の剪断応力、 τ_r は粗度を与える上面、底面の剪断応力で、この場合流れの方向に x 軸をとる。

したがって、(2) 式より平均摩擦速度 \bar{u}_{c0}^* は次式であらわされる。

$$\bar{u}_{c0}^*{}^2 = - \left(g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{d\bar{U}}{dt} \right) \frac{B \cdot D}{2(B+D)} \quad (3)$$

ここに、 H は水頭をあらわす。

つぎに(3)式によつて求められる \bar{u}_{c0}^* と砂粒の移動する地点の局部的な限界摩擦速度 u_{c0}^* との関係を示す必要がある。しかしながら非定常な流れの場合のこの関係は厳密には求められないので、便宜上定常流の場合の u^* と \bar{u}^* の関係がそのまま非定常な流れの場合の砂の移動限界時にも適用できるものとした。

図-1 はこの定常流における u^* と \bar{u}^* の相関関係を示したもので、この図によれば粗度を与えるために用いた砂の影響はなく、 u^* が 1 cm/sec より大きい値を示す場合は一次的な関係を示しているが、 u^* が 1 cm/sec より小さいときは一次的関係からはずれ、 \bar{u}_{c0}^* に比較して u_{c0}^* の値は非常に大きいことがわかる。この理由はあきらかでないが、管内の流れの状態が $u_{c0}^* = 1$ cm/sec の近傍で変化するためであろう。 \bar{u}^*/u^* と径深 R を用いた Reynolds 数 $\bar{U}R/\nu$ の関係を求めてみると、 $\bar{U}R/\nu$ が 1500 付近より小さい値の場合 \bar{u}^*/u^* の値が急激に変化している。管水路あるいは開水路においても $\bar{U}R/\nu$ が 1500 より小さい場合、遷移領域ないしは層流領域とされているから、こうした流れの特性の変化がこの原因となつているものと考えられる。

(c) 実験結果とその考察：このようにして求めた u_{c0}^* と $\frac{d\bar{U}}{dt}/g$ の関係をあらわしたのが図-2 であり、定常流の場合と同じように無次元表示した限界掃流力 $u_{c0}^*{}^2 / \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \right\}$ と $u_{c0}^* d/\nu$ の関係をプロットしたのが図-3 である。

図-2 によれば、 u_{c0}^* は $\frac{d\bar{U}}{dt}$ の増加にしたがつて若干減少する傾向を示しているが、この傾向は粒径が小さいほど顕著にあらわれている。

図-3 によれば、 $(\frac{d\bar{U}}{dt})/g$ の値によりある程度のちらばりを示し、かつ定常流における値とは絶対値をことにしているが、その傾向は定常流の場合の結果

図-1 u^* と \bar{u}^* の相関々係

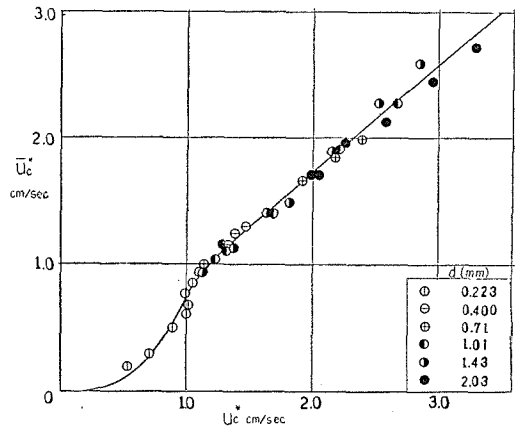
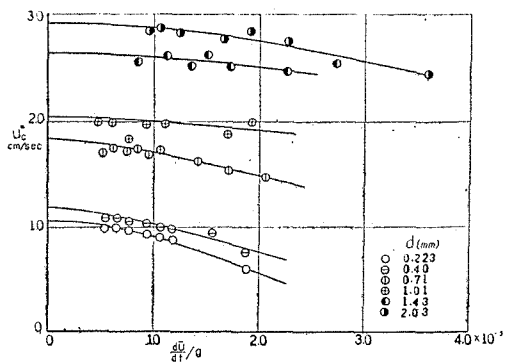


図-2 u_{c0}^* と $\frac{d\bar{U}}{dt}/g$ の関係



(破線)と同じ傾向を示している。この事実から、このような非定常な場合の砂の移動開始時の力学的な運動機構に検討を加えていく。

加速度をもつ流れにおける砂の移動開始時の力の平衡状態を考えると、次式が成立する。

$$\left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d^3 \frac{\pi}{6} \tan \phi \right\} = \frac{\pi}{8} C_{Du} u^2 d^2 + \frac{1}{6} \pi d^3 C_M \frac{du}{dt} \dots\dots\dots(4)$$

上式はまたつぎのように書きかえられる。

$$\left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \tan \phi \right\} = \frac{3}{4} C_{Du} u^2 + \frac{du}{dt} \cdot d \cdot C_M \dots\dots\dots(5)$$

ここに u は砂粒の頂部に働らく流速をあらわし、 ϕ は砂の摩擦角、 C_{Du} および C_M はそれぞれ抵抗係数および仮想質量係数である。いま定常流の場合の結果と著者らの実験によつてえられた非定常流の場合の結果が同じような傾向を示していることから、両者とも同じような流速分布をしていると仮定しよう。そうすれば層流の場合、すなわち $u_e^* d / \nu < 6.83$ では (5) 式は次のように変形できる。

$$\left\{ \frac{u_e^{*2}}{\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \tan \phi} \right\} = \frac{1 - \left(u_e^* d / \nu \right) \left(\frac{du}{dt} / g \right) \cdot C_M / \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \tan \phi}{\frac{3}{4} C_{Du} \cdot \left(\frac{u_e^* d}{\nu} \right)^2} \dots\dots\dots(6)$$

(6) 式において加速度項は右边分子の第2項に含まれているだけである、しかしながら、この項は、著者の実験の場合 $(d\bar{u}/dt)/g$ が $0.5 \times 10^{-3} \sim 2.0 \times 10^{-3}$ と非常に小さいため、 du/dt もまた極めて小さい値となり、1に比較して無視できるであろう。したがつて、図-3に示すように $u_e^{*2} / \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \tan \phi \right\}$ の値がことなるのは、抵抗係数 C_{Du} の値が両者の場合ことなるためと考えられる。同様のことが $\frac{u_e^* d}{\nu} > 6.83$ の場合についてもいえる。

そこで非定常流における抵抗係数についての検討を加えてみる。この抵抗係数に関しては、従来定常流に関して研究が行われており、Reynolds 数によつて変化することが知られている。しかしながら非定常流の場合の C_{Du} の値については、未だ十分な研究が行なわれていないが、球に関する実験では Morison 及び O'Brien⁹⁾ の研究、正方形ブロックについては浜田博士の実験⁹⁾、Cylinder に関する実験では樋口の研究が¹⁰⁾ある。以上のいずれの研究においても、実験によつてえられた力あるいはモーメントの時間曲線から C_{Du} を算定するに当つて、えられた時間曲線が C_{Du} と C_M の項の合成であるため、 C_{Du} と C_M の項を特定の位相で分離して算定する方式をとつている。すなわち、彼らの求めた C_{Du} は C_M 項が0となる位相における時間曲線の値から算定した値であつて、 du/dt が0でない場合の C_{Du} については求められていない。しかしながら各位相において、 $du/dt=0$ の瞬間の場合の C_{Du} を用いて、力あるいはモーメントの時間曲線を追跡した結果と比較すれば、ほとんどその差が認められないことから、 C_{Du} の値は du/dt の値によつてあまり変化しないのではないかと考えられる。この点については今後に残された問題であり、図-3に示す著者らの実験結果において加速度の増加にともない、粒子が若干動きやすくなつているのも、この C_{Du} の値に対する加速度の影響と思われるが、その検証は困難である。

ところが一般にこうした非定常現象の場合の C_{Du} は、定常状態における抵抗係数 C_{Ds} よりも大きい値を示しており、樋口の実験¹⁰⁾にもとずいて、 C_{Ds} と C_{Du} との比と、Reynolds 数の関係を示したのが図-4である。

この図によれば C_{Du}/C_{Ds} の値は Reynolds 数によつてわずかに変化を示し、1.3~1.8 という値をえている。

さきに述べたように、著者らの砂移動限界についての実験の範囲では C_M の項はほとんど無視され、定常流のときの相違は C_{Du} によるものと推定されることから、上に述べた C_{Du} と C_{Ds} との比及び定常流の場合の $u_e^* / \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \right\}$ と $u_e^* d / \nu$ との関係を示す理論式を用いて、 $du/dt=0$ すなわち加速度項が瞬間的に0にひとしい非定常流における場合の理論曲線をえがくことができる。

図-3 限界摩擦速度の無次元表示

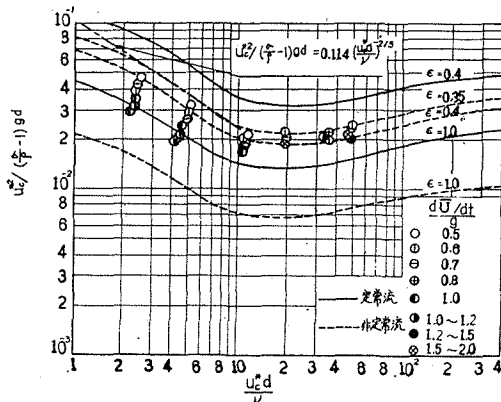
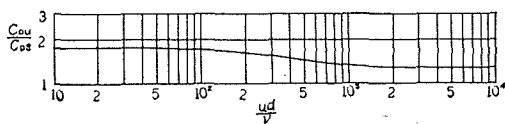


図-4 C_{Du}/C_{Ds} と Reynolds 数の関係



このようにして求めたのが図-3の破線で示す u_e^*d/ν と $u_e^*/\left\{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)gd\right\}$ の関係であり、図中の ε は岩垣博士の遮蔽係数をあらわすものであつて、一般にこの ε の値は 0.35 ~ 0.40 という値をとつている。

(2) 波による砂の移動に関する考察

(a) 砂の移動開始時における加速度項の影響：前項で明らかにした非定常現象下の砂の移動限界に関する実験結果を、波による砂の移動限界の算定に応用しようとする場合、(4)式における加速度項（右辺第2項）が抵抗項（右辺第1項）あるいは全作用力に比較して無視できるような、加速度の小さい著者らの実験結果が、どのような場合に適用できるかを明らかにしておく必要がある。そこで砂の移動開始時において、加速度項が砂粒に働く全作用力に対してしめる割合を検討しよう。

波の場合においても、1個の砂粒に働く力 F は次式であらわされる。

$$F = \frac{\pi\rho}{6} \cdot d^3 \cdot C_M \frac{du}{dt} + \frac{\pi\rho}{8} \cdot C_{Du} \cdot d^2 \cdot u^2 \quad \dots\dots\dots(7)$$

(7)式中の u 及び du/dt は、浅海波理論を用いると、Lamb¹²⁾によつて明らかにされたように、層流境界層内の砂粒頂部においてはそれぞれ次式であらわすことができる。

$$u = \omega A \left[\sin(\omega t) - e^{-\beta d} \sin(\omega t - \beta d) \right] \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\frac{du}{dt} = \omega^2 A \left[\cos(\omega t) - e^{-\beta d} \cos(\omega t - \beta d) \right] \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここに、 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 、 $A = \frac{H}{2} / \sinh \frac{2\pi h}{L}$ 、 $\beta = \sqrt{\omega/2\nu}$ 、 ν ：動粘性係数である。また(7)式中の C_{Du} は前項で詳述したが、この場合 C_{Du}/C_{Ds} は Reynolds 数に関係なく 1.6 という値をとるものとし、 C_M の値については Stelson¹³⁾が求めた 1.51 という値を採用することにすれば、(7)式は次のようにかき換えることができる。

$$F = \frac{\pi\rho}{2} \cdot (2\pi)^2 \cdot \left(\frac{g}{2\pi}\right)^4 \cdot T^6 \cdot \left(\frac{d}{H}\right)^2 \cdot \left(\frac{H}{L_0}\right)^4 \cdot \left(\sinh \frac{2\pi h}{L}\right)^{-1} \left[\frac{1.51}{6} \left(\frac{d}{H}\right) \left\{ \cos(\omega t) - e^{-\beta d} \cos(\omega t - \beta d) \right\}^2 + C_{Ds} \left(\sinh \frac{2\pi h}{L}\right)^{-1} \left\{ \sin(\omega t) - e^{-\beta d} \sin(\omega t - \beta d) \right\}^2 \right] \quad \dots\dots\dots(10)$$

(10)式中の βd 及び C_{Ds} の値に関係がある ud/ν を、(10)式で示したと同じように波の諸量で表示すれば、(11)、(12)式であらわされる。

$$\beta d = 2.77 \times 10^3 \left(\frac{d}{H}\right) \cdot \left(\frac{H}{L_0}\right) \cdot T^{3/2} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{ud}{\nu} = \frac{g^2}{4\pi\nu} \cdot \left(1/\sinh \frac{2\pi h}{L}\right) \cdot \left(\frac{d}{H}\right) \cdot \left(\frac{H}{L_0}\right)^2 \cdot T^3 \cdot \left[\sin(\omega t) - e^{-\beta d} \sin(\omega t - \beta d) \right] \quad \dots\dots\dots(12)$$

また砂の粒径が非常に小さい場合および非常に大きい場合を除外し、Reynolds 数が $300 < \frac{ud}{\nu} < 10000$ の範囲に入るような砂においては、 C_{Ds} の値が鶴見氏¹⁴⁾の実験式

$$C_{Ds} = 10 \left(\frac{ud}{\nu}\right)^{0.5} \quad \dots\dots\dots(13)$$

であらわされるものとする、(10)式は次式のようになる。

$$F = n \left[0.251 \left(\frac{d}{H}\right) \left\{ \cos(\omega t) - e^{-\beta d} \cos(\omega t - \beta d) \right\} + 0.364 \times 10^{-3} \left(\frac{d}{H}\right)^{-1/2} \left(\frac{H}{L_0}\right)^{-1} T^{3/2} \left(\sinh \frac{2\pi h}{L}\right)^{-1/2} \left\{ \sin(\omega t) - e^{-\beta d} \sin(\omega t - \beta d) \right\}^{3/2} \right] \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{ここに、 } n = \frac{\pi\rho}{2} \cdot \frac{g^4}{(2\pi)^2} \cdot T^6 \cdot \left(\frac{d}{H}\right)^2 \cdot \left(\frac{H}{L_0}\right)^4 \cdot \left(1/\sinh \frac{2\pi h}{L}\right) \quad \dots\dots\dots(15)$$

である。

(14)式における右辺〔 〕内の加速度項である第1項

$$0.251(d/H) \left\{ \cos(\omega t) - e^{-\beta d} \cos(\omega t - \beta d) \right\} \quad \dots\dots\dots(16)$$

の〔 〕内の値を y とすれば、

$$y = \cos(\omega t) \left\{ 1 - e^{-\beta d} \cos \beta d \right\} - \sin(\omega t) e^{-\beta d} \sin(\beta d) \quad \dots\dots\dots(17)$$

従つて $dy/d(\omega t) = 0$ の条件より求められる関係式

$$\tan(\omega t) = -e^{-\beta d} \sin \beta d / (1 - e^{-\beta d} \cos \beta d) \quad \dots\dots\dots(18)$$

を満足する ωt のとき、 y は極大あるいは極小となる。いま、 $\tan(\omega t) = x$ とすれば

$$\sin(\omega t) = \pm x / \sqrt{1+x^2}, \quad \cos(\omega t) = \pm 1 / \sqrt{1+x^2} \dots\dots\dots (19)$$

の関係があるから、これらの式を (17) 式に代入すると、 y の極大、極小の値が求められる。かくして求められた、 βd と y_{max} の関係を描いたのが 図-5 であるが、この図から βd のいかにかわらず、

$$\left| \left\{ \cos(\omega t) e^{-\beta a} \sin(\omega t - \beta d) \right\} \right|_{max} \leq 1.06 \dots\dots\dots (20)$$

となることがわかる。したがって (14) 式のうちの加速度項は、

$$n \left| 0.251 \left(\frac{d}{H} \right) \left\{ \cos(\omega t) - e^{-\beta a} \cos(\omega t - \beta d) \right\} \right| \leq 0.263 \left(\frac{d}{H} \right) n \dots\dots\dots (21)$$

となる。一方、砂の移動開始時に砂粒に作用する全作

用力 F は、砂粒相互の遮蔽効果を考慮して、砂粒の摩擦力 F' との間の次の平衡条件式から求めることができる。

$$F = F' / \varepsilon, \quad F' = \left\{ \frac{\pi}{6} (\sigma - \rho) g d^3 \tan \varphi \right\} \dots\dots\dots (22)$$

ここに ε は遮蔽係数である。(22) 式であらわされる F を (15) 式で与えられる n を含む式にかき改め、その式に $\tan \varphi = 1, \sigma = 2.65, \varepsilon = 0.35$ といった砂に関する値を代入すると、砂が動き出すときの全作用力 F は次のようにあらわされる。

$$F = 0.269 \cdot n \cdot \left(\frac{d}{H} \right) \cdot \left(\frac{H}{L_0} \right)^{-1} \left(\sinh \frac{2\pi h}{L} \right) = n \cdot K \cdot \frac{d}{H} \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 $K = 0.269 \left(\frac{H}{L_0} \right)^{-1} \left(\sinh \frac{2\pi h}{L} \right)$ であつて、表-1 に示すとおりである。

(21) 式及び (23) 式より、加速度による力と全作用力の比は、砂が動き出すときの phase が加速度項の最大を

表1-K の値

H/L ₀ \ h/L ₀	0.01	0.03	0.05	0.08	0.10	0.12	0.15	0.20
0.01	6.26	11.5	15.5	21.3	26.3	30.1	35.7	48.0
0.02	3.12	5.16	6.61	10.6	13.1	14.9	17.8	24.5
0.03	2.10	3.86	5.35	7.14	8.75	10.1	11.9	16.1
0.05	1.23	2.30	3.14	4.31	5.25	6.03	7.13	9.51
0.07	0.86	1.64	2.21	3.05	3.73	4.28	5.05	6.85

示す場合であつたとしても、

$$(\text{加速度による力}) / (\text{全作用力}) = 0.263 / K \dots\dots\dots (24)$$

によつて与えられる値より小さいことがわかるから、加速度による力が全作用力の $1/10$ 以下となる領域は表-1 において太線で囲んだ領域となり、この領域では加速度の影響を無視してもよいようである。つぎに表-1 中の太線で囲まなかつた領域においても、 $d/H, H/L_0, h/L_0, T$ の値によつて、砂の動き出すとき加速度項が最大の値を示すとは限らず、砂に働く全作用力に比較して加速度項を無視してもよい場合が生ずるのであろう。この場合、(14) 式に $d/H, H/L_0, T$ の値をそれぞれ代入して砂が動き出すときの ωt と h/L_0 の関係を求め、そのときにおける加速度項と全作用力の比を検討すれば、表-2 のような比率を示すことがわかる。この表から、 h/L_0 が一定のところにおいて同一周期、同一波形勾配の波では d/H が小さくなるにつれて加速度項のしめる割合は減少し、また同じ d/H の砂粒で周期が同じ波であつても波形勾配の増加にともなつて加速度項の影響は顕著となつてくる。さらに d/H が一定で、 H/L_0 が一定の波では、 d/H が比較的大きい値を示す砂粒の場合は周期の変化による加速度の顕著な影響があらわれてこないのに対し、 d/H が小さい場合、加速度の影響は顕著にあらわれてくる。したがつて表-1 において太線で囲まなかつた領域でも、周期も、波形勾配も小さい値を示す波では、 d/H が小さい場合に加速度の影響を無視できる場合があることがわかる。

図-5 βd と y_{max} の関係

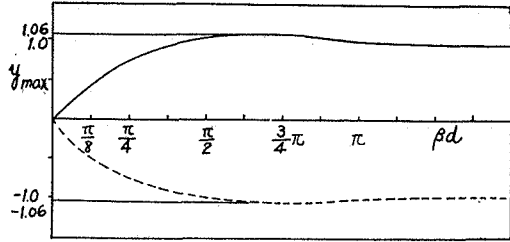


表-2 加速度項と全作用力との比 (%)

T(sec)	h/L ₀ =0.01									h/L ₀ =0.03					
	1			3			5			1		3		5	
$\frac{H/L_0}{d/H}$	0.03	0.05	0.07	0.03	0.05	0.07	0.03	0.05	0.07	0.05	0.07	0.05	0.07	0.05	0.07
0.01	11.4	22.7	33.6	13.6	23.2	33.5	13.6	23.2	33.5	11.3	11.8	12.3	12.3	12.4	12.4
0.005	6.3	14.0	27.5	13.5	23.2	33.5	13.6	23.2	33.5	7.95	9.5	12.3	12.3	12.4	12.4
0.001	1.09	3.02	7.7	6.46	16.4	28.4	11.6	22.0	33.5	2.06	2.5	8.85	10.6	12.0	12.2

(b) 波による砂の移動限界流速: (a) で述べたように、 d/H の小さい場合、すなわち波高に比較して砂粒が小さい海岸底質の移動限界を論議する場合は、比較的浅い領域までも加速度項を無視することができるから、1 で検討した加速度が小さい場合の非定常な流れに対する研究結果を、加速度の大きい波の作用下において採用してもさしつかえないことがわかる。

つきに図-3の結果を用いる場合、波の運動下における底部の摩擦速度 u^* と流速との関係を知る必要がある。以下この関係を層流境界層の場合について、簡単に考察してみよう。

さきに述べたように層流境界層内の流速分布は、Lamb¹²⁾によつて、

$$u = \omega A \left\{ \sin(\omega t) - e^{-\beta z} \sin(\omega t - \beta z) \right\} \dots\dots\dots (25)$$

であたえられる。ここに z は底部から鉛直上方にとつた距離で、境界層外の流速 u_b は、

$$u_b = \omega A \sin(\omega t) \dots\dots\dots (26)$$

であらわされ、浅海波理論の底部流速である。

(25) 式より底部の剪断応力は、

$$\tau = -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} = \rho \nu^{1/2} \cdot \omega^{1/2} \cdot \omega A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \dots\dots\dots (27)$$

となり、したがつて境界層外の流速と底部の摩擦速度の関係は、次式であらわされる。

$$(u_b/u^*)^2 = \sqrt{\omega/\nu} \cdot A \cdot \sin^2(\omega t) / \sin(\omega t + \pi/4) \dots\dots\dots (28)$$

いま境界層外の最大流速と摩擦速度との関係を求めれば、 $\omega t = \pi/2$ として (28) 式より、

$$(u_{bmax}/u^*)^2 = \sqrt{2} \sqrt{\omega/\nu} \cdot A \dots\dots\dots (29)$$

という関係が求められる。

なお乱流境界層における u と u^* の関係は、その層内の流速分布も明らかでなく、わずかに、Kalkanis¹³⁾が実験式を提案しているにすぎない。なお今後に残された問題といえよう。

さて境界層が層流の場合、浅海波の底部における砂移動限界流速 u_{bc} は (29) 式と図-3 から求められるが、(29) 式からもわかるように、この場合の u_{bc} は u^* が一定であつても、 $u_{bc} = \omega_c A_c$ (添字 c は限界時の値を示す) の関係から波の周期の $1/2$ 乗に比例して変化することがわかる。

この事実は、Manohar⁵⁾もまた境界層が層流時の砂の移動開始時における波の周期と波高、粒径との関係を求めた実験結果から確かめている。すなわち、彼は実験から次のような実験式を導いた。

$$\left[\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \cdot \frac{1}{A_c} \tan \varphi / \nu \right]^{1/2} \omega_c^{2/3} = 0.159 \dots\dots\dots (30)$$

$u_{bc} = \omega_c A_c$ を用いて (30) 式をかきなおすと、

$$u_{bc} \cdot \omega_c^{1/2} \cdot \nu^{1/2} = (0.159)^{3/2} \left[\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \tan \varphi \right] \dots\dots\dots (31)$$

となる。(31) 式より u_{bc} が周期の $1/2$ 乗に比例して変化することがわかるであろう。

図-6、及び図-7 は $d = 0.235 \text{ mm}$ 、 $\sigma = 2.49$ の底質と $d = 0.28 \text{ mm}$ 、 $\sigma = 2.65$ の底質について、図-3 から求めた u_c^* を (29) 式に代入して求めた u_{bc} と Manohar の実験値とを比較した図であつて、図中の実線は $\varepsilon = 0.35$ 及び $\varepsilon = 0.40$ に対する u_c^* の曲線から求めた値である。図-6 及び 図-7 からわかるように、Manohar の実験値には遮蔽係数 $\varepsilon = 0.40$ よりも $\varepsilon = 0.35$ の方がよく一致している。そこで、図-3 の $\varepsilon = 0.35$ の曲線と (29) 式を用いて $\sigma = 2.65$ の砂の粒径 d と限界流速 u_{bc} 及び波の周期 T との関係を求めたのが 図-8 である。

図-6 Manohar の実験値との比較 (d=0.235mm, σ=2.49)

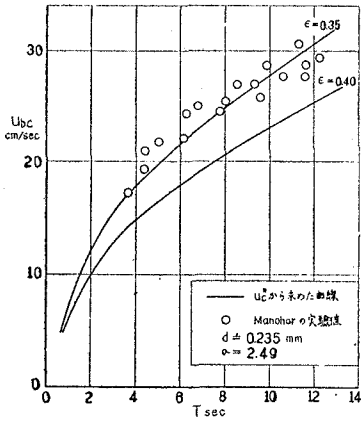


図-7 Manohar の実験値との比較 (d=0.28mm, σ=2.65)

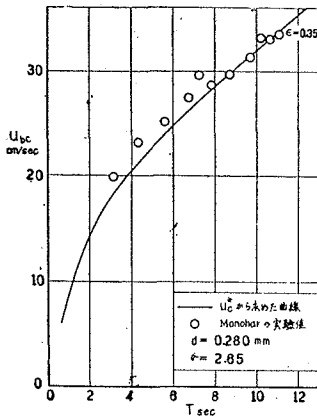
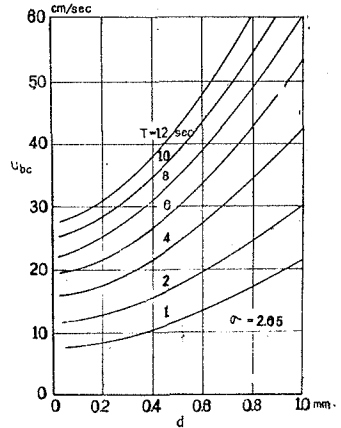


図-8 ubc と d および T の関係 (σ=2.65)



つぎに境界層が乱流の場合も (2) 式に対応する u^* と u の関係を用いれば同様にその場合の初期流速が見出されるわけであるが、さきに述べたように現在においてはこの u^* と u の関係が明らかでないため十分な論議をすることはできない。

以上は、基礎実験の結果および波の運動下における u^* と u の関係から波の移動限界流速を考察し、実際の波による砂の移動時の流速記録と比較検討したが、以下において砂粒子に作用する力の平衡状態から理論的に砂の移動限界流速と粒径および波の周期との関係を考察し、著者らのおこなった実験結果を示す 図-3 と u_b/u^* の関係から求めた結果と比較しよう。

砂粒の摩擦力 F' と砂粒に働く力の移動開始時の平衡状態は (4) 式のようにあらわされるが、さきに述べたように du/dt の項を無視してさしつかえない領域では、砂粒に働く揚力を無視して、次のようにあらわされる。

$$\left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d^3 \frac{\pi}{6} \tan \varphi \right\} = \frac{\varepsilon \pi}{8} C_{Du} \cdot u^2 \cdot d^2 \dots\dots\dots (32)$$

ここに u は砂粒頂部の流速であり、浅海波理論による底部流速が最大るとき砂が動き出すものとするれば、(8) 式の u の関係及び $(u_b)_{\omega t = \pi/2} = \omega_0 A_0$ を用いて、(32) 式は

$$\left\{ \frac{u_b^2}{\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \tan \varphi} \right\} = \frac{4}{3\varepsilon} \cdot \frac{1}{C_{Du}} \cdot \left[1 - e^{-0.706\sqrt{\omega/\nu} \cdot d} \cos(0.706\sqrt{\omega/\nu} \cdot d) \right]^{-2} \dots\dots\dots (33)$$

とかき改めることができる。 C_{Du} は ud/ν の関係であるから、(33) 式の左辺は $(u_b \cdot d/\nu)$ と $(\sqrt{\omega/\nu} \cdot d)$ の関係であらわすことができる。前述の Manohar の実験結果とあわせ考えて $\varepsilon=0.35$ とし、 C_{Du} の変化を示す 図-4 を用いて、 $\tan \varphi = 1$ とした場合の (33) 式の関係を図示すると 図-9 の実線のようになる。図中点線は 図-3 の基礎実験結果を用いてえられた値であり (33) 式を示す実線とよく一致している。

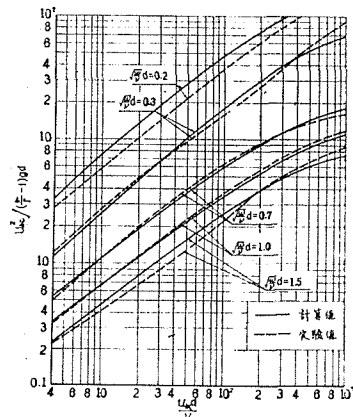
また乱流境界層の場合も (32) 式に対応すべき式が考えられるが、この場合揚力 R_L を無視することはできず、この R_L および u について不明な点が多いためこの場合の力学的解明にはなお多くの基礎的な研究を必要としよう。

3. 波による砂の移動量の算定

波の力によつて変化していく二次元の海岸変形の機構を論ずるには、砂の移動量を推定しなければならない。従来からこの砂の移動量を適確に把握しようとする試みが行なわれてきたが⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾、いずれも実験値の整理の際に周期特性が入り、普遍的な研究成果はなく、砂の移動に関する波及び底質などの無次元量を提示するにとどまっている。

Vincent はさらに実験をかさね、砂の移動限界の考え方を導入して、波の特性と移動量を結びつけた次のよう

図-9 底部限界流速の無次元表示、(層流境界層の場合)



な砂の移動量公式を提案した。

$$q_s = H^2(H^2 - H_0^2) \times \varphi(M, h, L) \dots\dots\dots (34)$$

ここに H_0 は砂の移動限界時の波高, M は底質特性を示す値である。しかしながら, φ で示す関数形が明らかでなく, またこの式が水粒子の流速から導きだしたものではないため, 十分な移動量公式とはいえない。

砂が移動しているときの剪断応力と流速との関係はまだ明らかでないが, 著者らは, (28) 式で示す流速と摩擦速度の関係を, 河川における流砂量公式に代入し, Vincent の実験結果を用いて移動量公式を導くこととした。この場合, 流砂量公式としては, まず *Du Boys* の公式, ついで *Kalinske-Brown* 公式など種々の公式が提案されているが, 後者の公式の場合は前者の場合より極めて計算が複雑であるので, ここではまず前者の場合についてのみ詳述することとし, さらに今後その他の流砂量公式についても検討を加えていきたい。

Du Boys の公式によると, 単位巾, 単位時間当りの砂の移動量 Δq_s は,

$$\Delta q_s = C_{S1} \tau (\tau - \tau_c) = C_{S2} u^{*2} (u^{*2} - u_{0c}^{*2}) \dots\dots\dots (35)$$

で示される。ここに, C_{S1} , C_{S2} は底質の特性により決定される常数である。(35) 式の u^* に (28) 式の u^* を代入し, 浅海波理論による底部流速 $u_b = \omega A \sin(\omega t)$ を適用すれば

$$\Delta q_s = C_{S2} \cdot \nu \cdot \omega^3 \cdot A^2 \sin(\omega t + \pi/4) [\sin(\omega t + \pi/4) - \sin(\omega t_c + \pi/4)] \dots\dots\dots (36)$$

となる。ここに ωt_c は砂の移動開始時の phase で, 次式によつて与えらる。

$$u_{b0} = \omega A \sin(\omega t_c) \dots\dots\dots (37)$$

(36) 式より波による単位時間, 単位巾当りの往復の平均移動量 q_s は次式であらわされる。

$$q_s = \frac{1}{T} \int_T \Delta q_s dt \dots\dots\dots (38)$$

(38) 式に (36) 式を代入し,

$$\omega t + \pi/4 = x, \quad \sin(\omega t_c + \pi/4) = a,$$

とおくと,

$$q_s = C_{S2} \cdot \nu \cdot \frac{\omega^2 A^2}{T} \left[2 \int_{\omega t_c}^{\pi/2} (\sin^2 x - a \sin x) dx + 2 \int_{\pi + \omega t_c}^{3\pi/2} (\sin^2 x - a \sin x) dx \right] \dots\dots\dots (39)$$

となる。なお (39) 式の積分の上, 下限値は, 被積分関数の $\pi/2$, $3/2 \pi$ を中心とした対称性と, 砂の移動開始時と停止時の水粒子速度が等しいという仮定ともとづいて定めたものである。しかしながらこの仮定については, なお大きな疑問がありさらに研究を必要とするものである。

積分の結果 (39) 式は

$$q_s = C_{S3} \left(\omega^2 \cdot A^2 / T \right) \left[\pi - 2\omega t_c + \sin(2\omega t_c) \right], \quad C_{S3} = C_{S2} \cdot \nu \dots\dots\dots (40)$$

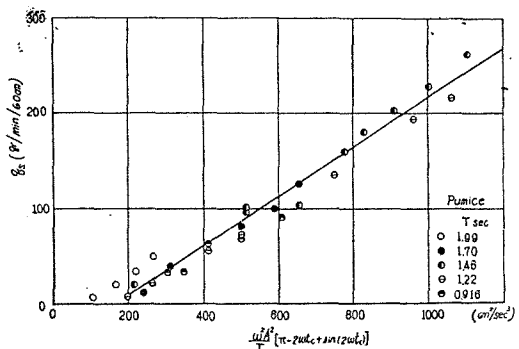
となる。

(37) 式で示す u_{b0} に前節で求めた u_{b0} の値を用いて, (40) 式の $(\omega^2 A^2 / T) [\pi - 2\omega t_c + \sin(2\omega t_c)]$ の計算結果と, Vincent の漂砂量の実験値との関係をプロットしたものが 図-10 である。

この図によれば, 多少実験値のばらつきはあるけれども, q_s と $(\omega^2 A^2 / T) [\pi - 2\omega t_c + \sin(2\omega t_c)]$ との間には図中の実線で示すように直線関係があり, かつ周期に関係なく一本の直線上にのるようである。(40) 式右辺の係数 C_{S3} は底質の特性によつて定まる値であつて, 特定の底質を用いた実験の場合は一定と考えられることから, $u_b = \omega A \sin(\omega t)$ が成立する領域においては, 汀線と直角方向の砂の移動量は, (28) 式で示す流れの抵抗法則と河川の流砂量公式をもちいてえられた (40) 式によつてあらわされるものと考えてよからう。

なお第 1 報において明らかにしたように, いそ波帯より岸側の領域では, 浅海波理論が適用できなくなり, この領域の移動量算定に (40) 式を用いることはできない。このような領域における砂の移動量については, 今後さらに研究を続けていくつもりである。

図-10 単位時間漂砂量と $(\omega^2 A^2 / T) \times [\pi - 2\omega t_c + \sin(2\omega t_c)]$ の関係



4. 砂の移動限界水深について

海岸構造物の設計あるいは海浜変形の基点を求めるにあたってしばしばこの砂の移動限界水深が問題となる。この移動限界水深に関しては、従来二つの限界水深が定義され、検討されてきた。すなわち、一つは波によつて、この水深より深い沖側の部分で漂砂がおこらない水深であつて、これより浅い地点では変形をおこす可能性のある水深である。

他の一つはそれより浅い水深で、砂の移動は生じているが、海岸変形に顕著な影響を与える掃流漂砂がほとんどない地点である。後者については、すでに著者らは実験¹⁶⁾によつてその水深を明らかにし、またその水深に及ぼす底質の影響についても考察を加えた。ここで論議しようとする限界水深は、前者の底質が移動しはじめる水深 h_i である。

この水深 h_i を求めようとする研究は、従来においても行なわれてきたが¹⁶⁾¹⁷⁾、波の運動下における流れの抵抗法則が明らかでなく、また非定常時の砂の移動についても研究が行なわれていなかったため、便宜的に河川における剪断応力と流速との関係をそのまま波の運動下にも適用できるものとして求めている。そこで著者らは、さきに述べた非定常運動下の砂の動きははじめに関する結果と波による流れの抵抗法則を用いて、この砂の移動限界水深を求めていくこととする。

この場合、水深も大きく、実際の海岸では沖の底質粒径は小さいから、砂の移動は層流境界層領域⁹⁾で行なわれるものと考えてさしつかえないであろう。

浅海波理論の適用される領域では、底部流速の最大値は、

$$u_{bo} = (\pi/T) \cdot \{H/\sinh(2\pi h_i/L)\}$$

であたえられ、かつ波の運動下において摩擦速度 u^* と最大流速との関係は層流境界層の場合 (29) 式によつて、

$$(u_{bo}/u^*)^2 = \sqrt{2} \sqrt{\omega/\nu} \cdot A$$

となるから、砂の移動限界水深 h_i においては、

$$\frac{u_{bo}^{*2}}{\left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \right\}} = \frac{u_{bo}^2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\omega/\nu} \cdot A \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \right\}} = \frac{\pi^{3/2}}{\left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) / g \sqrt{\nu} \right\}} \cdot \frac{H}{L_0} \cdot \left(\sinh \frac{2\pi h_i}{L} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{d}{L_0} \right)^{-1} \cdot T^{-3/2} \quad (41)$$

$$\frac{u_{bo}^* d}{\nu} = \frac{(2)^{-1/4} u_{bo} \cdot \omega^{-1/4} \cdot \nu^{1/4} A^{-1/2} \cdot d}{\nu} = \frac{g^{3/2}}{\nu^{3/4} \cdot (2\pi)^{3/4} \cdot (2)^{1/4}} \cdot \left(\frac{H}{L_0} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{d}{L_0} \right) \cdot \left(\sinh \frac{2\pi h_i}{L} \right)^{-1/2} \cdot T^{9/4} \quad (42)$$

となる。ところが $u_{bo}^* d/\nu$ と $u_{bo}^{*2} / \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \right\}$ との関係は、図-3 の鎖線で示すように、 $u_{bo}^* d/\nu < 10$ の場合近似的につぎの実験式であらわされる。

$$u_{bo}^{*2} / \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \right\} = 0.114 \left(u_{bo}^* d/\nu \right)^{-2/3} \quad (43)$$

(43) 式に (41) 式、(42) 式を用いると、つぎの関係が導かれる。

$$\left(\frac{d}{L_0} \right)^{1/3} = \frac{\pi^{3/2}}{\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \times 0.114 \times (2\pi)^{1/2} \cdot 2^{1/6}} \cdot \left(\frac{H}{L_0} \right)^{4/3} \left(\sinh \frac{2\pi h_i}{L} \right)^{-4/3} \quad (44)$$

ここで、 H 、 L は水深 h_i における波高、波長である。(44) 式に $H/L_0 = (H_0/L_0) (H/H_0)$ の関係を用い、 $\sigma = 2.65$ とすると、

$$\frac{H_0}{L_0} = 0.171 \left(\frac{d}{L_0} \right)^{1/4} \cdot \left(\sinh \frac{2\pi h_i}{L} \right) \cdot \frac{H_0}{H} \quad (45)$$

となる。上式中の H_0/H および h_i/L は波の変形理論および変換によつて、

$$\frac{H}{H_0} = \left[\frac{\sinh 4\pi h_i/L}{4\pi h_i/L + \sinh 4\pi h_i/L} \cdot \frac{1}{\tanh 2\pi h_i/L} \right]^{1/2}$$

$$h_i/L = \left(h_i/L_0 \right) \cdot \left(\frac{L_0}{L} \right), \quad L/L_0 = \tanh 2\pi h_i/L$$

であらわされるので、移動開始の水深 h_i と L_0 の比は d/L_0 および H_0/L_0 の関数であらわされることになる。

この H_0/L_0 と d/L_0 および h_i/L_0 の関係を示したのが図-11 であり、同図に比較のため佐藤、岸両博士と栗原、篠原両博士らの求めた移動限界水深を同じ表示で併記してある。

また $d = 0.3\text{mm}$ の場合の砂の移動限界水深を計算した結果は、表-3 のとおりである、

表-3 $d=0.3\text{ mm}$ の砂の移動限界水深

T(sec)	6				7			
H_0/L_0	0.01	0.02	0.03	0.05	0.01	0.02	0.03	0.05
h_{t1} (m)	1.91	4.15	8.42	12.3	2.97	6.40	10.40	18.60
h_{t2} (m)	6.75	13.50	18.50	25.40	8.38	17.50	22.80	32.20
h_{t3} (m)	12.30	25.20	39.20	—	20.0	41.6	65.4	111.0

(註) h_{t1} は佐藤, 岸による計算値, h_{t2} は石原, 樫木による計算値, h_{t3} は栗原, 篠原らによる計算値,

図-11 および 表-3 からわかるように, 著者らによつて求められた砂の移動限界水深は, 佐藤, 岸両博士による値と栗原, 篠原両博士による値との中間にきている。

佐藤, 岸両博士の計算では, その粒子に作用する水粒子速度を最大流速の $\frac{1}{2}$ にとつているため, 砂の移動のはじめの限界水深をあらわすには, あまりにも浅く見積りすぎているようである。

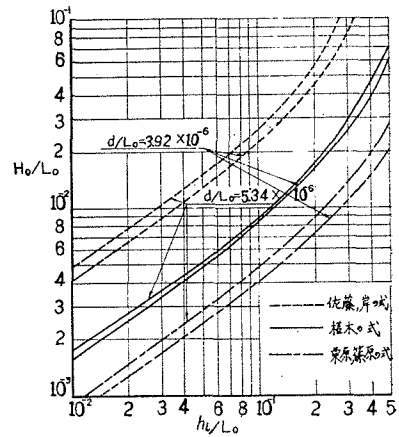
一方栗原, 篠原両博士の計算では, 著者らと同じように水粒子の最大流速を用いているが, u_c^*d/ν が比較的大きい場合の定常流における結果を用いて, $u_c^*/\left\{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)gd\right\}$ を一定としているため, ありにも深く算定しすぎているようである。

5. 結 語

以上, 著者らは波による砂の動きははじめの機構について解析をすすめ, 河川の場合の砂の移動限界とことなることを明らかにした。さらにこの初期移動限界流速の算定結果を用いて, 砂の移動量や, 移動限界水深を検討したが, 著者らの行なつた論議はいずれも, 主として浅海波の性質を十分に有する領域における砂の移動であつて, 乱れの大きいそ波帯以後の領域における砂の動きについては, なお十分な基礎的研究を必要とし, 今後に残された問題といえよう。最後にこの研究に協力していただいた岩垣教授に感謝するとともに, 本論文が文部省試験研究費による研究成果の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) Ippen, A. T., and Eagleson, P. S. ; A Study of Sediment Sorting by Waves Shoaling on a Plain Beach ; M. I. T. Hyd. Lab. Tech. Report No. 18, 1955
- 2) Eagleson, P. S., Dean, R. G., and Peralta, L. A. ; The Mechanics of the Motion of Discrete Spherical Bottom Sediment Particles due to Shoaling waves ; M. I. T., Hyd. Lab. Tech. Report, No. 26, 1957.
- 3) 石原藤次郎, 樫木亨, 天野哲男 ; 漂砂の運動機構に関する基礎的研究 (第1報) ; 土木学会海岸工学講演会講演集, 1958, pp. 65-71.
- 4) Ishihara, T., Sawaragi, T., and Amano, T. ; Fundamental Studies on the Dynamics of Sand Drifts, Report 1 and 2 ; Coastal Engineering in Japan, vol. 2, 1959, pp. 35-52.
- 5) Manohar, M. ; Mechanics of Bottom Sediment Movement due to Wave Action ; Beach Erosion Board. Tech. Memo. No. 75, 1955.
- 6) Vincent, G. E. ; Contribution to the Study of Sediment Transport on a Horizontal Bed due to Wave Action ; Coastal Eng. No. 6, 1958, pp. 326-355.
- 7) 岩佐義期, 樫木亨 ; 差圧式流速計について ; 第3回水理研究会講演会前刷, 1958, pp. 13-14.
- 8) Morison, J. R., and O'Brien, M. P. ; The Forces Exerted by Waves on Objects ; Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 33, No. 1, Feb. 1952, pp. 32-38.
- 9) 浜田徳一, 光易恒, 長谷直樹 ; 構造物に作用する波力 ; 土木学会海岸工学講演会講演集, 1956, pp. 67-83.
- 10) 樋口明生 ; 円柱に及ぼす波力の実験的研究 ; 京大防災研究所年報第1号, 1957, pp. 128-137.
- 11) 岩垣雄一, 土屋義人 ; 限界掃流力に関する基礎的研究 ; 土木学会論文集, 第41号, 昭和31. 12, pp. 1-38.
- 12) Lamb, H. ; Hydrodynamics, 6th ed. p. 620.
- 13) Stelson, T. E., and Mavis, F. T. ; Virtual Mass and Acceleration in Fluids, Proc. A. S. C. E., Vol. 80, Separate No. 670, April, 1955, pp. 1-9.
- 14) 鶴見一之 ; 沈降速度の理論および実験 ; 土木学会誌, 18巻, 昭. 7. p. 1059.
- 15) Kalkanis, G. ; Turbulent Flow Near an Oscillating Wall ; Beach Erosion Board, Tech. Memo.

図-11 h_t/L_0 と H_0/L_0 及び d/L_0 の関係

No. 97. 1957.

- 16) 栗原道徳, 篠原謹爾, 椿東一郎, 吉岡益男; 波による海浜の砂移動; 土木学会海岸工学講演会講演集, 昭31. 11, pp. 151—158.
 - 17) 佐藤清一, 岸力; 漂砂に関する研究, (7), 波動による海底剪断力と底質の移動; 建設省土木研究所報告, 第85号—6, 昭. 27
 - 18) 岩垣雄一, 樫木亨; 海岸の平衡勾配に関する二三の問題について; 京都大学防災研究所創立5周年記念論文集, 1956, pp. 233—240.
-