

海岸の波浪について

建設省土木研究所海岸研究室

岸

力

I. 序 説

漂砂問題を扱う場合、あるいは海岸構造物の設計を行う場合の最も重要な要素の一つは、いかにして波浪を見積るかということである。波浪の見積りは研究課題としては次の三つの事項に分けるのが便利であろう。第1には風による波の発生・発達であり、第2には水深の減少にともなう波高および波長の変化であり、第3には砕け波である。

波浪の発生・発達の問題は H.U. Sverdrup & W.H. Munk (1947) の理論に C.L. Bretschneider (1952) が修正を施し、深水波に対しては一応基礎理論がかたまり、現在ではその結果と天気図とをいかに結びつけるかという Forecast あるいは Hindcast の Technique が盛んに研究される段階である。しかし浅水波に対してはまだ基礎理論が完成しておらず、著者の経験では浅水波を扱わねばならない例が多く、この方面の研究は理論的な興味のみでなく工学的にも非常に重要なものと考えられる。

水深の減少にともなう波高・波長の変化は屈折を考慮すれば実用的にはほぼ満足しうる程度で波浪の推定ができるものであり、屈折については昨年の第1回講演会において本間博士が解説されている。

第3の砕け波の問題も昨年の講演会で速水博士が解説されたところの部分重複波の考えが導入されてさらに明確になつてきた。

本文においては、浅水波における風と波との関係および砕け波の性質を中心として、海岸における波浪の算定方法について著者の見解を述べる。

II. 深水波の発生・発達 (Sverdrup-Munk の理論)

海岸の波浪を論ずるにはまづ風による波の発生と発達の問題から始めねばならない。この問題は古くから多くの学者によつて研究されてきたが、1947年に至り H. U. Sverdrup と W. H. Munk とが既往の多数の観測結果を集めて統一的な解釈を与えた。しかし Sverdrup-Munk の理論は深水波を対象としたものであり、浅水波に関する研究は行われていない。本章では、Sverdrup-Munk の理論の概要を述べ、次章において浅水波の発生・発達を論ずることとする。

風から波へのエネルギー伝達は有限振巾の波では垂直圧力によるものと、切線圧力によるものとなる。このエネルギーが波高増大に要するエネルギーと波長増大に要するエネルギーとの和に等しいと置いて波の発生・発達が論じられる。

一方経験によれば、波の発達には次の二つの場合があることがわかつている。すなわち一定風速の風が長時間にわたつて小さい水域を吹くとすれば、任意の場所の波高は時間的には変化しないが、場所的には風上からの距離に従つて増大するという状態が生ずる。これを定常状態と称する。これに反し、一定風速の風が短時間の間大きな水域を吹くとすれば、波高は場所的には変化せず時間とともに増大するという状態が生ずる。これを過渡状態と称する。

Sverdrup-Munk は定常状態および過渡状態に対しそれぞれ次式を示した。

$$\left. \begin{aligned} (c/2)(dE/dx) + (E/2)(dc/dx) &= R_T \pm R_N \\ &\left\{ \begin{array}{l} +, c \leq U \\ -, c > U \end{array} \right. \dots\dots\dots (1) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} dE/dt + (E/c)(dc/dt) &= R_T \pm R_N \\ &\left\{ \begin{array}{l} +, c \leq U \\ -, c > U \end{array} \right. \dots\dots\dots (2) \end{aligned} \right\}$$

ただし記号は次のごとくである。

$$E: \text{波の単位面積当りの平均エネルギー} = \frac{1}{2} \rho g a^2$$

ρ : 海水 (または淡水) の密度 g : 重力の加速度 a : 半波高

$$c: \text{波速} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = \frac{gT}{2\pi}$$

λ : 波長 T : 周期

$$R_T: \text{切線圧力により風から波へ伝達されるエネルギー} = r^2 \pi^2 \rho' \delta^2 c V^2$$

r^2 : 風のまきつ係数 2.6×10^{-3} ρ' : 空気密度 δ : 波形勾配 $2a/\lambda$ V : 風速

$$R_N: \text{垂直圧力により風から波へ伝達されるエネルギー} = \pm \frac{1}{2} s \rho' (V-c)^2 k^2 a^2 c, \quad \begin{array}{l} +, c \leq V \\ -, c > V \end{array}$$

s : 遮蔽係数 (または流線係数) 0.013 k : 波数 $2\pi/\lambda$

さらに (1) および (2) において波令と称する無次元のパラメーター $\beta = c/V$ を導入し、これともう一つの無次元のパラメーターである波形勾配 $\delta = 2a/\lambda$ とによつて (1) および (2) を無次元化すれば

$$\frac{d\beta}{dx} = 2 A g V^{-2} \beta^{-3} \frac{1 \pm \alpha(1-\beta)^2}{5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta}}, \quad \begin{array}{l} +, \beta \leq 1 \\ -, \beta > 1 \end{array} \quad (3)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = A g V^{-1} \beta^{-2} \frac{1 \pm \alpha(1-\beta)^2}{5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta}}, \quad \begin{array}{l} +, \beta \leq 1 \\ -, \beta > 1 \end{array} \quad (4)$$

が得られる。

ここに $A = 2 r^2 \rho' / \rho$, $\alpha = s / (2 r^2)$

ここでさらに Sverdrup-Munk は波高増大についてやされるエネルギー R_H と波速増大についてやされるエネルギー R_c との配分割合を仮定して、 δ を β の函数としてあらわすことに成功し (3) および (4) を積分することができた。すなわち $\delta = \varphi(\beta)$ なる関係が求まれば (3) から $\beta = f(gx/V^2)$, (4) から $\beta = f(gt/V)$ なる関係が得られる。従つて波高は

$$\frac{g(2a)^2}{V^2} = 2\pi\delta\beta^2 = F\left(\frac{gx}{V^2}\right) \text{ または } F\left(\frac{gt}{V}\right)$$

の形であらわされる。

図-1 (a) の破線は Sverdrup-Munk によつて与えられた $\beta = f(gx/V^2)$ および $\frac{g(2a)^2}{V^2} = F\left(\frac{gx}{V^2}\right)$ の関係であり、図-1 (b) は $\beta = f(gt/V)$ および $\frac{g(2a)^2}{V^2} = F\left(\frac{gt}{V}\right)$ の関係である。

その後 C.L. Bretschneider (1952) がカリフォルニア大学における実験値を用いて Sverdrup-Munk の結果に修正を加えた。図-1 (a) の実線はその修正値である。

III. 浅水波の発生と発達

湖や内湾など比較的小きな水域での波の発生と発達とを考える場合、水深が小さくて前節の Sverdrup-Munk の理論の前提である深水波の条件が満たされない場合が少くない。本節では Beach Erosion Board の T. Saville の観測資料を利用して浅水波の発達機構を考察する。

(1) 風による浅水波へのエネルギー伝達 風から波に伝達されるエネルギーは切線応力によるものと垂直圧力によるものと二つの部分に分けられる。

そのうち切線応力 τ のなす仕事 R_τ は波の表面における水分子の速度を u とすれば

図-1 (a)

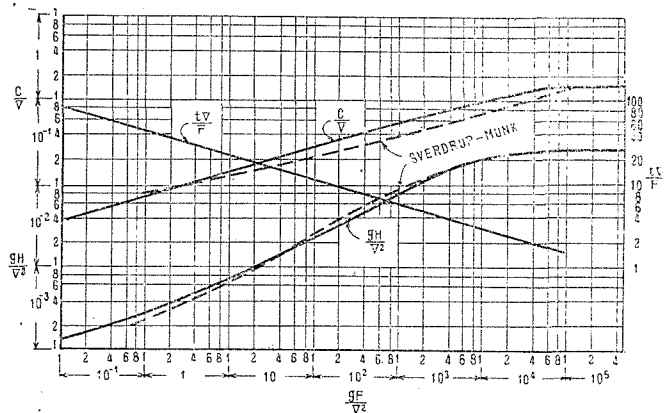
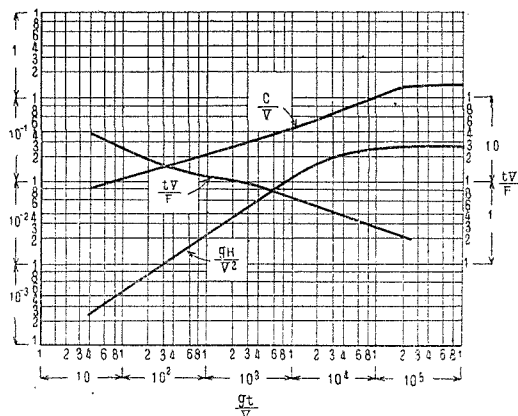


図-1 (b)



$$R_\tau = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \tau u dx \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。

$$\text{切線応力 } \tau \text{ は } \tau = r^2 \rho' V^2 \dots\dots\dots (6)$$

ここに r^2 : 空気のまきつ係数 2.6×10^{-3} ρ' : 空気の密度 V : 風速

で与えられ、 x には独立と考えられている。

有限振巾波の表面水分子の速度 u は周期性の部分と非周期性の部分とよりなるが、周期性の部分は(5)および(6)より明らかなとおり平均的には仕事をせず、非周期性の部分 u_0' のみが R_τ に関係する。筆者の計算¹⁾では

$$u_0' = ck^2 a^2 \cdot \frac{1}{2} (1 + \coth^2 kh) \dots\dots\dots (7)$$

ここに c : 波速 k : 波数 $= 2\pi/\lambda$ a : 半波高 h : 水深

である。従つて R_τ は(6)および(7)を(5)に代入して

$$R_\tau = r^2 \rho' V^2 ck^2 a^2 \cdot \frac{1}{2} (1 + \coth^2 kh) \dots\dots\dots (8)$$

となる。

次に垂直圧力による仕事 R_N は

$$R_N = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda pw dx$$

ここに p : 表面圧力 w : 表面水分子の垂直速度

であつて H. Jeffreys の研究²⁾によれば

$$R_N = \pm \frac{1}{2} s \rho' (V - c)^2 ck^2 a^2, \quad +, c \leq V \\ -, c > V \dots\dots\dots (9)$$

ここに s : 遮弊(または流線)係数と云われ、Sverdrup-Munk は $s = 0.013$ を与えた。

(9)において $\beta = c/V$ とおいて変形すると

$$R_N = \pm \frac{1}{2} s \rho' V^3 (1 - \beta)^2 \beta k^2 a^2$$

となるので、 R_N は波形勾配と β との函数であつて(8)に示した R_τ のごとく直接水深による項を含まない。

ここで $A = 2r^2 \rho'/\rho$, $\alpha = s/2r^2$, $E = \frac{1}{2} \rho g a^2$ とおき(8)および(9)を書きかえると

$$R_\tau = EA g \beta^{-3} V^{-1} \frac{1}{2} (1 + \tanh^2 kh) \dots\dots\dots (10)$$

$$|R_N| = EA g \alpha (1 - \beta)^2 \beta^{-3} V^{-1} \tanh^2 kh \dots\dots\dots (11)$$

となる。(10),(11)において $kh \rightarrow \infty$ とすれば深水波となり

$$R_\tau = EA g \beta^{-3} V^{-1} \dots\dots\dots (10)'$$

$$|R_N| = EA g \alpha (1 - \beta)^2 \beta^{-3} V^{-1} \dots\dots\dots (11)'$$

これは Sverdrup-Munk の与えたものに一致する(S-M 原論文の(39),(40)式)。従つてここに示した(10),(11)が浅水の場合も含めた風によるエネルギー伝達の一般式であると考えてよい。

次に R_τ と $|R_N|$ との比を考えるに(10),(11)から

$$R_\tau / |R_N| = \frac{(1 + \coth^2 kh)}{2 \alpha (1 - \beta)^2} \dots\dots\dots (12)$$

α を Sverdrup-Munk の与えたごとく 2.5 ととり、 kh すなわち浅水度 h/λ と β とに種々の値を与えて、 $R_\tau / |R_N|$ の値の変化をみると表—1のごとくである。

表—1によれば β が1に近いほど切線応力によるエネルギー伝達 R_τ が波の発達に重要な役割を演ずることがわかる。

また浅水度で考えれば $h/\lambda > 0.3$ であれば $R_\tau / |R_N|$ の値の変化状況は $h/\lambda \geq 0.5$ なる深水の場合とほとんど同

- 1) Tsutomu Kishi: On the highest progressive wave in shallow water.
Proceedings of the 4th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1954.
- 2) Jeffreys, Harold: On the formation of water waves by wind.
Proceedings Royal Soc., Series A, Vol. 107, 1925.

表-1 R_τ/R_N の 値

h/λ	β								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.1	1.04	1.31	1.71	2.34	3.36	5.25	9.34	21.0	84.0
0.2	0.585	0.740	0.967	1.31	1.89	2.96	5.26	11.8	47.8
0.3	0.520	0.656	0.856	1.16	1.68	2.62	4.67	10.5	42.0
0.4	0.498	0.631	0.824	1.12	1.61	2.52	4.49	10.1	40.4
0.5	0.494	0.625	0.816	1.11	1.60	2.50	4.44	10.0	40.0

一とみなしうることがわかる。また $h/\lambda=0.30$ のとき (10) において $\frac{1}{2}(1+\tanh^2 kh) \approx 0.96$ で深水の場合との差異は 4% 程度にすぎず、 $h/\lambda \geq 0.3$ なる水域では Sverdrup-Munk の理論を用いても実用上はそれほどの差異はないと考えられる。

浅水としての影響がややいじめるしくなるのは 表-1 より大体 $h/\lambda < 0.2$ の場合であろう。

(2) 浅水波の発達 浅水波の発達については、考える水域がそれほど大きくない場合が多いことと工学的には波が十分に発達した定常状態がより重要な意味をもつので、ここでは定常状態の浅水波の発達機構を考察する。

表面波が進行にともなつて伝達するエネルギー $\bar{E}_t$ は

$$\bar{E}_t = \frac{1}{4} \rho g a^2 c (1 + 2 kh \operatorname{cosech} 2 kh) = E \cdot U \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\text{ここに} \quad E = \frac{1}{2} \rho g a^2, \quad U = \frac{c}{2} (1 + 2 kh \operatorname{cosech} 2 kh) = \text{群速度}$$

である。従つて定常状態におけるエネルギー関係は

$$\frac{d(E \cdot U)}{dx} = R_\tau \pm R_N \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで近似的に

$$\frac{dU}{dx} \approx \frac{1}{2} \{1 + 2 kh \operatorname{cosech} 2 kh\} \frac{dc}{dx} = \frac{1}{2} \{1 + 2 kh \operatorname{cosech} 2 kh\} V \frac{d\beta}{dx}$$

と書くと (14) は

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \beta V (1 + 2 kh \operatorname{cosech} 2 kh) \frac{dE}{dx} + \frac{1}{2} EV (1 + 2 kh \operatorname{cosech} 2 kh) \frac{d\beta}{dx} \\ = EAg \beta^{-3} V^{-1} \left\{ \frac{1}{2} (1 + \tanh^2 kh) \pm \alpha (1 - \beta)^2 \tanh^2 kh \right\} \end{aligned}$$

$$\text{あるいは} \quad \beta \frac{1}{E} \frac{dE}{dx} + \frac{d\beta}{dx} = Ag V^{-2} \beta^{-3} \frac{\left\{ \frac{1}{2} (1 + \tanh^2 kh) \pm \alpha (1 - \beta)^2 \tanh^2 kh \right\}}{\frac{1}{2} (1 + 2 kh \operatorname{cosech} 2 kh)} \quad \dots\dots\dots (15)$$

上式で $2a/\lambda = \delta$ すなわち $a = \frac{1}{2} \delta \lambda = \frac{\pi}{g} V^2 \coth kh \delta \beta^2$ を代入すれば

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dx} = \frac{2}{a} \frac{da}{dx} = \frac{2}{\delta} \frac{d\delta}{dx} + \frac{4}{\beta} \frac{d\beta}{dx}$$

δ は β と kh との函数で x には独立とすれば

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dx} = \frac{2}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta} \frac{d\beta}{dx} + \frac{4}{\beta} \frac{d\beta}{dx} = \frac{d\beta}{dx} \left(\frac{4}{\beta} + \frac{2}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta} \right)$$

これを (15) に代入すれば

$$\frac{d\beta}{dx} = 2 Ag V^{-2} \beta^{-3} \frac{\left\{ \frac{1}{2} (1 + \tanh^2 kh) \pm \alpha (1 - \beta)^2 \tanh^2 kh \right\}}{(1 + 2 kh \operatorname{cosech} 2 kh) \left(5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta} \right)} \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。

(16) で $kh \rightarrow \infty$ とすれば

$$\frac{d\beta}{dx} = 2 Ag V^{-2} \beta^{-3} \frac{\{1 \pm \alpha (1 - \beta)^2\}}{5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta}}$$

となり、深水波に対して Sverdrup-Munk が与えた (3) と一致する。

(16) は 2 つの変数 δ と β とを含むから、観測値によつて $\delta = \varphi(\beta)$ なる函数關係を求めると、浅水における風と波との關係が定められる。

波高増大に費されるエネルギー $U \frac{dE}{dx}$ と波速増大に費やされるエネルギー $E \frac{dU}{dx}$ との比は $\frac{dU}{dx}$ に近似式

$$\frac{dU}{dx} \div \frac{1}{2} \{1 + 2kh \operatorname{cosech} 2kh\} V \frac{d\beta}{dx}$$

を用いれば比較的容易に求めることができる。

(15) から風から伝達される総エネルギー $R_T \pm R_N$ に対する波速増大に費やされるエネルギー $E \frac{dU}{dx}$ の割合は

$$\begin{aligned} \left(E \frac{dU}{dx} \right) / (R_T \pm R_N) &= \frac{\frac{1}{2} A^{-1} g^{-1} V^2 (1 + 2kh \operatorname{cosech} 2kh) \beta^3 \frac{d\beta}{dx}}{\left\{ \frac{1}{2} (1 + \tanh^2 kh) \pm \alpha (1 - \beta)^2 \tanh^2 kh \right\}} \\ &= \frac{A^{-1} (1 + 2kh \operatorname{cosech} 2kh) \beta^3 \cdot d\beta / d \left(\frac{gx}{V^2} \right)}{\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} (1 + \tanh^2 kh) \pm \alpha (1 - \beta)^2 \tanh^2 kh \right\}} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

となる。従つて観測値から $\beta = F \left(\frac{gx}{V^2} \right)$ なる函数關係を求めると定常状態における浅水波のエネルギー配分が計算できる。

(3) 浅水波の観測例 Beach Erosion Board の T. Saville は 1949 年 8 月 26~27 日および 1950 年 10 月 17~18 日の 2 回にわたり Florida 州 Okeechobee 湖で風による波浪の発達を観測した³⁾。

Okeechobee 湖は最大水深 14 ft, 平均水深 8 ft であつてきわめて浅く、観測された波は浅水波の範囲に属するものであつた。すなわち平均水深とそれに対する波長とで観測値の浅水度 h/λ を求めると $h/\lambda = 0.11 \sim 0.24$ の範囲にあり、その内訳は

$h/\lambda < 0.14$	$0.14 \leq h/\lambda \leq 0.20$	$h/\lambda > 0.20$
4 個	25 個	9 個

となつており、総平均は $h/\lambda = 0.17$ であつた。

測定値を無次元化して Fetch Graph の形で深水波と比較すると図-2 のごとくである。

周期をあらはす無次元のパラメーター (gT/V) と β との關係を考えるに浅水波の性質から

$$\frac{gT}{V} = 2\pi\beta \coth kh \dots\dots\dots (18)$$

の關係がただちに導かれる。

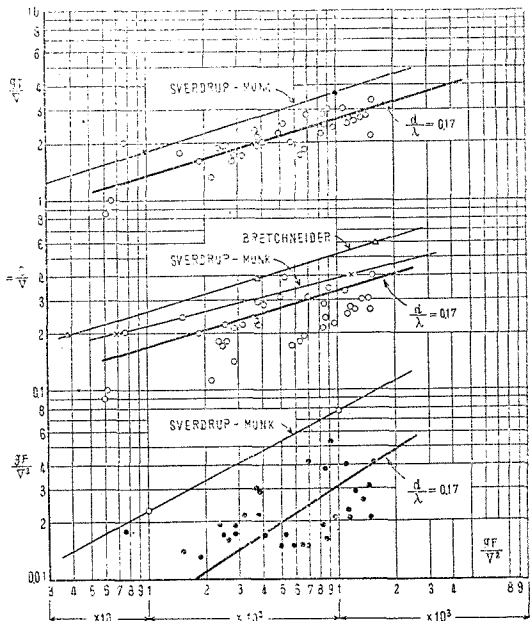
従つて gT/V の測定値から (18) の關係によつて求めた β と観測値による β とを比較すれば全体としてこの観測値が $h/\lambda = 0.17$ なる場合に相当するかどうか確かめられる。

1. 最小吹続時間の決定 観測値では吹続時間が 0.5 h 程度の短かいものもあり、定常状態と過渡状態との両者が混在しているおそれがある。従つて観測値が定常状態に属するか過渡状態に属するかをまづ分類しておかねばならない。

最小吹続時間 $t_{\min}$ は、 U を波の群速度、 F を対岸超離とすれば定常域の拡大速度が群速度に等しいことから

$$\int_0^{t_{\min}} dt = \int_0^F dF/U \dots\dots\dots (19)$$

図-2



3) Th. Saville : Wind set-up and waves in shallow water, Tech. Memo., No. 27, Beach Erosion Board, 1952.

で計算される。あるいは

$$U = \frac{c}{2} \{1 + 2kh \operatorname{cosech} 2kh\}$$

を代入して

$$t_{\min} = \frac{2}{(1 + 2kh \operatorname{cosech} 2kh)} \int_0^F \frac{dF}{c} \quad \dots\dots\dots (20)$$

を用いることもできる。(19) または (20) でただちにわかとおり、 $t_{\min}$ を求めるには $\beta = F(gF/V^2)$ なる関係が必要であるが、いまの場合にはこの関係が確立していないので次のようにして $t_{\min}$ を決定した。

(1) 観測値が定常状態にあるものと仮定して $\beta = F \left(\frac{gF}{V^2} \right)$ を求め (20) に代入して最小吹続時間 $t_{\min}$ を求める。

(2) このようにして求められた $t_{\min}$ と観測値の吹続時間 t とをくらべ $t \geq t_{\min}$ であればその観測値は定常状態に属するもので、従つて前項の仮定は正しかつたこととなる。

(3) もし $t < t_{\min}$ であれば、観測値は過渡状態に属するから Duration Graph を作り、 $\beta = F \left(\frac{gt}{V} \right)$ を定める。

(4) 最小吹続時間 $t_{\min}$ は $\beta = F \left(\frac{gF}{V^2} \right)$ と $\beta = F \left(\frac{gt}{V} \right)$ を用いれば

$$\frac{t_{\min} V}{F} = \left(\frac{gt/V}{gF/V^2} \right) \beta \quad \dots\dots\dots (21)$$

としても求められる。すなわち一定の β に対応する (gt/V) と (gF/V^2) との比が $(t_{\min} V/F)$ を与える。従つて仮定した $\beta = F(gF/V^2)$ を (20) に代入してうる $(t_{\min} V/F)$ と (21) に代入してうる $(t_{\min} V/F)$ とが一致すれば仮定した $\beta = F(gF/V^2)$ は正しい定常状態における値といえる。

以上の手続きによつて繰返し計算を行い決定した Fetch Graph, Duration Graph, 最小吹続時間をそれぞれ

図-2, 3 および 4 に示した。これによると定常状態における周期 T および波令 β はそれぞれ

$$\frac{gT}{V} = 0.374 \left(\frac{gF}{V^2} \right)^{0.283},$$

$$h/\lambda = 0.17 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\beta = 0.0467 \left(\frac{gF}{V^2} \right)^{0.283},$$

$$h/\lambda = 0.17 \quad \dots\dots\dots (23)$$

ただし $100 \leq \frac{gF}{V^2} \leq 2000$

過渡状態における周期 T および波令 β はそれぞれ

$$\frac{gT}{V} = 0.0513 \left(\frac{gt}{V} \right)^{0.459},$$

$$h/\lambda = 0.17 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\beta = 0.00643 \left(\frac{gt}{V} \right)^{0.459},$$

$$h/\lambda = 0.17 \quad \dots\dots\dots (25)$$

ただし $500 \leq \frac{gt}{V} \leq 10000$

最小吹続時間 $t_{\min}$ は (23) を (20) に代入して

$$\frac{t_{\min} V}{F} = 39.5 \left(\frac{gF}{V^2} \right)^{-0.283} \quad \dots\dots\dots (26)$$

ただし $100 \leq \frac{gF}{V^2} \leq 2000$

図-3

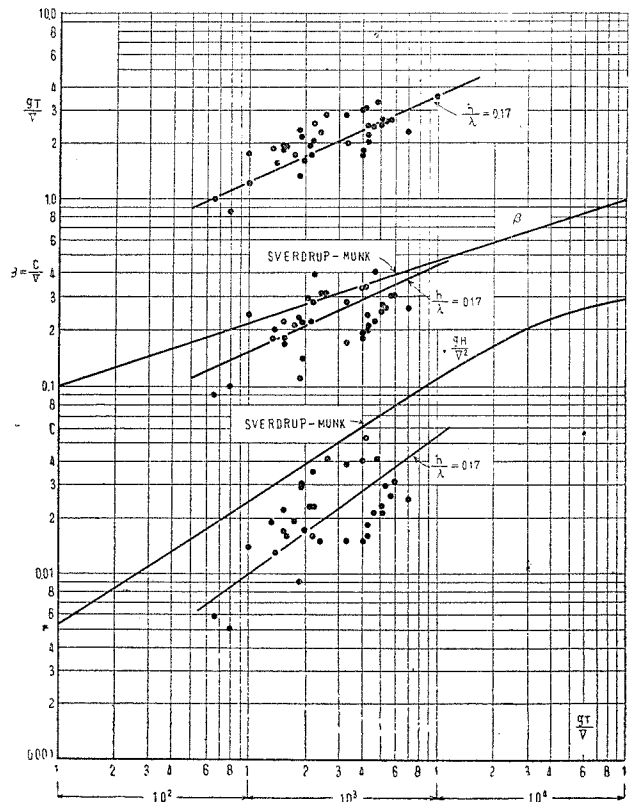


図-4

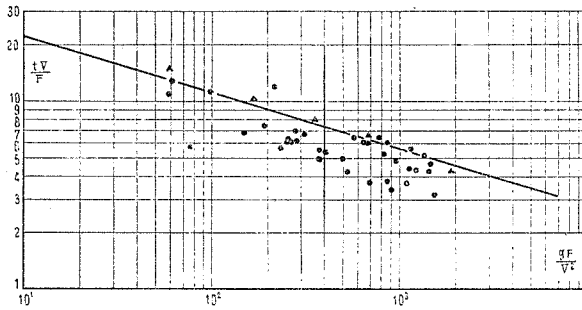
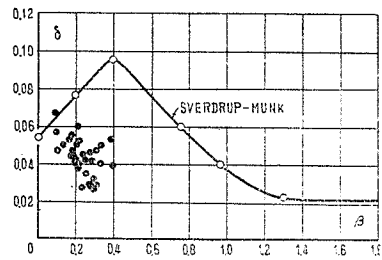


図-5



であらわされる。(26) は深水波に対して Bretschneider が与えた曲線とほぼ一致する。

また 図-2 と 図-3 とを用いて (21) で $(t_{\min} V/F)$ を計算すると 表-2 のごとくなり、この値を 図-4 に ▲で示してあるが、(26) と ▲はきわめてよく一致し 図-2 および 図-3 あるいは (22)~(26) の諸式の妥当性を示している。

表-2

β	0.15	0.20	0.25	0.30	0.40
$\frac{gF}{V^2}$	62.0	170	360	680	1900
$\frac{gt}{V}$	920	1800	2900	4400	8200
$\frac{t_{\min} \cdot V}{F}$	14.9	10.6	8.06	6.47	4.32

また 図-2 および 図-3 によれば T と β との間には (18) の変換関係が成り立ち、この観測値全体がほぼ $h/\lambda=0.17$ の場合に相当すると考えてよいことがわかる。

波高は $a = \frac{1}{2} \delta \lambda = \frac{\pi}{2} V^2 \coth kh \delta \beta^2$ であらわされるから $\delta = \varphi(\beta)$ なる関係が求められれば (23) および (25) を用いて計算することができる。

図-5 には δ と β の関係をプロットしたが、点の散乱ははなはだしい。これは波高の観測は屈折その他地形の影響を受けやすいので、測定精度が周期の観測精度よりおとるためと考えられる。(16) に (23) を代入して $\delta = \varphi(\beta)$ を求めることも考えられるが、積分常数を 図-5 からでは決定しにくい。それで 図-2 および 図-3 では波高曲線を理論的に解析することは止め、およその傾向をみるにとどめた。この観測値では $h/\lambda=0.17$ のときは波高が深水波のその 50% あるいはそれ以下に低下しているようである。

2. 浅水波のエネルギー配分 Sverdrup-Munk は深水波のエネルギー配分に対し次のごとき実験的關係を見出した。すなわち、波高増大に費やされるエネルギーを R_H 、波速増大に費やされるエネルギーを R_C とすれば

$$R_H = (1-r)R_T \pm \left(1 + \frac{r}{\alpha}\right)R_N, \quad \begin{array}{l} +, \beta \leq 1 \\ -, \beta > 1 \end{array} \quad (27)$$

$$R_C = rR_T \mp \frac{r}{\alpha}R_N, \quad \begin{array}{l} -, \beta \leq 1 \\ +, \beta > 1 \end{array} \quad (28)$$

ここに $r=0.580$, $\alpha=2.500$ である。

すなわち $R_C/(R_T \pm R_N) = (0.580 R_T \mp 0.232 R_N)/(R_T \pm R_N)$

これに (10)', (11)' を代入すれば

$$R_C/(R_T \pm R_N) = \frac{0.580 \mp 0.232 \alpha (1-\beta)^2}{1 \pm \alpha (1-\beta)^2} \quad (29)$$

β を与えて (29) の値を計算し 表-2 に示した。

浅水波のエネルギー配分は (17) で計算される。(23) より

$$d\beta/d\left(\frac{gx}{V^2}\right) = 0.0467 \times 0.283 \left(\frac{gx}{V^2}\right)^{-0.717} = 5.68 \times 10^{-6} \beta^{-2.53}$$

であるからこれを (17) に代入すれば波速増大に費いやされるエネルギーと総エネルギーとの比は

$$\left(E \frac{dU}{dx}\right) / (R_T \pm R_N) = \frac{A^{-1}}{2} \frac{(1+2kh \operatorname{cosech} 2kh) \cdot 5.68 \times 10^{-6} \beta^{0.47}}{\left\{\frac{1}{2}(1+\tanh^2 kh) \pm \alpha(1-\beta)^2 \tanh^2 kh\right\}} \quad (30)$$

となる。ただし $A=2r^2\rho'/\rho=2 \times (2.6 \times 10^{-3}) \times (1.25 \times 10^{-3})/1.00=6.5 \times 10^{-6}$ 。(30) の値を計算し 表-2 に示した。

深水波では波令 $\beta=0.1$ では波速増大用のエネルギーは総エネルギーの 4% 弱に過ぎないが、 β が大きくなる

につれてその割合はまし、 $\beta=0.8$ では 50% をこえるようになる。

一方浅水波においても、 β の増加とともに波長増大用エネルギーの割合がますます傾向は深水の場合と同様であるが、全般的にその値は深水波の場合より大きく、その傾向は特に β の小さい所でいちじるしく、 $\beta>0.4$ となれば両者の差異はきわめて小さくなる。

図-2 および 図-3 において、周期あるいは波長の曲線が波高曲線にくらべて深水の場合との差異が小さいのは以上の理由にもとづくものであろう。

(4) 構造物の設計に対する浅水計画波浪 前節において T. Saville の観測結果から浅水度 $h/\lambda=0.17$ なる場合の浅水波の性質を論じた。その結果では、周期および最小吹続時間は波高にくらべて深水波との差異が少なく、図-2, 3 および 4 をみれば $h/\lambda \geq 0.3$ の程度であれば構造物の設計に対する計画波浪としては深水波の Sverdrup-Munk の曲線を用いてよいと考えられる。

しかし波高は $h/\lambda=0.17$ の場合に Sverdrup-Munk の曲線による値の 50% 程度にまで低下する結果となつてゐる。そこで本節においては浅水波の計画波高の算定について筆者の見解をのべることにする。

波高は古くから多くの観測が行われて種々の実験公式が出されているが、そのうちで米国の湖沼での観測にもとづくといわれる Molitor の式は、観測水域が小さいので水深もそれほど大きくないことが考えられ、浅水波の実験式であろうと推定される。

Molitor の式は波高 H を対岸距離 F 及び風速 V の函数としてあらわしたもので

$$H=0.061\sqrt{VF}+(0.75-0.245\sqrt{F}) \dots\dots\dots (31)$$

ただし H : 波高 (m) F : 対岸距離 (km) V : 風速 (m/sec)

上式から F と V とを与えて波高 H を計算すると表-4 のごとくなる。この値を 図-2 の Fetch Graph と比較するために、表から gH/V^2 および gF/V^2 を計算して 図-4 に記入した。図-6 において明らかなとおり、Molitor の式の値は深水の場合の Sverdrup-Munk の曲線と $h/\lambda=0.17$ なる場合の T. Saville の観測値との間に入っている。

表-4 Molitor の式による波高 (m)

$F \backslash V$	10 km	20 km	30 km	40 km	50 km	60 km	70 km
10 m/sec	0.90	1.08	1.21	1.32	1.43	1.54	1.63
15 "	1.05	1.28	1.44	1.60	1.74	1.87	2.00
20 "	1.16	1.43	1.65	1.82	2.00	2.15	2.30
25 "	1.25	1.58	1.83	2.03	2.23	2.40	2.58
30 "	1.35	1.70	1.99	2.22	2.43	2.63	2.81

図-6 において Molitor の式の値を風速について分類すると、図に記入したとおり風速ごとの曲線群に分かれ、その順序は風速 10 m/sec の場合を最も上に、風速 30 m/sec の場合を最も下とし風速の順になる。

このような点の排列は次のように解釈される。すなわちある場所で波高観測を行うとき、風速が小さければ一般に周期も短かく、従つて観測波浪の浅水度 h/λ は大きいから観測値は深水波曲線の近くに集まり、風速がますますつれて次第に浅水波としての性質を帯びてくる。従つて点の排列順序が風速の増加とともに深水波から浅水波へ移ることとなる。

上述のとおり Molitor の波高式はその値が $h/\lambda=0.17$ なる浅水波の場合と $h/\lambda=0.50$ なる深水波の場合との中間に位し、またその値の排列状態が合理的である。

このような意味において筆者は浅水波の観測資料が整っていない現段階においては、 h/λ が 0.17~0.50 の間にある場合の浅水波高の算定に Molitor の式を用いてよいと考えている。

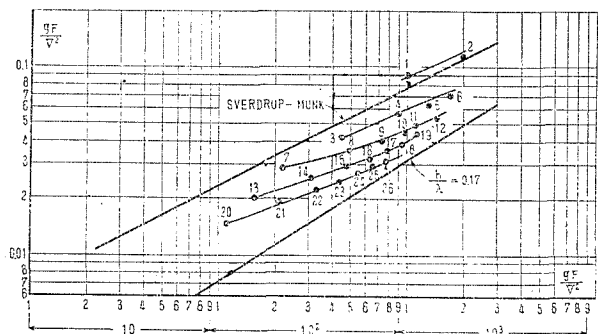
IV. 砕 け 波

工学的な立場からは、砕け波の問題は砕波波高、砕波水深など砕波限界を定めることと、汀線浸食に関連した

表-3 波速増大に費やされるエネルギーと総エネルギーとの比

β	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	0.1
深水波 (29)	0.037	0.080	0.130	0.195	0.348	0.506	0.580
浅水波 (30)	0.070	0.115	0.162	0.212	—	—	—

図-6



砕波の機構をしらべることが重要であると思われる。

(1) 砕波限界 砕波に関する理論的研究としては、気体の衝撃波と類似の現象として扱った Stoker の研究⁴⁾や、孤立波の理論を用いた Munk の研究⁵⁾あるいは浅水表面波の限界と考えた浜田⁶⁾、佐藤⁷⁾、筆者⁸⁾などの研究がある。

筆者の計算によれば砕波限界は (32) で与えられる。

$$ak \coth kh + a^2 k^2 (\coth^2 kh + 1) + a^3 k^3 \left(\coth^3 kh + \frac{7}{2} \coth kh \right) = 1 \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\text{ここに 半波高 } A = a + \frac{1}{4} k^2 a^3 \left(\coth^2 kh + \frac{1}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$\text{水深 } H = h + \frac{1}{2} k a^2 \coth kh \quad \dots\dots\dots (34)$$

また静水面上の波高 A_1 と全波高 $2A$ との比 $A_1/2A$ で定義される波高上昇比は

$$\frac{A_1}{2A} \doteq \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{2} k a \coth kh + \frac{1}{4} k^2 a^2 \left(\coth^2 kh + \frac{1}{2} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (35)$$

で与えられる。

(32) に (33) および (34) を代入して得られる砕波限界における波形勾配と浅水度との関係は 図-7 の実線に示すごとくでこの曲線は、一様水深の場で行われた F. Suquet および A. Wallet の実測値とよく一致するものである⁹⁾。

図-7 の理論値から砕波の相対水深 $H/2A$ と波形勾配との関係を求めると 図-8 の実線が得られる。図によれば $2A/\lambda < 0.06$ であれば $H/2A \doteq 1.0$ としても実用的には十分である。

図-9 は波高上昇比と浅水度との関係で、実線は (35) の値を示す。

図-7

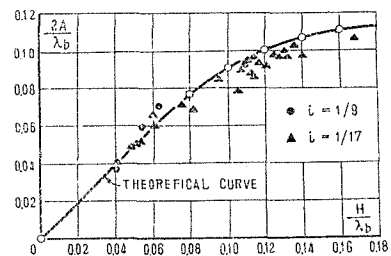


図-8

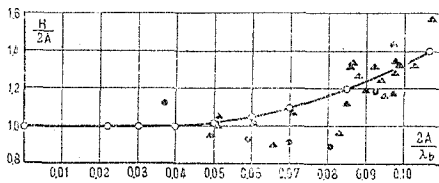
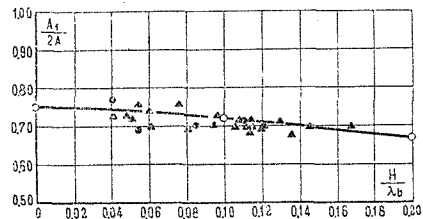


図-9



(2) 海岸の砕け波の実測値 筆者は勾配 1/9 および 1/17 の 2 種の斜面において砕け波の実験を行った。周期を 0.65~2.0 sec の間で変化させて 砕波点の波形勾配を 0.04~0.10 の値にしたので実際の海岸にみられる砕け波のほとんど全範囲をおおっていると考えられる。

図-7 は砕波点の波形勾配と浅水度との関係を示すものであり、図-8 は相対水深と波形勾配との関係であり図-9 は波高上昇比と浅水度との関係である。実測値はいずれも前節に述べた表面波の限界値に一致しているといえる。

図-8 において $H/2A$ の実測値は $2A/\lambda < 0.06$ であれば $H/2A \doteq 1.0$ となる傾向を示しており、 $2A/\lambda$ がより大きくなれば $H/2A$ も明らかに大となっており、理論曲線がほぼ実測値の平均を示している。Munk の行った孤立波の取扱いによれば $H/2A = 1.28$ なる一定値を有することとなるが、実測値の全般的な傾向とは一致しない。

- 4) J.J. Stoker : The formation of breakers and bores, Communications on App. Mathematics, Vol. 1, No. 1, 1948.
- 5) W.H. Munk : The solitary wave theory and its application to surf problems, Ann. New York Acad. Sci., Vol. 51, 1949.
- 6) T. Hamada : Breakers and beach erosions, Rep. Transp. Tech. Res. Inst., No. 1, 1951.
- 7) 佐藤清一 : 漂砂に関する研究 (4), 浅水表面波について, 建設省土木研究所報告, Vol. 82, 1952.
- 8) 前脚註 1)

$2A/\lambda < 0.06$ はほぼ初期波形勾配 $(2a/\lambda)_0 < 0.04$ に相当する。また実際の海岸では初期波形勾配が 0.09 をこえることはほとんどなく、これに対する砕け波の勾配 $2A/\lambda$ はほぼ 0.10 に等しい。このときの $H/2A$ は 1.3 であるから、防波堤など構造物の設計における砕波と重複波との限界はおよその見積りとしては $H/2a = 1.3$ と考えれば安全側である。

(3) 砕波点近傍の運動機構 前節の結果では、勾配 $1/9$ よりゆるやかな海岸では、少なくとも砕波限界に関しては筆者の計算で十分説明されるようであり、巻き波、崩れ波など砕波の形態上の差異はあらわれていない。砕け波の形態上の差異の物理的な意味を明らかにするためには、さらに細かな砕波の機構にまで立入って考察を進める必要がある。

水深の変化にともなう波の変形が砕波点の近傍を除けばエネルギー保存則により計算されることは Wiegel⁹⁾ が実験的に確かめているし、筆者が Wiegel の行つたよりさらに大きな波形勾配の波について実験したところでもほぼ同様の結論が得られた。砕け波の形態上の差異は砕波点の近傍においていちじるしいのであつて、この部分の波の変形に注目してその特異性を抽出してゆくのが砕け波の機構を解明する最も手近かな方法と考える。また砕波点近傍の波の性質が明らかにされれば、それにエネルギー保存則と砕波限界とを組み合わせ、精度よく深水波と砕波とを結びつけることが可能になるのである。

図-10 は海底勾配 $1/9$ 、周期 2.0 sec、初期波形勾配 $(2a/\lambda)_0 = 0.008$ なる場合の砕波点近傍の波高変化を示すもので実線はエネルギー理論による計算値である。

図からみられるとおりエネルギー理論は大体の平均値を示しているが、詳細にみれば波高が平均線のまわりに波をうつて変化していることが認められる。

Healy¹⁰⁾ は砕波点近傍の波高変化を部分重複波として説明しており、Healy の取扱いは昨年の第 1 回講演会において速水博士が解説された。

砕波点近傍においては波高 $2a$ の入射波と砕波の落下点からの波高 $2b$ の反射波とが重なり合っていると考えると合成波形 η は

$$\eta = a \sin(\sigma t - kx) + b \sin(\sigma t + kx) = (a-b) \sin(\sigma t - kx) + 2b \sin \sigma t \cos kx \quad (36)$$

となり波高 $2(a-b)$ の進行波と波高 $4b$ の重複波をあらはす。さらに (36) を変形すれば

$$\eta = (a+b) \cos kx \sin \sigma t - (a-b) \sin kx \cos \sigma t \quad (37)$$

となるので α を整数とすると $x = \alpha \lambda/2$ と $x = \alpha \lambda/2 + \lambda/4$ の点の波高はそれぞれ $2(a+b)$ および $2(a-b)$ であることがわかる。従つて 図-10 においても部分重複波現象があらわれているならば波高の最高位と最低位との距離は $\lambda/4$ でなければならない。実験結果ではその距離は 40 cm で、一方この間の平均波長は図にも記入してあるとおり 170 cm となつており理論によく合っている。

部分重複波として入射波高 $2a$ と反射波高 $2b$ とを求めると

$$2a = 6.60 \text{ cm}, \quad 2b = 0.90 \text{ cm}$$

となり (36) に代入して波高を計算すると 図-10 の破線のごとくなり、実験値ときわめてよく一致する。入射波高に対する反射波高の比 (b/a) を反射率と定義すれば、図-10 の例では反射率 $(b/a) = 13.6\%$ である。

Healy の実験によれば海底勾配を固定した場合には初期波形勾配が小さくなると反射率がいちじるしく増大する。海底勾配 10° (約 $1/5.5$) の場合についてみると滑らかな面ではおよそ表-5 (速水博士による) のようである。

初期波形勾配約 0.02 を境界としてこれより大きい波形勾配に対しては反射率がほとんど変化していない。

また同一の波形勾配に対して海底勾配が増加す

表-6 (速水博士による)

海底勾配	5°	10°	15°	20°	25°	30°
反射率 % (周期 5sec)	7.5	15	55	73	82	85

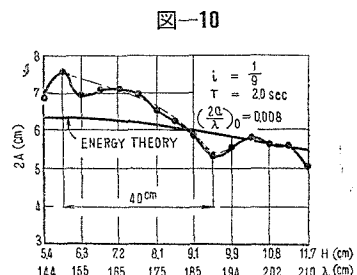


図-10

表-5

初期波形勾配	0.0027	0.0057	0.0093	0.017	0.026
反射率 %	67	44	25	16	15

れば反射率が増大することは当然予想されるが、初期波形勾配 0.01 の波に対しては反射率はおよそ表-6 の程度で、海底勾配 10° と 20° との間で反射率がいちじるしく増大する。

9) R.L. Wiegel: Experimental study of surface waves in shoaling water, Trans. A.G.U., Vol. 31, No. 3, June 1950

10) J.J. Healy: Wave damping effect of beaches, Proc. Minnesota Int. Hyd. Conv., 1953

実際の海岸の勾配は $1/50 \sim 1/100$ が普通で、汀線の近くにおいてさえ $1/10$ より急になることはまれであり、波浪も初期波形勾配が 0.01 以下になることはごく少ないので、図—10 の実験から、実際の海岸における砕波の反射率は 14% をこえることはほとんどなく、従つてエネルギー理論による砕波点の波高推定は最大 14% 程度小の値を与えると結論してよいであろう。しかも この差異も反射率を適当に仮定して部分重複波の計算を行えば取り除くことができる。また部分重複波の計算は図—10 の結果からみて、砕波点から約 $\lambda/4$ の区間行えばよいようである。

以上述べたとおり、海底勾配が比較的急で初期波形勾配が小さな砕け波では、部分重複波の考えで砕波点付近の現象を扱うのがより合理的である。この理由は、このような場合の砕波が比較的集中的に起り、形としては巻き波型に近いので、反射波が一つの線源から出て入射波と干渉する場合をあらはした (36) が実際とよく合っているためと考えられる。

次に (36) の波形に対応する運動機構をしらべる。波形が (36) のときのポテンシャル ϕ は

$$\phi = -\frac{g}{\sigma}(a-b)\frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh}\cos(\sigma t - kx) - \frac{g}{\sigma}(2b)\frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh}\cos \sigma t \cos kx \quad \dots\dots\dots (38)$$

であるからこれから流速および分子軌道を求めると

$$u = \frac{gk}{\sigma}(a-b)\frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh}\sin(\sigma t - kx) - \frac{gk}{\sigma}(2b)\frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh}\sin kx \cos \sigma t \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$v = \frac{gk}{\sigma}(a-b)\frac{\sinh k(h+y)}{\cosh kh}\cos(\sigma t - kx) + \frac{gk}{\sigma}(2b)\frac{\sinh k(h+y)}{\cosh kh}\cos kx \cos \sigma t \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$X = -(a-b)\frac{\cosh k(h+y)}{\sinh kh}\cos(\sigma t - kx) - (2b)\frac{\cosh k(h+y)}{\sinh kh}\sin kx \sin \sigma t \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$Y = (a-b)\frac{\sinh k(h+y)}{\sinh kh}\sin(\sigma t - kx) + (2b)\frac{\sinh k(h+y)}{\sinh kh}\cos kx \sin \sigma t \quad \dots\dots\dots (42)$$

従つて、(41), (42) から点 $(0, 0)$ では水分子の座標は

$$X = -(a-b)\coth kh \cos \sigma t, \quad Y = (a+b)\sin \sigma t$$

で長軸が $2(a-b)\coth kh$ 、短軸が $2(a+b)$ なる楕円軌道である。 $b=0$ なる反射波がない場合とくらべて長軸が短縮され短軸が逆に伸長することがわかる。

また点 $(\lambda/4, 0)$ では

$$X = -(a+b)\coth kh \sin \sigma t, \quad Y = (a-b)\sin \sigma t$$

となるから反射のない場合にくらべ水分子軌道の長軸が伸長し短軸が短縮されることがわかる。これらの2点では分子軌道の楕円の軸は座標軸に平行であるが、中間の位置では軌道は傾いた楕円になる。例えば点 $(\lambda/8, 0)$ では

$$X = -\frac{\sqrt{2}}{2}\coth kh \{(a-b)\cos \sigma t + (a+b)\sin \sigma t\}$$

$$Y = \frac{\sqrt{2}}{2}\{-(a-b)\cos \sigma t + (a+b)\sin \sigma t\}$$

となるのでこの軌道の式は

$$\frac{2(a^2+b^2)\tanh^2 kh}{(a^2-b^2)^2}X + \frac{2(a^2+b^2)}{(a^2-b^2)^2}Y - \frac{2(a^2+b^2)\tanh kh}{(a^2-b^2)^2}XY = 1$$

であるから長軸と x 軸との傾角 θ が

$$\tan 2\theta = \frac{-\tanh kh}{(\tanh^2 kh - 1)}$$

で与えられる楕円であることがわかる。

図—10 の例で $x=0$, $x=\lambda/8$, 及び $x=\lambda/4$ の3点の分子軌道をしらべると 図—11 (a~c) のごとくなる。図でただちにわかるとおり $x=0$ なる最高波高の位置では (図—11 (a)) 波の分子軌道は反射のない場合にくらべ (図中点線で示す) 扁平度が小さくなくつており、 $x=\lambda/4$ なる最低波高の場所では (図—11 (c)) 逆に扁平度が増している。これは最高波高の位置では波長が短縮し、最低波高の位置では波長が伸長したことに相当する。

微小振巾理論では進行波の水分子軌道の楕円の長軸と短軸との比は $\coth kh$ であるから部分重複波の水分子軌道から相当波長を求めると最高波長の位置 $x=0$ では

$$\coth k'h = \frac{(a-b)\coth kh}{(a+b)}$$

であり最低波高の位置 $x=\lambda/4$ では

$$\coth k'h = \frac{(a+b)\coth kh}{(a-b)}$$

となる。図-11(a) ($x=0$) の例では相当波長は 124cm で反射がない場合の計算値 150 cm にくらべ約 20% 波長が短くなっている。また 図-11(c) ($x=\lambda/4$) の例では相当波長は 260 cm で反射のない場合の値 198 cm にくらべ約 30% 波長が長くなっている。従つて波形の伝播速度は最高波高の位置で反射を無視した場合の計算値より 20% 小さくなり、最低波高の位置で 30% 大きくなっているわけである。

Morison および Crooke¹¹⁾あるいは速水、石原および岩

図-11 (b)

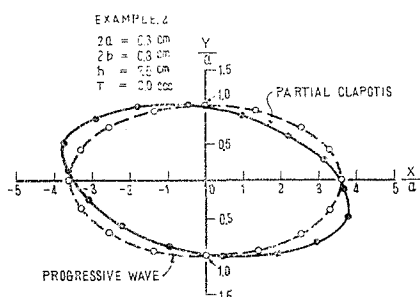


図-11 (a)

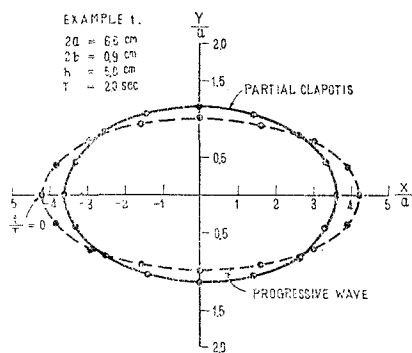
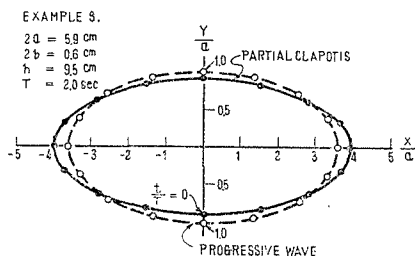


図-11 (c)



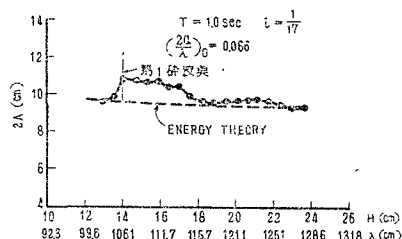
垣¹²⁾が初期波形勾配の小さい砕け波では流速の最大が波の峯より前方にあらわれることがあることを観測しているが、部分重複波の性質で説明されるものであろう。例えば 図-10 の例では (39) で計算すると $x=0$ の位置では $u_{\max} \div 37.2$ cm/sec であるが、 $x=\lambda/8$ の位置では $u_{\max} \div 44.4$ cm/sec、 $x=\lambda/4$ の位置では $u_{\max} \div 32.3$ cm/sec となり、この例では砕波における流速の最大は波頂より前にあらわれることとなる。

図-12 は海底勾配 1/17、周期 1.0 sec、初期波形勾配 $(2a/\lambda)_0 = 0.066$ なる場合の波高変化を示すもので、実線はエネルギー理論による値である。波高は砕波点の沖側ほぼ $\lambda/2$ の所まではエネルギー理論とよく一致しているが、そこから急に、波高が高まり砕波点においてはエネルギー理論より約 10% 大きな値を示している。

この場合には初期波形勾配が大きいので砕波は崩れ波型で砕け方も漸進的である。従つて反射源も 図-10 の場合のごとく線源ではなく帯状のある拡がりをもつた部分となるであろう。波形も反射帯の種々の部分から発する種々の位相の反射波と進行波との干渉結果であると考えられる。これに対する理論的な解析は困難であるし、初期波形勾配が小さく反射率が大きい場合にくらべ実用上の意味が少ないので実験結果から考えて、この程度の大きい波形勾配の場合にはエネルギー理論から求めた波高に砕波点で 10% 加算をすることとし、波高を $\lambda/2$ の点にすりつめるように考えておけば工学的には十分であろう。

以上を要するに海岸の砕け波においても砕波条件は筆者の求めた表面波の限界条件と一致するが、砕け波の機構そのものは部分重複波で解析するのがより合理的である。またエネルギーの保存則と砕波条件とを用いて深水波と砕波とを結びつける場合には、砕波点近傍においてはさらに部分重複波の性質を加味する必要がある。

図-12



- 11) J.R. Morison and R.C. Crooke : The mechanics of deep water, shallow water, and breaking waves, Tech. Memo. No 40, Beach Erosion Board, 1953.
- 12) S.Hayami, T. Ishihara and Y. Iwagaki : Some studies on beach erosions, Dis. Prev. Res. Inst.. Bull., No. 5, 1953.