

波の屈折と回折

東京大学教授 工学博士 本 間 仁

1. 総 論

風波やうねりが海岸に近づくと、水深の変化のために波長と波高が変化して、steepness の増大または碎波の現象を起すが、これと同時に水深変化に伴う波の進行方向の屈折 (Refraction) 及び防波堤の蔭の部分への回折 (Diffraction) のような、波形の平面的な変化が起る。

図-1 のような防波堤 AB をもつた海面を考えると、防波堤で反射 (Reflection) をした波は、入射の方向が AB に垂直ならば clapotis の現象を起すが、図のような場合には入射波と反射波の波頂線は交叉する。AC の線に入射した波は、水深の減少とともに、いわゆる屈折現象を連続的に起して、曲線方向に進行する。これに反して回折は、波がそのまゝ回り込む現象ではない。最も代表的な場合として、直線的な波頂線が進行する場合には、問題は 2 次元的に考えられているが、これは波頂線が無限に延びているとき、また

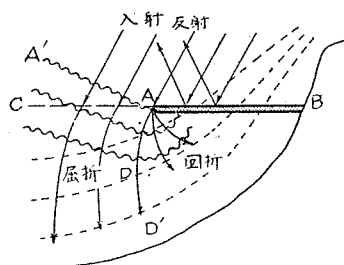


図-1 波の屈折及び回折の説明図

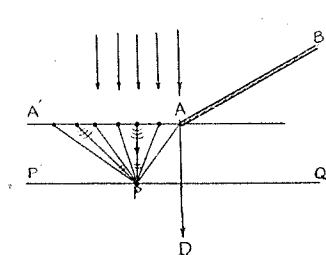


図-2 回折波の生成

しかし図のように AA' が半無限であると、P 点の位置によって受けるエネルギーが違ってくる。実際問題としては、P が入射方向の直線 AD (屈折すれば、これが図-1 の AD' になる) よりも左側にあれば、P 点でのエネルギーは、入射波のエネルギーと大差はな

い。従つて AD よりも右側の波を回折波として取り扱うが、もちろん AD より左側でもその附近は回折の影響が見られる。

2. 屈折の解析と作図

任意点での水深を H , 入射波がその点にきたときの波長及び波速を L 及び c とすれば,

$$c = \sqrt{(gL/2\pi) \tanh(2\pi H/L)} \quad (1)$$

で表わされる。波が等深線に斜めに入射すると、波頂線に沿う水深の不一樣性のために波速が一様でなくなり、これが屈折の原因となる。波速の不均一が原因となる点では、光の屈折現象と相似であつて、Snell の法則

$$\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = c_1 / c_2 \quad (2)$$

が当てはまることがわかる。

しかしこれは図-3 のように、直線 1 を境として水深が H_1 から H_2 に変わるものとし、この線上で、波速及び波の方向 (波頂線と等深線とがなす角) が、それぞれ c_1 及び α_1 から c_2 及び α_2 に変わる場合である。

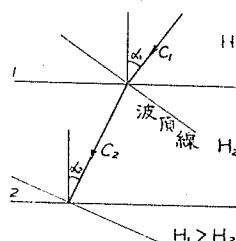


図-3 波の屈折法則の説明図

実際海面に起る波の屈折図を画くには、海底の等深線図の上で、(1) 及び (2) 式の図式解法を行うのであるが、水深が連続的に変化しているのので、適当な近似方法を行わねばならない。現在までに発表された方法には、2 種類あつて、その一は波頂法 (Wave-crest method) と呼ばれる。この方法は、波頂線上の各点における波速を求めて、つぎの波頂線を求めてゆく方法であつて、Johnson, O'Brien 及び Isaacs によつて実用化が行われた⁽¹⁾⁽²⁾。この方法の簡単な説明や長所及び短所などが、Coastal Engineering I (1950) の Dunham の解説⁽³⁾に記載されている。

オ二の方法は Crestless method と呼ばれ、波頂線は作図せずに、これに直交する曲線 (波の進む方向を示す線で、直交線といわれる) を等深線図の上に作図して行くのである。この方法では、Snell 法則を変形してつぎのように書く。

$$d\alpha = (R/J)(\Delta L/L_{av}) \sin \alpha \quad (3)$$

こゝでは、 J の距離にある二つの等深線の間の直交線の長さを R とし、 L_{av} は R の上での波長の平均値、 ΔL は R だけ進む間の波長の変化とする。 α の値も R の長さの上での平均値で、 R の両端での α の差は $\Delta\alpha$ である。 α が 90° に近い場合の外は、(3)式をつぎのように書くことができる。

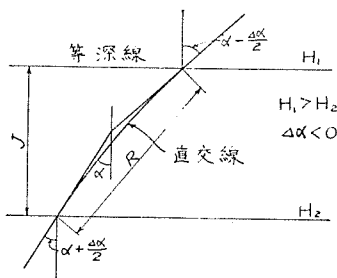


図-4 Crestless method の基本式 (3) の説明図

$$\Delta\alpha = (\Delta L / L_{av}) \tan \alpha \quad (4)$$

波が水深の大きい所から小さい所に向つて進むときは、 ΔL 及び $\Delta\alpha$ がともに負である。この方法では $(\Delta L / L_{av})$ の値が必要であるが、(1)式に $L = cT$ を代入すると、

$$L/(gT^2) = (1/2\pi) \tanh(2\pi H/L)$$

となるから、これを H で微分することにより、

$$\frac{\Delta L}{L} = \left\{ \frac{H}{L} / \left(\frac{1}{2\pi} \tanh \frac{2\pi H}{L} \cosh^2 \frac{2\pi H}{L} + \frac{H}{L} \right) \right\} \frac{\Delta H}{H} \quad (5)$$

が得られる。従つて $\Delta H/H$ が一定になるような等深線を描くと、 $\Delta L/L$ と H/L の関係を曲線または数表で表示することができる。この方法も始め Johnson

などによつて発展し、 $\Delta L/L_{av}$ を表わす表が作られた⁽⁴⁾。この方法の説明及び得失についても、前記の Dunham 解説⁽³⁾の中に簡単な記述があり、応用例が示されている。

その後の傾向としては、二つの方法の中で Crestless method の方が多く用いられるようになり、Arthur と Munk⁽⁵⁾ 及び Saville と Kaplan⁽⁶⁾ による作図法の改良が提案された。これらは作図上で有限な ΔH 及び $\Delta\alpha$

を使うために起る誤差を補正するように考えられた方法であつて、Saville-Kaplan の方法では (3)式を補正して、

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta L}{L_{av}} \frac{R}{J} \left(\sin \alpha - \frac{\Delta\alpha \cos \alpha}{2} \right) \quad (6)$$

を導いた。たゞし、 $\Delta\alpha$ は正の値とし、図-5 の場合に水深 H_1 で α から水深 H_2 で $\alpha - \Delta\alpha$ に減少するものとする。

$$\frac{R}{J} = \sec \left(\alpha - \frac{\Delta\alpha}{2} \right) \quad \text{及び} \quad \frac{\Delta L}{L_{av}} = K$$

を用いて、(6)式を書き直すと、

$$\Delta\alpha = K \frac{2 \tan \alpha - \Delta\alpha}{2 + \Delta\alpha \tan \alpha} \quad \text{または} \quad \tan \alpha = \frac{(2+K)\Delta\alpha}{2K - \Delta\alpha^2} \quad (7)$$

波が水深の小さい所から大きい所に向う場合には、(7)式はつぎようになる。

$$\tan \alpha' = (2-K)\Delta\alpha / (2K + \Delta\alpha^2) \quad (8)$$

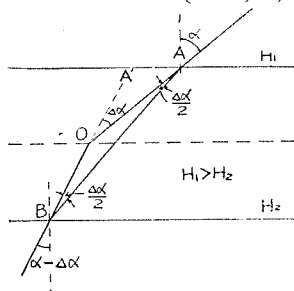


図-5 Saville-Kaplan の Crestless method の説明図

これから $\angle AOA' = \Delta\alpha$ になるような直線 $A'O$ を引き、その延長上に B を定めればよい。この場合、直交線は OA 及び OB に接する曲線という考えであるから、この曲線を円弧と見なせば、 $\angle OAB = \angle OBA = \Delta\alpha/2$ となるために、 O を等深線の中心よりも少し A の側に近く取つた方がよい。

$\Delta\alpha$ と K の関係は、 α をパラメーターとして一つ

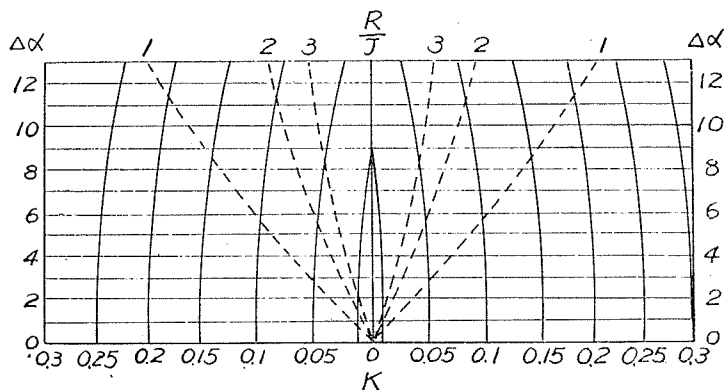
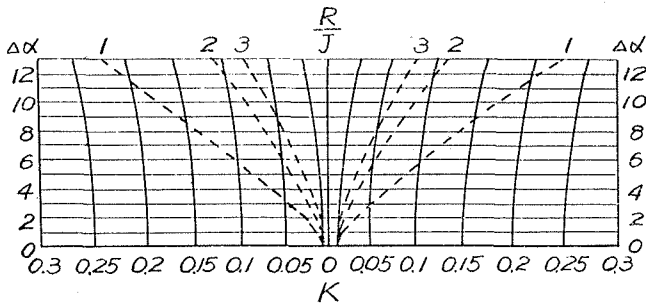


図-6 K と $\Delta\alpha$ との関係: (7) 式

の曲線群に表わせる。Saville-Kaplan は 図-6 のように $\Delta\alpha$ と K との特別なスケールを作り、これを透明な紙に書いて等深線図上にあて、簡単に作図できるようにした。図-7 は(8)式を作図する場合のためのスケールである。

このような方法で波の直交線群を作図してゆくと、海岸からある距離に浅瀬が存在しているような場合に、屈折のために光学の焦点に光の集まるのに似た現

図-7 K と $\Delta\alpha$ との関係: (8) 式

象のあることが認められる。1930年、南カリフォルニアの海岸において、このような現象による災害があったことから、解析の行われたことが才18回国際航路会議に報告されている(7)。

3. 回折の解析と作図

回折の波長変化を無視すれば、光の回折理論が応用できる。光の回折に関する Sommerfeld の解の応用は、既に1944年に Penny 及び Price によつて行われたといわれているが、実用化への試みは 1948年 Putnam 及び Arthur によつて行われた(8)。Putnam-Arthur は半無限直線状の防波堤による回折について、理論解の外にこれを簡易化した近似式を導き、回折係数 K' (任意の点での回折波の波高と入射波の波高と

の比)を示す一般回折図を作った。これらは前節に述べた Dunham の解説(9)の中に簡単に紹介されている。理論解についてはその後、阪大田中教授のものが発表されており(10)、また図-8 の場合に対す

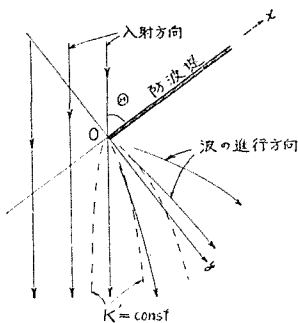


図-8 波の回折状況

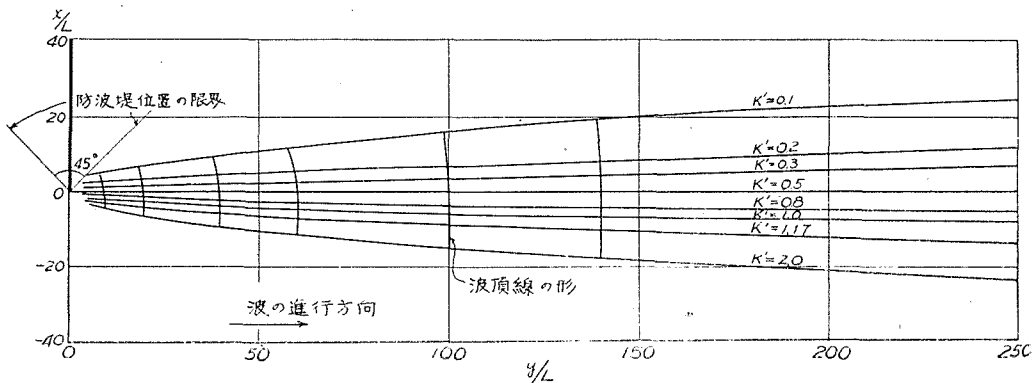


図-9 Johnson の一般回折図

る回折係数 K' を与えるための一般回折図は Johnson によつて与えられた(11)。これは 図-9 のようなものであつて、入射方向と防波堤方向のなす角度は、理論的には回折波に影響を持たないが、この図では角度を 45° から 135° までと制限している。防波堤先端を通る入射方向の直線上では $K'=0.5$ であつて、これから防波堤の蔭の部分に向つて K' の値は急激に小さくなるが、反対側の部分に向つても回折の影響が現われ、 $K'=1.17$

まで増して、それから先は影響が次第に消えている。このような現象は初めに述べた回折の原因から理解される。半島堤による回折波の作図は $1/L$ を長さの単位とした地図の上に 図-9 を重ねることによつて簡単に行われる。

防波堤の開口部から波が港内に入る場合には、防波堤の二つの先端から回折波が発生する。二つの防波堤が一直線上にあつて、波がこれに垂直の方向から入射する場合の解析及び実験は Blue 及び Johnson によつて行われた(12)。元来回折の理論は水深一定の仮定を置いているから、実際に回折波が顕著に見られるのは、突堤先端附近であつて、これから少し離れると、一

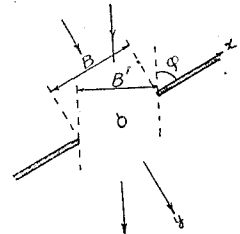


図-10 波が開口部に斜めに入射する場合

般には水深変化による屈折の影響の方が大きくて現われる。従つて開口部の問題でも、特徴のある回折波が現われるのは開口部附近であつて、この附近では波の入射角 ϕ の影響も無視できない。そこで入射角の影響を考えた取扱いに、Carr 及び Stelyriede の報告があり(13)、田中教授はさらに一般化して、二つの防波堤が一直線上にない場合も取り扱っている(14)。

しかし初めに述べたように、回折の現象はかなり複雑であり、そのために光学理論を応用した回折の解析

も極めて面倒であるから、これを実用化するためには図表を作ることが必要になる。この意味から Johnson⁽¹⁵⁾ 及び Carr-Stelyriede の解に基づいた防波堤開口部の一般回折図は、Johnson によつて発表されてい

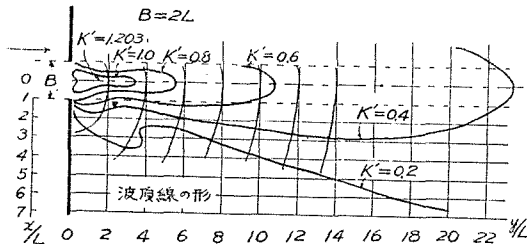


図-11 開口部の巾が2波長の場合の一般回折図

る⁽¹⁶⁾。これは両防波堤が一直線上にある場合であつて、入射角 $\varphi=90^\circ$ に対して、開口部の巾 B は $0.5L, L, 2L, 3L, 4L, 5L$ の6種について計算されている。図-11 及び 図-12 はその2例であつて、前に述べた理由から開口部の近くに限られている。巾 B

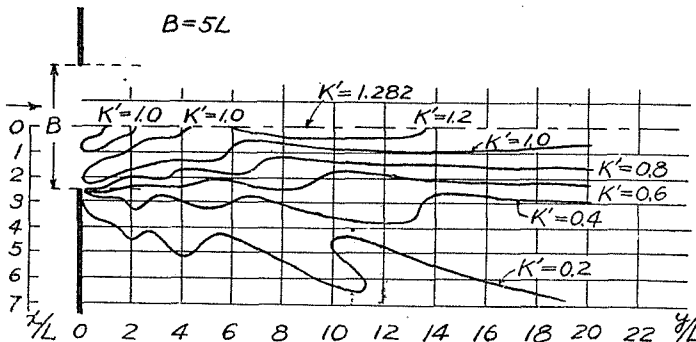


図-12 開口部の巾が5波長の場合の一般回折図

が $5L$ 以上になると、一つの防波堤先端による回折図の形は1本の半島堤による回折図の図-9に非常に近くなるから、それ以上に広い開口部に対する図表は不必要である。この他に Johnson は $B=L$ の場合に対して、入射角が $\varphi=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ の場合の一般回折図を与えている。

4. 回折と屈折の組合せ

回折の問題は理論的には面倒であるけれど、図表が与えられれば、作図は簡単である。回折波の発生する場所の附近で、波の入射方向が等深線にほぼ垂直であれば、屈折の影響は加わらないが、

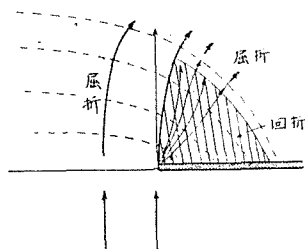


図-13 Dunham による回折と屈折の組合せ

入射方向が等深線に対してある傾きをなすときは、この附近では屈折と回折を同時に考えねばならない。このような場合の作図法として Dunham の解説中に述べられているものによると⁽¹⁷⁾、突堤の附近で回折の軸（先端を通る入射方向の線）が先端を通る屈折波の直交線に一致するように、回折波の直交線を変形し、先端からある距離だけ離れれば回折の影響は消えるものとして、屈折波の作図を行えばよい。

文 献

- (1) Hydrographic Office, U. S. Navy (1944). Breaker and surf: Principles in forecasting: Publ. No. 234.
- (2) Johnson, J. W., O'Brien, M. P., Isaacs, J. D. (1948). Graphical construction of wave refraction diagrams: Hydrographic Office, U. S. Navy, Publ. No. 605.
- (3) Dunham, J. W. (1950). Refraction and diffraction diagrams: Coastal Engineering I, Chap. 4.
- (4) 文献 (2)
- (5) Munk, W. H., Arthur, R. S. (1952). Wave intensity along a refracted ray, Symposium on Waves: National Bureau of Standards.
- (6) Saville, T., Kaplan, K. (1952). A new method for the graphical calculation of wave refraction diagrams: Bulletin of the Beach Erosion Board, Vol. 6.
- (7) Gesler, Eaton, Hall. 防波堤の設計基準についての考察, 第18回国際航路会議特集; 運輸省港湾局港湾技術要報, No. 9, 1954.
- (8) Putnam, J. A., Arthur, R. S. (1948). Diffraction of water waves by breakwaters: Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 29, No. 4.
- (9) 文献 (3)
- (10) 田中 清 (1953). 防波堤の水理, 水工学の最近の進歩: 土木学会.
- (11) Johnson, J. W. (1952). Generalized wave diffraction diagrams: Coastal Engineering, II.
- (12) Blue, F. L., Johnson, J. W. (1949). Diffraction of water waves passing through a breakwater gap: Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 30, No. 5.
- (13) Carr, J. H., Stelyriede, M. E. (1951). Diffraction of water waves by breakwaters, Presented at symposium on gravity waves: National Bureau of Standards.
- (14) 文献(12), または Tanaka, K. (1953). On the distribution of waves in harbour: Technology reports of the Osaka University, Vol. 3, No. 81.
- (15) Johnson, J. W. (1952). Engineering aspects of diffraction and refraction: Proc. of ASCE, Separate No. 122, Vol. 77.
- (16) 文献 (11)
- (17) 文献 (3)