# 第14章 吊　　橋

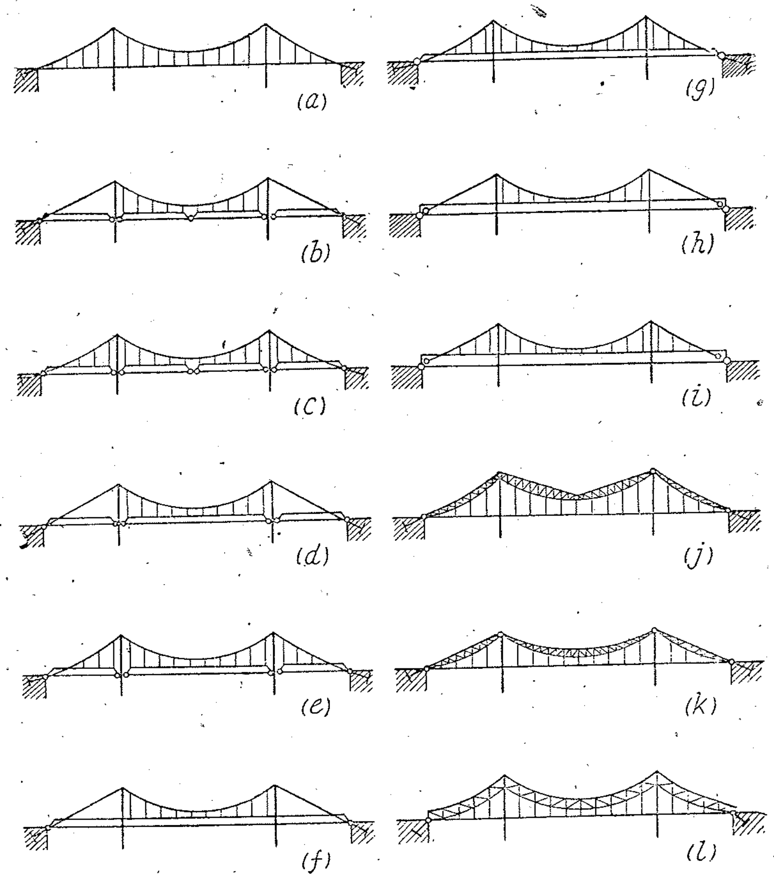
## §1. 吊 橋 概 說

吊橋とは，空中にケーブルのやうな可撓的引張材を架け渡して之を主要支材となし，之から床を吊り下げて通路とした橋梁であつて，藤蔓を溪谷に架け渡して之に簡素な床を設けた原始的吊橋は，植物性材料以外に適當なるケーブル材料が無かつた過去の時代に於ては，原始的形狀を繰返して架設せられたのであつたが，19 世紀に入り鐵材の利用が可能となるや支間長大にして强度高き大規模なる吊橋が架設せられ，爾來百餘年にして支間 1,000 m を超へるやうな驚異的構造が出現するに至つたのである。

總ての吊橋は下路橋の型式をとる。そして床が補剛せられてゐるか否かによつて，(1) 補剛せられざる吊橋 (*unstiffened suspension bridge*), (2) 補剛せられたる吊橋 (*stiffened suspension bridge*) とに大別される。(1) は床組が單にケーブルから吊り下げられてゐるだけであつて，縱桁は橋長全體に亘る剛性なく，局部的に重い荷重が載つたとき其の部分は甚だしく下垂して全體的に大なる變形が生じ，支間の短く且つ輕易な吊橋では特に此の現象が顯著であつて，從つて動搖も亦甚しく，車輛を通ずるには不適當である。かくの如きは深山の溪谷にある輕易な吊橋を步行すれば容易に知られる事である。特別の例としては米國紐育市ハドソン河のジョージ・ワシントン橋を擧げることが出來るのであるが，本橋は支間 3,500 呎，幅員 200 呎の巨大なる構造であつて死荷重の異常に大なる爲に自動車荷重に對しては何等の補剛裝置を必要としないのである。

第二の補剛せれれたる吊橋は，過大なる下垂を防ぐ爲に床の兩側に於て支間全體に亘る梁或はトラスを取付けたものである。床は此の補剛桁の爲に局部的に下垂する事なく (卽ち荷重は全體に亘つて分散せられ)，之に從つてケーブルの變形も小となるのであり，車馬を通ずる一般の吊橋は總て此の型式を採つてゐる。但し，補剛桁が連續的であるか中間にヒンヂがあるか，によつて幾つかの形式に細分されてゐる。

ケーブルを空中に架け渡すには第 14−1 圖に示すやうに兩側に支塔 (*tower*) を立て之に張り渡し，その兩端は橋臺或は橋臺背面に築造された碇盤 (アンカレージ，*anchorage*) に堅固に埋め込むを普通とし，全體は 3 分されて中央に大なる徑間が置かれ，左右側徑間の床はケーブルから吊り下げる事もあるが然らざる場合もあり，又，側徑間部分が陸地で




第　14−1　圖

あつて橋桁の無い場合もある。吊橋各型式は凡そ第 **14−1** 圖の通りである。

**I　補剛せられざる吊橋**　(第 14−1. (*a*) 圖)

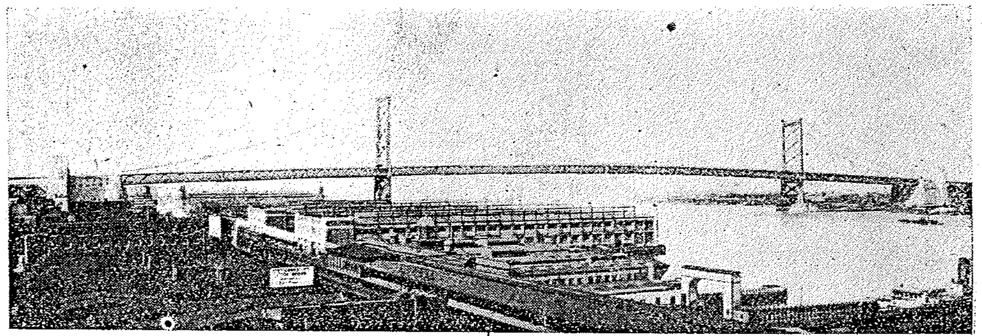
**II　補剛せられたる吊橋**　(第 14−1. (*b*)〜(*l*) 圖)

- (*A*) **床に補剛桁を有するもの**
  - 非連續式
    - 三鉸型　(*b*), (*c*) 圖
    - 二鉸型　(*d*), (*e*) 圖
  - 連續式
    - 無鉸型 (有碇式) (*f*), (*g*) 圖
    - 無鉸型 (自碇式) (*h*), (*i*) 圖

  [各型式毎に側徑間床を吊り下げたるものと然らざるものあり]
- (*B*) **ケーブル部分が補剛せられ，床に補剛桁の無きもの**
  - 三鉸型　(*j*) 圖
  - 二鉸型　(*k*) 圖
  - 無鉸型　(*l*) 圖

上記の中，II. (*B*) に屬する構造はアーチを逆に用ひたものであつて歐米には此の型式を採つたものが僅に一，二あるが普遍性の無い型式である。連續補剛桁を有するものには (*h*)

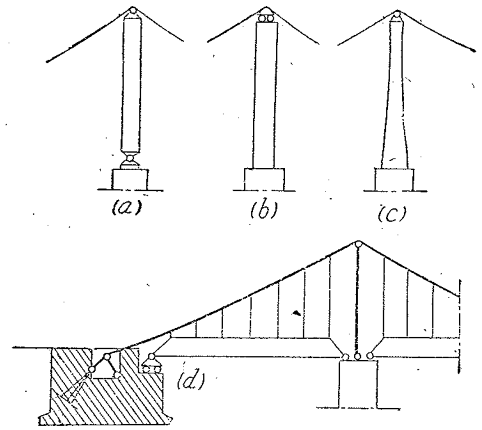




寫眞　14−1　米國費府デラウェア河吊橋

或は (*i*) 圖に示すやうにケーブル末端を碇盤に碇着せしめずして桁端に緊結し，補剛桁を抗壓材に利用してケーブル應力と釣合はしめるものがあり，之を自碇式吊橋 (*self-anchored susp. bridge*) と謂ひ，ケーブルと大地とは直接の關係が無いから地盤の强弱に多少の不安ある場合には屡々此の型式が用ひられ，東京清洲橋 (寫眞 1−1)，獨乙ライン河ケルン市の吊橋の如きは其の一例である。

多くの吊橋は第 14−1 圖の如き 3 徑間型式であるが，時として多徑間吊橋が採用せられ，利根川吊橋 (榮橋) の如きは其の例である。




第　14−2　圖

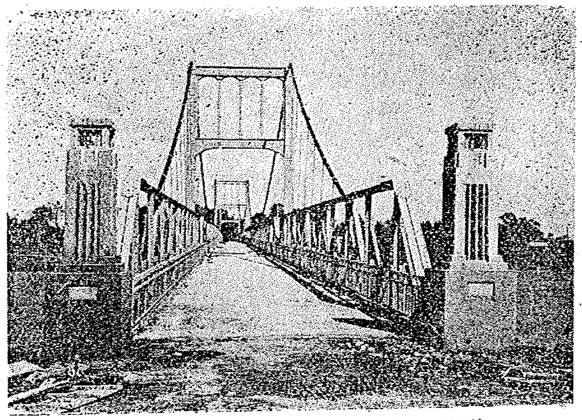
支塔の構造の大要を一言すれば，之に 3 種類あり (第 14−2 圖),

(*a*)　脚部ヒンヂ (搖支承)，ケーブルは塔上に固定的に載せらる。

(*b*)　脚部固定，塔の剛性大にしてケーブルは水平に可動なる支承の上に載る。

(*c*)　脚部固定，ケーブルの載せ方は (*a*) に同じ。

中央徑間に荷重の載つた狀態に於て上記 3 種類を說明すれば，中央徑間ケーブルの作用力は側徑間ケーブルを中央徑間側に引張り，之を支塔上の作用力から言へば左右兩徑間の水平力は不平均である。よつて釣合を保つ爲には，(*a*) の構造では側徑間ケーブルに此の不平均力が作用し其の爲に側徑間ケーブルは伸びる。よつて支塔は下端のヒンヂを中心にして中央徑間側に傾くのである。(*b*)の構造では支塔上ローラーに抵抗が無ければケーブルの鞍は (*a*) の場合と同量だけ中央徑間側に移動し，若しローラーに抵抗があれば不平均水平


寫眞 14−2 榮橋 (利根川，多徑間吊橋)

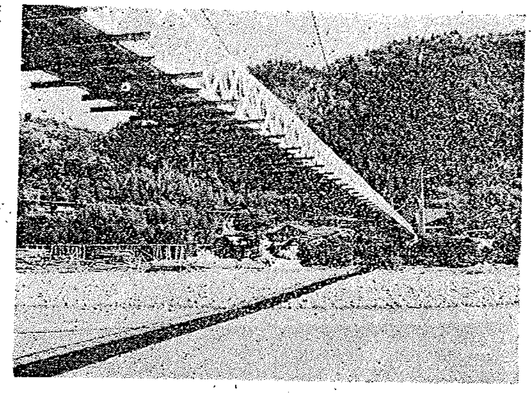
力の一部はローラーを通じて支塔によつて抵抗せられ，側徑間ケーブルの伸びはそれだけ減少するから塔上のケーブルの中央徑間側への移動は($a$)の場合より減少する。

($c$) の構造では側徑間ケーブルと片持梁としての支塔が左右不平均力に抵抗するのである。

之を支塔の構造から言へば，($a$)及び ($b$) のヒンヂ及びローラーは抵抗の無いのを可とし，若し抵抗があれば夫れだけの水平力が支塔に作用するから支塔は曲げに對しても充分なる構造たることが必要であり，($c$)の支塔は曲げに對して强ければ强い程支塔に多くの力が作用して側徑間ケーブルの分擔力は小となるから，支塔は斷面積は大であるが慣性モーメントが比較的小なるやうな斷面形狀とし多分に可撓的なる性質を與へる必要がある。かゝる支塔は**可撓支塔** (*flexible tower*) と呼ばれ，米國最近の吊橋の大部分は此の可撓支塔を用ひてゐる。

($b$) に示した脚部固定の構造は 19 世紀末まで一般に用ひられ，塔は切石或は煉瓦で疊築せられ，塔上には鋼構橋の可動端に用ひるやうなローラーを數本備えた可動支承を設け，此の上にケーブルを載せるのである。總てのローラー支承に於て左樣であるが，ローラーは之が新しい間は平滑なる廻轉を爲すにしても年經て銹を生じ塵埃にまみれゝば摩擦抵抗を增し，今その摩擦抵抗を $f$，ケーブル鉛直反力を $V$，ケーブル左右不平均水平力を $H'$ とすれば，$f\cdot V=H\geqq H'$ なるに從つて支塔脚部は $H'\cdot h$ 或は $H\cdot h$ ($h$ は支塔の高さ) なる曲げモーメントに作用せられ，$H>H'$ なるとき此の曲げモーメントは相當の大さとなるのであり，石或は煉瓦で疊築された支塔は片持梁として此の曲げモーメントに抵抗すべき事となる。古い橋の撤去に際して著者は，可動端ローラーが廻轉せずして滑り運動を爲し表面に其の搔痕の在るを觀察した事があるが，米國に於ては古き吊橋の塔上のローラーが果して平滑に廻轉するや否やの調査が進められた結果，ローラーの摩擦抵抗は大であつて，$H\geqq H'$ となる可能性あるを確め，その結果ローラーは無用なるものとして前記の可撓支塔を採用する傾向を生じ，巨大吊橋としては 1903 年開通のウヰリアムスブルグ橋を最後とし其の後の吊橋は可撓支塔を採用するに至つた。




寫眞 14−3 簡易なる吊橋 (大井川，千頭)

第 4−2 圖 ($d$) はケーブル末端を碇盤に結ぶ構造の概念を示す。碇盤に就いて一言すれば，碇盤は縱橫兩方向とも移動することなく，ケーブル末端を充分に支持するものであるを必要とし些少でも移動すれば其の影響は直にケーブルに傳えられて之に危險を與へるから，斯くの如きに對して自碇型式を採用するを可とする。

尙，吊橋の近代的特質に關しては之を §11. に再說する。

## §2. 吊 橋 理 論

吊橋の構造は之を他の型式の橋梁構造に比較すれば，剛性に於て大なる差異があり，普通の橋梁に於ける變形は微小であつて變形に基く應力の變化は無視する事が出來るが，吊橋の變形は微小ではないから應力計算に當り變形を無視した時と之を考慮した時とでは結果に相當の差を生ずるのである。

不靜定吊橋の普遍的解法は，變形に因る應力變化を無視して彈性方程式を用ひる所謂彈性理論 (*elastic theory*) に據る解法であり，ランガアの補剛されたアーチに對するものと同樣であつて，通常次に示す 5 個の假定を設ける。

1) **ケーブルは完全に可撓的であつて載荷に對しての釣合曲線を畫く。**
2) **補剛桁は水平梁であつて無數に取付けられた吊材でケーブルから吊されてゐる。**
3) **ケーブル及び補剛桁の死荷重は橋の長さの方向に等分布されてゐる (この結果としてケーブル曲線は拋物線である)。**
4) **死荷重はケーブルによつて擔はれる (この結果として補剛桁には死荷重應力を生せず，桁端は支承金物に輕く接觸するだけである)。**
5) **活荷重，溫度變化が作用してもケーブルの形狀は變化しない。**

以上の假定の中，最初の 3 項は實狀と大差なく卽ち實用上差支へない假定であり，4) は架設に際して吊材の長さの調節及び補剛桁鋲結作業に就いて適當なる方法をとれば此の假定を實現せしめる事が出來る。問題となるのは，5) の假定卽ち變形を無視する事であつて，彈性理論にあつては變形を無視するのである。從つて彈性理論は近似理論である。

吊橋構造の變形を考慮に入れて其の應力を解くものを撓度理論 (*deflection theory*) と謂ふ。支間長大なる場合に於ては，彈性理論による曲げモーメント其の他の値は撓度理論によるものと比較すれば遙に大であつて，彈性理論から設計したものは結果に於て安全ではあるが不經濟である。

吊橋撓度理論の初期のものはミュウラア・ブレスラウ[1]の解法に溯ることが出來るが，2鉸補剛桁吊橋の實際問題はメラン[2]によつて纒められ，爾來，脚註 3)，4)，5)，6) に示す書に此の問題は論ぜられ，1909 年モイセイフ及びシュタインマンは別個に撓度理論の實用公式を發表し，既にモイセイフは 1909 年開通の紐育市マンハッタン吊橋[7]に撓度理論を適用し，1926 年開通の費府キャムデンのデラウェア河吊橋に再び之を適用した。撓度理論の別派を爲すものにはティモシェンコ[8]の三角級數を用ひる方法がある。彈性理論及び撓度理論による結果の比較に關してはシュタインマン[10]及びクリヴォシャイン[12]の研究があり，撓度理論によるとき補剛桁鋼重は 20～60% 節約せらるのであるが，ベエカア[9]は兩理論による結果の比較を爲し彈性理論による曲げモーメント $M$ 及び剪斷力 $Q$ に對して或る係數を乘ずれば近似的に撓度理論による $M$ 及び $Q$ が求められる方法を發表してゐる。撓度理論の一般式は（連續補剛桁に對する分を含む）シュタインマン[15]の論文が代表的であつて，本論文に對する各權威の討論には吊橋設計に裨益すべき諸論がある。小徑間吊橋に對してはフランクランド[14]の著書あり，卷末には吊橋に關する文獻表が記載されてゐる。

1) *Müller-Breslau.* "*Theorie der durch einem Balken versteiften Kette*". *Zeitschrift d. A. I. zu Hannover.* 1881.
2) *Melan.* "*Theorie der eisernen Bogenbrücken u. Hänge-brücken*". 1888, 1906.
3) *Johnson, Bryan, Turneaure.* "*Modern Framed Structure*". *Pt. II.* 1911. 1917.
4) *Godard.* "*Theory of Suspension Bridge*" *Proc. Inst. C. E.* 1894～95.
5) *Bleich.* "*Theorie u. Berechnung der eisernen Brücken.*" 1924.
6) *Moisseiff.* "*Delaware River Bridge.*" *Journal of Franklin Institute. Oct.* 1925.
7) *Moisseiff* "*Final Report of the Delaware River Bridge*". 1926.
8) *Timoshenko* "*The Stiffness of Suspension Bridge.*" *Pro. Am. Soc. C. E., May,* 1928.
9) *Baker.* "*Supension Bridge Analysis by Exact Method simplified.*" *Rensselaer Polytechnic Inst.* 1928.
10) *Steinman.* "*Suspension Bridge*", 1929.
11) *Priester.* "*Application of Trigonometric Function Series.*" *Bulletin No.* 12, *Univ. Michigan.* 1929.
12) *Krivoshein.* "*Simplified Calculation of Statical. Indeterminate Structure*". *Frag,* 1930.
13) *Bohny* "*Hängebrücken.*" 1933.
14) *Frankland.* "*Suspension Bridge of Short Span*", 1934.
15) *Steinman.* "*Generalized Deflection Theory*". *Trans. Am. Soc. C. E.* 1935.

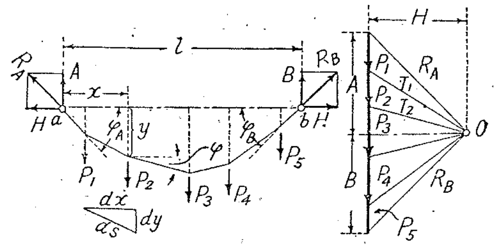


## §3. ケーブルの形狀

完全に可撓的なケーブルが2點で支へられ空中に吊り下つた中間部分に第14−3圖に示すやうに $P_1$，$P_2$，$P_3$，…… なる集中荷重が作用する時は，ケーブルの形狀は多角形となり支點 $a$ 及び $b$ には $R_A$ 及び $R_B$ なる反力が起る。之等の反力は $A$ 及び $B$ なる鉛直反力と $H$ なる水平反力に分力することが出來る。ケーブルはモーメントに抵抗し得ない材料であるとすれば（可撓的ケーブルの場合），ケーブル任意點の $\Sigma M$ は零であつて，その點の何れか片側の鉛直力に對するモーメント（單純梁モーメント）を $M_o$ とすれば $\Sigma M = M_o - H \cdot y = 0$ であるから，

$$y=\frac{M_o}{H} \cdots\cdots\cdots\cdots (14-1)$$

$H$ が分つて居れば本式からケーブル各縦距を求める事が出來る。即ちケーブル形狀は單純梁モーメント圖の縦距を $H$ で割つた點のものに等しく，或は，$P_1$, $P_2$, $P_3$, ……に對する連力圖（力多角形の極距を $H$ とす）によつて示されるのである。$H$ の大さはケーブルの長さによつて異り，ケーブル多角形の通過點（例へば $P_3$ の作用點）の $y$ が $f$ であるとすれば

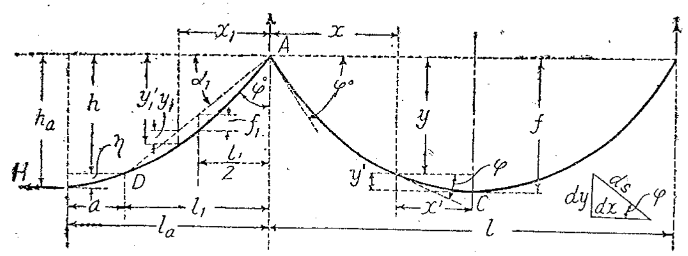


第 14−3 圖

$$H=\frac{M_3}{f} \cdots\cdots\cdots\cdots (14-2)$$

茲に $M_3$ は單純梁 $ab$ の $P_3$ 作用點の曲げモーメントである。$H$ はケーブル應力の水平分力を意味し且つ定値であるから，ケーブル應力は

$$T=H \cdot \sec\varphi = H \cdot \frac{ds}{dx} \cdots\cdots\cdots\cdots (14-3)$$



第 14−4 圖

$\varphi$ はケーブル切線の水平に對する傾角であつて支點 $a$ に於ける $\varphi$ を $\varphi_A$ とすれば，

$$R_A = H \cdot \sec\varphi_A \quad \cdots\cdots\cdots (14-4)$$

今，集中荷重の代りに水平方向に分布した $p$ なる分布荷重が滿載した場合を考へる。第14−1 式を $x$ について2回微分すれば，$d^2M_o/dx^2 = -p$ であるから，

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{p}{H} \quad \cdots\cdots\cdots (14-5)$$

本式は荷重 $p$ によるケーブルの釣合曲線を示す微分方程式である。

1) **拋物線ケーブル**　$p$ が水平方向に等分布されてゐるときは第 14−5 式より（座標軸原點を徑間中央に置き），次に示す拋物線式が得られる。

$$y' = \frac{p \cdot x'^2}{2H} \quad \cdots\cdots\cdots (14-6)$$

茲に $x' = \frac{l}{2}$；$y' = f$ に於ては，第 14−2 式より，

$$H = \frac{p}{8} \cdot \frac{l^2}{f} \quad \cdots\cdots\cdots (14-7)$$

この $H$ を第 14−6 式に代入すれば，（座標軸原點を支塔上に置く），

$$y = \frac{4f}{l^2} \cdot x \cdot (l-x) = 4 \cdot f \cdot \frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad \cdots\cdots\cdots (14-8)$$

ケーブル引張應力の最大値は支點に於て生じ

$$\left.\begin{aligned} T_{max} &= \sqrt{H^2 + \frac{1}{4}(pl)^2} \\ &= \frac{pl^2}{8f}\sqrt{1+16n^2} \qquad n = \frac{f}{l} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (14-9)$$

ケーブル切線傾角は第 14−8 式から，

$$\left.\begin{aligned} \tan\varphi &= \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{l^2}(l-2x) = \frac{8f}{l}\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l}\right) \\ \tan\varphi^o &= \frac{4f}{l} = 1 \cdot n \ \text{（支塔上の傾角）} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (14-10)$$

ケーブルの全長は，

$$\left.\begin{aligned} L &= 2\int_0^{\frac{l}{2}} ds = 2\int_0^{\frac{l}{2}} \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \cdot dx \\ &= \frac{l}{2}(1+16n^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{l}{8f}\log_n[4n + (1+16n^2)^{\frac{1}{2}}] \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (14-11)$$

茲に，$n = \frac{f}{l}$；此の式を書き換へれば，

$$L = \frac{1}{8n}\left\{\tan\varphi^o \cdot \sec\varphi^o + \log_n(\tan\varphi^o + \sec\varphi^o)\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (14-12)$$



近似的には

$$L = l\left(1 + \frac{8}{3} \cdot n^2 - \frac{32}{5} \cdot n^4 + \frac{256}{7} \cdot n^6 - \cdots\cdots\right) \quad \cdots\cdots\cdots (14-13)$$

第 14−1 表はケーブルの長さと支間との比を與へる數を示す。垂距 $f$ の小なるケーブルに對しては近似長を用ひて充分である。

**第 14−1 表**

| $n = \frac{f}{l}$ | $\frac{L}{l}$ の値 | |
|---|---|---|
| | 精　値（第 14−11 式） | 近似値（第 14−13 式） |
| 0.05 | 1.00663 | 1.00663 |
| 0.075 | 1.01480 | 1.01480 |
| 0.10 | 1.02606 | 1.02605 |
| 0.125 | 1.04023 | 1.04010 |
| 0.15 | 1.05712 | 1.05676 |
| 0.175 | 1.07652 | 1.07566 |
| 0.20 | 1.09823 | 1.09643 |

2) **垂曲線ケーブル**　分布荷荷重が水平方向に等分布せずしてケーブルに沿つて等分布されてゐるときは，分布荷重は $p \cdot \sec\varphi$ によつて示されるから，

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{p}{H}\sec\varphi \quad \cdots\cdots\cdots (14-14)$$

原點を曲線最下點にとれば，

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{1}{2c}(e^{cx} + e^{-cx} - 2) \\ &= \frac{1}{c}(\cosh \cdot cx - 1) \qquad c = \frac{p}{H} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (14-15)$$

本式は垂曲線 (*catenary*) 式であつて，單位長さ重量の一定なるケーブルは垂曲線を畫いて吊り下るのである。

ケーブルの長さは

$$\left.\begin{aligned} L &= 2\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{2}(e^{cx} + e^{-cx})dx = \frac{1}{c}\left(e^{\frac{cl}{2}} - e^{-\frac{cl}{2}}\right) \\ &= \frac{2}{c}\sinh \cdot \frac{cl}{2} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (14-16)$$

最下點から垂距 $y$ なる箇所までのケーブル長さは

$$L = \frac{1}{c}\sqrt{2cy + c^2y^2} \quad \cdots\cdots\cdots (14-17)$$

である。

ケーブル任意點の應力は $T = H \cdot \frac{ds}{dx}$ から求められる。$H = \frac{p}{c}$ であるから，

$$T = \frac{p}{c}\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{p}{2c}(e^{cx} + e^{-cx}) = H \cdot \cosh \cdot cx \cdots (14-18)$$

ケーブル應力は支點に於て最大であつて，$\left(x = \frac{l}{2}\right)$

$$T_{max}=H\cdot\cosh\cdot\frac{cl}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-19)$$

$n=\frac{f}{l}$ が小なる場合には拋物線ケーブルの諸値と殆ど同値である。

3) **側徑間ケーブル**　第 14－4 圖側徑間 $AD$ に於て前の場合と同様なる諸式が得られる。荷重が水平方向に等分布するものとすれば，

$$y_1'=\frac{4\cdot f_1\cdot x_1}{l_1^2}(l_1-x_1)+x_1\cdot\tan\alpha_1=y_1+x_1\cdot\tan\alpha_1\cdots\cdots(14-20)$$

$$\tan\varphi_1'=\frac{4\cdot f_1}{l_1^2}(l_1-2x_1)+\tan\alpha_1=\tan\varphi_1+\tan\alpha_1\cdots\cdots\cdots\cdots(14-21)$$

此のケーブル曲線の最下點は $\tan\varphi_1'=0$ より求められ，

$$l_a=\frac{l_1}{2}+\frac{l_1\cdot h}{8f_1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-22)$$

ケーブルの長さは，

$$h_a=f_1\cdot\left(\frac{h}{4f_1}+1\right)^2\ ;\ \eta=f_1\cdot\left(\frac{h}{4f_1}-1\right)^2\ ;\ a=\frac{h}{8}\cdot\frac{l_1}{f_1}-\frac{l_1}{2}$$

により第 14－11 式から求められるが，$\overline{AD}=l_1\cdot\sec\alpha_1$ であるから，近似的には，

$$L_1=l_1\left(\sec\alpha_1+\frac{8\cdot n_1^2}{3\cdot\sec^3\alpha_1}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-23)$$
$$n_1=\frac{f_1}{l_1}$$

支塔上で左右が釣合つてゐるときは，水平力は相等しく，

$$H=\frac{p\cdot l^2}{8f}=\frac{p_1\cdot l_1^2}{8f_1}=H_1\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-24)$$

であるから，　$\frac{f_1}{f}=\frac{p_1}{p}\cdot\frac{l_1^2}{l^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-25)$

ケーブル任意點の應力は，

$$T_1=H\left(1+\tan^2\varphi_1\right)^{\frac{1}{2}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-26)$$

支點で $T_1$ は最大となり，

$$T_{max}=H_1\left[1+\left(\tan\alpha_1+\frac{4f_1}{l_1}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-27)$$

4) **弾性變形**　ケーブルの弾性變形は次の關係で示される。

水平力 $H$ による伸びは，

$$\left.\begin{aligned}\Delta L&=\frac{H}{E_c\cdot A_c}\cdot\int_0^l\frac{(ds)^2}{dx}=\frac{2H}{E_c\cdot H_c}\cdot\int_0^{\frac{l}{2}}\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]dx\\&=\frac{H\cdot l}{E_c\cdot A_c}\left(1+\frac{16}{3}\cdot n^2\right)\end{aligned}\right\}\cdots(14-28)$$



溫度變化による伸びは，

$$\Delta L_t=\varepsilon\cdot t\cdot L\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-29)$$

第 14－13 式を $l$ 及び $f$ で微分すれば，

$$\frac{\Delta L}{\Delta l}=1-\frac{8}{3}\cdot n^2+\frac{96}{5}\cdot n^4+\cdots\cdots\fallingdotseq\frac{1}{15}(15-40\cdot n^2+288\cdot n^4)$$

$$\frac{\Delta L}{\Delta f}=\frac{16}{3}\cdot n-\frac{128}{5}\cdot n^2+\cdots\cdots\fallingdotseq\frac{16}{15}\cdot n(5-24n^2)$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta l}=-\frac{15-40\cdot n^2+288\cdot n^4}{16\cdot n(5-24n^2)}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-30)$$

$n=0.1$ のとき，$\Delta f=-1.93\,\Delta l$ の如き關係がある。

## §4.　弾性理論に據るケーブル水平力

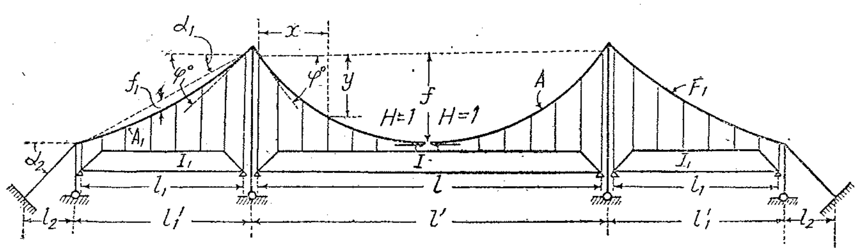
第 14－5 圖に示す 2 鉸補剛吊橋は一次不靜定構造であつて，剩材たるケーブルの水平應力を不靜定力として之を $H$ で表し，ケーブルを中央で切斷すれば，

$$H=-\frac{\delta_{am}}{\delta_{aa}}=-\frac{\int\frac{M_o}{EI}\cdot M_a\cdot dx}{\int\frac{M_a^2}{EI}\cdot dx+\int\frac{S_a^2}{EA}\cdot ds}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-31)$$

玆に，$M_o$ は $H=0$ の（ケーブル無き）場合の補剛桁曲げモーメント，$M_a$ は $H=1$ が加へられた場合の補剛桁曲げモーメント，$S_a$ は $H=1$ によつて補剛桁，ケーブル，支塔に生ずる應力，$I$ は補剛桁の慣性モーメント，を夫れ夫れ示すのである。補剛桁の曲げモーメント及び剪斷力は，

$$M=M_o+M_s\ ;\quad Q=Q_o+Q_s\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14-32)$$

$M_s$ 及び $Q_s$ は $H$ によつて生ずる $M$ 及び $Q$ を示す。$H$ によつて生ずる吊材の應力は吊材の數が甚だ多いものとすれば，




第 14－5 圖

$$s=\frac{8\cdot f}{l^2}H$$

であるから (第 14−7 式に於て $p=s$ とする),

$$M_s=-H\cdot\frac{4\cdot f\cdot x}{l^2}(l-x)=-H\cdot y$$

$$Q_s=-H\cdot\frac{4\cdot f}{l^2}(l-2x)=-H\cdot\tan\varphi$$

$$M=M_o-H\cdot y\ ;\ Q=Q_o-H\cdot\tan\varphi \quad\cdots\cdots(14-33)$$

補剛桁に於ける $H=1$ による曲げモーメントは ($M_o=0$ の場合),

$$M_a=-y \quad\cdots\cdots(14-34)$$

ケーブルの $H=1$ による直應力は,

$$S_a=\frac{dy}{dx} \quad\cdots\cdots(14-35)$$

補剛桁の剪斷力影響及び吊材及び支塔の直應力影響 (伸び) は何れも無視するものとする。然るときは第 14−31 式は次のやうに書き換へられる。

$$H=\frac{\int\frac{M_o}{E\cdot I}\cdot y\cdot dx}{\int\frac{y^2}{E\cdot I}\cdot dx+\int\frac{(ds)^2}{E_c\cdot A\cdot dx^2}\cdot ds} \quad\cdots\cdots(14-36)$$

分子及び分母第 1 項は補剛桁の曲げモーメントの影響を含み其の積分は 3 個の補剛桁全支間に及び, 分母第 2 項はケーブルの伸びの影響を表し ($E_c$ はケーブルの弾性係數) その積分は碇盤間全長に亘るものとする。分母第 2 項は第 1 項に比して僅少 ($\delta_{aa}$ の 5% 前後) であるから小支間の場合は之を省略しても差支へない。

上式分母項は實際荷重に關係の無い項であるから, 吊橋の寸法及び其の各部材大さが定まつてゐるときは, 之を簡易なる形に書き直すことが出來る。ケーブルは拋物線を畫いてゐるから第 14−8 式の $y$ を用ひれば,

$$\left.\begin{aligned}\int\frac{y^2}{EI}\cdot dx&=\frac{1}{EI}\int_0^l y^2\cdot dx+\frac{2}{EI_1}\int_0^{l_1}y_1^2\cdot dx_1\\&=\frac{8}{15}\cdot\frac{f^2\cdot l}{EI}+2\cdot\frac{8}{15}\cdot\frac{f_1^2\cdot l_1}{EI_1}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(14-37)$$

又, 第 2 項はケーブルの一端から他端に及ぶ全長に對して

$$\int\frac{(ds)^2}{E_cA\cdot dx^2}\cdot ds=\frac{1}{E_cA_c}\int\left(\frac{ds}{dx}\right)^3\cdot\frac{A_c}{A_x}\cdot dx=\frac{1}{E_cA_c}\cdot L_s \quad\cdots\cdots(14-38)$$

茲に $A_c$ は中央に於ける斷面を示す。$\left(\frac{ds}{dx}\right)^3$ は第 14−11 式の第 1 式を利用して求める



事が出來る。

$$\left.\begin{aligned}L_s&=\int\left(\frac{ds}{dx}\right)^3dx=\int\left[1+\frac{64f^2\cdot x^2}{l^4}\right]^{\frac{3}{2}}\cdot dx\\&=l'\left(1+8\cdot n^2+\frac{96}{5}\cdot n^4\right)+2\cdot l_1'(\sec^3\alpha_1+8\cdot n_1^2)+2\cdot l_2\cdot\sec^3\alpha_2\end{aligned}\right\}\cdots(14-39)$$

東京清洲橋 (寫眞14−9) のやうにケーブルが鈑から出來てゐる場合には, ケーブルの傾角に應じて斷面積を增減する事が可能であつて, $\varphi$ の大なる程 $A$ を增すものとすれば, $A_x=A_c\frac{ds}{dx}$ より

$$L_s=\int\left(\frac{ds}{dx}\right)^2\cdot dx=l'\left(1+\frac{16}{3}n^2\right)+2l_1'\left(\sec^2\alpha_1+\frac{16}{3}n_1^2\right)$$
$$+2\cdot l_2\cdot\sec^2\alpha_2 \quad\cdots\cdots(14-40)$$

以上の値を第 14−36 式に代入し, 且つ

$$i=\frac{I}{I_1}\ ;\ r=\frac{l_1}{l}\ ;\ v=\frac{f_1}{f}$$

なる記號を用ひれば,

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{H}&=\frac{1}{N}\cdot\frac{3}{f^2\cdot l}\Big[\underbrace{\int_0^l M_o\cdot y\cdot dx}_{\text{中央徑間}}+i\cdot\underbrace{\int_0^{l_1}M_{o,1}\cdot y_1\cdot dx_1}_{\text{側徑間}}\Big]\\ \boldsymbol{N}&\equiv\frac{8}{5}(1+2\cdot i\cdot r\cdot v^2)+\frac{3}{f^2\cdot l}\cdot\frac{I}{A_c}\cdot\frac{E}{E_c}\cdot L_s\end{aligned}\right\}\cdots(14-41)$$

<u>集中荷中 $P$ が中央徑間にあるとき</u>, $P$ の作用點は左端より $x=k\cdot l$ なる距離にありとする。左端から $\xi$ (右端から $\xi'$) なる點に對する $y$ の大さは, $y=4\cdot f\cdot\xi(l-\xi)/l^2$ であつて,

$$\int_0^l M_o\cdot y\cdot dx=\frac{4\cdot P\cdot f}{l^3}(l-x)\int_0^x\xi^2(l-\xi)d\xi+\frac{4P\cdot f\cdot x}{l^3}\int_0^{l-x}\xi'^2(l-\xi')d\xi'$$
$$=\frac{1}{3}\cdot P\cdot f\cdot l^2\cdot\frac{x}{l}\left[1-2\left(\frac{x}{l}\right)^2+\left(\frac{x}{l}\right)^3\right] \quad\cdots\cdots(14-42)$$

之を第 14−41 式に入れゝば,

$$H_P=\frac{P}{N\cdot n}\cdot C_1\ ;\ C_1=\frac{x}{l}\left[1-2\left(\frac{x}{l}\right)^2+\left(\frac{x}{l}\right)^3\right]=k[1-2\cdot k^2+k^3]\cdots(14-43)$$

$C_1$ の値及び今後用ひる $C$ の各値は第 14−2 表記載通りである。

第 14−43 式は中央徑間載荷に對する水平力 $H$ の影響線を表し, $H$ の値は $x=\frac{l}{2}$ に於て最大となる。即ち,

$$H_{P\cdot\text{最大}}=\frac{P}{N\cdot n}\cdot\frac{5}{16} \quad\cdots\cdots(14-44)$$

集中荷重 $P_1$ が側徑間にあるとき

側徑間に對する $H$ の影響線は同樣にして，

$$H_{P_1}=\frac{P_1}{N\cdot n}\cdot i\cdot r^2\cdot v\cdot C_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14-45)$$

$H_{P_1}$ の値は $P_1$ が $x_1=\frac{l_1}{2}$ にあるとき最大となり，

$$H_{P_1\,最大}=\frac{P_1}{N\cdot n}\cdot i\cdot r^2\cdot v\cdot\frac{5}{16} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14-46)$$

等分布荷重の作用するとき

中央徑間に於て一端から $x=k\cdot l$ だけの間隔に $p$ が分布するときは第 14—43 式を 0 より $x$ まで積分し，

$$H_{px}=\frac{p\cdot l}{5N\cdot n}\cdot C_2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14-47)$$

$p_1$ が側徑間に於て 0 より $x_1$ まで分布するときは，

$$H_{px_1}=\frac{p_1\cdot l}{5N\cdot n}\cdot i r^3\cdot v\cdot C_2=\frac{p_1\cdot l_1}{5Nn_1}\cdot i\cdot r\cdot v^2\cdot C_2\cdots\cdots(14-48)$$

之等に於て，

$$C_2=\frac{5}{2}\left(\frac{x}{l}\right)^2-\frac{5}{2}\left(\frac{x}{l}\right)^4+\left(\frac{x}{l}\right)^5=\frac{5}{2}k^2-\frac{5}{2}k^4+k^5 \quad\cdots\cdots(14-49)$$

3 徑間に $p$ が滿載された場合に $H$ の最大が生じ ($k=k_1=1$)

$$H_{p.\,最大}=\frac{p\cdot l}{5N\cdot n}\cdot(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)\cdots\cdots\cdots\cdots(14-50)$$

中央徑間に於て $x=a$ より $x=b$ なる $(b-a)$ 間に $p$ が分布する場合は，

$$H_{p(ab)}=\frac{p\cdot l}{5N\cdot n}(C_{2b}-C_{2a})\cdots\cdots\cdots\cdots(14-51)$$

$C_{2a}$, $C_{2b}$ は第 14—49 式の $C_2$ と同じであつて，單に之に $x=a$, $x=b$ を代入した値である。

前記と反對に中央徑間の $x=a$ 及び $l-b$ 部分に $p_1$ が作用し側徑間の全部に $p$ が作用するときは，

$$H=H_{p\,最大}-H_{p(ab)}$$

$$H=\frac{p\cdot l}{5N\cdot n}\left[1-C_{2b}+C_{2a}\right]+\frac{2\cdot i\cdot r^3\cdot v}{5N\cdot n}\,p_1\cdot l\cdots\cdots\cdots\cdots(14-52)$$



**第 14—2 表　吊 橋 數 値**

| 位　置 | $H$ 影響線 | 等分布荷重による $H$ | 影響線零値 | 最小 $M$ | 剪　斷　力 | 位置 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $k=\frac{x}{l}=\frac{e}{l}$ | $C_1$<br>$k(1-2k^2+k^3)$ | $C_2$<br>$\frac{5}{2}k^2-\frac{5}{2}k^4+k^5$ | $C_3$<br>$k+k^2-k^3$ | $C_4$<br>$(2-k-4k^2+3k^3)(1-k)^2$ | $C_5$<br>$\frac{2}{5}(1-k)^3-(1-k)^2+1$ | $k$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 2.0000 | 0.4000 | 0 |
| .05 | 0.0498 | 0.0062 | .0524 | 1.7511 | .4404 | .05 |
| .1 | .0981 | .0248 | .1090 | 1.5090 | .4816 | .1 |
| .15 | .1438 | .0550 | .1691 | 1.2790 | .5232 | .15 |
| .2 | .1856 | .0963 | .2320 | 1.0650 | .5648 | .2 |
| .25 | .2227 | .1474 | .2939 | .8704 | .6062 | .25 |
| .3 | .2541 | .2072 | .3930 | .6962 | .6472 | .3 |
| .35 | .2793 | .2740 | .4296 | .5445 | .6874 | .35 |
| .4 | .2976 | .3462 | .4960 | .4147 | .7264 | .4 |
| .45 | .3088 | .4222 | .5614 | .3065 | .7640 | .45 |
| .5 | .3125 | .5000 | .6250 | .2188 | .8000 | .5 |
| .55 | .3088 | .5778 | .6861 | .1497 | .8340 | .55 |
| .6 | .2976 | .6538 | .7440 | .0973 | .8656 | .6 |
| .65 | .2793 | .7260 | .7979 | .0593 | .8946 | .65 |
| .7 | .2541 | .7928 | .8470 | .0332 | .9208 | .7 |
| .75 | .2227 | .8526 | .8906 | .0166 | .9438 | .75 |
| .8 | .1856 | .9037 | .9280 | .0070 | .9632 | .8 |
| .85 | .1438 | .9450 | .6584 | .0023 | .9788 | .85 |
| .9 | .0981 | .9752 | .9810 | .0005 | .9904 | .9 |
| .95 | .0498 | .9938 | .9951 | .0003 | .9976 | .95 |
| 1.0 | 0 | 1.0000 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | .10 |

## § 5.　補剛桁曲げモーメント及び剪斷力

**1) 曲げモーメント**　各徑間任意點の曲げモーメント $M$ は，

$$M=M_o-H\cdot y \quad ; \quad M_1=M_o-H\cdot y_1\cdots\cdots\cdots\cdots(14-53)$$

即ち曲げモーメントは單純梁としての曲げモーメントから $H\cdot y$ を差引いたものであつて，その徑間に荷重が無いときは $M_o=0$ であるから，

$$M=-H\cdot y \quad ; \quad M_1=-H\cdot y_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14-54)$$

中央徑間曲げモーメントの影響線は第 14—53 式から作圖すれば第 14—6 圖の通りであつて，$M=0$ なる點 $E$ を左端から $e$ とすれば，$M_o=H\cdot y$ から

$$\frac{C_{1(e)}}{N\cdot n}=x\frac{(l-e)}{l} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14-55)$$

から $e$ の大さが示され，之を書き換へて $\left(\frac{e}{l}\right)$ を別の形に整理すれば，

$$\left.\begin{aligned} N\cdot n\cdot\frac{x}{y}&=\frac{N}{4}\cdot\frac{l}{l-x}=C_{3(e)} \\ C_{3(e)}&=\frac{e}{l}+\left(\frac{e}{l}\right)^2-\left(\frac{e}{l}\right)^3=k+k^2-k^3 \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(14-56)$$

第一式から $C_{3(e)}$ を計算し其の値を以つて第 14—2 表を参照すれば，任意點 $x$ の曲げモーメントを零たらしめる載荷點の位置 $k$ が求められる。影響線頂點の縦距は $\frac{x}{l}(l-x)$ であるが之に $y=\frac{4\cdot f\cdot x}{l^2}(l-x)$ を代入すれば $\frac{l\cdot y}{4\cdot f}$ であつて定値となる。

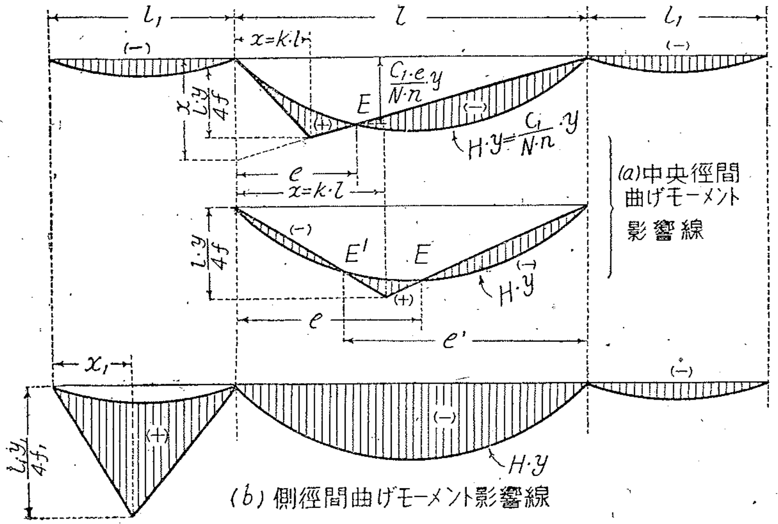
中央徑間の（－）最大曲げモーメント（$M_{最小}$）は中央徑間の $x=e$ から $x=l$ 迄及び兩側徑間に $p$ の滿載したときに生じ，此の時の $M_o$ は，

$$M_o=\frac{C_{1(e)}}{N\cdot n}\cdot y\cdot\frac{l-e}{2}\cdot p$$

であるから

$$\left.\begin{aligned} M_{最小}&=y\left[\frac{C_{1(e)}}{N\cdot n}\cdot\frac{l-e}{2}-\frac{l}{5N\cdot n}(1-C_{2(e)}+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)\right]\cdot p \\ &=-\frac{2p\cdot l^2}{5N\cdot n}\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)[C_{4(e)}+4\cdot i\cdot r^3\cdot v] \\ C_{4(e)}&=\left[2-\frac{e}{l}-4\left(\frac{e}{l}\right)^2+3\left(\frac{e}{l}\right)^3\right]\times\left[1-\frac{e}{l}\right]^2 \end{aligned}\right\}\cdots(14-57)$$

全徑間に $p$ が滿載したときの中央徑間 $x$ なる點の $M$ は




**第 14—6 圖**



$$M_{全}=\frac{1}{2}\cdot p\cdot l^2\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1-\frac{8}{5N}(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)\right]\cdots(14-58)$$

その場合，側徑間 $x_1$ の點では，

$$M_{1\cdot全}=\frac{1}{2}p\cdot l_1^2\cdot\frac{x_1}{l_1}\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)\left[1-\frac{8}{5N}(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)\frac{v}{r^2}\right]\cdots(14-59)$$

中央徑間の $M_{最大}$ は，

$$\begin{aligned} M_{最大}&=M_{全}-M_{最小} \\ &=\frac{1}{2}p\cdot l^2\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1-\frac{8}{5N}\left(1-\frac{1}{2}C_{4(e)}\right)\right]\cdots\cdots(14-60) \end{aligned}$$

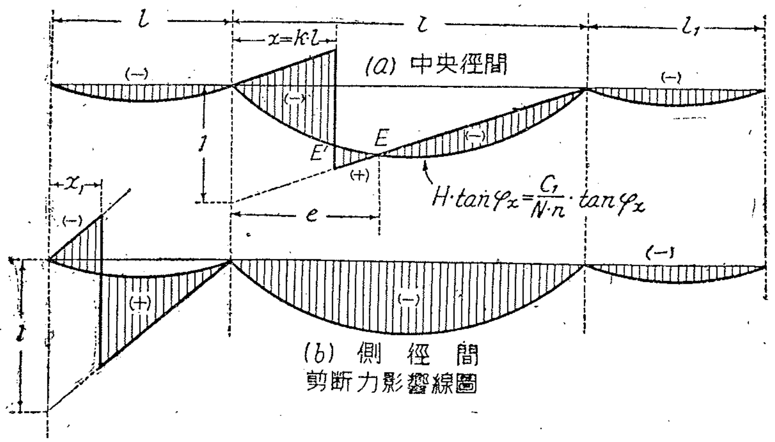
中央徑間の中央附近に於ては第 14—6 圖に示すやうに $M=0$ の點は $E$ 及び $E'$ の 2 點あり，第 14—56 式の場合と同じやうにして，

$$\left.\begin{aligned} C_{3(e')}&=N\cdot n\cdot\frac{l-x}{y}=\frac{N\cdot l}{4\cdot x} \\ M_{最小}&=-\frac{2\cdot p\cdot l^2}{5N}\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)[C_{4(e)}+C_{4(e')}+4\cdot i\cdot r^3\cdot v] \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(14-61)$$

側徑間には $E$ 或は $E'$ に該當する點なく，$x_1$ なる距離の點の $M_{最小}$ を求めるには第 14—6 圖 (b) に示すやうに中央徑間及び反對側の側徑間に $p$ を滿載すればよいのであつて，$M_{0\cdot1}=0$ であるから，

$$\left.\begin{aligned} M_{1\cdot最小}&=-H\cdot y_1=-y_1\cdot\frac{1+i\cdot r^3\cdot v}{5N\cdot n}\cdot p\cdot l \\ &=-\frac{1}{2}p\cdot l_1^2\cdot\frac{x_1}{l_1}\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)\left[\frac{8}{5N}\cdot\frac{v}{r^2}(1+i\cdot r^3\cdot v)\right] \end{aligned}\right\}\cdots(14-62)$$

$$M_{1\cdot最大}=M_{1\cdot全}-M_{1\cdot最小}$$




**第 14—7 圖**

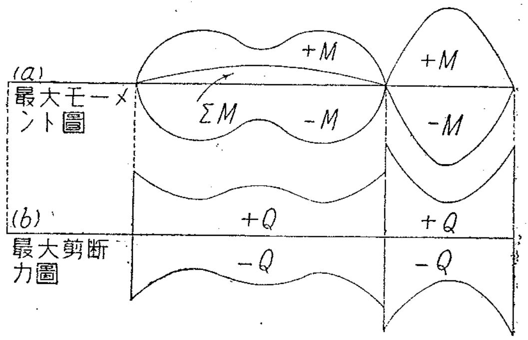
$$=\frac{1}{2}p\cdot l_1^2\cdot\frac{x_1}{l_1}\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)\left[1-\frac{8}{5N}\cdot i\cdot r\cdot v^2\right]\cdots\cdots(14-63)$$

各點曲げモーメント圖は第 14−8 圖に圖示したやうに變化し，中央徑間では $^1/_4$ 點附近，側徑間では中央附近で最大，最小が起る。

2）**剪斷力**　第 14−33 式により剪斷力は，

$$Q=Q_o-H\cdot\tan\varphi$$

卽ち剪斷力は單純梁の剪斷力から，$\tan\varphi$ を乘じた $H$ を差引いたものである。第 14−7圖は之が影響線作圖を示し (a) 圖は中央徑間の影響線であるが，寸法の關係により $E$ 點の存在する場合と，$e=l$ 卽ち $E$ 點の無き場合の二つがある。後者の場合に於ては $(l-x)$ の間に $p$ が載るとき最大剪斷力が生じ，




第 14−8 圖

$$\left.\begin{aligned}Q_{最大}&=p\cdot\frac{l}{2}\left(l-\frac{x}{l}\right)^2\left[1-\frac{2\times8}{5N}C_{2(l-x)}\cdot\frac{\frac{1}{2}-\frac{x}{l}}{\left(1-\frac{x}{l}\right)^2}\right]\\&=p\cdot\frac{l}{2}\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\cdot\left[1-\frac{8}{N}\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)\cdot C_{5(x)}\right]\\C_{5(x)}&=\left[1-\left(1-\frac{x}{l}\right)^2+\frac{2}{5}\left(1-\frac{x}{l}\right)^3\right]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(14-64)$$

但し，$x<\frac{l}{2}\left(1-\frac{N}{4}\right)$ なる點には，$Q=0$ なる $E$ 點が存在し從つて $Q_{最大}$ を生ずべき荷重は $(e-x)$ の間にのみ載荷すべき事となり，その場合の $E$ 點に對しては，

$$C_{3(e)}=\frac{N}{4\left(1-\frac{2x}{l}\right)}=k+k^2-k^3\cdots\cdots(14-65)$$

第 14−2 表 $C_3$ から $e/l$ の値が求められる。

三徑間に $p$ が滿載された場合の剪斷力は，

$$Q_o=\frac{1}{2}p\cdot l\left(1-\frac{2\cdot x}{l}\right)\ ;\ H=\frac{p\cdot l}{5N\cdot n}(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)\cdots(14-66)$$

であるから，



$$Q_{全}=\frac{1}{2}p\cdot l\left(1-2\frac{x}{l}\right)\left[1-\frac{8}{N}(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)\right]\cdots\cdots(14-67)$$

$Q_{最小}$ は $Q_{全}-Q_{最大}$ から求められる。

側徑間補剛桁の剪斷力は第 14−7 圖 (b) に示す通りであつて，中央徑間の $E$ 點に相當するものは存在しない。

$$\left.\begin{aligned}Q_{1\cdot最大}&=\frac{1}{2}p\cdot l_1\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)^2\left[1-\frac{8}{N}\cdot i\cdot r\cdot v^2\left(\frac{1}{2}-\frac{x_1}{l_1}\right)C_{5(x_1)}\right]\\Q_{1\cdot全}&=\frac{1}{2}p\cdot l_1\left(1-2\frac{x_1}{l_1}\right)^2\left[1-\frac{8}{5N}\cdot\frac{v}{5^2}(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)\right]\end{aligned}\right\}\cdots(14-68)$$

剪斷力圖の形は凡そ第 14−8 圖 (b) の通りである。

## §6. 溫度變化影響及び撓み

1）**溫度變化**　溫度變化に因る水平力は

$$H_t=-\frac{\delta_{at}}{\delta_{aa}}=-\frac{3\cdot E\cdot I\cdot\delta_{at}}{f^2\cdot l\cdot N}\cdots\cdots(14-69)$$

ケーブルの中央に於ける假想切斷部の水平變位 $\delta_{at}$ は，

$$\left.\begin{aligned}\delta_{at}&=\pm\varepsilon\cdot t\int_0^L\frac{ds}{dx}\cdot ds=\pm\varepsilon\cdot t\cdot L_t\\L_t&=l\left[1+\frac{16}{3}\cdot n^2\right]+2\cdot l_1\left[\sec^2\alpha_1+\frac{16}{3}n_1^2\right]+2\cdot l_2\cdot\sec^2\alpha_2\end{aligned}\right\}\cdots(14-70)$$

よつて $H_t$ は，

$$H_t=\mp\frac{3E\cdot I\cdot\varepsilon\cdot t}{f\cdot l\cdot N}L_t\cdots\cdots(14-71)$$

$H_t$ の爲に生ずる曲げモーメント及び剪斷力は，

$$\left.\begin{aligned}M_t&=-H_t\cdot y\\Q_t&=-H_t\cdot\tan\varphi\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(14-72)$$

2）**2鉸吊橋撓み**　吊材の伸縮を無視すればケーブルの撓みと補剛桁の撓みは同一と考へらるゝのであるが，補剛桁の任意點 $m$ の活荷重による撓みは

$$\varDelta_m=\varDelta_{om}-\varDelta_s\cdots\cdots(14-73)$$

玆に $\varDelta_{om}$ は單純梁としての撓み，$\varDelta_s$ はケーブル應力の鉛直分力（吊材應力）によつて上方に引き上げられる撓みであつて，

$$\varDelta_s=H\cdot\delta_{m\tau}\cdots\cdots(14-74)$$

支點から $x$ なる點に $P=1$ が作用するときの $m$ 點の撓み影響線は，

$$\varDelta_{mx}=\varDelta_{om\cdot x}-H_x\cdot\delta_{ma}\quad\cdots\cdots(14-75)$$

式中，

$$\left.\begin{aligned}\varDelta_{om\cdot x}&=\frac{l^3}{6EJ}\left(1-\frac{m}{l}\right)\frac{x}{l}\left[2\frac{m}{l}-\left(\frac{m}{l}\right)^2-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right]\quad x<m\text{ の場合}\\&=\frac{l^3}{6EI}\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{m}{l}\left[2\frac{x}{l}-\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left(\frac{m}{l}\right)^2\right]\quad x>m\text{ の場合}\end{aligned}\right\}\cdots(14-76)$$

$$H_x=\frac{1}{N\cdot n}\cdot C_{1(x)}\ ;\ \delta_{ma}=\frac{f\cdot l^2}{3EI}\cdot C_{1(m)}\quad\cdots\cdots(14-77)$$

中央徑間中央部の最大撓みは中央徑間に荷重が滿載された時に生じ，

$$H_p=\frac{p\cdot l}{5N\cdot n}\ ;\ \varDelta_{om}=\frac{p\cdot l^4}{24EI}\cdot C_{1(m)}\quad\cdots\cdots(14-78)$$

滿載分布荷重に對する撓み曲線の一般式は，

$$\varDelta_m=\frac{p\cdot l^4}{24EI}\left[1-\frac{8}{5N}\right]\cdot C_{1(m)}\quad\cdots\cdots(14-79)$$

であつて最大は　$m=\frac{l}{2}$ に於て生じ $\left(C_1=\frac{5}{16}\right)$，

$$\varDelta_{\text{最大}}=\frac{5}{384}\cdot\frac{p\cdot l^4}{EI}\left(1-\frac{8}{5N}\right)^*\quad\cdots\cdots(14-80)$$

$m=\frac{l}{4}$ なる點の最大撓みは半徑間に $p$ を載せた場合に生じ，

$$\varDelta_{\frac{l}{4}}=\frac{1}{6144}\left(31-\frac{228}{5N}\right)\cdot\frac{p\cdot l^4}{EI}\quad\cdots\cdots(14-81)$$

之と反對の半徑間並に側徑間全部に載荷するときは其の點は上方に撓み，

$$\varDelta_{\frac{l}{4}}=-\frac{1}{6144}\left[\frac{556}{5N}\left(\frac{1}{2}+2\cdot i\cdot r\cdot v^2\right)-26\right]\frac{p\cdot l^4}{EI}\quad\cdots\cdots(14-82)$$

溫度變化による撓みは，

$$\varDelta_{mt}=\pm\frac{\varepsilon\cdot t\cdot L_t}{N\cdot n}\cdot C_{1(m)}\quad\cdots\cdots(14-83)$$

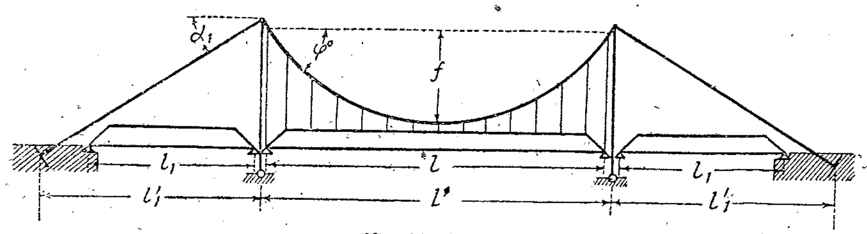
## §7.　側徑間の無い二鉸補剛吊橋

側徑間に補剛桁が無く，たとへ橋桁はあつてもケーブルから吊り下げられてゐない構造

* 吊材が上方に引上げる力は $s=\frac{8f}{l^2}\cdot H$ 而して中央徑間滿載の時の水平力は $H=\frac{p\cdot l}{5N\cdot n}$ である。よつて補剛桁の $p-s=p\left(1-\frac{8}{5N}\right)$ なる荷重に因る撓みを求めれば之と同一の式が得られる。



（第 14-9 圖）の場合には，兩側のケーブルは一直線を爲し，$f_1=0$，從つて前掲各公式に於ける $f_1$；$y_1$；$n_1=\frac{f_1}{l_1}$；$v=\frac{f_1}{f}$ の諸項は消失し，側徑間の影響は中央徑間に傳達せられないのである。




第 14-9 圖

第 14-36, 41 式に示したケーブル水平力 $H$ の一般式は，その分子第 2 項が消失して，分母 $N$ は次式のやうな形となる。

$$N=\frac{8}{5}+\frac{3}{f\cdot l}\cdot\frac{I}{A_c}\cdot\frac{E}{E_c}\cdot[l'(1+8\cdot n^2)+2l_1'\cdot\sec^3\alpha_1]$$

而して第 14-45, 48, 62 の各式は消失する。

此の種の型式は側徑間がケーブルによつて吊られてゐる前掲の型式に比して剛性を有し，應力の關係は單純であり，中央徑間の補剛桁の曲げモーメントは 10% 內外減少し，中央部鋼重はそれだけ減少するのである。

分布荷重 $p$ が中央徑間に滿載されたときに $H$ の最大が生じ（第 14-50 式），

$$H_{p\cdot\text{最大}}=\frac{p\cdot l}{5N\cdot n}\quad\cdots\cdots(14-84)$$

その時の中央徑間補剛桁に於ける $x$ なる距離の點の $M$ は（第 14-58 式），

$$M_{\text{全}}=\frac{1}{2}px(l-x)\left(1-\frac{8}{5N}\right)\quad\cdots\cdots(14-85)$$

而して第 14-57,61 式より

$$\left.\begin{aligned}M_{\text{最小}}&=-\frac{2px(l-x)}{5N}\cdot(C_{4(e)}+C_{4(e')})\\M_{\text{最大}}&=M_{\text{全}}-M_{\text{最小}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(14-86)$$

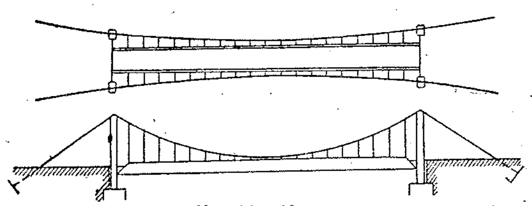
剪斷力は第 14-67 式より

$$Q_{\text{全}}=\frac{1}{2}p(l-2x)\left(1-\frac{8}{5N}\right)$$

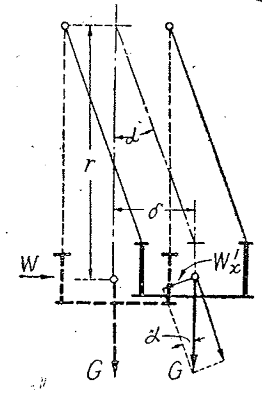
言ふ迄も無い事であるが，側徑間の補剛桁は單獨なる單純梁として扱へば良いのである。

## §8. 風荷重影響

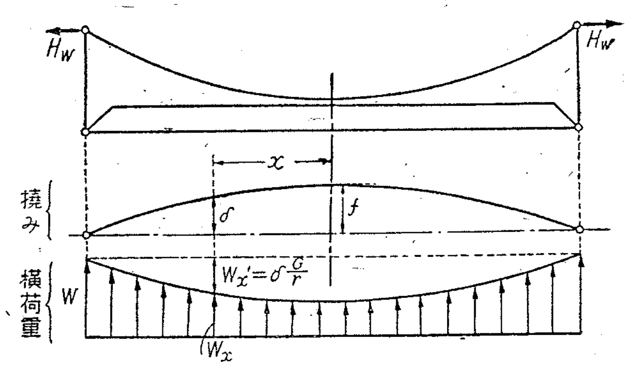
多くの吊橋は支間に比して其の幅員が甚だ狭いから横方向の剛性が尠く且つ其の重量は比較的輕く，結果として横方向に撓み易い。往時の吊橋には横方向剛性を增す目的から第14−10圖の平面的に示すやうにケーブルを含む平面を鉛直と爲さず之を傾けたものがあり，或は兩岸から補剛桁に斜に控綱を數本取付けたものもあるが，ケーブル面を傾けたものはその效果乏しく*，控綱を張る方法は横方向の分力少く反つて補剛材弦材に大なる壓縮力を與へる缺點がある。從つて之等は孰れも二次的設備であり，必要にして且つ有效なるものは普通橋梁に於けると同樣の補剛桁の横構である。一般に補剛桁は下路型にして且つポニイ·トラス的であるから，横構は下弦に取付けるのを普通とする。横方向から作用する單位風壓を $w'$ とする。特別の二次的設備の無い限り補剛桁横方向撓みを抑制するものは横構であつて，徑間の中央附近に於ては構造如何によつてはケーブルも亦上記の撓みの抑制を手傳ふのであるが，補剛桁は振子のやうに吊されてゐるのが其大部分であるからケーブルの補助作用は之を無視する方が實用的である。然るときは，$w$ なる風壓に對して抵抗する力は補剛桁横構の耐荷力 $w_x$ と重力による反力であつて(第14−11圖)，その釣合は



第 14−10 圖




第 14−11 圖




第 14−12 圖

* 或る例によれば，ケーブル面を鉛直に對して 1:10 だけ傾けたとき横方向撓みは僅か 1% 減ずるだけであつた。但し，此の方法は吊橋の横方向振動を急速に停止せしめるのに有效である。



$$w\cdot r-w_x\cdot r-G\cdot\delta=0$$

で示される。從つて横構に作用する荷重は $w_x$ と看做し得べく，任意點の横荷重は（第 14−12 圖），

$$w_x=w-G\cdot\frac{\delta}{r}=w-w'_x \cdots\cdots\cdots(14-87)$$

卽ち撓み $\delta$ の大なる個所程 $w_x$ は減少し荷重曲線は圖示の如き形となり，$\delta$ が決定できれば第 14−87 式の $w_x$ を横荷重として横構を設計すれば良いのである。撓み曲線は拋物線であつて中央點で $f$ なる拱矢があるとすれば，$\delta=f\left(1-4\cdot f\cdot\frac{x^2}{l^2}\right)$ であるから $w'_x$ 曲線は

$$w'_x=\frac{G\cdot f}{r}\left[1-\left(\frac{2\cdot x}{l}\right)^2\right]$$

$f$ の大さは別に假定を求める必要がある。

シュタインマンに據れば前記の $w_x$ と $w'_x$ との比は徑間の中央に於て，

$$\frac{w'_{x=0}}{w_x}=0.013\,\frac{g\cdot l^4}{r\cdot EI}\bigg/\left(1+0.013\frac{g\cdot l^4}{r\cdot EI}\right)\cdots\cdots\cdots(14-88)$$

式中，$I$=補剛桁慣性モーメント ; $g$=補剛桁重量

$w'_x$ は曲線的に變化し支點では零となるのであるが，$w'_x$ の平均値を $w'_{x=0}$ の 5/6 とすれば，設計風荷重は $w=w_x-\frac{5}{6}\cdot w'_{x=0}$ となるのである。例へば $w'_{x=0}/w_x=0.22$ ; $w_x=400$ kg/m なるときは，$w'_{x=0}=0.22\times400=88$ k/gm であつて，$w_x=400-\frac{5}{6}\cdot 88=327$ kg/m ; 支間 $l=200$ m とすれば中央部曲げモーメントは，$M=327\times200^2\div8=1{,}635{,}000$ kg/m ; 横構の桁高（補剛桁間隔）を $b=10$ m とすれば，弦材應力は $S=M\div b=163{,}500$ kg ; 弦材應力は支點に近づく程拋物線的に減少し支點では $S=0$ となる。

## §9. 吊橋撓度理論（正確解法）

**1) 概說** 前述の吊橋彈性理論は，拱橋その他の不靜定橋に於けるやうに彈性方程式を利用した應力解法の理論であつて，形狀の變化（變形）に因つて發生すべき二次（附加）應力は無視するのである。之は拱橋のやうに變形が比較的微小なる構造に於ては實用上に支障を生ずる程の誤差を與へないのであるが，ケーブル及び補剛桁は比較的纎細且つ撓曲し易いのであるから，吊橋の變形は比較的大であり變形應力には無視し得ざるものがある。

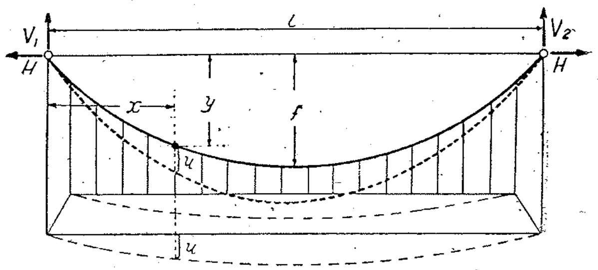
彈性理論に於ては，死荷重はケーブルによつて支へられ，補剛桁には死荷重應力無し，と假定してゐるが，之は架設時に於て吊材の長さの調節さへ適當であれば假定を實施する事が可能であり，ケーブルは死荷重に對して拋物物を呈す，との假定も之に基く誤差は微小である。

死荷重によるケーブルの形状の抛物線との最大差は

ウォリアムスブルク吊橋……0.43 呎 (0.4 %)
マンハッタン吊橋………0.16 呎 (0.2 %)
デラウェア河吊橋………1.09 呎 (0.55%)

併し乍ら，活荷重及び温度變化によつてケーブルは大なる變化し，この變形によつて次に述べるやうな二次的曲げモーメントが生ずるのである。玆に注意すべきは變形を考慮すれば結果に於てケーブル及び補剛桁の應力の減小する事であつて，彈性理論に依る設計は安全ではあるが不經濟であり，支間 500 m を超へるやうな吊橋では其の差が莫大であつて巨大支間吊橋の設計には撓度理論の確立が實用上必要となつて來たのである。

2) 基本式 第 14−13 圖に於てケーブルは活荷重によつて $\eta$ だけ撓むものとする。吊材の伸びは微小であるから此の場合に補剛桁撓みも亦 $\eta$ と考へる事は敢へて差支へない所である。




第 14−13 圖

補剛桁任意點の曲げモーメントは，

$$M=M_o-H(y+\eta)$$
$$=M_{od}+M_{ol}-(H_d+H_l)\cdot(y+\eta)$$

玆に $d$ 及び $l$ なる附記號は死荷重及び活荷重（温度變化を含む）の影響をそれぞれ示す。* 死荷重による曲げモーメントは零とする事が出來るから，$M=M_{od}-H_d\cdot y=0$, 依て，

$$M=M_{ol}-H_l\cdot y-(H_d+H_l)\eta \quad\cdots\cdots(14-89)$$

$M_{ol}$ は活荷重による補剛桁の單純梁曲げモーメントを示し，(以下，$M_{ol}$ を $M_o$ にて示す)
上式は撓度理論の基本式である。補剛桁の撓み曲線（彈性曲線）は，

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2\eta}{dx^2}&=-\frac{M}{EI}\\&=\frac{1}{EI}\left[-M_o+H_l\cdot y+(H_d+H_l)\,\eta\right.\\&=c^2\cdot\eta-\frac{c^2}{H_d+H_l}(M_o-H_l\cdot y)\\\text{玆に}\quad c^2&=\frac{1}{EI}(H_d+H_l)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(14-90)$$

* $H_d$ 及び $H_l$ は撓んだ後にケーブルに作用してゐる水平力である。



$I$ は補剛桁の慣性モーメントである。$\eta$ の二次微分方程式は，

$$\frac{d^2\eta}{dx^2}=c^2\cdot\eta+c^2\cdot f(x)$$

と書けばその解は，

$$\eta=A_1\cdot e^{c\cdot x}+A_2\cdot e^{-c\cdot x}-f(x)-\frac{1}{c^2}f''(x) \quad\cdots\cdots(14-91)$$

之に對して，$y=\frac{4\cdot f\cdot x}{l^2}(l-x)$ であるから $f''(x)=-\frac{8\cdot f}{l^2}$；$M_o$ の一般式については $f''(x)=-p=-$(活荷重強度) を代入すれば，

$$\eta=A_1\cdot e^{cx}+A_2\cdot e^{-cx}-\frac{1}{H_d+H_l}(H_l\cdot y-M_o)+\frac{1}{c^2(H_d+H_l)}\cdot\left(H_l\cdot\frac{8\cdot f}{l^2}-p\right)$$

或は，$A_1$ 及び $A_2$ に $\frac{C_1\cdot H_l}{H_d+H_l}$ 及び $\frac{C_2\cdot H_l}{H_d+H_l}$ を入れて，

$$\eta=\frac{H_l}{H_d+H_l}\left[C_1\cdot e^{cx}+C_2\cdot e^{-cx}+\frac{M_o}{H_l}-\frac{1}{c^2}\left(\frac{p}{H_l}-\frac{8\cdot f}{l^2}\right)-y\right] \quad\cdots\cdots(14-92)$$

本式はケーブルの撓みの一般式である。之を第 14−89 式に代入して，

$$M=-H_l\cdot\left[C_1\cdot e^{cx}+C_2\cdot e^{-cx}-\frac{1}{c^2}\left(\frac{p}{H_l}-\frac{8\cdot f}{l^2}\right)\right] \quad\cdots\cdots(14-93)$$

任意點の剪斷力は，

$$Q=\frac{dM}{dx}=-H_l\cdot c\left[C_1\cdot e^{cx}-C_2\cdot e^{-cx}\right] \quad\cdots\cdots(14-94)$$

かくして補剛桁の撓み，曲げモーメント，剪斷力は $H_l$, $p$ が與へられてゐるとき上記 3 式から算出する事が出來る。$\eta$ が比較的小量であるやうな場合には彈性理論から算出した $H_l$ を代用しても大差のない結果が得られる。

上記 3 式から分るやうに補剛桁の $\eta$, $M$, $Q$ は $p$ のみには比例しないのであつて，それは死荷重に因るケーブル水平力 $H_d$ が $c$ の値の中に含まれてゐるからである。從つて影響線を畫く事が不可能である。併し乍ら彈性理論による影響線を畫き之によつて大體の見當を付ければ試算を繰り返へす事によつて最大影響を求める事は可能である。

$Q$（第 14−94 式）を微分すれば補剛桁の單位長さに實際に作用する活荷重を求めることが出來る。

$$p-(s_1-s_0)=-\frac{d^2M}{dx^2}=-\frac{dQ}{dx}=H_l\cdot c^2\left[C_1\cdot e^{cx}+C_2\cdot e^{-cx}\right] \quad\cdots\cdots(14-95)$$

玆に $s_0$ 及び $s_1$ は死荷重及び死活兩荷重による（一般的に言へば最初及び最後の）吊材應力である。$s_1$ は本式に示される通り定値では無い。

**3) 水平力** 活荷重及溫度變化に因るケーブルの水平應力 $H_l$ を次に示す。ケーブルの爲す外的可能仕事は，吊材應力 $s_1$ 及びケーブル死荷重 $g$ に $\eta$ だけの變位を乘じたものであり，即ち

$$W_e=\Sigma\int_o^l (s_1+g)\eta\cdot dx \fallingdotseq \Sigma\frac{8f}{l^2}(H_a+H_l)\int_o^l \eta\cdot dx$$

式中 $\Sigma$ は各徑間に對する合計を意味す。ケーブル應力は $(H_a+H_l)\dfrac{ds}{dx}$ であり，その新なる伸びは，$A_c$ 及び $E_c$ をケーブルの斷面積及び $E$ とするとき，

$$\Delta ds=H_l\frac{ds}{dx}\cdot\frac{ds}{A_cE_c}=\frac{H_l}{A_cE_c}\cdot\frac{ds^2}{dx}\cdots\cdots\cdots\cdots(14-96)$$

である。ケーブルに於ける內的可能仕事は，溫度變化を入れて，

$$W_i=\Sigma(H_a+H_l)\left[\frac{H_l}{A_cE_c}\int_o^l\frac{ds^3}{dx^2}+\varepsilon t\int_o^l\frac{ds^2}{dx}\right]$$

ケーブルの曲線が拋物線を爲すと假定すれば，

$$\left.\begin{aligned}L_s&=\int\left(\frac{ds}{dx}\right)^3\cdot dx=l'\left(1+8\cdot n^2+\frac{96}{5}\cdot n^4\right)+2l_1'(\sec^3\alpha_1+8\cdot n_1^2)+2\cdot l_2\cdot\sec^3\alpha_2\\ L_t&=\int\left(\frac{ds}{dx}\right)^2\cdot dx=l'\left[1+\frac{16}{3}\cdot n^2\right]+2\cdot l_1'\left[\sec^2\alpha_1+\frac{16}{3}\cdot n_1^2\right]+2\cdot l_2\cdot\sec^2\alpha_2\end{aligned}\right\}(14-97)$$

此の記號を用ひれば，

$$W_i=(H_a+H_l)\frac{H_l}{E_cA_c}\cdot L_s+(H_a+H_l)\,\varepsilon\cdot t\cdot L_t$$

內外の仕事は相等しかるべきにより $(W_e=W_i)$，

$$\Sigma\frac{8f}{l^2}\int_o^l\eta\,dx=\frac{H_l}{E_cA_c}L_s+\varepsilon\cdot t\cdot L_t$$

此の式中の $\eta$ に第 14—92 式を代入すれば，

$$\Sigma K\int_o^l\left[C_1\cdot e^{cx}+C_2\cdot e^{-cx}+\left(\frac{M_o}{H_l}-y\right)-\frac{1}{c^2}\left(\frac{p}{H_l}-\frac{8f}{l^2}\right)\right]dx=\frac{c^2l^2}{8f}\left(\frac{EI}{A_cE_c}L_s+\frac{EI}{H_l}\cdot\varepsilon\cdot t\cdot L_t\right)$$

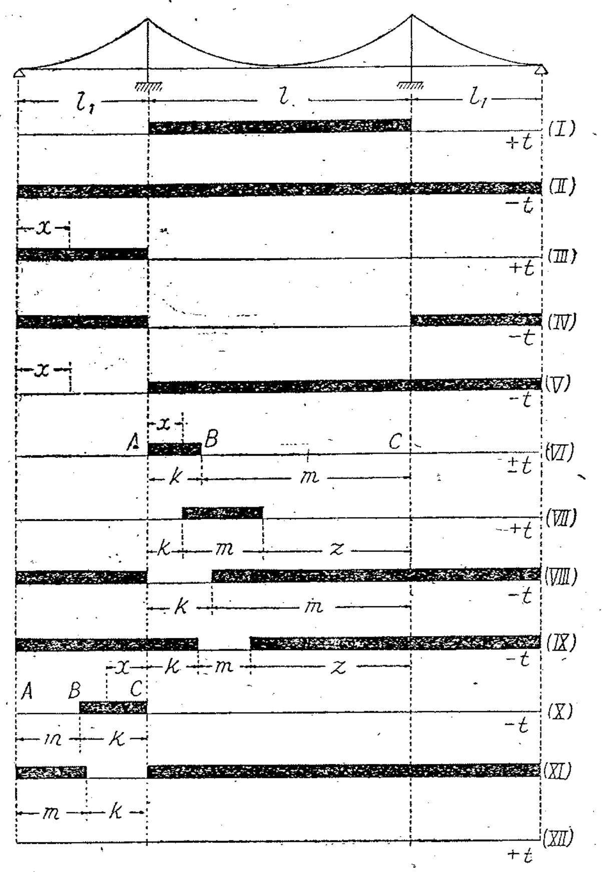
之から $H_l$ を求めれば，

$$H_l=\frac{\Sigma K\int_o^l\left(M_o-\frac{p}{c^2}\right)dx\mp rc^2EI\cdot\varepsilon\cdot t\cdot L_t}{\Sigma K\left[-\int_o^l(C_1\cdot e^{cx}+C_2\cdot e^{-cx})\,dx+\frac{2}{3}fl-\frac{l}{rc^2}\right]+rc^2\cdot\frac{I}{A_c}\cdot\frac{E}{E_c}\cdot L_s}\cdots(14-98)$$

$$\left(\text{式中 } r=\frac{l^2}{8f}\ ;\ c^2=\frac{H_a+H_l}{EI}\ ;\ K=\frac{f_1/l_1^2}{f/l^2}=\frac{r}{r_1}\right)$$



而して玆に $E$ 及び $I$ は補剛桁の彈性係數及び慣性モーメントである。本式は $H$ の基本式であつて，$\Sigma$ は各徑間の合計を示し，$K$ は中央徑間の $f/l^2$ に對する他徑間の $f/l^2$ の比であり，中央徑間に對しては $K=1$，側徑間に對する $K_1$ は一般に 1.00～1.05 の間に介在し，側徑間に補剛桁なきときは $K_1=0$ である。本式は其の右邊に $H_l$ を含んでゐないやうに見えるが，$c$, $C_1$,$C_2$ は $H_l$ の函數であるから，一回にして $H_l$ を解くことは不可能であつて，即ち試算により逐次的に其の精値を求めなければならない。




第 14—14 圖

積分定値 $C_1$ 及び $C_2$ は載荷狀態の如何に關係する。載荷狀態としては第 14—14 圖に示す (I)～(V) がそれぞれ特異なる影響を與へる代表的載荷を示すのであるが，之等を更に細分すれば (VI)～(XI) の狀態となる。簡單の爲に補剛桁慣性モーメントは定値であると看做すとき，$C$ の値は凡そ次の 3 種に分類される。

(1) 第 14—14 圖 (I) の如き場合 第 14—93 式に於て $x=0$ 及び $x=l$ なるとき $M=0$ たるべき關係から $C$ を求めれば，

$$C_1=\frac{1}{c^2(1+e^{cl})}\left(\frac{p}{H_l}-\frac{1}{r}\right)\ ;\ C_2=C_1\cdot e^{cl}\cdots\cdots\cdots\cdots(14-99)$$

(II)～(V) の載荷に對しても同樣である。而して側徑間に對しては $c_1$ ; $l_1$ : $r_1$ が用ひられる。

(2) 第 14—14 圖 (VI) の如き場合 中央徑間の載荷部と無載部を別個に考へる必要がある。此の場合は次に示すやうに 2 組の $C$ の値がある。

(3) 第 14−14 圖 $(VII)$ の如き場合　$k, m, z$ の各部分に夫れ夫れ一組の $c$ の値がある。

次に第 14−14 圖 $(VI)$ の場合に就いて水平力 $H$ の算法を示す。

載荷部分の補剛桁撓み (彈性曲線) は第 14−92 式から，

$$\eta_1=\frac{H_d}{H_d+H_l}\left[C_1\cdot e^{cx}+C_2\cdot e^{-cx}+\frac{M_o}{H_l}-y-\frac{1}{c^2}\left(\frac{p}{H_l}-\frac{8\cdot f}{l^2}\right)\right]_o^k$$

無載荷部分に對しては，$p=0$ であるから，

$$\eta_2=\frac{H_d}{H_d+H_l}\left[C_3\cdot e^{cx}+C_4\cdot e^{-cx}+\frac{M_o}{H_l}-y+\frac{8\cdot f}{c^2l^2}\right]_k^l$$

この彈性曲線は $x=k$ なる $B$ 點に於て，

$$\eta_1=\eta_2\quad;\quad\frac{d\eta_1}{dx}=\frac{d\eta_2}{dx}$$

たるべきであり，且つ支點に於ては $(x=0\ ;\ x=l)$

$$\eta_1=0\quad;\quad\eta_2=0$$

である。この 4 條件式によつて $C_1$ ; $C_2$ ; $C_3$ ; $C_4$ を解くことが出來る。

$$\left.\begin{aligned}
C_1&=\frac{1}{e^{cl}-e^{-cl}}\left[\frac{p}{2H_l\cdot c^2}\left(e^{cm}+e^{-cm}-2\,e^{-cl}\right)-\frac{1}{c^2r}\left(1-e^{-cl}\right)\right]_o^k\\
C_2&=-C_1+\frac{1}{c^2}\left(\frac{p}{H_l}-\frac{1}{r}\right)\\
C_3&=\frac{1}{e^{cl}-e^{-cl}}\left[\frac{p}{2H_l\cdot c^2}(e^{-cm}+e^{-c(l+k)}-2e^{-cl})-\frac{1}{c^2r}(1-e^{-cl})\right]_k^l\\
&=C_1-\frac{p}{2\,H_l\cdot c^2}\cdot e^{-ck}\\
C_4&=C_2-\frac{p}{2H_l\cdot c^2}\cdot e^{ck}
\end{aligned}\right\}\cdots(14-100)$$

第 14−98 式に示す $H_l$ の一般式に於ける分母の $-\int_o^l(C_1\cdot e^{cx}+C_2\cdot e^{-cx})\,dx$ は

$$-\int_o^k\left(C_1\cdot e^{cx}+C_2\cdot e^{-cx}\right)dx-\int_k^l(C_3\cdot e^{cx}+C_4\cdot e^{-cx})\,dx$$

$$=\frac{1}{c}\,(C_1-C_3\cdot e^{cl}+C_4\cdot e^{-cl})$$

となる。同樣にして分子に於ては，

$$\int_o^l\left(M_o-\frac{p}{c^2}\right)dx=\int_o^k\left(M_o-\frac{p}{c^2}\right)dx+\int_k^l M_o\cdot dx$$

玆に $M_o$ は $k$ の間の荷重に對する支間 $l$ なる單純梁の $M$ であつて，其の結果は，

$$p\cdot k\left[\frac{k}{12}\,(3\,l-2\,k)-\frac{1}{c^2}\right]$$



かくして第 14−14 圖 $(V)$ の部分的分布荷重に對しての $H_l$ は.

$$\left.\begin{aligned}
H_l&=\frac{pk\left[\frac{k}{12}\left(3l-2k\right)-\frac{1}{c^2}\right]}{(G)}\\
(G)&=\frac{1}{c^3}\left[\frac{2}{r}\cdot\frac{e^{cl}-1}{e^{cl}+1}+\frac{p}{H_l}\cdot\frac{1}{e^{cl}-e^{-cl}}(2+e^{cm}+e^{-cm}-e^{cl}-e^{-cl}-e^{ck}\right.\\
&\quad\left.-e^{-ck})\right]\\
&\quad+\frac{2}{3}f\cdot l-\frac{1}{c^2r}+\left[\frac{1}{c_1^3}\left(\frac{32f_1}{l_1^2}\cdot\frac{e^{c_1l_1}-1}{e^{c_1l_1}+1}\right)+\frac{4}{3}f_1l_1-\frac{2}{c_1^2\cdot r_1}\right]K\\
&\quad+r\cdot L_s\left(\frac{I\cdot E}{A_c\cdot E_e}\cdot c^2+\cdot\varepsilon\cdot t\cdot\frac{H_d+H_l}{H_l}\cdot\frac{L_t}{L_s}\right)
\end{aligned}\right\}\cdots(11-101)$$

米國に於ける常用公式にあつては上式右邊に含まれてゐる $H_l$ を整理して，

$$\left.\begin{aligned}
H_l&=\frac{[VI]}{(D)}\\
\text{式中}\quad[VI]&=pk\left[\frac{k}{12}(3l-2k)-\frac{1}{c^2}\right]-\frac{p}{c^3(e^{cl}-e^{-cl})}[2-e^{cl}-e^{-cl}\\
&\quad-e^{ck}-e^{-ck}+e^{cm}+e^{-cm}]-r\cdot c^2\cdot EI\cdot\varepsilon\cdot t\cdot L_t\\
[D]&=\Sigma K\left[\frac{2}{r\cdot c^3}\cdot\frac{(e^{cl}-1)}{(e^{cl}+1)}+\frac{2}{3}f\cdot l-\frac{l}{r\cdot c^2}\right]+r\cdot c^2\cdot\frac{I}{A_c}\cdot\frac{E}{E_c}\cdot L_s\\
&=\left[\frac{2}{r\cdot c^3}\cdot\frac{(e^{cl}-1)}{(e^{cl}+1)}+\frac{2}{3}f\cdot l-\frac{l}{r\cdot c^2}\right]+2K_1\left[\frac{2}{r\cdot c_1^3}\cdot\frac{(e^{c_1l_1}-1)}{(e^{c_1l_1}+1)}\right.\\
&\quad\left.+\frac{2}{3}f_1\cdot l_1-\frac{l}{r\cdot c_1^2}\right]+r\cdot c^2\cdot\frac{I}{A_c}\cdot\frac{E}{E_c}\cdot L_s
\end{aligned}\right\}\cdots(14-102)$$

玆に $[VI]$ では溫度上昇を含み下降の場合は末項の符號を (+) とする。$[D]$ は $p, k, t$ に無關係なる値であるから何れの載荷狀態の $H_l$ 公式に於ても共通であるが，$c$ の中には $H$ を含んでゐるから各載荷狀態によつて其の大さは異る。實際問題としては $H_l$ の種々な値に對する $[D]$ を豫め計算して之を圖表化し，最初に推定の $H_l$ を以て上式から $H_l$ を求め逐次修正して $H_l$ の確値を算出する。

第 14−14 圖 $(I)$ の狀態に對しては，$k=l$ ; $m=0$ とすれば，溫度變化を省略して分子は，

$$(I)=H_l(D)=pl\left(\frac{l^2}{12}-\frac{1}{c^2}\right)+\frac{2p}{c^3}\cdot\frac{(c^{cl}-1)}{(c^{cl}+1)}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14-103)$$

溫度變化の $H$ に及ぼす影響を別個に扱はんとするときは，第 14−102 式より，

$$(\text{分子})=H_t\cdot(D)=\mp r\cdot c^2\cdot EI\cdot\varepsilon\cdot t\cdot L_t\cdots\cdots\cdots\cdots(14-104)$$

補剛桁任意點の曲げモーメントは，

$$\left.\begin{aligned} M_x &= -H_l\left[C_1\cdot e^{cx}+C_2\cdot e^{-cx}+\frac{1}{c^2}\left(\frac{8f}{l^2}-\frac{p}{H_l}\right)\right]\cdots 0<x<k \\ &= -H_l\left[C_3\cdot e^{cx}+C_4\cdot e^{-cx}+\frac{8f}{c^2l^2}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots k<x<l \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(14-105)$$

剪断力は

$$\left.\begin{aligned} Q_x &= -H_l\cdot c\left[C_1\cdot e^{cx}-C_2\cdot e^{-cx}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots 0<x<k \\ &= -H_l\cdot c\left[C_3\cdot e^{cx}-C_4\cdot e^{-cx}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots k<x<l \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(14-106)$$

$H_l$ に關しては影響線を作り得ないのであるから，$M_{最大}$（$M_{最小}$）を生ぜしめる荷重位置を求むべき方法なく，よつて甚だ迂遠なるが如き觀はあるが，$k=0.1l$；$k=0.2l,\cdots\cdots$ の如き各載荷狀態に對する $H$ を求め，之から $M$ 及び $Q$ を算定してその最大（最小）を決定せざるを得ないのである。理論的なる $M_{最大}$ の點は $\frac{dM}{dx}=0$ から求めることが出來る。即ち，

$$x=(\log C_2-\log C_1)/2c\cdot\log e\cdots\cdots\cdots\cdots(14-107)$$

以上の主旨に據る各種載荷に對して，第 15−102 式に相當する $H_l$ 及び之に附隨する $C$ の値を列記すれば凡そ次の通りである。但し，

$$H_l=\frac{(N)}{(D)}\cdots\cdots\cdots\cdots(14-108)$$

$(D)$ は第 14−102 式に於けると同一であり，載荷狀態は第 14−14 圖に依るものとする。

**(III) の場合**　溫度上昇　（左側徑間に $M_{最大}$；$Q_{最小}$ の生ずる場合）

$$(N)=K_1pl_1\left(\frac{l_1^2}{12}-\frac{1}{c_1^2}\right)+\frac{2K_1p\,(e^{c_1l_1}-1)}{C_1^3\,(e^{c_1l_1}+1)}-rc^2\cdot EI\cdot\varepsilon t\cdot L_t$$

$$C_1=\frac{\left(\frac{p}{H_l}-\frac{1}{r_1}\right)}{c_1^2\,(1+e^{c_1l_1})}\;;\;C_2=C_1\cdot e^{c_1l_1}$$

**(V) の場合**　溫度下降　（左側徑間に $M_{最小}$：$Q_{最小}$ の生ずる場合）

$$(N)=pl\left(\frac{l^2}{12}-\frac{1}{c^2}\right)+K_1pl_1\left(\frac{l_1^2}{12}-\frac{1}{c_1^2}\right)+\frac{2p(e^{cl}-1)}{c^3(e^{cl}+1)}+\frac{2K_1p(e^{c_1l_1}-1)}{c_1^3\,(e^{c_1l_1}+1)}$$

$$+rc^2\cdot EI\cdot\varepsilon t\cdot L_t$$

$$C_1=-\frac{1}{r_1c_1^2(1+e^{c_1l_1})}\;;\;C_2=C_1e^{c_1l_1}$$



**(VI) の場合**　溫度上昇　（中央徑間に $M_{最大}$；$Q_{最大}$ の生ずる場合）

第 14−100；102 式に同じ

**(VII) の場合**　溫度上昇　（中央徑間に $M_{最大}$；$Q_{最大}$ の生ずる場合）

$$(N)=pm\left[\frac{1}{4}k\,(l-k)+z\,(l-z)+\frac{m^2}{12}-\frac{1}{c^2}\right]$$

$$-\frac{p}{c^2(e^{cl}-c^{-cl})}\left[e^{ck}+e^{-ck}+e^{cz}+e^{-cz}-e^{c(l-k)}-e^{-c(l-k)}-e^{c(l-z)}-e^{-c(l-z)}\right]$$

$$-r\cdot c^2\cdot EI\cdot\varepsilon\cdot t\cdot L_t$$

$$C_1=\frac{p}{2H_l\cdot c^2}-\frac{\left[e^{cz}+e^{-cz}-e^{-cl}(e^{ck}+e^{-ck})\right]}{(e^{cl}-e^{-cl})}-\frac{1}{r\cdot c^2(1+e^{cl})}$$

$$C_2=-C_1+\frac{p}{2H_l\cdot c^2}\,(e^{ck}+e^{-ck})-\frac{1}{rc^2}$$

**(VIII) の場合**　溫度下降　（中央徑間に $M_{最小}$；$Q_{最小}$ の生ずる場合）

$$(N)=pl\left(\frac{l^2}{12}-\frac{1}{c^2}\right)+2K_1\cdot pl_1\left(\frac{l_1^2}{12}-\frac{1}{c_1^2}\right)+\frac{2p\,(e^{cl}-1)}{c^3\,(e^{cl}+1)}+\frac{4K_1p(e^{c_1l_1}-1)}{c_1^3\,(e^{c_1l_1}+1)}$$

−[(VI) の場合の分子]

$$C_1=-\frac{p}{2H_lc^2}\cdot\frac{(e^{cm}+e^{-cm}-2)}{(^{cl}-e^{-cl})}-\frac{1}{r\cdot c^2(1+e^{cl})}\;;\;C_2=-C_1-\frac{1}{r\cdot c^2}$$

**(IX) の場合**　溫度下降　（中央徑間に $M_{最小}$；$Q_{最小}$ の生ずる場合）

$$(N)=pl\left(\frac{l^2}{12}-\frac{1}{c^2}\right)+2K_1\cdot pl_1\left(\frac{l_1^2}{12}-\frac{1}{c_1^3}\right)+\frac{2p(e^{cl}-1)}{c^3(e^{cl}+1)}+\frac{4K_1\cdot p\,(c^{c_1l_1}-1)}{c_1^3\,(e^{c_1l_1}+1)}$$

−[(VII) の場合の分子]

$$C_1=\frac{p}{2H_l\cdot c^2}\cdot\frac{\left[e^{-cl}(e^{ck}+e^{-ck})-e^{cz}-e^{-cz}\right]}{(e^{cl}-e^{-cl})}+\frac{1}{c^2(1+e^{cl})}\left(\frac{p}{H_l}-\frac{1}{r}\right)$$

$$C_2=-C_1-\frac{p}{2H_l\cdot c^2}\,(e^{ck}+e^{-ck})+\frac{1}{c^2}\left(\frac{p}{H_l}-\frac{1}{r}\right)$$

**(X) の場合**　溫度上昇　（左側徑間に $Q_{最小}$ の生ずる場合）

$$(N)=K_1pl\left[\frac{k}{12}\,(3l_1-2k)-\frac{1}{c_1^2}\right]-\frac{K_1\cdot p}{c_1^3(e^{c_1l_1}-e^{-cl})}\left[2-e^{c_1l_1}-e^{-c_1l_1}-e^{c_1k}-e^{-c_1k}+e^{c_1m}+e^{-c_1m}\right]$$

$$-r\cdot c^2\cdot E\cdot I\cdot\varepsilon\cdot t\cdot L_t$$

$$C_1=\frac{p}{2H_l\cdot c_1^3}\cdot\frac{(e^{clm}+e^{-clm}-2e^{-c_1l_1})}{(e^{c_1l_1}-e^{-c_1l_1})}-\frac{1}{r_1c_1^2\,(1+e^{c_1l_1})}\;;\;C_2=-C_1+\frac{1}{c_1^2}\left(\frac{p}{H_l}-\frac{1}{r_1}\right)$$

**(XI) の場合**　溫度下降　（左側徑間に $Q_{最小}$ の生ずる場合）

$$(N=pl\left(\frac{l^2}{12}-\frac{1}{c^2}\right)+2K_1\cdot pl_1\left(\frac{l_1^2}{12}-\frac{1}{c_1^2}\right)+\frac{2p}{c^3}\cdot\frac{(e^{cl}-1)}{(e^{cl}+1)}+\frac{4K_1\cdot p}{c_1^3}-[(X)の場合の分子]$$

$$C_1=\frac{p}{2H_l\cdot c_1^2}\cdot\frac{(e^{c_1k}+e^{-c_1k}-2e^{-c_1l_1})}{(e^{c_1l_1}-e^{-c_1l_1})}-\frac{1}{r_1\cdot c_1{}^2(1+e^{c_1l_1})}$$

$$C_2=-C_1+\frac{1}{c_1^2}\left(\frac{p}{H}-\frac{1}{r}\right)$$

**(XII) の場合**　無載荷　(溫度變化のみに因る影響)

上記諸公式は荷重なく ($p=0$) 單に溫度變化のみ在る場合に對しては，

$$H_t=\frac{\pm r\cdot c^2\cdot \varepsilon t\cdot EI\cdot L_t}{(D)}$$

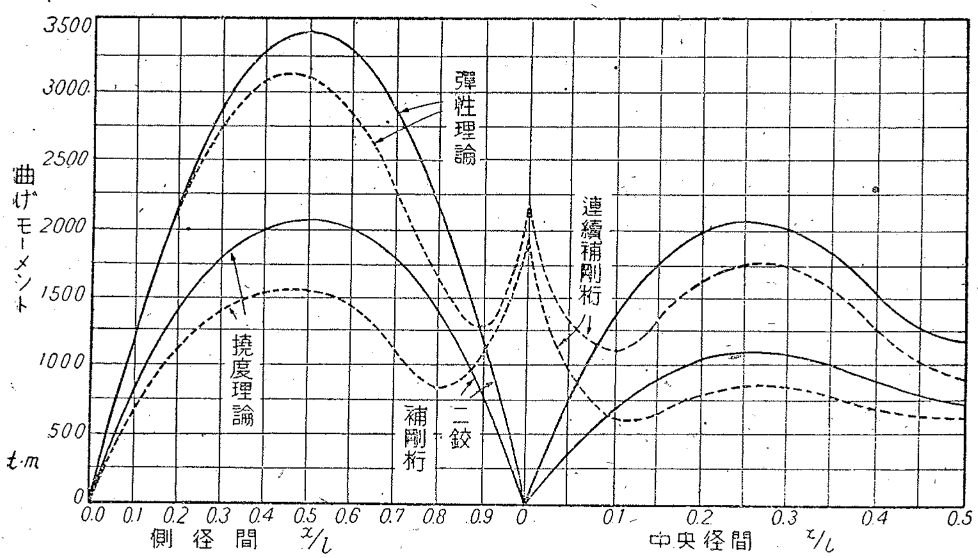
$$C_1=-\frac{1}{r\cdot c^2(1+e^{cl})}\quad ;\quad C_2=C_1\cdot e^{cl}$$

然るときは;

$$M_t=-H_t\left(C_1\cdot e^{cx}+C_1\cdot e^{-cx}+\frac{1}{rc^2}\right)$$

$$\text{最大}\ M_t=-H_t\left(2C_1\cdot e^{\frac{cl}{2}}+\frac{1}{rc^2}\right)\cdots\cdots\cdots\left(x=\frac{l}{2}\right)$$

$$\eta_t=\frac{H_t}{H_a+H_t}\left[2C_1\cdot e^{\frac{cl}{2}}-f+\frac{1}{rc^2}\right]\cdots\cdots\cdots\left(x=\frac{l}{2}\right)$$

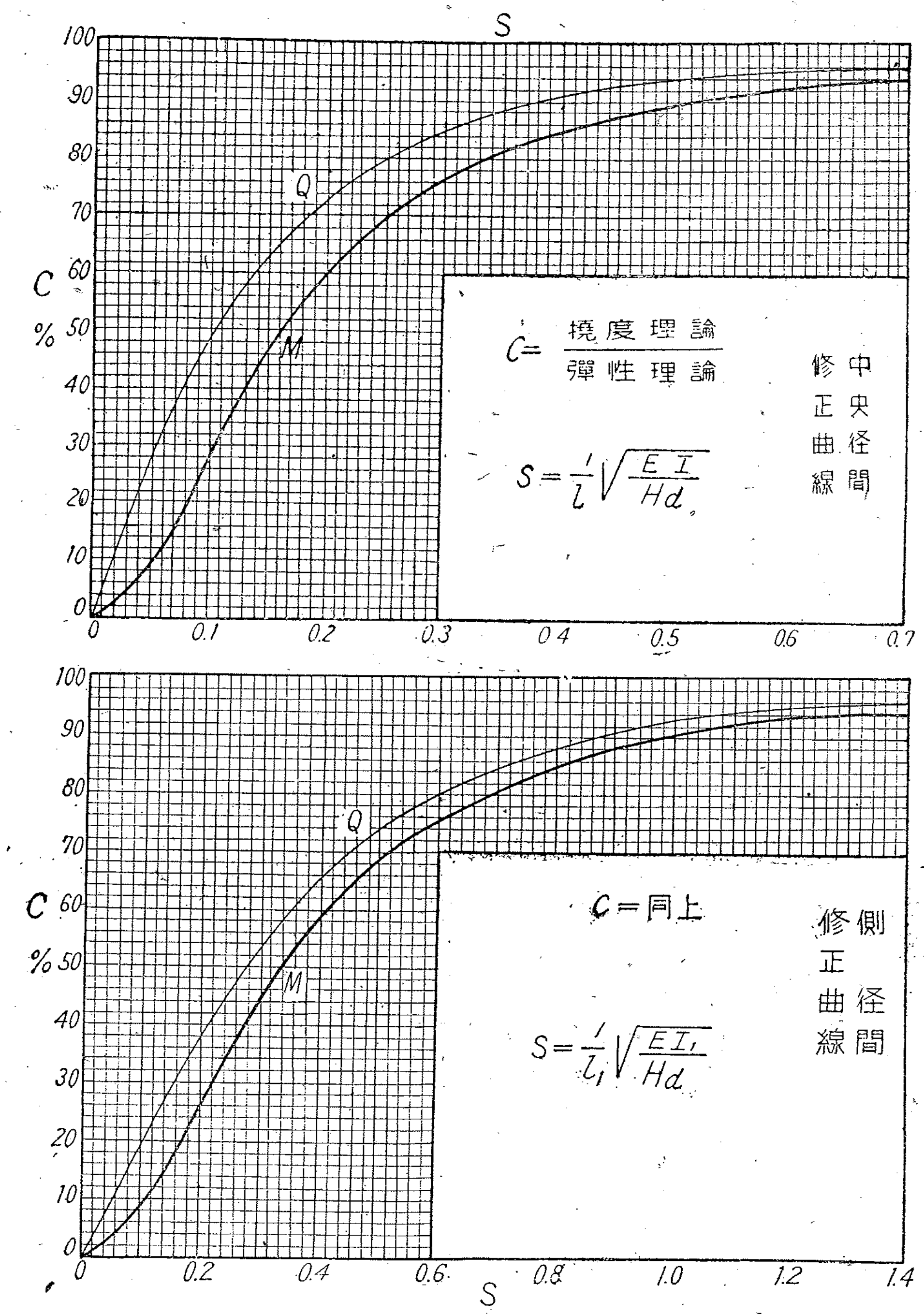



第 14-15 圖

既に $H_t$ の値が決定されゝば第 14-93,94 式から $M$ 及び $Q$ が決定される。而して第 14-15 圖は彈性理論及び撓度理論による同一吊橋の最大曲げモーメントの比較を示す。



本圖は中央支間 $l=244$ m，側徑間 $l_1=122$ m，*Steinman* の計算に據るものである。撓度理論に據る吊橋の計算は以上に示すやうに甚しく手數を要するものであるが，設計々算に




第 14-16 圖

於て比較的簡易なる彈性理論を用ひたとき，若し撓度理論を以てすれば應力は如何程減少するかを知る事は屢々必要である。第 14—16 圖は 2 鉸吊橋に就て活荷重應力を比較した *Steinman* の圖表である。

撓度理論に於ては新に死荷重 $g$ による及び撓み $\eta$ の項が這入つて來るから (第14—90 式)，死荷重及び撓みが增加すれば應力が減少する。從つて支間が大であれば應力は減少する。反對に，$EI$ 及び $f$ が大であれば應力は增大する。之等を考慮に入れれば，

$$\text{剛性係數}\quad S=\frac{1}{l}\sqrt{\frac{EI}{H_d}}=\frac{1}{l^2}\sqrt{\frac{8fEI}{g}}$$

によつて應力減少率は變化するのである。第 14—16 圖の $C$ は兩理論による各活荷重應力の比を示す。但し，$l:l_1=2:1$，$f:l=1:10$，死活兩荷重の比は 3:1 を標準とする。

## §10.　三徑間二鉸補剛吊橋計算

### 1)　普通解法 (彈性理論に依る)

**(1)　寸法及び其他の値**　第 14—17 圖に示したる 3 徑間 2 鉸補剛吊橋の應力を普通に行ふ假定 (§ 2. 參照) を以て解くものとする。

$$l=200\text{ m}\qquad l_1=100\text{ m}\qquad r=\frac{l_1}{l}=0.5$$

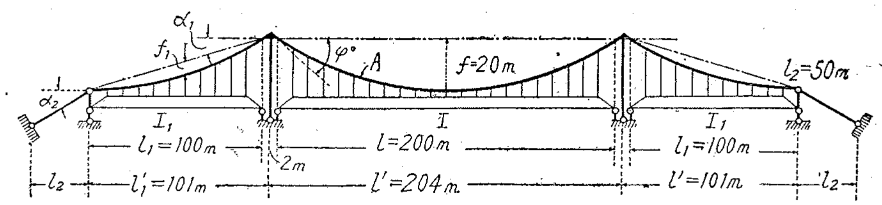
$$A_c=400\text{ cm}^2\qquad I=0.2\text{ m}^4\qquad I_1=0.18^{4}$$

$$f=20\text{ m}\qquad f_1=\frac{l_1^2}{l^2}\cdot f=\frac{f}{4}=5\text{ m}\qquad v=\frac{f_1}{f}=0.25$$

$$n=\frac{f}{l}=0.1\qquad n_1=\frac{f_1}{l_1}=0.05\qquad i=\frac{I}{I_1}=1.11$$

$$\tan\alpha_1=0.25\qquad \tan\alpha_2=0.40\qquad t=15^\circ C$$

死荷重　$g=3.5\ \ t/\text{m}$　　　活荷重　$p=1.0\ \ t/\text{m}$




第　14—17　圖　(I)

**(2)　ケーブルの長さ及び水平力**　第 14—13，23 式より



$$L=l'\left(1+\frac{8}{3}n^2-\frac{32}{5}\cdot n^4\right)+2\cdot l_1'\left(\sec\alpha_1+\frac{8}{3}\cdot\frac{n_1^2}{\sec^3\alpha_1}\right)+2\cdot l_2\cdot\sec\alpha_2$$

$$=525.15\text{ m}$$

第 14—39 式により

$$L_s=l'\left(1+8\cdot n^2+\frac{96}{5}\cdot n^4+2\cdot l_1'\left(\sec^3\alpha_1+8\cdot n_1^2\right)+2\cdot l_2\cdot\sec^3\alpha_2=571.06\,m\right.$$

第 14—70 式によれば，

$$L_t=l'\left[1+\frac{16}{3}\cdot n^2\right]+2\cdot l_1'\left[\sec^2\alpha_1+\frac{16}{3}\cdot n_1^2\right]+2\cdot l_2\cdot\sec^2\alpha_2=556.68\,m$$

第 14—41 式に示される $H$ 公式の分母 $N$ の大さは，

$$N=\frac{8}{5}(1+2\cdot i\cdot r\cdot v^2)+\frac{3}{f^2\cdot l}\cdot\frac{I}{A_c}\cdot\frac{E}{E_c}\cdot L_s=1.700+0.126=1.826$$

死荷重に因るケーブル引張力は

$$H_d=\frac{g\cdot l^2}{8\cdot f}=\frac{g\cdot l}{8\cdot n}=\frac{3.5\times 200}{8\times 0.1}=875\text{ t}$$

活荷重滿載に因る $H$ は第 14—50 式により，

$$H_l=\frac{p\cdot l}{5\,N\cdot n}\cdot(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)=234\text{ t}$$

溫度變化に基く $H$ は

$$H_t=\mp\frac{3\,E\cdot I\cdot\varepsilon\cdot t}{f^2\cdot l\cdot N}L_t\fallingdotseq\mp 7.2\text{ t}$$

以上 3 者を合計した最大値は，　$H_{\text{最大}}=1{,}179\text{ t}$

**(3)　中央徑間曲げモーメント**　全徑間に活荷重滿載の場合は第 14—58 式から

$$M_{\text{全}}=\frac{1}{2}p\cdot l^2\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1-\frac{8}{5N}(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)\right]=1{,}260\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)$$

曲げモーメント正負の分岐點は第 14—56 式を利用し，

$$C_{3(e)}=N\cdot n\cdot\frac{x}{y}=0.1826\cdot\frac{x}{y}$$

此の値を計算して前掲の表の $C_3$ に從つて $\frac{e}{l}$ を逆算し，次に此の $\frac{e}{l}$ から $C_{4(e)}$ を求める。$M_{\text{最小}}$ は第 14—57 式から，

$$M_{\text{最小}}=-\frac{2\cdot p\cdot l^2}{5\cdot N}\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[C_{4(e)}+4\cdot i\cdot r^3\cdot v\right]$$

$$=-8{,}706\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)[C_{4(e)}+0.0555]$$

第2の正負分岐點は $\frac{x}{l}>\frac{N}{4}=0{\cdot}457$ に於て生じる。最大正曲げモーメントは $M_{最大}=M_{全}-M_{最小}$ から求められる。溫度變化によつて生ずる $M$ は第 14−72 式から

$$M_t=\mp H_t\cdot 4\cdot f\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)=\pm 576\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)$$

中央徑間 10 分點の曲げモーメントは凡そ次表の通りである。

| $\frac{x}{l}$ | $C_{3(e)}$ | $\frac{e}{l}$ | $C_{4(e)}$ | $M_{全}$ | $M_{最小}$ | $M_{最小}$ | $M_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.4546 | 0.370 | 0.483 | 0 | 0 | 0 | ± 0 |
| 0.1 | 0.5067 | 0.407 | 0.400 | 113.4 | −359.10 | 472.5 | 51.84 |
| 0.2 | 0.5706 | 0.462 | 0.297 | 201.6 | −555.82 | 757.4 | 92.16 |
| 0.3 | 0.6521 | 0.525 | 1.843 | 264.6 | −436.90 | 701.5 | 120.96 |
| 0.5 | 0.7608 | 0.615 | 0.085 | 302.4 | −295.39 | 597.8 | 138.24 |
| 0.6 | 0.9130 | 0.775 | 0.010 | 315.0 | −143.45 | 458.4 | 144.00 |

(4) **中央徑間剪斷力**　各徑間に荷重滿載なるとき第 14−67 式から,

$$Q_{全}=\frac{1}{2}\,p\cdot l\left(1-2\frac{x}{l}\right)\left[1-\frac{8}{5N}\,(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v)\right]=6.3\left(1-2\frac{x}{l}\right)$$

中央徑間に於て問題の點から右端迄載荷した場合に對しては第 14−64 式から,

$$Q_{最大}=\frac{1}{2}\,p\cdot l\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\left[1-\frac{8}{N}\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)\cdot C_{5(x)}\right]$$

$$=100\cdot\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\left[1-4.383\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)\cdot C_{5(x)}\right]$$

$\frac{x}{l}<\frac{1}{2}\left(1-\frac{N}{4}\right)=0.277$ なる點に於て第2の $Q=0$ を生じ, 第 14−65 式により

$$C_{3(e)}=\frac{N}{4\left(1-\frac{2x}{l}\right)}=0.4565\frac{1}{1-2\cdot\frac{x}{l}}$$

を計算して逆に $\frac{e}{l}$ を表から求める。之に差加へるべき $Q$ は第 14−66 式により

$$Q=\frac{1}{2}\,p\cdot l\left(1-\frac{e}{l}\right)^2\left[\frac{8}{N}\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)C_{5(e)}-1\right]$$

$$=100\left(1-\frac{e}{l}\right)^2\left[4.383\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)C_{5(e)}-1\right]$$

溫度變化に因る剪斷力は第 14−72 式により,

$$Q_t=\mp\frac{4f}{l}\left(1-2\frac{x}{l}\right)=\pm 0.72\left(1-2\frac{x}{l}\right)$$

以上を纏めれば中央徑間の剪斷力は次表の通りである。



| $\frac{x}{l}$ | $C_{5(x)}$ | $Q_{最大}$ | $C_{3(e)}$ | $\frac{e}{l}$ | $C_{5(d)}$ | $Q$ | $Q_{全}$ | $Q_{最大}$ | $Q_{最小}$ | $Q_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.4000 | 12.34 | 0.4565 | 0.370 | 0.703 | 21.45 | 6.3 | 33.8 | −27.5 | 0.72 |
| 0.1 | 0.4816 | 12.61 | 0.5706 | 0.458 | 0.777 | 10.65 | 5.0 | 23.3 | −18.3 | 0.58 |
| 0.2 | 0.5648 | 16.47 | 0.7983 | 0.623 | 0.880 | 2.24 | 3.8 | 18.7 | −14 9 | 0.43 |
| 0.3 | 0.6472 | 21.20 | 1.1413 | | | | 2.5 | 21.2 | −18.7 | 0.29 |
| 0.4 | 0.7264 | 24.54 | | | | | 1.3 | 24.5 | −23.2 | 0.14 |
| 0.5 | 0.8000 | 25.00 | | | | | 0 | 26.0 | −25.0 | 0 |

(5) **側徑間に於ける曲げモーメント及び剪斷力**

曲げモーメントは第 14−62, 63 及び 72 式から求め得られる。

$$M_{1\cdot 最小}=-\frac{1}{2}\,p\cdot l_1^2\cdot\frac{x_1}{l_1}\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)\left[\frac{8}{5\cdot N}\cdot\frac{v}{r^2}\,(1+i\cdot r^3\cdot v)\right]$$

$$=-4.533\frac{x_1}{l_1}\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)$$

$$M_{1\cdot 最大}=\frac{1}{2}\,p\cdot l_1^2\cdot\frac{x_1}{l_1}\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)\left[1-\frac{x_1}{l_1}\cdot i\cdot r\cdot v^2\right]=4{,}848\cdot\frac{x_1}{l_1}\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)$$

$$M_{1\cdot t}=\mp H_t\cdot 4\cdot f\cdot\frac{x_1}{l_2}\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)=\pm 144\frac{x_1}{l_1}\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)$$

剪斷力は第 14−68, 72 式から

$$Q_{1\cdot 最大}=\frac{1}{2}\,p\cdot l_1\left(1-\frac{x_1}{l_1}\right)^2\left[1-\frac{8}{N}\cdot r\cdot i\cdot v^2\left(\frac{1}{2}-\frac{x_1}{l_1}\right)C_{5(x)}\right]$$

$$=50\left(l-\frac{x_1}{l_1}\right)^2\left[1-0.152\left(\frac{1}{2}-\frac{x_1}{l_1}\right)C_{5(x)}\right]$$

$$Q_{1\cdot 全}=\frac{1}{2}\,p\cdot l_1\left(1-2\frac{x_1}{l_1}\right)\left[1-\frac{8}{5\cdot N}\cdot\frac{v}{r^2}\left(1+2\cdot i\cdot r^3\cdot v\right)\right]=0.315\left(1-2\frac{x_1}{l_1}\right)$$

$$Q_t=\mp H_t\cdot\frac{4f_1}{l_1}\left(1-2\frac{x_1}{l_1}\right)=\pm 1.44\left(1-2\frac{x_1}{l_1}\right)$$

側徑間に於ける $0.1\cdot l_1$ なる點の $M$ 及 $Q$ の値を算出すれば次の通りである。

| $\frac{x}{l}$ | $C_{5(x)}$ | $M_{1\cdot 最大}$ | $M_{1\cdot 最小}$ | $M_t$ | $Q_{1\cdot 全}$ | $Q_{1\cdot 最大}$ | $Q_{1\cdot 最小}$ | $Q_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.4000 | 0 | 0 | 0 | 0.32 | 48.48 | −48.16 | ±1.44 |
| 0.1 | 0.4816 | 436 | − 408 | ±12.96 | 0.25 | 39.31 | −39·06 | ±1.15 |
| 0.2 | 0.5648 | 776 | − 776 | ±23.04 | 0.19 | 31.17 | −30.98 | ±0.86 |
| 0.3 | 0.6472 | 1,018 | − 952 | ±30.24 | 0.13 | 24.02 | −23.89 | ±0.58 |
| 0.4 | 0.7264 | 1,164 | −1,088 | ±34.56 | 0.06 | 17.80 | −17.74 | ±0.29 |
| 0.5 | 0.8000 | 1,212 | −1,133 | ±36.00 | 0.00 | 12.50 | −12.60 | ±0.00 |

(6) **中央徑間 $x/l=0\ 25$ (1/4 點) の撓み**　中央徑間の左半部に載荷するときの撓みは第 14

−81 式より，

$$\varDelta_{\frac{l}{4}}=\frac{1}{6144}\left(31-\frac{228}{N}\right)\frac{p\cdot l^4}{EI}=0.38\text{ m}\qquad\text{(下方に撓む)}$$

中央徑間右半部及び兩側徑間に $p$ を載荷するときは第 14−82 式により，

$$\varDelta_{\frac{l}{4}}=\frac{1}{6144}\left[\frac{556}{5\cdot N}\left(\frac{1}{2}+2\cdot i\cdot r\cdot v^2\right)-26\right]\frac{p\cdot l^4}{EI}=-1.33\text{ m}$$

即ち上方に撓む。溫度變化に因る 1/4 點の撓みは第 14−83 式より

$$\varDelta_{t\left(\frac{l}{4}\right)}=\pm\frac{\varepsilon\cdot t\cdot L_t}{N\cdot n}\cdot C_{1\left(\frac{l}{4}\right)}=\pm 0.49\text{ m}$$

(7) **支塔の計算**　支塔に對する計算は其の算例は玆に省略するが方針のみを概說すれば，活荷重が中央徑間に滿載し且つ溫度上昇するとき，側徑間の補剛桁は上方に撓むと共に溫度變化によりて伸長して支塔は中央徑間側に大なる撓みを生ずるから，此の場合を照査する必要がある。

側徑間の上方撓みは，側徑間補剛桁を單純梁と考へれば次式から之を求め得るのである。

$$\varDelta f_1=\frac{5}{384}\cdot\frac{s\cdot l_1^4}{EI_1}$$

玆に $s$ は吊材の上方に吊り上げる力であつて其の大さは第 14−8 式に從へば $p=s=\frac{8f}{l^2}H$ であるから，之に該當する $H$ の數値を以て $s$ は容易に算出することが出來るのである。

側徑間ケーブルの彈性伸びは第 14−28 式により

$$\varDelta L_1=\frac{H\cdot l_1'}{EA}\left(1+\frac{16}{3}n_1^2+\tan^2\alpha_1\right)$$

次に，溫度變化に基く側徑間ケーブルの伸びは第 14−24,29 兩式から

$$\varDelta L_1=\varepsilon t l_1'\left(\sec\alpha_1+\frac{8}{3}\cdot\frac{n_1^2}{\sec^3\alpha_1}\right)$$

尙ほ，第 14−24 式から

$$\frac{\varDelta L_1}{\varDelta l_1}=\cos\alpha_1+\frac{8}{3}n_1^2(2\cos^3\alpha_1-3\cos^5\alpha_1)$$

$$\frac{\varDelta L_1}{\varDelta f_1}=\frac{16}{3}\cdot\frac{n_1}{\sec^3\alpha_1}$$

斯くして支塔頂部の中央側への撓みは

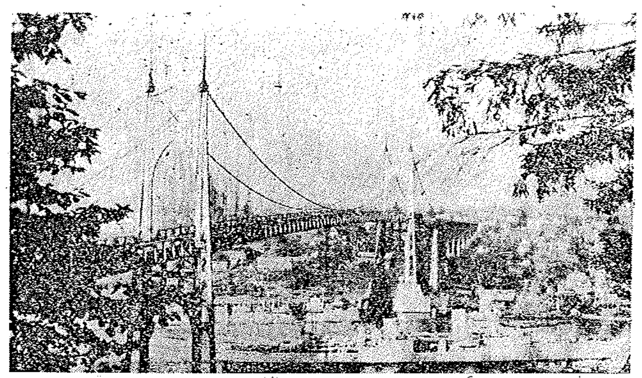
$$y_o=\varDelta l_1=\frac{\varDelta l_1}{\varDelta L_1}\cdot\frac{\varDelta L_1}{\varDelta f_1}\cdot\varDelta f_1+\frac{\varDelta l_1}{\varDelta L_1}\Sigma(\varDelta L_1)$$

此の撓みを支塔に與ふる力の大さ $P$ は，支塔の高さ及び其の $EI$ が既知であるときは，

$$y_o=\frac{P}{E}\Sigma\left(\frac{x^2}{I}\cdot\varDelta x\right)$$



から求め得られる。言ふ迄もなく此の $P$ は支塔頂點に水平に作用する力である。


寫眞 14−4　米國加州吊橋

支塔に作用する鉛直方向の力は，(1) ケーブルの鉛直反力，(2) 補剛桁の端反力であつて，ケーブルの支塔上に於ける鉛直反力は $2H\cdot\tan\varphi$ である。

2) **精密解法（撓度理論に依る）**

(1) **寸法及び其他**　寸法は前掲算例（彈性理論に依る普通解法）と同一とし，即ち第 14−17 圖に示したものとする。

撓度理論は嚮に論じたやうに關係する因子が甚だ多く，從つて各部分の最大應力を一通り算出するには甚だしき手數と紙數とを必要とするのである。玆には第 14−14 圖 (VI) 即ち $p$ なる分布活荷重が中央徑間の左端から $k$ なる長さに載つた場合のみを扱ひ，溫度は（+）即ち上昇の場合を考慮する。

(2) **水平力 $H_l$ 公式中の母分の値**　第 14−102 式に於ける $(D)$ を最初に求める。$(D)$ は $c$ の函數であるから從つて $(D)=f(H_l)$ である。よつて $H_l$ を 100；200；300；……のやうに順次にとつて此の $H_l$ による $(D)$ の値を求め且つ之を圖表にして纒めて置く。因に $H_l$ と $(D)$ との關係を示す曲線は甚だ直線に近い線で表はされる（第 14−17 圖II）。而して求めやうとするの値は彈性理論から凡そ見當を付けるのである。

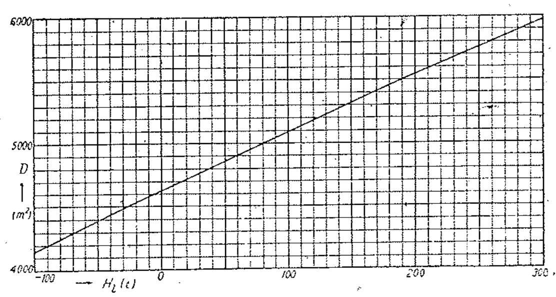
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $H_l$　(t) | | −100 | 0 | 100 | 200 | 300 |
| 2 | $c^2=(H_a+H_l)/EI$ | $10^{-4}$ | 1.845 | 2.085 | 2.320 | 2.560 | 2.800 |
| 3 | $c$ | $10^{-2}$ | 1.360 | 1.445 | 1.523 | 1.601 | 1.674 |
| 4 | $c^3$ | $10^{-6}$ | 2.510 | 3.015 | 3.535 | 4.100 | 4.680 |
| 5 | $e^{cl}$ ($\log e=0.43429$) | $10^2$ | 0.152 | 0.181 | 0.211 | 0.247 | 0.286 |
| 6 | $c_1^2$ | | …… | …… | …… | …… | …… |
| …… | …… | | …… | …… | …… | …… | …… |
| …… | $[D]$　(m²) | $10^3$ | 4,036 | 4,504 | 4,926 | 5,380 | 5,819 |

$l=200$ m ; $m=l-k$ ; $p=1$ t ; $H_a=875$ t. ; $r=\dfrac{l^2}{8f}=250$

$L_s=571$ m ; $r\cdot EI\cdot\varepsilon\cdot t\cdot L_t^{\text{3}}=1.052\times10^8$ ; $t=+15°C.$

| | 荷 重 長 $k$ (m) | | 0 | 40 | 100 | 160 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $m$ | | 200 | 160 | 100 | 40 | 0 |
| 2 | $H_l$ | | −10 | 2 | 30 | 53 | 60 |
| 3 | $c^2=\dfrac{H_a+H_l}{EI}$ | $10^{-4}$ | 2.058 | 2.087 | 2.155 | 2.209 | 2.225 |
| 4 | $c$ | $10^{-2}$ | 1.435 | 1.445 | 1.468 | 1.486 | 1.492 |
| 5 | $c^3$ | $10^{-6}$ | 2.955 | 3.017 | 3.164 | 3.281 | 3.321 |
| 6 | $e\cdot l\cdot\log e$ | $10^{\circ}$ | 1.246 | 1.255 | 1.272 | 1.291 | 1.296 |
| 7 | $c\cdot k\,.\log e$ | $10^{\circ}$ | 0 | 0.251 | 0.638 | 1.034 | 1.296 |
| 8 | $c\cdot m\cdot\log e$ | $10^{\circ}$ | 1.246 | 1.004 | 0.638 | 0.258 | 0 |
| 9 | $e^{cl}$ | $10^1$ | 1.762 | 1.799 | 1.884 | 1.954 | 1.977 |
| 10 | $e^{-cl}$ | $10^1$ | 0.005 | 0.006 | 0.005 | 0.005 | 0.005 |
| 11 | $e^{ck}$ | $10^1$ | 0.100 | 0.178 | 0.434 | 1.082 | 1.977 |
| 12 | $e^{-ck}$ | $10^1$ | 0.100 | 0.056 | 0.023 | 0.009 | 0.005 |
| 13 | $e^{cm}$ | $10^1$ | 1.762 | 1.010 | 0.434 | 0.181 | 0.100 |
| 14 | $e^{-cm}$ | $10^1$ | 0.006 | 0.010 | 0.023 | 0.055 | 0.100 |
| 15 | 2[−9−10−11−12+13+14] | $10^{\circ}$ | 0 | −8.190 | −16.893 | −26.142 | −35.642 |
| 16 | $\dfrac{1}{12}\cdot p\cdot k^2(3l-2k)$ | $10^5$ | 0 | 0.69[illegible] | 3.333 | 5.973 | 6.666 |
| 17 | $\dfrac{1}{c^2}\cdot p\cdot k$ | $10^5$ | 0 | 1.917 | 4.643 | 7.243 | 8.992 |
| 18 | $[15]\cdot p/\{(e^{lc}-e^{-cl})\cdot c^3\}$ | $10^5$ | 0 | −1.514 | −2.878 | −4.088 | −5.443 |
| 19 | $r\cdot c^2\cdot EI\cdot\varepsilon t\cdot L_t$ | $10^5$ | 0.217 | 0.220 | 0.227 | 0.232 | 0.234 |
| 20 | [D] 圖表より | $10^3$ | −0.217 | 0.070 | 1.341 | 2.586 | 2.883 |
| 21 | [16−17−18−19] | $10^5$ | 4.570 | 4 630 | 4.760 | 4.810 | 4.910 |
| 22 | $\mathrm{H}_l=[20]\div[21]$ (t) | | −4.7 | 1.500 | 28.200 | 53.600 | 58.700 |

上記計算による [22] の $H_l$ を更に [2] に入れて再計算すれば更に詳しい $H_2$ が求め得られる。本算例では補剛桁の $I$ が過大である爲に $H_l$ が小であり，反對に補剛桁の $M$ が比較的大である。




第 14—17 圖 (II)

(3) **補剛桁曲げモーメント** $k=0.45\,l$ ; $k=0.475\,l$ ; $k=0.5\,l$ の載荷狀態（溫度上昇）に於て補剛桁の $x=0.3\,l$ なる點の曲げモーメントを計算する。



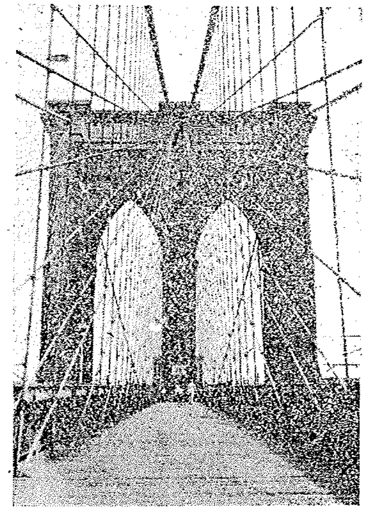
| | $M_x$ | | | $x=0.3l=$[illegible]0 m | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 荷 重 長 $k$ (m) | | 90 | 95 | 100 |
| 2 | $H_l$ (t) | | 20 | 25 | 30 |
| 3 | $c^2=\dfrac{H_a+H_l}{EI}$ | $10^{-4}$ | 2.131 | 2.143 | 2.155 |
| 4 | $c$ | $10^{-2}$ | 1.460 | 1.464 | 1.468 |
| 5 | $c\cdot l\cdot\log e$ | $10^{-6}$ | 3.112 | 3,138 | 3.164 |
| 6 | $c\cdot m\cdot\log e$ | $10^{\circ}$ | 1.268 | 1.2716 | 1.2751 |
| 7 | $e^{cl}$ | $10^1$ | 1.854 | 1.869 | 1.884 |
| 8 | $e^{-cl}$ | $10^{-1}$ | 0.539 | 0.535 | 0.531 |
| 9 | $e^{mc}$ | $10^{\circ}$ | 3.721 | 4.018 | 4.341 |
| 10 | $e^{-mc}$ | $10^{\circ}$ | 0.269 | 0.249 | 0.230 |
| 11 | [9+10]−2×[8] | $10^{\circ}$ | 5.075 | 4.760 | 4.465 |
| 12 | $p/(2\cdot H_l\cdot c^2)$ | $10^1$ | 11.731 | 9.332 | 7.734 |
| 13 | $(1-e^{-cl})/r\cdot c^2$ | $10^1$ | 1.776 | 1.763 | 1.758 |
| 14 | $C_1=\dfrac{1}{e^{cl}-e^{-cl}}[12\times11-13]$ | $10^1$ | 3.125 | 2.288 | 1.745 |
| 15 | $\dfrac{1}{r}-\dfrac{p}{H_l}$ | $10^{\circ}$ | −0.046 | −0.036 | 0.029 |
| 16 | $C_2=-[14]-\left[\dfrac{15}{3}\right]$ | $10^1$ | 18.423 | 14.510 | 11.712 |
| 17 | $c\cdot x\cdot\log e$ | $10^{\circ}$ | 0.380 | 0.381 | 0.383 |
| 18 | $e^{cx}$ | $10^{\circ}$ | 2.401 | 2.407 | 2.413 |
| 19 | $e^{-cx}$ | $10^{\circ}$ | 0.417 | 0.416 | 0.415 |
| 20 | $C_1\cdot e^{cx}$ | | 75.036 | 55.000 | 42.114 |
| 21 | $C_2\cdot e^{-cx}$ | | 81.526 | 60.293 | 48.545 |
| 22 | $M_x=-[2]\cdot\left[20+21+\dfrac{15}{3}\right]$ (t.m) | | 1178.3 | 1317.1 | 1317.4 |

以上の諸結果によつて $H$, $M$, $Q$ 等を圖表化し且つ彈性理論に據るものと比較すれば，吊橋の特性を容易に看取する事が出來る。

## §11. 現代の吊橋に就て

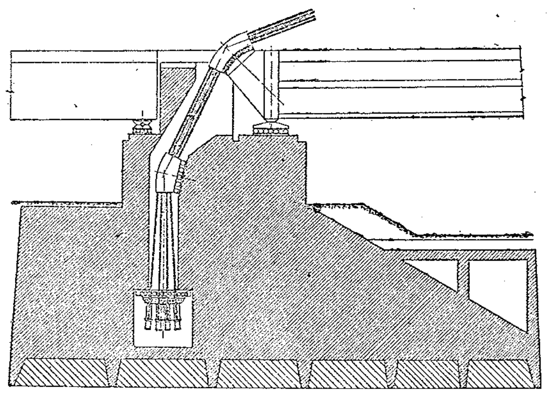
**1) 概觀** 現代の巨大なる吊橋は，1909 年米國紐育市イースト河にマンハタン吊橋の架設せられたるを以て其の誕生とする。幾多の新規軸と創意とを有する此の劃紀的吊橋は，然し乍ら，同時に夫れ以前の吊橋の持つてゐた缺點をも併有して居るのではあつたが，此の橋が記錄的である所以のものは實に撓度理論に基いて設計架設せられた吊橋の嚆矢である事であつて，從前の吊橋に比して之が補剛桁には著しく瀟洒たるものがあつた。

2) **補剛桁** 普通の鈑桁，或はトラス橋に於ては撓みは桁の斷面二次モーメントに反比例するから桁高を高くすれば撓みは著しく減少するのであるが，桁高を高くすれば其の剛性の爲に溫度變化に基く曲げモーメント及び剪斷力は增加する。巨大なる吊橋の撓みは其の死荷重並に各部の割合によつて大なる影響を受け，單純梁に於けるやうには斷面二次モーメントのみに比例しないのであり，從つて巨大吊橋では補剛桁の桁高を增加しても活荷重に因る撓みは其の割りには減少しないのである。此の重要且つ經濟的にも影響する所の大なる問題はマンハッタン吊橋に於て始めて確認せられた。過去の吊橋に於ては補剛桁をケーブルから吊るのみならず，支塔頂部から斜め放射狀の控綱で吊つたものが尠く無く，例へばブルックリン吊橋の吊り方は其の一例であつて吊材は恰も金網の如き觀を呈して居るのであるが，撓度理論を適用したマンハッタン吊橋及び其の後の吊橋に於ては斯くの如き補剛方法は棄却せられ，桁高の低い補剛桁と單なる鉛直吊材とが用ひられるに至つた。



寫眞 14-5 紐育ブルックリン橋

補剛桁の支間と桁高との比は 1/40~1/80 の附近にあるを普通とする。之等は吊橋の大さ（從つてその死荷重の大さ）によつて變化し，支間 4200 呎を算して世界第一なる桑港金門橋に於ては 1/168，支間 3500 呎（世界第二）なるジョージ・ワシントン橋に於ては，1/120，後者は死荷重極め大であつて其のケーブルの死荷重だけによつても活荷重による撓みを相當抑える事が出來るのであり，第一期工事終り自動車のみ通じてゐる現在では補剛桁を必要とせず之を持つてゐないのである。



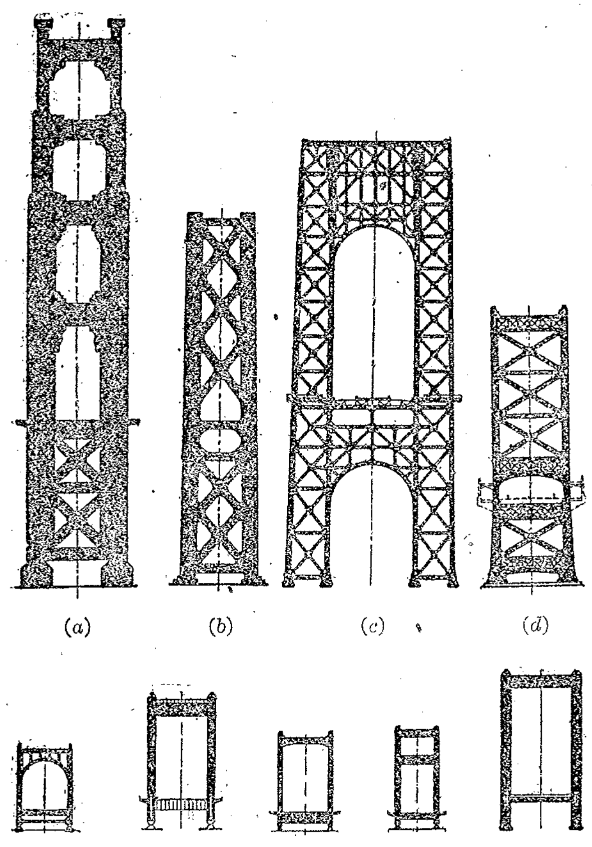
第 14-18 圖 特殊自碇裝置

補剛桁の桁高が小なるときは桁に鈑桁を用ひる方が總てに好都合であつて，獨墺系の諸吊橋には鈑桁を採用するもるが多いが，米國に於ては最近ホワイト



ストン橋及びタコマナロオス橋に於て鈑桁を用ひて居る。自碇吊橋の補剛桁に對しては鈑桁の方が取扱ひ易い事勿論である。普通の自碇吊橋では桁端の理論的支點に，ケーブルを連結してケーブル水平力を補剛桁に推力として作用せしめ，ケーブル鉛直力及び補剛桁鉛直反力に對しては正負鉛直反力に抵抗し得る支承を以てするのであるが，第 14-18 圖に示す裝置は特殊のものである。

3) **固定支塔** 吊橋支塔の構造方法に3種類ある事は既に述べた所であるが，マンハッタン吊橋に於て特記せらるべき第三の特徴は，鋼製の所謂可撓支塔を用ひ其の脚部は橋脚に固定し，塔頂に於けるケーブルの臺座(鞍)は塔頂に固定せられ，ケーブルの左右不平均引張力の爲に支塔は撓み得るやうに築造されてゐる事である。支塔が撓みケーブル臺座が移動すれば，ケーブル不平均力は減少して遂に零となり其所に新しい釣合ひ狀態が成立する。




(a) 米國桑港金門橋 (高さ 209 m)
(b) 同上桑港オークランド灣橋
(c) 同上紐育ジョージ・ワシントン橋 (高さ 171 m)
(d) 同上費府デラウェア河橋
(e) 獨乙ケルン市ヒンデンブルグ橋
(f) 同 上ミュウルハイム橋
(g) 獨乙維納ドナウ橋
(h) ベルグラード・サヴェ橋
(i) 獨乙ケルン・自動車道路橋

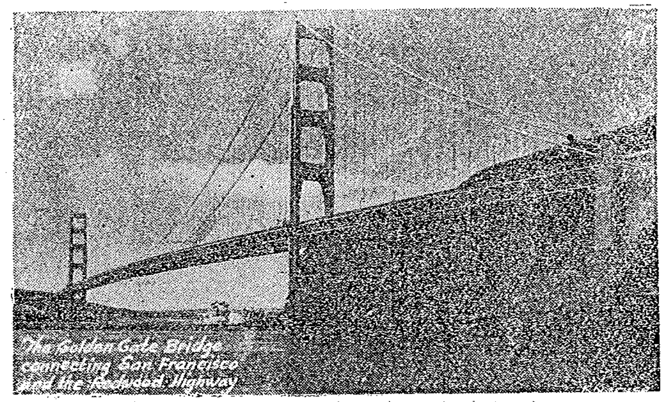
第 14-19 圖 著名なる吊橋の支塔

ケーブルを支承する臺座と塔頂との間に挿入するローラーが決して所謂可動支承として充分の作用を爲す事の無いことは既に述べた所であるが，ブルックリン及びウォリアムスブルグの各吊橋の支塔上のローラーは當時調査した所によれば，之等は活荷重及び溫度變化に因るケーブル不平均引張力に對應する轉動極めて怠惰であつて，引張力が或る大さを超えるとき突然移動し，從つて或る限度內の引張力に對しては支塔は片持梁となる事が判明したのである。可撓支塔はマンハタン吊橋に應用されて以來米國の吊橋に於ける基本的支塔となつたのであるが，高さ 88 m に對して横幅平均 5 m は其の比が約 1:18 であつて當時として驚異的に細い支塔であつた。支塔は可撓的であればある程曲げ應力は尠く支塔にとつて大切な事は長柱としての强さであり之等を考慮した其の後の研究によれば曲げに對して必要な鋼重は極めて僅量で足りるので

第 14-2 表　吊橋一覽表

| 橋名(國名) | 竣功 | 支間 (m) | | 索條(ケーブル) | | | | | 補剛桁 | | 支塔脚部 | 吊材間隔 (m) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 中央 | 側部 | 數 | 種類 | 1ケーブルの線數 | 直徑 (cm) | $f/l$ | 型式 | 高 (m) | | |
| エリザベット・ブダペスト(洪) | 1903 | 290 | 44 | 2 | 鈑 | 38 | | 1:10 | トラス | 3.58 | ロッカー | 6.0 |
| マンハッタン・紐育(米) | 1909 | 448 | 221 | 4 | 平行鋼線 | 9472 | 53 | 1:10.4 | 〃 | 7.34 | 固定 | 5.52 |
| ケルン・ドイツ(獨) | 1915 | 184 | 92 | 2 | 鈑 | 11 | | 1:8.5 | 鈑桁 | 3.20 | ロッカー | 7.59 |
| デラウェア河・費府(米) | 1926 | 533 | 219 | 2 | 平行鋼線 | 18666 | 76 | 1:8.6 | トラス | 8.53 | 固定 | 6.25 |
| ポーツマス・オハイオ(米) | 1927 | 213 | 107 | 2 | 〃 〃 | 1458 | 17.8 | 1:10 | 〃 | 4.27 | ロッカー | 5.33 |
| 清洲・東京(日) | 1928 | 92 | 46 | 2 | 鈑 | 5~6 | | 1:6.8 | 鈑桁 | 2.44 | ロッカー | 4.57 |
| グランジ・メエル・クエベック(加) | 1929 | 312 | | 2 | 組合鋼線 | 37 | | 1:10 | トラス | 3.11 | ロッカー | |
| プウキプシイ・ハドソン河(米) | 1929 | 457 | 229 | 2 | 平行 〃 | | 45 | | 〃 | 6.11 | 固定 | 6.35 |
| ケルン・ミュウルハイム(獨) | 1929 | 315 | 91 | 2 | 組合 〃 | 37 | 50 | 1:9.1 | 鈑桁 | 6.00 | ロッカー | 11.13 |
| ジョージ・ワシントン・紐育(米) | 1932 | 1067 | 198 | 4 | 平行 〃 | 26474 | 92 | 1:10.4 | (トラス) | 8.84 | 固定 | 18.20 |
| サベエ・ベルグラード(ユ) | 1933 | 251 | 75 | 2 | 組合 〃 | 37 | 41 | 1:9 | 鈑桁 | 4.30 | ロッカー | 13.00 |
| 桑港オークランド灣(米) | 1936 | 704 | 354 | 2 | 平行 〃 | 17,464 | 73 | 1:10 | トラス | 9.14 | 固定 | 9.24 |
| 桑港・金門(米) | 1937 | 1280 | 343 | 2 | 〃 〃 | 27572 | 92 | 1:8.8 | 〃 | 7.62 | 固定 | 15.24 |
| ドナウ河・維納(獨) | 1937 | 241 | | 2 | 鈑 | 12~13 | | 1:9.3 | 鈑桁 | 4.30 | ロッカー | |
| トリボロウ・紐育(米) | 1938 | 420 | 205 | 2 | 平行鋼線 | | 52.4 | 1:9.8 | トラス | 6.10 | 固定 | 8.50 |

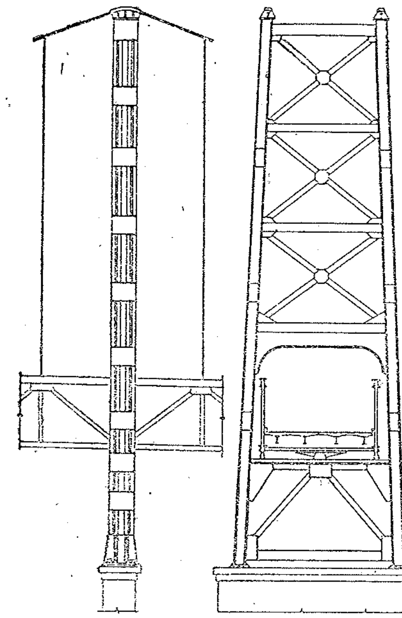




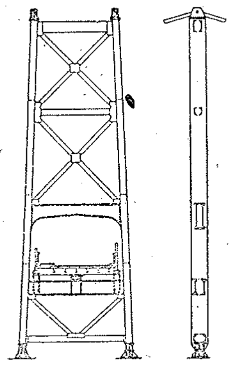

寫眞 17-6　米國桑港金門橋（世界最大）

あつた。1924年竣功の紐育上流ベア・マウンテン吊橋は撓度理論による吊橋の第二の試作品であつたが，費府キャムデンのデラウェア河吊橋（1926年竣功）に於て撓度理論による巨大吊橋の定石が確立せられ，支塔の横幅は益々細くなつた。但し，斯くの如きは總てに對して適用せらるべきものでは無く，若し支塔の高さが比較的低く鉛直荷重が大なる場合には，可撓支塔は必ずしも妥當せず，寧ろ脚部ヒンヂの搖支承塔を考慮すべきである。

**4) ケーブル及びアイ・バア**　吊橋の索條及び吊材には鋼線より成るケーブルを用ひる事が普通である。玆には之等の材料の彈性的性質及び强さに就て一言する。



第 14-20 圖　可撓支塔



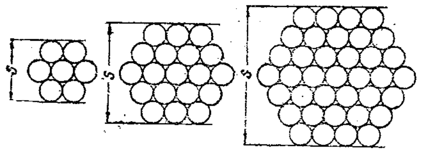
第 14-21 圖　搖支承支塔

支間大ならざる吊橋のケーブルには鋼線を撚て製造した所謂 *twisted wire rope*（鋼索）が用ひられる。鋼索は束線より成り，束線（*strand*）の數は 7 本を普通とし，各束線は 7, 19, 37 或は 61 本の鋼線を撚り合せたものから出來てゐて，各束線の撚り方向と束線を以て鋼索とする撚り方向とは互に反對し撚りの戻るのを防いでゐる。撚りに依る缺點を防ぐ爲には鋼線を螺線狀に作り之を組合せて撚線狀にした *Preformed rope* があ

る。各鋼線は亞鉛鍍金するを普通とし，鍍金したものは約 4% その抗張力を低下し斷面積は鍍金の爲に 3% 増加する。

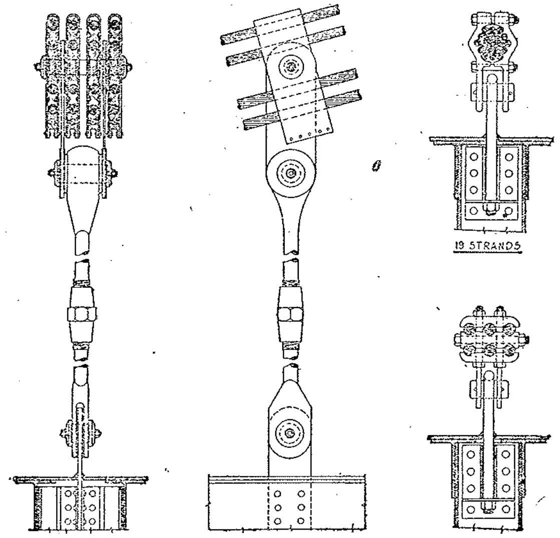
束線及び鋼索は之を作つてゐる鋼線に比較して彈性係數に於て抗張力に於て聊か性質を異にしてゐる。

| | | | |
|---|---|---|---|
| 鋼 線 | $E \fallingdotseq 1\,900\,000$ kg/cm² | 〃 | (100%) |
| 束 線 | 1 700 000 | 〃 | (約 90%) |
| 鋼 索 | 1 400 000 | 〃 | (〃 74%) |

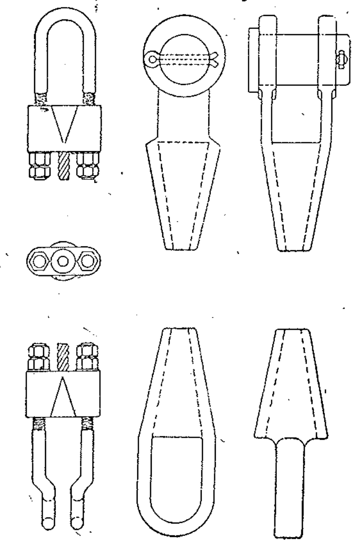


第 14-22 圖

鋼索の伸びは材料自身の彈性伸びと撚りの辷りの爲に生ずる伸びとより成り後者は荷重が小であつても其の量が比較的大であるから，荷重小なるときは $E$ の値が 700 000 kg/cm² なるが如き現象を呈することあり，荷重の大さが大となるに從つて $E$ の値は増大し $\sigma_t=1400$ kg/cm² 附近に於て $E=1\,400\,000$ となる。依て，死荷重による鋼索の伸びに對しては $E$ は 700 000～1 000 000 kg/cm² として計算するを可とする。撚線より成る鋼索の重大なる缺點の一は此の伸びであつで，撚りの爲に生ずる伸びは彈性伸びでは無く荷重を除去しても此の伸びの一部は殘留する。此の不定なる伸びを消去する爲には *pre-stress* する（豫め引張る）方法が一般に用ひられて居る。而して *pre-stress* すれば鋼索の *$E$ は鋼線の $E$ の約 90% 迄高める事が可能である。從つて撚り線より成る鋼索即ち *Wire rope* を使用する場合には豫め張力を與へて撚りに基く




第 14-23 圖



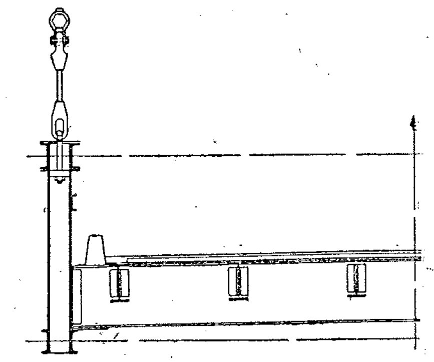
第 14-24 圖



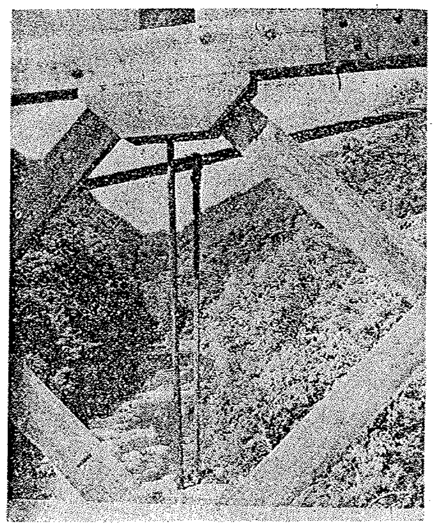
伸びを生ぜしめ而して後に所要の長さに切斷するを可とする。

鋼索の第二の缺點は各鋼線が果して同一の應力を生ずるか換言すれば過不足なく應力が生ずるか，の疑問のある事であつて，各鋼線に作用する力は均一ならずと考へられるのである。

第 14—23, 24, 25 圖は小支間吊橋に鋼索を使用する場合の吊材取付方法及び吊材に丸鋼を用ひた二，三の例を示すものである。



第 14-25 圖



寫眞 14-7. 木造吊橋格點（奥利根）

鋼索は撚つてあるから既成品として使用に便であるが上述の缺點がある。若し撚つて無ければ吊橋のケーブルは壓延鋼と同樣に信頼し得られるのであつて，1854 年米國に於てレーブリシグは吊橋ケーブルに平行鋼線を架け渡す "空中紡線法" (*spinning in the air* の方法) を發明し之をナイアガラ瀑布下流の吊橋に始めて使用し，爾來米國に於ける巨大なる吊橋のケーブルには此の方法による平行鋼線を用ひるに至つた。之に用ひる鋼線は，レーブリング會社の六番線（直徑=4.88 mm）を基準とし，之を架橋現場に於て支塔を越へ對岸のアンカレージまで張り渡し凡そ 250～350 本を以て 1 本の束線 (*strand*) と爲し，7, 19, 37 或は 61 本の束線を以て 1 本のケーブルと爲すのである。1 本のケーブルは出來上りの後に水壓機によつて充分緊密に壓縮せられ其の外面を輪線によつて被覆されるのである。此の被覆は全鋼線を一體と爲すと共に外面の損傷及び水分の浸入の防止を目的とするのである。被覆が充分であれば鋼線は敢て鍍金するの必要が無いやうである。鋼線の强さは米國に於ては，破壞强度=15 000 kg/cm²；彈性限界=10 500 kg/cm²；許容應力=5 300 kg/cm² を普通とするのであるが，伸びは 250 mm の長さに於て 4%，$E$ は 1 9000 000 kg/cm² である。之を歷史的に觀れば次表の通りである。

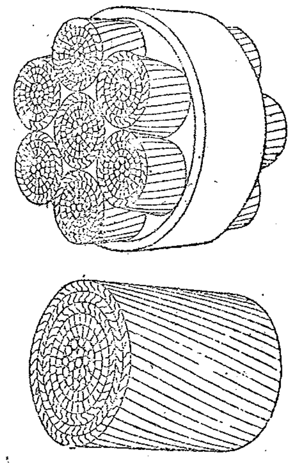
吊橋ケーブルとして鋼線に屬する特殊なるものに獨乙に於て用ひられる鋼索がある。そ

の斷面は第 14－26 圖に示す如く，之をケルン・ミュウルハイムのライン河吊橋に使用せるものに就いて言へば，中心より外側に順次に，

(i) 丸鋼線 61 本 (直徑. 4.2 mm) : 斷面積＝ 8.3 cm²
(ii) 梯形鋼線 129 〃 (高 . 4.2 〃) ; 〃 ＝18.0
(iii) 乙形鋼線87 〃 (〃 . 4.1 〃) : 〃 ＝16.25

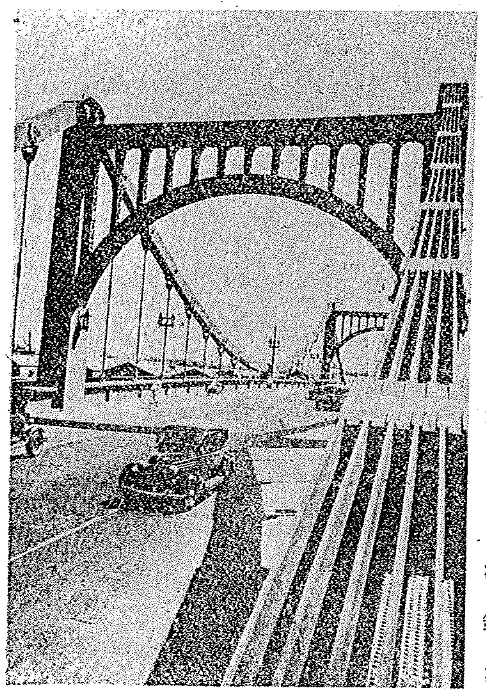
外徑 80 mm ; 計 ＝42.55 cm²

| 橋名 | 竣功 | 破壞強さ |
|---|---|---|
| ブルックリン | 1883 年 | 11.3 t/cm² |
| ウォリアムスブルク | 1903 | 14.1 |
| マンハッタン | 1910 | 14.8 |
| デラウェア河 | 1926 | 15.1 |
| ジョージ・ワシントン | 1932 | 15.5 |
| 金門 | 1936 | 18.1 |



第 14－26 圖

その強さは，(i) 及び (ii) が 14～15 t/cm², (iii) が，13.5 t/cm² である。此の鋼索は撚り線であつて圖示の束線を 37 本集めて 6 角形に束ねたものが 1 本のケーブルとなる。この鋼索の特徴とする所は，各線が緊密に接觸し，水の侵入なく，表面平滑，撚りのゆるみによる伸びの微小なる事，等である。



寫眞 14－8 清洲橋

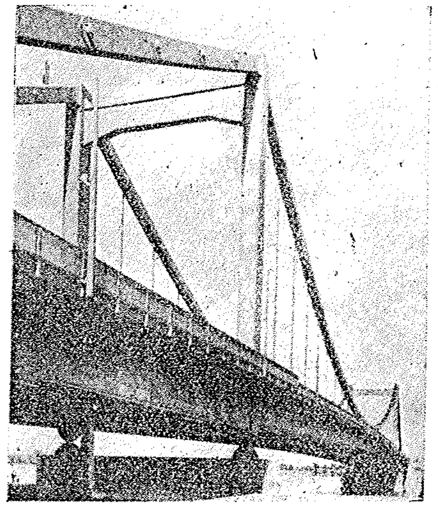
鋼線より成るケーブルに對立する吊橋索條材はアイ・バー及び之に類似の鈑である米國に於ては鍛造より成るアイ・バーを用ひるが他の國に於ては短冊狀鈑を之に代用し，昭和 3 年竣功隅田川清洲橋にあつては滿俺を 1.5 % 含有するデュコール (*Ducol*) 鋼鈑を用ひた。鋼線は既に述べたやうに常溫鍛造現象により強度は壓延鋼に比して著しく高いのであるから，鋼線に代るべきア



イ・バー及び其の類似品も亦高い強度を必要とするのであり，然らざれば部材は斷面積大となり鋼重を徒に增加すると共に外觀を損ずるに至るのである。よつて其の材質は高炭素或は合金鋼の如き高値鋼 (高張鋼) たるを必要とし，前記清洲橋に於ける規格は，

| | | |
|---|---|---|
| 炭素 0.2～0.3 % | 燐 0.035 % 以下 | 抗張力 6,300 kg/cm² |
| 滿俺 1.4～1.6 % | 銅 0.16 % 以下 | 降伏點 3,940 〃 |
| 硫黃 0.03 % 以下 | | 許容應力 1,690 〃 |
| 硅素 0.1～0.2 % | | 伸 18% 以上 ($l$=20 cm) |

卽ち一般構造用鋼に比して 50% 增しの強さを持つてゐる。米國にあつては 1926 年フロリアノポリス橋梁に使用して以來"熱處理"アイ・バーを用ひる事を通例とし，その抗張力は 7,450 kg/cm², 彈性限界 5,270 kg/cm², 伸び 5% であつて，ポイント・プレザント (1928), 聖マリ (1929) にも之等が使用されてゐる。ピッツバークの自碇吊橋に用ひられたものは抗張力 5,600 kg/cm² である。



寫眞 14－19 維納ドナウ河橋

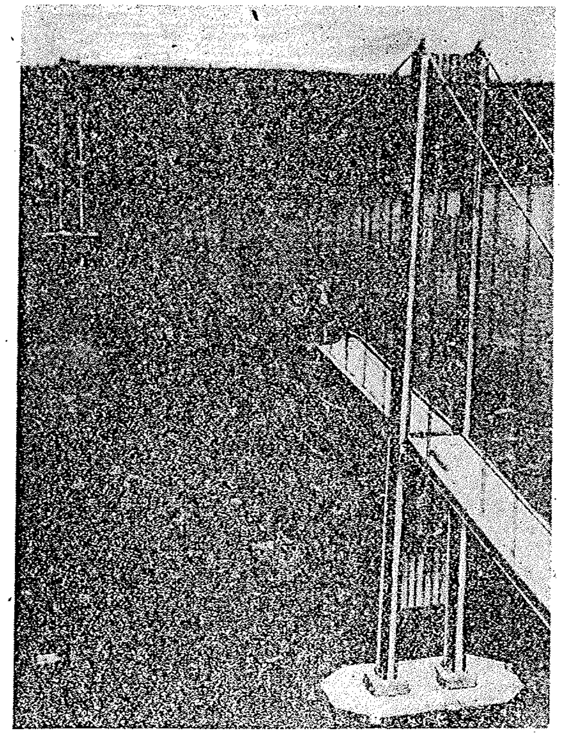
5) **橫荷重に對する安定** 支間に比して橫幅の比較的大なる吊橋にあつては，補剛桁に普通の桁橋に於けるやうに橫構 (耐風構) を取付け之によつて上部構造の橫方向の安定を保つ事が出來るが，吊橋は一般に支間が長大であつて幅員は之に比して小であるから，單に補剛桁の橫構を以て橫荷重に對應せしむる事は容易では無く，橫方向の撓みは大となり，或は補剛桁弦材應力は活荷重に因るものより橫荷重による影響の方が遙に大となる事がある。而して輓近數十年に於ける吊橋設計理論は甚だしい進步發達を示してゐるにも關はらず，その進步は主として鉛直荷重に關する範圍に留り，橫荷重による影響は幾分閑却されてゐる傾向があり，デラウァア河橋の設計に於てはケーブルの橫荷重に對する抵抗を算入してゐるが設計者モイセイフ自身も之が單なる近似解法であるに過ぎないことを述べて居り，彼は長支間吊橋に於ける橫荷重による應力の問題の重要性を論じてゐる。* 而して桑港オークランド灣橋に於ては加洲大學の模型實驗的研究により設計方法を改善した。

* *Moisseiff and Lienhard.* "*Suspension bridge under the action of lateral forces*", *Trans. Am. Soc. C. E.* 1933.

## §12. タコマ ナロオス吊橋事件

本節既に脱稿して印刷に付しつゝあつた時，即ち昭和 15 年 11 月 7 日玆に驚くべき橋梁墜落事件が突發した。世界第三の長支間を有する米國タコマ・ナロオス吊橋が，此の日の午前 11 時突風の爲に破壞墜落し，水煙をあげて河底に沒したのである。

米國シアトル市より程遠からぬタコマ・ナロオスの水路に架けられた此の吊橋は，その數ケ月以前，即ち 1940 年（昭和 15 年）7 月 1 日開通式を擧げた。近代的 3 徑間 2 鉸補剛吊橋であつて，中央支間は實に 2800 呎（853.4m）を算し，正に世界第三位の長支間吊橋，顧問技師は米國吊橋界の一大權威モイセイフ，現代技術の精華を示す錚々たる吊橋であるから，吾人に與へたショックも寔に尠少ならざるものがある。過去に於て一世を驚倒せしめた橋梁墜落事件としては，1879 年の終り北海の暴風で崩壞した英國テイ橋，及び 1907 年 8 月抗壓弦材の挫屈により架設の中途で惜しくも水底に沒した加奈陀クェベック橋，の二つが橋梁史に著明である。之等 2 橋は當時としては超記錄的大橋梁（改築した第二クェベック橋は今でも支間 1,800 呎の故を以て記錄保持橋）であるが，橋梁技術發達進步の階段にあり前例の全くない領域への道程に於ける事件であるから，未經驗による失敗とも解釋し得るのである。クェベク橋の事件直後には，現代鋼橋技術を以てして果して斯くの如き巨橋が建造し得るか？等の囂々たる世論が起つた。之に比較すると，近代吊橋は理論も定まり且つ幾つかの巨橋が事なく架設せられ，タコマ・ナロオス吊橋も之等と同一の方法を以て（更に言へば，益々蓄積された經驗を以て）架設されたのである。だから，其所には甚だ意外とするやうな原因の潜んで居るべきことが直觀されるのである。追つて調

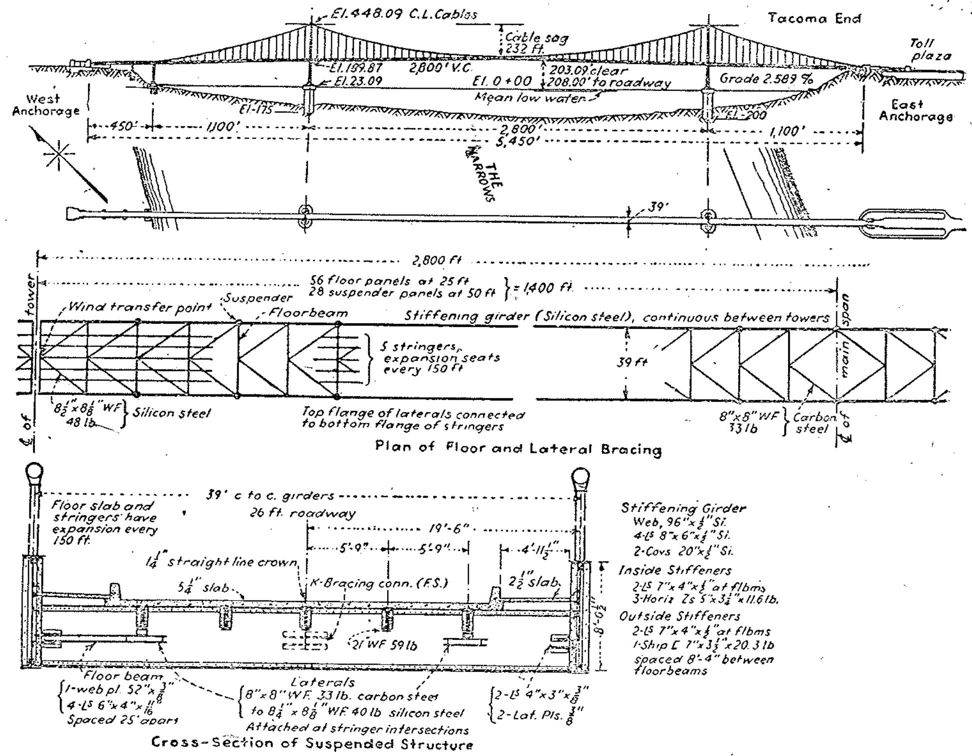


寫眞 14—20 墜落したタコマ・ナロオス橋



査委員會が設けられて其の眞相及び對策は明にせられるであらう。

當日の狀況を報道された所から抄記すれば，其の日は朝から風が激しく補剛桁の振動が大きかつた。元來この橋の風に對する剛性の乏しい事は竣功直後から知られてゐたのであつて調査研究が進められて居たが，研究員の一人であるシアトル大學ファーカーソン教授は其の日も早朝から橋上に立つて振動を仔細に觀察記錄し，さうして携帶した 16 m.m カメラに狀況を收めたのであつた（此の學術的に極めて貴重なる映畫は，海外ニュース映畫に取り入れられ直に本邦常設館で上映された）。此の映畫からも分るやうに，補剛桁の振動は全體的には狂ふ爬蟲類のやうに上下に蜿り返るのであるが，クローズ・アップされた床部は怒濤に飜弄された船の甲板のやうに上下に動き左右に傾き，風速の最高記錄は 19 米/秒，而して初期に於ける振動の周期は 36 サイクル/分，午前 10 時頃になると運動は緩漫になつて 14 サイクルに落ちたが，その代りに波形は單純化すと共に最も悪い事には右側が上ると左側が下るやうに橋床兩側が左右反對な上下動を爲し，橋面は捩り運動に作用されたのである。之が最も狂暴化したときの振動は 12 サイクル/分であつて，橋面は横に




第 14—27 圖　タコマ・ナロオス橋

45° 近く傾いて橋床に乘り棄られた一臺の自動車は將に横に倒れんとし，上下動加速度は重力加速度より大てあつたと報ぜられてゐる。斯くして間斷なき波狀運動を繰り返した補剛桁は，遂に破壞して中央 1/3 部分は 40 m の高所から河中に墜落したのである。此の爲に支塔は岸側に向けて傾き其の量は塔頂で 12 呎，側徑間は 30 呎も撓下した。

此のやうに敢なくも崩壞するに至つた事に就いては其所に何等かの原因が無ければならない。本橋の規模を示す諸寸法は第 14－27 圖に示す通りであつて，問題の中央徑間では，

支間 $l$=2,800 呎；幅員 $b$= 9 呎；補剛桁高 $h$=8 呎

$$b/l=1/72\ ;\ h/l=1/350$$

著しく目だつのは，橋床がリボンのやうに細長く，そして補剛桁は鈑桁から出來てゐるが夫れの高さが甚だ低い事である。橋幅の狹い事は本橋は自動車 2 車線をとつた事に基くのであるが，此の細長さで横方向の風荷重に抵抗できるのであらうか？之に對してモイセイフは「吊橋智識の發展」に於て此の事に觸れ，* 長さに比して幅の狹きに失する橋床の横方向の安定度は從來は閑却されて居たが，“彈性分布法” (*elastic distribution method*) の理論を樹て，前節 5) に述べたやうに桑港オークランド灣橋で實驗をした結果では不安なく，從つて長支間を勇敢に架設する事が出來る旨を述べてゐる。タコマの橋の場合，實際の横振れは僅かに 2 呎であつて，設計風荷重 300 kg/m² に對する横方向撓みの 1/10 にも達しなかつたと言ふのであるから，横方向抵抗は充分にあつたと考へても差支えないであらう。

補剛桁の高さが次に問題となる。撓度理論は桁高を低からしめる事を慫慂し，その結果が斯くの如き異常なる ($h/l$=1/350 なる如き) 桁高を與へた事は既に述べた通りである。併し，此の理論には誤りは無く，しかも多くの經驗によつて裏書きされてゐるのであるから，鉛直荷重（更に言へば靜的鉛直荷重）に對しては，此の桁高を以てしても充分なのであらう。斯うした極めて低い補剛桁を持つた吊橋としては，その數年前に竣功した紐育市ホワイトストン橋が先驅者であつて，$l$=2,300呎，$b$=74 呎（鈑桁）；$b/l$=1/31；$h/l$=1/210。モイセイフに據れば，桁高の低い事はケーブルの垂距 (*sag*) を小ならしめて剛性を補つたのであり，$f$ を垂距とするとき，ホワイトン吊橋では $f/l$=1/10.5；タコマ・ナロオス吊橋では $f/l$=1/12.1 である。かくの如き用意のあるにも係はらず，最大風速 19 米/秒と言ふ餘り强烈では無い所の風によつて約 9m の上下運動を爲し，遂に破壞するに至つたのであるから，問題は，從來の總ての橋梁の設計の基礎を爲した靜力學的荷重から離れて，動力學的荷重がその中心を爲すものと言はざるを得ないのであり，則ち撓度理論は近代構造力學の精を盡したものであるとは言へ，依然として靜力學の範圍の中にあり，玆に其の虚を突かれた姿が見出されるのである。從つて細長い床が，風の中に細長いリボンを張り渡した時のやうに飜飜とするやうな事は，想像の外にあつたと言ふ事が出來やう。

* *Moisseiff*, “*Growth with suspension bridge knowledge*” *Eng. New Rec.*, *Aug.* 17. 1939.



此の振動の現象は既にホワイトストン橋に於て問題となり，タコマナロオス橋では更に激しかつたので前記ファーカーソン教授等によつて對策が講ぜられてゐて，1/100 模型の風洞實驗は既に開始された由が抄報されて居る。此の波狀運動は必ずしも强風によつて生ぜず，反つて軟風によつて生ずる事が經驗せられ，特定の風速と風向は飛行機の翼に與へる上昇力と同樣な上昇力を橋床に與へ，それは補剛桁の側面形狀によつて差のある事，桁に共鳴すれば補給するエネルギイは益々增加する事，等が明にせれつゝあつた。又，塔頂から放射線狀に二、三の控綱を出して床を吊り，或は塔脚から放射線狀に控綱を出してケーブルを抑へる，等の補剛方法も研究されてゐたのである。

此の不祥事を機會にして吾々が過去に於ける吊橋の蒙つた風害を調査する事は蓋し重要な事であるが，今之を一瞥するに，19 世紀後半の吊橋躍進時代に於て，當時の記錄を破つて架設されたる大吊橋の何れもが烈風の爲に墜落或は大破損をして居る事は看過し難きものである。則ち 1848 年米國オハイオ河に架けられた支間 308$m$ のホキーリング吊橋，1850 年ナイアガラのリュウキストンに架けられた支間 317$m$ の吊橋 1869 年ナイアガラのクリフトンに架けられた支間 387$m$ の吊橋，之等は支間が 1,000 呎以上もあつて他の橋梁型式では架設不可能なる支間としての驚異的巨橋であつたが何れも風の爲に大破墜落したのである。レーブリング父子が櫛風沐雨十數年しかも心身を犧牲にして成就した紐育ブルックリン吊橋（寫眞14－5）の鳥籠然としたケーブル及び吊材は，今にして思へば，怖るゝべき風害を考慮しての設計であり，爾來約 60 年，何時しか風害を忘れて來たときにタコマ・ナロオス吊橋の此の事件が突發したのである。從つて輓近二，三十年の間に纒められた所の吊橋設計理論中には，その點に於て缺陷があり，本章 §8. 風荷重の如きも單に靜的横荷重であつて氣體動力學的荷重では無いから，細長く且つ死荷重の輕い吊橋に對しては決して安全なるものではなく，其ノの如き吊橋に對しては飛行機の翼の反轉作用の如き動搖を考慮すべき事が玆に明示されてゐると共に剛性ある他の橋梁型式と吊橋との差の如何に大なるかが暗示されてゐるのである。

橋梁の墜落は社會的には不幸な事件とは言ひ乍ら，技術者に與へる教訓は極めて大であつて，それは明日の技術を作る爲の貴重なる資料を提供する。テイ橋の墜落によつて風荷重の輕視すべからざるを知り，クェベック橋の崩壞により抗壓材の挫屈の恐しさ及び縮尺の小なる模型實驗を過信すべからざる事を敎へられたのである。タコマ・ナロオス橋の折斷は，從來の近代的巨大吊橋が安定して居たのは幸にして其の寸法が氣體動力學的作用に對して充分であつたのに過ぎないと言ふ事を知らしめた，と考へても良いであろう。本事件は吊橋界に與へられた一大警鐘であると考へ，未だ詳報なきに關はらず特記した次第であるが，之が調査報告には蓋し裨益する所大なるものがあらう。

甲了