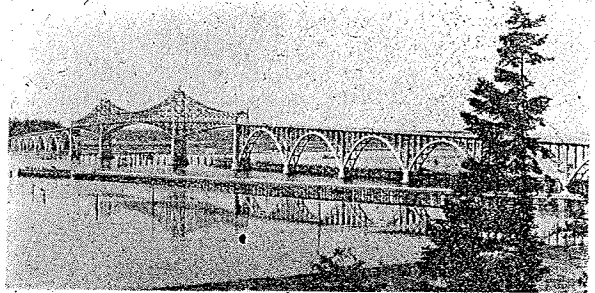


第13章 コンクリート拱の變形及び應力に関する諸問題

§1. 概 説

今日の橋梁の主要構造材料は鋼或はコンクリートの2種に限定されてゐて、之を拱橋に就いて言へば現在架設せられる拱橋の上部構造は、鋼拱で在るか或はコンクリート及び鉄筋コンクリート拱で在るか、その孰れかに屬してゐるのである。此の2種の橋梁に於て茲に注意すべき事は其の材質であつて、鋼橋は今日の設計示方書に於ては其の構造は弾性的であると假定せられ、若し之が不静定構造で在る場合には吊橋のやうな變形の大なる種類のものを除いては弾性理論に従つて應力を計算しても、實際に生ずる應力と實用上大差の無い結果が得られる。本書に於て前章迄に論じた諸構造は、(1)フックの法則によつて示される弾性體であり、(2)變形は微小であり、(3)梁の曲げ應力による變形はナヴェエの法則に従ひ、(4)材質は均一である、等々の假定に於て内力を取扱つたのであるが、それが鋼構造で在る限りに於ては支間が30mの場合でも100mの場合でも殆ど同一の趣旨の許に設計々算を爲し得るのである。

コンクリート及び鉄筋コンクリート構造の場合に其の主桁設計々算を果して鋼橋の場合と全く同一なる趣旨を以て遂行し得るか否か、又、同じくコンクリート及び鉄筋コンクリート拱であつても支間、



寫眞 13-1 クーヌ橋 (米國)

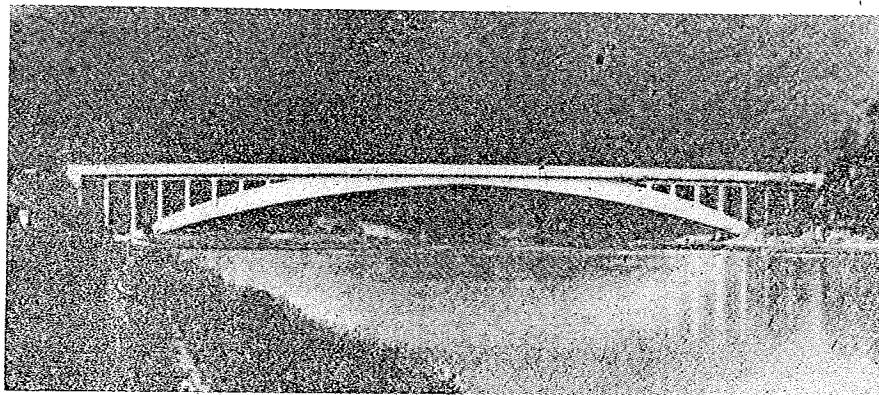
30mのものと同支間100mのものが同じ扱法を以て設計し得るか否か、本章はコンクリート及び鉄筋コンクリートに含まれる特異性、之を主要材料として築造した橋梁に現るべき諸現象、變形に伴つて生ずる二次的應力の除去法、等に關聯して上述の問題に觸れやうとするのであるが、豫め次の諸現象に關して一言するの必要がある。

コンクリートは材料として均質的では無い。假令砂利の性質は均等であつても、砂利と

モルタルとは同質ではなく、或る施工法では砂利が比較的一ヶ所に集りモルタルが他に堆積し、同じ混合のコンクリートでも昨日のものと今日のものとの間には材質的相違を生ずることあり、内部のコンクリートと外面に近いコンクリートでは茲にも亦相違を生じ、硬化後に於て或るものは膨脹するが或るものは収縮する。

鋼に於ては變形(歪)は普通の許容應力以内の荷重にあつては弾性的であり且つ此の應力と變形とは直線比を保つのであるが、コンクリートは比較的應力の小なる範圍に於ては弾性を有するとは言ひ乍ら前記兩者は曲線的比例を爲し、即ちヤング係數(弾性係數)は作用應力の大小に依つて其の大きさを異にするのである。力學的關係を最も複雑にするのは、コンクリートは塑性變形を容易に起し易い事であつて、塑性變形は弾性變形と同時に生ずるが故に鋼材に對しては歪計(Extensometer)により變形を測定する事によつて應力を測る事が可能であるが、コンクリートに對しては夫れが鋼に於けるやうには行ひ得ないのである。

構造材料としての鋼とコンクリートとに就いては幾多の相違があるが、コンクリート橋は鋼橋に比して死荷重大であると云ふ點は重要な相違の一つであつて、コンクリート橋は死荷重の影響を多分に持つてゐるのである。従つて橋脚或は橋臺等の移動回轉には輕視し得べからざる點があり、換言すれば固定支點が完全に剛性ある固定であるか否かも亦場合によつては考慮すべきであり、之にはコンクリートの變形し易い性質が混入し、米國に於ける或る測定に於ては岩盤上に築造された固定拱の支點回轉が認められてゐる。

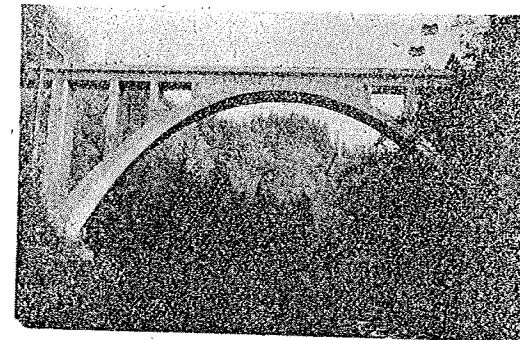


寫眞 13-2 佛蘭西ミューズ河レイフル三鉸拱, 支間 97 m.

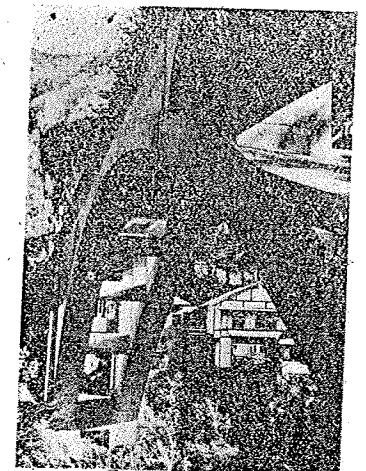
鐵筋コンクリート拱の拱肋に生ずべき應力は凡そ次の2種類に分類する事が出来る:(1) 拱自身が擔ふべき死荷重及び活荷重の直接影響、即ち荷重應力、(2) 拱肋の寸法或は形狀の

變化に伴ふ影響、即ち變形應力(Deformation stress)。荷重應力に就いては之の取扱法に一定の方法があるから茲には省略するが、變形應力は支點の移動或は回轉及び形狀變化の作用、即ち載荷直後に生ずる拱肋短縮(一般に謂ふ肋縮 Rib-shortening)、コンクリートの塑性變形、溫度及び濕度による變形、コンクリートの硬化に伴ふ収縮、等によつて生じ、之等のうち塑性變形を除外すれば他の諸變形に基く應力はコンクリートが弾性變形を爲すものと假定する限りに於て普通の弾性理論によつて解き得るのである。よしんば弾性係數 E の値が部分的に相違して居やうとも夫れは弾性方程式の解法を複雑たらしめるだけである。併し乍ら一度そこに塑性變形が起れば他の變形應力は之に影響されて變化し従つて拱肋を弾性體と看做しての應力解法には自ら誤差が含まれるのであり、コンクリートの塑性變形量が若し微小であるとすれば之が影響は無視することも出来やうが、若齡のコンクリートは荷重によつて相當の塑性流動を惹起し此の流動は數年間繼續して全變形量は弾性變形量の數倍に達するのであるから、支間の大なる拱に於ては拱肋を單に弾性體と看做す事に不合理を生じ、また加算の法則(Law of superposition)の適用にも慎重なる注意が必要である。

拱肋の軸線は壓力線に合致せしめる事が經濟的であり、此の意味で變垂曲線は拱軸線に適當する曲線である事を前章に述べたが、此の事は拱肋を剛體と看做すと言ふ假定の上で立つてゐるのであつて、塑性變形其の他に基く拱肋縮のある事を考へれば、其所にもまた幾分の誤差が認められるのである。



寫眞 13-3 川口線大谷川拱橋. 支間 15m. 拱矢 15m.



寫眞 13-4 氷川橋

§2. コンクリート拱肋變形

コンクリート及び鐵筋コンクリート拱に生ずべき變形は、凡そ次のやうな諸原因から生

する。

- (1) 温度変化
- (2) 硬化に伴つて生ずる収縮
- (3) 弾性変形
- (4) 塑性変形
- (5) 下部構造の移動或は回轉

コンクリートの變形に関する問題は歴史的には亞米利加に起り且つ同國に於て多大の研究が行はれ塑性變形については 1905 年既に「流動」なる語彙が用ひられたと共に 1915~1917 年當時マクミラン、スミス、ケルク、フラーその他によつて諸種の報告が公表せられたが、劃期的なる研究はデヴェス、ストラウブ、ウェルソン、ホットニイ及び英國のグランヴェル等によつて行はれ、米國土木學會の研究報告の之に寄與する所も亦尠くない。主なる文献としては、

- (1) Granville. *Studies in reinforced concrete. Building Research Technical Paper. No. 11, "Shrinkage stresses"; No. 12, "The creep or flow of concrete under loads", London, 1928.*
- (2) Davis. *"Flow of concrete under sustained compressive stress", Proc. A. C. I. Vol. 24, 1928.*
"Flow of concrete under action of sustained loads", Proc. A. C. I. Vol. 27, 1931.
- (3) Straub. *"Plastic flow in concrete arch" Trans. A. S. C. E. 1931.*
- (4) Wilson. *"Laboratory tests of reinforced concrete arch ribs". Univ. of Ill. Bul. 202, 1930.*
- (5) Cross. *"Dependability of theory of concrete arches". Univ. of Ill. Bul. 203, 1930.*
- (6) Wilson and Kluge. *"Effect of time-yield in concrete upon deformation stress". Univ. of Ill. Bul. 275, 1935.*
- (7) Whitney. *"Plain and reinforced concrete arch". Journal of A. C. I. March, 1932.*
- (8) *"Final report of the special committee on concrete and reinf. concrete arches". Trans. A. S. C. E. 1935.*
- (9) Gehler. *"Hypothesen und Grundlagen für das Schwinden und Kriechen des Betons". Bautech. H. 10/11, 1938.*
- (10) Haoraneck. *"Weitgespannte Eisenbetonbogenbrücken". Vorbericht des Int. Kongresses für Brücken und Hochbau. 1936. Schlussbericht ditto. 1938.*
- (11) Dischinger. *"Untersuchung über Knicksicherheit". Bauing. 1937.*
"Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke" Bauing. 1939.
- (12) Habel. *"Der Einfluss des Kriechens des Beton auf die Tragfähigkeit mittig gedrückter Eisenbetonsäulen bei Knickgefahr". Bauing. H. 9/10, 1938.*
- (13) Faber. *"Elasticity, plasticity and shrinkage". Premier congress, 1932. Pre. Publ. et Rap. Fin. Ass. Int. Ponts et Charpentes.*
- (14) Busch. *"Das plastische Verhalten des Betons". 1937.*

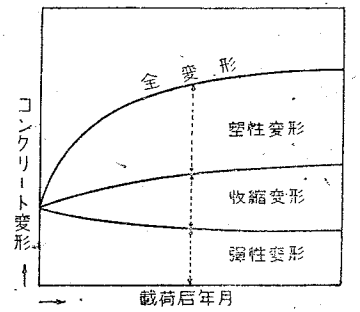
コンクリートの變形を論ずるに當り事柄を簡單にする爲に、温度及び湿度を一定に保つと共に支點の移動廻轉を無きものとして之等の影響から隔離すれば、載荷されたコンクリートの或る期間に亘つて生ずる變形は、塑性流動、硬化収縮、弾性係數の變化、の 3 者によつて惹き起される。従つて、載荷されたコンクリートの寸法變化を類別する爲には 3 種の供試體が必要であつて、

第 1 供試體……載荷。その變形には塑性流動、硬化収縮、弾性變形の 3 種の合計が混入してゐる。

第 2 供試體……無載荷。硬化収縮のみを測定する。

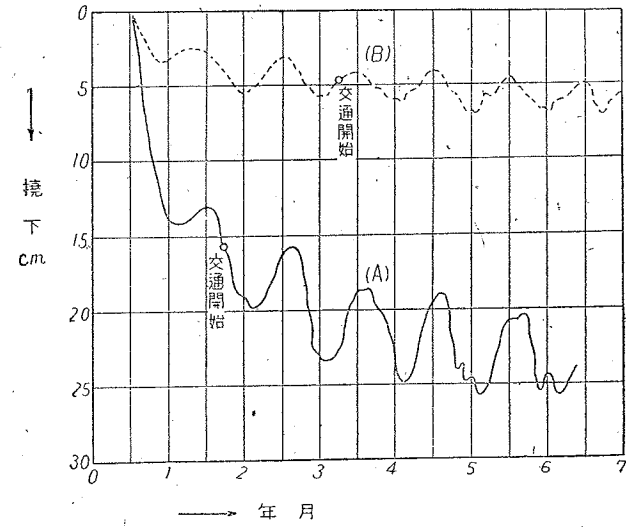
第 3 供試體……無載荷。弾性係數のみを適時測定する。

斯うすれば上記 3 種の變形の特性が現れ、グランヴェルは之等 3 種の變形の大要を第 13-1 圖を以て示してゐる。コンクリートは載荷に關係なく硬化に伴つて収縮を起すが、載荷されれば、(1) 塑性流動が起つて之に因る變形は時と共に増加し(但し増加率は漸減)、(2) 弾性係數は時と共に増加する故に弾性變形は時と共に漸減し、(3) 硬化収縮は此の間に進行し(但し増加率は漸減)、結果に於て或る期間を經過すれば變形は増大する。



第 13-1 圖

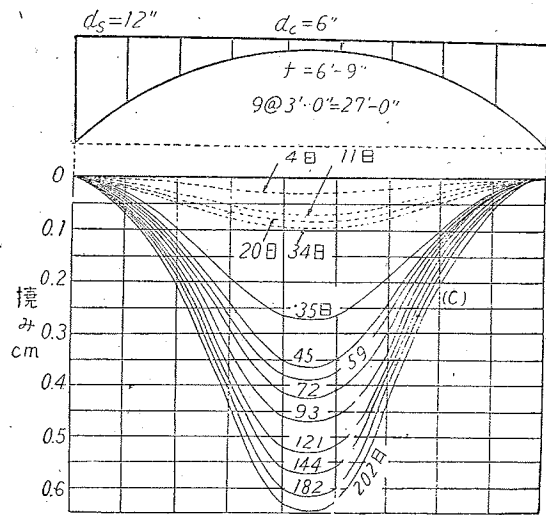
斯くの如き變形は、假令その増加率は減少しても收斂級數的に増加するのであるが、拱



第 13-2 圖 拱頂點撓み (I)

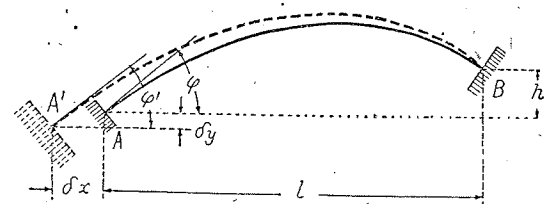
橋に於ける實測によれば、5~6 年間は繼續する事が認められ、拱橋中央點(拱頂點)の撓下現象はよく此の現象を示してゐるのである。拱頂點撓下現象は嘗ては硬化に伴ふ収縮に因るものと考へられてゐたが、之に塑性流動が含まれてゐることは蔽ふ可からざる所であつて、尙ほ撓下には弾性

肋縮, 温度變化, 橋臺移動, が一部の原因を爲すのである。第 13-2 圖 (I) は拱架撤去後に生じた拱頂點の撓下を約 6 ケ年に亘つて測定した記録を略示したものであつて, (A) は獨乙プラウエン拱 (徑間 90 m), (B) は米國キャンスタット拱 (徑間 57 m), 此の 2 拱の撓下量には差があるが何れも拱架撤去の直後に多大の撓みを示し年と共に増加率は遞減し, 併し夏冬の兩期間に於ては各年とも温度變化による上下移動を明に示してゐ



第 12-2 圖 (II)

る。此の 1 ケ年間に於ける變動には湿度の影響が入る。而して (A) の場合の初期撓下量の甚大なる事は橋臺移動に因るものと推測されてゐる。第 13-2 圖 (II) は米國イリノイ大學試験所に於けるウ



第 13-3 圖

・ルソンの模型實驗による撓みを示す (§5. 参照)。

拱肋變形の一般を第 13-3 圖について言へば, 此の不對稱固定拱に均一に t なる温度上昇が起つて此の爲に拱肋が膨脹しようとする場合, 若し支點 A が自由に移動し得るものであると假定すれば, 此の支點は

δ_x だけ横に移動して, 支間を $l+\delta_x$ とし

δ_y だけ縦に " " , 支點の高差を $h+\delta_y$ とし,

起拱點切線の水平に對する角度を $\varphi-\varphi'$ だけ變へる。

温度下降の場合には反對の現象が生じ, 拱が左右對稱であれば $\delta_y=0$ となる。而して, 支點 A の移動が無い限りに於ては,

$$\delta_x=0 ; \delta_y=0 ; \varphi'-\varphi=\delta\varphi=0$$

なる事であつて, 然るときは起拱點 A' は δ_y だけ上方に推し上げられ, δ_x だけ右方に推し返へされ, $\delta\varphi$ だけ傾角を開かされようとするのであつて, 即ち拱肋は斯うした作用を

行ふ外力に作用されたのと同じ状態になり, 此の温度上昇の場合拱頂點は (一) 曲げモーメントに作用されるのである。

橋臺の後退の如き支點移動は温度下降と同様の影響を與へるのであるが, 弾性肋縮, 硬化に伴ふ收縮の兩者も亦温度下降と同様の影響を拱肋に與へる。併し拱肋コンクリートの流動は其の現象は弾性肋縮に似てゐるが拱肋應力に與へる影響は聊か趣きを異にするのである。

§3. 温度變化の影響

弾性拱肋の温度變化に基く應力の算定法は各種拱肋に對して既に論じたが, 之が基を爲す温度の變化量 t 及び伸縮係數 ϵ_t を茲に略説する。

ϵ_t はコンクリートに對し 1°C につき 0.00001 を標準とする。この數はコンクリートの性質によつて可變なる事勿論であるが, 實際の諸拱橋に於ける測定によれば 0.000007~0.000012 の範圍にある。但し, この測定にはコンクリートの塑性變形及び硬化收縮の影響が混入して錯綜する爲に測定値は必ずしも精値では無いのである。

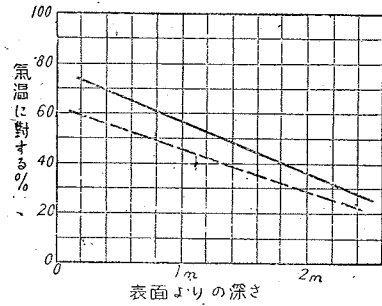
温度の變化範圍は 1914 年架設瑞西ラングウェース鐵道橋に於ける 1 ケ年餘 36,000 回に亘る測定資料によれば, 氣温の最低最高差 41°C , 之に對してコンクリートの温度變化は構造各部で差異があるが $24.8\sim 32.5^\circ\text{C}$, 即ち氣温變化の 60~80% に相當し, 平均すればコンクリート温度變化は氣温變化の 66.6% 即ち $\frac{2}{3}$ であつた。此の拱肋の厚さは起拱點で 1.4 m, 拱頂點で 1.0, 可なり斷面が大であるから, 之より細い拱肋では温度變化は多少増大するものと觀られるのである。因に此の場合の各日平均氣温の其の期間に於ける高低差は 30.5°C であつた。

米國に於ては數多のコンクリート拱橋の温度變化が精密に實測されてゐる。而して歐米に於ける實測の記録を通覽するとき凡そ次のやうな特性が看取されるのである。

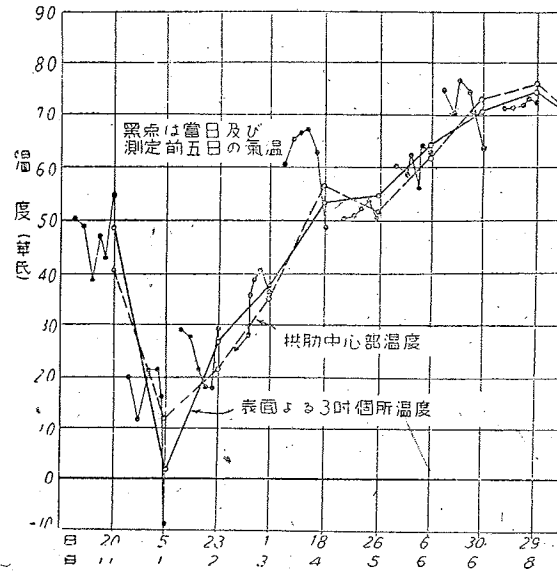
- (1) コンクリート内部温度變化 t_c は氣温變化 t_a より幾分小である。 t_c は t_a の約 90~60% の間に在るが, それはコンクリート表面からの深さによつて異り, 氣温變化の波形によつて變る。
- (2) 毎日氣温の變化が小なる場合には上記の % は著しく上昇する。
- (3) コンクリート温度は氣温より遅れて變化する。既に氣温は下降してもコンクリートは數日前或は數週前の高温を保持し, 氣温昇降急激なる場合には氣温は下降しつつあつてもコンクリート温度が上昇を示しつゝあるやうな現象を呈する事がある。
- (4) コンクリート温度變化の遲行性は低い氣温に對して大である。従つてコンクリート温度が其の日の最高氣温より高い事はあつても最低氣温より低い事は普通は起らない。

以上の事はコンクリートの熱傳導及び保溫性からも推理できるのであるが, 熱による伸縮に關聯を持つてゐるのは湿度であつて, コンクリートは湿度が高ければ膨脹するから,

若し冬季の湿度が高ければ温度下降による拱肋収縮は、湿度の爲に緩和されるのであり、米國の冬季は一般に湿度が高い關係からホットニイは第 13-4 圖を作製し、コンクリート



第 13-4 圖



第 13-5 圖

温度の気温に對する % (實線) は湿度を考慮すれば點線で示すやうに此の % を低下すべき事を論じてゐる。本邦内地に於ては反對に夏期高温高濕たるを普通とするから、膨脹に對しての考慮が必要である。

第 13-5 圖は 1924 年米國に於てウォルソンがダンザルのギルバート街橋に於て實測した記録の一部を圖示したものであつて、上記 (1)~(4) の諸特性は此の中にもよく現れてゐるのである。實測による伸縮係数 ϵ は拱肋では 1°C につき 0.000088、床では 0.00001 であつた。コンクリート温度の最高最低差は 83°F 、即ち気温變化との差は比較的尠く夏期に於ては殆ど兩者の差が認められないのである。但し、此の場合、気温は 1 日の平均値を示してゐるが、1 日の急激な気温差は決して其の儘コンクリート温度に傳導されないから、此の實測に於ては兩者の差は決して大きくは無いのである。又、本橋の拱頂點撓みは温度變化に並行し其の量は理論的計算値より最大 10% だけ尠かつたのであるが、之には床部の影響その他が入つてゐる爲と觀られてゐる。

塑性流動に關しては後節に記述するが、コンクリートの塑性流動はコンクリートの温度變化に因る應力に重大なる關係を有してゐる。コンクリートが硬化せんとするに際して多量の熱を發生する事を考へれば、夏期施工したコンクリート拱の冬季に至る迄の温度變化は 50°C に近きものがあり得る譯であつて、斯くの如き温度變化による應力は拱を弾性體として考へれば蓋し莫大なる大きさに達するのである。併し此の初期發熱に關して既に諸家の

實驗値があり拱コンクリートの硬化に起る發熱は凡そ 10~20 日にして發散消失し爾後は気温に並行するものと觀られて居り、しかも硬化初期のコンクリートの流動性は多大である事から言へば、初期發熱は相當大であるにしても、塑性流動の爲に應力を生ずる事が甚小であると看做しても差支へはなく、従つて初期高熱は之を無視しても差支へないであらう。次に問題となるのは初期發熱の消失した後の気温變化に並行するコンクリート温度變化であつて、温度變化に因る應力を算出するに際して此の温度變化を採るか否かは設計上重大な問題である。之に對してはコンクリートの初期に於ける流動性の多い事を併せて考へる必要がある、而して施工後數ヶ月間に於けるコンクリートの温度變化に伴ふ變形の大部分は塑性流動によつて調節され、その爲にコンクリートには温度變化に比例する應力が生じないものと觀るのが最近の考へ方である。鐵筋に對しては此の事は考へ得られない事勿論である。

斯くの如くコンクリート拱の温度を考察するとき、設計者にとつて重要であり且つ興味ある事項である所の設計々算に於て採るべき温度變化量は如何程と爲すべきかの問題に直面するのである。土木學會標準鐵筋コンクリート示方書に據れば、(第 71 條 (1))、

構造物に對し温度變化の影響を考慮する必要がある場合には、最高最低の温度差は 30°C 、温度の昇降は各々 15°C を標準とす。厚さ 70 cm 以上の構造部分に對しては、前記の値を夫々 20°C 及び 10°C と爲す事を得。但し地方的狀況に應じて前記の標準を相當増大すべし。

此の基準温度變化量の決定方法には異論があるが、之に關してのホットニイの説は一考に値する。彼によれば、米國各地の拱橋 (拱肋厚平均 = 60 cm) の記録からコンクリート内部温度變化は最大気温變化の 75% と抑へ、若し湿度及び塑性流動の影響を考慮に入れば之より 20% を控除し、即ちコンクリート内部温度の最大變化を最大気温差の 60% ととする、例へば或る地點 A 及び B に就いて言へば次のやうに之を定めるのである。

地 點	年 雨 量 吋	關 係 濕 度 %			温 度 (F)				コンクリート拱、温度差、 t_c (F)	備 考
		一月	七月	年平均	最高	年平均	最低	高低差		
A	52.8	73	77	71	104°	63.°4	-10°	114°	69°	114×0.6=69°
B	9.1	48	45	47	105	63.5	-5	110	66	110×0.6=66°

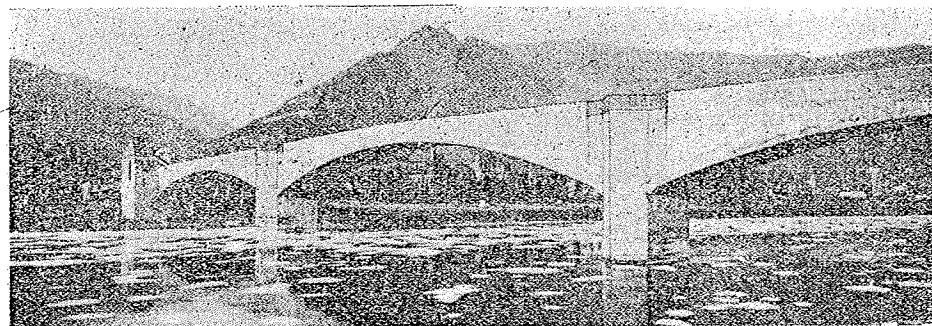
然らば此の温度差 t_c によつて温度變化による應力を求む可きか否か、之に對しての彼の方法は、初期の温度が何度であらうとも初期に於ては塑性流動が大であるから、大なる温度變化が生じて居ても應力は之に比例した大なる値に達せず、數ヶ年經過してコンクリートが弾性體となつた時は年平均の温度に於て温度應力は零となり、従つて應力の計算には

單に $\pm \frac{1}{2} t_0$ を採用するのである。此の $\pm \frac{1}{2} t_0$ を採用するの説は遽に承服し難いのであつて、夏期施工した拱が年平均温度時に於て果して温度應力が零となるか否かは疑問であり、弾性係数 E_c の増大する事を考へれば此の方法は危険なる結果を與へるものと考へられる。但し、施工後第1年間に於ては最高最低の温度の變化を探つて置きさへすれば、硬化による收縮、塑性流動による筋縮に原因する應力は塑性流動の爲に消滅するものと看做すのも差支へないであらう。ウェルソンは此の後の説を探つてゐる。本邦に於ける t_0 に就ては氣温高低差を 40°C と看做すとき其の 75% を採れば $t_0=40 \times 0.75=30^\circ\text{C}$ となる。

コンクリートの E_c は破壊に對して $E_c=210,000 \text{ kg/cm}^2$ が基準となつてゐるが、優良なるコンクリートの E_c は之より高いのであるから、温度上昇に基く橋臺地盤への推力を算定する場合には、例へば $E_c=280,000 \text{ kg/cm}^2$ の如きを探る方が危険が尠いであらう。

§4. コンクリートの收縮

コンクリートは濕潤状態に置かれれば膨脹するが、普通の構造物に施工されるやうに乾燥し易い状態に置かれれば收縮し、グラフが $12 \frac{1}{2}$ 年に亘る測定をした結果では、膨脹



寫 眞 13-5 獨乙 モーゼル河 三鉸拱橋

及び收縮は初期に於て進行が大であるが、濕潤状態に在るものは 0.205 mm/m 伸び、乾燥状態に在るものは $0.5-0 \text{ mm/m}$ 收縮し、乾燥状態に置かれたものは其の状態に在る間は收縮するが、途中で水中に置けば俄に膨脹して原寸法に戻らうとし、之を再び乾燥状態に置けば收縮が起る。この伸縮の大きさは形状の大小、鐵筋の量、養生中の氣温、等によつて變ると共にコンクリートの材質（即ち、骨材、セメント、配合比、等による特性）によつても異り、水量の多きもの程收縮する (*Beton u. Eisen*, 1922)。

普通のコンクリートが空氣中で硬化する時に生ずる收縮は時間と共に増化する點に於て

塑性變形に因る收縮と相似してゐるが、然し荷重には無關係である。従つて實驗室的實驗によつて其の大きさを求めることが出来るにしても、實際に築造された拱橋に於ては温度變化、塑性流動、等の影響と不可分に現はれるから之を單獨に檢出する事が難かしい。諸家の實驗による收縮係数 ϵ_s の値は凡その次表の通りである。

第 13-1 表 コンクリート收縮係数 ϵ_s

實 験 者	配合	水セメント比 %	鐵 筋	貯 藏 法	期間	ϵ_s	備 考
グラングキル (供 試 體 6"×6"×36")	1:2:4	75	無	室内、氣温一定	18ヶ月	0.000482	4ヶ月 $\epsilon_s = 0.000207$
	"	72.5	無	"	"	0.000470	
	"	75	1- $\frac{3}{4}$ " ϕ	"	18ヶ月	0.000280	4ヶ月 $\epsilon_s = 0.000162$
	"	75	4- $\frac{1}{2}$ " ϕ	"	"	0.000164	
"	"	71.5	1- $\frac{3}{4}$ " ϕ	室内、氣温自然	4ヶ月	0.000154	
デグキス (供 試 體 4"×14" 圓橋)	1:5.67	89	無	濕 度 50%	23ヶ月	0.000907	膨 脹
	"	"	"	" 70%	"	0.000706	
	"	"	"	" 100%	"	0.000176	
	"	"	"	水	"	0.000142	

上記の結果より觀るに ϵ_s の値は決して一率ではない。特に湿度に關係が多く、實際の拱筋は風に曝されるから比較的乾燥してゐるとも考へられるが、その容積は供試體に比して巨大であるから内部は比較的濕氣ありと考へられるのである。鐵筋があれば鐵筋の抗壓力によつて收縮は劇減する。

土木學會標準鐵筋コンクリート示方書第 71 條に據れば、硬化收縮を温度 15°C 下降に相當するものとしてゐる。此の收縮は $\epsilon_s=0.00015$ に相當するから、鐵筋挿入の在る場合のみを示すのであつて、獨乙では、

縦鐵筋 0.5% 以上挿入あるとき	15°C
" " 以下 "	20°C
無鐵筋コンクリート拱に對し	25°C

なる規定があるが蓋し適當なる示方である。之等の數は上記諸例より觀れば聊か低きに失する如く考へられるが、茲に示された ϵ_s の値は收縮に伴ふ應力を計算するに用ひられるのであつて、收縮は硬化の初期に於て大であり、此の期間の收縮應力はコンクリートの塑性流動によつて相當に輕減される事を想へば、決して低きに失する事は無いのである。

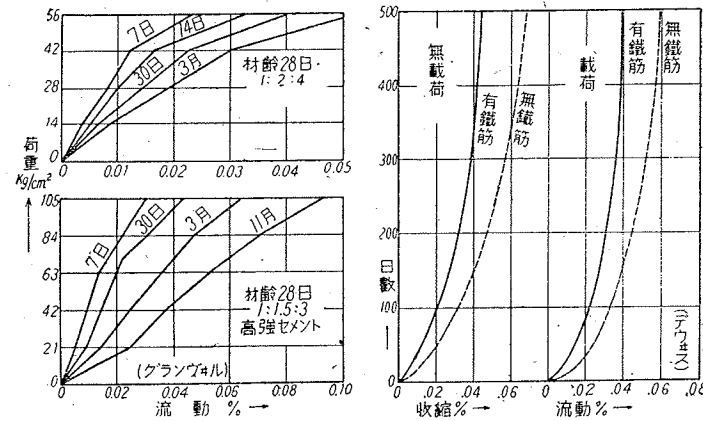
鐵筋の挿入あるコンクリートと然らざるコンクリートとを比較すれば、無論その硬化收

縮の量に差があり、鉄筋とコンクリートとの間の附着が充分であつて兩者の間に迂り現象が無い時は、コンクリートの収縮を鉄筋が阻止してコンクリートには引張力が生じ鉄筋には圧縮力が起る。今、純コンクリートの硬化収縮を s とすれば、実際に生ずる収縮は鉄筋の弾性収縮であつて、之は s からコンクリートの弾性及び塑性變形を差引いたものに等しいと考へ得るのである。此の關係に於てはコンクリートの塑性變形は弾性變形と同じやうに應力に比例するものと看做しても實用上誤差はないであらう。斯くの如き状態に於て収縮の進行しつつある Δt 時間に就いて考へれば、鉄筋に作用する圧縮力の増加量とコンクリートに作用する引張力の増加量とは相等しく、

$$\Delta \sigma_s \cdot A_s = \Delta \sigma_c \cdot A_c$$

茲に、 $\sigma_s, \sigma_c \dots$ 鋼及びコンクリートの各應力

$A_s, A_c \dots$ " " の各斷面積



第 13-6 圖

而して c を單位應力 (1 kg/cm^2) によるコンクリートの t 時間に於ける塑性變形とすれば、コンクリートの塑性變形は $\Delta c \cdot \sigma_c$ であり、上述のやうに純コンクリートの収縮 s からコンクリートの塑性及び弾性變形を差引いたものは鉄筋の弾性収縮 (實際収縮) に等しいから、

$$\Delta s - \sigma_c \cdot \Delta c - \frac{\Delta \sigma_c}{E_c} = \frac{\Delta \sigma_s}{E_s}$$

$$\Delta s - \sigma_c \cdot \Delta c = \frac{\Delta \sigma_s}{E_s} + \frac{\Delta \sigma_c}{E_c} = \Delta \sigma_c \left[\frac{1}{E_s} \cdot \frac{A_c}{A_s} + \frac{1}{E_c} \right] = \Delta \sigma_c \left[\frac{1}{p \cdot E_s} + \frac{1}{E_c} \right]$$

或は、

$$ds - \sigma_c \cdot dc = d\sigma_c \left[\frac{1}{p \cdot E_s} + \frac{1}{E_c} \right] \dots \dots \dots (13-1)$$

式中、 p は鉄筋の斷面積比である。此の微分方程式はグランヴェルの作製したものであつて、収縮・時間曲線及び流動・時間曲線を明かにすれば本式を解くことが出来る。而して塑性變形が生じないと假定すれば上式は、

$$s = \sigma_c \left[\frac{1}{p \cdot E_s} + \frac{1}{E_c} \right] \dots \dots \dots (13-2)$$

塑性變形を考慮した場合のコンクリート弾性係數 E_c は $\frac{\text{應力}}{\text{弾性變形}}$ で示し得ないのであつて、グランヴェルは $E_c' = \frac{\text{應力}}{(\text{弾性} + \text{塑性}) \text{變形}}$ を以て之に換へてゐる (E_c' を有効弾性係數と呼ぶ)。而して以上に於てコンクリートの變形は引張變形であるが、その大きさは壓縮の場合と大約同値であるとしても大差がない。

塑性變形のある場合第 13-2 式の E_c を E_c' と書き換へて此の式を對稱鉄筋の挿入された部材の収縮及び収縮應力の關係式とし、 e_s を鉄筋の弾性變形とすれば、

$$e_s = \frac{s}{p \frac{E_s}{E_c'} + 1} \dots \dots \dots (13-3)$$

グランヴェルは E_s/E_c' を 10~20、大約 15 とするを可としてゐる。然るときは p を 1% = 0.01 とした鉄筋コンクリート部材では、

$$e_s = \frac{s}{0.01 \times 15 + 1} = \frac{s}{1.15} = 0.87 s$$

即ち $p=1\%$ の鉄筋を挿入した場合の収縮は純コンクリートの収縮の 0.87 倍或は 13% 減であり、 $p=7\%$ とするとき約 50% 減である。而して此の結果は二、三の假定の上にあるが相當の精度があるものと言へやう。

柱に於けるコンクリートの収縮が鉄筋に及ぼす影響即ち鉄筋の壓縮應力は、第 13-3 式に基いて上記の數字を借用すれば、 $s=0.0004$ とするとき、 $e_s=0.0004 \times 0.87=0.00035$ であるから、

$$\sigma_s = e_s \cdot E_s = 0.00035 \times 2,100,000 = 735 \text{ kg/cm}^2$$

$e_s=0.0003$ とすれば、

$$\sigma_s = 0.0003 \times 0.87 \times 2,100,000 = 546 \text{ kg/cm}^2$$

即ち、構造用鋼許容壓縮應力の約 $1/2$ に相當する壓縮力が作用するのである。此の値は米國に於ける實驗値に比較するとき必ずしも大では無い。

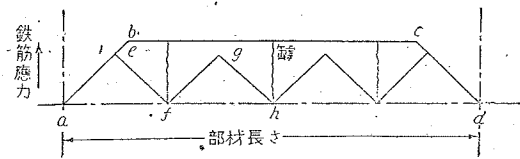
収縮によつて鉄筋に壓縮力が起れば $\sigma_c \cdot A_c = \sigma_s \cdot A_s$ なる關係でコンクリートに引張力が作用し、

$$\sigma_c = \sigma_s \cdot \frac{A_s}{A_c} = \sigma_s \cdot p$$

からコンクリート引張応力を求める事が出来る。

中心に縦鉄筋を有する鉄筋コンクリート柱の硬化収縮に因る變形及び應力に關するグランヴェルの實驗には注意すべきものが二、三ある。

- (1) 圓筒供試體 (配合 1:2;4, 水セメント比 70%, 急硬セメント使用) の中心に鉄筋を挿入し、硬化収縮の現象を其の兩端面の變化について鏡歪計により測定すれば、圓周に近き部分は多く収縮し、中心部では収縮少く、即ち収縮變形は不均一であつて兩端面は扁平なる圓錐狀を呈す。無鉄筋の場合は収縮後も略平面を呈す。
- (2) 鉄筋が兩端から餘分に突出してある (コンクリート中にフックしてゐない) 供試體に於て鉄筋に作用する壓縮應力を内部に設置した歪計によつて測定した結果によれば、鉄筋應力は兩端から中央に向つて殆ど直線的に増加するが、兩端から 12~15 cm 多くとも 30 cm の個所で増加は停止し、中間では鉄筋應力は定値を保ち鉄筋とコンクリートの附着應力は零である。第 13-7 圖の *abcd* 線は此の應力分布を示す。附着應力の分布に就いては、兩端にて最大、中央に近づくに従つて減少す、或は附着應力は鉄筋とコンクリートとの變形の差に比例する、とするが如き假定は此の實驗では認められず、兩端の 15~30 cm 部分に於て殆ど均一に分布する。而して上記の應力分布は材齢に關係する所が尠い。



第 13-7 圖

- (3) コンクリートに作用する引張力が限度を越えれば其の部分に罅が出来る。一度罅が這入れば其の部分は兩端と同じやうな無應力状態となるから、鉄筋の壓縮應力も亦零になり、コンクリート應力は第 13-7 圖 *efghi* ……で示すやうな罅狀の分布を示し、應力は減少する。コンクリートの引張應力は鉄筋應力と同じく兩端で零、中央部で一定、従つて罅は兩端附近を除いた偶所の最弱部分に起る。

- (4) 鉄筋量が多量であるか、或は片側にのみ鉄筋の在る部材では、之に軸壓縮力の作用の無い限り、罅を生ずる懼れがある。

メラン式の鉄筋コンクリート拱では上記に注意する必要がある。

硬化収縮に關する事項は次に論ずる塑性變形収縮と共に極めて複雑であつて、之に因る應力は容易に算定し難いものがあるが、以上の諸現象は拱橋の検討に重要な關係がある。

§ 5. コンクリートの塑性變形

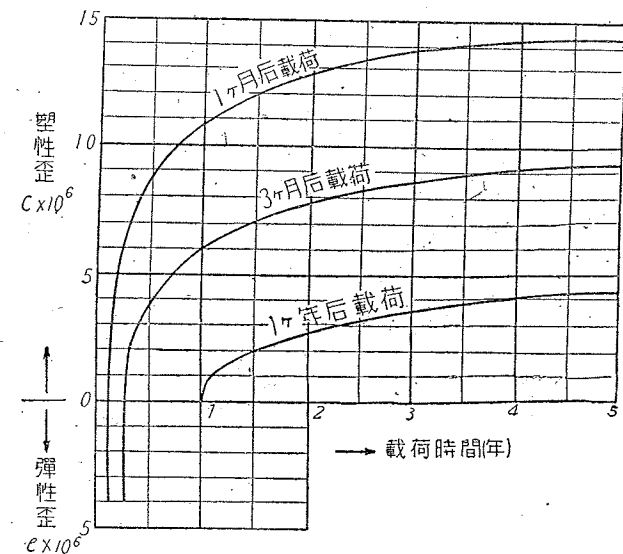
コンクリート構造物には例へば拱橋に於ける拱頂撓下の如き永久變形の生ずる事が顯著であつて、斯くの如き現象は幾多の技術者の關心の的となつたのであるが、その原因には

コンクリートの載荷に基く塑性流動 (Plastic flow) 或は匍匐 (Creep) が大なる役割を演じてゐる事が明にせられ、グランヴェル、デヴェスの實驗的、ストラウブの理論的、ウエルソンの實物試験的、等の研究は俄然此の問題の解決に多大の光明を與へたのであつた。

塑性變形は永久變形の一種であつて、硬化収縮と共に時間的に變形を増すのであるが、塑性變形は荷重の函數である點に於て硬化収縮と異つてゐる。

- 1) 塑性流動量 グランヴェル及びデヴェスの實驗結果に據る塑性流動量は凡そ次に列挙する特性を持つてゐる。

- 1) 流動量は始めて載荷したときの材齢によつて異り、若齡なるとき載荷したもの程流動は大である。
- 2) 載荷後の流動は載荷時間 (荷重持續時間) の長短によつて異り、時間の長さに比例して流動は増加する (塑性流動を時伏 *Time yield* と呼ぶ原因は茲に在る)。但し、流動量は載荷初期に於て大であり、時間毎の増加量は経過する時間に比例して減少し 5~6 年にして増加量は零、即ち塑性流動は停止する。
- 3) 塑性流動量は作用應力が許容應力以内なる時は、作用應力に比例するものと看做すことが出来る。



第 13-8 圖

- (4) コンクリートの性質から觀れば次記のコンクリートの塑性流動量は大である。

(i) セメント量の少量	(ii) 使用水量多量
(iii) セメント強度低弱	(iv) 濕度小 (アルミナ・セメントの場合は反對)
(v) 細率小	(vi) 弾性係數小
- (5) 流動量はセメントの種類によつて異なる。

塑性流動に於ける單位歪 (1 kg/cm² の應力に因る歪) を c で表せば 諸家の實驗値は凡そ次の通りである。

i) セメントの種類異なる場合, コンクリート材齢1ヶ月 [グランビキル]

アルミナセメント	$c=0.000036$
急硬ポルトランドセメント	$=0.000056$
普通 " "	$=0.000145$

ii) セメント量, 水量, 湿度異なる場合 [グランビキル]

第 13-2 表

配合	水セメント比 %	保存	應力 kg/cm ²	載 荷 時 間 (28 日後載荷)			
				1 ヶ月	2 ヶ月	3 ヶ月	11 ヶ月
1:3:4	90	空気中	21.1	0.000078	0.000097	0.000108	0.000256
"	70		42.2	0.000075	0.000094	0.000108	
1:3:6	95		"	0.000172	0.000199	0.000212	
1:2:4	70	水中	"	0.000017	0.000021	0.000024	

iii) 荷重(應力)異なる場合 [デヴキス]

第 13-3 表

材 質	状 態	作用應力 kg/cm ²	即時變形 %	全流動 %	單位流動歪 c
普通セメント使用 載荷期間 1300 日	乾燥保存	63.3	0.06	0.111	0.0000175
	28 日後載荷	42.2	3	0.069	164
	湿度 70%	21.1	1	0.034	161
供試體大小 4"×14" 圓壙	乾燥保存	84.4	0.05	0.134	0.000159
	3ヶ月後載荷	63.3	4	0.091	144
	湿度 70%	42.2	2	0.062	147
配合 1:5.05	水中貯藏	63.3	0.07	0.059	0.000094
	28 日後載荷	42.2	4	0.035	83
		21.2	1	0.012	57
水セメント比 1.03 スランブ 8.4 cm	水中貯藏	84.4	0.05	0.048	0.000057
	3ヶ月後載荷	63.3	3	0.036	57
	42.2	2	0.018	43	
載荷期間 650 日 供試體大小 同上 水セメント比 0.89 配合 1:5.67 (28 日後載荷)	水中貯藏	42.2	0.06	0.060	0.000142
	7 日後載荷	21.2	2	0.018	85
	湿度 50%	56.2	0.03	0.090	0.000160
	7%	"	"	0.063	112
	100%	"	"	0.030	53
	水中貯藏	"	"	0.027	48

之等の實驗は或る特定條件の下に行はれてゐるから、野外に在り且つ荷重に變動ある實際構造物に於ける c の値は上記と幾分異なるは免れない所であらう。プロオプストに依れば、塑性流動は活荷重の作用如何によつて異り、繰返荷重を材齢若き時に作用せしめれば流動甚だ大であり且つ繰返回数速さの大なる程流動は大である。* 彼のカアルスルウェ實驗所に於ける實驗によればその變化は次の通りである。

第 13-4 表

材 齢	8 週	10 週	7ヶ月半	2年7ヶ月
弾 性 歪:塑性歪(載荷初期)	4:1	11:1		31:1
" : " (載荷最後)	1:1.47	1:1	1:0.2	1:0.06
最初の塑性歪:最後の塑性歪	1:5.8	1:11		1:1.8

その他の特性を示す實驗結果には次の如きものがある。

第 13-5 表

載荷時 材 齢	應 力 kg/cm ²	保 存	3・5年後 の流動 %	セメント の種類	載荷時 材 齢	塑 性 流 動 %				
						載荷時	7 日後	1ヶ月後	6ヶ月後	
28	63	空気中	0.110	普 通	15	0.0075	0.0250	0.0379	0.0585	
90	63		.092		28	.0055	.0192	.0317	.0545	
28	42		.071		90	.0040	.0040	.0178		
90	42		.063		7	.0015	0.0115	.0197	.0302	
28	63		.060		高 級	14	.0015	.0087	.0147	.0209
90	63		.037			28	.0010	.0071	.0111	.0199
7	42	.060	90	.0005		.0036	.0056			
28	42	.035	アルミナ	1		.0005	.0133	.0201	.0283	
90	42	.019		7		.0002	.0077	.0138	.0236	
7	21	.018		28		.0000	.0041	.0082	.0140	
23	21	.012		90	.0000	.0027	.0058			
「デヴキス」 配合 1:5						「グランビキル」 配合 1:2:4 水セメント比 70%。				

斯くしてコンクリートの塑性流動はコンクリートの材質, 氣象, 關係事項の影響, 重荷の影響によつてその量を異にし, 従つて或る構造物に於ける塑性流動歪を想定する事は到底不可能であるが, 併し乍ら塑性流動の構造物全變形に及ぼす影響を知らうとする事は屢々必要であるから, 今此目的の爲にの値その概略値を定めやうとすれば, コンクリート配合 1:2:4, 死荷重載荷開始時の材齢 1~2 ヶ月, 平均湿度 70%, を基準として $c=0.000015$

* Probst. "Plastic flow in plain and reinforced concrete arch". Journal of A. C. I. Vol. 5, No. 2, 1933.

が全流動単位歪の大略値を示すものと假定しても差支へ無いと考へられる。第13-8圖に示した歪圖はホキットニイが作製した推測値を表すものである。

ストラウプは此の塑性歪の曲線的變化がバツハ・シュウレの指數法則に従ふものとし且つ荷重持續時間 t の函數なりとして、塑性歪 ϵ_f を次式で表した。

$$\epsilon_f = K \cdot \sigma^p \cdot t^q \dots\dots\dots(13-4)$$

茲に K は材質によつて異なる係數、單位應力 σ 及び時間 t に附した指數 p 及び q は荷重初期の材質に関する定數であつて、

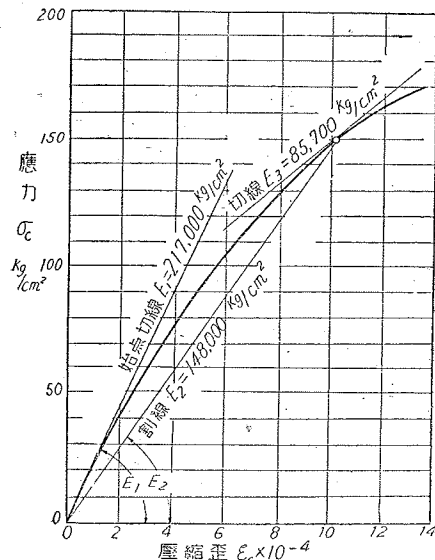
フアラ及びモア實驗の材齡3ヶ月のコンクリートに對し..... $q=0.42$

スミス實驗の材齡2週間のコンクリートに對し..... $q=0.18$

2) 彈性係數及び抵抗係數 コンクリートは彈性體であると同時に塑性體であつて、之に荷重するとき最初に彈性變形が現れるが直に引續いて塑性變形が現れ、實際問題として此の兩者を劃然と分別する事は難しいのであるが、荷重時間が短く且つ作用應力が大でなければ最初に現れた變形の大部分は彈性變形と看做することが出来る。第13-9圖は標準圍壩供試體第1週壓縮試験に於ける應力歪曲線の一例を示し、之を彈性變形と假に考へれば、彈性係數(ヤング係數)は應力の小なる範圍に於て變化が比較的尠く、應力の増大するに従つて減少の度を漸次増加し、バツハ・シュウレの法則

$$\epsilon_e = k \cdot \sigma^m \dots\dots\dots(15-5)$$

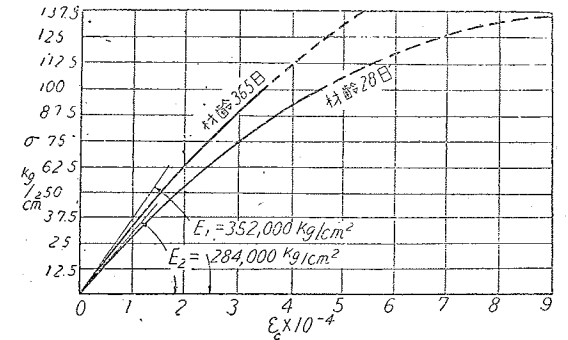
で示されるやうな關係が在る (k は材質によつて異なる係數)。此の例に於て始點切線係數(Initial tangent modulus)は $E_1=217,000$ kg/cm²; $\sigma=150$ kg/cm² に於ける切線係數は $E_3=85,000$ kg/cm²; そのときの割線係數(Secant modulus)は $E_2=148,000$ kg/cm² を示してゐる。コンクリートの E_c は材質、特にその強度に比例して變化する。従つて材齡によつて E_c の大きさは異なるのであるが、第13-10圖は材齡28日及び365日のコンクリート彈性係數の關係を示す一例である。而してコンクリートの彈性係數 E_c は荷



第13-9圖

重(應力)の大きさを基準とした割線係數が其の全貌を示す。

施工後相當の年月を經過し且つ荷重の經驗あるコンクリートが如何なる彈性係數を有するかを知る事は、既設橋梁の檢算その他に必要なであるが、§7.2)に述べるヤドキン河拱橋の撤去に際して測定し



第13-10圖

た彈性係數その他の重要性質は第13-6表に示す通りであつて、之に據れば、普通の許容壓縮應力の限度では應力と歪は直線的比例を爲し、一般に $E_c=210,000$ kg/cm² ($n=10$)

第13-6表 單位 kg/cm²

No.	彈性係數	比例限界	破壞強さ
3	349,000	70	373
4	278,000	70	300
7	273,000	76	278
9A	238,000	112	257
9B	240,000	77	348
10	248,000	91	245
11	311,000	49	336
平均	276,000	48	302

を以て撓み及び彈性諸値の計算を爲してゐるのに對して本例では $E_c=280,000$ kg/cm² ($n=7.5$) が平均値であることを示してゐるのは、輕視すべからざることである。但し此の場合は材齡の古い鐵筋コンクリートに短期間荷重した時の一例を示すのである。

コンクリートに現れる變形に於て、硬化收縮の歪は之のみを測定することによつて、又、溫度變化による伸縮は溫度を一定に保ち之を零とすることによつて夫れ夫れ分離して扱ふことが出来るが、彈性歪と塑性歪は或る荷重期間に於ては併合して現れるから、此の兩者は死荷重の如き持續荷重に因る變形を考慮する場合には一箇として扱つた方が適當であつて、彈性係數の代りに抵抗係數 (Modulus of resistance) 或はグランヴェルの謂ふ有效彈性係數を用ひる方が合理的であると言ふことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} \text{彈性係數} \quad E_c &= \frac{\sigma}{\epsilon_e} = \frac{1}{k \cdot \sigma^{m-1}} \\ \text{抵抗係數} \quad R &= \frac{\sigma}{\epsilon_e + \epsilon_f} = \frac{1}{k \cdot \sigma^{m-1} + K \cdot \sigma^{p-1} \cdot t^q} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13-6)$$

今、 e を單位荷重の kg/cm² による彈性歪、 c をそのときの塑性歪とすれば、

$$E_c = \frac{1}{e} \quad ; \quad R = \frac{1}{e+c} \dots\dots\dots(13-7)$$

第 13-7 表 抵抗係数 $R = \frac{1}{\epsilon + c}$ [グランヴェール]

配 合	水セメント比 %	貯 藏	作用應力 kg/cm	載荷時 材 齢	載 荷 時		1ヶ月後 R	3ヶ月後 R	11ヶ月後 R
					E_c	R			
1:2:4	70	空气中	42.2	28	24	18.5	8.8	6.9	5.5
"	70	"	"	90	26.5	21	12.5	10.5	-
"	70	水中	"	29	25.5	25	18.7	17.7	-
1:3:6	85	空气中	"	20	20	10.5	4.5	3.9	3.3

×10⁴ kg/cm²

抵抗係数 R は t=0 即ち載荷時に於て E_c に等しい。荷重が持続すれば時間の経過するに連れて ϵ_f は増大し、第 13-6 式第 2 式に於て R の値は t=∞ のとき零即ち變形は無限に増加する事を示してゐるが、此の t には限度がある事勿論であつて、 ϵ_c 及び ϵ_f は材質及び載荷時材齢に應じた最大値を持つてゐる。試みに材齢 5 ケ年のコンクリートに就て第 13-8 圖により E 及び R の關係を比較すれば、

第 13-8 表

載荷時材齢	c	e	R kg/cm ²	E_c kg/cm ²	$E_c + R$	n
1 ケ月	0.000015	0.000004	53,000	250,000	0.21	40
3 ケ月	0.000010	"	71,000	"	0.29	30
1 ケ年	0.000005	"	111,000	"	0.44	19
5 ケ年	0	"	250,000	"	1	3.4

茲に n は鐵筋コンクリートの應力計算に使用する所謂彈性係數比に相當する E_s/R の値である。此の事は無鐵筋コンクリートには影響が尠いが、鐵筋コンクリートに於ける早期載荷によるコンクリート曲げ應力を軽減せしめ、鐵筋コンクリート拱の拱架の早期撤去が此の事から要求されるのである。但し、鐵筋應力は激増する。

鐵筋コンクリート彈性係數比 n は E_c それ自身が一定ならざる事と應力分布の單純ならざる事の爲に一つの可變値であり未だに問題を殘してゐるが、* コンクリートの流動を考へに入れて E_c の代りに R を用ひる時は、尠くとも死荷重應力計算に於ける n の値は 10~15 よりは大に爲すべきものと信ぜられる。

3) 鐵筋コンクリートの壓縮 鐵筋コンクリート壓縮材に於ては縦鐵筋も亦壓縮に抵抗

* Saliger. "Der elastische u. plastische Bereich in Eisenbeton". Bericht des D. B. V. XI. 1937.
Empirger. "Der Leiwert n". B. u. E. H. 19, 1936.

する。コンクリートの單位應力 1 kg/cm² に因る彈性歪及び塑性歪をそれぞれ e 及び c とすれば其の縮み Δl は $\sigma_c(e+c)$ である。但し、載荷の直後に於て未だ塑性流動の開始しない時期にあつては c=0 であつて、作用軸壓縮力を N とすれば鐵筋コンクリート部材のコンクリート壓縮應力は、

$$\sigma_c = \frac{N}{\left(A_c + A_s \cdot \frac{E_s}{E_c}\right)}$$

N が長時間持続して作用すれば載荷後間もなく發生する塑性流動は漸次進行し、この爲にコンクリート應力は減少し之に代つて鐵筋の壓縮應力は増加するのであるが、此のとき Δt 時間に塑性流動は Δc だけ増加し、コンクリート及び鐵筋の應力は夫れ夫れ $\Delta \sigma_c$ 及び $\Delta \sigma_s$ だけ變化するものとすれば、 E_c に變化の無い限りコンクリートの彈性及び塑性變形の全量は鐵筋の彈性變形の全量に等しいから、

$$\sigma_c \cdot \Delta c + \Delta \sigma_c / E_c = \Delta \sigma_s / E_s,$$

或は
$$\sigma_c \cdot \Delta c = \Delta \sigma_s / E_s - \Delta c / E_c$$

又、コンクリート壓縮應力の減少量は鐵筋壓縮應力の増加量に等しいから、

$$\Delta \sigma_s \cdot A_s = -\Delta \sigma_c \cdot A_c$$

此の二つの關係から、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma_c &= -\sigma_c \cdot \Delta c / \left(\frac{A_c}{A_s \cdot E_s} + \frac{1}{E_c} \right) = -\frac{1}{b} \cdot \sigma_c \cdot \Delta c \\ \Delta \sigma_c / \sigma_c &= -\Delta c / b \end{aligned} \right\}$$

但し、
$$b = \frac{A_c}{A_s \cdot E_s} + \frac{1}{E_c} = \frac{1}{E_c} \left(\frac{1}{pn} + 1 \right)$$

茲に p は鐵筋比、n は E_s/E_c である。微分方程式

$$\frac{d\sigma_c}{\sigma_c} = -\frac{dc}{b}$$

は c=0 のときの σ_c 即ち最初のコンクリート應力を σ_0 と書けば、*

$$\sigma_c = \frac{\sigma_0}{e^{c/b}} = \frac{\sigma_0}{(2.7183)^{c/b}} \dots \dots \dots (13-8)$$

今、 σ_s = 鐵筋の實際單位應力

$$\sigma_0 = \text{最初の (コンクリート流動前) の鐵筋單位應力} = P \left/ \left(A_s + \frac{A_c}{n} \right) \right.$$

σ'_c = 流動による σ_c の減少量

σ'_s = 流動による σ_s の増加量

* Granville, "The creep of concrete". 前掲. p. 22. に據る。

とすれば、上述の関係は次の3式で示すことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= \sigma_a + \sigma'_s & ; & & \sigma'_c &= \sigma_o \left(1 - \frac{1}{e^{c/b}}\right) \\ \sigma'_s &= \sigma_a \frac{E_c}{E_s} \cdot \frac{1}{n} \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{c/b}}\right) & = & \frac{\sigma_o}{p \cdot n} \left(1 - \frac{1}{e^{c/b}}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13-9)$$

架設後数月を経た鉄筋コンクリート拱或はラーメンに死荷重推力 $N=25,000$ kg が作用しつゝあるものとし、断面積 $A_c=1,500$ cm²、鉄筋比 $p=0.5\%$ とすれば応力関係は凡そ次の通りである。

$$E_c=300,000 \text{ kg/cm}^2 ; E_s=2,100,000 \text{ kg/cm}^2 ; n=7 ; pm=0.035$$

而して $e=0.000015$ とすれば、

$$b = \frac{1}{300,000} \left(\frac{1}{0.035} + 1 \right) = 0.000098 ; \quad \frac{c}{b} = \frac{0.000015}{0.000098} = 0.152$$

$$\sigma_o = \frac{25,000}{1500(1+0.035)} = 16.1 \text{ kg/cm}^2 ; \quad \sigma_c = \frac{\sigma_o}{e^{c/b}} = \frac{16.1}{2.7183^{c/b}} = 14 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = \frac{P}{A_s + A_c/n} = \frac{25,000}{7.5 + 1500 \div 7} = 114 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_s = \frac{\sigma_a}{p \cdot n} \left(1 - \frac{1}{e^{c/b}}\right) = \frac{114}{0.035} \left(1 - \frac{1}{(2.7183)^{c/b}}\right) = 456 \text{ kg/cm}^2$$

依つて、コンクリート応力減少量 $= \sigma_o - \sigma_c = 16 - 14 = 2$ kg/cm²

$$\text{鉄筋応力総量} = \sigma'_s + \sigma_a = 456 + 114 = 570 \text{ kg/cm}^2$$

肋縮量は壓縮部材長を L とすれば、鉄筋の長さの短縮量から求められ、

$$\frac{\sigma'_s + \sigma_a}{E_s} \cdot L = \frac{570}{2,100,000} L = 0.00027 L$$

鉄筋の挿入の無いコンクリートの肋縮は上記の鉄筋コンクリートの場合より大であつて、

$$\frac{P}{A_c} (e+c) L = \frac{25,000}{1,500} (0.0000033 + 0.000015) L = 0.000305 L$$

以上に於てはコンクリートの硬化に伴ふ収縮の影響は除外して居る。

§ 6. 曲げ應力と直應力と同時に作用する場合の應力関係

アーチ及びラーメンの如き不静定構造の部材には、曲げ應力と直應力(軸推力)とが同時に起る事が多く、此の場合にコンクリートの塑性流動が如何なる影響を與へるかを二、三の假定の下に吟味してみる。

假定 (1) 縦應力は中立軸よりの距離に直線の比例を保つ。

(2) コンクリートの引張抵抗を無視する。

(3) 死荷重は早期に載荷せられ此の爲にコンクリートは塑性流動を生ずる。活荷重、温度變化影響、等は架橋後数年経過した或る時期に急激に作用するものを考へ、此の時はコンクリートは完全に弾性であると看做す。

今、 M ; N = 或る断面に作用する全曲げモーメント或は軸推力

M_a ; N_a = 死荷重のみに因る M 及び N

σ_c ; σ_{ca} = 活荷重或は死荷重に因るコンクリート壓縮應力 (+を壓縮)

σ'_c ; σ'_{ca} = " " " " 鐵筋の " (")

σ_s ; σ_{sa} = " " " " 引張應力 (+を引張)

A_s ; A'_s = 引張鐵筋或は壓

縮鐵筋の斷面積 ($A_s =$

$$p \cdot b \cdot h ; A'_s = p' \cdot b \cdot h)$$

$n = E_s \div E_c$ = 鐵筋とコンク

リートとの弾性係數比

$n' = E_s \div E_c$ = 同上、但しコン

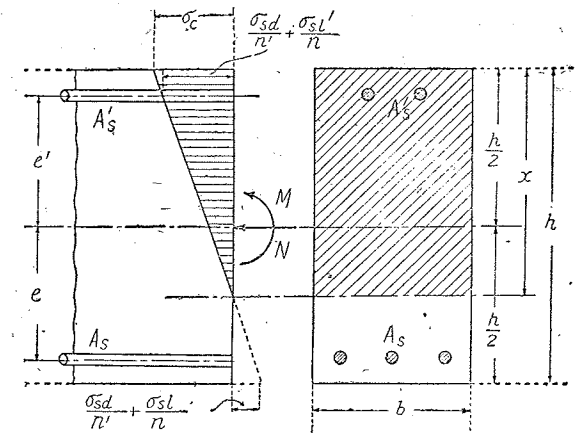
クリートには塑性流動

を考慮す。(死荷重應力

に對して之を用ひる)。

(I) 弾性變形のみを考へる常

用の方法によれば、



第 13-11 圖

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{1}{2} \sigma_c \cdot b \cdot x + A'_s \cdot \sigma'_s - A_s \cdot \sigma_s \\ &= \frac{1}{2} \sigma_c \cdot b \cdot x + A_s (\sigma'_s - \sigma_s) \dots\dots\dots(\text{對稱鐵筋の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13-10)$$

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \sigma_c \cdot b \cdot x \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{3} \right) + A'_s \cdot \sigma'_s \cdot e' + A_s \cdot \sigma_s \cdot e \\ &= \frac{1}{2} \sigma_c \cdot b \cdot x \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{3} \right) + A_s \cdot e (\sigma'_s + \sigma_s) \dots\dots\dots(\text{對稱鐵筋の場合}) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{N}{\frac{1}{2} b \cdot x + \frac{n}{x} A'_s \left(e' - \frac{h}{2} + x \right) - \frac{n}{x} A_s \left(e + \frac{h}{2} - x \right)} \\ &= \frac{N}{\frac{1}{2} b \cdot x + n \cdot A_s \left(2 - \frac{h}{x} \right)} \dots\dots\dots(\text{對稱鐵筋の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13-11)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{M}{\frac{1}{2} b \cdot x \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{3} \right) + \frac{n}{x} A'_s \cdot e' \left(e' - \frac{h}{2} + x \right) + \frac{n}{x} A_s \cdot e \left(e + \frac{h}{2} - x \right)} \\ &= \frac{M}{\frac{1}{2} b \cdot x \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{3} \right) + 2n \cdot A_s \cdot \frac{e^2}{x}} \dots\dots\dots(\text{對稱鐵筋の場合}) \end{aligned} \right\}$$

$$\sigma_s = \frac{n \cdot \sigma_c}{x} \left(e + \frac{h}{2} - x \right); \sigma'_s = \frac{n \cdot \sigma_c}{x} \left(e' - \frac{h}{2} + x \right) \dots\dots\dots (13-12)$$

中立軸の位置は、

$$\left. \begin{aligned} x^3 - x^2 \cdot 3 \left(\frac{h}{2} - \frac{M}{N} \right) + x \cdot \frac{6n}{b} \left[A_s \left(\frac{M}{N} + e \right) + A'_s \left(\frac{M}{N} - e' \right) \right] \\ - \frac{6n}{b} \left[A_s \left(e + \frac{h}{2} \right) \left(\frac{M}{N} + e \right) + A'_s \left(\frac{h}{2} - e' \right) \left(\frac{M}{N} - e' \right) \right] = 0 \\ x^3 - x^2 \cdot 3 \left(\frac{h}{2} - \frac{M}{N} \right) + x \cdot 12n \cdot \frac{M}{N} \cdot \frac{A_s}{b} - 6n \cdot \frac{A_s}{b} \left(2e^2 + \frac{M}{N} \right) \\ = 0 \dots\dots\dots \text{対称鉄筋の場合} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13-13)$$

(II) 死活両荷重による応力を別個に扱ふときは、 $\sigma_c = \sigma_{ca} + \sigma_{cl}$; $\sigma_s = \sigma_{sa} + \sigma_{sl}$; $\sigma'_s = \sigma'_{sa} + \sigma'_{sl}$ を前式に代入すれば良い。但し、

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{sa}}{n'} + \frac{\sigma_{sl}}{n} &= \frac{1}{x} (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left(e + \frac{h}{2} - x \right) \\ \sigma_s &= \sigma_{sa} + \sigma_{sl} = \frac{n}{x} (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left(e + \frac{h}{2} - x \right) + \left(1 - \frac{n}{n'} \right) \sigma_{sa} \\ \frac{\sigma'_{sa}}{n'} + \frac{\sigma'_{sl}}{n} &= \frac{1}{x} (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left(e' - \frac{h}{2} + x \right) \\ \sigma'_s &= \sigma'_{sa} + \sigma'_{sl} = \frac{n}{x} (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left(e' - \frac{h}{2} + x \right) + \left(1 - \frac{n}{n'} \right) \sigma'_{sa} \end{aligned}$$

第 13-10 式の各応力を死活両荷重応力の和の形にて書き且つ上記の σ_s 及び σ'_s を之に代入すれば、 x 及び σ_{cl} を未知量とする次の聯立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{N}{h \cdot b} &= \frac{1}{2} (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left(\frac{x}{h} \right) + p' \left[\frac{n \sigma_{ca} + \sigma_{cl}}{x} \left(e' - \frac{h}{2} + x \right) + \left(1 - \frac{n}{n'} \right) \sigma'_{sa} \right] \\ &\quad - p \left[\frac{n (\sigma_{ca} + \sigma_{cl})}{x} \left(e + \frac{h}{2} - x \right) + \left(1 - \frac{n}{n'} \right) \sigma_{sa} \right] \\ \frac{M}{h^2 \cdot b} &= \frac{1}{4} (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left(\frac{x}{h} \right) \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{h} \right) + p' \cdot \frac{e'}{h} \left[\frac{n (\sigma_{ca} + \sigma_{cl})}{x} \left(e' - \frac{h}{2} + x \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(1 - \frac{n}{n'} \right) \sigma'_{sa} \right] + p \cdot \frac{e}{h} \left[\frac{n (\sigma_{ca} + \sigma_{cl})}{x} \left(e + \frac{h}{2} - x \right) + \left(1 - \frac{n}{n'} \right) \sigma_{sa} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13-14)$$

対称鉄筋の場合は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{N}{h \cdot b} &= \frac{1}{2} (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left(\frac{x}{h} \right) + p \left[n (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left(2 - \frac{h}{x} \right) + \left(1 - \frac{n}{n'} \right) (\sigma'_{sa} - \sigma_{sa}) \right] \\ \frac{M}{h^2 \cdot b} &= \frac{1}{4} (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left(\frac{x}{h} \right) \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{h} \right) + p \cdot \frac{e}{h} \left[n (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \frac{2 \cdot e}{x} \right. \\ &\quad \left. + \left(1 - \frac{n}{n'} \right) (\sigma'_{sa} + \sigma_{sa}) \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13-15)$$

即ち、断面形状及び作用力が與へられてゐる時は兩式から x 及び σ_{cl} が解けるのであつて、結果として σ_s 及び σ'_s が求められるのである。

【算例】 拱断面 $b \times h = 100 \times 150 = 15,000 \text{ cm}^2$; $e = e' = 0.45h = 67.5 \text{ cm}$; $A_s = A'_s = 10 @ 36\phi = 101.8 \text{ cm}^2$; $p = p' = 0.679\%$; $N_a = 320 \text{ t}$, $M_a = 90 \text{ t} \cdot \text{m}$; $N = 2 \text{ 0 t}$, $M = 290 \text{ t} \cdot \text{m}$ の場合を例示する。

1. 抵抗係数及び弾性係数 コンクリートは 1:2:4 配合、材齢 28 日にして死荷重を載荷せられたものと假定し、載荷後 1 年に於て活荷重が載せられた場合を考へるに、そのときの抵抗係数はグランヴェルの實驗例 (第 13-7 表) によれば約 $55,000 \text{ kg/cm}^2$ であるが、茲には全歪 $= e + c = 0.000017$ と假定すれば、 $R = 1/(e + c) = 1/0.000017 = 58,800 \text{ kg/cm}^2$ である。よつて死荷重に對する鉄筋及びコンクリートの弾性係数比 n' を $2,100,000 \div 58,800 = 36$ とする。活荷重に對する n は其の時のコンクリート弾性係数に支配されるのであるが茲に普通の慣習に従つて $n = 15$ とする。

2. 塑性變形を無視する場合 第 13-13 式から中立軸の位置を求めれば、 $x = 72.5 \text{ cm}$ 或は $x/h = 0.483$, 仍て、

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{29,000,000}{\frac{1}{2} 100 \times 72.5 \left(\frac{1}{2} 150 - \frac{1}{3} 72.5 \right) + 2 \times 15 \times 101.8 \times \frac{67.5^2}{72.5}} = 77 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_s &= \frac{15 \times 77}{72.5} \left(67.5 + \frac{150}{2} - 72.5 \right) = 1,120 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma'_s &= \frac{15 \times 77}{72.5} \left(67.5 - \frac{150}{2} + 72.5 \right) = 1,040 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

3. 死荷重による塑性變形を考へる場合

$$\begin{aligned} \text{断面積} \quad A &= b \cdot h + 2n \cdot A_s = 100 \times 150 + 2 \times 36 \times 101.8 = 22,330 \text{ cm}^2 \\ \text{断面係数} \quad W &= \frac{1}{6} bh^2 + 2nA_s \cdot \frac{2e^2}{h} = \frac{1}{6} 100 \times 150^2 + 2 \times 36 \times 101.8 \times \frac{67.5^2}{75} \\ &= 820,000 \text{ cm}^3 \\ \text{死荷重應力} \quad \sigma_{ca} &= \frac{N_a}{A} + \frac{M_a}{W} = \frac{320,000}{22,330} + \frac{9,000,000}{820,000} = 25.3 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma'_{sa} &= n \frac{N_a}{A} + n \cdot \frac{M_a}{W} \cdot \frac{e}{h} = 36 \left(14.33 + 10.98 \frac{67.5}{75} \right) = 871.6 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{sa} &= -n \frac{N_a}{A} + n \cdot \frac{M_a}{W} \cdot \frac{e}{h} = -36 \left(14.33 - 10.98 \frac{67.5}{75} \right) = -160.2 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

活荷重應力 σ_{cl} 及び中立軸位置を求める爲に第 13-15 式に上掲各値を代入すれば、

$$\begin{aligned} (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left[0.5 \left(\frac{x}{h} \right)^2 + 0.204 \left(\frac{x}{h} \right) - 0.102 \right] &= 15.183 \left(\frac{x}{h} \right) \\ (\sigma_{ca} + \sigma_{cl}) \left[-0.167 \left(\frac{x}{h} \right)^3 + 0.25 \left(\frac{x}{h} \right)^2 + 0.0412 \right] &= 11.051 \left(\frac{x}{h} \right) \end{aligned}$$

之を解きて、 $x/h = 0.48$; $x = 0.48 h = 72 \text{ cm}$; $\sigma_{ca} + \sigma_{cl} = 65.7 \text{ kg/cm}^2$

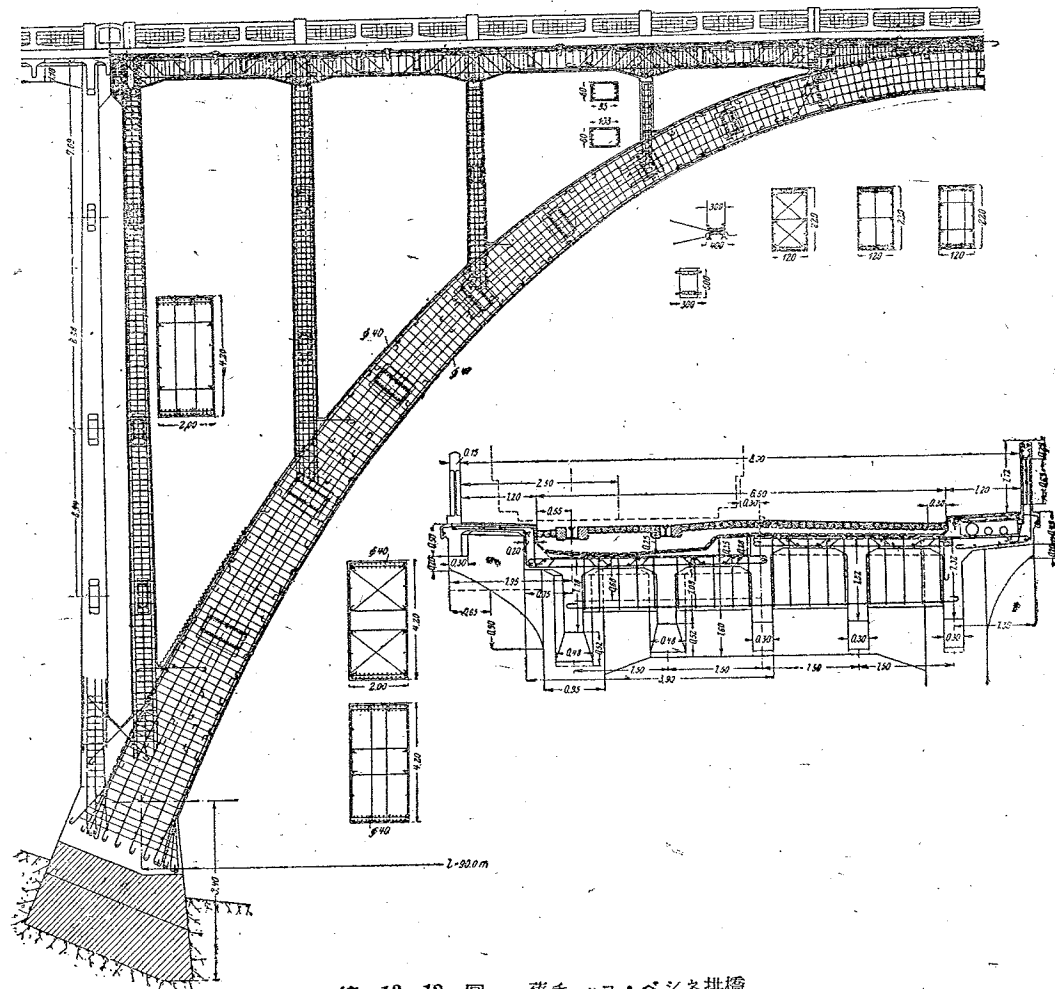
總應力 $\sigma_c = 65.7 \text{ kg/cm}^2$

$$\sigma_s = \frac{15}{72} \times 65.7 \left(67.5 + \frac{150}{2} - 72 \right) - 0.583 \times 100.2 = 1,058 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s' = \frac{15}{72} \times 65.7 \left(67.5 - \frac{150}{2} + 72 \right) + 0.583 \times 871.6 = 1,391 \text{ kg/cm}^2$$

此の結果によれば、コンクリート圧縮應力の塑性流動による減少は極めて尠く、鐵筋引張應力は約 6% 減少するが鐵筋圧縮應力は此の爲に約 34% 増加して許容應力を超過するのである。

此の問題は n 及び n' の値如何によつて廣い範圍に變化し、コンクリート圧縮應力の分布並に加算法則の適不適によつて更に應力の大きさを變化すると共にコンクリートの引張應



第 13-12 圖 舊チッコ・ベシネ拱橋

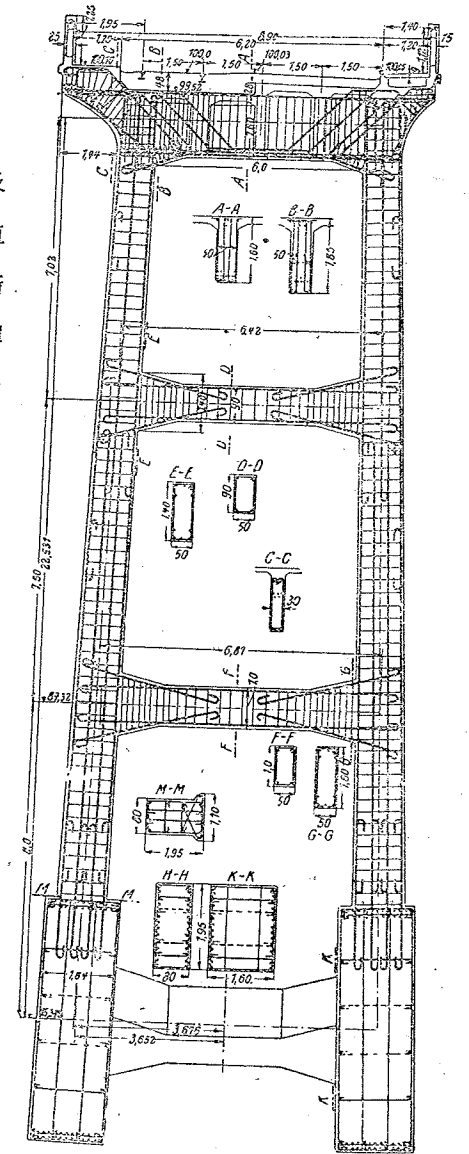
力は決して無視すべからざるものであり、又、塑性流動を考慮すれば拱軸線は更に扁平化するから死活兩荷重による N 及び M の大きさは流動せざる場合に比して變化するのである。よつて此の算例から得た所の結果は一斑を示すに過ぎないのであるが、鐵筋に作用する壓縮應力が常用の方法からの計算値に比して大なる事だけは明らかに示してゐるのである。織細可撓的な構造に於ては流動の影響は尙更大である。

§7. コンクリート塑性流動が拱肋應力に及ぼす影響

鐵筋コンクリート拱肋の活荷重に因る變形及び應力は、その實測値と弾性理論からの計算値とが略合致してゐるにも係はらず、數年間に漸次増大する撓みの實測値は著しく大であつて弾性理論からの計算値に數倍して居り、弾性理論によつて算定すれば異常なる過應力が發生してゐる可きに反し事實安全である事は其所に何等かの特別な現象が在るべきであつて、「茲に起る塑性變形は應力を起す事の尠いのみならず進んで曲げ應力を調節して過應力の發生を防ぐ」と言ふのが上記現象に對する一考察である。塑性變形（永久變形）を生ずる應力は歪計によつて實測する事が出來ない爲に此の問題は容易に解き得ないのであるが、ストラウプ及びホットニイの之に對する考察の結論を略述すれば凡そ次の通りである。

1. ストラウプの結論

- (1) 不靜定コンクリート構造に於ける塑性流動は過應力箇所を援ける爲に一般に曲げ應力の分布を再分布する、と假定する事は誤である。
- (2) 不靜定コンクリート構造に於いて支點移動、溫度變化、肋縮、等の二次的影響があるとき、コンクリ



第 13-13 圖
ベシネ拱橋の端支柱

ートの塑性流動は應力の再分布を行ひ構造をして最初の釣合状態に近付けしめんとする。之等の二次的影響が無ければ、塑性流動は單に構造物の變形を増加せしめ、モーメントの分布には殆ど關與しないのである。

(3) 鐵筋に對する影響を別問題とすれば、固定拱の支保工は成る可く早く撤去するを可とし、早期撤去は肋縮を増大させる事はあつても、之による應力及び之に伴ふ橋臺移動による應力は小である。支保工(拱架)を必要以上に長く置けば肋缩量は減少するが、肋縮及び支點移動による應力分布に對する影響は此の爲に増大する。

(4) 既に識れる所によれば、コンクリートの塑性流動は拱の壓力線を拱軸線に近付けしめんとする作用を行ふ。

(5) 弾性係數 E の値のフックの法則に對する變動は一般には大なる影響を他に與へない。

(6) 普通の弾性理論による温度應力計算法には大なる誤差があるが、高温度變化を採つてあるもの誤は安全側に在る。

2. ホットニイの説

(1) 初期に於て拱のコンクリートに生ずる曲げ變形による初應力は其の大部分がコンクリートの塑性流動によつて除去される。

(2) 塑性流動は無鐵筋コンクリート拱の死荷重肋縮に因る曲げ應力に影響を與へる所僅少であつて之を大に増加或は減少せしむる事が無い。

(3) 鐵筋コンクリート拱に於ては、拱架の早期撤去は死荷重肋縮に因るコンクリート應力を減少せしめ鐵筋應力を増大せしめる。

(4) 拱架の早期撤去は支點移動によるコンクリート應力を減少せしめる。

(5) コンクリートの塑性流動を考慮すれば、拱軸線は死荷重壓力線に合致せしめて變形の増大するを防ぐを可とする。

(6) 塑性流動は硬化收縮による肋縮の爲のコンクリート曲げ應力を 70~90% 減少せしめる。但し鐵筋應力には減少は無い。

(7) 塑性流動を考慮すれば、温度變化は施工中の温度に無關係に最高最低温度差の半分を採り、其の温度だけ上下するものとして温度應力を計算すれば良い。此の場合鐵筋の温度變化は塑性流動に依つて調整されないから最高最低差の 3/4 を採るを可とする。

既に論じた所の塑性流動による鐵筋壓縮應力の増加及び温度變化に關する項を除外して塑性流動が一般にコンクリートの曲げ應力を調節するか否かを考察するに、その第一は死荷重肋縮による曲げ應力が、塑性流動によつて減少するか否かであるが、鐵筋コンクリート拱の肋縮 δ_x は e 及び c によるものとして例へば $\delta_x = \sigma(e+c)l$ を用ひ且つ E に適當の値を入れ、

$$H = X_0 = - \frac{\delta_x}{\int \frac{y^2}{EI \cos \varphi} \cdot dx + \int \frac{\cos \varphi}{EA} \cdot dx}$$

から水平推力を求め、之に因る肋縮曲げ應力を算出すれば、その値は決して尠なるものではなく、算法に多少に相違があつても上述の結論は理論的には首肯しうるのである。但し、載荷時期が早ければ早い程流動は多く且つ抵抗係數は減少する爲に載荷時期が早い程上記の曲げ應力は尠いのである。その事から拱架の早期撤去が論ぜられ、一方に於て橋臺後退の憂ひある個所では材齡若き間に載荷すべき事が主張されるのである。

ホットニイの論ずる (1) は、「茲に A, B 2 個の柱に一つの壓縮荷量を作用せしむる場合、A が B より僅か長い時は A が先づ壓縮せられ塑性流動は急速に生じて然る後に作用力は A より B に順次移行して両者が均一に壓縮せられる」、に論據を置き、ストラウブの論ずる (4) も亦此の關係を結論するのであり、之から出發して、コンクリートの塑性流動は應力を調節して過應力の發生を防ぐ作用を爲すべき事が論ぜられるのである。此の問題は限界を超えれば前記の「塑性流動は曲げ應力に與へる影響尠し」との説と撞著する惧れがある。而して流動が應力の調節を行ふものとすればフレイシネの人工的に推力を賦與して應力を調節せんとする方法は事實無効となるのである。

實驗室的ではあるが小支間の鐵筋コンクリート拱を製作し之によつて塑性影響を詳細に調査したウォルソンの實驗によれば、その結果は § 8 の (16) に示す通りであるが、彼は「コンクリートの塑性流動が初期容積變化に基いて生ずるコンクリート應力の大部分を速かに消去するとはストラウブ等によつて論ぜられた所であつて、本實驗は其の解析結果を支持するのであるが、初期容積變化の大部分は拱肋コンクリート應力に大なる影響を與へずと結論する方が安全なりと信ぜられる。塑性流動はよしんば變形應力を減少させるとしても鐵筋の應力を増加せしめる。」と論じてゐる。茲に謂ふ容積變化は硬化收縮、初期温度下降、塑性流動を指すのである。

獨乙に於てはディンガア⁽¹¹⁾は、塑性流動は早期に生ずるコンクリート應力を輕減するとの説を支持してゐる。彼によれば、壓力線に合致しない軸線を有する構造に於ては此の偏倚の爲に生ずる二次曲げモーメントは應力を生ずるに至らず、コンクリートの塑性流動は應力均分の役を爲し、構造材料は自らを扶けるのであつて (Der Baustoff hält sich selbst), ストラウブの (4) と同説である。初期コンクリート應力と塑性流動との關係は、實際構造物の安全度及び經濟問題に關與する所深く且つ大支間拱橋の架設に重大なる影響

を與ふべきものであり、更に検討せらるべき問題である。

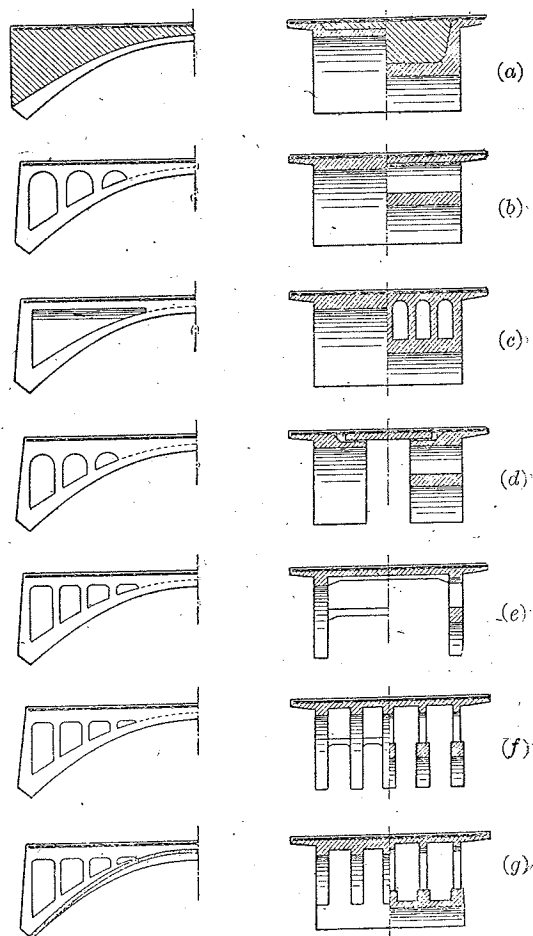
§ 8. 開側拱に於ける床部の主拱に及ぼす影響

1) 協力作用 上路鐵筋コンクリート開側拱に於て床部(床版及び縦桁)及び支柱(支壁)が主拱と一體となつてヒールンデェル構的構造を爲して居る時、嚴密に觀れば拱は單なる拱では無く補剛せられたる拱であつて、床部及び支柱も亦拱の耐荷力に協力するのである。一般の設計法にあつては斯くの如き二次的影響は無視してゐるが、實際問題として此の影響は如何程であるか、果して拱は補剛された爲に耐荷力を増大するか、或は全體としては補剛されるが併し部分的に過應力を生ずる憂は無いか、の疑問は決して等閑に附すべきも

のでは無く、應力計算には假令之を無視するとしても設計に於ては床部の協力作用の影響を考慮に入れるを可とするのである。

床部協力作用に對する從來一般の見解は凡そ次の二に分ける事が出来る。(1)「協力作用は主拱に有害なる影響を與へるから、伸縮接合及びヒンデの如き絶縁機能を有する装置を施して出來得る限り床部支柱から傳達される影響を除くを可とする」。

(2)「協力作用は主拱に作用する應力を軽減する、従つて之を利用した構造は經濟的である」。特に解析的に検討する迄もなく、主拱はヒールンデェル構の下弦材の役を爲してゐるから床部及び支柱の影響によつて餘分の曲げモーメントに作用せられ、(1)の説は此の點を危險視してヒールンデェル構的構造の解體を主張するも



第 13-14 圖 拱肋及床部諸型式

のと考へられる。併し乍ら主拱はヒールンデェル構の下弦材の役を爲してゐるとしても慣性モーメントは床部各部材に比して甚だ大であるから上方からの影響少く、床部によつて荷重は廣く分散される事を考へ合はせれば主拱應力は相殺の結果軽減される、とも考へ得るのであり茲に(2)の説が擡頭するのである。

床部協力作用による各部應力が容易に求められるものであるとすれば、此の問題は既に解消してゐるのであるが、解析的に求める爲に之をヒールンデェル構として扱へば數十次の不静定構造である爲に實際問題としては應力を解くことは困難であり、近似解法を以てすれば其の輪廓を明にし得るのであるが、米國ではベッグの歪計による模型實驗が此の目的に推奨されてゐる。實物試験によつて此の協力作用を調査した實例としては、1927年米國に於て貯水工事の爲に水面下に沈むべきヤドキン河拱橋を利用して實測したものが有名であつて、尙ほ此の問題はイリノイ大學に於てウエルソンが大規模なる模型によつて施行した各種鐵筋コンクリート拱實驗の中に包含されてゐる。

2) ヤドキン河橋に於ける調査* 1927年米國北カロライナ州道路局は廢橋となつたヤドキン河橋を利用し之に實際荷重を載せて床部の主拱に對する協力作用を調査した。本橋は第13-15圖に示す構造を有する上路鐵筋コンクリート拱であつて、徑間146'-3"(44.6m)、床部は12格間より成り3格間毎に伸縮接合が設けられ、各3格間は3徑間連續梁であつて之を支へる支柱は下端は主拱に固定せられ上端では床部縦桁との間を鋸で絶縁せられて居るが、可動部はその作用を爲さず、この場合全體は39次不静定構造である。

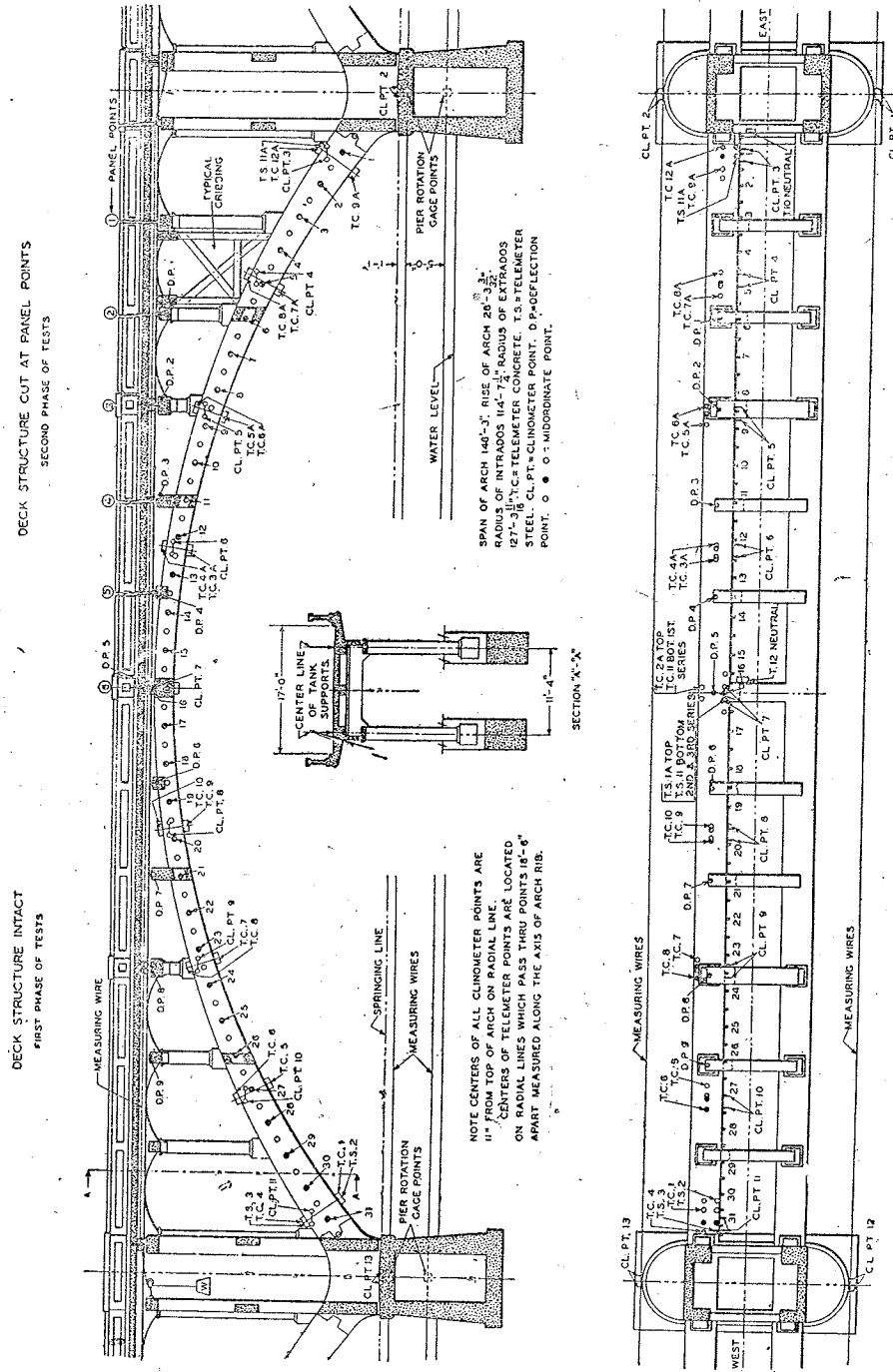
拱の活荷重に因る變形測定は次の6方法によつて行はれた。

- (1) 拱環8斷面に對する其の上下兩縁歪の測定
- (2) 起拱點及び拱頂點の鐵筋應力の測定
- (3) 拱環8斷面に於ける拱軸線の角變化の測定
- (4) 撓みの測定
- (5) 拱軸線長の伸縮測定
- (6) 橋脚の廻轉及び水平移動測定

拱橋は第1に原狀の儘とし、第2に床部及び高欄を第13-15圖右半部に示すやうに支柱上で完全に切斷し床部影響を取除き、此の2狀態の結果を比較するのである。溫度變化は之を別に測定して之が影響を加算する。ヤドキン河橋實測の結果は次の結論を作つてゐる。

- (1) 床部影響を取除いた拱肋は、橋脚不動のとき常用彈性理論によつて算出されたものと同様の性質を持つてゐる。
- (2) コンクリートの引張應力を考慮して拱肋應力を計算すれば、假令高應力の箇所に罅が入つても、引張應力を無視した場合より更に實際應力に近似した値を出す事が出来る。

* Public Road, Vol. 9, No. 10-11. 1928-29. Report on tests made on Yadkin River Bridge.



第 13-15 圖 米國ヤドキン河拱橋實測(床部の絶縁法及び歪計の配置)

(3) 鐵筋引張應力の觀測値は、一般的に言つてコンクリート引張應力を無視した場合の算値よりは少い。

(4) 開側拱床部構造は拱肋の變形を減少せしめる。その減少度は床部の剛性(連續度)によつて變化する。

本橋の床部に於ける支柱上の可動裝置は床部の協力作用を阻止するに充分では無かつた。即ち不完全伸縮裝置であつた。

(5) 床部が主拱に及ぼす協力作用は、セルロイド其他の材料によるベッグの模型測定によつて大に確める事は出来る。但し、本橋床部の支柱上に於ける不完全なる可動裝置が如何なる影響を及ぼすかは、之と相似状態の模型を作製する事の不可能なる爲に明にすることが難かしい。

(6) 本橋に於ては温度變化による拱肋變化は床部構造に關係無きもの如く認められた。

此の橋に於ける實測は期間短く且つ活荷重影響を主として測定したものであるから、死荷重變形に關する重要事項を缺除してゐる。模型實驗(ベッグの方法)の信憑しうべき事を認め乍ら、併し摺動裝置の如き可動裝置は模型に於て相似的に作り難い事から、本橋の報告書は若し模型實驗を用ひるなら摺動裝置なき床を設計すべき事を推奨してゐる。

茲に參考乍ら本橋實測に並行してトムプソンが行つた模型實驗の結論を略記すれば、

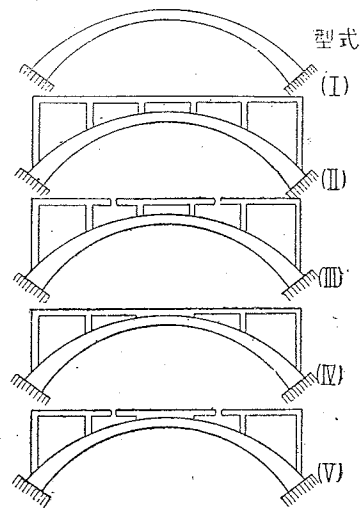
- (1) 床部影響を取除いた拱肋は弾性理論によつて求めたものと同様の機能を持つてゐる。
- (2) 床部の協力作用は明に拱肋應力を減少せしめる。
- (3) 模型實驗を行ふ場合には室温を一定にする必要がある。
- (4) 實際構造は之と同一作用のある模型を作り得るものである事が望ましい。

3) ウェルソンの實驗 コンクリート拱に對する耐荷力その他の實驗は 19 世紀末獨逸に於て施行せられ、モニエ式並にメラン式鐵筋の效果に關する獨逸の實驗結果は斯界に貢獻する所大であつたが、之等はコンクリート及び鐵筋コンクリート拱が實用に供し得べきか否かの確實性を試験したものであり、之に對して 1930 年前後米國イリノイ大學技術試験所に於てウェルソンが行つた各種鐵筋コンクリート拱實驗及びその他の實測は、今日の理論及び設計法の可否を検討する爲の劃期的實驗であつて、之等の結果は次記報告書に記載されてゐる。(R·C·A=Reinforced Concrete Arch)。

- (1) "Effect on climatic changes upon multiple-span R·C·A bridge", Bulletin No. 174.
- (2) "Laboratory tests of R·C·A ribs", Bulletin No. 202.
- (3) "Laboratory tests of R·C·A with decks", Bulletin No. 226.
- (4) "Movements of pier during the construction of multiple-span R. C. A bridges", Bulletin No. 234.
- (5) "Laboratory tests of multiple-span R·C·A bridges", Trans. A. S. C. E. 1935.
- (6) "Laboratory tests of three span R. C. A ribs on slender piers", Bulletin No. 269.

(7) "Laboratory tests of three span R. C. A bridges with decks on slender piers" Bulletin No. 270.

繊弱なる橋脚を有する連続拱の場合を除き単徑間兩端固定の鉄筋コンクリート拱の場合に就いてウェルソンの実験結果を摘記すれば、本実験は床部なきもの及び支柱の高さに相違あり且つ剛性に相違あるもの、合計6種の支間 17'-6" 拱矢 4'-0 $\frac{11}{16}$ なる鉄筋コンクリート拱の破壊に至る迄の變形を測定したものであつて、之にセルロイド模型による結果を併せたものであるが凡そ次の通りである (第 13-16 圖)。



第 13-16 圖

(1) 伸縮接合なき床部を有するものは、拱肋の曲げモーメント抵抗を増進する。床部に伸縮接合あるものは、伸縮接合のある格間に於て拱肋の曲げモーメント抵抗増進を阻止せられる。

(2) 床部ある拱の起拱點拱肋の溫度變化による曲げモーメントは、床部なきものの弾性理論による同モーメントより大である。此のモーメントは床部に伸縮接合のない場合の方が伸縮接合あるものより大である。

(3) 床部が拱頂點で拱肋と直接に接續されてゐる場合、若しこの接續部 (鞍部) 端と床との間に伸縮接合が在れば、その直下に於ける拱肋には曲げモーメントが増加する。此の曲げモーメントは鞍部が長い程大である。床部と拱頂との間に僅少乍ら間隙があつて短い支柱が設けられてゐる場合は、徑間中央附近に設けられた床部伸縮接合の直下にある拱肋の溫度曲げモーメントは床部無き拱肋の拱頂點曲げモーメントより稍大である。而して伸縮接合が中央に在るときは其の直下の拱肋モーメントは伸縮接合が $\frac{1}{3}$ 點附近に設けられたときより稍大である。

(4) 伸縮接合が拱頂上方にある場合の伸縮量は床部と拱頂點との間の距離 (高さ) に比例し、又、支間に對する拱矢の大きさに逆比例する。

若し床部の高さが拱肋の拱矢に比して比較的小であり、且つ拱の拱矢が支間に對して比較的大である時は ($f/l > 0.4$)、伸縮接合の移動量は比較的小であつて、よしんば伸縮接合が無くても支柱の可撓性が伸縮接合の代役を演ずる。

斯くの如き結論からは開側上路鐵筋コンクリート拱の設計に對して次のやうな手段が推奨されるのである。

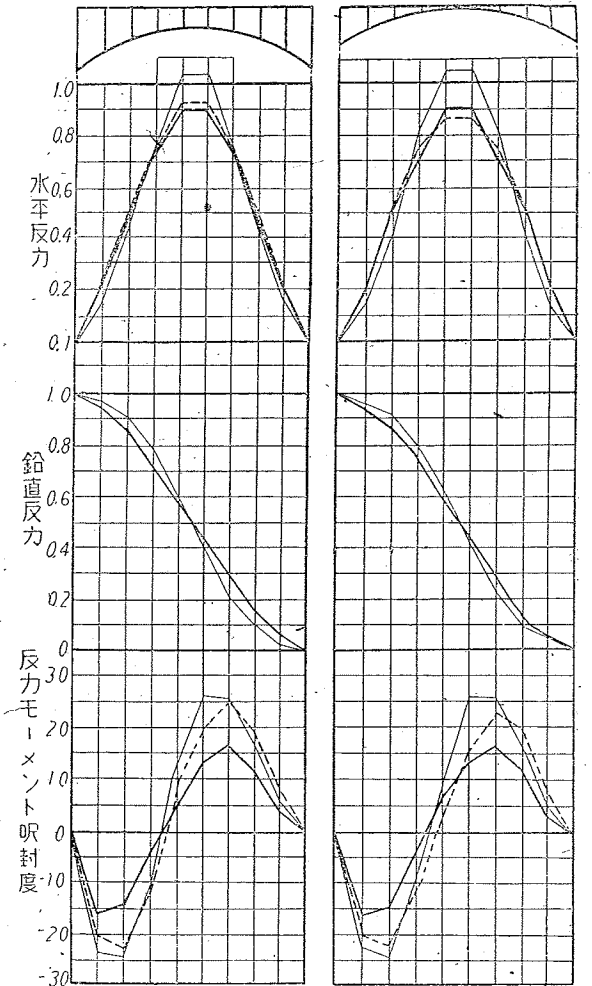
(A) 若し橋梁下の空間が少ければ、拱矢は出来るだけ大きく採つて床部が拱頂に接するやうに設計する (拱矢の短小なる扁平拱を作り床部と拱頂との間の高さが相當あるやうな設計を爲す事は不適當である)。拱頂部と床とが一體となる事は反つて拱頂部溫度應力に對して有効である。この爲に起拱部に生ずる大なるモーメントに對しては起拱部に相當の鐵筋を挿入すれば良いのである。

(B) 橋梁下の空間が充分ある場合でも、外觀上の要求さへ無ければ、拱矢は出来るだけ高く爲し床部は出来るだけ拱頂部に近く接するやうに設計するを可とする。床と拱頂とが一體となるやうに爲す事が一番良いのである。止むを得ずして床と拱頂との間の高さが大である場合には拱頂部附近に於て床部に伸縮接合を挿入するを可とする。

(C) 重要な拱橋では拱肋と床部との協力作用を解析する必要がある。

此のウェルソンの実験は床部の拱肋作用が必ずしも拱肋に有害なる作用を爲さず反つて之を利用して可なる事を確めた點に於て特筆すべきである。但し、拱矢は出来るだけ高く採つて f/l の値を大になし、之によつて死活兩荷重による拱の水平反力を小とすると共に溫度變化によるモーメントを小ならしめる事が必要であり、一方に於て床と拱頂との間の間隔を小にして伸縮接合を不要とするやうな構造にする事が必要なのである。

4) 注意すべき事項 拱肋に作用する床部の協力作用はウェルソンの実験によつて詳細に測定されてゐるが、其の結論は必ずしも下路開側拱設計に對して充分なる資料を提供しては居ないのである。之に續いて發表されたニューマアグの所見、及び模



第 13-17 圖

型によるシュヒテルレの活荷重影響のみ取扱つた實驗、等は本問題に對して寄與する所ある

* Neumark, "Interaction between rib and super-structure in concrete arch bridge", Proc. A. S. C. E. Vol. 62, No. 7, 1936.

** Schaechterle, "Der Einfluss des Überbaues auf die Spannung". Bauing. Heft, 9/10, 1938.

が、協力作用は各部材の $K=Il$, ヒンデ及び伸縮接合の数及び位置, 等によつて廣範圍に變化する爲に、具體的に之の全貌を捉へる事は蓋し困難である。併し乍ら次の諸相は注意すべきである。

協力作用は死荷重に對しては能動的では無いが、活荷重に對しては荷重を分布せしめ此の爲に拱肋の曲げモーメントは著しく減少し、軸推力及び剪斷力も亦單純なる拱肋の場合に比して變化する。第 13-16 圖型式 (II) の床高き場合では拱頂點の鉛直荷重による曲げモーメントの影響線は著しく減少し、特に拱頂附近の載荷重による曲げモーメントは極めて微量となる (シェヒテルレの模型實驗による影響線は興味ある變化を示してゐる)。起拱點曲げモーメントは床部の協力作用によつて幾分變化するが、拱頂點曲げモーメントの如く激減するものではない。之を要するに床部の協力作用は拱肋の耐荷力を著しく増進するものと觀られるのである。

溫度變化、肋縮、等による拱肋の變形に對して床部の剛性は之を阻止せんとするから、拱肋は床部なき裸拱の場合に比して多くの抑制を受け、之による曲げモーメントの増加は床に伸縮接合無きとき特に起拱點に於て増大する。支柱が剛であればある程その程度の大なるべきは容易に窺知し得られる所である。拱肋曲げモーメントは主として溫度變化及び肋縮による % が大であるから、床部の協力作用ある拱肋の曲げモーメントは活荷重によるものが減少したとしても結局の曲げモーメントは裸拱の場合に比して増大することは否定し得ないであらう。

變形に基く曲げモーメントの變化を出來得る限りに於て軽減させる爲には、拱肋部分を打ち終つた後比較的早く拱架を撤去して硬化收縮、弾性及び塑性變形を生ぜざめ、然る後に支柱及床部を施工する方法を採るを可とする。

床版及び縦桁に就いて言へば、之等に作用する曲げモーメントは、之を連續梁或は支柱との合體に成るラーメンと看做して算出した曲げモーメントより大となることが起り得るのである。支柱は成るべく纖弱にした方が床部の拱肋に對する作用を減するのであるが、著者は此の意味で境橋設計に於ては支柱脚部の鐵筋をメナアジのヒンデとして作用するやう中軸に交叉せしめ、周囲のコンクリートは上下との縁を絶つ方法を採用した。支柱の上下をヒンデ化する事も充分考慮に値するのである。

床部の伸縮接合は之を設けた方が起拱點溫度應力を減ずる事は明かであるが、伸縮接合部直下の拱肋に大なる變形を與ふると注意してゐるウォルソンの指摘事項は蓋し重要である。

§ 9. 米國土木學會調査委員會報告摘要

1923 年 5 月米國土木學會はコンクリート及び鐵筋コンクリート拱に關する特別委員會を設置しモリスを委員長としてコンクリート及び鐵筋コンクリート拱の設計及び施工に關する研究調査を委囑したのであるが、1934 年 11 月委員會はその結果を報告した。研究事項の大部分はウォルソンが公道局の協力を受けてイリノイ大學技術試験所で施行した實驗結果を基とし (之に關する文献は既載した通りである)、1935 年米國土木學會紀要 (前掲) 記載報告の結論は本書既述部分と重複する所があるが、拱橋設計及び施工に關する重要事項を包含してゐるから茲に之を摘記する。

- (1) 連續的床部なき拱に對する今日常用の彈性理論は推力及び曲げモーメントの算定に對して實用上充分の精度を持つてゐる。この理論は次の假定を含んでゐる。
 - (a) 彎曲前に平面であつた斷面は彎曲した後も平面である。
 - (b) 推力及びモーメントの算定に用ひる I の値はコンクリートが引張力に抵抗するものと假定して計算する。
 - (c) コンクリート彈性係数は應力の大小及び斷面の位置に關係なく一定とする。
- (2) 材料の不均一及び龜裂發生に基き E 及び I の急激なる變化は單徑間拱の推力に大なる影響を與へず。
- (3) 鐵筋コンクリート拱の墜落は稀有であるが、破壊は主として曲げに依つて生ず。
- (4) 拱肋コンクリート強度と圍牆供試體強度とは同一である。
- (5) 拱肋の幅と其の固定點間長さとの比が 1:(25~30) より小であれば、拱肋は比較的纖弱であつても横荷重の無い限り挫屈に對して安全である。
- (6) 多徑間連續拱の死荷重應力は單徑間固定拱の同應力より稍大となる事がある。之は材質の不均一及び龜裂の發生に因るものであるが、この爲に細い橋脚を有する連續拱は單徑間固定拱より安全なるやう設計するを可とす。
- (7) 上路開側拱に於て床部の協力作用が重要である場合には、
 - (a) 死荷重應力は床部の協力が無いものとして算出する。
 - (b) 活荷重應力は彈性模型による實驗測定によつて床部を含んだ全構造に就いて決定する。之は拱肋應力に對しても重要であるが床部自身に對して更に重要である。
 - (c) 收縮及び溫度應力に對しても (b) と同様である。
 諸項を考慮して應力を定める事が望ましい。之を理論的に精密に解くことは實用上甚だ困難である。
- (8) 多徑間連續上路開側拱に於て床部の協力作用が重要である場合には、
 - (a) 前項 (a) に同じ。
 - (b) 活荷重反力の分力は全構造を一體として考へ、且つ實驗的に定めた彈性諸値に基いて代數的

に求める。或は模型実験から求める。

(c) 収縮及び温度変化による反力の分力の求め方も (b) と同様になる。

の諸項を考慮して解析することが望ましい。

(9) 床部の中間に伸縮接合の無い上路側拱に於ては起拱點活荷重モーメントの大きさが減少する。併し床部の協力作用が最も大である中央部附近の拱肋モーメントは増加する。中間に伸縮接合があれば之等の程度は減少する。

(10) 硬化収縮、塑性流動、温度下降、その他拱の支間を變更せんとする作用に因る起拱點モーメントは床部の協力作用ある拱に於ける方が裸拱に於けるより大である。中間床部に伸縮接合ある場合は、此の差異は或は増し或は減ずるが、それは拱の支間拱矢比及び床の諸寸法に關係する。床に伸縮接合があれば該接合の直下及び拱頂部の拱肋變形によるモーメントは、床に伸縮接合なき場合に比して大であり、又、裸拱の場合より大である。但し拱の水平弾性軸と拱軸線との交點のある格間に於て床に伸縮接合を設置すれば該部分拱肋の温度モーメントは小となる。

床に狹りに伸縮接合を設置する事は推奨すべき事ではなく、設置する場合には豫め之が必要であり且つ有害ならざる事を確める必要がある。

(11) 拱頂上に於ける床部の高さを増す事は拱肋應力に大なる影響を與へないから差支へないのであるが、その爲に拱矢を短小として扁平拱を作ることは、拱肋應力を増加せしめる事になるから、起拱點高と路面高との間の高さが與へられて居る拱では出來得る限り拱矢を大きく採る事が望ましい。

(12) 多徑間拱に於ける橋脚の弾性變形は拱頂點附近の活荷重による (+) モーメントを増加せしめ、中央徑間起拱點の活荷重による (-) モーメントを減少せしめ (+) モーメントを増大せしむると共に橋臺 (-) モーメントを増加せしめる。此の場合床部は拱肋抵抗モーメントを援助しない。

(13) 拱橋の橋脚橋臺底面に於ける地盤耐荷力に對しては地盤の塑性變形を考慮すべきである。若し不均一に力が作用するときは最大壓縮力が地盤の許容支持力より小であつても、地盤の塑性流動によつて高壓縮部は沈み下部構造の廻轉が惹き起される事を豫期すべきである。

(14) 工事中は下部構造の移動廻轉を精密に測定するを可とする。

(15) 斜橋 (略)

(16) 鐵筋コンクリート拱の拱肋長は多年の間に種々の原因により、例へば初期温度下降、硬化収縮、塑性流動、等によつて短縮する。塑性流動は之等の短縮に伴つて生ずべき曲げ應力を減少せしめ、又、施工後一ケ年程に生ずべき季節的温度變化による曲げ應力を調節する。併しその後の温度變化を減少せしむる様には至らない。よつて拱橋設計に於ては季節的温度變化に對應する温度應力を採つて置けば、初期温度下降、硬化収縮、塑性流動によるコンクリートの應力は無視しても差支へない。初期温度下降、硬化収縮、流動は拱の撓みを増加せしむるから、床部施工には之を考慮すべきであり、之等は鐵筋に壓縮應力を與へる事に留意すべきである。併し乍ら鐵筋は挫屈に對しての支持さへあれば之によつて耐荷力に異變を齎す事は無い。

破壊應力に近い程度の應力が生じてゐるときは、變形は著しく進行しても、之に伴ふ應力の増加は尠いから、橋臺の漸進的移動は拱の耐荷力に影響する所蓋し尠少であらう。

§10. 拱橋に於ける應力の調節

1) 概説 拱肋の應力は嚮に之を荷重應力と變形應力との二種に大別したのであるが、之を其の發生原因に基いて細別すれば凡そ次の通りである。

第1類 死活兩荷重に因る應力

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| (1) 死荷重 (A) | (2) 死荷重に基く彈性肋縮影響 (A) |
| (3) 活荷重及び其の動的影響 (B) | (4) (3) に基く彈性肋縮影響 (B) |
| (5) 風荷重 (C) | (6) 地震荷重 (C) |

第2類 温度變化に因る應力

- | |
|----------------------------------|
| (7) 拱肋完成時の温度と年最高最低温度との差に基く影響 (B) |
| (8) 拱肋の不均一温度變化に基く影響 (C) |

第3類 拱肋短縮に因る應力

- | |
|-------------------------------|
| (9) 初期に生ずる硬化収縮及び塑性流動に基く影響 (A) |
| (10) 其後に " " " " (B) |

第4類 其他の原因に因る應力

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| (11) 繫材の伸び (A), (B) | (12) 支點の移動廻轉 (A), (B) |
| (13) 拱軸線の變形 (C) | (14) 床部、支柱吊材等の剛結影響 (C) |
| (15) ヒンジの摩擦 (C) | (16) 設計寸法と出來上り寸法との相違に基く影響 (C) |
| (17) 拱架の變形 (A) | |

但し、(A) …… 工事完成前に發生するもの。 (B) …… 工事完成後に發生するもの。

(C) …… 時期に關係なく、或は構造方法に關係あるものであつて、施工法如何によつて調節し難いもの。

拱肋應力は之が壓縮應力であつて且つ其の大きさは各部に於て大差なく分布する事が望ましいのである。温度變化影響を算入すれば拱肋を靜定構造となさない限り此の希望は充分に達する事が出來ないのであるが、不均等應力の多くのものは設計及び施工に於て相當の考慮或は手段を爲せば之を調節し、又は過應力を輕減し得べき可能性があり、本節では之に關する検討を試みる。*

第1類及び第2類 (7) 第4類 (11) は一般の設計に於て取扱はれる應力である。又、(1)~(12) に屬する應力は一般に拱肋形状の變化を考慮せず其意味に於ては拱肋を剛體と考へ外力作用點位置に移動の無いものとして取扱ふを普通とするのであるが、若し外力作用點位置が拱肋變形によつて移動することを考へれば第4類 (13) に屬する應力が新に加へられる。

* 拙稿「拱橋に於ける應力調節」第3回工學會大會講演集、昭和11年。

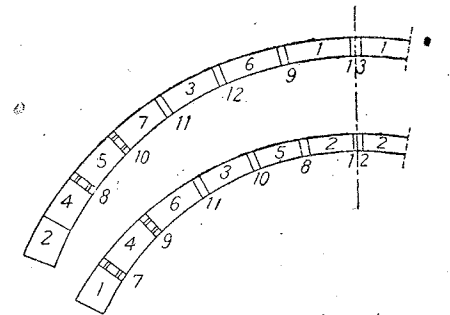
上記各應力を吟味するに、第 1 類 (1) に對しては死荷重壓力線と拱軸線を一致せしむる事により曲げ應力を除去することが出来るのであり、(2), (4) は (7), (9), (10), (11), (12) と共に拱の水平反力に變化を與へる原因であつて拱肋には之が爲に曲げ應力が惹起されるのであるが、拱軸線の適當なる選定と共に施工法に特別の考慮を爲す事によつて相當に之を軽減せしめ得る可能性がある。而して各種原因による肋縮に伴ふ應力即ち所謂變形應力は、強度の高いコンクリートを使用し養生に注意して肋縮を小ならしめ或は塑性流動の特質を利用する事により軽減し得べきは既に論じた所である。又、(14) に對しては § 8 に於ける諸事項を参照して過應力の發生するを阻止する事が肝要である。

應力調節の眞諦は拱肋壓力線と拱軸線とを一致せしめるに在る。作用力が可變的で無ければ之に達する事は敢て困難では無いが、作用力が可變的であり、換言すれば壓力線が常任的でなく絶えず變化する普通の場合では、各影響を組合せた曲げモーメントは或時は (+) に偏し或時は (-) に傾き、設計が宜しきを得てゐない場合には此の變化の範圍は大であつて其の結果は不經濟たるを免れない。實際問題として壓力線が作用力の如何により拱軸線の上及び下方に偏倚することは止むを得ないのであるから、此の偏倚を成る可く少くして上下兩縁に生ずる應力 σ の絶対値を略同一たらしめる事が最も必要である。

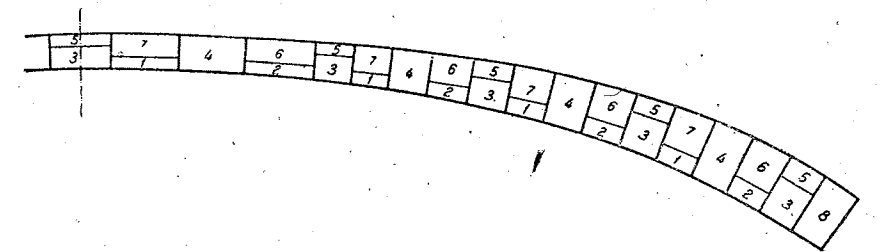
此の應力の絶対値の問題は支間の長大なる拱に於て特に重要であつて、長大支間の拱にあつては應力の可變範圍を或る程度に限定する事が困難であるが、若し假令僅小であつても其の範圍を縮小することが出来れば之による利益は尠少なからざるものがあり、斯くの如きに對しては施工中に外力を特別に加へ（即ち初應力を與へ）て應力の調節を計る必要をも生ずるのである。即ち軸壓力のみ作用するのが最も經濟的である可き拱肋に於て多大の曲げ應力が作用し其爲に断面が有効に使用されて居ないとすれば、相當の費用を投じて外力を追加しても應力の調節が爲し得られる限りに於て經濟的結果を收め得られる可きことは容易に推察できるのであつて、此の事は巨大支間拱の架設の可能、不可能の問題にも深く關係するのである。

2) 分割施工法 拱肋を連続的に施工せずして數個の區劃に分割し且つ各區劃の間には少許の間隔を残し、各區劃を獨立的に施工した後には區劃間の間隙を充填する方法である。本法はコンクリート拱施工の常法であるから茲に贅言の要はなく、斯の施工法によれば、(9) に屬する硬化收縮を相當に軽減する事が出来ると共に拱架の沈下變形による (17) の二次應力を防ぐ事が出来る。最初に施工する區劃は起拱部（或は拱頂部）、第二に拱頂部（或

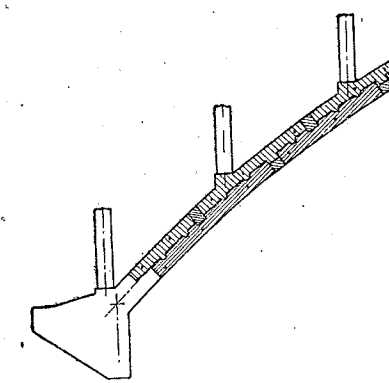
は起拱部）を施工するを普通とし、第三には $1/4$ 點附近を施工する方が荷重を均霑する意味に於て良いのであるが、拱矢の高い拱では傾斜が急であるから、區劃決定に注意が必要であり、必ず左右對稱に施工すべきである。各區劃は拱架に沿つてゐることなきやう工夫し、傾斜急なる個所の間隙充填には上部區劃の荷を支へる爲に之を分割施工する事が時として行はれる。



第 13-18 圖



第 13-19 圖 巴里ゴラル拱橋拱肋施工順序

第 13-20 圖
ビエダノ河拱橋拱肋の分割施工圖

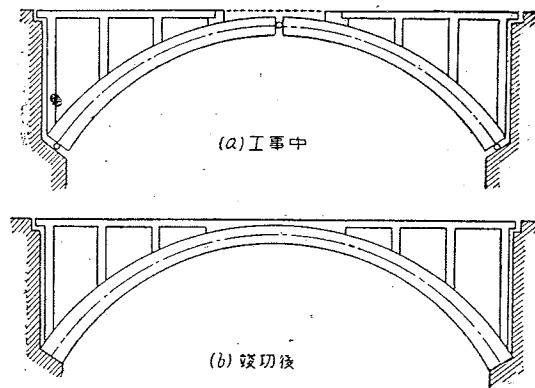
大なる拱肋のコンクリート施工に際しては、軸方向に分割するばかりではなく、上下の方向に分割して施工すれば、それだけ硬化收縮を避ける事が出来る。(第 13-19-20 圖)。

3) 假ヒンヂ挿入法 無鉸拱の施工に際して起拱點及び拱頂點に假ヒンヂを設け拱肋の施工が終つて拱架を撤去したとき拱肋を 3 鉸拱として獨立せしめ、床部施工後、ヒンヂ部を連続せしめて無鉸拱と爲す工法がある(第 13-21 圖)。此の方法を施工する時は拱は死荷

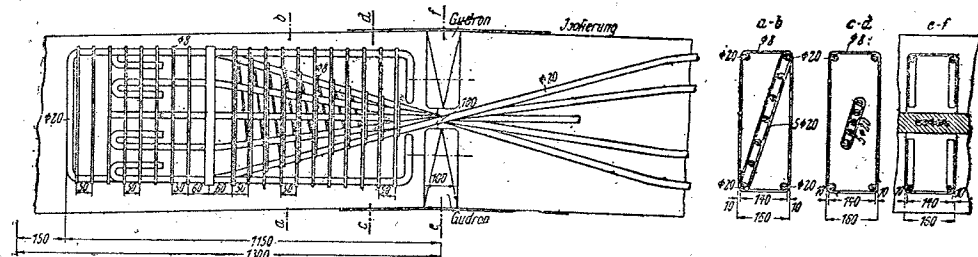
重に對して 3 鉸拱であつて靜定構造となり、(2), (9), (11), (12) 等の應力を消失せしめ (1) による應力を軽減する。ヒンヂの閉鎖は最後に施工するを可とするが、床部の補剛作用を避ける爲には床部は單に支柱の施工を完了した時に拱肋假ヒンヂの閉鎖を行ふを可とする。

ヒンヂは單に死荷重のみ受け且つ完成後には大なる推力が作用しない筈であるから、その構造は比較的簡單なるものとするを可とし、メナアジ型或はコンデェル型鐵筋コンク

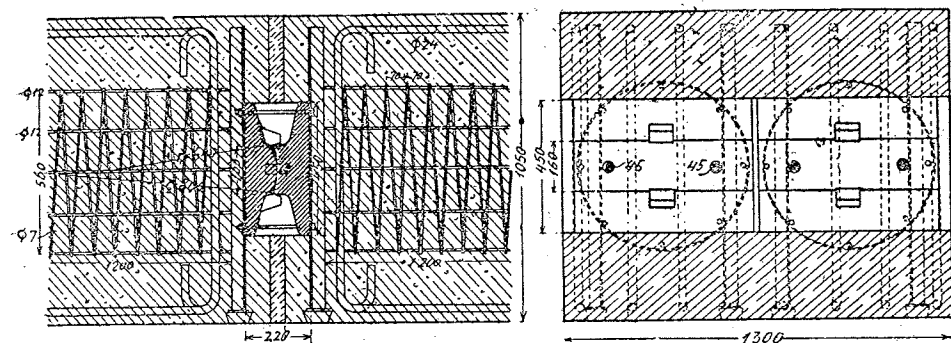
リート・ヒンヂ、鑄鋼製ヒンヂ、等
が此の目的に對して佳良である。
第 13-23 圖は 3 鉸拱ヒンヂに用
ひられた鑄鋼製ヒンヂの一例であ
るが、之の型式を上記の假ヒンヂ
に用ひやうとすれば第 13-25 圖
のやうに拱肋上下兩縁鐵筋をスリ
イヴ・ナツで連結するやうにす
れば良い。連結には熔接も適當で



第 13-21 圖



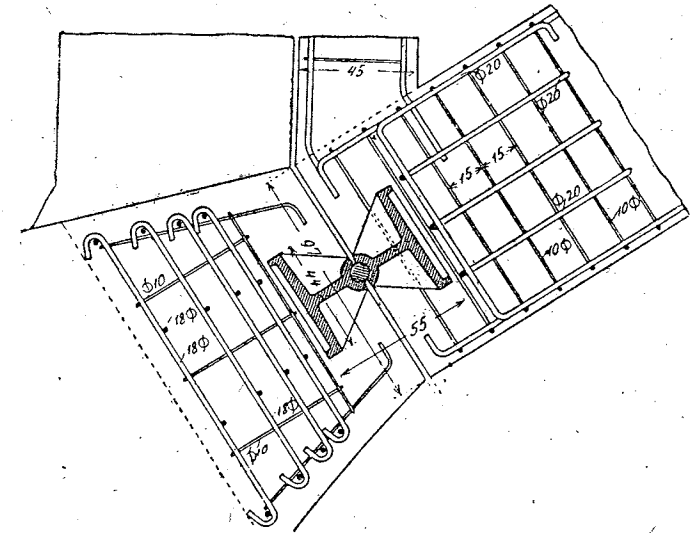
第 13-22 圖 メナアジ・ヒンヂ



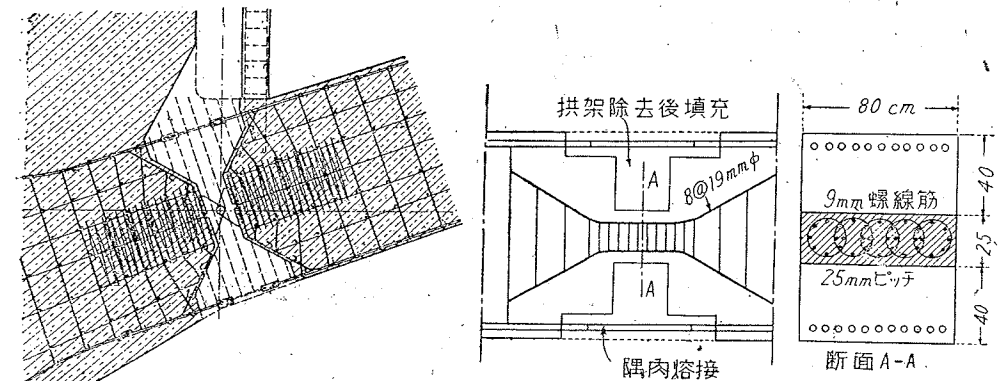
第 13-23 圖 拱頂部ヒンヂ

あるが嚴密なる試験が必要であり、ナツト或は熔接の爲に連續個所の強度の低下する懼れが
在る時はそれだけ主鐵筋の % を増加させれば良いのである。

假ヒンヂ挿入法は鋼橋に於て時として用ひられる方法であるが、鐵筋コンクリート拱に
於ける用例は極めて乏しい。此の方法は之が彌す利益尠少なからざるものがあるが故に支間
小ならざる場合には進んで使用すべきものと考へられるのであるが、假ヒンヂ部分を填充



第 13-24 圖 二鉸拱起拱部ヒンヂ

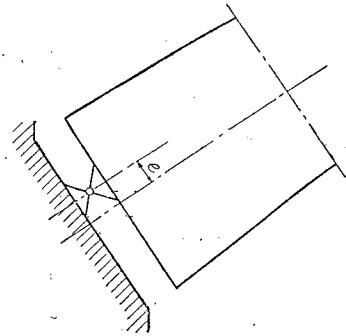


第 13-25 圖 假ヒンヂ

して連續化した時果して充分の連續性あるか否かに就いては不明なる點があり、此の所は
慎重に考慮するべきである。即ち填充コンクリートは、他の拱肋コンクリートよりは時期
遅く別個に施工されるものであるから、硬化收縮及び塑性流動を考慮すればヒンヂ及びヒ
ンヂに接續するコンクリートに比して耐荷力尠く、軸壓力は主としてヒンヂを經由する懼
れがあり、ヒンヂ部を閉鎖した後に於てもヒンヂが特殊の存在として残るとすれば此の部
分の應力状態は複雑化し、閉鎖後作用する荷重に對して拱を完全なる無鉸拱と看做す事
に多少の疑問がある。セメント量多く且つ水セメント比の小なるコンクリートを用ひ、其の
填充に多大の注意を拂へば或る程度上記缺點を除くことが出来るが、何等かの工法を用ひ

閉鎖後に於てヒンジを解體或は撤去する事が出来れば此の缺點が解消されるのである。

假ヒンジを設置する位置は必ずしも拱軸線上とする必要は無い。假ヒンジを使用しないときの M 最大 (最大正曲げモーメント) と M 最小 (最大負曲げモーメント) の絶対値が異なるときは、假ヒンジを拱軸線より上縁側或は下縁側に片寄せしめて死荷重壓力線を拱軸線より偏倚せしめ、之によつて $M_0 = \frac{1}{2}(M_{\text{最大}} + M_{\text{最小}})$ だけの曲げモーメントを豫め賦與すれば、閉鎖後に於ける M 最大と最小との絶対値を同等とする事が出来るのである (第 13-27 圖)。



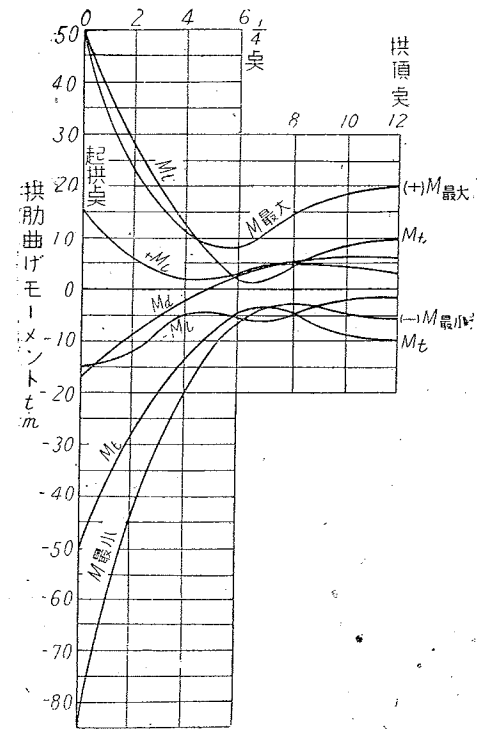
第 13-27 圖

第 13-8 表に掲げた(1)~(7)は支間 36 m, 拱矢 $f=4.5$ m なる開側上路道路用鐵筋コンクリート拱肋の (第 15 章第 1 節参照) 曲げモーメントを示し、作用力としては、(i) 死荷重、(ii) 活荷重 ($p=500 \text{ kg/m}^2$), (iii) 温度變化 ($\pm 15^\circ\text{C}$), 及び之に因る肋縮作用を採つてゐるのであるが、最大及び最小 (温度變化を含む) の拱肋曲げモーメントは (6), (7) に示すやうに正負各量の絶対値が同等でなく、之を均一化する爲に必要な量は (8) に示す曲げモーメントであつて、此の M_0 を賦與すれば拱肋曲げモーメントは (9) に示すやうに正負各量相等しく拱肋断面は有効に使用されるのである (第 14-28 圖)。(8) に示す曲げモーメントを賦與する爲には死荷重推力を利用する。

第 13-8 表

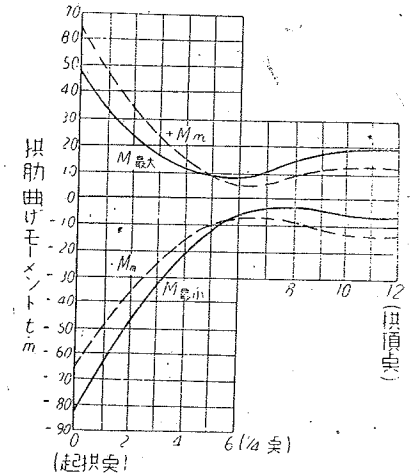
格 點	0 起拱點	2	4	6 1/4 點	8	10	12 拱頂點
(1) 死荷重曲げモーメント M_a t.m	-16.518	-9.946	-3.288	2.271	5.767	6.630	6.320
(2) 活荷重 " (+) M_l "	16.198	5.684	2.356	4.058	4.828	4.232	3.652
(3) " " (-) M_l "	-15.162	-7.684	-4.657	-5.18	-4.413	-2.632	-1.587
(4) 活荷重滿載 " M_l "	1.036	-2.100	-2.301	-1.128	0.415	1.600	2.065
(5) 温度變化 " M_t "	± 48.896	± 28.279	± 13.133	± 2.354	± 4.830	± 8.944	± 10.283
(6) $M_{\text{最大}}$ "	48.576	23.917	12.201	8.683	15.425	19.806	20.255
(7) $M_{\text{最小}}$ "	-80.576	-45.909	-21.078	-5.268	-3.476	-4.946	-5.550
(8) 調節モーメント M_0 "	16.000	10.996	4.439	-1.658	-5.975	-7.430	-7.353
(9) 調節後 " M_m "	± 64.576	± 34.913	± 16.639	± 6.976	± 9.451	± 12.376	± 12.903
(10) 死荷重推力 N_a t	110.3	107.8	102.2	98.7	96.6	95.4	95.0
(11) 壓力線偏倚 $e = M_0 + N_a$ cm	14.5	10.2	4.4	-2.4	-6.2	-7.8	-7.7

(11) に示すやうに起拱點ではヒンジを拱軸線より上縁側に $e=14.5 \text{ cm}$, 拱頂點では下縁



第 13-28 圖

側に $e=7.7 \text{ cm}$ だけ偏倚して設置すれば、起拱點及び拱頂點には死荷重によつて、 $M_0=16.00 \text{ t.m}$ 及び -7.353 t.m の曲げモーメントが豫め生ずるのである。第 13-29 圖の M_m は此の調節後のモーメント



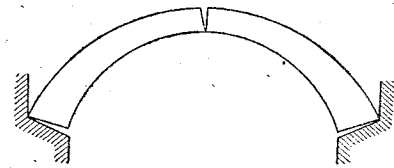
第 13-29 圖

を示す。以上は調節の第一次的試算であつて、假ヒンジを此の方法によつて設置せんとするときは、死荷重を支持する工事中の三鉸拱は拱矢 $f=4.5-0.145 \cos \varphi_s=0.077$, 支間も亦之に従つて變化するから、死荷重に対しては此の新しい拱矢及び支間に基いて曲げモーメント及び推力を算出して其の壓力線を明かにし、温度應力及び活荷重に対しては既定の f 及び l に對する曲げモーメント及び推力を採り、之によつて第 2 回の試算を行ひ以上の修正により果して正負曲げモーメントの絶対値が近似するか否かを調べ、維應力を照査する。此の第 2 回試算に於ては拱肋中間部の應力にも注意し、全體として必要があれば、起拱點及び拱頂點の偏倚量 e を更正して第 3 回の計算をすれば、應力の調節は大略爲し遂げられるのである。

ヒンジの使用に関する米獨の文献としては下記が参考に値する。

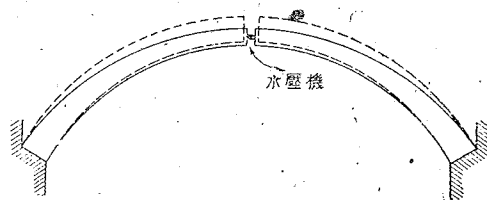
* McCullough and Thayer. "Elastic arch bridges". 1931. p. 330.
 Dischinger. "Untersuchungen Weitgespannter Massiv-bogenbrücken". Beton u. Eisen, H. 13/14. 1935.
 Keyser. "Zweite Strassenbrücke über die Mosel in Koblenz". Beton u. Eisen, H. 12. 1928.
 Fritz. "Vereinfachte Bestimmung des Einflusses des Systemverformung". Bauing, H. 15/16. 1935.

3) 加圧法 加圧法 (*Expansion method*) には數法ある。ゲエド及びミオッチは楔を起拱點下縁及び拱頂點上縁に打込んで拱肋に豫め曲げモーメントを與へる方法について特許を有し後者は之を伊太利亞ドルソ橋に應用した (第 13-30 圖)。本法は後述のフレイシネの方法と同じく、起拱點に (+) M を、拱頂點に (-) M を與へると共に軸推力を與へ、溫度下降その他の原因による肋縮作用による曲げモーメントを調節せしめるものである。楔の挟角極めて小であるから ($\phi=1:1000$) 之による加壓影響は甚だ微妙であつて施工には多大の困難が伴ふものと考へられる。



第 13-30 圖

石造拱 (*masonry arch*, コンクリート及び鐵筋コンクリート拱を含む) に於て、拱頂點を切斷し茲に拱軸方向に壓力を加へる方法は、龜裂の入つた拱或は拱頂點の下垂した拱の復舊方法として獨乙では屢々用ひられてゐたのであるが、新設の拱橋に此の方法を用ひて肋縮に基く應力を調節しやうと企てたのは佛蘭西のフレイシネ (*Freyssinet*) であつて、1908 年ムウランに於て支間 50 m なる拱に之を試験的に實行したのである。拱肋築造後未だ拱肋が拱架 (支保工) 上に横たはつてゐる時その拱頂部に水壓機を以て拱軸方向に加壓すれば、拱肋は左右に開くと共に上方に浮き上り (第 13-31 圖)、結果としては、拱架の撤去が甚だ容易になり、拱肋には豫め推力を與へると共に M を與へ、此の状態に於て拱頂間隙部にコンクリートを填充すれば、拱肋は無鉸拱に變じ既に與へた推力及び M は後日生



第 13-31 圖

るものはフレイシネ自身が之に關與してゐる。

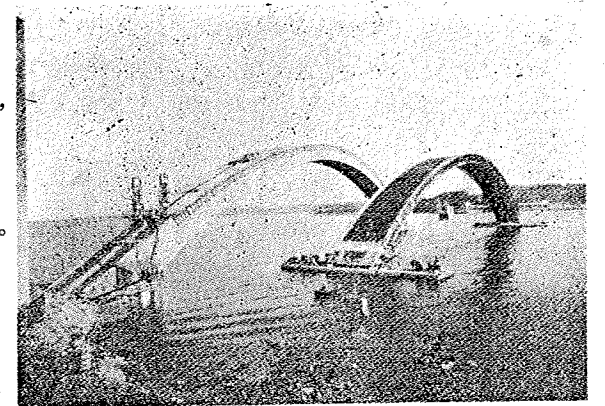
聖ピエール橋 (ヴォヴレエ・セイヌ河. 佛)	$l=131.8 \text{ m}$; $f/l=1:5.3$ (1923 年)
ヴェルヌウヴ橋 (ロオト河. 佛)	$= 96.9 \text{ m}$; $= 1:6.7$ (1919 年)
ブルギヤステル橋 (エロルン河・プレスト. 佛)	$= 180 \text{ m}$; $= 1:5.5$ (1930 年)
ロシュ・ギイヨン橋 (セイヌ河. 佛)	$= 161 \text{ m}$; $= 1:7$ (1934 年)
ギヤステルモロン橋 (ロオト河. 佛)	$= 120 \text{ m}$; $= 1:6$ (1933 年)

ずべきコンクリートの弾性及び塑性肋縮、硬化收縮、溫度變化、等による二次應力を相殺調整する事となるのである。近時架設された世界的に巨大なる鐵筋コンクリートの多くは此の工法を利用し、フランスに於け

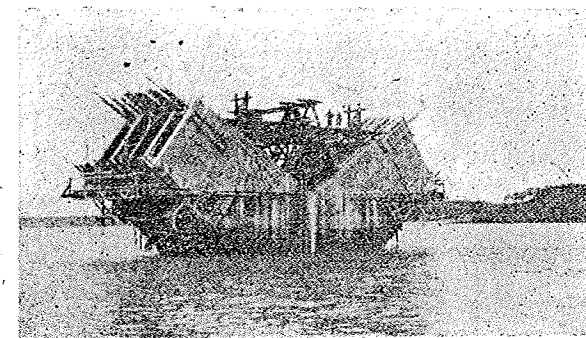
トラネベリ橋 (ストックホルム. 瑞典)	$= 181 \text{ m}$; $= 1:7$ (1934 年)
テッキード橋 (バアウヰック. 英)	$= 110 \text{ m}$; $= 1:7.9$ (1928 年)
ルウジュ橋 (オレゴン. 米)	$= 70 \text{ m}$; $= 1:4.9$ (1931 年)

因みに現在施工中の巨拱は西班牙エスラ河橋 ($l=210 \text{ m}$) 及び瑞典サントのアンゲルマン河橋 ($l=264 \text{ m}$) であつて、前者は 1940 年竣工、後者は 1939 年 8 月拱架完成してコンクリートを施工せんとする間に於て拱架が崩壊した。

ブルギヤステル拱橋は函形断面より成り拱頂點に挿入した水壓機は計 24 箇その全推力は 4,800 t に達し、各々の水壓機 (*hydraulic jack*) は 250 t の能力を有し (單位壓力 600 kg/cm^2)、肋縮



寫眞 13-6 ブルギヤステル橋支保工



寫眞 13-7 ブルギヤステル橋工事

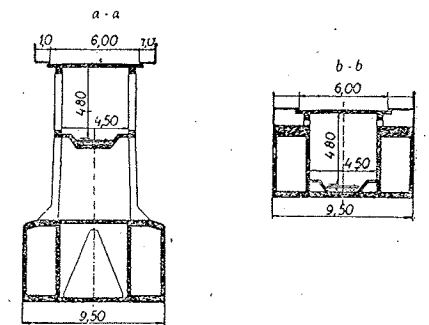
に對して開くべき間隙は 4.4 cm であつて之だけ左右に押し擴げたときの拱肋の上昇は 7.1 cm であつた。此の擴がつた状態で、水壓機部分だけ殘して間隙コンクリートを施工し之が硬化した後水壓機を除去して其の空所に填充コンクリートを施工するのである。ギヤステルモロン橋に於ては 4@150t の水壓機を用ひてゐ

る。而してハウラネクの調査に據ればフレイシネ法による應力減量は次の通りである。

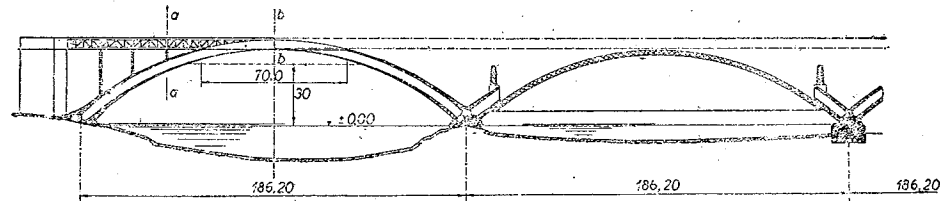
	拱頂上縁	起拱下縁	最大應力 σ_c
ヴェルヌウヴ橋	31%	30%	57.5~76.9 kg/cm^2
聖ピエール橋	25%	29%	
聖ベルナント橋	20%	34%	
ブルギヤステル橋			75
ロオシュ・ギイヨン橋			80

瑞典トラネベリ拱橋に於ては總重量 948 t を算する鋼飯拱を拱架として此の上で拱肋コンクリートを上下

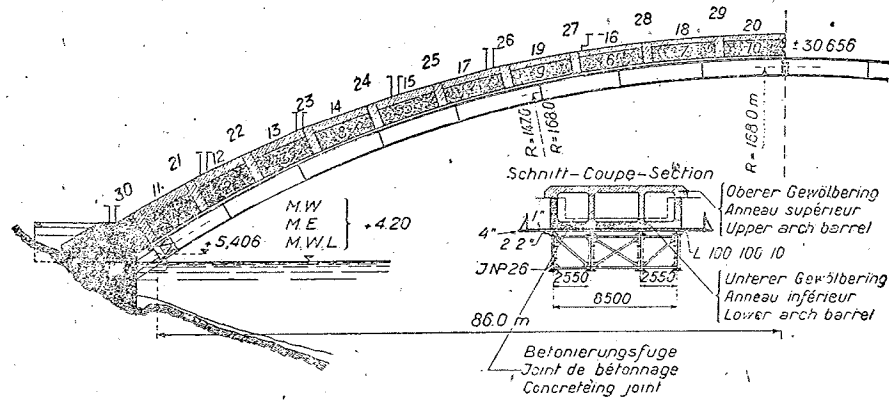
2 段且つ區劃的に施工し、拱頂點には水壓ジャッキを挿入する位置を設け、之に 22@330 t の水壓ジャッキを設置して 6000 t の推力を與へ、そのときの拱頂點上昇 17 cm、上縁及び下縁の開きは 11 cm 及



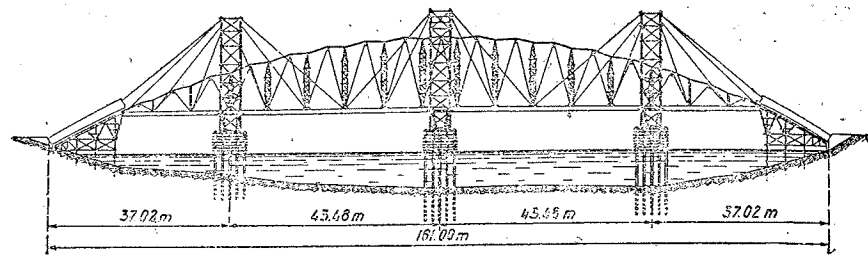
第 13-32 圖 ブルギヤステル橋断面



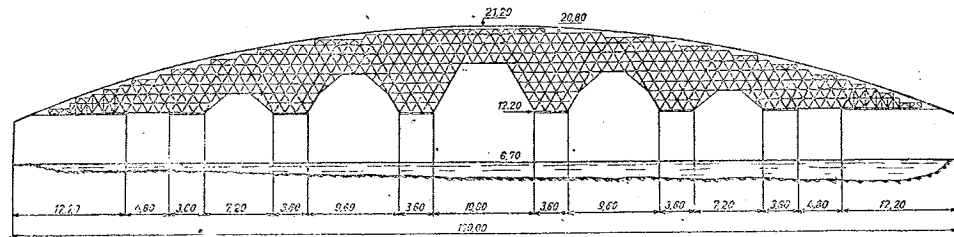
第 13-33 圖 佛蘭西ブルギヤステル橋



第 13-34 圖 トラ讐ベリ拱橋拱肋分割施工



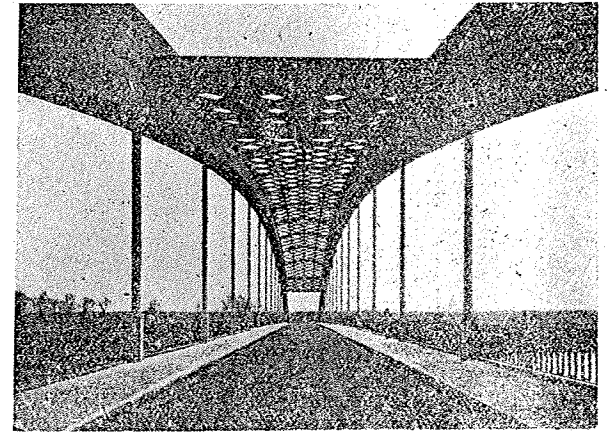
第 13-35 圖 ロシュ・ギイヨン拱橋支保工



第 13-36 圖 伊太利ヤローマ市ティベレ河拱橋支保工

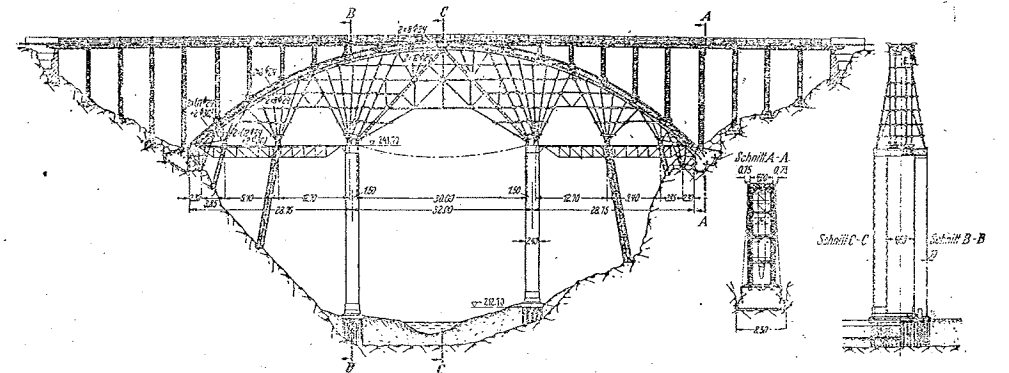
び 10 cm, 之によつて拱架を撤去し, 應力調節の爲に残した間隙は 4 cm, このとき與へた (-) M は 1590 tm, 推力は 375 t. 最後に 1 m³ 當 750 kg のセメントを用ひたモルタルを間隙部に填充して之の硬化後ジャッキを除去し, 殘部にはコンクリートを填充したのである。

此等の工法に於ては, ジャッキは成るべく數多く使用して推力が均分するやうに配置し, 然も推力中心線が拱軸線より稍下方に偏倚して拱肋起拱點には (+) M を拱頂部には (-) M を與へるやうに其の位置及び作用力を定めるのを普通とする。又, 水壓ジャッキは水平に置いて水平力のみ起るやうに爲し拱頂點に



寫眞 13-8 ロシュ・ギイヨン橋

剪斷力を與へる事の無きやうに注意する必要がある。應力調節が終了した時は間隙部を直に上質モルタルで填充し之が硬化した後に水壓ジャッキを除去するのであるが, モルタル填



第 13-37 圖 伊太利ヤピエダノ河拱橋拱架(支間 89.5 m)

充後はジャッキを僅か弛めてモルタルが硬く填充されるやうにする。

拱頂部に於て擴大すべき間隙 δ は, 弾性肋縮 δ_e , 温度變化肋縮 δ_t , 塑性肋縮 δ_f , 硬化收縮 δ_s の全量であり,

$$\delta_e = \sum \frac{N \cdot d_s}{AE} ; \delta_t = \epsilon_t \cdot t \cdot l' ; \delta_f = c \cdot \sigma \cdot l' ; \delta_s = \epsilon_s \cdot l'$$

之に用ひるべき E, ϵ_s については充分の検討が必要がある事既に論じた通りであつて, t は

ジャッキ撤去時と年平均の各コンクリート温度の差である。加圧すべき推力 ΔH は、

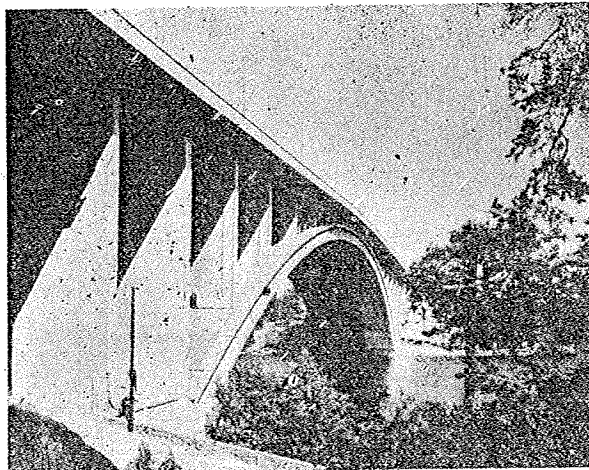
$$N = \Delta H = \frac{\delta}{\int \frac{y^2}{I} ds + \int \frac{ds}{A}}$$

から算出される。拱頂點に於て偏倚して加へられた推力 N は、起拱點で固定された支間 $l/2$ なる片持梁としての拱肋の任意點對して、

$$M_x = N(c_0 - y - e) - \sum P \cdot a$$

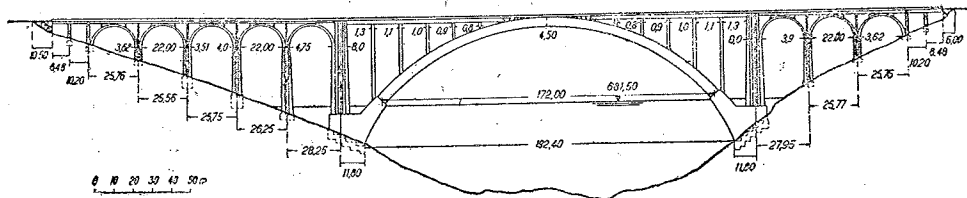
$$N_x = N \cos \varphi + \sum P \cdot \sin \varphi$$

を與へる、茲に P は拱肋集中死荷重、 a は該點から P 迄の水平距離を示す。



寫眞 13-9 瑞典ストックホルム・トラネベリ拱橋、支間 181 m.

以上の δ , ΔH , M_x , N_x から拱肋各斷面の應力を過應力なく經濟的なるやうに配分する事が可能たるべきである。然し乍ら靜力學的計算に於ける種々なる假定は多少の誤差を齎し材料のヤング係數、流動係數が定數では無い事を考へれば、計算値と實測値に差異を生じ、歪計による應力測定は必ずしも眞値を與へないのである事に注意すべきであらう。水壓ジャッキが水平に作用してゐなければ之による誤差も生じ、例へば $N=500 \text{ t}$, $\varphi=0^\circ 10'$ とすれば $x=50 \text{ m}$ の個所に於て、

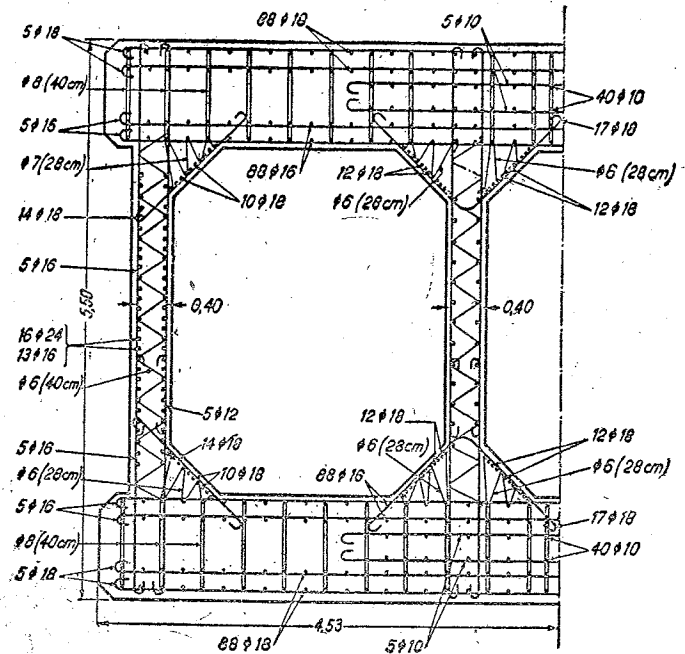


第 13-38 圖 西班牙エスラ河拱橋

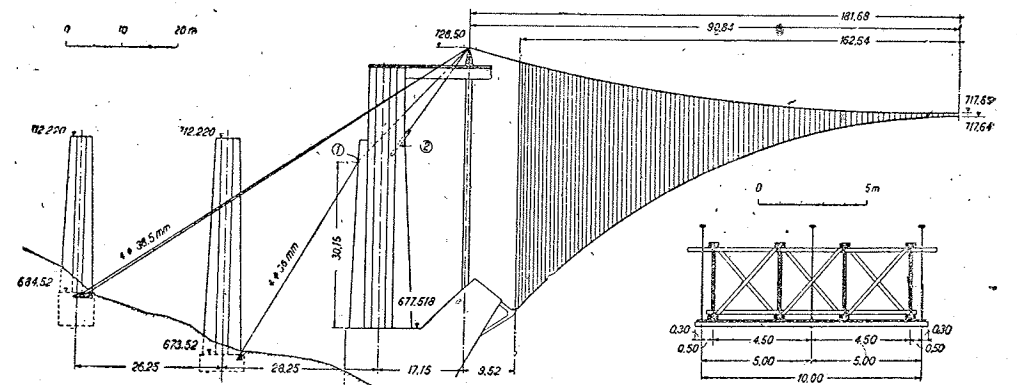
$$N \cdot x \tan \varphi = 500 \times 50 \times 0.0029 = 72.5 \text{ t.m}$$

の誤差を與へる事となる。

コンクリートの塑性流動が拱肋應力に及ぼす影響に関するストラウブ及びホキットニイの説は既に §7 に示した通りである。塑性流動がそれ自身で應力を調節するとすれば、フレイシネの加壓法はコンクリート施工後數ケ年を経過した後に之を行ふので無ければ其の



第 13-39 圖 エスラ河拱橋起拱部斷面



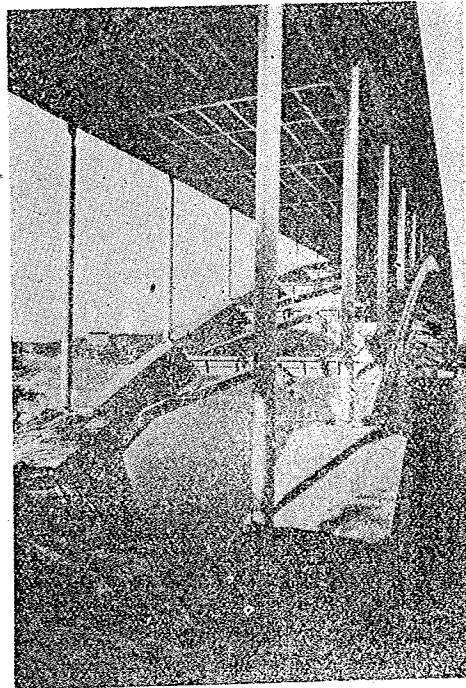
第 13-40 圖 エスラ河拱橋支保工

效果薄弱となるので、つて、ホキットニイは、フレイシネ法は拱架撤去を簡易ならしめ、且つ拱頂點の撓下に伴ふ缺點を除去せしめる點に於てのみ有効であり、塑性肋縮、收縮肋縮に對して有効に残留する推力は加壓量の約 $1/4$ であつて、コンクリートの最大應力に関する限りは假令充分では無くてもコンクリートの可變形性それ自身が（ジャッキの助力無くして）フレイシネの目的を遂行する、事を論じて居り、且つ皮肉にも“ジャッキ加壓法はむ

しる鉄筋應力に好都合な影響がある」と述べてゐる。

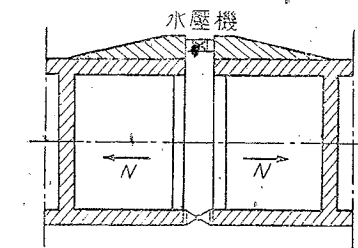
フレイシネエ法によつて施工された拱肋應力は、歪は實測されてゐるが、弾性及塑性歪、收縮歪の三者の % を明確にし得ない關係から、その實際値が照査し得られず従つて應力調節の點には其の效果に疑問なきを得ないのである。

水圧ジャッキ使用法の一提案としては、前掲假ヒンデ挿入法を改變したディンガアの方法がある。* 第 13-41 圖に示すやうに上下兩縁にヒンデ及び水圧ジキを設け、壓力を調節して所要の推力と曲げモーメントを豫め與へ然る後に間隙を填充するのであるが、

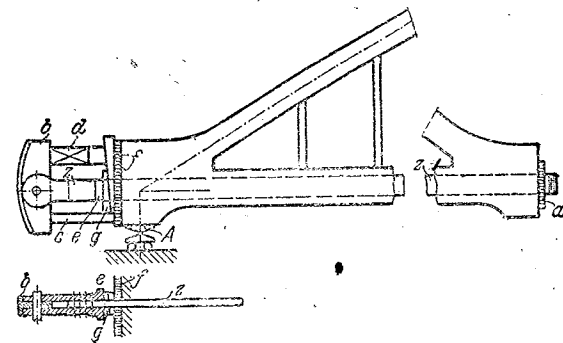


寫眞 13-10 瑞典ストックホルム市メラル湖の西部橋。鋼鉄肋拱，支間 204 m.

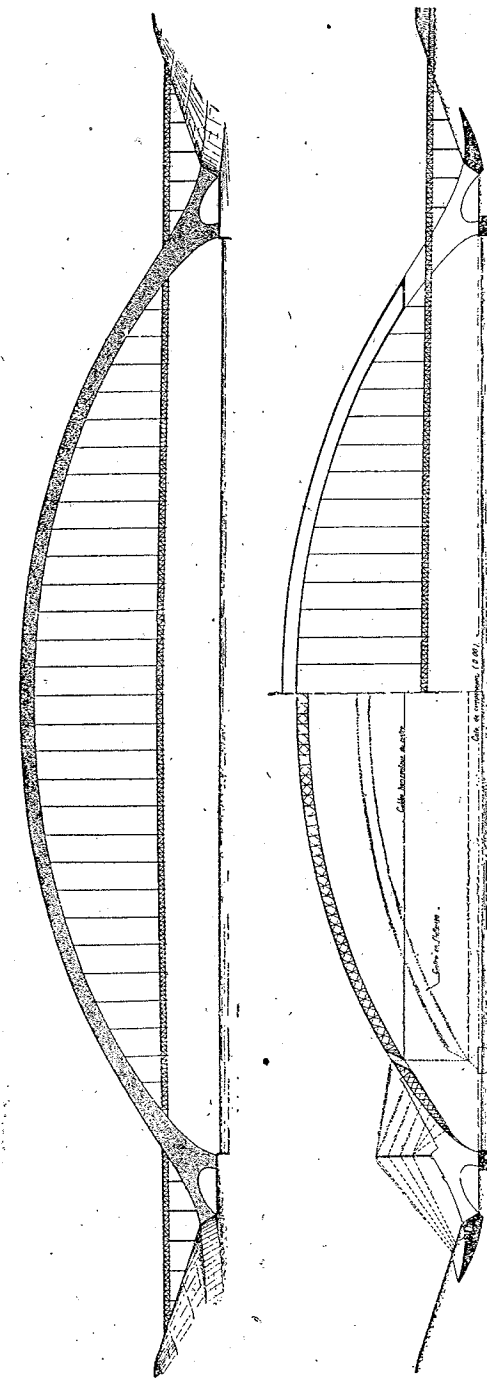
ヒンデ及び水圧機は填充後之を除去するのであるから假ヒンデの場合に述べた缺點なく、主旨に於てはフレイシネエ法と同巧である。



第 13-41 圖



第 13-42 圖 二鉸繫拱應力調節法



第 13-43 圖 フレイシネエ計劃の支間 1600 m 鋼筋コンクリート拱橋

二鉸下路繫拱に於ける應力調節法としては、ディンガアが 1928 年乙アルスレーベンのザアレ河橋 (l=68m) に應用した方法が特記に値する。本法は繫材コンクリートの中に幅約 15 cm 高約 70 cm の空洞を全長を通じて作り、此の中に帶狀鋼鉄を挿入して兩端は拱肋兩端より突出せしめて先端をアイ・バア状に作り、拱肋コンクリート硬化後この帶狀繫材に張力を與へて拱肋を壓縮するのである。即ち第 13-42 圖に於て z は繫材であつて、その一端にはアイ・バアの形を爲し他端には a なる錠鉄を置き、アイ・バアには天秤状を爲す b なる腕をピン結合し、 b の下端は c にて支へ上端には水圧ジャッキ d を設け、このジャッキの壓力によつて繫材を引張ると共に拱肋を壓縮するのである。本法を適用すれば、(a) 繫材の伸び及び肋縮による二次應力を調整すると共に、(b) 之によつて拱肋を細く端麗なる形狀に爲し、或は巨大支間の可設が可能となり、(c) 繫材の伸びに伴ふ床部の伸びの發生を止めて床部に龜裂の入る事を防ぎ、(d) 拱架撤去が簡易となるのである。

* Dischinger. 前掲, *Beton u. Eisen*. 1925.

** Dischinger. "Beseitigung der zusätzl. Biegemomente im Zweigelenbogen mit Zugband". Bd. I. 1932. *Memoirs. Ass. Int. Ponts et Charpentes*.

§ 9. に對する補遺

1940年9月、米國コンクリート學會はコンクリート及び鐵筋コンクリート拱に關する委員會の報告を、委員長ホキットニイの名に於て發表した。その結論の概要は次の通りである。

- (1) 拱軸線は、死荷重に因る變形を出来るだけ防止する爲に、死荷重に對する釣合曲線に沿はしめるを可とする。
- (2) 拱肋のモーメント及び推力は、次の假定に立脚した彈性理論で計算すべきである。
 - (a) 撓曲する前に平面であつた断面は、撓曲後も平面の儘で残る。
 - (b) コンクリートには龜裂が發生せず、彈性的であつて、彈性係數は定値を保つ。
- (3) 彈性係數は、反力算定に際しては $281,000 \text{ kg/cm}^2$ を採り、死荷重撓み算定に際しては此の値の $3/4 \sim 1/2$ を採る。
- (4) 溫度變化は、該地の最高最低溫度差に就き昇降共各 30%、(昇降差 60%) を採る。
- (5) コンクリート收縮は、 $15^\circ F$ の溫度下降と同等の影響を以て計算する。收縮と溫度變化を併考する場合には、溫度下降と收縮は加へるが、溫度上昇に對しては收縮を加算しない。
- (6) 拱肋の長柱としての長さとの比は、挫屈を防ぐ爲には 30 以下とする。
- (7) 床が橋脚或は隣徑間と連結されてゐる場合、伸縮接合を挿入する場合、若し他の事情から必要があれば、之等に對して適當な考慮をなす。

以上の事項の外に、此の結論には、塑性理論から出發した強度算定法が掲げられてゐるが、複雑であるから茲には省略する。