

# 第11章 無 絞 拱

## § 1. 不静定反力撰定法

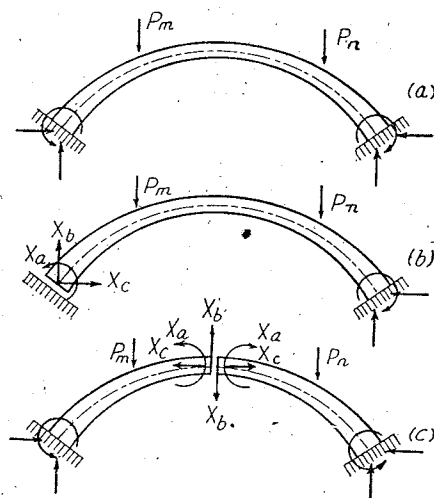
無絞拱の殆ど總てはその拱肋が充腹構造から出來て居るから茲には充腹拱の場合を述べる。無絞拱には

反力モーメント=2 ; 鉛直反力=2 ; 水平反力=2

即ち6個の反力があるから、3次不静定構造である (第 11-1 圖) (a)。

此の3次不静定構造の静定主系の撰定には、一般に次に示す2法が用ひられる。

其の第一は (b) 圖に示すやうに一端で拱肋を切斷し、拱肋を1個の片持梁と考へる方法であつて、此の場合には此の切斷面に作用してゐた反力  $X_a$ ,  $X_b$ ,  $X_c$  を不静定力として作用せしむるのである。第二は (c) 圖に示すやうに拱頂點で拱肋を切斷し、拱肋を2個の片持梁と考へる方法であつて、此の場合には、此の切斷面に作用してゐたものと反對の符號を有する  $X_a$ ,  $X_b$ ,  $X_c$  を不静定力とするのである。 $X_a$ ,  $X_b$ ,  $X_c$  が本來の値を持つてゐる限り



第 11-1 圖

に於ては、第 11-1 圖 (b) 及び (c) 圖の何れもは、(a) 圖と全く同様の應力状態に在る事勿論である。

拱肋を1個の片持梁と考へる (b) 圖の方法は、單純であるから、水平荷重作用の場合或は不對稱拱の場合のやうに、動ともすると (+) (-) の關係が複雑する荷重の場合に採用するに適し、之に反して (c) 圖の2個の片持梁と考へる方法は、片半分だけ計算すれば他は容易に定められるから手數から觀れば良い方法であつて、普通の鉛直荷重の場合に之を採用する。但し (c) 圖の場合は (+) (-) の記號に注意するを要す。

不静定反力モーメント  $X_a$ , 反力  $X_b$  及び  $X_c$  の値は、既に第 10 章 § 4. に述べたやうに、若し  $\delta_{ib}=0$ ,  $\delta_{ac}=0$ ,  $\delta_{bc}=0$  なるやうに其の作用點を撰べば、 $P_m$  の作用するとき、

$$X_a = \frac{P_m \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}}; X_b = \frac{P_m \cdot \delta_{mb}}{\delta_{bb}}; X_c = \frac{P_m \cdot \delta_{mc}}{\delta_{cc}}$$

よつて示されるのである。\$X\_a\$ 及び \$X\_b\$ を拱頂断面に作用させるとすれば、左右対称の拱では対称と言ふ条件から \$\delta\_{ab}=0, \delta\_{bc}=0\$ となる。而して、

$$\delta_{ab} = \int \frac{M_a M_b}{EI} ds + \int \frac{N_a N_b}{EA} ds = \int \frac{M_a M_b}{EI} ds = 0 \quad (N_a=0)$$

$$\delta_{bc} = \int \frac{M_b M_c}{EI} ds + \int \frac{N_b N_c}{EA} ds = 0$$

よつて其の関係は示される。

\$\delta\_{ac}=0\$ ならしめる爲に、拱頂點に剛結した假想剛體の先端 \$O\$ 點 (第 11-2 圖) に \$X\_c\$ を作用せしめるものとする。

$$\delta_{ac} = \int \frac{M_a M_c}{EI} ds + \int \frac{N_a N_c}{EA} ds = \int \frac{M_a M_c}{EI} ds = 0$$

茲に (a) 圖に於て、モーメントは拱肋内縁に引張力を與へるものを正とするとき、

\$X\_a = -1\$ に對して \$M\_a = -1\$; \$X\_c = -1\$ に對して \$M\_c = 1 (c\_0 - y')\$ であつて左半分に於ては、\$l\$ を拱軸長とするとき

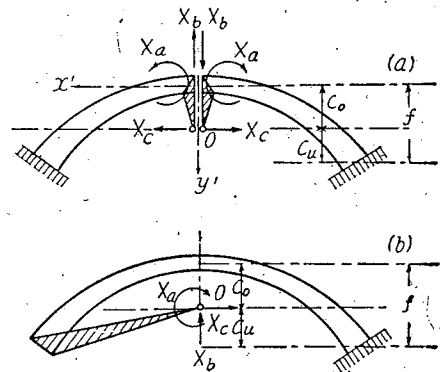
$$0 = 2 \int_0^{l/2} (-1)(c_0 - y') \frac{ds}{EI}$$

\$\frac{ds}{I} = dw\$ で示せば、\$E\$ を定値とするとき、

$$\int_0^{l/2} (c_0 - y') \frac{ds}{I} = \int_0^{l/2} (c_0 - y') dw = 0$$

$$\therefore c_0 \int_0^{l/2} dw = \int_0^{l/2} y' dw; \quad c_0 = \frac{\int_0^{l/2} y' dw}{\int_0^{l/2} dw} \dots \dots \dots (11-1)$$

之に依つて觀れば、\$X\_c\$ の作用すべき水平軸は拱肋の \$dw\$ なる値に關する水平重心軸に相當すべきものである事が解る。之は (b) 圖の 1 個の片持梁と考へた場合に於ても同様であつて、何れの場合も \$dw = \frac{ds}{I}\$ を計算すれば \$c\_0\$ 及び \$c\_u\$ の値は容易に求められ、重心軸



第 11-2 圖

即ち弾性軸が定められるのである。

若し、拱軸線が拋物線であつて \$x'^2 = 2py'\$ で示され、且つ \$\cos \varphi = \text{定値}\$ であるとすれば、\$ds \cdot \cos \varphi = dx'\$ であるから、

$$0 = \int \frac{M_a M_c}{EI} ds = \int \frac{M_a M_c}{EI \cos \varphi} dx'; \quad 0 = \int M_a M_c dx'$$

この \$M\_a, M\_c\$ に前記の値を入れ、且つ \$x'^2 = 2py'\$ の定値 \$p\$ は、\$x' = l/2\$ のとき \$y' = f\$ なき關係から \$p = \frac{l^2}{8f}\$ であるから、\$y' = \frac{4f}{l^2} x'^2\$ を代入すれば、

$$0 = 2 \int_0^{l/2} (c_0 - \frac{4f}{l^2} x'^2) dx'$$

$$c_0 = \frac{\frac{4f}{l^2} \int_0^{l/2} x'^2 \cdot dx'}{\int_0^{l/2} dx'} = \frac{\frac{4f}{l^2} \cdot \frac{1}{3} \cdot (\frac{l}{2})^3}{\frac{l}{2}} = \frac{f}{3} \dots \dots (11-1, a)$$

弾性軸は拱頂から \$\frac{f}{3}\$ 下方、起拱點を結ぶ水平線から \$\frac{2}{3}f\$ 上方にある事が解る。

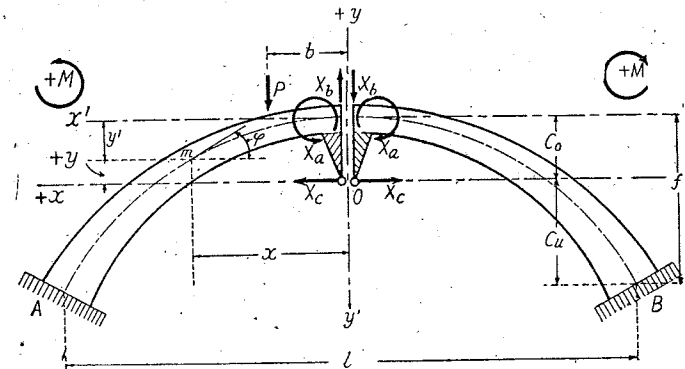
### § 2. 不 靜 定 反 力

1) \$X\_a, X\_b, X\_c\$

鉛直單位荷重 \$P=1\$ に因る反力モーメント \$X\_a\$, 反力 \$X\_b\$ 及び \$X\_c\$ は、第 11-3 圖を参照して次の如くして求められる。

但し、モーメントは内縁に引張應力を生ぜしめるものを正とする。

$$\epsilon_{ma} = \int M_o M_a \frac{ds}{EI} + \int N_o N_a \frac{ds}{EA} + \int Q_o Q_a \frac{ds}{GA}$$



第 11-3 圖

$$\delta_{aa} = \int M_a^2 \frac{ds}{EI} + \int N_a^2 \frac{ds}{EA} + \int Q_a^2 \frac{ds}{GA'}$$

茲に、  
 $M_a = -1(x-b) \dots x > b$   
 $= 0 \dots x < b$

$N_a = -1 \cdot \sin \varphi$  ;  $Q_a = -1 \cdot \cos \varphi$  ( $x < b$  なる時,  $N_a = 0$ ;  $Q_a = 0$ )  
 $M_a = -1$  ;  $N_a = 0$  ;  $Q_a = 0$

$\therefore \delta_{ma} = - \int M_a \frac{ds}{EI}$  ;  $\delta_{aa} = \int \frac{ds}{EI}$

$ds \cdot \cos \varphi = dx$  を代入し、且つ拱頂點斷面の慣性モーメント  $I_c$  を乗ずるときは ( $E =$  定値),

$$X_a = \frac{- \int M_a \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx} \dots \dots \dots (11-2)$$

$$\delta_{mb} = \int M_b M_a \frac{ds}{EI} + \int N_b N_a \frac{ds}{EA} + \int Q_b Q_a \frac{ds}{GA'}$$

$$\delta_{bb} = \int M_b^2 \frac{ds}{EI} + \int N_b^2 \frac{ds}{EA} + \int Q_b^2 \frac{ds}{GA'}$$

茲に、  
 $M_b = -1 \cdot x$  ;  $N_b = -1 \cdot \sin \varphi = 0$  ;  $Q_b = -1 \cdot \cos \varphi$

$\therefore \delta_{mb} = - \int M_b x \cdot \frac{ds}{EI} - \int Q_b \cdot \cos \varphi \frac{ds}{GA'}$

$$\delta_{bb} = \int x^2 \frac{ds}{EI} + \int \cos^2 \varphi \frac{ds}{GA'}$$

然るときは、同様の代入をなして、

$$X_b = \mp \frac{\int M_b \cdot x \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + \int \frac{Q_b \cdot E \cdot I_c}{GA'} dx}{\int x^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + \int \frac{\cos \varphi \cdot E \cdot I_c}{GA'} dx} \dots \dots \dots (11-3)$$

$$\delta_{mc} = \int M_c M_a \frac{ds}{EI} + \int N_c N_a \frac{ds}{EA} + \int Q_c Q_a \frac{ds}{GA'}$$

$$\delta_{cc} = \int M_c^2 \frac{ds}{EI} + \int N_c^2 \frac{ds}{EA} + \int Q_c^2 \frac{ds}{GA'}$$

茲に、  
 $M_c = +1 \cdot y$  ;  $N_c = +1 \cdot \cos \varphi$  ;  $Q_c = 0$

$\therefore \delta_{mc} = + \int M_c \cdot y \frac{ds}{EI} + \int N_c \cdot \cos \varphi \frac{ds}{EA}$

$$\delta_{cc} = \int y^2 \frac{ds}{EI} + \int \cos^2 \varphi \frac{ds}{EA}$$

$$X_c = \frac{\int M_c \cdot y \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + \int N_c \frac{I_c}{A} dx}{\int y^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + \int \frac{\cos \varphi \cdot I_c}{A} dx} \dots \dots \dots (11-4)$$

$P=1$  に対する以上の  $X$  の式に於て、剪断力の  $\delta$  に及ぼす影響は小なるを以て之を除外し、\*  $N_c = -\sin \varphi = 0$  とするとき一般公式として次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} X_a &= - \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} M_a \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx} \\ X_b &= \mp \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} M_b \cdot x \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} x^2 \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} \cdot dx} \\ X_c &= \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} M_c \cdot y \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} y^2 \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\cos \varphi \cdot I_c}{A} \cdot dx} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11-5)$$

拱肋に生ずべき曲げモーメント、軸推力、剪断力は

$$\left. \begin{aligned} M_m &= M_0 + X_a + X_b \cdot x - X_c \cdot y \\ N_m &= N_0 + X_b \sin \varphi - X_c \cdot \cos \varphi \\ Q_m &= Q_0 \pm X_b \cos \varphi + X_c \cdot \sin \varphi \\ M_0 &= -1(x-b) \dots x > b \\ N_0 &= -1 \cdot \sin \varphi ; Q_0 = -1 \cdot \cos \varphi \\ M_0 ; N_0 ; Q_0 &= 0 \dots x < b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11-6)$$

\* 軸推力の影響  $\int \frac{\cos^2 \varphi}{A} ds$  と剪断力の影響  $\int \frac{\sin^2 \varphi}{A'} ds$  との大きさの比較の一例は次の通りであつて、扁平な拱では剪断力の影響は微少である。

$f/l$	0.1	0.15	0.20	0.25	} $\times \frac{l}{A}$
$\int \frac{\cos^2 \varphi}{A} ds$	0.97	0.95	0.90	0.86	
					} $\times \frac{l}{A'}$
$\int \frac{\sin^2 \varphi}{A'} ds$	0.05	0.12	0.19	0.36	

2) 影 響 線

第 11-5 式から  $X_a, X_b, X_c$  の値を求めるには、計算法あり、圖解法あり、しかも之に幾つかの方法があるが、原則的には次のやうに考へて、或は計算に依り或は圖解的に其の値を求めるを可とする。

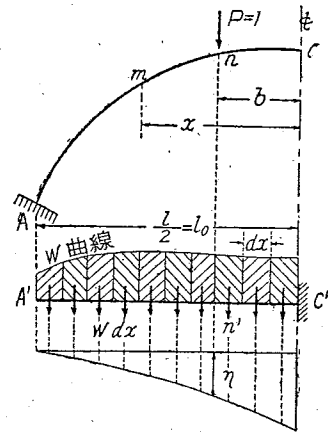
式中、 $\delta_m$  に関する項、即ち分子を、

$$\int_0^{\frac{l}{2}} M_0 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = - \int_0^{\frac{l}{2}} 1(x-b) \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = -\eta_a$$

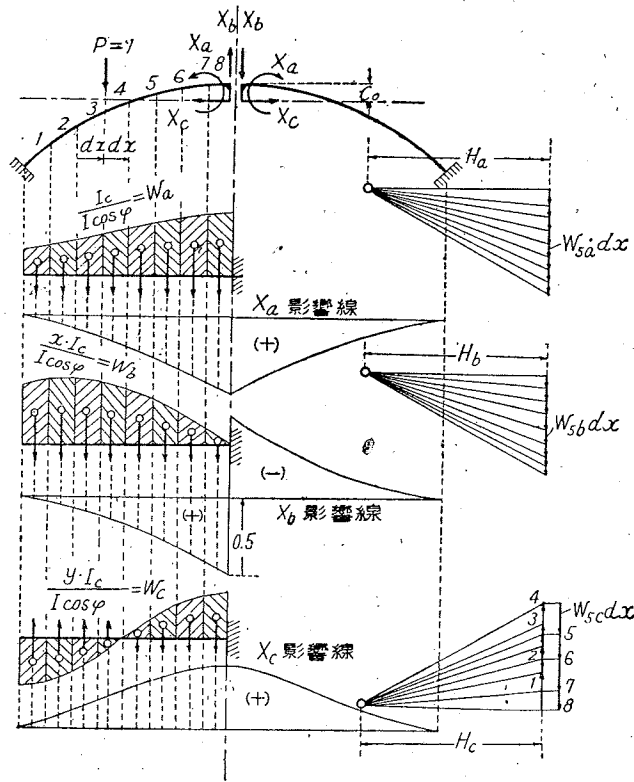
$$\int_0^{\frac{l}{2}} M_0 \cdot x \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = - \int_0^{\frac{l}{2}} 1(x-b)x \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = -\eta_b$$

$$\int_0^{\frac{l}{2}} M_0 \cdot y \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = - \int_0^{\frac{l}{2}} 1(x-b)y \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = -\eta_c$$

と書き、且つ  $\frac{I_c}{I \cos \varphi} = w_a; \frac{x \cdot I_c}{I \cos \varphi} = w_b; \frac{y \cdot I_c}{I \cos \varphi} = w_c$



第 11-4 圖



第 11-5 圖

として是等の  $w$  を恰も荷重のやうに假想してみれば、第 11-4 圖を参照するとき、上記の  $\eta$  の諸値は、 $C'$  點で固定された片持の

コンジュゲート梁  $A'C'$  の荷重  $w_a, w_b, w_c$  による  $n'$  點の曲げモーメントに他ならないのである。(第 4 章 § 10 及び第 4 章 § 14 参照)。此の曲げモーメントは、計算によつて求めても圖解的に求めても良いのである。

斯うして  $X_a, X_b, X_c$  を求めた結果は凡そ第 11-5 圖のやうな形で示される。拱軸線及び拱肋断面の與へられて居る無絞拱に對して、

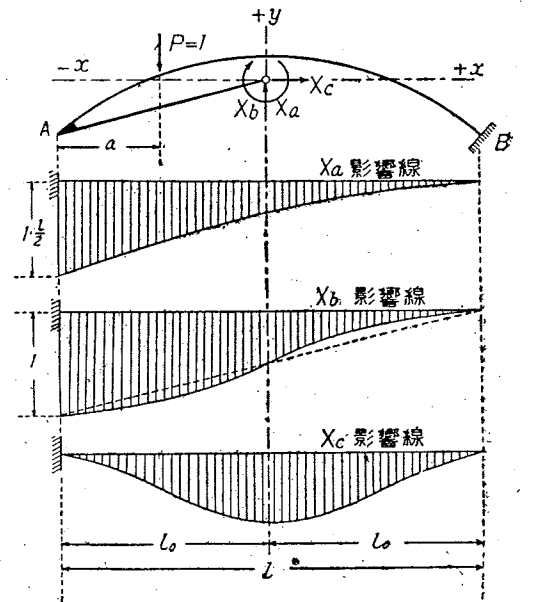
- (1)  $I, \cos \varphi$  を計算して  $w_a, w_b, w_c$  を求め、
- (2) 第 11-1 式により彈性軸を定め、
- (3) 支間  $\frac{l}{2}$  なる片持梁の  $w_a, w_b, w_c$

に因る曲げモーメントを計算により、或は第 11-5 圖右方の力多角形を畫いて連力圖によりて求め、 $\delta_m$  を定める。

- (4)  $\delta_m$  を計算によつて求めた場合は、之を第 11-5 式に従つて分母の項で  $\delta_m$  を割る。若し、圖解法を用いたときは力多角形の極距  $H_a, H_b, H_c$  を夫れ夫れ第 11-5 式の各分母の値として連力圖を畫く。之によつて  $X_a, X_b, X_c$  は求められるのである。但し圖解法に依る結果は概して不精確である。

此の方法を用ひて解いた算例は第 15 章 § 1 に詳記してある通りである。

拱肋を第 11-6 圖のやうに 1 個の片持梁と考へた場合は、反力の公式は形式に於て 2 個の片持梁の場合と同じである。之等の影響線は、左端を固定端とした片持梁に  $w_a, w_b, w_c$  の彈性荷重を掛けて前記の場合と同じ操作を行へば求められる。



第 11-6 圖

$$\begin{aligned}
 X_a &= -\frac{\int_{-l_0}^{+l_0} M_0 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int_{-l_0}^{+l_0} \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx} \\
 X_b &= \frac{\int_{-l_0}^{+l_0} M_0 \cdot x \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int_{-l_0}^{+l_0} x^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx} \\
 X_c &= \frac{\int_{-l_0}^{+l_0} M_0 \cdot y \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int_{-l_0}^{+l_0} y^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + \int_{-l_0}^{+l_0} \frac{\cos \varphi I_c}{A} dx} \dots\dots (11-7) \\
 M_m &= M_0 + X_a + X_b \cdot x - X_c \cdot y \\
 N_m &= N_0 + X_b \cdot \sin \varphi - X_c \cdot \cos \varphi \\
 Q_m &= Q_0 + X_b \cdot \cos \varphi + X_c \cdot \sin \varphi \\
 M_0 &= -1 \cdot \left( \frac{l}{2} - a + x \right) \dots\dots a < \frac{l}{2} + x \\
 &= 0 \dots\dots a > \frac{l}{2} + x \\
 N_0 &= -1 \cdot \sin \varphi ; Q_0 = -1 \cdot \cos \varphi
 \end{aligned}$$

§ 3. 温度変化, 硬化に伴ふ収縮及び支點移動に基づく不静定力

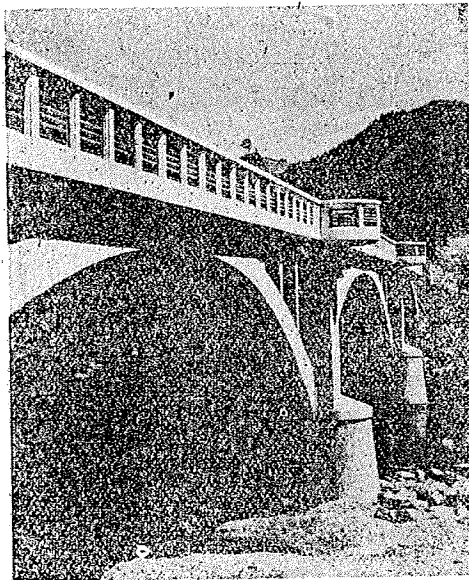


写真 11-1 栃木縣境橋

温度変化その他に基づく變形は  $X_a, X_b, X_c$  に次に述べるやうな影響を與へる。

- (1) 拱肋の均一なる温度變化, 硬化収縮及び支點の水平移動  $\delta_c$  は  $X_c$  に影響を與へる。
- (2) 拱肋上下兩縁の  $\Delta t$  なる温度の差は, 拱肋に曲げモーメントを與へ  $X_a, X_b, X_c$  に影響を及ぼす。
- (3) 支點の回轉  $\delta_\varphi$  は  $X_a$  に, 支點の上下移動  $\delta_b$  は  $X_b$  に

夫れ夫れ影響を與へる。

即ち, 一般彈性方程式 (第 3-12 式) によれば,

$$X_a = \frac{\delta_{at} - \delta_\varphi}{\delta_{aa}} ; X_b = \frac{\delta_{bt} - \delta_b}{\delta_{bb}} ; X_c = \frac{\delta_{ct} - \delta_c}{\delta_{cc}}$$

之を第 11-2, 3, 4 式を得たと同じやうに書き換へれば,

$$\begin{aligned}
 X_a &= -\frac{\varepsilon \cdot \frac{\Delta t}{h} \int ds - \delta_\varphi}{\int \frac{1}{EI} ds} \\
 X_b &= \mp \frac{\varepsilon \cdot \frac{\Delta t}{h} \int x ds - \delta_b}{\int \frac{x^2}{EI} ds + \int \frac{\cos^2 \varphi}{GA} ds} \\
 X_c &= \frac{\varepsilon \cdot t \int \cos \varphi ds + \varepsilon \cdot \frac{\Delta t}{h} \int y ds - \delta_c}{\int \frac{y^2}{EI} ds + \int \frac{\cos^2 \varphi}{EA} ds} \dots\dots (11-8)
 \end{aligned}$$

支點不動, 且つ  $\Delta t = 0$  なる場合には (第 11-3 圖),

$$X_{ci} = \frac{\pm E \cdot \varepsilon \cdot t \cdot l \cdot I_c}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} y^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{I_c \cos \varphi}{A} dx} \dots\dots (11-9)$$

但し, (+) は温度上昇の場合を示す。

【算例】 支間  $l=36$  m, 拱矢  $f=4.5$  m なる鐵筋コンクリート無絞拱あり, 拱肋に關する諸値は次表の通りである。

分 割 點	起拱點			1/4 點			拱頂點
	0	2	4	6	8	10	12
肋 厚 $d$ m	1.200	1.017	0.867	0.750	0.667	0.617	0.600
$I$ m <sup>4</sup>	0.1761	0.1100	0.0699	0.0464	0.0333	0.0267	0.0246
$I_c + I$	0.1397	0.2236	0.3519	0.5302	0.7387	0.9213	1.0000
$I_c / I \cos \varphi$	0.1632	0.2450	0.3700	0.5434	0.7461	0.9235	1.0000
$x$ m	18	15	12	9	6	3	0
$y$ m	-3.7181	-2.1504	-0.9986	-0.1789	0.3673	0.6801	-0.7819
$y \cdot I_c / I \cos \varphi$	-0.6068	-0.5268	-0.3695	-0.0972	0.2740	0.6281	0.7819
$y^2 \cdot I_c / I \cos \varphi$	2.2561	1.1329	0.3690	0.0174	0.1003	0.4271	0.6114
$x \cdot I_c / I \cos \varphi$	2.9376	3.6750	4.4400	4.8906	4.4766	2.7705	0
$x^2 \cdot I_c / I \cos \varphi$	52.877	55.125	53.280	44.015	26.860	8.321	0
$A$ m <sup>2</sup>	1.306	1.123	0.973	0.856	0.773	0.723	0.706
$I_c \cdot \cos \varphi / A$	0.0161	0.0200	0.0240	0.0280	0.0315	0.0339	0.0346
$\cos \varphi$	0.8562	0.9126	0.9511	0.9756	0.9901	0.9976	1

(1) 片持梁 2 個とする場合

分割点間距離  $\lambda = 3.0\text{m}$  として第 11-5 式の分母の項をシンプソン公式によつて積分する。

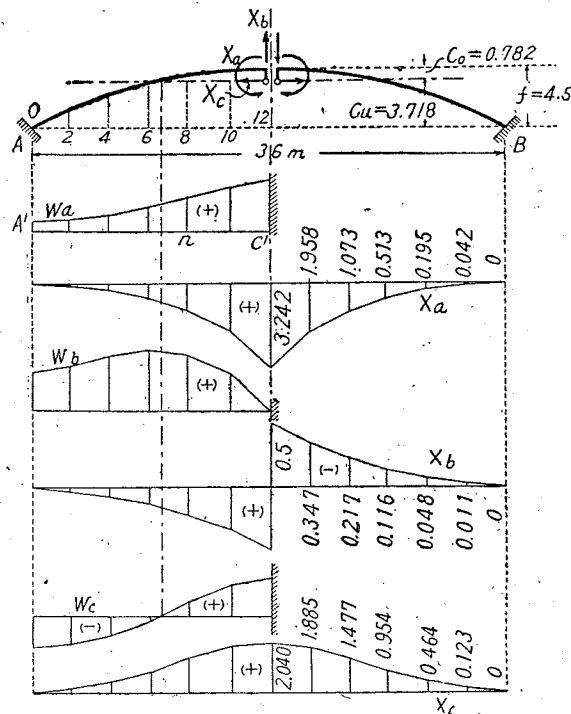
$$H_a = 2 \int_0^{l_0} \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = \frac{2 \times 3}{3} \left\{ 0.1632 + 4(0.2450 + 0.5434 + 0.9235) + 2(0.3700 + 0.7461) + 1.0300 \right\} = 20.486\text{m}^3$$

$$H_b = 2 \int_0^{l_0} x^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = \frac{2 \times 3}{3} \left\{ 52.877 + 4(55.125 + 44.015 + 8.312) + 2(53.280 + 26.860) \right\} = 2 \times 642.9636 = 1285.927\text{m}^3$$

$$2 \int_0^{l_0} y^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = \frac{2 \times 3}{3} \left\{ 2.2561 + 4(1.1329 + 0.0174 + 0.4271) + 2(0.3690 + 0.1006) + 0.6114 \right\} = 20.2326\text{m}^3$$

$$2 \int_0^{l_0} \frac{I_c \cdot \cos \varphi}{A} dx = \frac{2 \times 3}{3} \left\{ 0.0161 + 4(0.0200 + 0.0280 + 0.0339) + 2(0.0240 + 0.0315) + 0.0348 \right\} = 0.9790\text{m}^3$$

$$H_c = 2 \int_0^{l_0} y^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + 2 \int_0^{l_0} \frac{I_c \cdot \cos \varphi}{A} dx = 20.2326 + 0.9790 = 21.2116\text{m}^3$$



第 11-7 図

弾性荷重に因る片持梁の  $n$  点の曲げモーメントを  $\eta_n = M_n$  とすれば、

第 11-5 式より

$$X_{an} = \frac{-\eta_{an}}{H_a} = \frac{-M_{an}}{20.486}$$

$$X_{bn} = \frac{-\eta_{bn}}{H_b} = \frac{-M_{bn}}{1285.927}$$

$$X_{cn} = \frac{-\eta_{cn}}{H_c} = \frac{-M_{cn}}{21.2116}$$

弾性荷重の載荷状態は第 11-7 図に示す通りであつて、之に因るコンジュゲート梁  $A'C'$  ( $C'$  にて固定) の 2, 4, 6... 各点の曲げモーメントを求め、然る後前掲の式に従つて  $X_a, X_b, X_c$  を求めた結果は次表の通りである。

此の拱に對する温度變化を均一的に、 $t = \pm 15^\circ\text{C}$  とすれば、 $\varepsilon = 0.00001 (1^\circ\text{C})$  ;  $E = 210,000 \text{ kg/cm}^2 (n = 10)$  ;  $\dot{\mu} = 36\text{m}$  なる諸値を用ひ、

$$I_c \cdot E \cdot t \cdot l = 0.0246 \times 210,000 \times 10^4 \times 0.00001 \times 15 \times 36 = 278,964 \text{ kg}\cdot\text{m}^3$$

$$X_{ca} = \pm \frac{278,964}{21.2116} = \pm 13,151 \text{ kg}$$

分割点	$\frac{I_c}{I \cos \varphi} = w_a$ による $M_{an}$	$X_a$	$\frac{x \cdot I_c}{I \cos \varphi} = w_b$ による $M_{bn}$	$X_b$	$\frac{y \cdot I_c}{I \cos \varphi} = w_c$ による $M_{cn}$	$X_c$
0	0	0	0	0	0	0
2	-0.8571	0.0418	-14.325	$\pm 0.0111$	-2.611	0.1231
4	-3.9840	0.1945	-61.767	$\pm 0.0480$	-9.847	0.4642
6	-10.5135	0.5132	-148.697	$\pm 0.1156$	-20.235	0.9540
8	-21.9776	1.0728	-278.346	$\pm 0.2165$	-31.327	1.4769
10	-40.1186	1.9583	-446.346	$\pm 0.3471$	-39.978	1.8847
12	-66.4197	3.2422	-637.983	$\pm 0.5000$	-43.277	2.0402

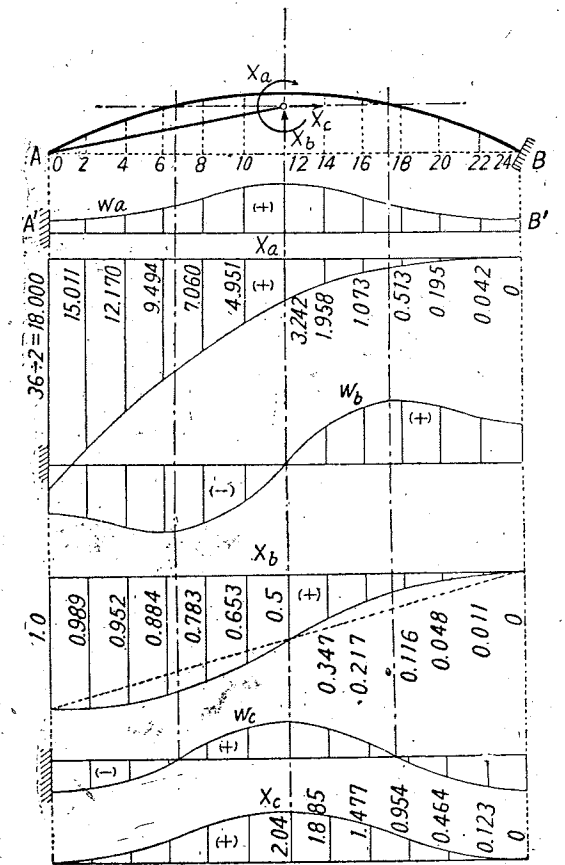
(2) 片持梁 1 個とする場合

弾性荷重その他の各値は前の場合と全く同一であつて、異なる所は第 11-7 式に示された通り、 $A'$  点で固定された長さ  $l$  なる片持梁に就いて各点の弾性荷重に因る曲げモーメントを求める事である。従つて、前の場合のモーメントに對する計算を其の儘の間しまで續行すれば良く、計算の照査となる事項は、 $X_b$  は拱頂點で 0.5, 自由端  $A$  で 1.0 ;  $X_a$  は自由端  $A$  で  $1/2$  (徑間の半分) となる事である。此の結果は第 11-8 圖の通りである。

§ 4. 無絞充腹拱の近似解法

無絞充腹拱に於て次の假定を爲すときは、不静定力は近似的ではあるが甚だ容易に求められ、此の方法は設計に際し形状の大要を定める場合の試算に適當してゐる。

- (a) 拱軸線は拋物線である。
- (b)  $I \cos \varphi = I_c = \text{定値}$
- (c)  $N = X_c$



第 11-8 図

以上の内、(b) に於て  $I$  は高さ  $h$  の 3 乗に比例し、 $A$  は単に  $h$  に比例するのであるから、(b) の中の二つの假定は兩立しない事勿論であるが、 $A$  は軸推力の項にのみ関係し此の項は其の値が小であるから、全體としては問題とはならないのである。

弾性軸は拱頂點から測つて第 11-1a 式により

$$c_0 = \frac{f}{3}$$

假定 (b) により、 $I_0/I \cos \varphi = 1$  であるから、第 11-5 式から、

$$\left. \begin{aligned} X_a &= -\frac{\int_b^{\frac{l}{2}} M_o \cdot dx}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} dx} = -\frac{1}{l} \int_b^{\frac{l}{2}} M_o \cdot dx \\ X_b &= \pm \frac{\int_b^{\frac{l}{2}} M_o \cdot x \cdot dx}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} x^2 \cdot dx} = \pm \frac{12}{l^3} \int_b^{\frac{l}{2}} M_o \cdot x \cdot dx \\ X_c &= \frac{\int_b^{\frac{l}{2}} M_o \cdot y \cdot dx}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} y^2 \cdot dx + \frac{2I_c}{A_c} \int_0^{\frac{l}{2}} dx} = \frac{\int_b^{\frac{l}{2}} M_o \cdot y \cdot dx}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} y^2 \cdot dx + \frac{I_c}{A_c} \cdot l} \\ &= \frac{\int_b^{\frac{l}{2}} M_o \cdot y \cdot dx}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} y^2 \cdot dx} \cdot \alpha ; \alpha = \frac{1}{1 + \frac{I_c}{A_c} \cdot \frac{l}{2 \int_0^{\frac{l}{2}} y^2 \cdot dx}} \end{aligned} \right\} \dots(11-10)$$

拱軸線は  $y = \frac{f}{3} - \frac{4fx^2}{l^2}$  なる拋物線を爲してゐるから、

$$2 \int_0^{\frac{l}{2}} y^2 \cdot dx = \frac{4}{45} f^2 \cdot l$$

$\int M_o \cdot dx$  の値

$$M_o = -1(x-b) = -1 \cdot x'$$

$$\int_0^{\frac{l}{2}} M_o \cdot dx = -\int_0^a x' \cdot dx = -\frac{1}{2} a^2$$

$\int M_o \cdot x \cdot dx$  の値

$M_o \cdot x \cdot dx$  は第 11-9 圖に於ける片持梁の曲げモーメント圖(三角形  $A'A''n'$ ) 中の微小面積  $M_o \cdot dx$  に対する  $C'$  點のモーメントであつて、 $\int M_o \cdot x \cdot dx$  は三角形  $A'A''n'$  の面積  $(-\frac{1}{2} a^2)$  に対して  $C'$  點から重心迄の距離  $(\frac{l}{2} - \frac{a}{3})$  を乗じたものに等しいのである。

$$\int M_o \cdot x \cdot dx = -\frac{1}{2} a^2 \left( \frac{l}{2} - \frac{a}{3} \right)$$

$\int M_o \cdot y \cdot dx$  の値

$$M_o = -1 \cdot (x-b)$$

$$\int_b^{\frac{l}{2}} M_o \cdot y \cdot dx = -\int_b^{\frac{l}{2}} (x-b) y \cdot dx$$

$$= -\int_b^{\frac{l}{2}} \left( \frac{f}{3} \cdot x - x^3 \cdot \frac{4f}{l^2} \right. \\ \left. - \frac{fb}{3} + x^2 \frac{4f \cdot b}{l^2} \right) dx$$

$$= \frac{f \cdot l^2}{48} - \frac{f \cdot b^2}{6} \left( 1 - 2 \frac{b^2}{l^2} \right)$$

而して  $b = \frac{l}{2} - a$  ;  $b^2 = \frac{l^2}{4} - a \cdot l + a^2 = \frac{l^2}{4} - a(l-a)$  を代入すれば、

$$\int_b^{\frac{l}{2}} M_o \cdot y \cdot dx = \frac{f}{3l^2} a^2 (l-a)^2$$

之等の結果を綜合すれば、

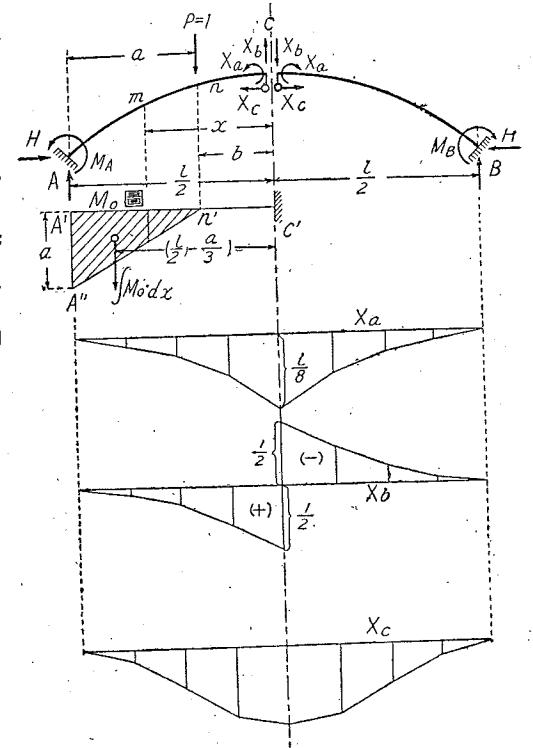
$$X_a = \frac{a^2}{2 \cdot l} ; X_b = \pm \frac{a^2}{l^3} (3l - 2a)$$

$$X_c = \frac{15 \cdot a^2 (l-a)^2}{4 \cdot f \cdot l^3} \cdot \alpha ; \alpha = \frac{1}{1 + \frac{I_c}{A_c} \cdot \frac{45}{4}} \dots(11-11)$$

拱肋の曲げモーメント、支點反力は次の通りである。

(i) 支點の曲げモーメントは、 $P=1t$  に對し、

$$M_A = -\frac{ab^2}{l^2} \left( 1 - \frac{5}{2} \cdot \frac{a}{l} \cdot \alpha \right) ; M_B = \frac{a^2b}{l^2} \left( 1 - \frac{5}{2} \cdot \frac{b}{l} \cdot \alpha \right)$$



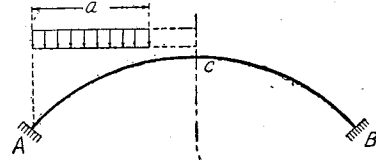
第 11-9 圖

支點の鉛直反力は、 $P=1t$  に對し、

$$A = \frac{b^2}{l^3} (l+2a) ; B = \frac{a^2}{l^3} (l+2b)$$

(ii) 左支點から長さ  $a$  の間に載る分布荷重に對し、

$$\text{水平反力 } H = P \cdot \frac{l^2}{8f} \cdot \frac{a^3}{l^3} \left( 10 - 15 \frac{a}{l} + 6 \frac{a^2}{l^2} \right) \cdot \alpha$$



第 11-10 圖

$$A = pl \frac{\alpha^3}{l^3} \left( \frac{l^2}{a^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{l} - 1 \right) ;$$

$$B = pl \frac{\alpha^3}{l^3} \left( 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{l} \right)$$

$$M_A = -p \frac{l^2}{12} \cdot \frac{\alpha^3}{l^3} \left[ 6 \frac{l}{a} - 8 + 3 \frac{a}{l} - \left( 10 - 15 \frac{a}{l} + 6 \frac{a^2}{l^2} \right) \alpha \right]$$

$$M_B = -p \frac{l^2}{12} \cdot \frac{\alpha^3}{l^3} \left[ 4 - 3 \frac{a}{l} - \left( 10 - 15 \frac{a}{l} + 6 \frac{a^2}{l^2} \right) \alpha \right]$$

(iii)  $\alpha = \frac{l}{2}$ , 即ち左半分に  $p$  の滿載する場合は、

$$H = \frac{pl^2}{16f} \cdot \alpha ; A = \frac{13}{32} \cdot pl ; B = \frac{3}{32} pl$$

$$M_A = -(11 - \varepsilon \alpha) \frac{pl^2}{192} ; M_B = (5 - 8 \alpha) \frac{pl^2}{192} ; M_c = \frac{pl^2}{48} (1 - \alpha)$$

(iv) 全徑間に  $p$  の滿載する場合は、

$$H = \frac{pl^2}{8f} \cdot \alpha ; A = B = \frac{1}{2} pl$$

$$M_A = M_B = pl^2 (1 - \alpha) \frac{1}{2} ; M_c = \frac{pl^2}{24} (1 - \alpha)$$

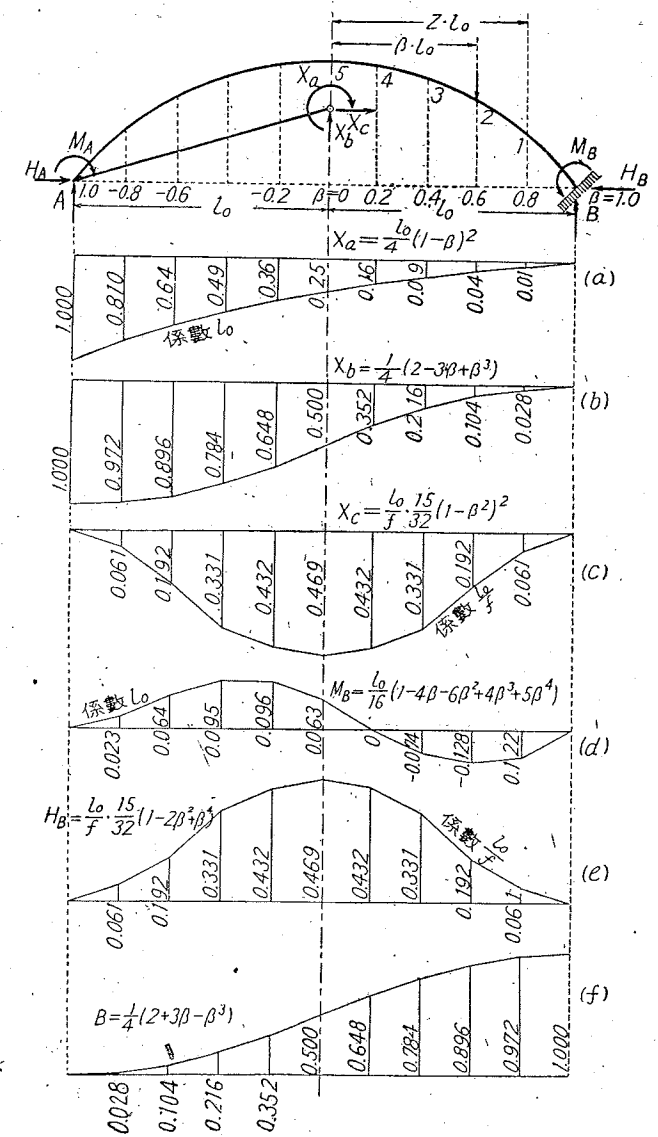
(v)  $t$  の温度變化ある時は、

$$H_t = \pm \frac{45}{4f^2} \cdot \varepsilon \cdot t \cdot EI_c$$

$$M_A = \mp \frac{15}{2f} \varepsilon \cdot t \cdot EI_c ; M_c = \mp \frac{15}{4f} \varepsilon \cdot t \cdot EI_c$$

**數值表** 單位荷重  $P=1$  が拱頂點から  $\beta l_0$  なる點に作用するものとし、且つ拱肋は  $B$  支點で固定された 1 個の片持梁と考へれば、不靜定反力  $X_a, X_b$  及び  $X_c$  は第 11-11 圖 (a), (b), (c) の通りである。茲に  $l_0 = \frac{1}{2} l$ ,  $\beta$  は右方に (+), 左方に (-) の符號を有する 0~1 の數である。圖の影響線には係數を乗すべきものと然らざるものがあるから、使用に際しては注意が必要である。同圖 (d), (e), (f) は右支點  $B$  の反力及び反力モーメントを示す。

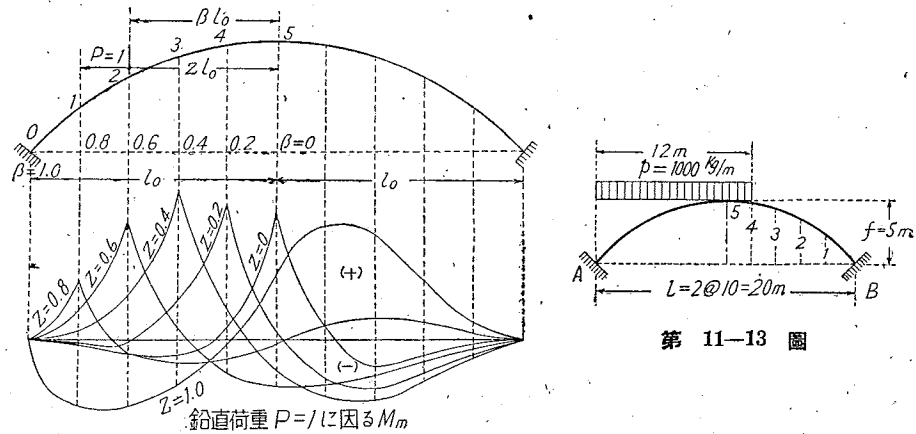
本近似解法による無絞拱々肋の各斷面に於ける曲げモーメント  $M_m$  の値は第 11-1 表及び第 11-12 圖記載數字に係數を乗じたものである。茲に  $z$  は問題の斷面の位置を  $l_0$  で示すべき 0~1 なる數である。



第 11-11 圖

**【算例】** 支間  $l=20$  m, 拱矢  $f=5$  m,  $I \cos \varphi =$  定値なる拋物線無絞拱に於て、 $p=1,000$  kg/m の分布荷重による支點の最大曲げモーメント及び之に伴ふ反力を求む (第 11-12 圖)。





第 11-12 圖

第 11-1 表 抛物線固定拱の単位鉛直荷重に因る  $M_m$

m	z	$\beta$										
		-1.0	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	拱頂點	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0	起拱點 1.0	0	0.023	0.064	0.095	0.096	0.063	0	-0.074	-0.128	-0.122	0
1	0.8	0	0.006	0.016	0.019	0.011	-0.006	-0.026	-0.036	-0.018	0.051	0
2	0.6	0	-0.005	-0.017	-0.031	-0.040	-0.038	-0.017	0.028	0.108	0.028	0
3	0.4	0	-0.010	-0.035	-0.054	-0.056	-0.031	0.026	0.119	0.048	0.012	0
4	0.2	0	-0.014	-0.037	-0.048	-0.037	0.013	0.104	0.036	0.005	-0.002	0
5	拱頂點 0	0	-0.010	-0.024	-0.020	-0.016	0.035	0.016	0.020	-0.024	-0.010	0

$l = 20\text{m}$ ,  $l_0 = \frac{l}{2} = 10\text{m}$ ,  $l_0/f = 10/5 = 2$ . 第 11-11 圖の (d) 圖に依れば, 荷重が左支點 A より,  $\beta = 0.2$  なる格點まで載る時に  $M_B$  は最大となるから, 此の間の面積に  $p = 1,000\text{ kg/m}$  を乗じ且つ係数  $l_0 = 10\text{m}$  を乗じたものが求めつゝある  $M_B$  である。面積を求めるには區間長  $dx = 2\text{m}$  としてシンプソン法則を用ひる。

$$M_B = \frac{2}{3} \{ 4(0.023 + 0.095 + 0.063) + 2(0.064 + 0.096) \} \times 1,000 \times 10$$

$$= \frac{2}{3} (0.724 + 0.32) \times 10,000 = 6,960. \text{ kg} \cdot \text{m}$$

之の影響線は第 11-1 表  $M_m$  の第 1 行と同じである。

$$H_B = \frac{2}{3} \{ 0.432 + 4(0.061 + 0.331 + 0.469) + 2(0.192 + 0.432) \} \times 1,000 \times 2$$

$$= \frac{2}{3} (0.432 + 3.444 + 1.248) \times 2,000 = 6,832 \text{ kg}$$

$$B = \frac{2}{3} \{ 0.648 + 4(0.028 + 0.216 + 0.500) + 2(0.104 + 0.352) \} \times 1,000$$

$$= \frac{2}{3} (0.648 + 2.976 + 0.912) \times 1,000 = 3,024 \text{ kg}$$

餘分ではあるが, (a), (b), (c) の各圖を用ひて試算すれば,

$$X_a = \frac{2}{3} \{ 1.00 + 0.16 + 4(0.81 + 0.49 + 0.25) + 2(0.64 + 0.36) \} \times 1,000 \times 10$$

$$= \frac{2}{3} (1.00 + 0.16 + 6.20 + 2.00) \times 10,000 = 62,400 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$X_b = \frac{2}{3} \{ 1.000 + 0.352 + 4(0.972 + 0.784 + 0.500) + 2(0.896 + 0.648) \} \times 1,000$$

$$= \frac{2}{3} (1.000 + 0.352 + 9.024 + 3.088) \times 1,000 = 8,976 \text{ kg}$$

$$X_c = H_B = 6,832 \text{ kg}$$

$$M_o = -1.000 \times 12 \times 14 = -168,000 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad c_u = \frac{2}{3} f = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$$

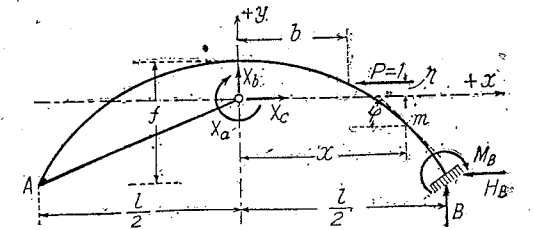
$$\therefore M_B = M_o + X_a + X_b \cdot l_0 + X_c \cdot c_u = -168,000 + 62,400 + 8,976 \times 10 + 6,832 \times \frac{10}{3}$$

$$= 6,933 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

即ち, 前記と同じ様な数が得られる。

### § 5. 水平荷重に因る影響

1 個の片持梁と假し且つ弾性軸中心點に  $X_a, X_b, X_c$  を作用せしめた第 11-14 圖の固定拱に於て, 拱肋任意斷面に作用する曲げモーメント, 軸推力, 剪斷力は ( $\varphi$  は左半にて負號),



第 11-14 圖

$$\left. \begin{aligned} M_m &= M_o + X_a + X_b \cdot x - X_c \cdot y \\ N_m &= N_o + X_b \cdot \sin \varphi - X_c \cdot \cos \varphi \\ Q_m &= Q_o + X_b \cdot \cos \varphi + X_c \cdot \sin \varphi \\ M_o &= -1(\eta - y) \\ N_o &= +1 \cdot \cos \varphi ; Q_o = -1 \cdot \sin \varphi \end{aligned} \right\} x > b \quad (11-12)$$

不靜定反力及び反力モーメントは, 曲げモーメントの影響のみを考へれば,

$$X_a = - \frac{\int M_o \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx} ; X_b = - \frac{\int M_o \cdot x \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int x^2 \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}$$

$$X_c = \frac{\int M_o \cdot y \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int y^2 \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}$$

此の積分は鉛直荷重の場合と同じやうに求められるが、 $M_0 = -1(\eta - y)$  であるから、

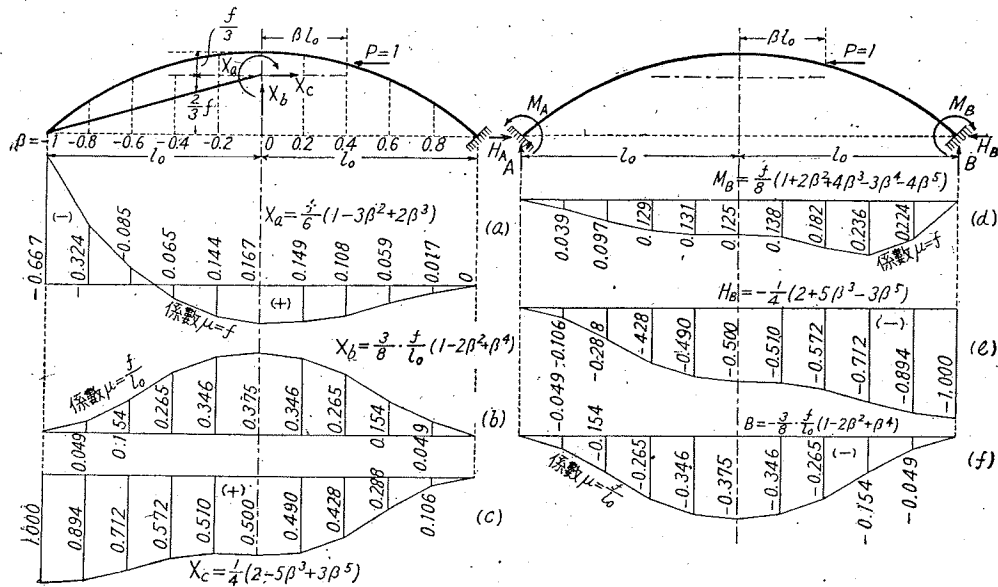
$$\left. \begin{aligned} -\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_0 \cdot I_c}{I \cos \varphi} dx &= \eta \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx - \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{y \cdot I_c}{I \cos \varphi} dx \\ \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_0 \cdot x \cdot I_c}{I \cos \varphi} dx &= -\eta \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{x \cdot I_c}{I \cos \varphi} dx + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{x \cdot y \cdot I_c}{I \cos \varphi} dx \\ \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_0 \cdot y \cdot I_c}{I \cos \varphi} dx &= -\eta \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{y \cdot I_c}{I \cos \varphi} dx + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{y^2 \cdot I_c}{I \cos \varphi} dx \end{aligned} \right\} \dots (11-13)$$

となり、 $dx = 4x$  として總和を求めれば良い。

水平荷重に対する應力の計算は、地震或は制動荷重に関する検算の場合に行はれ、應力としては二次的に考へられるから、上記の諸値は近似的に之を求めても差支へない場合が多く、その爲に今、(1) 拱軸線は抛物線であり、(2)  $I \cos \varphi = I = \text{定値}$  の二条件を附加するときは、 $X$  の諸値は極めて容易に求められるのである。 $\frac{l}{2} = l_0$  とし、 $b = \beta l_0$ 、但し  $\beta = 0 \sim 1$  とすれば、

$$\left. \begin{aligned} X_a &= \frac{f}{8} (1 - 3\beta^2 + 2\beta^3) ; X_b = \frac{3}{8} \cdot \frac{f}{l_0} (1 - 2\beta^2 + \beta^4) \\ X_c &= \frac{1}{4} (2 - 5\beta^3 + 3\beta^5) \end{aligned} \right\} \dots (11-14)$$

支點の反力及び反力モーメントは、

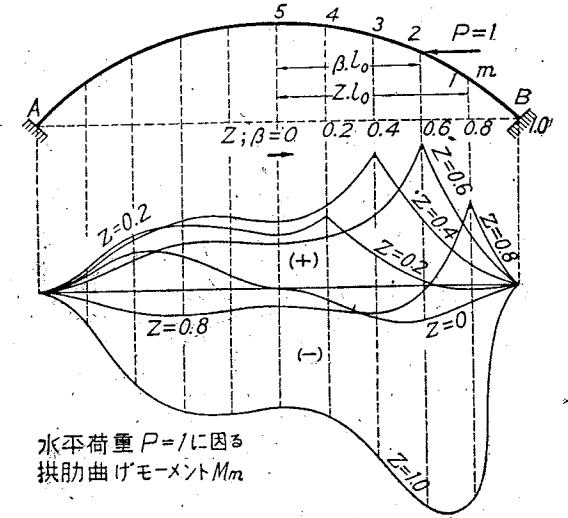


第 11-15 圖

$$\left. \begin{aligned} M_A &= \frac{f}{8} (1 + 2\beta^2 + 4\beta^3 - 3\beta^4 - 4\beta^5) \\ H_A &= \frac{1}{4} (2 - 5\beta^3 + 3\beta^5) \\ A &= \frac{3}{8} \cdot \frac{f}{l_0} (1 - 2\beta^2 + \beta^4) \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} M_B &= -\frac{f}{8} (1 + 2\beta^2 + 4\beta^3 - 3\beta^4 - 4\beta^5) \\ H_B &= -\frac{1}{4} (2 - 5\beta^3 + 3\beta^5) \\ B &= -\frac{3}{8} \cdot \frac{f}{l_0} (1 - 2\beta^2 + \beta^4) \end{aligned} \right\} \dots (11-14)$$

之等を圖示すれば第 11-15 圖の通りである。

$X_a, X_b, X_c$  を知れば拱肋各點の  $M_m, N_m$  は容易に求められるのであるが、鉛直荷重の場合とは形の甚だしく變つた影響線が畫かれ、 $M_m$  の影響線は凡そ第 11-16 圖の如き形をなす。茲に拱頂より  $z \cdot l_0$  なる  $m$  點の  $M_m$  は

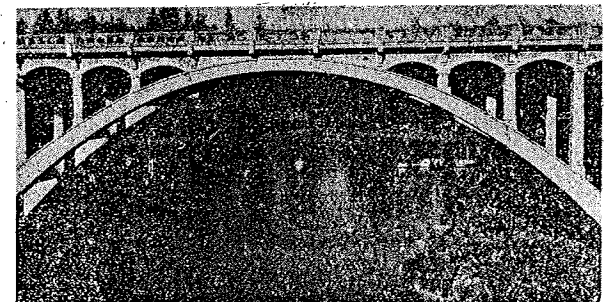


水平荷重  $P=1$  に因る拱肋曲げモーメント  $M_m$

第 11-16 圖

$$\left. \begin{aligned} M_m &= -\frac{f}{8} \left\{ (1 + 2\beta^2 + 4\beta^3 - 3\beta^4 - 4\beta^5) + 3(1 - 2\beta^2 + \beta^4)(1 - z) \right. \\ &\quad \left. - 2(2 + 5\beta^3 - 3\beta^5)(1 - z^2) \right\} \dots \dots \dots z > \beta \\ &= -\frac{f}{8} \left\{ 1 + 2\beta^2 + 4\beta^3 - 3\beta^4 - 4\beta^5 + 3(1 - 2\beta^2 + \beta^4)(1 - z) \right. \\ &\quad \left. - 2(2 + 5\beta^3 - 3\beta^5)(1 - z^2) + 8(\beta^2 - z^2) \right\} \dots \dots \dots z < \beta \end{aligned} \right\} \dots (11-16)$$

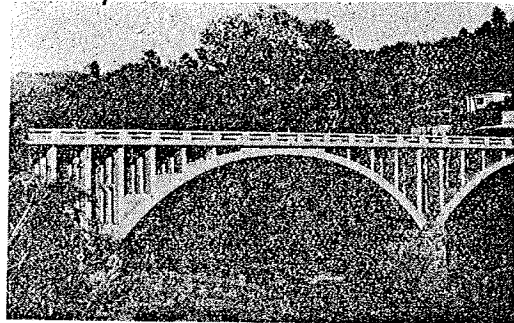
第 11-2 表は之を算出した影響線値であつて、之を圖表化したものが第 11-16 圖である (復興局橋梁課作製)。



寫眞 11-2 米國オレゴン沿海道路橋

第 11-2 表 拋物線固定拱の單位水平荷重に因る  $M_m$

m	z	$\beta$										
		1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0	起拱點 1.0	0	-0.224	-0.236	-0.182	-0.138	-0.125	-0.131	-0.129	-0.097	-0.039	0
1	0.8	0	0.089	-0.010	-0.029	-0.024	-0.020	-0.023	-0.026	-0.024	-0.011	0
2	0.6	0	0.049	0.159	0.078	0.050	0.045	0.045	0.039	0.026	0.009	0
3	0.4	0	0.010	0.070	0.140	0.083	0.070	0.074	0.072	0.053	0.020	0
4	0.2	0	-0.094	0.005	0.035	0.075	0.055	0.034	0.070	0.057	0.023	0
5	拱頂點 0	0	-0.018	-0.037	-0.035	-0.014	0	0.014	0.035	0.037	0.018	0



寫眞 11-3 静岡縣芝川橋

§ 6. 無鉸拱の別解法

無鉸拱の強度計算は、拱肋各断面に作用する曲げモーメント及び軸推力を算出し、之によつて生ずる維應力を求める事が其の主要なる作業であるが、此の操作を迅速且つ比較的正確に行ふには、軸推力は  $N=X_c \cdot \cos \phi$  から求めても實用上差支へないから、曲げモーメントを簡易に算出する事さへ出来れば良いのである。又、断面の上下兩核點(心點)の曲げモーメントを求めれば、 $N=X_c \cdot \cos \phi$  を用ひなくても維應力は求められるのである。茲に述べる解法は拱肋の曲げモーメントを固定梁モーメントと拱モーメントの2者に分けて考へる事に出發し、茲に拱軸線は拋物線なりとする。

拱の拱たる所以は拱肋の壓力線に水平分力があり支點に水平反力のある事であつて、若し此の水平力が零であれば拱は其の特質を失つて無鉸拱は固定梁となる。今、之を拱肋曲げモーメントの式

$$M=M_0+X_a+X_b \cdot x-X_c \cdot y=M'-X_c \cdot y \dots \dots \dots (11-17)$$

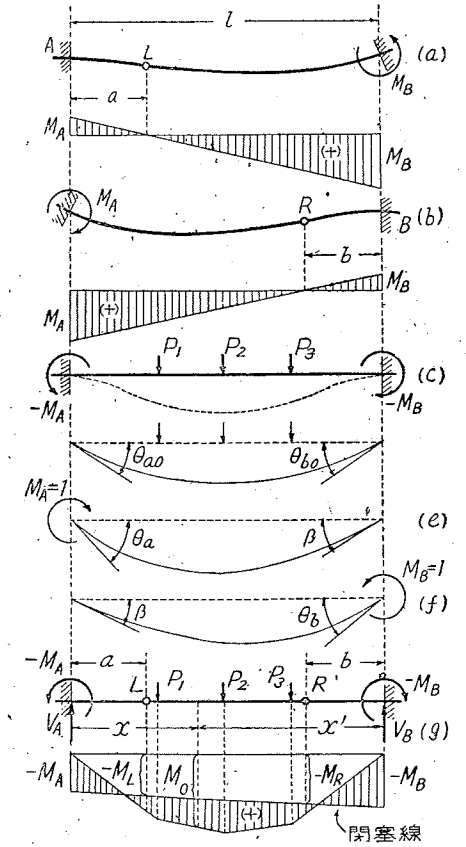
に於て言へば、 $M'$  は固定梁モーメントであり、 $X_c$  が拱作用をなす爲に起るモーメントが  $X_c \cdot y$  即ち拱モーメントである。

1) 固定梁 無鉸拱を梁と考へるとき、梁は兩端固定の梁である。固定梁の曲げモーメントはウヰンクラアの創めた定點法を用ひる事が便利であるが、定點(Fixed point)とは一端に曲げモーメントを與へたとき梁に生ずる反曲點( $M=0$ の點)であつて、定點は一徑間に2點  $L$  及び  $R$  が存在し、その位置は次式で示される。(第 11-17 圖)。

$$\left. \begin{aligned} \text{單純梁; 荷重} & \theta_{a0} = \frac{1}{l} \int M_0 \cdot x' \cdot dx / EI \\ \text{は } P_1, P_2, P_3 & \theta_{b0} = \frac{1}{l} \int M_0 \cdot x \cdot dx / EI \\ \\ \text{單純梁; 荷重} & \theta_a = \frac{1}{l^2} \int x'^2 \cdot dx / EI \\ \text{は左端に } M_A & \theta_b = \frac{1}{l^2} \int x^2 \cdot dx / EI \\ = 1, \text{ 及び右端} & \beta = \frac{1}{l^2} \int x \cdot x' \cdot dx / EI \\ \text{に } M_B = 1, (e), & \\ \text{(f) 圖参照} & \end{aligned} \right\} (11-18)$$

$$a = \frac{l \cdot \beta}{\theta_a + \beta} = \frac{\int_0^l x \cdot x' \cdot \frac{dx}{I}}{\int_0^l x' \cdot \frac{dx}{I}}$$

$$b = \frac{l \cdot \beta}{\theta_b + \beta} = \frac{\int_0^l x \cdot x' \cdot \frac{dx}{I}}{\int_0^l x \cdot \frac{dx}{I}}$$



第 11-17 圖

左右對稱の無鉸拱では、

$$a=b = \frac{\int x \cdot x' \cdot \frac{ds}{I}}{\frac{l}{2} \int \frac{ds}{I}} \dots \dots \dots (11-19)$$

(g) 圖に於て、 $M_0$  は3個の集中荷重に因る單純梁曲げモーメントであつて、固定端モーメントを加算するときは曲げモーメント圖は同圖の細線部分で示され、定點の直下に於ける閉塞線縦距  $M_L$  及び  $M_R$  は、

$$M_L = -\frac{a}{l} \cdot \frac{\theta_{a0}}{\beta} = -a \frac{\int M_0 \cdot x' \cdot \frac{ds}{I}}{\int x \cdot x' \cdot \frac{ds}{I}} \dots \dots \dots (11-20)$$

$$\left. \begin{aligned}
 M_R &= -\frac{b}{l} \cdot \frac{\theta_{00}}{\beta} = -b \frac{\int M_0 \cdot x \cdot \frac{ds}{I}}{\int x \cdot x' \cdot \frac{ds}{I}} \\
 V_A &= A_0 - \frac{1}{l} (M_A - M_B) ; V_B = B_0 + \frac{1}{l} (M_A - M_B) \\
 Q_m &= Q_0 - \frac{1}{l} (M_A - M_B) \\
 M_A &= \frac{M_L(l-b) - M_R \cdot a}{l-a-b} ; M_B = \frac{M_R(l-a) - M_L \cdot b}{l-a-b}
 \end{aligned} \right\} \dots(11-21)$$

2) 水平反力  $X_c$

無鉸拱を右端  $B$  で固定した片持梁と假想した時 (第 11-6 圖), 彈性軸中心に作用せしむべき水平反力  $X_c$  は第 11-7 式により,

$$X_c = \frac{\int_A^B M_0 \cdot y \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int_A^B y^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + \int_A^B \frac{I_c \cos \varphi}{A} dx} = \frac{\int_A^B M_0 \cdot y \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int_A^B y^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx} \cdot \alpha$$

$$c_0 = \frac{\int_A^B y' \cdot \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{\int_A^B \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}$$

計算を簡易にし或は計算用の圖表を豫め作製するに當つては,  $I \cos \varphi$  を如何に扱ふかが主要問題であつて, §3 に述べたやうに  $I_c/I \cos \varphi = \text{定値} = 1$  とすれば甚だ簡單とはなるが, この假定は決して一般的ではないから, 誤差を成る可く小ならしめる爲に茲にマックスリッタアの (第 12-64 式参照)

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{I_c}{I \cos \varphi} &= 1 - \left(1 - \frac{I_c}{I_s \cdot \cos \varphi_s}\right) \left(\frac{x}{l_0}\right)^a \\
 &= 1 - (1-n) \left(\frac{x}{l_0}\right)^a
 \end{aligned} \right\} \dots(11-22)$$

なる關係式を利用する。茲に,  $I_s$  及び  $\varphi_s$  は起拱點の慣性モーメント及び傾角を示す。 $n=1$  の場合は,  $I_c/I \cos \varphi = 1$ ;  $I_c = I \cos \varphi$  である。今,  $x = z \cdot l_0$  とし且つ  $a=2$  とすれば ( $x$  は拱頂からはかる),

$$\frac{I_c}{I \cos \varphi} dx = \frac{I_c}{I \cos \varphi} l_0 \cdot dz = l_0 [1 - (1-n)z^2] dz$$

拱軸の拋物線は,  $y' = 4 \frac{x^2}{l^2} \cdot f = f \cdot z^2$  で示されるから,

$$c_0 = \frac{\int_0^1 l_0 [1 - (1-n)z^2] f \cdot z^2 \cdot dz}{\int_0^1 l_0 [1 - (1-n)z^2] dz} = \frac{\frac{2+3n}{15} \cdot f l_0}{\frac{2+n}{3} \cdot l_0} = \frac{2+3n}{10+5n} \cdot f \dots (11-23)$$

$P=1$  が拱頂點から  $e = \beta \cdot l_0$  なる點に作用するときの水平反力は,

$$X_c = -\frac{\int_0^{l_0} (x-e) y \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx}{2 \int_0^{l_0} y^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx} = -\frac{l_0^2 \int_0^1 (z-\beta)(c_0-f \cdot z^2) [1 - (1-n)z^2] dz}{\frac{l_0}{2} \int_0^1 (c_0-f \cdot z^2)^2 [1 - (1-n)z^2] dz}$$

$$= -\frac{l}{f} \cdot \frac{[12\beta^2(1+\frac{3}{2}n) - 3\beta^4(4+2n-n^2) + 2\beta^6(2-n-n^2) - (4+10n+n^2)(8+12n+6n^2+n^3)]}{64+288n+360n^2+189n^3+42n^4+3n^5} \times \frac{35}{64}$$

$$X_c = -\frac{l}{f} \cdot k \dots(11-24)$$

斯くして彈性軸及び  $X_c$  は定められる。 $c_0$  及び  $k$  の値は各種の  $n$  に對して第 11-3 表に示す通りである。

第 11-3 表  $c_0$  及び  $k$  の値

$\frac{I_c}{I_s \cdot \cos \varphi_s} = n$	彈性軸 $c_0$	$k$								
		起拱點 0	1	2	3	$\frac{1}{4}$ 點 4	5	6	7	拱頂點 8
1.0	0.333 $f$	0	0.0129	0.0449 <sub>n</sub>	0.0870	0.1318	0.1729	0.2060	0.2271	0.2344
0.6	0.292 $f$	0	0.0112	0.0412	0.0826	0.1289	0.1731	0.2090	0.2331	0.2413
0.5	0.280 $f$	0	0.0106	0.0395	0.0809	0.1277	0.1731	0.2104	0.2350	0.2435
0.4	0.267 $f$	0	0.0099	0.0379	0.0790	0.1266	0.1732	0.2120	0.2379	0.2468
0.3	0.252 $f$	0	0.0090	0.0357	0.0765	0.1250	0.1732	0.2140	0.2411	0.2506
0.2	0.236 $f$	0	0.0078	0.0329	0.0733	0.1228	0.1734	0.2164	0.2454	0.2556
0.1	0.219 $f$	0	0.0061	0.0289	0.0687	0.1199	0.1734	0.2193	0.2514	0.2625

3) 梁 モーメント

慣性モーメントは第 11-22 式によつて變化するものとする。第 11-17 圖 (g) を参照して,  $x = \frac{l}{2} (1-z)$ ;  $x' = \frac{l}{2} (1+z)$  であるから, 定點の位置は,

$$a=b = \frac{\int_{-1}^{+1} \frac{l^2}{4} (1-z^2) \cdot \frac{l}{2} [1 - (1-n)z^2] dz}{\int_{-1}^{+1} \frac{l}{2} (1+z) \cdot \frac{l}{2} [1 - (1-n)z^2] dz} = \frac{\frac{4+n}{30} \cdot l^3}{\frac{2+n}{6} \cdot l^2} = \frac{4+n}{10+5n} \cdot l \dots(11-25)$$

次に  $M_L$  及び  $M_R$  を求める。 $P=1$  の載荷點を  $D$  とすれば,

$$-a \int_A^B M_0 \frac{x' \cdot I_c}{I \cos \varphi} dx = -a \left[ \int_A^D \frac{l_0+e}{l} \cdot x \cdot x' \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx + \int_D^B \frac{l_0-e}{l} \cdot x^2 \frac{I_c}{I \cos \varphi} dx \right]$$

$$= -a \left\{ \frac{1+\beta}{2} \cdot l_0 \int_{\beta}^1 (1-z^2) \cdot l_0 \cdot [1-(1-n)z^2] dz \right. \\ \left. + \frac{1-\beta}{2} \cdot l_0 \int_{-1}^{\beta} [l_0(1+z)]^2 \cdot l_0 \cdot [1-(1-n)z^2] dz \right\} \\ \int x \cdot x' \frac{I_c}{I \cos \varphi_s} dx = \int_{-1}^1 l^2 (1-z^2) \cdot l_0 \cdot [1-(1-n)z^2] dz \quad (e = \beta \cdot l_0)$$

$$M_L = -a \left\{ 25 + 5n + \beta(7+3n) - 30\beta^2 - 10\beta^3 + 5\beta^4(1-n) \right. \\ \left. - 3\beta^3(n-1) \right\} / (64+16n) \dots \dots \dots (11-26)$$

$M_R$  は第 11-20 式より明かなるやうに  $M_L$  と左右反対の数値を有し、各種の  $n$  及び  $\beta$  に對して  $M_L, M_R$  を計算した結果は第 11-4 表の通りである。

第 11-4 表 定點モーメント  $M_L$  及び  $M_R$

$\frac{I_c}{I_s \cos \varphi_s} = n$	$\alpha$	$-\frac{M_L}{a} \quad (P=1)$								
		起拱點 0	1	2	3	4	5	6	7	拱頂點 0
1.0	0.333 · l	0	0.1135	0.2051	0.2761	0.3281	0.3625	0.3809	0.3845	0.3750
0.6	0.354 · l	0	0.1062	0.1960	0.2685	0.3235	0.3614	0.3829	0.3887	0.3905
0.5	0.360 · l	0	0.1042	0.1934	0.2663	0.3611	0.3611	0.3834	0.3899	0.3819
0.4	0.367 · l	0	0.1022	0.1934	0.2641	0.3209	0.3608	0.3840	0.3911	0.3835
0.3	0.374 · l	0	0.0999	0.1880	0.2617	0.3195	0.3605	0.3846	0.3924	0.3852
0.2	0.381 · l	0	0.0973	0.1851	0.2594	0.3181	0.3601	0.3852	0.3938	0.3869
0.1	0.390 · l	0	0.0951	0.1821	0.2568	0.3166	0.3597	0.3859	0.3952	0.3887

$\frac{I_c}{I_s \cos \varphi_s} = n$	$b$	$-\frac{M_R}{b} \quad (P=1)$								
		起拱點 0	1	2	3	4	5	6	7	拱頂點 8
1.0	0.333 · l	0	0.0622	0.1231	0.1809	0.2344	0.2820	0.3223	0.35 · 8	0.3750
0.6	0.354 · l	0	0.0623	0.1235	0.1823	0.2369	0.2858	0.3273	0.3594	0.3805
0.5	0.360 · l	0	0.0323	0.1237	0.1826	0.2376	0.2869	0.3287	0.3910	0.3819
0.4	0.367 · l	0	0.0624	0.1239	0.1830	0.2384	0.2880	0.3301	0.3626	0.3835
0.3	0.374 · l	0	0.0624	0.1241	0.1834	0.2391	0.2892	0.3317	0.3643	0.3852
0.2	0.381 · l	0	0.0624	0.1242	0.1838	0.2399	0.2905	0.3333	0.3661	0.3869
0.1	0.390 · l	0	0.0624	0.1244	0.1843	0.2408	0.2918	0.3349	0.3680	0.3887

【算例 1】 支間  $l=30$  m, 拱矢  $f=5$  m なる無絞拱の場合,

拋物線  $y' = 4 \frac{x^2}{l^2} \cdot f$  の起拱點に於ける傾角は,  $\frac{dy'}{dx} = \tan \varphi_s = 16 \frac{f}{l}$

$$\cos \varphi_s = \frac{1}{\sqrt{1+16\left(\frac{f}{l}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+16\left(\frac{5}{30}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{16}{36}}} = 0.832$$

$$\left. \begin{aligned} \text{拱頂點慣性モーメント } I_c &= \frac{1}{12} h_c^3 \\ \text{起拱點 } \quad \quad \quad \quad \quad I_s &= \frac{1}{12} h_s^3 \end{aligned} \right\} n = \frac{I_c}{I_s \cos \varphi_s} = \frac{0.58^3}{0.95^3 \times 0.832} \approx 0.3$$

彈性軸位置  $c_0 = \frac{2+3n}{10+5n} \cdot f = \frac{2.9}{11.5} f = 0.252 \times 5 = 1.26$  m

拱頂點, 1/4 點, 起拱點の位置は

拱頂點  $y_c = c_0 = 1.26$  m

1/4 點  $y^{1/4} = c_0 - \frac{f}{4} = 0.01$  m

起拱點  $y_a = c_0 - f = -3.74$  m

1/4 點は殆ど彈性軸にあつて、此の點では  $X_c \cdot y = 0$  である。よつて拱頂點及び起拱點の  $-X_c \cdot y = -\frac{l}{f} k \cdot y = -6 k \cdot y$  を第 11-3 表を利用して求めれば、

P=1 の 載荷點	k	$X_c = 6 \times k$	拱頂點 $-X_c \cdot y_c$ $y_c = 1.26$	起拱點 $-X_c \cdot y_s$ $y_s = -3.740$
拱頂點 8	0.2506	1.504	-1.895	5.640
7	0.2411	1.446	-1.820	5.410
6	0.2140	1.290	-1.620	4.825
5	0.1732	1.040	-1.310	3.885
1/4 點 4	0.1250	0.750	-0.945	2.810
3	0.0765	0.459	-0.580	1.720
2	0.0357	0.214	-0.270	0.800
1	0.0090	0.054	-0.068	0.203
起拱點 0	0	0	0	0

之を圖示すれば第 11-18 圖 (a) の拱モーメント曲線が得られる。

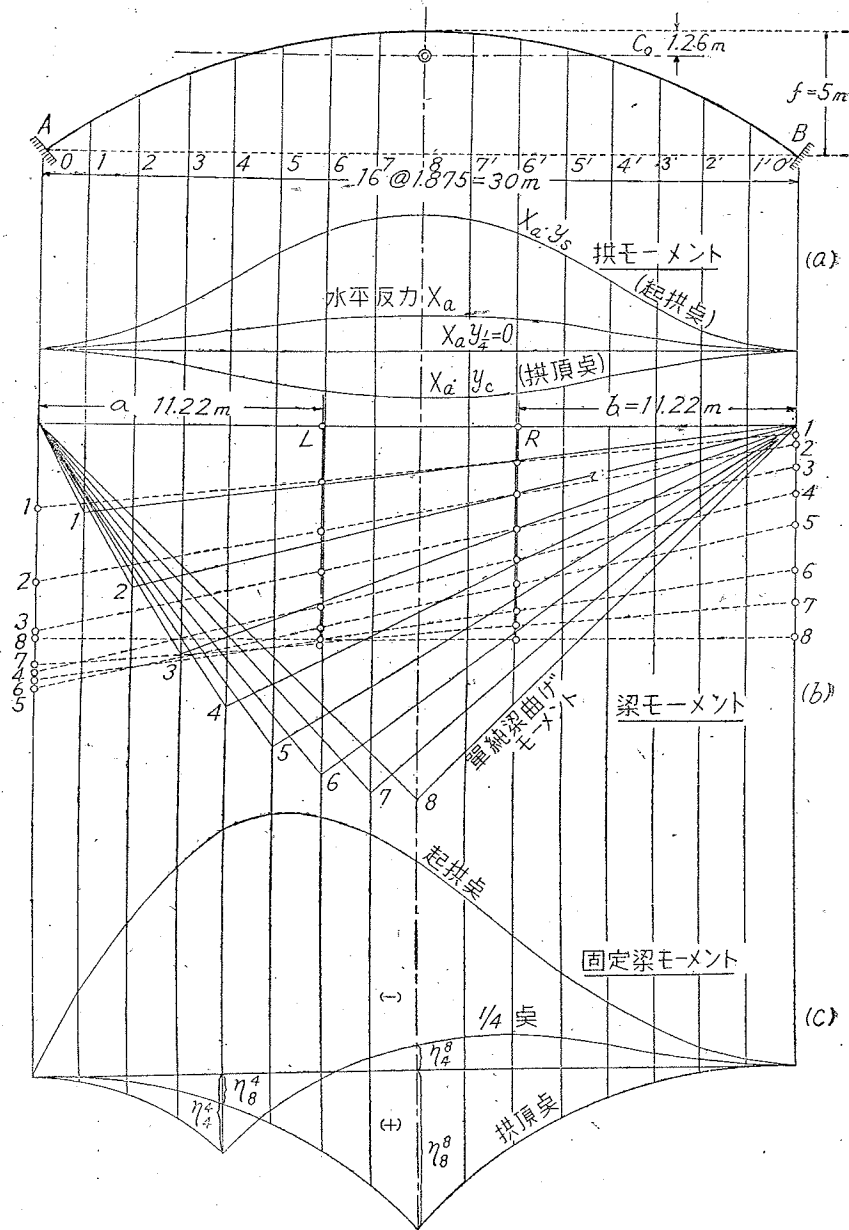
梁モーメントを求めるには先づ定點の位置を定める。

$$a = b = \frac{4+n}{10+5n} l = \frac{4.3}{11.5} \times 30 = 11.22 \text{ m}$$

第 11-4 表を利用して  $n=0.3$  の場合の  $M_L$  及び  $M_R$  を求めれば  $a=b=11.22$  m であるから、

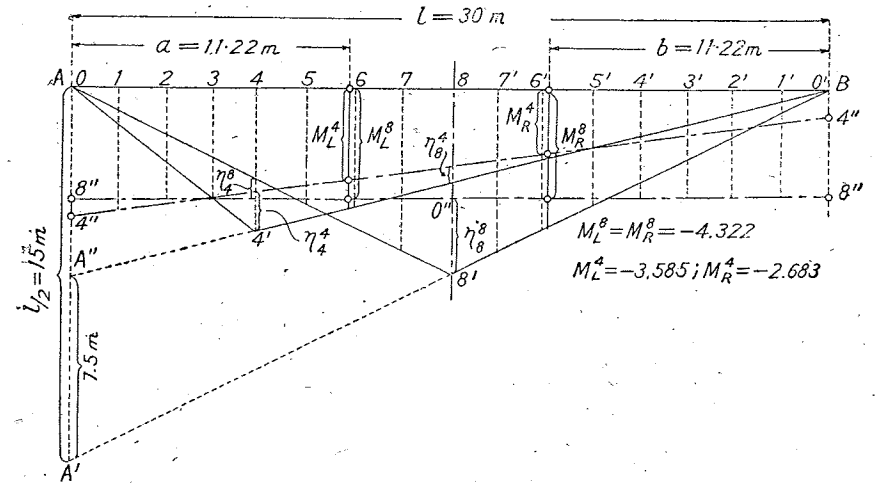
P=1 の 載荷點	1	2	3	1/4 點 4	5	6	7	拱頂點 8
$-M_L/a$	0.0999	0.1880	0.2617	0.3195	0.3605	0.3846	0.3924	0.3852
$-M_L$	1.121	2.109	2.936	3.585	4.045	4.315	4.403	4.322
$-M_R/b$	0.0624	0.1241	0.1834	0.2391	0.2892	0.3317	0.3643	0.3852
$-M_R$	0.700	1.392	2.058	2.682	3.245	3.722	4.087	4.322

次に梁モーメントを求める。梁モーメントは、單純梁曲げモーメントから兩端固定してゐる事の影響を定點を利用して差引けば求められるのであるから、例へば拱頂點 (8) 及び 1/4 點 (4) に関して例



第 11-18 圖

示すれば、第 11-19 圖に示すやうに、 $P=1$  が 8. に載つたとき及び 4. に載つたときの単純梁曲げモーメント圖は夫れ夫れ  $AB8'A$  或は  $AB4'A$  で示され、其の時の閉塞線は  $8''8''$  或は  $4''4''$  で夫れ夫れ示される。依つて固定梁曲げモーメントは、拱頂點 (8) に対しては、 $P=1$  が 8. に載るとき  $\eta_8^8$ 、 $P=1$  が 4. に載るとき  $\eta_4^8$ 、 $1/4$  點 (4) に対しては、 $P=1$  が 4. に載るとき  $\eta_4^4$ 、 $P=1$  が 8. に載るとき  $\eta_8^4$



第 11-19 圖

から求められる。今、之を實測すれば固定梁曲げモーメント  $M'$  は、

$$\eta_8^8 = +3.18 \quad \eta_4^8 = +0.63 \quad ; \quad \eta_4^4 = +1.60 \quad \eta_8^4 = -0.62$$

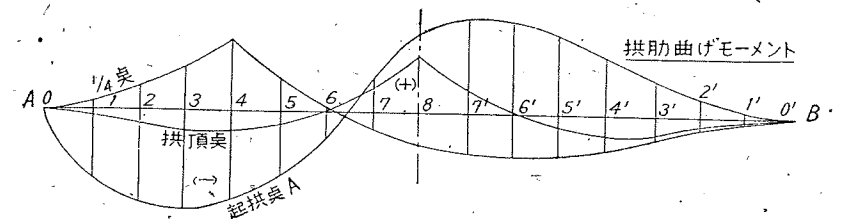
第 11-17 式に據り且つ前記の  $X_c \cdot y$  の値を入れれば、

$$\text{拱頂點} \quad M_8^8 = 3.18 - 1.895 = 1.29 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_4^8 = 0.63 - 0.945 = -0.32 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$1/4 \text{ 點} \quad M_4^4 = 1.60 - 0 = 1.60 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_8^4 = -0.60 - 0 = -0.60 \text{ kg} \cdot \text{m}$$



第 11-20 圖

固定梁曲げモーメント  $\eta$  の値は、之を纏めて圖面に示した方が取扱ひに便利であつて、第 11-18 圖 (c) は拱頂點、 $1/4$  點、起拱點の 3 點に関するものを圖示したものである。同圖 (b) を利用すれば各分割點の影響線が得られるのであり、 $M = M' - X_c \cdot y$  によつて拱頂點、 $1/4$  點、起拱點の拱肋曲げモーメント影響線を圖示したのが第 11-20 圖である。

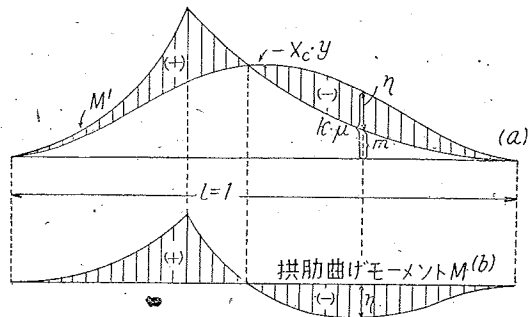
以上に述べた無鉸拱解法はマックス・リッターが 1909 年發表した解法に基くものであつて、近時エックゼンは此の解法を實用化する爲に必要な諸數値を作製したのであるが、本書使用の數値は後者

に據るものである。\*

上記の定點を利用する圖解法は獨逸に於ては屢々實用に供せられて居る。圖解法に依る場合には數字を詳細に求める事が不可能であるが、此の趣旨を利用して豫め數値表を作製して置けば比較的詳しい數値が得られるのであつて、無絞拱を一つの固定梁と看做した場合の曲げモーメントを  $m$  とすれば第 11-17 式  $M=M'-X_c \cdot y$  は、

$$\left. \begin{aligned} M &= P \cdot l \cdot m - P \left( k \cdot \frac{l}{f} \right) \cdot y = P \cdot l \left( m - k \cdot \frac{y}{f} \right) \\ &= P \cdot l (m - k \cdot \mu) \dots\dots \text{拋物線拱 } y = \mu \cdot f \text{ の場合} \end{aligned} \right\} \dots\dots (11-27)$$

と書く事が出来る。但し  $m$  は  $l=1$  ;  $P=1$  の場合の固定梁曲げモーメントであり、上式括弧中の項は  $l=1$  ;  $P=1$  の場合の無絞拱曲げモーメントを示す。第 11-5 乃至 11-11 表はエリクゼンが此の爲に作製した數値表であつて、支間  $l$  の場合は此の數値に  $l$  を乗するのである。



第 11-21 圖

拱軸線が拋物線なる場合  $k$  及び  $\mu$  の値は表から容易に求められ、從つて次に示す例題に於けるやうに拱肋各點の曲げモーメントは極めて簡単に求められる。

[算例 2] 前算例の  $l=30$  m,  $f=5$  m なる拋物線無絞拱に就いて計算する。

$$n=0.3 ; y' = 4 \frac{x^2}{l^2} \cdot f ; y = c_0 - y' = \mu \cdot f ; P=1 \text{ kg}$$

拱頂點 (8) の曲げモーメントは、第 11-9 表を用ひ ( $\mu=0.252$ ),

$$M_8^0 = 1 \times 30 (0.1030 - 0.2506 \times 0.252) = 1.287 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_7^0 = 1 \times 30 (0.0773 - 0.3411 \times 0.252) = 0.496$$

$$M_6^0 = 1 \times 30 (0.0533 - 0.2140 \times 0.252) = -0.009$$

$$M_5^0 = 1 \times 30 (0.0348 - 0.1732 \times 0.252) = -0.246$$

$$M_4^0 = 1 \times 30 (0.0206 - 0.1250 \times 0.252) = -0.327$$

\* Ritter, Max. "Beitrage zur Theorie und Berechnungen der vollwandigen Bogenträger ohne Scheitelgelenk", 1909.

Eriksen, "Influence lines for thrust and bending moments in the fixed arch", Concrete and Constructional Eng. No. 7 and 8, 1939.

第 11-5 表  $n = \frac{I_c}{I_s \cdot \cos \varphi_s} = 1.0$  の場合

P=1 の載 點荷	m の 値 (拱軸線任意)									k (拋物 線拱)
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.0549	0.0069	0.0062	0.0055	0.0048	0.0041	0.0034	0.0027	0.0020	0.0129
2	-0.0957	-0.0359	0.0239	0.0212	0.0185	0.0158	0.0132	0.0105	0.0078	0.0449
3	-0.1238	-0.0671	-0.0103	0.0464	0.0406	0.0349	0.0291	0.0233	0.0176	0.0870
4	-0.1406	-0.0879	-0.0352	0.0176	0.0703	0.0605	0.0508	0.0410	0.0313	0.1318
5	-0.1477	-0.0997	-0.0517	-0.0037	0.0443	0.0923	0.0778	0.0633	0.0488	0.1729
6	-0.1465	-0.1038	-0.0610	-0.0183	0.0244	0.0672	0.1099	0.0901	0.0703	0.2061
7	-0.1384	-0.1013	-0.0643	-0.0272	0.0099	0.0470	0.0840	0.1211	0.0957	0.2271
8	-0.1250	-0.0938	-0.0625	-0.0313	0	0.0313	0.0625	0.0938	0.1250	0.2344
7'	-0.1077	-0.0823	-0.0569	-0.0314	-0.0060	0.0194	0.0448	0.0703	0.0957	0.2271
6'	-0.0879	-0.0681	-0.0483	-0.0286	-0.0088	0.0110	0.0308	0.0506	0.0703	0.2060
5'	-0.0371	-0.0526	-0.0381	-0.0236	-0.0091	0.0054	0.0199	0.0344	0.0488	0.1729
4'	-0.0469	-0.0371	-0.0274	-0.0176	-0.0078	0.0019	0.0117	0.0215	0.0313	0.1318
3'	-0.0286	-0.0228	-0.0171	-0.0113	-0.0055	0.0003	0.0060	0.0118	0.0176	0.0870
2'	-0.0137	-0.0110	-0.0083	-0.0056	-0.0029	-0.0003	0.0024	0.0051	0.0078	0.0449
1'	-0.0037	-0.0030	-0.0023	-0.0016	-0.0009	-0.0002	0.0006	0.0013	0.0020	0.0129
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mu$ (拋物 線拱)	-0.637	-0.432	-0.229	-0.057	0.083	0.193	0.271	0.318	0.333	

第 11-6 表  $n = \frac{I_c}{I_s \cdot \cos \varphi_s} = 0.6$  の場合

P=1 の載 點荷	m の 値 (拱軸線任意)									k (拋物 線拱)
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.0564	0.0055	0.0049	0.0043	0.0038	0.0032	0.0026	0.0020	0.0014	0.0112
2	-0.1001	-0.0400	0.0202	0.0178	0.0155	0.0131	0.0108	0.0084	0.0061	0.0412
3	-0.1319	-0.0746	-0.0174	0.0399	0.0347	0.0295	0.0243	0.0191	0.0139	0.0826
4	-0.1516	-0.0982	-0.0448	0.0387	0.0621	0.0530	0.0440	0.0349	0.0258	0.1289
5	-0.1603	-0.1116	-0.0629	-0.0142	0.0345	0.0832	0.0694	0.0556	0.0418	0.1731
6	-0.1593	-0.1160	-0.0723	-0.0295	0.0138	0.0570	0.1003	0.0811	0.0618	0.2090
7	-0.1501	-0.1127	-0.0754	-0.0380	-0.0006	0.0363	0.0741	0.1115	0.0864	0.2331
8	-0.1346	-0.1034	-0.0721	-0.0409	-0.0096	0.0217	0.0529	0.0842	0.1154	0.2413
7'	-0.1146	-0.0995	-0.0344	-0.0392	-0.0141	0.0110	0.0361	0.0613	0.0864	0.2331
6'	-0.0920	-0.0728	-0.0535	-0.0343	-0.0151	0.0042	0.0234	0.0426	0.0618	0.2090
5'	-0.0687	-0.0549	-0.0111	-0.0273	-0.0135	0.0003	0.0142	0.0280	0.0418	0.1731

4'	-0.0467	-0.0376	-0.0286	-0.0195	-0.0104	-0.0014	0.0077	0.0168	0.0258	0.1289
3'	-0.0276	-0.0224	-0.0172	-0.0120	-0.0088	-0.0016	0.0036	0.0087	0.0139	0.0826
2'	-0.0128	-0.0104	-0.0081	-0.0057	-0.0034	-0.0010	0.0013	0.0037	0.0061	0.0412
1'	-0.0032	-0.0026	-0.0020	-0.0015	-0.0009	-0.0003	0.0003	0.0009	0.0014	0.0112
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mu$ (拋物線拱)	-0.708	-0.474	-0.271	-0.099	0.042	0.151	0.229	0.276	0.292	

第 11-7 表  $n = \frac{I_c}{I_s \cdot \cos \varphi_s} = 0.5$  の場合

P=1 の載荷點	m の 値 (拱軸線任意)									k (拋物線拱)
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.0569	0.0051	0.0046	0.0040	0.0035	0.0029	0.0024	0.0019	0.0013	0.0106
2	-0.1018	-0.0415	0.0188	0.0166	0.0144	0.0121	0.0099	0.0077	0.0055	0.0395
3	-0.1346	-0.0771	-0.0196	0.0379	0.0329	0.0279	0.0229	0.0179	0.0129	0.0809
4	-0.1552	-0.1015	-0.0479	0.0058	0.0595	0.0507	0.0419	0.0331	0.0242	0.1277
5	-0.1643	-0.1154	-0.0664	-0.0175	0.0315	0.0804	0.0668	0.0533	0.0397	0.1731
6	-0.1633	-0.1199	-0.0764	-0.0330	0.0105	0.0540	0.0974	0.0784	0.0593	0.2104
7	-0.1537	-0.1162	-0.0788	-0.0413	-0.0038	0.0337	0.0711	0.1083	0.0836	0.2350
8	-0.1375	-0.1063	-0.0750	-0.0438	-0.0125	0.0188	0.0500	0.0813	0.1125	0.2435
7'	-0.1166	-0.0916	-0.0666	-0.0415	-0.0165	0.0085	0.0335	0.0586	0.0836	0.2350
6'	-0.0930	-0.0740	-0.0549	-0.0359	-0.0168	0.0022	0.0212	0.0403	0.0593	0.2104
5'	-0.0689	-0.0553	-0.0418	-0.0282	-0.0146	-0.0010	0.0125	0.0261	0.0397	0.1731
4'	-0.0463	-0.0375	-0.0287	-0.0198	-0.0110	-0.0022	0.0066	0.0154	0.0242	0.1277
3'	-0.0270	-0.0220	-0.0170	-0.0120	-0.0070	-0.0020	0.0030	0.0079	0.0129	0.0809
2'	-0.0123	-0.0101	-0.0079	-0.0056	-0.0034	-0.0012	0.0016	0.0033	0.0055	0.0395
1'	-0.0030	-0.0025	-0.0019	-0.0014	-0.0008	-0.0003	0.0002	0.0008	0.0013	0.0106
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mu$ (拋物線拱)	-0.720	-0.486	-0.283	-0.111	0.030	0.139	0.217	0.264	0.280	

第 11-8 表  $n = \frac{I_c}{I_s \cdot \cos \varphi_s} = 0.4$  の場合

P=1 の載荷點	m の 値 (拱軸線任意)									k (拋物線拱)
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.0575	0.0045	0.0040	0.0035	0.0030	0.0426	0.0021	0.0016	0.0011	0.0099
2	-0.1037	-0.0433	0.0172	0.0151	0.0131	0.0116	0.0089	0.0069	0.0048	0.0379

3	-0.1377	-0.0799	-0.0222	0.0356	0.0308	0.0261	0.0213	0.0166	0.0118	0.0790
4	-0.1533	-0.1053	-0.0514	-0.0026	0.0566	0.0481	0.0395	0.0310	0.0225	0.1266
5	-0.1690	-0.1198	-0.0706	-0.0213	0.0279	0.0771	0.0638	0.0506	0.0373	0.1732
6	-0.1680	-0.1243	-0.0806	-0.0369	0.0068	0.0505	0.0942	0.0754	0.0566	0.2120
7	-0.1578	-0.1202	-0.0826	-0.0450	-0.0074	0.0302	0.0678	0.1054	0.0805	0.2379
8	-0.1406	-0.1094	-0.0781	-0.0469	-0.0156	0.0157	0.0465	0.0782	0.1094	0.2468
7'	-0.1186	-0.0937	-0.0688	-0.0459	-0.0190	0.0058	0.0307	0.0556	0.0805	0.2379
6'	-0.0939	-0.0751	-0.0563	-0.0375	-0.0187	0.0002	0.0190	0.0378	0.0566	0.2120
5'	-0.0689	-0.0556	-0.0424	-0.0291	-0.0158	-0.0025	0.0107	0.0240	0.0373	0.1732
4'	-0.0458	-0.0373	-0.0287	-0.0202	-0.0117	-0.0031	0.0054	0.0139	0.0225	0.1266
3'	-0.0262	-0.0214	-0.0167	-0.0119	-0.0072	-0.0024	0.0023	0.0071	0.0118	0.0790
2'	-0.0117	-0.0096	-0.0076	-0.0055	-0.0034	-0.0014	0.0007	0.0028	0.0048	0.0379
1'	-0.0028	-0.0023	-0.0018	-0.0013	-0.0009	-0.0004	0.0001	0.0006	0.0011	0.0099
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mu$ (拋物線拱)	-0.733	-0.499	-0.296	-0.124	0.017	0.126	0.204	0.251	0.267	

第 11-9 表  $n = \frac{I_c}{I_s \cdot \cos \varphi_s} = 0.3$  の場合

P=1 の載荷點	m の 値 (拱軸線任意)									k (拋物線拱)
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.0581	0.0040	0.0036	0.0031	0.0027	0.0023	0.0018	0.0014	0.0010	0.0090
2	-0.1057	-0.0451	0.0156	0.0137	0.0118	0.0099	0.0080	0.0061	0.0042	0.0357
3	-0.1413	-0.0832	-0.0152	0.0329	0.0284	0.0241	0.0195	0.0151	0.0106	0.0765
4	-0.1640	-0.1097	-0.0554	-0.0010	0.0533	0.0451	0.0370	0.0288	0.0206	0.1250
5	-0.1743	-0.1247	-0.0751	-0.0256	0.0240	0.0736	0.0607	0.0477	0.0348	0.1732
6	-0.1731	-0.1291	-0.0852	-0.0412	0.0028	0.0467	0.0907	0.0722	0.0536	0.2140
7	-0.1623	-0.1245	-0.0868	-0.0490	-0.0113	0.0265	0.0642	0.1020	0.0773	0.2411
8	-0.1440	-0.1128	-0.0815	-0.0503	-0.0190	0.0123	0.0435	0.0748	0.1060	0.2508
7'	-0.1216	-0.0959	-0.0711	-0.0464	-0.0217	0.0031	0.0278	0.0525	0.0773	0.2411
6'	-0.0947	-0.0762	-0.0576	-0.0391	-0.0205	-0.0020	0.0165	0.0351	0.0536	0.2140
5'	-0.0686	-0.0557	-0.0427	-0.0298	-0.0169	-0.0040	0.0030	0.0219	0.0348	0.1732
4'	-0.0448	-0.0363	-0.0285	-0.0203	-0.0121	-0.0039	0.0045	0.0124	0.0206	0.1250
3'	-0.0250	-0.0205	-0.0161	-0.0116	-0.0072	-0.0027	0.0017	0.0062	0.0106	0.0765
2'	-0.0109	-0.0090	-0.0071	-0.0052	-0.0033	-0.0014	0.0005	0.0023	0.0042	0.0357
1'	-0.0025	-0.0021	-0.0016	-0.0012	-0.0008	-0.0003	0.0001	0.0005	0.0010	0.0090
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mu$ (拋物線拱)	-0.748	-0.514	-0.311	-0.139	0.002	0.111	0.189	0.236	0.252	



第 11-10 表  $n = \frac{I_c}{I_s \cdot \cos \varphi_s} = 0.2$  の場合

P=1 の載 荷點	m の 値 (拱軸線任意)									k (拋物 線拱)
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.0587	0.0034	0.0030	0.0027	0.0023	0.0019	0.0015	0.0012	0.0008	0.0078
2	-0.1082	-0.0475	0.0133	0.0117	0.0100	0.0084	0.0067	0.0051	0.0034	0.0329
3	-0.1457	-0.0873	-0.0288	0.0296	0.0255	0.0214	0.0173	0.0133	0.0092	0.0733
4	-0.1697	-0.1149	-0.0602	-0.0054	0.0494	0.0417	0.0339	0.0262	0.0185	0.1228
5	-0.1804	-0.1304	-0.0804	-0.0304	0.0196	0.0696	0.0571	0.0446	0.0321	0.1733
6	-0.1791	-0.1348	-0.0905	-0.0462	-0.0019	0.0424	0.0867	0.0685	0.0503	0.2164
7	-0.1672	-0.1284	-0.0906	-0.0528	-0.0151	0.0227	0.0605	0.0983	0.0737	0.2454
8	-0.1477	-0.1165	-0.0852	-0.0540	-0.0227	0.0086	0.0398	0.0711	0.1203	0.2556
7'	-0.1228	-0.0982	-0.0737	-0.0491	-0.0245	0	0.0246	0.0492	0.0737	0.2454
6'	-0.0952	-0.0770	-0.0588	-0.0406	-0.0224	-0.0043	0.0139	0.0321	0.0503	0.2164
5'	-0.0680	-0.0555	-0.0430	-0.0305	-0.0180	-0.0055	0.0071	0.0196	0.0321	0.1733
4'	-0.0434	-0.0357	-0.0279	-0.0202	-0.0125	-0.0047	0.0030	0.0107	0.0185	0.1228
3'	-0.0235	-0.0194	-0.0153	-0.0112	-0.0072	-0.0031	0.0010	0.0051	0.0092	0.0733
2'	-0.0098	-0.0082	-0.0065	-0.0049	-0.0032	-0.0016	0.0001	0.0018	0.0034	0.0329
1'	-0.0022	-0.0018	-0.0015	-0.0011	-0.0007	-0.0003	0	0.0004	0.0008	0.0078
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mu$ (拋物 線拱)	-0.764	-0.530	-0.327	-0.155	-0.014	0.095	0.173	0.220	0.236	

第 11-11 表  $n = \frac{I_c}{I_s \cdot \cos \varphi_s} = 0.1$  の場合

P=1 の載 荷點	m の 値 (拱軸線任意)									k (拋物 線拱)
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.0599	0.0023	0.0020	0.0018	0.0015	0.0013	0.0010	0.0007	0.0005	0.0061
2	-0.1113	-0.0502	0.0110	0.0096	0.0082	0.0068	0.0055	0.0041	0.0027	0.0289
3	-0.1508	-0.0919	-0.0331	0.0258	0.0222	0.0185	0.0149	0.0113	0.0076	0.0687
4	-0.1764	-0.1211	-0.0658	-0.0104	0.0449	0.0377	0.0305	0.0233	0.0162	0.1199
5	-0.1878	-0.1373	-0.0864	-0.0364	0.0141	0.0646	0.0526	0.0406	0.0286	0.1734
6	-0.1862	-0.1415	-0.0967	-0.0520	-0.0072	0.0376	0.0823	0.0645	0.0468	0.2193
7	-0.1732	-0.1350	-0.0968	-0.0586	-0.0205	0.0177	0.0559	0.0941	0.0698	0.2514
8	-0.1518	-0.1206	-0.0893	-0.0581	-0.0268	0.0045	0.0357	0.0670	0.0982	0.2625
7'	-0.1248	-0.1035	-0.0762	-0.0518	-0.0275	-0.0032	0.0211	0.0455	0.0698	0.2514
6'	-0.0953	-0.0775	-0.0598	-0.0420	-0.0243	-0.0065	0.0113	0.0290	0.0468	0.2193
5'	-0.0675	-0.0555	-0.0435	-0.0315	-0.0195	-0.0075	0.0046	0.0166	0.0286	0.1734

4'	-0.0413	-0.0341	-0.0269	-0.0198	-0.0126	-0.0054	0.0018	0.0090	0.0162	0.1199
3'	-0.0214	-0.0178	-0.0141	-0.0105	-0.0069	-0.0032	0.0004	0.0040	0.0076	0.0687
2'	-0.0084	-0.0070	-0.0053	-0.0042	-0.0029	-0.0015	-0.0001	0.0013	0.0027	0.0289
1'	-0.0016	-0.0013	-0.0011	-0.0008	-0.0006	-0.0003	0	0.0002	0.0005	0.0061
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mu$ (拋物 線拱)	-0.781	-0.547	-0.344	-0.172	-0.031	0.078	0.156	0.203	0.219	

$$M_3^4 = 1 \times 30 (0.0010 - 0.0090 \times 0.252) = -0.038$$

1/4 點 (4) に対しては,  $\mu = 0.002$ .

$$M_4^4 = 1 \times 30 (0.0533 - 0.1250 \times 0.002) = 1.59 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_3^3 = 1 \times 30 (-0.0190 - 0.2506 \times 0.002) = -0.585$$

$$M_4^3 = 1 \times 30 (-0.0121 - 0.1250 \times 0.002) = -0.371$$

起拱點 (0) に対しては,  $\mu = -0.748$

$$M_0^0 = 1 \times 30 \{-0.1640 + (0.1250 \times 0.748)\} = -2.116 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_0^1 = 1 \times 30 \{-0.1440 + (0.2506 \times 0.748)\} = 1.304$$

$$M_0^2 = 1 \times 30 \{-0.0448 + (0.1250 \times 0.748)\} = 1.461$$

拱軸線が任意なる場合 拱軸線が 2 次拋物線では無く、高次拋物線、變垂曲線のやうな他の任意なる曲線より成り、且つ、拱肋断面の慣性モーメントは既に第 11-22 式に示した  $I_c/I \cos \varphi = 1 - (1-n)z^2$  なる關係で變化する場合には、拱肋各點の曲げモーメントは次のやうにして之を求める。

拱頂點及び起拱點の断面を定めれば、 $I_c$  及び  $I_s$  が決定せられ、之によつて  $n$  の値が定められる。然るときは拱肋任意點の慣性モーメント  $I_x$  は、

$$I_x = \frac{I_c}{\{1 - (1-n)z^2\} \cos \varphi}$$

から計算することが出来る。既に拱肋各断面に関する諸値が既知となつた時は、第 253 頁記載 [算例] の如き方法に従つて  $H_c$  及び  $\eta_{cn}$  を求めて水平反力  $X_c$  を精算するのである。然るときは拱肋各断面の曲げモーメント  $M$  は  $P=1$  なる單位鉛直荷重に對して、

$$M = l \cdot m - X_c \cdot y$$

から求められ、固定梁モーメント  $m$  の値は前掲諸表から拾へば良いのである。

以上に述べた無絞拱略解法は、拱肋断面が  $I_c/I \cos \varphi = 1 - (1-n)z^2$  に依つて變化する限りに於ては、その數値は何等近似的では無く、此の方法による計算を以て精算なりとしても敢て差支へないのであつて、近時、無絞拱計算の爲めに作製せられた多くの數表が在る。

が,\* 本法は之等に比して少々手数を要するとは言ひ乍ら最も簡明なるものである。

---

\* 大野 博. “鐵筋コンクリート無鉸拱の經濟的並に耐震的設計”, 内務省土木試驗所報告第 28 號.  
Manning. “Reinforced concrete arch design”, London. 1933.  
Kögler. “Gewölbetabellen”, Berlin, 1928.  
Strassner. “Neuere Methoden”, Bd. II, Berlin. 1938.