

第10章 連続構橋*

§1. 三徑間連続構橋、其一

4 支點上に連続する構 (トラス) は 5 個の反力を有するのであるから、 $5-3=2$ 、即ち 2 次不静定であつて、橋脚上の鉛直反力を X_a, X_b とすれば、

$$\left. \begin{aligned}
 \text{部材應力} \quad S &= S_0 - S_a \cdot X_a - S_b \cdot X_b \\
 \text{反力} \quad A &= A_0 - A_a \cdot X_a - A_b \cdot X_b \\
 \text{曲げモーメント} \quad M &= M_0 - M_a \cdot X_a - M_b \cdot X_b \\
 \text{剪断力} \quad Q &= Q_0 - Q_a \cdot X_a - Q_b \cdot X_b
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10-1)$$

可能仕事による弾性方程式は、

$$\begin{aligned}
 1. \delta_a &= \sum P_m \cdot \delta_{ma} - X_a \cdot \delta_{aa} - X_b \cdot \delta_{ab} + \delta_{at} \\
 1. \delta_b &= \sum P_m \cdot \delta_{mb} - X_a \cdot \delta_{ba} - X_b \cdot \delta_{bb} + \delta_{bt}
 \end{aligned}$$

支點不動のときは $\delta_a = 0$; $\delta_b = 0$ である。 $P_m = 1$ による X_a, X_b は、上式で $\delta_{ab} = \delta_{ba}$ とし、

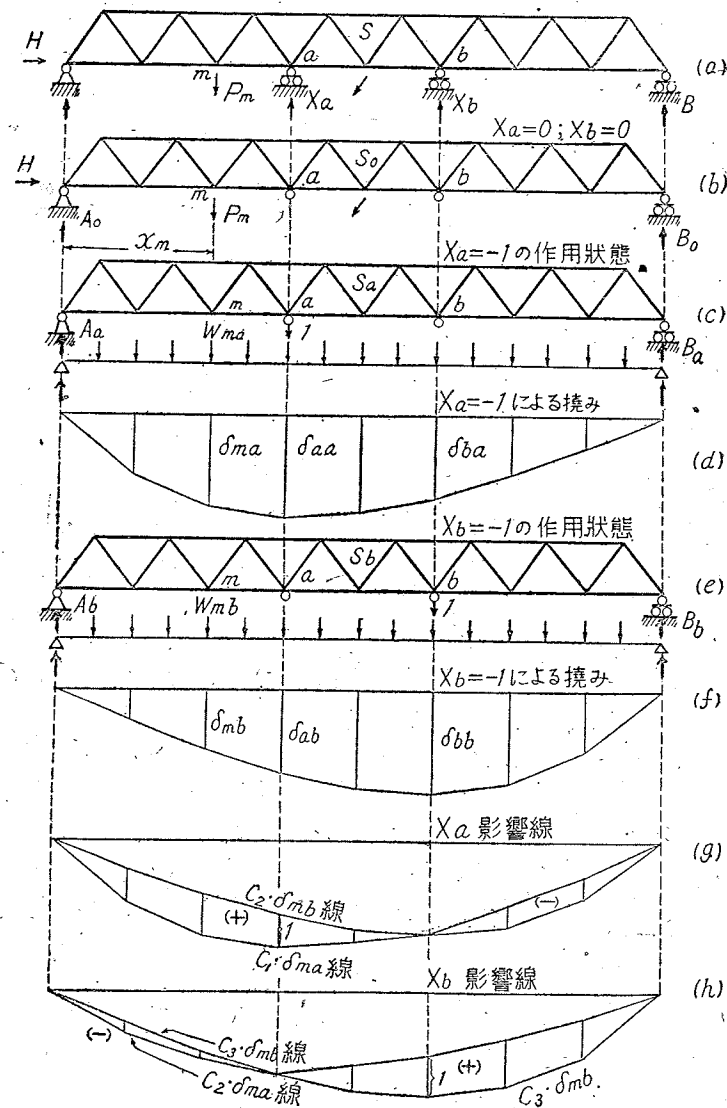
$$\left. \begin{aligned}
 X_a &= \frac{\delta_{ma} \cdot \delta_{bb} - \delta_{mb} \cdot \delta_{ab}}{\delta_{aa} \cdot \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} = \frac{\delta_{bb}}{\delta_{aa} \cdot \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} \cdot \delta_{ma} - \frac{\delta_{ab}}{\delta_{aa} \cdot \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} \cdot \delta_{mb} \\
 &= C_1 \cdot \delta_{ma} - C_2 \cdot \delta_{mb} \\
 X_b &= \frac{\delta_{mb} \cdot \delta_{aa} - \delta_{ma} \cdot \delta_{ab}}{\delta_{aa} \cdot \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} = \frac{\delta_{aa}}{\delta_{aa} \cdot \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} \cdot \delta_{mb} - \frac{\delta_{ab}}{\delta_{aa} \cdot \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} \cdot \delta_{ma} \\
 &= C_3 \cdot \delta_{mb} - C_2 \cdot \delta_{ma}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10-2)$$

上式中の各格點の $X_a = -1$ 或は $X_b = -1$ に因る撓みは弾性荷重を使用すれば容易に求められ、従つて定値たる C_1, C_2, C_3 も之に續いて求められるのである。然るときは、第 10-1 圖 (g) に示すやうに、 C_2 倍した δ_{mb} 線及び C_1 倍した δ_{ma} 線を畫いて其の差を求めれば其處に X_a 影響線が得られ、同様にして C_2 倍した δ_{ma} 線及び C_3 倍した δ_{mb} 線を畫いて其の差を求めれば其處に X_b 影響線が得られるのである。注意すべきは、支點 a 及び b の下の X_a 及び X_b の値であつて、之等は何れも 1 となるべきであるから、之によつて計算乃至作圖を照査することが出来るのである。

既に反力を知れば、部材應力は容易に求められる。温度變化に因る X は、

$$X_{at} = \frac{\delta_{at} \cdot \delta_{bb} - \delta_{bt} \cdot \delta_{ab}}{\delta_{aa} \cdot \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} ; X_{bt} = \frac{\delta_{bt} \cdot \delta_{aa} - \delta_{at} \cdot \delta_{ba}}{\delta_{aa} \cdot \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} \dots\dots\dots (10-3)$$

* 第 7 章に概説した連続梁の詳論として茲に連続構橋の二、三の場合を取扱ふ。



第 10-1 圖

温度變化が均一ならば、 $\delta_{u1}=0, \delta_{u2}=0$ 、即ち $X_{a1}=0, X_{b1}=0$ である。上弦が下弦に比して Δt だけ温度上昇したものとすれば、

$$\delta_{a1} = \sum S_a \cdot \epsilon \cdot \Delta t \cdot s ; \delta_{u1} = \sum S_b \cdot \epsilon \cdot \Delta t \cdot s$$

但し、 S_a には下弦材應力を含まないのである。

其の理由は次の通りである。上弦温度が $t + \Delta t$ 、下弦温度が t なりとすれば、

$$\delta_{a1} = \sum_a^0 S_a \cdot \epsilon \cdot t \cdot s + \sum_a^0 S_a \cdot \epsilon (t + \Delta t) s = \sum_a^0 S_a \cdot \epsilon \cdot t \cdot s + \sum_a^0 S_a \cdot \epsilon \cdot \Delta t \cdot s$$

茲に u は下弦のみ、 o は上弦及び腹材を含む、の記號であつて、全部材を含む項即ち $\sum_a^0 S_a \cdot \epsilon \cdot t \cdot s$ は零に等しい (等温度變化) のである。

以上より温度變化による反力が求められる。

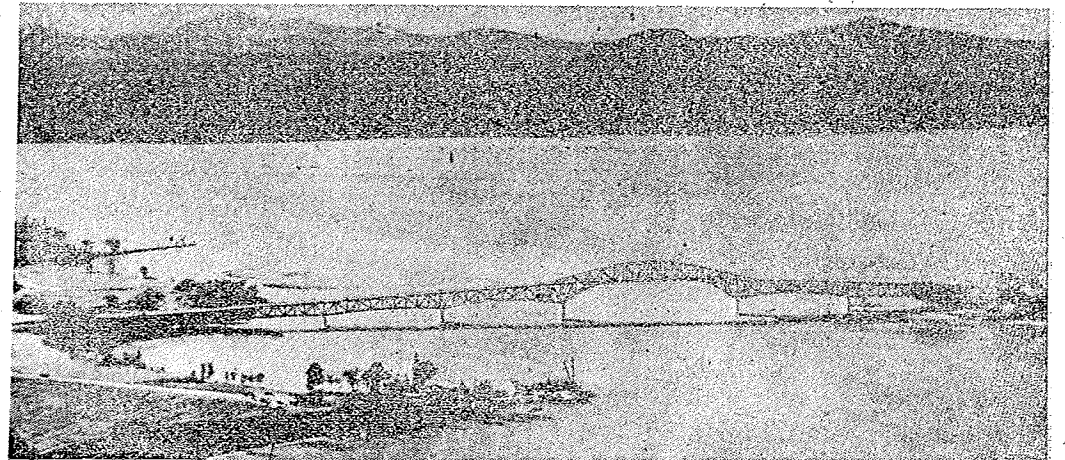
§ 2. 三徑間連續構橋 其二

米國には長支間の連續構橋が屢々架設せられ*

橋 名	場 所	支間 $l_1+l_2+l_3$ (呎)	架 設 年 月
Cape Code Canal	Bourne, Mass.	396+616+396	1933~1935
Lake Champlain		290+434+290	1928~1929

は其の最近のものであつて、兩者は中央徑間がアーチ形をしてゐるが、何れも三徑間連續構橋である。不靜定力の算定の一例として Lake Champlain 橋の場合を茲に述べる。*

Champlain 湖橋では、支點上の上弦材應力 U_9, U_{10} 及び U_{24}, U_{25} を不靜定應力 X_a, X_b に選び、即ち主系を3個の單純トラスに分けてゐる。之等の部材を切斷して $X_a=1$ 及び $X_b=1$ なる假想單位荷重 (正記號) を作用せしめたときの主系部材應力を S_a, S_b とすれば、



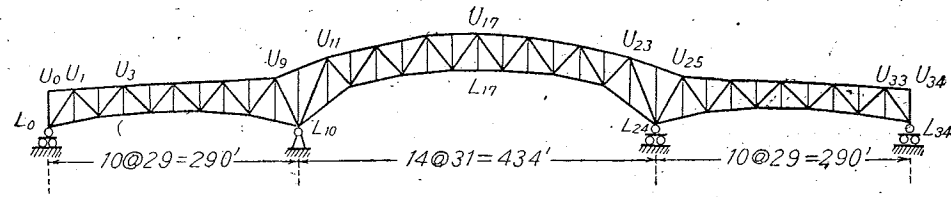
寫眞 10-1 三徑間連續構橋 (チャムプレイン湖橋, 米)

部材應力 $S = S_o + S_a \cdot X_a + S_b \cdot X_b$

實際仕事 $W = \sum \frac{(S_o + S_a \cdot X_a + S_b \cdot X_b)^2 l}{2 EA}$

* Engel, H. J. "Some Features of Mississippi Bridges" Civ. Eng. June, 1936.

** Spofford, C. M. "Theory of Continuous Structures" 1937.



第 10-2 図 チャンプレイン湖橋

l は部材の長さである。カスティリアノ第二定理により

$$\frac{\partial W}{\partial X_a} = \sum \frac{S_a \cdot X_a + S_b \cdot X_b + S_0}{A} \cdot S_a l = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial X_b} = \sum \frac{S_a \cdot X_a + S_b \cdot X_b + S_0}{A} \cdot S_b l = 0$$

此の \sum は各径間に對するものであるが、荷重が左径間だけに在る時は他の径間では $S_0=0$ 。右径間の應力は S_b のみで示され、左径間では S_b を含む項が消失する。上記の式を各径間毎に類別した項で表せば、

$$\frac{\partial W}{\partial X_a} = \sum (S_a \cdot X_a + S_0) \frac{S_a l}{A} + \sum (S_a \cdot X_a + S_b \cdot X_b) \frac{S_b l}{A} + 0 = 0$$

$$\therefore \sum \frac{S_a^2 l}{A} X_a + \sum \frac{S_0 S_a l}{A} + \sum \frac{S_a^2 l}{A} X_a + \sum \frac{S_a S_b l}{A} X_b = 0 \dots (A)$$

$$\frac{\partial W}{\partial X_b} = \sum (S_a \cdot X_a + S_b \cdot X_b) \frac{S_b l}{A} + \sum \frac{S_b^2 l}{A} X_b = 0$$

$$\therefore \sum \frac{S_a S_b l}{A} X_a + \sum \frac{S_b^2 l}{A} X_b + \sum \frac{S_b^2 l}{A} X_b = 0 \dots (B)$$

(A) 及び (B) の兩式を

$$\left. \begin{aligned} a X_a + b X_b + m &= 0 \\ b X_a + c X_b &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (C)$$

と書けば、之等から

$$\left. \begin{aligned} X_b &= -\frac{b}{a} X_a ; a X_a - \frac{b^2}{a} X_a + m = 0 \\ X_a &= -\frac{am}{a^2 - b^2} \end{aligned} \right\} \dots (10-4)$$

荷重が中央径間だけに在る時は、同様にして、

$$\sum \frac{S_a^2 l}{A} X_a + \sum \frac{S_a^2 l}{A} X_a + \sum \frac{S_a S_b l}{A} X_b + \sum \frac{S_0 S_a l}{A} = 0$$

$$\sum \frac{S_a S_b l}{A} X_a + \sum \frac{S_b^2 l}{A} X_b + \sum \frac{S_0 S_b l}{A} + \sum \frac{S_b^2 l}{A} X_b = 0^*$$

$$\left. \begin{aligned} a X_a + b X_b + n &= 0 \\ b X_a + a X_b + p &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (D)$$

$$\left. \begin{aligned} X_a &= \frac{an - bp}{b^2 - a^2} ; X_b = \frac{ap - bn}{b^2 - a^2} \\ X_b &= \frac{ap - bn}{an - bp} X_a \end{aligned} \right\} \dots (10-5)$$

荷重が中央径間に満載の時は、 $n=p$ となり、 X_a は X_b に等しく、

$$X_a = X_b = -\frac{p}{a+b}$$

以上の関係から部材應力を求めるには次の操作を行ふ。

- (1) 各部材の $S_a, S_b, U/A, S_a l/A, S_a S_b l/A, S_a^2 l/A$ を算出し、之の和を求め、 $a = \sum \frac{S_a^2 l}{A}$; $b = \sum \frac{S_a S_b l}{A}$ を求める。
- (2) 主系の (各径間が単純トラスとなつたものの) 各格點に單位荷重が作用した時の應力 S_0 を算出し、之に $S_a \cdot U/A$ を乗じ、其の和を求め、斯くして單位荷重に對する m, n, p を計算する。
- (3) X_a 及び X_b を計算し、之に依つて各部材の實際應力を

$$S = S_0 + S_a \cdot X_a + S_b \cdot X_b$$

から計算する。

以上の方法は、主旨に於ては別個のものでは無いが、算法に於て異なる所あり、斯くの如き算法も亦参考に値するのである。

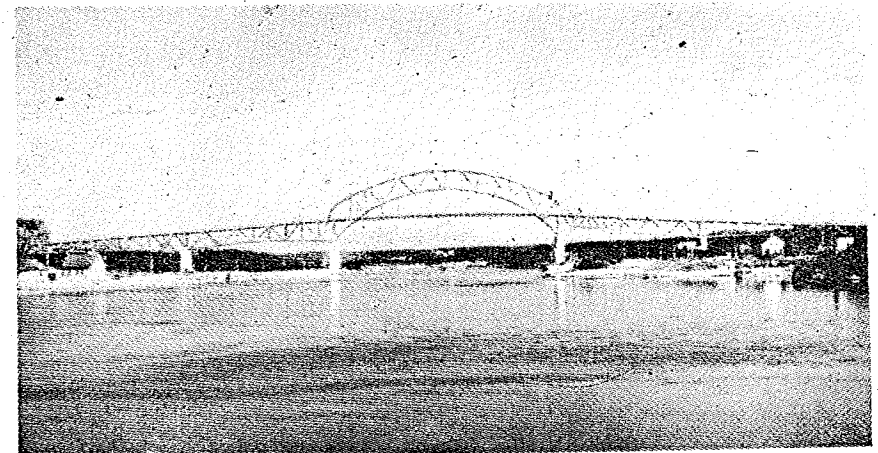


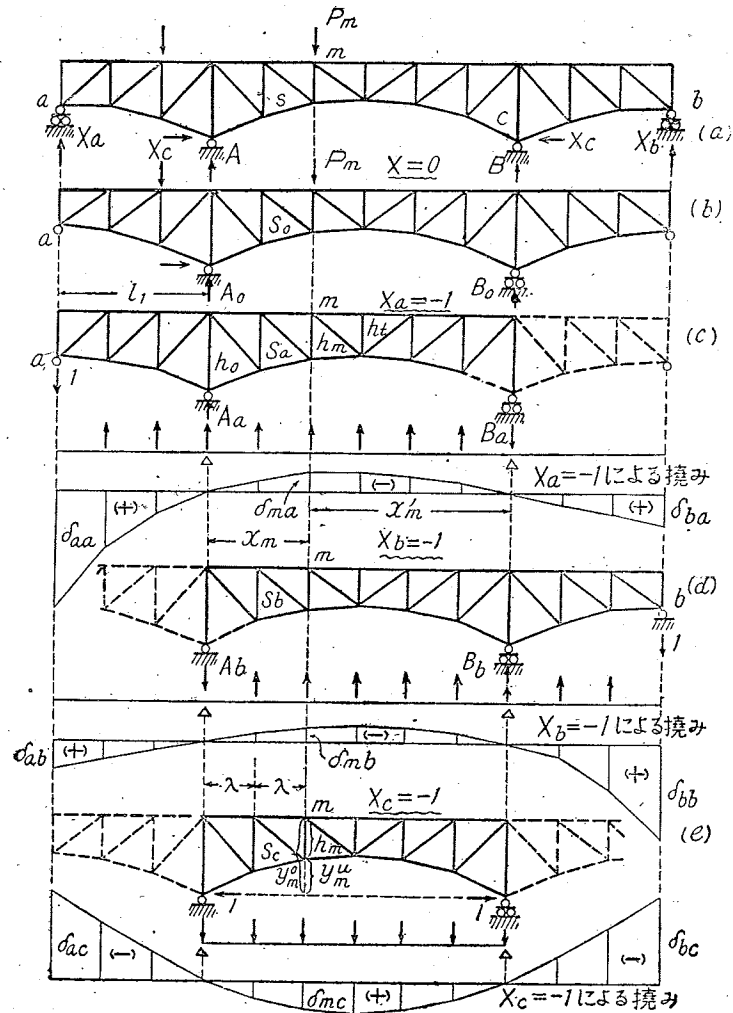
写真 10-2 三径間連續構橋 (ケーブルード運河橋. 米)

* $\sum \frac{S_b^2 l}{A} = c$ は左右對稱の構造では $\sum \frac{S_a^2 l}{A} = a$ に等しい。

§ 3. 三徑間連続構拱

第 10-3 圖の三徑間連続構拱は、橋脚上の支點はヒンジ支承、兩端支點は可動支承、合計 6 個の反力あり、3 次不静定構造である。静定主系を (b) に示すやうに橋脚上で支へられた單純構と考へ、橋臺の鉛直反力を X_a 及び X_b 、橋脚の水平反力を X_c として之等を不静定未知量に擇ぶ。然るときは X は、次の聯立彈性方程式から求められる。

$$1. \delta_a = \sum P_m \cdot \delta_{ma} - X_a \cdot \delta_{aa} - X_b \cdot \delta_{ab} - X_c \cdot \delta_{ac} + \delta_{at}$$



第 10-3 圖

$$1. \delta_b = \sum P_m \cdot \delta_{mb} - X_a \cdot \delta_{ba} - X_b \cdot \delta_{bb} - X_c \cdot \delta_{bc} + \delta_{bt}$$

$$1. \delta_c = \sum P_m \cdot \delta_{mc} - X_a \cdot \delta_{ca} - X_b \cdot \delta_{cb} - X_c \cdot \delta_{cc} + \delta_{ct}$$

支點不動ならば $\delta_a=0; \delta_b=0; \delta_c=0$ である。又、マックスウェルの法則によつて、 $\delta_{ab}=\delta_{ba}, \delta_{ac}=\delta_{ca}; \delta_{bc}=\delta_{cb}$ の関係がある。又、溫度變化は別個に考慮する可きであるから、上式の $\delta_{at}, \delta_{bt}, \delta_{ct}$ は之から除くことが出来る。但し、斯うした事によつて多少の簡易化を爲し得たとしても此の聯立方程式を解くことは手数を要し、影響線を作る爲の計算は非常に複雑化するであつて、本式から直に X_a, X_b, X_c を求めて部材應力を精算するには相當の手数が掛かるのである。*

上式に含まれた各種の δ は彈性荷重を用ひて解く事が出来る。 $X_a=-1$ に因る m 點の撓み δ_{ma} を求める爲の彈性荷重は、本圖のトラスに對しては、

$$\frac{E \cdot A_c}{\lambda} \cdot w_{m\alpha} = \frac{M_{m\alpha}^0 + M_{m\alpha}^u}{h_m^2} = -\frac{2 B_a \cdot x'_m}{h_m^2}$$

此の彈性荷重は上向きの方を持つてゐる。そして、 A_a の作用點なる a 支點では、

$$\frac{E \cdot A_c}{\lambda} \cdot w_{0\alpha} = \frac{M_{0\alpha}^0 + M_{0\alpha}^u}{h_0^2} = \frac{-1 \cdot l_1 - 1 \cdot l_1}{h_0^2} = -\frac{2l_1}{h_0^2}$$

$$* P_m \cdot \delta_{m\alpha} + \delta_{at} = X_a \cdot \delta_{aa} + X_b \cdot \delta_{ab} + X_c \cdot \delta_{ac} = N_a$$

$$P_m \cdot \delta_{mb} + \delta_{bt} = X_a \cdot \delta_{ba} + X_b \cdot \delta_{bb} + X_c \cdot \delta_{bc} = N_b$$

$$P_m \cdot \delta_{mc} + \delta_{ct} = X_a \cdot \delta_{ca} + X_b \cdot \delta_{cb} + X_c \cdot \delta_{cc} = N_c$$

なる 3 個の聯立方程式の解にデテルミナントを用ひれば、

$$X_a = \frac{A_a}{D}; X_b = \frac{A_b}{D}; X_c = \frac{A_c}{D}$$

但し、

$$D = \begin{vmatrix} N_a & \delta_{ab} & \delta_{ac} \\ N_b & \delta_{bb} & \delta_{bc} \\ N_c & \delta_{cb} & \delta_{cc} \end{vmatrix} \quad A_a = \begin{vmatrix} \delta_{ca} & N_a & \delta_{ac} \\ \delta_{ba} & N_b & \delta_{bc} \\ \delta_{ca} & N_c & \delta_{cc} \end{vmatrix} \quad A_b = \begin{vmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} & N_a \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} & N_b \\ \delta_{ca} & \delta_{cb} & N_c \end{vmatrix} \quad A_c = \begin{vmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} & \delta_{ac} \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} & \delta_{bc} \\ \delta_{ca} & \delta_{cb} & \delta_{cc} \end{vmatrix}$$

$$X_a = \frac{A_a}{D} = \frac{N_a}{D} (\delta_{bb} \cdot \delta_{cc} - \delta_{bc}^2) - \frac{N_b}{D} (\delta_{ab} \cdot \delta_{cc} - \delta_{ac} \cdot \delta_{cb}) + \frac{N_c}{D} (\delta_{ab} \cdot \delta_{bc} - \delta_{ac} \cdot \delta_{bb})$$

$$X_b = \frac{A_b}{D} = -\frac{N_a}{D} (\delta_{ba} \cdot \delta_{cc} - \delta_{ca} \cdot \delta_{bc}) + \frac{N_b}{D} (\delta_{aa} \cdot \delta_{cc} - \delta_{ac}^2) - \frac{N_c}{D} (\delta_{aa} \cdot \delta_{bc} - \delta_{ac} \cdot \delta_{bb})$$

X_c にも同様の形の式が成立する。而して $P_m=1$ 且つ $t=0$ の時は、 $N_a=\delta_{ma}, N_b=\delta_{mb}, N_c=\delta_{mc}$ となる。今、

$$\frac{1}{D} (\delta_{bb} \cdot \delta_{cc} - \delta_{bc}^2) = \alpha_{aa}; -\frac{1}{D} (\delta_{ab} \cdot \delta_{cc} - \delta_{ac} \cdot \delta_{cb}) = \alpha_{ab}; -\frac{1}{D} (\delta_{ba} \cdot \delta_{bc} - \delta_{ac} \cdot \delta_{bb}) = \alpha_{ac}$$

のやうに α を用ひれば、

$$X_a = \alpha_{aa} \cdot \delta_{ma} + \alpha_{ab} \cdot \delta_{mb} + \alpha_{ac} \cdot \delta_{mc}$$

$$X_b = \alpha_{ba} \cdot \delta_{ma} + \alpha_{bb} \cdot \delta_{mb} + \alpha_{bc} \cdot \delta_{mc}$$

$$X_c = \alpha_{ca} \cdot \delta_{ma} + \alpha_{cb} \cdot \delta_{mb} + \alpha_{cc} \cdot \delta_{mc}$$

但し、マックスウェルの法則により、 $\alpha_{ab}=\alpha_{ba}; \alpha_{bc}=\alpha_{cb}; \dots$ である。

$X_a = -1$ に因る m 點の撓み δ_{mb} を求める爲の w は、

$$\frac{E \cdot A_c}{\lambda} \cdot w_{mb} = \frac{M_{mb}^o + M_{mb}^u}{h_m^2} = -2 \frac{A_b \cdot x_m}{h_m^2}$$

此の性質は w_{ms} と同一である。

$X_c = -1$ に因る m 點の撓み δ_{mc} を求める爲の w は、

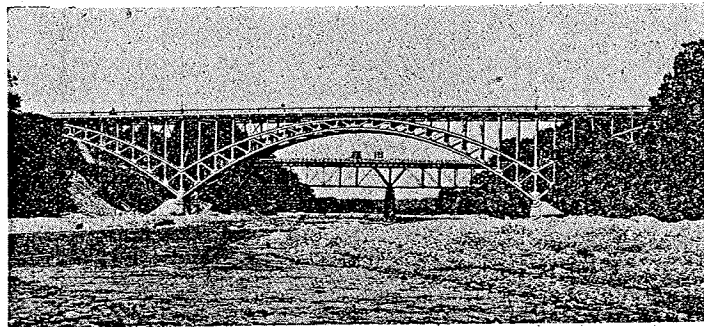
$$\frac{E \cdot A_c}{\lambda} \cdot w_{mc} = \frac{M_{mc}^o + M_{mc}^u}{h_m^2} = \frac{y_m^o + y_m^u}{h_m^2}$$

弾性荷重は下向きに作用し、橋脚の上では左右とも、

$$\frac{E \cdot A_c}{\lambda} \cdot w_o^c = \frac{M_{oc}^o + M_{oc}^u}{h_o^2} = \frac{1 \cdot h_o + 0}{h_o^2} = \frac{1}{h_o}$$

なる弾性荷重が下向きに作用する。

撓み圖を連力圖として作圖するときには、力多角形の極距を $\frac{E \cdot A_c}{\lambda}$ とし、前記各式の右邊を荷重とすれば良いのである。以上の撓みの計算から δ_{cc} を除く各種の δ は求められるが、 δ_{cc} は $\sum S_a^2 \cdot \rho$ から計算しなければならない。



寫眞 10-3 三徑間連續構拱 (晚翠橋)

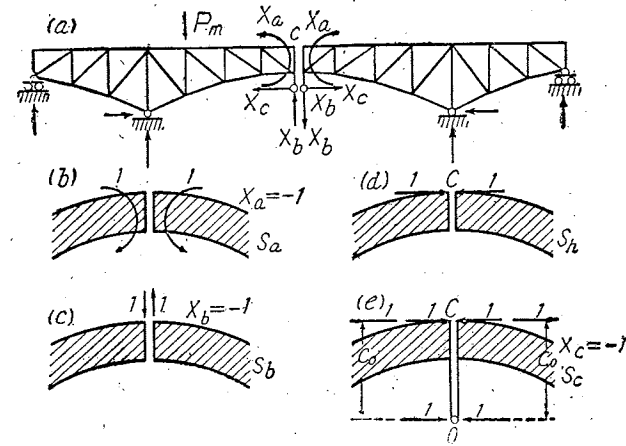
ミュウラア・ブレスラウの方法* 以上に述べた方法は一次不静定或は二次不静定の構造に對する手法を其の儘三次不静定構造に應用したのであつて、斯うした方法は次數に比例して甚だしい手数を要するのである。ミュウラア・ブレスラウは斯くの如き構造に對しては、 X_a ; X_b ; X_c を弾性軸の原點に作用せしめて $\delta_{ab} = 0$; $\delta_{bc} = 0$; $\delta_{ca} = 0$ とせば

$$X_a = \frac{1 \cdot \delta_{ms}}{\delta_{aa}}; \quad X_b = \frac{1 \cdot \delta_{mb}}{\delta_{bb}}; \quad X_c = \frac{1 \cdot \delta_{mc}}{\delta_{cc}}$$

より簡単に不静定未知量を解いて居る。弾性軸に關しては第 11 章無鉸拱に於て之を利用するが、第 10-8 圖の連續拱を第 10-4 圖 (a) の如く考へ、即ち支點は原系の儘に置き、中央部で切斷して左右を分離せしめ、茲に作用してゐた水平方向推力を X_c 、鉛直方向剪斷

* Müller-Breslau. "Graphische Statik" Bd. II, 1. s. 421. 1922.

力を X_b 、曲げモーメントを X_a とし、之等の X を外力として考へ、三者の中で特に X_c は拱頂切斷部に剛結された剛棒 CO の先端 O 點に作用するものとして扱ふのである。寫



第 10-4 圖

眞第 10-3 の晚翠橋には此の趣旨が用ひられて居る。

此の拱頂部に $X_a = -1$ 或は $X_c = -1$ を作用せしめた場合は其の影響は左右に於て對稱的であり、之に反して $X_b = -1$ の作用したときは不對稱となつて、右半に (+) S_a , S_b が生ずるときは左半に於て (-) S_a , S_b が生ずる。依つて、

$$\delta_{ab} = \sum S_a S_b \cdot \rho = 0; \quad \delta_{bc} = \sum S_b S_c \cdot \rho = 0$$

第 10-4 圖 (d) に於て、 -1 が O 點に作用するときの部材應力を S_h とすれば、之を (e) 圖に示すやうに考へる時は (d) 圖の状態に更に $1 \cdot c_0$ なるモーメントが餘分に作用し、即ち (-) $S_a \cdot c_0$ だけの應力が餘分に起るから、全應力は

$$S_c = S_h - S_a \cdot c_0$$

然るときは、

$$\delta_{ac} = \sum S_a S_c \cdot \rho = \sum S_a \cdot S_h \cdot \rho - c_0 \cdot \sum S_a^2 \cdot \rho = \delta_{ah} - c_0 \cdot \delta_{aa}$$

$\delta_{ac} = 0$ たらしめる可き O 點の位置は、

$$c_0 = \frac{\delta_{ah}}{\delta_{aa}} = \frac{\sum S_a \cdot S_h \cdot \rho}{\sum S_a^2 \cdot \rho} \dots \dots \dots (10-6)$$

斯くして弾性軸を撰べば、 $X_a = \delta_{ms} / \delta_{aa}$; $X_b = \delta_{mb} / \delta_{bb}$; $X_c = \delta_{mc} / \delta_{cc}$ が成立するのである。

【算例】 ミュウラア・ブレスラウの解説した三徑間連續構拱の算例を掲げる。寸法は第 10-5 圖並に第 10-1 表に示す通りである。

X_a の算定 $X_a = -1$ の載荷によつて左端 C に生ずる反力は $-1/l_1$ である。

弾性荷重 $w_m = \frac{M_m^o + M_m^u}{h_m^2} \dots \dots \dots m=1 \sim 5$, 及び $m=7 \sim 13$

$$w_6 = \frac{M_{6l}^o + M_{6r}^o}{h_6^2} \dots \dots \dots m=6 \quad (l \text{ は左側, } r \text{ は右側})$$

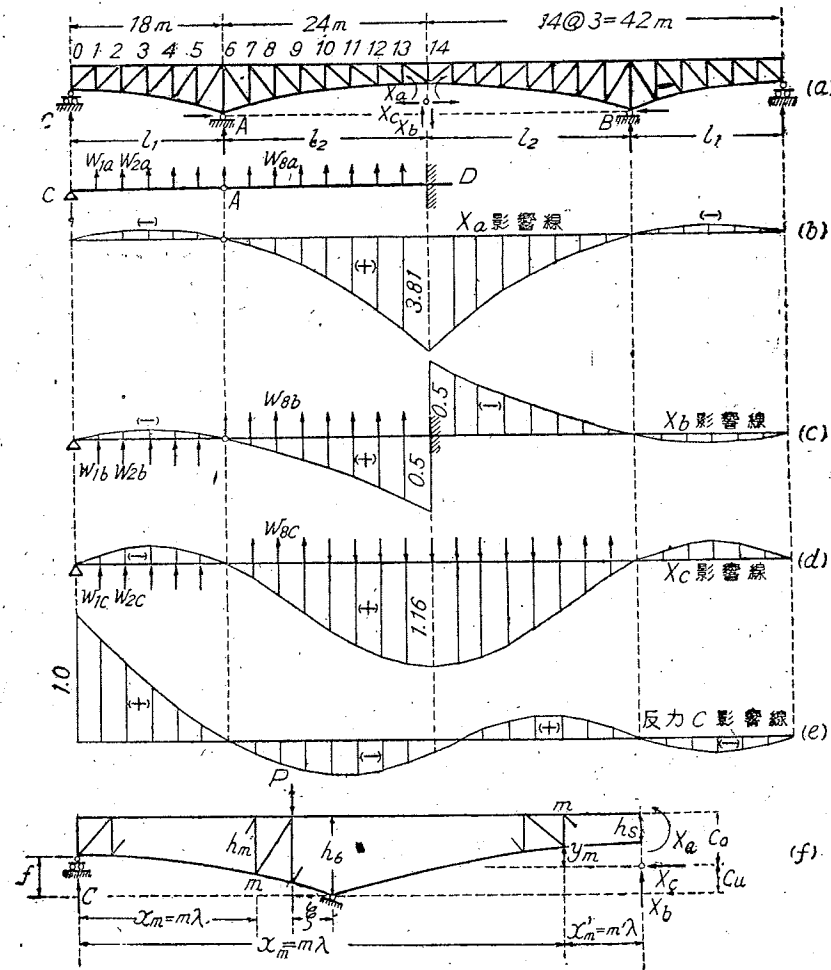
$$w_{14} = \frac{2M_{14}^u}{h_{14}^2} \dots \dots \dots m=14$$

然る時は、側径間に於て $M_{ma}^u = M_{ma}^o = -1 \frac{x_m}{l_1}$; 中央径間に於て $M_{ma}^u = M_{ma}^o = -1$ であるから、之を w の式に入れ2で割れば、

$$w_{m2} = -\frac{x_m}{l_1} \cdot \frac{1}{h_m^2} = -\frac{m}{6h_m^2}; z_{m2} = \frac{M_m^o + M_m^u}{h_m^2} = -\frac{1}{6}mw_{ma}^* \dots \dots m=1\sim 5$$

$$= -\frac{1}{h_m^2}; z_{ma} = \frac{1}{h_m^2} \dots \dots \dots m=6\sim 14$$

$$\delta_{aa} = \sum z_{ma} = -\frac{1}{3} \sum_1^5 mw_{ma} + 2 \sum_6^{13} \frac{1}{h_m^2} + \frac{1}{h_{14}^2} = \frac{1}{3} \cdot 0.908 + 2 \times 2.041 + 0.694 = 5.079$$



第 10-5 図

第 10-1 表

側 径 間	m	h_m	h_m^2	$1/h_m^2$	$w_{ma} = -m/6h_m^2$	$-mw_{ma}$	$w_{mb} = 8w_{ma}$	$w_{mc} = \times 5.9w_{ma}$
	0	1.20	1.44	0.694	0	0	0	0
1	1.33	1.77	0.565	-0.094	0.094	-0.75	-1.11	
2	1.75	3.06	0.327	-0.109	0.218	-0.87	-1.29	
3	2.51	6.30	0.159	-0.079	0.237	-0.63	-0.93	
4	3.64	13.20	0.076	-0.051	0.204	-0.41	-0.60	
5	5.19	26.90	0.037	-0.031	0.155	-0.25	-0.37	
					$-\sum_1^5 mw_{ma} =$	0.908		

中 央 径 間	m	h_m	$1/h_m$	$-w_{ma} = 1/h_m^2$	m'	$w_{mb} = m'w_{ma}$	$w_{mc} = \frac{2.6-h_m}{h_m^2}$
	6	7.20	0.139	0.019	8	-0.15	0
7	5.19	0.193	0.037	7	-0.26	-0.10	
8	3.75	0.267	0.071	6	-0.43	-0.08	
9	2.74	0.365	0.133	5	-0.67	-0.02	
10	2.07	0.483	0.233	4	-0.93	0.12	
11	1.64	0.610	0.372	3	-1.12	0.36	
12	1.38	0.725	0.526	2	-1.05	0.63	
13	1.24	0.806	0.650	1	-0.65	0.88	
14	1.20	0.833	0.694	0	0	0.14	
			$\sum_7^{14} \frac{1}{h_m} = 4.282$	$\sum_6^{13} \frac{1}{h_m^2} = 2.041$			

δ_{ma} は梁 DAC の荷重 w_{ma} に因る曲げモーメントとして求める。即ち静定主系の DAC は、CA 部分は単純梁、AD 部分は片持梁であるから、その各部に就いて撓みを求めれば良いのである。而して片持梁の撓みの求め方は既に第 4 章 § 10 に述べた通りであつて、梁は D にて固定、A にてヒンジ、C にて単純支承とする、此の構造は静定梁であるから $\sum M_0 = 0$ を A なるヒンジの點で設ければ反力 C は求められる。

$$* \delta_{a1} = \frac{EA_c}{\lambda} \sum \frac{S_a^2 \cdot s}{EA} \text{ であるが、上弦に對し } \frac{S_a^2 \cdot s}{EA} = \frac{M_{ma}^u}{h_m^2} \cdot \frac{\lambda}{EA_c}; \text{ 下弦に對して } \frac{S_a^2 \cdot s}{EA} = \frac{M_{ma}^o}{h_m^2} \cdot \frac{\lambda}{EA_c} \text{ であるから、}$$

$$\delta_{aa} = \sum \frac{M_{6r.a}^o + M_{6r.a}^u}{h_m^2} = \sum z_{ma} \dots \text{ 但し、} m=1\sim 5 \text{ 及び } m=7\sim 13.$$

$$m=6 \text{ に對しては } z_{ma} = z_{6a} = \frac{M_{6r.a}^o + M_{6r.a}^u}{h_6^2}, m=14 \text{ に對しては } z_{14} = \frac{2M_{14.a}^u}{h_{14}^2} \text{ となる。}$$

δ_{bb} 及び δ_{cc} に對しても同様である。即ち、 $\delta_{bb} = \sum z_{mb}; \delta_{cc} = \sum z_{mc}.$

$$C = \frac{-1}{6}(0.094 \times 5 + 0.10) \times 4 + 0.079 \times 3 + 0.051 \times 2 + 0.031 = -0.21 \therefore A = -0.15$$

曲げモーメントの計算には第4章 § 16 の算例に示した剪断力利用の便法を用ひれば、0~6 の間で

Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	Q ₆
-0.21	-0.12	-0.01	+0.07	+0.12	+0.15
M _{1+λ}	M _{2+λ}	M _{3+λ}	M _{4+λ}	M _{5+λ}	M _{6+λ}
-0.21	-0.33	-0.34	-0.27	-0.15	0

は、例へば Q₂ = -0.21 + 0.09 = -0.12 ; M_{2+λ} = -0.21 - 0.12 = -0.33 として AD の間は D 端固定の片持梁とし、之に w₆₁ ~ w_{13a} 及び 6 に反力 A が作用するものとして曲げモーメントを求めれば、

$$M_7 : \lambda = 0.17 \quad M_8 + \lambda = 0.38 \quad M_9 + \lambda = 0.66 \quad M_{10} + \lambda = 1.07$$

$$M_{11} + \lambda = 1.71 \quad M_{12} + \lambda = 2.72 \quad M_{13} + \lambda = 4.26 \quad M_{14} + \lambda = 6.45$$

$$X_a = \frac{\delta_{m2}}{\delta_{a2}} = \frac{M}{\delta_{aa}} = \frac{M + \lambda}{\frac{1}{3} \delta_{aa}} = 0.591 \frac{M}{\lambda}$$

X _{a0}	X _{a1}	X _{a2}	X _{a3}	X _{a4}	X _{a5}	X _{a6}	X _{a7}
0	-0.124	-0.195	-0.201	-0.160	-0.089	0	0.100
X _{a8}	X _{a9}	X _{a10}	X _{a11}	X _{a12}	X _{a13}	X _{a14}	
0.225	0.390	0.632	1.011	1.608	1.518	3.812	

X_b の算定 X_b = -1 の荷重によつて左端 C に生ずる反力は $-1 \cdot \frac{l_2}{l_1}$ である。

弾性荷重に含まれる曲げモーメントは、

$$\text{側径間に對し} \dots M_{mb}^o = M_{mb}^u = -\frac{l_2}{l_1} x_m ; \text{中央径間に對し} \dots M_{mb}^o = M_{mb}^u = -1 \cdot x_m'$$

$$w_{mb} = -2 \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{x_m}{h_m^2} = -2 \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{m}{h_m} \lambda ; w_{mb} = -2 \frac{x_m'}{h_m^2} = -2 \frac{m'}{h_m^2} \lambda$$

$$\text{側径間に對し} \dots w_{mb} = -8 \cdot \frac{m}{6 h_m^2} = 8 w_{ma} ; \text{中央径間に對し} \dots w_{mb} = -\frac{m'}{h_m^2}$$

之等の値は第 10-1 表に既に示した通りである。茲に注意すべきは、拱頂部剪断力なる X_b は拱頂に P=1 の作用する時その値が X_{b14} = 0.5 である事であつて、この關係から δ_{bb} を求めずして X_{bm} が解けるのである。

$$\frac{X_{bm}}{X_{b14}} = \frac{M_m}{M_{14}} \therefore X_{bm} = 0.5 \frac{M_m}{M_{14}}$$

之から X_b を求めれば、

X _{b0}	X _{b1}	X _{b2}	X _{b3}	X _{b4}	X _{b5}	X _{b6}	X _{b7}
0	-0.030	-0.047	-0.048	-0.038	-0.021	0	0.024
X _{b8}	X _{b9}	X _{b10}	X _{b11}	X _{b12}	X _{b13}	X _{b14}	
0.052	0.089	0.136	0.200	0.284	0.386	0.500	

中央より右側に P=1 が荷重したときの X_b は上記と正負を逆にした力である。

X_c の算定 X_c の作用點 O を求める事が先決である。X_c = -1 が O 點に作用する時の左端反力 C は $-1 \frac{c_u}{l_1}$ であつて、

$$M_c^u = M_c^o = -\frac{c_u \cdot x}{l_1} = -\frac{c_u \cdot m}{6} \dots m=1 \sim 6 ; M_a^u = M_a^o = -\frac{x}{l_1} = -\frac{m}{6} \dots m=1 \sim 5$$

$$\left. \begin{aligned} M_{c1}^o = -1 \cdot c_u ; M_{c7}^o = 1 \cdot c_o \dots m=6 \\ M_c^o = 1 \cdot c_o ; M_c^u = 1 \cdot y \dots m=7 \sim 14 \end{aligned} \right\} ; M_a^u = M_a^o = -1 \dots m=6 \sim 14$$

上式には c_u, c_o が含まれてゐるから、茲では c_o を求める爲には第 10-6 式を其儘利用するを避けて、次法によつて c_u, c_o を定める。

$$\delta_{ac} = \sum \frac{S_a S_c \cdot s}{EA} = 0 \therefore \sum \frac{M_a \cdot M_c}{h^2} = 0$$

即ち、

$$\sum \left(\frac{M_a^u M_c^u + M_a^o M_c^o}{h^2} \right)_m + \left\{ \frac{(M_a^o M_c^o)_i + (M_a^u M_c^u)_r}{h^2} \right\}_6 + \left(\frac{M_a^u M_c^o}{h^2} \right)_{14} = 0$$

第 1 項は m=1~5 及び m=7~13 ; 第 2 項は m=6, 第 3 項は m=14 である。

$$\left. \begin{aligned} 2 \sum_1^5 \frac{m}{6} \cdot \frac{c_u m}{6 h_m^2} + \frac{c_u}{h_6^2} - \sum_6^{13} \frac{c_o}{h_m^2} - \sum_7^{14} \frac{y_m}{h_m^2} = 0 \\ -\frac{c_u}{3} \sum_1^5 m w_{ma} - c_o \left(2 \sum_6^{13} \frac{1}{h_m^2} + \frac{1}{h_{14}^2} \right) + \sum_6^{14} \frac{1}{h_m} = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} y_m = c_o - h_m \\ c_u = h_6 - c_o = 7.2 - c_o \end{aligned}$$

$$c_o = \frac{-\frac{h_6}{3} \sum_1^5 m w_{ma} + \sum_6^{14} \frac{1}{h_m}}{-\frac{1}{3} \sum_1^5 m w_{ma} + 2 \sum_6^{13} \frac{1}{h_m^2} + \frac{1}{h_{14}^2}} = \frac{2.4 \times 0.908 + 4.282}{\frac{1}{3} \times 0.908 + 2 \times 2.041 + 0.694} = 1.27 \text{ m}$$

$$c_u = 7.2 - 1.27 = 5.93 \text{ m}$$

$$w_{mc} = -2 \frac{c_u m}{6 h_m^2} = 2 c_u w_{ma} = 12.0 w_{ma} \dots m=1 \sim 5$$

$$z_{mc} = 2 \frac{c_u^2}{6^2} \cdot \frac{m^2}{h_m^2} = -\frac{1}{3} c_u^2 w_{ma}$$

$$w_{mc} = \frac{c_o + y_m}{h_m^2} = \frac{2c_o - h_m}{h_m^2} ; z_{mc} = \frac{c_o^2 + y_m^2}{h_m^2} = 2 \frac{c_o^2}{h_m^2} - 2 \frac{c_o}{h_m} + 1 \dots m=7 \sim 13$$

$$w_{6c} = -\frac{c_u}{h_6^2} + \frac{c_o}{h_6^2} ; z_{6c} = \frac{c_u^2 + c_o^2}{h_6^2} \dots m=6$$

$$w_{14c} = 2 \frac{y_{14}}{h_{14}^2} = 2 \frac{c_o - h_{14}}{h_{14}^2} ; z_{14c} = 2 \frac{y_{14}^2}{h_{14}^2} = 2 \frac{c_o^2}{h_{14}^2} - 4 \frac{c_o}{h_{14}} + 2 \dots m=14$$

$$\delta_{cc} = \sum z_{mc} = -\frac{2}{3} c_u^2 \sum_1^5 m w_{ma} + 2 \frac{c_u^2 + c_o^2}{h_6^2} + 2 \sum_7^{13} \left(2 \frac{c_o^2}{h_m^2} + 2 \frac{c_o}{h_m} + 1 \right) + 2 \frac{c_o^2}{h_{14}^2} - 4 \frac{c_o}{h_{14}} + 2$$

$$= -\frac{2}{3} c_u^2 \sum_1^5 m w_{ma} + 2 \frac{c_u^2 + c_o^2}{h_6^2} + 4 c_o^2 \sum_7^{13} \frac{1}{h_m^2} + 2 \frac{c_o^2}{h_{14}^2} - 4 c_o \sum_7^{14} \frac{1}{h_m} + 16$$

$$= -\frac{2}{3} c_u l_6 \sum_1^5 m w_{ma} - 2c_o \sum_6^{14} \frac{1}{l_m} + 18 = 32.22$$

δ_{mc} 影響線は、DA 部分については δ_{ma} , δ_{mb} に於けるやうに D で固定された DA なる片持梁と考へても良いが、単純梁 CA 及び AB に w_c なる荷重の載つた時のモーメント圖としても之を畫き得るのである。

$$X_c = \frac{M+\lambda}{\delta_{cc}+\lambda} = \frac{3}{32.22} \cdot \frac{M}{\lambda} = 0.0931 \frac{M}{\lambda}$$

<i>m</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$M+\lambda$	-2.51	-3.91	-4.02	-3.20	-1.78	0	1.86	3.82	5.86	7.92	9.86	11.44	12.39	12.46
X_{cm}	-0.234	-0.364	-0.374	-0.298	-0.166	0	0.173	0.356	0.546	0.737	0.918	1.065	1.154	1.160

左端支點反力 C $P=1$ が支點 A の左方 ξ なる距離にあるとき、左端支點の反力 C は、 $C \cdot l_1 = 1 \cdot \xi + X_b \cdot l_2 + X_a + X_c \cdot c_u$ であるから、

$$C = \frac{1}{18} (\xi + 24 X_b + X_a + 5.9 X_c)$$

P が中央點 (14) より右方に在るときは上式の ξ は零である。C の値は次の通り。

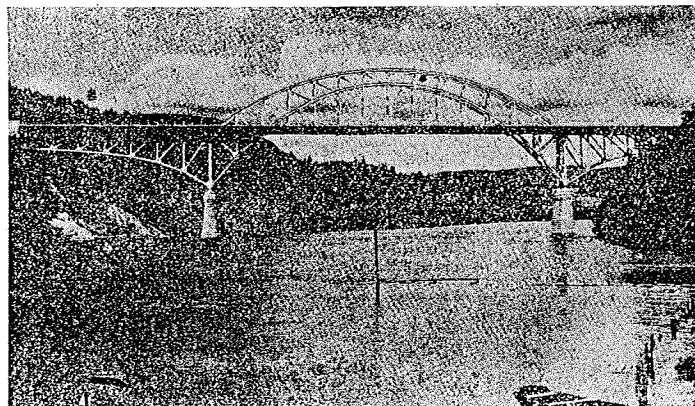
<i>m</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
左	0.71	0.47	0.30	0.18	0.08	0	-0.07	-0.13	-0.18	-0.21	-0.21	-0.18	-0.13	-0.07
右	-0.04	-0.07	-0.07	-0.06	-0.03	0	0.03	0.06	0.08	0.10	0.09	0.03	0.00	-0.07

等温度變化に因る X

$$X_{at} = -2 \frac{f}{l_1} \cdot \frac{\epsilon \cdot E \cdot t \cdot A_c}{\lambda \delta_{aa}} = -2 \frac{6.0}{18.0} \cdot \frac{250 \times 35 \times A_c}{3.0 \times 5.0} = -400 A_c$$

$$X_{ct} = 2 \left(l_2 - \frac{f^2}{l_1} \right) \frac{\epsilon \cdot E \cdot t \cdot A_c}{\lambda \delta_{cc}} = 2 \left(24 - \frac{36}{18} \right) \frac{250 \times 35 A_c}{3 \times 22} = 4,000 A_c$$

此の構拱の温度變化に因る影響は尠少ではないから、腹材の影響をも加算して次式から求める方が



寫眞 10-4

$$X_{at} = \frac{\delta_{at}}{\sum S_a^2 \frac{s}{EA}}$$

$$X_{ct} = \frac{\delta_{ct}}{\sum S_c^2 \frac{s}{EA}}$$

$$\delta_{at} = -2 \frac{f}{l_1} \epsilon t ;$$

$$\delta_{ct} = 2 \left(l_2 - \frac{f^2}{l_1} \right) \epsilon t .$$

部材應力 側徑間部材應力は、P に因る反力 C が既知であるから、支點 C の方の側を常に考へれば此の單純トラスの應力は容易に解けるのである。中央徑間は先端に X_a , X_b , X_c の作用してゐる片持のトラスであつて之の應力も亦容易に解きうるのである。

高次不静定型式の場合 次数の極めて低い不静定構造、例へば前章の一次不静定拱のやうな構造の不静定未知量は比較的容易に解き得るのであるが、本章に述べたやうな構造は次数が左程高くないにも關らず其の解法は決して簡單ではない。茲に聯立彈性方程式を簡單に解く爲の操作が必要である。一般彈性方程式は、 $X_a=1 ; X_b=1 ; X_c=1 \dots$ の假想正單位荷重を用ひれば、

$$\delta_a + L_a = \sum P_m \delta_{ma} + X_a \delta_{aa} + X_b \delta_{ab} + \dots + X_n \delta_{an} + \delta_{at}$$

$$\delta_b + L_b = \sum P_m \delta_{mb} + X_a \delta_{ba} + X_b \delta_{bb} + \dots + X_n \delta_{bn} + \delta_{bt}$$

$$\delta_c + L_c = \sum P_m \delta_{mc} + X_a \delta_{ca} + X_b \delta_{cb} + \dots + X_n \delta_{cn} + \delta_{ct}$$

$$\dots = \dots$$

$$\delta_n + L_n = \sum P_m \delta_{mn} + X_a \delta_{na} + X_b \delta_{nb} + \dots + X_n \delta_{nn} + \delta_{nt}$$

之にデテルミナントを用ひうる限度は $n=2$ である。若し何等かの手段を採つて $\delta_a = \delta_b = \delta_c = \delta_n = \delta_{na} = \delta_{nb} = \dots = \delta_{nk} = \delta_{ki}$ を零とすることが可能であれば、式は

$$\left. \begin{aligned} \delta_a + L_a &= \sum P_m \delta_{ma} + X_a \delta_{aa} + \delta_{at} \\ \delta_b + L_b &= \sum P_m \delta_{mb} + X_b \delta_{bb} + \delta_{bt} \\ \delta_c + L_c &= \sum P_m \delta_{mc} + X_c \delta_{cc} + \delta_{ct} \\ \dots &= \dots \\ \delta_n + L_n &= \sum P_m \delta_{mn} + X_n \delta_{nn} + \delta_{nt} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10-7)$$

となり、各式から單獨に X_a, X_b, \dots を解き得るのであつて、前記三徑間連續構拱の場合はその一解法を示すのである。

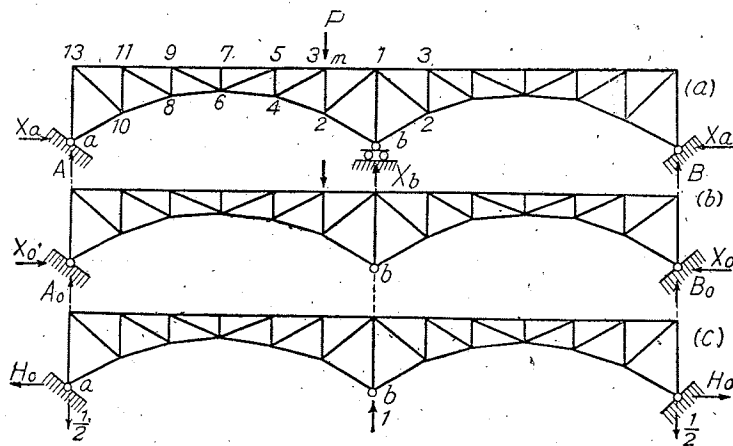
n 次不静定彈性方程式の各式には δ_{ik} が $(n-1)$ 個あり、依つて n 個の彈性方程式には $n(n-1)$ 個だけ存在するのであるが、 $\delta_{ik} = \delta_{ki}$ なるマックスウェルの法則を適用すれば、實際には $\frac{1}{2} n(n-1)$ 個となり、即ち $\frac{1}{2} n(n-1)$ 個の δ_{ik} をして零たらしめれば目的は足りるのであり、ミュウラアの群荷重解法は其の爲の一方法である。此の聯立方程式を解く爲に一方に於てガウスの消去法が用ひられると共に次数の高い場合には彈性方程式が 3 項方程式で示し得るやうに不静定力(或はモーメント)を撰べば比較的容易に未知量が解き得るのである。又、主系は既に示した解法にあつては之を静定構造としたのであるが、未

知量を含む不静定構造を主系として解を進めるのも簡易解法の一つである。

§ 4. 二径間連続構拱

第 10-6 圖 (a) に示す二径間連続構拱は、左右兩支點はヒンジ支承、中央支點は可動支承、仍て二次不静定構造である。若し不静定未知量を X_a, X_b とすれば其の大きさは前掲第 10-2 式、或は

$$X_a = \frac{\delta_{ma} - \frac{\delta_{ba}}{\delta_{bb}} \cdot \delta_{mb}}{\delta_{aa} - \frac{\delta_{ba}}{\delta_{bb}} \cdot \delta_{ba}} ; X_b = \frac{\delta_{mb} - \frac{\delta_{ba}}{\delta_{aa}} \cdot \delta_{ma}}{\delta_{bb} - \frac{\delta_{ba}}{\delta_{aa}} \cdot \delta_{ba}} \dots\dots (10-18)$$



第 10-6 圖

此の式は、分母子第二項が零値となるやうに爲すことが出来れば式は簡易となるのであり本節では第 10-6 圖 (b) の一次不静定構を主系に撰び反力 X_b を荷重として考へる。

最初に中央支點の無い場合 ($X_b=0$ の場合) を考へて、(b) 圖のやうに X_a を以て其の場合の不静定反力とすれば、

$$X_a = \frac{\delta_{ma}}{\delta_{aa}} \dots\dots (10-19)$$

静定主系 (a 點を可動支點とした構造) に $X_a=1$ なる假想荷重を與へたときの上弦格點鉛

* Siegmund Müller, "Zur Berechnung mehrfach statisch unbestimmter Tragwerke" 1907.
 ** Hartmann, F. "Die statisch unbestimmten System des Eisen- und Eisenbetonbaues", Berlin, 1922

直變位 δ_{mb} 及び a 點の水平變位 δ_{aa} は容易に求められるのであるから、従つて X_a も亦容易に求められるのである。

原系 (二次不静定構造 (a) 圖) の橋脚反力 X_b は、

$$X_b = \frac{\delta_{mb}}{\delta_{bb}} \dots\dots (10-10)$$

によつて表すことが出来る。但し、 δ_{mb} は一次不静定構造 ((b) 圖) の b 點に $X_b=1$ を作用せしめた時の上弦格點の鉛直變位であり、 δ_{bb} は其の場合の b 點の鉛直變位であつて、普通に於けるやうに $P=0, X_a=0$ の状態の變位とは意味を異にし、 X_a は零では無く、 $X_b=1$ の作用によつて左右兩支點には水平反力 H_o が生ずるのである。此の H_o の値は、第 10-19 式に依つて計算する事が出来る。此の式の δ_{ma} は X_b の場合は上弦格點の變位であるに對し、 H_o の場合は下弦格點の變位であつて、鉛直材の伸 (縮) だけ大きさが違ふのである。之を式で示せば、

$$H_o = \frac{\delta_{na}}{\delta_{aa}}$$

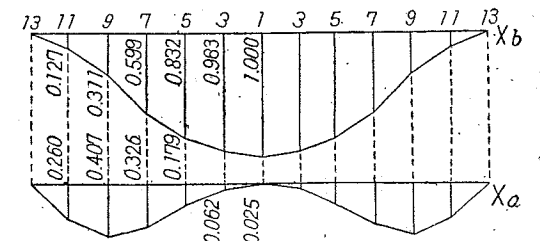
H_o を求め此の影響を加算すればこの一次不静定構造に作用する總ての外力は既知量であるから、之によつて應力を求め此の應力に基づく部材の伸びを計算すれば、 δ_{mb} 及び δ_{bb} がウヰリオ圖或は計算から求められて X_b の値は定る。然るときは原系の左右支點水平反力は、

$$X_a = X_a - X_b \cdot H_o \dots\dots (10-11)$$

から求められるのである。

【例題】 第 10-6 圖の二径間連続構拱の各支間は、 $l=6@4.00=24\text{m}$ 、支點上構高は $h=6\text{m}$ 、その他の寸法は次表通りとして、反力 X_a, X_b を求む。

結果は次表に示す通りであるが、最初に (b) 圖の一次不静定構造と看做した場合の水平反力 X_a を求める爲に、 $X_b=1$ の作用する状態の應力 S_1 及び之に因る部材の伸び Δs を算出して (I) 欄を作り、此の値に基いてウヰリオ圖或は計算から各點の變位 (撓み) δ_{ma} 及び δ_{aa} を求める。かくして X_a が第 10-19 式によつて定まる。次に、 $X_b=1$ の作用する状態に於て、前述の関係によつて H_o を求め、次に之等の諸力の作用によつて ((c) 圖)、各部材に生ずる應力 S_2 及び之に因る部材の伸び Δs を算出し、此の



第 10-7 圖

値に基いて各點の變位, δ_{mb} 及び δ_{bb} を求めれば, 第 10-10 式から X_b が定まる。然るときは第 10-11 式から X_a が求められるのである,

第 10-2 表

部 材	部 材 長 s (mm)	(I)		(II)		
		S_1	Δs (mm)	S_2	Δs (mm)	
b - 1	6000	1.122	3.33	-0.110	-0.33	
2 - 3	3778	0.531	1.00	-0.260	-0.49	
4 - 5	2442	0.278	0.34	-0.470	-0.57	
6 - 7	2000	0	0	0	0	
8 - 9	2442	0.278	0.34	0.360	0.44	
10 - 11	3778	0.531	1.00	0.040	0.08	
a - 13	6000	0.556	1.67	-0.174	-0.52	
1 - 2	5502	-0.810	-2.23	0.084	0.23	
3 - 4	4667	-1.010	-2.37	0.492	1.16	
5 - 6	4472	-0.620	-1.39	1.042	2.34	
6 - 9	4472	-0.620	-1.39	-0.788	-1.76	
8 - 11	4687	-1.010	-2.37	-0.064	-0.15	
10 - 13	5502	-0.810	-2.23	0.260	0.72	
1 - 3	4000	0.588	1.18	1.930	3.86	
3 - 5	"	1.445	2.89	1.508	3.02	
5 - 7	"	2.000	4.00	0.572	1.14	
7 - 9	"	2.000	4.00	0.572	1.14	
9 - 11	"	1.445	2.89	-0.130	-0.26	
11 - 13	"	0.588	1.18	-0.185	-0.37	
b - 2	4576	-1.146	-2.63	-0.896	-2.05	
2 - 4	4216	-1.667	-3.51	-0.754	-1.59	
4 - 6	4025	-2.456	-4.94	-0.294	-0.59	
6 - 8	4025	-2.456	-4.94	1.352	2.72	
8 - 10	4216	-1.667	-3.51	1.476	3.11	
10 - a	4576	-1.146	-2.63	1.384	3.17	
載 荷 點	(III)				(H ₀ =1.195)	
	X_a	X_b	$-X_b \cdot H_0$	X_a		
13	0	0	0	0		
11	0.412	0.127	-0.152	0.260		
9	0.773	0.311	-0.372	0.401		
7	1.043	0.599	-0.717	0.326		
5	1.173	0.832	-0.997	0.179		
3	1.213	0.963	-1.151	0.062		
1	1.214	1.000	-1.189	0.025		

X_a 及び X_b の影響線は第 10-7 圖のやうな形となる。