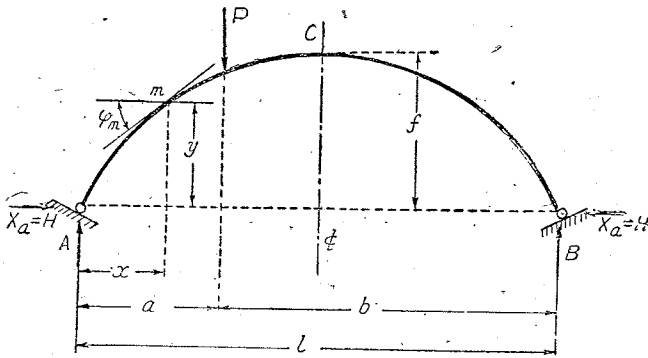


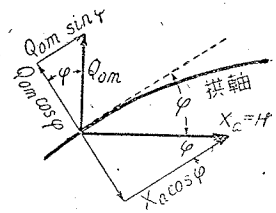
# 第 9 章 二 鉸 拱

## §1. 水平反力一般式

二鉸拱は一次の不静定構造に屬し、1 個の不静定反力を有す。水平反力  $X_a=H$  を以て此の不静定反力とすれば、主系は支間  $l$  なる單純曲線梁となり、従つて鉛直反力は容易に求め得られるのである。茲に上向力を (+) とし、又曲げモーメントは時計の針の方向を (+) とする。



第 9-1 圖



第 9-2 圖

$$A = \frac{b}{l} P ; B = \frac{a}{l} P \dots\dots\dots (9-1)$$

任意點  $m$  の曲げモーメント、推力、剪斷力は既に述べたる所により、

$$M_m = M_o - M_a \cdot X_a$$

$$N_m = N_o - N_a \cdot X_a$$

$$Q_m = Q_o - Q_a \cdot X_a$$

此の式中、 $X_a = -1$  の荷重状態に依つて生ずべき  $M_a, N_a, Q_a$  は、第 9-1 圖から、  
 $M_a = 1 \cdot y ; N_a = 1 \cdot \cos \varphi ; Q_a = 1 \cdot \sin \varphi$  であるから、

$$\left. \begin{aligned} M_m &= M_o - y \cdot X_a & ; & M_o = M_{om} \\ N_m &= N_o - \cos \varphi \cdot X_a & ; & N_o = Q_{om} \cdot \sin \varphi \\ Q_m &= Q_o - \sin \varphi \cdot X_a & ; & Q_o = Q_{om} \cdot \cot \varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9-2)$$

不静定反力  $X_a$  は可能變位法則に基く彈性方程式、カステリアノの定理、等から求め

られる。

弾性方程式に基づく  $X_a$  の解法

$$\delta_a + L = \sum P_m \cdot \delta_{m1} - X_a \cdot \delta_{aa} + \delta_{at}$$

此の式に於て  $X_a$  は支點に作用するから  $\delta_a + L$  は  $\delta_a$  にて示され、

$$X_a = \frac{\sum P_m \cdot \delta_{m1} + \delta_{at} - \delta_a}{\delta_{aa}} \dots \dots \dots (9-3)$$

式中、  $\sum P_m \cdot \delta_{m1} = \int M_o M_a \frac{ds}{EI} + \int N_o N_a \frac{ds}{EA} + \int Q_o Q_a \frac{ds}{GA}$

$$\delta_{at} = \int M_a \cdot \varepsilon \cdot \Delta t \cdot \frac{ds}{h} + \int N_a \cdot \varepsilon \cdot t_o \cdot ds$$

$$\delta_{aa} = \int M_a M_a \frac{ds}{EI} + \int N_a N_a \frac{ds}{EA} + \int Q_a Q_a \frac{ds}{GA}$$

$$M_a = 1 \cdot y ; N_a = 1 \cdot \cos \varphi ; Q_a = 1 \cdot \sin \varphi$$

依つて、拱軸の長さを  $l$  とすれば、

$$X_a = \frac{\int_0^l \left( \frac{M_o}{EI} y + \frac{N_o}{EA} \cos \varphi + \frac{Q_o}{GA} \sin \varphi + \varepsilon \cdot \Delta t \cdot \frac{y}{h} + \varepsilon \cdot t_o \cdot \cos \varphi \right) ds - \delta_a}{\int_0^l \left( \frac{y^2}{EI} + \frac{\cos^2 \varphi}{EA} + \frac{\sin^2 \varphi}{GA} \right) ds} \dots \dots \dots (9-4)$$

第 9-4 式に於て、支點不動であるときは、 $\delta_a = 0$  である。

カステリアノ定理に基づく  $X_a$  の解法

充腹構造に対する實際仕事の方程式は

$$W = \frac{1}{2} \sum P \cdot \delta$$
$$= \frac{1}{2} \int \frac{M^2}{EI} ds + \frac{1}{2} \int \frac{N^2}{EA} ds + \frac{1}{2} \int \frac{Q^2}{GA} ds + \int M \cdot \varepsilon \cdot \frac{\Delta t}{h} ds + \int N \cdot \varepsilon \cdot t_o ds$$

之にカステリアノの第一定理を適用すれば、

$$-\delta_a = \frac{\partial W}{\partial X_a} = \int_0^l \left( \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial X_a} + \frac{N}{EA} \frac{\partial N}{\partial X_a} + \frac{Q}{GA} \frac{\partial Q}{\partial X_a} + \varepsilon \cdot \frac{\Delta t}{h} \frac{\partial M}{\partial X_a} + \varepsilon \cdot t_o \cdot \frac{\partial N}{\partial X_a} \right) ds$$

にして、第 9-2 式より  $\frac{\partial M}{\partial X_a} = -y ; \frac{\partial N}{\partial X_a} = -\cos \varphi ; \frac{\partial Q}{\partial X_a} = -\sin \varphi$  であるから

$$-\delta_a = - \int_0^l \left( \frac{M_o}{EI} y + \frac{N_o}{EA} \cos \varphi + \frac{Q_o}{GA} \sin \varphi + \varepsilon \cdot \frac{\Delta t}{h} y + \cos \varphi \cdot \varepsilon \cdot t_o \right) ds$$

$$+ X_a \int_0^l \left( \frac{y^2}{EI} + \frac{\cos^2 \varphi}{EA} + \frac{\sin^2 \varphi}{GA} \right) ds$$

を得るから、之から第 9-4 式が得られるのである。

拱弦公式による解法

剪断力及び温度變化の影響を省略せる拱弦公式 (第 4-6.b 式)

$$4l = \int \frac{M_m}{EI} y ds + \int \frac{N_m}{EA} \cos \varphi ds$$

に於て、 $4l = 0$  となし、且つ  $M_m, N_m$  に第 9-2 式を代入すれば、之からも  $X_a$  を求め得るのである。

$X_a$  の値に及ぼす諸影響

$X_a$  の算定に於ては、荷重による影響と温度變化による影響とを區別するを便とする。前者及び後者に對する不靜定反力の値を夫々  $X_a$  及び  $X_{at}$  を以て示せば、 $ds \cdot \cos \varphi = dx$  であるから、一般式は、(但し  $\delta_a = 0$ )

$$X_a = \frac{\int_0^l \frac{M_o}{EI} y ds + \int_0^l \frac{N_o}{EA} dx + \int_0^l \frac{Q_o}{GA} \sin \varphi ds}{\int_0^l \frac{y^2}{EI} ds + \int_0^l \frac{\cos \varphi}{EA} dx + \int_0^l \frac{\sin^2 \varphi}{GA} ds} \dots \dots \dots (9-5)$$
$$X_{at} = \frac{\varepsilon \cdot t_o \cdot l + \varepsilon \cdot \int_0^l \frac{\Delta t}{h} \cdot y \cdot ds}{\int_0^l \frac{y^2}{EI} ds + \int_0^l \frac{\cos \varphi}{EA} dx + \int_0^l \frac{\sin^2 \varphi}{GA} ds}$$

二鉸充腹拱の設計に於て、拱軸が扁平なる形狀を有する場合は、剪断力の影響は比較的小さいから、第 9-5 式に於て剪断力に關係ある項は之を省略するを普通とする。又扁平ならざる拱に於ては、推力の影響は曲げモーメントの影響に比較すれば比較的小さいから之に關係ある項は之を省略することがある。推力の項は假令之を考慮する場合にも  $N = N_o - N_a \cdot X_a$  に於て  $N_o$  の値は比較的小さいから  $N = -N_a \cdot X_a$  とすことが多い。又  $X_{at}$  に於て上下兩縁の温度差たる  $\Delta t$  は之を無視するを普通とする。

拱肋斷面積  $A$  及び其の慣性モーメント  $I$  が變化する場合には各項の積分に手数を要するから、拱頂點の  $A$  及び  $I$  を夫々、 $A_c, I_c$  として、

$$A \cos \varphi = A_c ; I \cos \varphi = I_c$$

なる假定を設ける事がある。然るときは  $X_a$  の算定式は甚だ簡單となるのである。

§ 2. 二鉸充腹拱解法 其一

此の場合に於ては拱軸線を任意の形状とする。

1)  $X_a$  影響線

剪断力の影響及び  $N_o$  を省略するときは ( $E$ =定値),

$$X_a = \frac{\int_0^l \frac{M_o}{I} y ds}{\int_0^l \frac{y^2}{I} ds + \int_0^l \frac{\cos \varphi}{A} dx}$$

$$X_a = \frac{\int_0^l \frac{M_o}{I \cos \varphi} y dx}{\int_0^l \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + \int_0^l \frac{\cos \varphi}{A} dx} \dots \dots \dots (9-6)$$

分子の  $\int_0^l \frac{M_o}{I \cos \varphi} y dx$  に於て  $M_o$  は支間  $l$  なる単純梁の  $n$  點に作用する 1 なる荷重による曲げモーメントであつて (第 9-3 圖),

$$M_o = M_{on} = \frac{(l-a)x}{l} \dots \dots \dots x < a$$

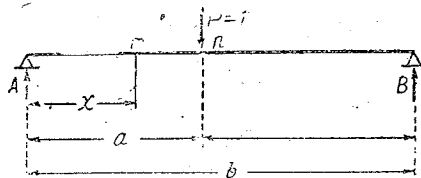
$$= \frac{(l-x)a}{l} \dots \dots \dots x > a$$

依つて  $\frac{M_o y}{I \cos \varphi} dx$  に於て

$$\frac{y}{I \cos \varphi} = w \text{ とするときは,}$$

$$\frac{M_o y}{I \cos \varphi} dx = \frac{(l-a)x}{l} w dx \dots \dots \dots x < a$$

$$= \frac{(l-x)a}{l} w dx \dots \dots \dots x > a$$



第 9-3 圖

今第 9-3 圖に於て  $m$  點に  $w dx$  なる假想荷重 (彈性荷重) が載つてゐると考へれば, この荷重による  $n$  點の曲げモーメントは,

$$M_{on} = \frac{(l-a)x}{l} w dx \dots \dots \dots x < a$$

$$= \frac{(l-x)a}{l} w dx \dots \dots \dots x > a$$

然るときは  $\frac{M_o y}{I \cos \varphi} dx = M_o w \cdot dx = M_{on}$

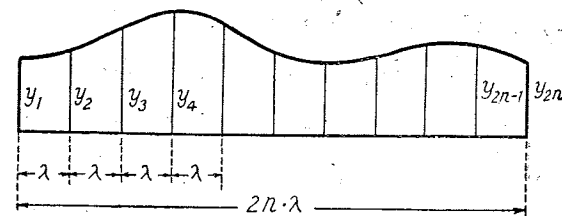
茲に,  $\frac{M_o y}{I \cos \varphi} dx$  は任意點  $m$  に  $\frac{y}{I \cos \varphi} dx = w dx$  なる荷重のある場合の  $n$  點の曲げモ

ーメントに等しいと考へられ,  $\int_0^l \frac{M_o y}{I \cos \varphi} dx$  は支間  $l$  なる単純梁に  $\frac{y}{I \cos \varphi} = w$  なる強度を有する分布荷重の載るとき  $P=1$  の作用點  $n$  の全曲げモーメントを示すものと考へることが出来る。かゝる曲げモーメントは連力圖を利用する圖解法によつても容易に求められるのである。

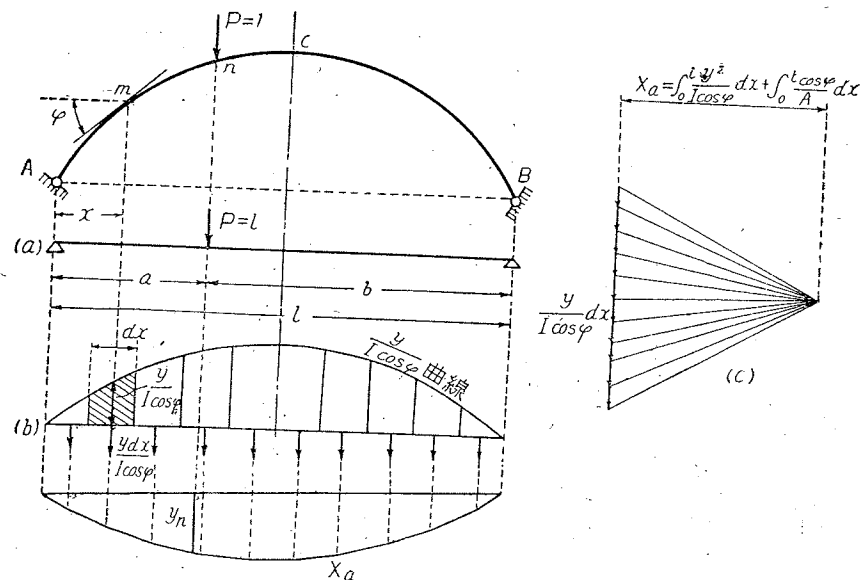
分母の二つの項は計算によつて之を算出する。その場合の積分はシンプソンの法則 (Simpson's Rule) に據るのが便利である。

$$\text{面積 } A = \frac{1}{3} \lambda (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 4y_{2n-1} + y_{2n}) \dots \dots (9-7)$$

之等の結果を利用して圖解的に  $X_a$  を求めやうとするには, 次に示す方法によるのを可とする (第 9-5 圖)。



第 9-4 圖



第 9-5 圖

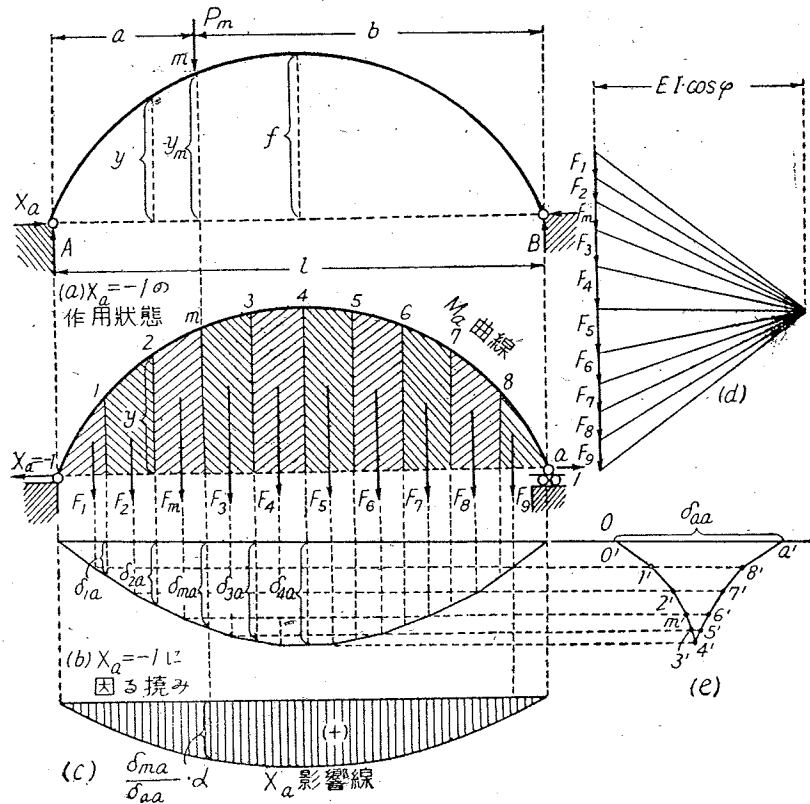
$\frac{y}{I \cos \varphi} dx = w dx$  を彈性荷重として単純梁 (支間  $l$ ) の曲げモーメントを求めるには力多角形を用ひ, その極距  $H=1$  として連力圖を畫く。然るときは縦距  $y_n$  は  $M_{on}$  を示す。  $X_a$  は  $M_{on}$  を  $\int_0^l \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + \int_0^l \frac{\cos \varphi}{A} dx$  で除したものであるから, 力多角形の標距に  $H=1$

をとる代りに、 $H = \int_0^l \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + \int_0^l \frac{\cos \varphi}{A} dx$  とすれば、その場合の連力圖縦距  $y_n$  は直に  $X_a$  ( $n$  點に  $P=1$  の載りたるときの  $X_a$ ) を示すべきであるから、この連力圖は即ち  $X_a$  の影響線 ( $X_a$  線) を示すのである。併し  $h_n$  の精値を得る爲には曲げモーメントを計算から求めるを可とす。

$X_a$  の算定は第 9-3 式

$$X_a = -\frac{\sum P_m \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}} \quad (\delta_a = 0)$$

から直接に行ひ得べき事勿論である。  $P_m=1$  とするとき、この式は  $X_a = 1 \cdot \delta_{ma} / \delta_{aa}$  であつて式は變位の関係で示されてゐる。  $\delta_{ma}$  は静定主系の  $a$  點に  $X_a = -1$  なる荷重の作用する状態に於ける  $m$  點の  $P_m = -1$  の方向 (即ち鉛直) に於ける撓みであつて、  $M$  の影響のみを採れば、之は  $X_a = -1$  による曲げモーメント ( $M_{ma}$ ) の面積を荷重とし、  $EI \cos \varphi$  を極距として畫いた連力圖の縦距によつて示される。  $M_{ma}$  は  $y_m \cdot X_a = -y_m$  によつて示さ



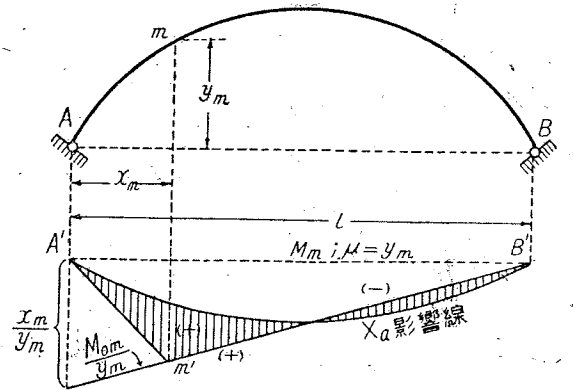
第 9-6 圖

れるから  $M_{ma}$  の曲線は拱軸線と同じである。  $\delta_{aa}$  は  $a$  點に作用する  $X_a = -1$  による  $a$  點の  $X_a$  の方向 (即ち水平) に於ける撓度であつて、既に述べた略圖解法によつて求めることも出来る。その作圖法は第 9-6 圖の通りである。

2)  $M_m$  影響線

$$M_m = M_{om} - X_a \cdot y_m = y_m \left( \frac{M_{om}}{y_m} - X_a \right) \dots \dots \dots (9-8)$$

$M_{om}$  は静定主系の  $m$  點の  $M$  であつて即ち支間  $l$  なる單純梁の  $m$  點の  $M$  である。依つて、  $M_m$  線は  $y_m$  で割つた  $M_{om}$  線から  $X_a$  線を差引き、之に  $y_m$  を乗じたるものである。第 9-7 圖に於て  $A'm'B'$  は  $\frac{M_{om}}{y_m}$  線、曲線は  $X_a$  線を示し、この差によつて作られる影線部分の面積は  $\left( \frac{M_{om}}{y_m} - X_a \right)$  を示し、之に係数  $\mu = y_m$  を乗じたるものは  $M_m$  の影響線面積となる。或は影線部分の縦距に  $y_m$  を乗じたるものはその  $P$  點に  $=1$  が載るとききの  $M_m$  の値を示す。



第 9-7 圖

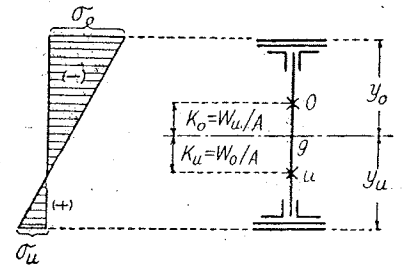
この  $M_m$  は拱軸線 (即ち重心軸) 上の任意點  $m$  の曲げモーメントである。拱肋斷面の最大縁維應力

を正確に求むる爲めには、むしろ核點曲げモーメントを採るを可とし、然るときは斷面に作用する推力を特に算定せずして縁維應力を求めることが出来る。核點距離  $K_o, K_u$  は次式より求める (核點に關しては第 12 章 §1. に再説する)。

$$\left. \begin{aligned} k_o &= \frac{W_u}{A} ; k_u = \frac{W_o}{A} \\ W_u &= \frac{I}{y_u} ; W_o = \frac{I}{y_o} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9-9)$$

( $W$  = 斷面係數,  $I$  = 重心軸慣性モーメント)

核點曲げモーメント影響線の一例は第 9-9 圖に示す通りであつて、之の圖は上部核點の曲げモーメント  $M_m^0$  影響線を示す。

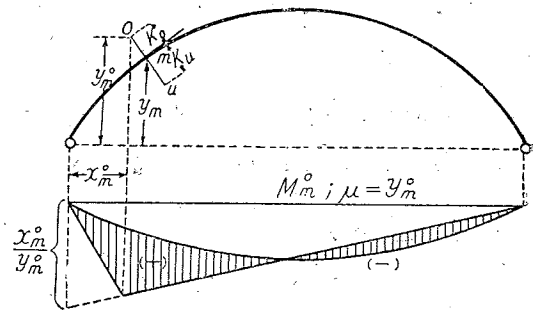


第 9-8 圖

3)  $Q_m$  影響線

$$\left. \begin{aligned} Q_m &= Q_{om} \cos \varphi_m \\ &\quad - X_a \cdot \sin \varphi_m \\ &= \sin \varphi_m (Q_{om} \cot \varphi_m - X_a) \end{aligned} \right\} \dots (9-10)$$

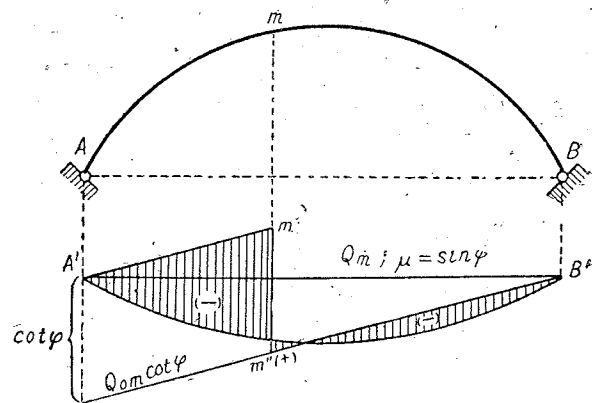
即ち  $Q_m$  影響線は単純梁としての剪断力影響線に  $\cot \varphi_m$  を乗じたるものと  $X_a$  影響線との差に  $\sin \varphi_m$  を乗じたるものである。



第 9-9 圖

第 9-10 圖に於て  $A'm'm''$

$B'$  は  $\cot \varphi_m$  を乗じたる  $Q_{om}$  の影響線であり、曲線は  $X_a$  の影響線である。その差は細線部分であつて、この細線部分の縦距に  $\mu = \sin \varphi_m$  を乗じたるものがその點に  $P=1$  あるときの  $Q_m$  の値を示す。

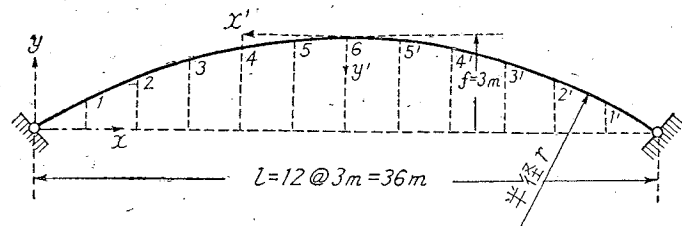


第 9-10 圖

[算例] 鋼筋二鉸肋拱  $l=36.0\text{m} : f=3.0\text{m}$

拱軸線は圓弧とする。その半径は、

$$r = \frac{1}{2f} \left\{ \left( \frac{l}{2} \right)^2 + f^2 \right\} = \frac{1}{2 \times 3} \left\{ \left( \frac{36}{2} \right)^2 + 3^2 \right\} = 55.5 \text{ m.}$$



第 9-11 圖

拱頂點を原點とせる圓弧の方程式は、

$$x'^2 - 2ry' + y'^2 = 0 ; y' = r - \sqrt{r^2 - x'^2}$$

$$y = f - y' ; \sin \varphi = \frac{x'}{r} ; \cos \varphi = \frac{r - y'}{r} ; \cot \varphi = \frac{r - y'}{x'} ; \sec \varphi = \frac{r}{r - y'}$$

拱 軸 線 諸 數 値

格點	$x'(m)$	$x(m)$	$y(m)$	$\varphi$	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\cot \varphi$	$\sec \varphi$
0	18.000	0	0	18°-55'.39	0.3243	0.9459	2.9167	1.0571
1	15.000	3.000	0.935	15°-40'.93	0.2703	0.9620	3.5623	1.0386
2	12.000	6.000	1.687	12°-29'.17	0.2162	0.9763	4.5156	1.0242
3	9.000	9.000	2.265	9°-20'.08	0.1622	0.9868	6.0851	1.0134
4	6.000	12.000	2.675	6°-12'.35	0.1081	0.9941	9.1958	1.0059
5	3.000	15.000	2.919	3°-06'.73	0.0541	0.9985	18.4730	1.0015
6	0	18.000	3.000	0	0	1.0000	$\infty$	1.0000

拱肋斷面は全體を通じて定値とし、 $I=500,000. \text{cm}^4$  ;  $A=400 \text{cm}^2$  とする。

$X_a$  影響線を求むるに必要な諸値は次の通りである ( $dx=3\text{m}$ )。

格 點	$\frac{\cos \varphi}{A}$	$\frac{1}{I \cos \varphi}$	$\frac{y}{I \cos \varphi} dx$	$\frac{y^2}{I \cos \varphi}$
0	0'	23.65	211.44	0
1	1'	24.07	207.73	582.68
2	2'	24.41	204.86	-1,036.80
3	3'	24.67	202.68	1,377.32
4	4'	24.85	201.19	1,614.55
5	5'	24.96	200.30	1,754.03
6	6	25.00	200.00	1,800.00

シンプソン法則により積分すれば、

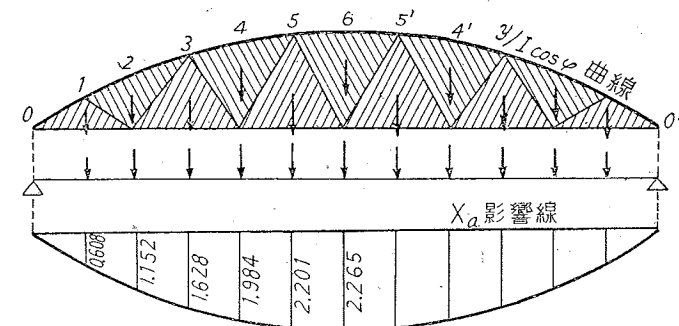
$$2 \int_0^6 \frac{\cos \varphi}{A} \cdot dx = 2 \times \frac{3}{3} \left[ 23.65 + 25.00 + 4(24.07 + 24.67 + 24.96) + 2(24.41 + 24.85) \right] = 994. \text{m}^{-1}$$

$$2 \int_0^6 \frac{y^2}{I \cos \varphi} \cdot dx = 2 \times \frac{3}{3} \left[ 1,800 + 4(181.60 + 1,040.71 + 1,706.67) \right.$$

$$\left. + 2(583.03 + 1,439.64) \right] = 35,123. \text{m}^{-1}$$

$\frac{y \cdot dx}{I \cos \varphi}$  を荷重として、 $\sum \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + \sum \frac{\cos \varphi}{A} dx$  を極距として連力圖を描けば、各點の縦

距は其の點に  $P=1$  が載れる場合の  $X_a$  の値を示す。



第 9-12 圖

温度變化に依る水平反力  $X_{at}$  は

$$E = 2,100,000. \text{ kg/cm}^2 ; \epsilon = 0.000012. (1^\circ\text{C に付き})$$

$t = \pm 30^\circ\text{C}$  (+) は温度上昇の場合  
(-) は温度下降の場合

$$\therefore X_{at} = \frac{\pm E \cdot \epsilon \cdot t \cdot l}{\int_0^l \frac{y^2}{I \cos \varphi} \cdot dx + \int_0^l \frac{\cos \varphi}{A} \cdot dx}$$

$$= \frac{\pm 2,100,000 \times 0.000012 \times 30 \times 36}{36,117} = \pm 7,536. \text{ kg}$$

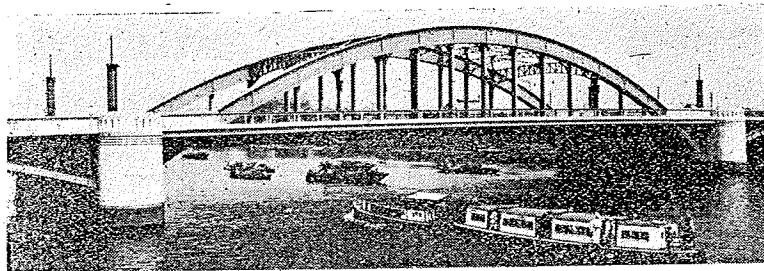
尙ほ参考の爲に  $l = 36 \text{ m}$  なる前記の肋拱に於て、拱矢  $f = 6 \text{ m}$  及び  $f = 9 \text{ m}$  の場合の  $X_a$  を算出し、拱矢の大小による  $X_a$  の値の變化を比較すれば結果は次表に示す通りである。

單位鉛直荷重に因る水平反力  $X_a$

P = 1 の 作用點	$X_a$		
	$f = 3 \text{ m}$ $f/l = \frac{1}{12}$	$f = 6 \text{ m}$ $f/l = \frac{1}{6}$	$f = 9 \text{ m}$ $f/l = \frac{1}{4}$
1	0.608	0.306	0.206
2	1.152	0.585	0.392
3	1.628	0.820	0.544
4	1.984	0.996	0.652
5	2.201	1.104	0.720
6	2.265	1.138	0.739

温度變化に因る水平反力  $X_{at}$

f	f/l	$X_{at}$	比 %
3 (m)	1/12	7,536 kg	100
6 (m)	1/6	1,842	24
12 (m)	1/3	768	10



寫眞 9-1 二鉸充腹拱 (東京 駒形橋)

以上の數字により、扁平拱の水平反力(換言せば推力)が如何に大なるかは容易に窺知し得るのである。

### §3. 二鉸充腹拱解法 其二

此の場合に於ては拱軸線は拋物線或ね之に類似の曲線とする。本解法は極端なる近似解法にして、拱橋設計の精算に用ふべきものでは無いが、甚だ簡易であるから (1) 新に拱橋を設計するに際して拱肋寸法を概算し、或は、(2) 既設二鉸拱の應力を概算する場合等に用ひて甚だ便利である。

#### 1) $X_a$ 影響線

$$X_a = \frac{\int_0^l \frac{M_0}{I \cos \varphi} y dx}{\int_0^l \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + \int_0^l \frac{\cos \varphi}{A} dx} \dots\dots\dots(9-6. \text{ 前掲})$$

に於て  $I \cos \varphi = I_c = \text{定 値}$

$A \cos \varphi = A_c = \text{定 値}$

となし、且つ  $\cos \varphi = 1$  なりと假定すれば  $\int_0^l \frac{\cos^2 \varphi}{A_c} dx = \frac{l}{A_c}$  なるに依り

$$X_a = \frac{\int_0^l M_0 y dx}{\int_0^l y^2 dx + \frac{I_c}{A_c} l}$$

$$= \frac{\int_0^l M_0 y dx}{\int_0^l y^2 dx} \cdot \alpha ; \alpha = \frac{1}{1 + \frac{l}{\int_0^l y^2 dx} \cdot \frac{I_c}{A_c}} \dots\dots\dots(9-11)$$

扁平なる拱では、拱軸線が缺圓或は之に類似の曲線から出來てゐる場合は、その形は拋物線と大差がないから、拱軸線を拋物線であると看做しても實用上差支えがない。斯くして、拱軸線が拋物線であるか或は拋物線なりと看做しうるやうな二鉸拱に於ては、今、拋物線を

$$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$$

の形で示せば、

$$\int_0^l y^2 dx = \frac{16f^2}{l^4} \int_0^l x^2 (l-x)^2 dx = \frac{8}{15} f^2 \cdot l$$

依て水平反力は

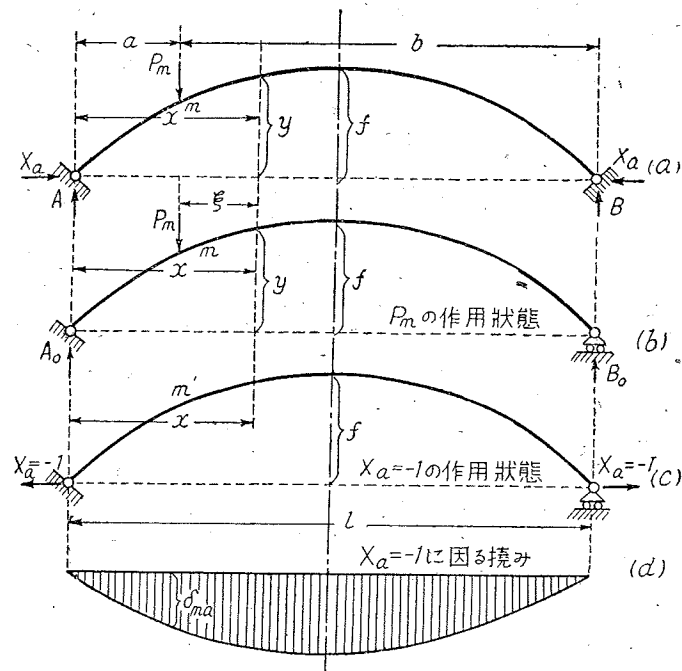
$$\left. \begin{aligned} X_a &= \frac{\int_0^l M_o \cdot y \cdot dx}{\frac{8}{15} \cdot f^2 \cdot l} \cdot \alpha \\ \alpha &= \frac{1}{1 + \frac{15}{8} \cdot \frac{I_c}{A_c \cdot f^2}} \approx 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9-12)$$

$\alpha$  は  $f/l = \frac{1}{7} \sim \frac{1}{9}$  の拱では約 0.98 であつて、推力の影響は上式に示されるやうに甚だ僅少である。

分子項に關しては、第 9-13 圖 (b) 及 (c) に於て、 $X_a=0$  の作用状態 ( $P_m=1$  のみ作用する場合) 及び  $X_a=-1$  に因る變形状態を探り之によつて可能變形仕事の式を作れば

$$\begin{aligned} 1. \delta_{ma} &= \int M_o \cdot M_a \frac{ds}{EI} \\ ds &= dx + \cos \varphi ; I \cos \varphi = \bar{I}_c ; M_a = 1 \cdot y \\ \therefore \int_0^l M_o \cdot y \cdot dx &= EI_c \cdot \delta_{ma} \end{aligned}$$

即ち  $\delta_{ma}$  を求めて之に  $EI_c$  を乗ずれば、分子の  $\int M_o \cdot y \cdot dx$  が求められるのである。 $\delta_{ma}$  に対しては彈性荷重を用ひるを便とする。



第 9-13 圖

然し乍ら改めて斯うした方法を用ひなくとも  $M_o$  は支間なる單純梁の曲げモーメントであるから、結果は次のやうにして簡単に求め得られるのである。

$$\begin{aligned} M_o &= \frac{l-a}{l} x \dots\dots\dots x < a \\ &= \frac{l-x}{l} a \dots\dots\dots x > a \end{aligned} \quad (P_m=1)$$

$$\begin{aligned} \int M_o \cdot y \cdot dx &= \int_0^a \frac{l-a}{l} \cdot x \cdot \frac{4f \cdot x}{l^2} \cdot (l-x) dx \\ &+ \int_a^l \frac{l-x}{l} \cdot a \cdot \frac{4f \cdot x}{l^2} \cdot (l-x) dx \\ &= \frac{a \cdot f}{3l^2} (l^3 - 2a^2l + a^3) \end{aligned}$$

即ち、 $m$  點に  $P_m=1$  が載つた場合の水平反力は

$$\left. \begin{aligned} X_a &= \frac{5}{8f} \left( a - \frac{2a^3}{l^2} + \frac{a^4}{l^3} \right) \cdot \alpha \\ &= \frac{5l}{8f} (k - 2k^3 + k^4) \cdot \alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9-13)$$

$(a=kl)$

$\alpha=1$  とした時の  $X_a$  の大きさは次の通りである。

$k$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5 (拱頂)
$X_a$	$0.061 \frac{l}{f}$	$0.116 \frac{l}{f}$	$0.159 \frac{l}{f}$	$0.186 \frac{l}{f}$	$0.195 \frac{l}{f}$

上式から  $X_a$  は容易に求められるのであるが、更に便法としては、第 9-13 式の畫く曲線は拋物線に酷似してゐるので、之と高さの  $z$  なる拋物線との面積が相等しいと假想すれば、

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} z l &= \int_0^l \frac{5}{8f} \left( a - \frac{2a^3}{l^2} + \frac{a^4}{l^3} \right) \alpha \cdot da = \frac{\alpha \cdot l^2}{8f} \\ z &= \frac{3l}{16f} \cdot \alpha \dots\dots\dots(9-14) \end{aligned}$$

即ち、拋物線拱に於ける  $P_m=1$  による  $X_a$  影響線は、 $z = \frac{3l}{16f} \cdot \alpha$  を高さとする拋物線なりと假定するも大差がない。

高さ  $z$  なる拋物線に於ける  $m$  點の縦距  $\eta$  は

$$\eta = \frac{4z}{l^2} a \cdot b \dots\dots\dots(9-15)$$

集中荷重  $P_m$  による  $X_a$  の値は

$$X_a = P_m \cdot \eta = P_m \cdot \frac{4z}{l^2} \cdot a \cdot b = \frac{3}{4} \cdot \frac{P_m \cdot a \cdot b}{f \cdot l} \cdot \alpha$$

$$X_a = \frac{3}{4} \cdot \frac{P_m \cdot a \cdot b}{f \cdot l} \cdot \alpha \dots\dots\dots (9-16)$$

満載等分布荷重  $p$  による  $X_a$  の値は,

$$X_a = \frac{p \cdot l^2}{8f} \cdot \alpha \dots\dots\dots (9-17)$$

温度変化による  $X_a$  は, 第 9-11 式を得たのと同様に,

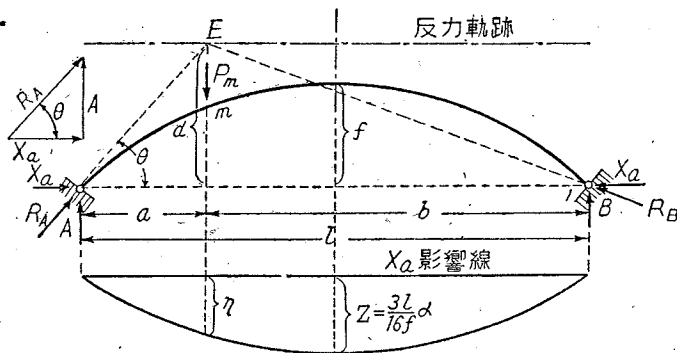
$$X_{at} = \frac{E \cdot \varepsilon \cdot t \cdot l}{\int_0^l \frac{y^2}{I_c} dx + \frac{l}{A_c}}$$

之に拋物線の関係を入れるときは

$$X_{at} = \frac{E \cdot \varepsilon \cdot t \cdot I_c}{\frac{8}{15} f^2 + \frac{I_c}{A_c}} \dots\dots\dots (9-18)$$

$$= \frac{15}{8} \cdot \varepsilon \cdot t \cdot E \cdot \frac{I_c}{f^2}$$

2) 反 力 軌 跡



第 9-14 圖

$P_m$  なる荷重により, 二鉸拱支端に  $R_A, R_B$  なる反力を生じ, 而して全體は釣合状態に在りとするれば,  $P, R_A, R_B$  の 3 力の示力線は一點に會すべきであつて, この點を  $E$  とすれば, この  $E$  點は荷重  $P$  の各作用位置に關して存在し, 各々の位置に關する  $E$  點を連ねたるものは反力軌跡となる。今  $E$  點は  $d$  なる高さでありとすれば

$$\tan \theta = \frac{d}{a} ; \tan \theta = \frac{A}{X_a} ; d = a \cdot \frac{A}{X_a}$$

然るに

$$A = \frac{P_m}{l} \cdot b ; X_a = \frac{3}{4} \cdot \frac{P_m \cdot a \cdot b}{f \cdot l} \cdot \alpha$$

$$d = a \cdot \frac{P_m \cdot b}{l} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{f \cdot l}{P_m \cdot a \cdot b \cdot \alpha}$$

$$d = \frac{4}{3} \cdot \frac{f}{\alpha} = \text{定數} \dots\dots\dots (9-19)$$

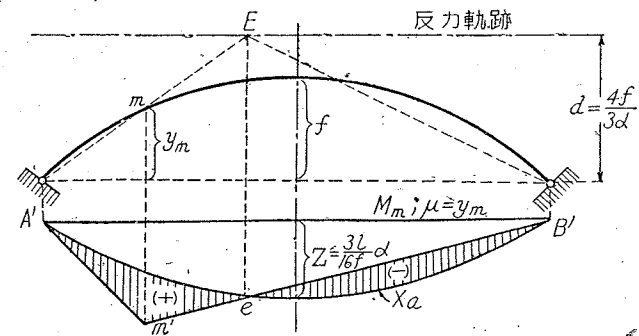
依つて拋物線二鉸拱の反力軌跡は  $d = \frac{4f}{3\alpha}$  なる高さにある直線である。

3)  $M_m$  影 響 線

$$M_m = M_{om} - y_m \cdot X_a = y_m \left( \frac{M_{om}}{y_m} - X_a \right) \dots\dots\dots (9-8)$$

之に基いて  $M_m$  影響線を畫くに當り,  $X_a$  は  $z = \frac{3l}{16f} \cdot \alpha$  を高さとする拋物線を以て示され, 又,  $\frac{M_{om}}{y_m}$  は  $m$  點の直下に於て頂點を有する三角形なる事既に解法 (其の一) に於て述べた通りである。而してこの三角形は反力軌跡を以て容易に畫けるのである。

今  $d = \frac{4f}{3\alpha}$  を以て反力軌跡を畫き, 支點  $A$  と  $m$  點とを連ねる  $Am$  線を延長した直線の反力軌跡との交點を  $E$  とする。若し荷重  $P$  が  $E$  の直下にあるとすれば  $M_m$  は零である。



第 9-15 圖

依つて  $M_m$  影響線は  $E$  の直下なる  $e$  點に於て零値である。 $B'e$  線を延長し  $m$  點よりの鉛直線と  $m'$  に交らして作圖した三角形  $A'm'B'$  は  $\frac{M_{om}}{y_m}$  の影響線であり, 細線部分の縦距に  $\mu = y_m$  を乗じたものはその點に  $P=1$  のあるときの  $M_m$  となる。

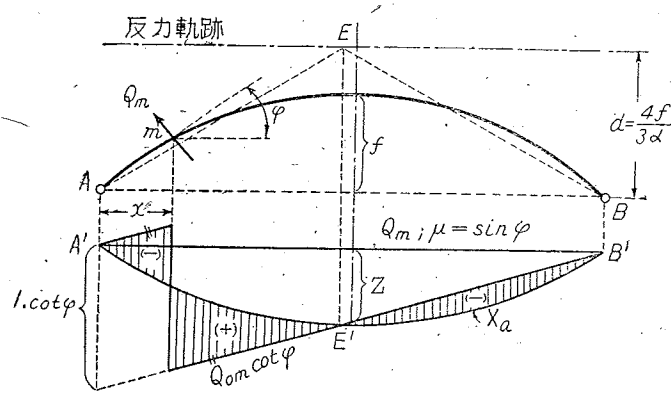
4)  $Q_m$  影 響 線

$$Q_m = \sin \varphi_m (Q_{om} \cot \varphi - X_a) \dots\dots\dots (9-10)$$

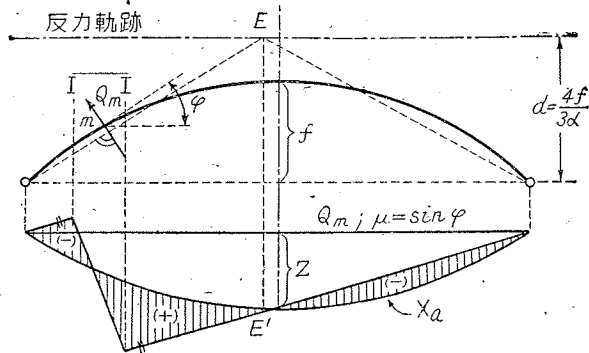
$Q_m$  影響線を畫くには,  $Q_m = 0$  の點を求めるのが第一であつて, 之が爲には  $m$  點の切線に平行に



Aより直線を引き、この直線の反力軌跡との交点をEとすれば、若しPがE点の直下に作用する場合は、拱のm点に作用する推力はAEの方向に働き、 $Q_m$ の力線とは直角、即ち $Q_m=0$ となるのである。換言すればEの直下では $Q_m$ 影響線は零値を保つのである。よつて $Q_m$ 影響線を畫くにはEよりの直下線と $X_a$ 線との交点E'を求めてB'E'線を引き之を更に延長し、第9-16圖に示す作圖をすれば良いのである。但し、本圖では $\sin \varphi$ を無視してゐるから、 $Q_m$ の値は本圖より測つた縦距に $\sin \varphi$ を乗ずるの必要がある。拱に支柱があつて荷重が支柱を経て拱肋に作用する構造となつてゐるときは、荷重は拱肋に間接に作用し、 $Q_m$ 影響線は第9-17圖の如くして求められるのである。



第 9-16 圖

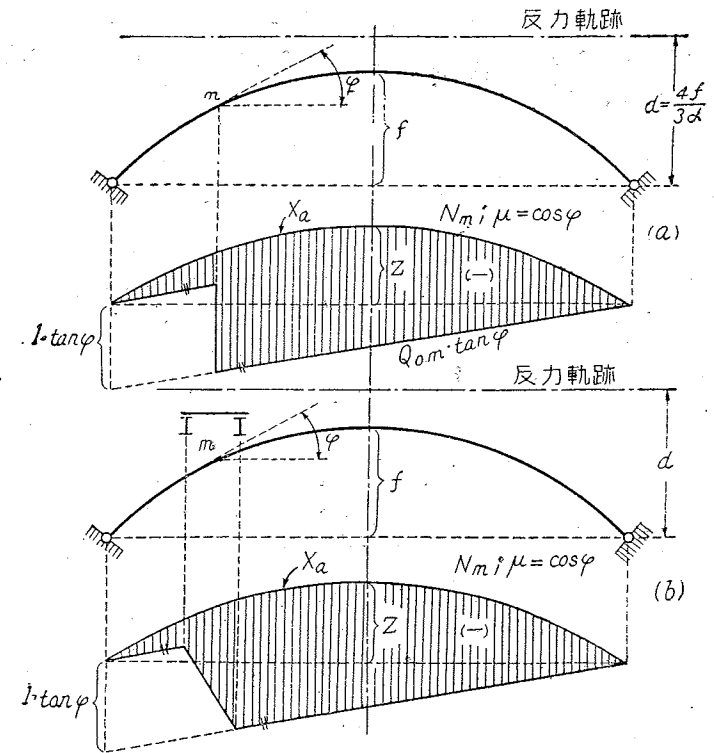


第 9-17 圖

5)  $N_m$  影響線

$$\left. \begin{aligned} N_m &= -(Q_m \cdot \sin \varphi_m + X_a \cdot \cos \varphi_m) \\ &= -\cos \varphi_m (Q_m \cdot \tan \varphi_m + X_a) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9-20)$$

$N_m$  影響線は  $Q_m$  に  $\tan \varphi$  を乗じたものに  $X_a$  を加へ、之に影響線係数  $\mu = \cos \varphi$  を乗じたものであるから第9-18圖の如く作圖すれば良いのである。



第 9-18 圖

【算例】二絞肋拱

前掲の鋼鉄二絞肋拱に於て  $l=36.0\text{m}$  ;  $f=3.0\text{m}$ ,  $f=6.0\text{m}$ ,  $f=12.0\text{m}$  の三つの場合に付きて  $I \cos \varphi = I_c = \text{定値}$ ,  $A \cos \varphi = A_c = \text{定値}$  とし、且つ拱軸線を拋物線と假定せば、第9-13式から、

$$X_a = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{f} \left( a - \frac{2a^3}{l^2} + \frac{a^4}{l^3} \right) \cdot \alpha \quad (x=a)$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{15}{8} \cdot \frac{I_c}{A \cdot f^2}} = 0.975 \dots\dots\dots f=3\text{m の場合}$$

$$= 0.994 \dots\dots\dots f=6\text{m の場合}$$

$$= 0.997 \dots\dots\dots f=12\text{m の場合}$$

$f=3\text{m}$  の如き扁平拱に於ては、 $\cos \varphi$  が殆んど1に近く、又、拱軸線は缺圓たるも、拋物線たるも  $X_a$  の値に大差なく、 $\frac{f}{l} \approx \frac{1}{5}$  に對しては  $\alpha \approx 1$  となすも殆ど差を生じない。

此の結果より明かなるやうに拋物線拱と假定すれば  $X_a$  の算定は甚だ簡單である。誤差は  $I \cos \varphi = \text{定値}$ 、及び推力に對する  $\cos \varphi = 1$  なる假定から生じ、その影響は起拱點附近に於て大であるが此の附近の  $X_a$  は元來その値が小であるから全體に對しては大なる誤差とならない。

拱 矢 $f_m$	$\frac{f}{l}$	格 點	$X_a$		
			解 法 (1)	解 法 (2)	(2) と (1) との差 %
3	$\frac{1}{12}$	1	0.608	0.601	- 1
		2	1.152	1.156	0
		3	1.628	1.634	0
		4	1.984	1.986	0
		5	2.201	2.209	0
		6	2.265	2.285	+ 1
6	$\frac{1}{6}$	1	0.308	0.204	-33
		2	0.586	0.520	-11
		3	0.820	0.830	+ 1
		4	0.996	1.012	+ 1
		5	1.104	1.126	+ 1
		6	1.138	1.164	+ 2
12	$\frac{1}{3}$	1	0.206	0.205	0
		2	0.392	0.394	0
		3	0.544	0.555	+ 2
		4	0.652	0.677	+ 4
		5	0.720	0.753	+ 5
		6	0.739	0.779	+ 5

温度変化に因る  $X_{at}$  を  $f=3m, 6m, 12m$  の三つの場合について計算すれば次の通りである。

$$X_{at} = \frac{E \cdot \epsilon \cdot t \cdot I_c}{\frac{8}{15} f^2 + \frac{I_c}{A}}$$

$f_m$	$\frac{f}{l}$	$X_{at}$		比 %
		算 例 (1)	算 例 (2)	
3	$\frac{1}{12}$	7,536 kg	7,675 kg	+ 1.8
6	$\frac{1}{6}$	1,842	1,956	+ 6
12	$\frac{1}{3}$	768	872	+ 1.4

### §4. 二鉸充腹拱の撓み

可能変形法則により、 $\bar{P}_m=1$  に對し

$$1. \delta = \int \bar{M} \frac{M}{EI} ds + \int \bar{N} \frac{N}{EA} ds + \int \bar{Q} \frac{Q}{GA'} ds$$

但し  $\delta =$  實際荷重による  $m$  點の撓み、その方向は  $m$  點に作用する  $\bar{P}_m=1$  の方向に

同じである。

$M, N, Q =$  實際荷重による各點の曲げモーメント, 推力, 剪斷力。

$\bar{M}, \bar{N}, \bar{Q} =$  假想荷重  $\bar{P}_m=1$  による " " "

このうち剪斷力による撓度は小さいから省略すること多い。

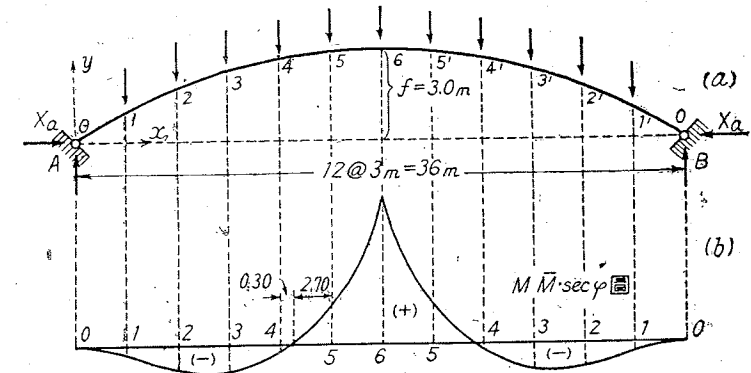
【算 例】 前掲の二鉸鋼筋拱 ( $l=36.0m, f=3.0m$ ) の拱頂點の鉛直撓度を求め。

(i) 死荷重による撓度

$$X_{aa} = \text{死荷重に依る水平反力} = 174.11t$$

$$A_{aa} = \text{鉛直反力} = 55.00t$$

$$P_a = \text{格點死荷重} = 10.00t$$



第 9-19 圖

實際荷重に依る各點の曲げモーメントは

$$M = -X_{aa} \cdot y + A_{aa} \cdot x - P_a \Sigma(x-a)$$

拱頂點に鉛直に作用せしめたる  $P=1t$  に依る各點の曲げモーメントは

$$\bar{M} = \bar{X}_a \cdot y + \bar{A} \cdot x$$

格 點	$M$ t.m	$\bar{M}$ t.m	$M \cdot \bar{M}$	sec $\phi$	$M \cdot \bar{M} \cdot \text{sec } \phi$
1	2.207	-0.618	- 1.3639	1.0386	- 1.4165
2	6.276	-0.821	- 5.1526	1.0242	- 5.2773
3	10.641	-0.630	- 6.7038	1.0134	- 6.7936
4	14.256	-0.059	- 0.8411	1.0059	- 0.8461
5	16.773	+0.889	+14.9112	1.0015	+14.9336
6	17.670	+2.205	+38.9624	1.0000	+38.9624

$\int_0^{\phi} M \cdot \bar{M} \cdot \text{sec } \phi \cdot dx$  は Simpson 公式を用ひて算定すれば

$$\int_0^{\phi} M \cdot \bar{M} \cdot \text{sec } \phi \cdot dx = 2 \int_0^6 M \cdot \bar{M} \cdot \text{sec } \phi \cdot dx = 113.2728$$

$$E=21,000,000, t/m^2 ; I=0.005 m^4 ; E \cdot I=195,000 t \cdot m^2$$

曲げモーメントに依る撓みは

$$\delta_M = \frac{1}{EI} \int_0^l M \cdot \bar{M} \cdot \sec \varphi \cdot dx = \frac{113,2728}{105,000} = 0.0011 m$$

推力に依る撓み (肋縮の影響)

$$N = X_a \sec \varphi \quad \bar{M} = (\bar{X}_a + \bar{A} \cdot \tan \varphi) \cos \varphi$$

$$1. \delta_N = \int_0^l X_a (\bar{X}_a + \bar{A} \cdot \tan \varphi) \sec \varphi \frac{dx}{EA}$$

但し  $X_a=174.11 t ; E=21,000,000 t/m^2 ; A=0.04 m^2 ; E \cdot A=840,000 t$

格 点	$X_a \sec \varphi$	$\bar{X}_a + \bar{A} \cdot \tan \varphi$	$(\bar{X}_a + \bar{A} \cdot \tan \varphi) X_a \sec \varphi$	$X_a (\bar{X}_a + \bar{A} \cdot \tan \varphi) \sec \varphi dx$
0	184.052	2.442	449.455	1,348.37
1	180.831	2.411	435.984	1,307.95
2	178.323	2.381	424.587	1,273.76
3	176.443	2.852	414.994	1,244.98
4	175.137	2.324	407.018	1,221.05
5	174.371	2.297	400.530	1,201.59
6	174.110	2.265	394.359	1,183.08

$$\delta_N = \frac{1}{EA} \int_0^l X_a (\bar{X}_a + \bar{A} \cdot \tan \varphi) \sec \varphi dx = \frac{16,378.48}{840,000} = 0.0195 m$$

依つて死荷重に依る撓度は断剪力の影響を無視すれば

$$\delta_a = \delta_M + \delta_N = 0.0011 + 0.0195 = 0.0206 m = 2.06 cm$$

本例のやうな扁平拱では推力影響 (縮肋影響) が甚だ大きい。

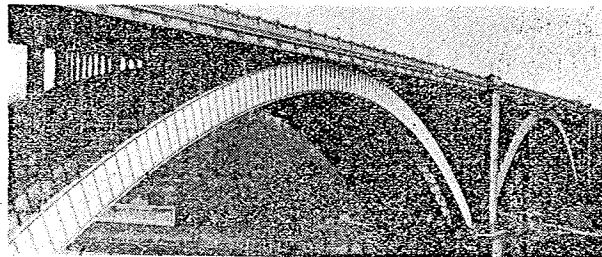
(ii) 満載活荷重に依る撓度

格点活荷重は  $P=5 t$  である。死荷重撓度より比例を以て求め得べく、即ち

$$\delta_i = \frac{5}{10} \times 0.0206 = 0.0103 m$$

(iii) 死活両荷重による撓度

$$\delta = \delta_a + \delta_i = 0.0206 + 0.0103 = 0.0309 m = 3.09 cm$$



寫 眞 9-2 紐育ワシントン橋

第 9-1 表

二鉸抛物線拱の曲げモーメント

各点曲げモーメントの数字には  $Pl$  を乗ずるものとす、縦書数字は影響線面積を示す。

載荷点	曲 げ モ ー メ ン ト 数 値				
	0.10 l	0.20 l	0.30 l	0.40 l	0.50 l
0.05 l	0.034	0.020	0.009	-0.000	-0.006
0.10 l	0.068	0.041	0.019	0.001	-0.011
0.15 l	0.053	0.032	0.030	0.003	-0.015
0.20 l	0.038	0.086	0.043	0.008	-0.016
0.25 l	0.024	0.062	0.059	0.017	-0.013
0.30 l	0.013	0.038	0.077	0.028	-0.009
0.35 l	0.002	0.018	0.048	0.042	0.000
0.40 l	-0.003	0.001	0.024	-0.061	0.014
0.45 l	-0.014	-0.013	0.003	0.032	0.032
0.50 l	-0.020	-0.025	-0.014	0.013	0.055
0.55 l	-0.025	-0.033	-0.027	-0.005	0.032
0.60 l	-0.027	-0.039	-0.036	-0.019	0.014
0.65 l	-0.028	-0.042	-0.042	-0.024	0.000
0.70 l	-0.027	-0.042	-0.043	-0.032	-0.009
0.75 l	-0.025	-0.038	-0.041	-0.033	-0.013
0.80 l	-0.022	-0.034	-0.037	-0.031	-0.016
0.85 l	-0.017	-0.027	-0.030	-0.026	-0.015
0.90 l	-0.012	-0.019	-0.022	-0.019	-0.011
0.95 l	-0.006	-0.009	-0.011	-0.010	-0.006

【使用例】 支間 10m の二鉸拱に等布荷重  $w=200 kg/m$  及び集中荷重  $P=5 t$  が作用する場合、之が 0.20 l の點に生ずべき最大曲げモーメントを求む。

+M の場合； 一端から 0.40 l 迄の間に  $w$  を載せ、 $P$  は縦距の最大なる 0.20 l の點に載せる。

$$(+M) = 0.016 l^2 \times 200 + 0.086 \times l \times 5,000$$

$$= 0.016 \times 10 \times 10 \times 200 + 0.086 \times 10 \times 5,000 = 320 + 4,300 = 4,620 kg \cdot m$$

-M の場合； 他端から 0.45 l 迄の間に  $w$  を載せ、 $P$  は 0.65 l 或は 0.70 l の點に載せる。

$$(-M) = -0.016 l^2 \times 200 - 0.042 \times l \times 5,000$$

$$= -320 - 2,100 = -2,420 kg \cdot m$$

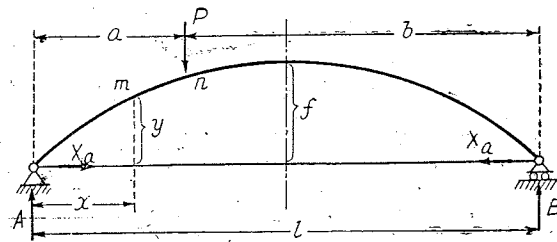
茲に注意すべきは、影響線面積は (+) 部分と (-) 部分との面積が相等しい事であつて、満載等布荷重によつては抛物線拱には何れの點にも曲げモーメントが生じないのである。

§ 5. 二鉸充腹繫拱

1) 直線繫材の場合

二鉸拱支點に水平繫材を附して水平反力  $X_a$  をこの繫材に負擔せしむる時は何れか一支

點を可動支點とすることが出来る。然るときは二鉸拱は外的に靜定構造、内的には一個の不靜定未知應力  $X_a$  を有する不靜定構造となる。繫材の伸びは、繫材の斷面を  $A_t$  とすれば、



第 9-20 圖

$$\Delta l = \frac{X_a \cdot l}{E \cdot A_t} \dots\dots\dots (9-21)$$

可動支點はこの  $\Delta l$  だけ水平移動するから第 9-4 式に於て、 $\delta_a = \Delta l = \frac{X_a \cdot l}{E \cdot A_t}$  とすれば二鉸充腹繫拱の  $X_a$  に対する一般式が得られる。而して前に述べたと同様に剪斷力の影響推力の影響の一部を無視し且つ温度變化の影響を別に取扱ふときは、

$$X_a = \frac{\int_0^l \frac{M_0}{I \cos \varphi} y dx}{\int_0^l \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + \int_0^l \frac{\cos \varphi}{A} dx + \frac{l}{A_t}} \dots\dots\dots (9-22)$$

この式は、第 9-6 式に對應し  $\cos \varphi = 1$  とすれば、

$$X_a = \frac{\int_0^l \frac{M_0}{I \cos \varphi} y dx}{\int_0^l \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{A_t}\right) l} \dots\dots\dots (9-23)$$

影響線の作圖法は繫材なき場合と同様であつて、極距には  $\int_0^l \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{A_t}\right) l$  を採る。\*

若し拱軸線が拋物線であつて  $I \cos \varphi = I_0$  なるときは、第 9-16 式を得たと同様に、

$$\left. \begin{aligned} X_a &= \frac{3}{4} \cdot \frac{P_m \cdot a \cdot b}{f \cdot l} \cdot \alpha' \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{a \cdot b}{f \cdot l} \cdot \alpha' \quad (P_m=1) \\ \alpha' &= \frac{1}{\frac{15}{8f^2} \left(\frac{I_c}{A} + \frac{I_c}{A_t}\right)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9-24)$$

\* 若し、拱弦公式より  $X_a$  を導けば

$$\Delta l = \frac{X_a \cdot l}{EA_t} = \int \frac{M}{EI} y ds + \int \frac{N}{EI} \cos \varphi ds$$

而して  $X_a$  影響線は  $Z = \frac{3l}{16f} \cdot \alpha'$  を高さとする拋物線である。

温度變化に關しては、拱肋と繫材の温度が同一なる限り、之によつて何等の影響をうけない。もし拱肋と繫材との間に  $\Delta t$  の温度差があるとせば、繫材は此の爲に  $X_{at}$  の應力に作用せられ、可動支點は  $X_{at} \cdot l / E \cdot A_t$  だけ移動するのである。

$$\left. \begin{aligned} X_{at} &= \frac{E \cdot \varepsilon \cdot \Delta t \cdot l}{\int_0^l \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{A_t}\right) l} \\ &= \frac{E \cdot \varepsilon \cdot \Delta t \cdot I_0}{\frac{8}{15} f^2 + I_0 \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{A_t}\right)} \quad (\text{拋物線拱}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9-25)$$

2) 曲線繫材の場合

與へられたる拱の軸線は、拋物線或は拋物線と見做し得べきものなりとし、且つ此の兩支點を結ぶ繫材は拋物線狀の「反り」を有し、拱より吊材にて吊らるゝものと假定する。(第 9-21 (a) 圖)。

而して、吊材は水平方向には何等の剛性なきものとする。然るときは、第 9-21 (b) 圖から

拱 肋  $y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$

繫 材  $y' = \frac{4f'}{l^2} x(l-x)$

$$\eta = y - y' = \frac{4}{l^2} x(l-x) \eta_0$$

支點の水平反力は繫材が負擔するのであるから、繫材應力の水平分力は何れの個所でも  $X_a$  に等しい。繫材應力の鉛直分力は、

$$\tan \varphi' = \frac{dy'}{dx} = \frac{4f'}{l^2} (l-2x)$$

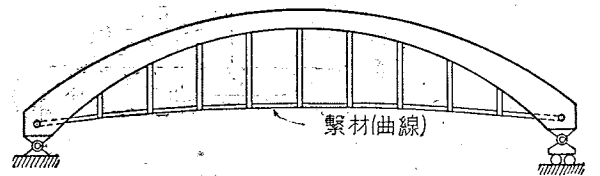
であるから

$$V = X_a \cdot \tan \varphi' = \frac{4f'}{l^2} (l-2x) \cdot X_a$$

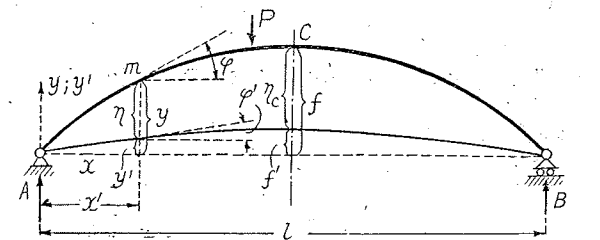
この  $V$  の  $x$  に対する變化の割合は (第 9-22 圖)、

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{8f'}{l^2} \cdot X_a$$

即ち拱肋は吊材を通じて繫材應力の鉛直分力の爲に、鉛直方向に  $\frac{8f'}{l^2} \cdot X_a$  なる荷重を受けるのであ

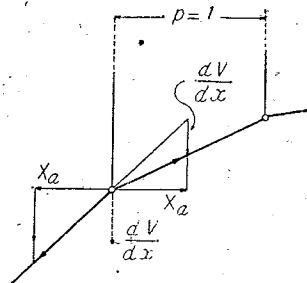


第 9-21 (a) 圖



第 9-21 (b) 圖

つて吊材の間隔を  $p$  とすれば拱肋の一格點に作用する集中荷重は、 $\frac{8f' \cdot p}{l^2} \cdot X_a$ 、然し乍ら解法を簡單にする爲に、吊材の間隔が非常に小であつて（即ち  $p=1$ ）、前記の鉛直分力は拱肋の水平長に等分布荷重として作用すると假定しても實用上差支えがない。この等分布荷重による静定主系の曲げモーメントは  $\frac{1}{2} \cdot \frac{8f'}{l^2} \cdot X_a \cdot x(l-x)$  であるから拱肋  $m$  點の曲げモーメントは



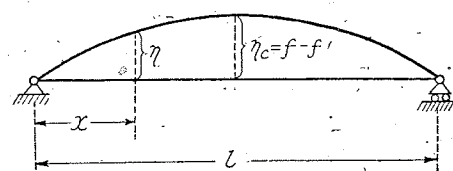
第 9-22 圖

$$M_m = M_{om} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8f' \cdot X_a}{l^2} \cdot x(l-x) - X_a \cdot y$$

$$= M_{om} + \left\{ \frac{4f'}{l^2} \cdot x(l-x) - y \right\} X_a = M_{om} + (y' - y) X_a$$

$$M_m = M_{om} - X_a \cdot \eta \dots \dots \dots (9-26)$$

即ち  $f$  だけ拋物線狀に反りの附せられたる繫材を有する拋物線二鉸拱に於て、その拱肋任意點の曲げモーメントは、拱軸縱距を  $\eta = y - y'$  となし、且つ水平なる繫材を有する二鉸拱の場合の其の點の曲げモーメントと同じである。之を圖示すれば第 9-21 圖の原形を第 9-23 圖のやうに寸法を變更すれば良いのである。繫材が水平であると變更したのであるから、水平反力  $X_a$  は第 9-22 式乃至 25 式が使用できるのであつて、

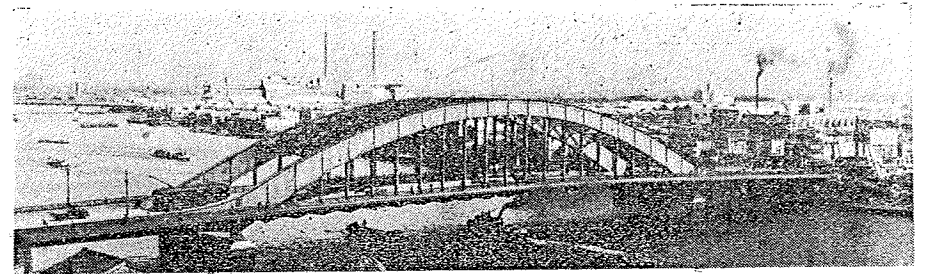


第 9-23 圖

$$X_a = \frac{\int_0^l \frac{M_o \eta}{I \cos \varphi} dx}{\int_0^l \frac{\eta^2}{I \cos \varphi} dx + l \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{A_t} \right)} \dots \dots \dots (9-27)$$

$$X_a = \frac{E \cdot \varepsilon \cdot \Delta t \cdot l}{\int_0^l \frac{\eta^2}{I \cos \varphi} dx + l \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{A_t} \right)} \dots \dots \dots (9-28)$$

但し  $I, A, A_t, \varphi$ 、に關しては原形の値を採る。 $\Delta t$  は拱肋と繫材との溫度差を示してゐる。

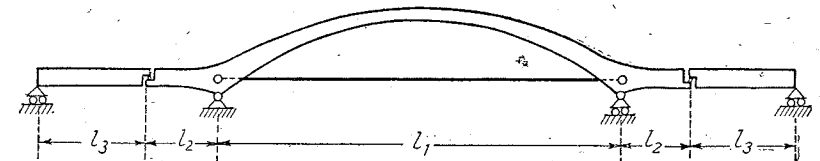


寫 眞 9-3 第 9-24 圖の型式（東京 永代橋）

§ 6. 三徑間に亘る二鉸充腹繫拱

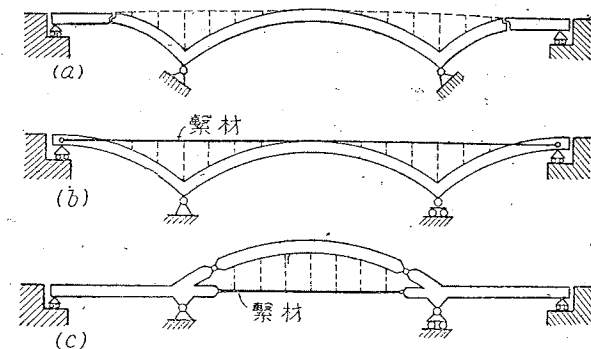
第 9-24 圖に示す構造は、中央に支間  $l_1$  なる二鉸繫拱あり、此の拱肋に剛結せられたる突桁（片持梁）は側徑間に於て  $l_2$  なる長さを有し、側徑間には此の突桁と橋臺との間に支間  $l_3$  なる吊桁が架けられてゐるのである。此の構造は一次の不静定拱、中央徑間の繫材應力を不静定應力  $X_a$  とすればこの値は次に示す通りである。\*

1) 荷重が中央徑間にある場合の  $X_a$



第 9-24 圖

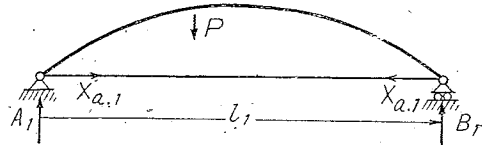
この場合の  $X_a$  を  $X_{a1}$  とすれば第 9-23 式から（第 9-26 圖）



第 9-25 圖

\* 此の種の拱の幾分複雑なるものに第 9-25 圖のやうな型式があ。(a) は水平の點線部に繫材を入れるときは (b) に似た形式とすることが出来る。

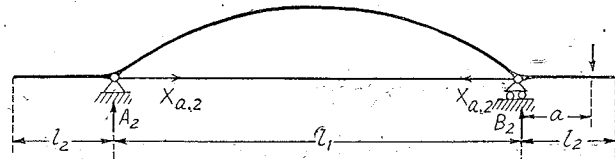
$$X_{a,1} = \frac{\int \frac{M_0}{I \cos \varphi} y dx}{\int \frac{y^2}{I \cos \varphi} y dx + l \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{A_t} \right)} \dots \dots \dots (9-29)$$



第 9-26 図

2) 荷重が側径間にある場合の  $X_a$

この場合の  $X_a$  を  $X_{a,2}$  とし、且つ、拱肋各断面に生ずべき  $M$  及び  $N$  を  $M_2$  及び  $N_2$  を以て示すときは、カステリヤノの第二定理を用ひれば (剪断力の影響を無視す)、



第 9-27 図

$$\text{全仕事} = W = \int_0^a \frac{M_2^2}{2EI} dx + \int_0^{l_1} \frac{M_2^2}{2EI \cos \varphi} dx + \int_0^{l_1} \frac{N_2^2}{2EA \cos \varphi} dx + \frac{X_{a,2}^2 \cdot l_1}{2EA_t}$$

$$M_2 = A_2 \cdot x - X_{a,2} \cdot y = \frac{-a}{l_1} \cdot x - X_{a,2} \cdot y ; \quad \frac{\partial M_2}{\partial X_{a,2}} = -y$$

$$N_2 = X_{a,2}$$

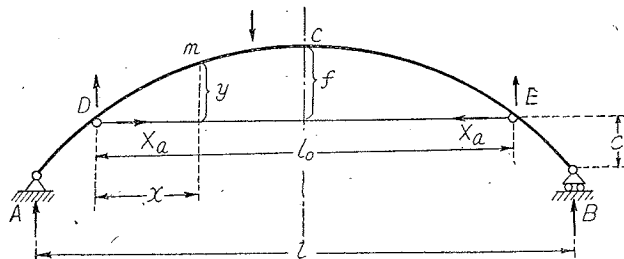
$$\int_0^{l_1} \frac{1}{I \cos \varphi} \left( \frac{-a}{l_1} \cdot x - X_{a,2} \cdot y \right) (-y) dx + X_{a,2} \frac{l_1}{A} + \frac{X_{a,2} \cdot l_1}{A_t} = 0$$

突桁部の  $M_2$  は  $X_{a,2}$  に関係を及ぼさないから、上式には其の影響がない。斯くして、

$$X_{a,2} = \frac{-\frac{a}{l_1} \int_0^{l_1} \frac{x \cdot y}{I \cos \varphi} dx}{\int_0^{l_1} \frac{y^2}{I \cos \varphi} dx + l_1 \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{A_t} \right)} \dots \dots \dots (9-30)$$

§ 7. 繫材が中途にある二鉸充腹繫拱

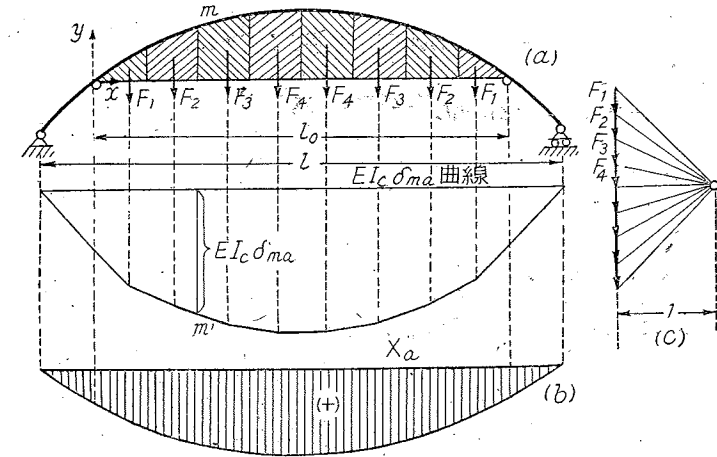
繫材が支點間を連結せず、拱弦より  $c$  なる距離の個所に取付けられた場合には (第 9-28 図)  $DCE$  なる部分が拱作用を爲し、



第 9-28 図

$$\delta_{ax} = \int_0^{l_0} \frac{y^2}{EI \cos \varphi} dx ; \quad \delta_a = \frac{X_a l_0}{E} \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{A_t} \right) ; \quad I \cos \varphi = I_c = \text{定値}$$

$$X_a = \frac{P_m \cdot E \cdot I_c \cdot \delta_{ma}}{\int_0^{l_0} y^2 dx + I_c l_0 \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{A_t} \right)} \dots \dots \dots (9-31)$$



第 9-29 図

$\delta_{ma}$  は  $X_a = -1$  による  $m$  點の  $P_m = 1$  の方向の (鉛直の) 撓度である。この値はモールの弾性荷重法により求められる、即ち  $X_a = -1$  による曲げモーメント  $M_a$  の面積を荷重となし此の荷重による単純梁 (支間  $l$ ) の撓み圖を畫けばよいのである。  $M_a = 1 \cdot y$  であるから  $M_a$  面積圖は第 9-26 圖に於ける  $DCE$  部分に相當し、之を微小面  $F_1 F_2 \dots \dots$  に分ち  $F_1, F_2 \dots \dots$  を荷重となし、極距を 1 とした力多角形による連力圖を畫けば、この連力圖の縦距は  $E \cdot I_c \cdot \delta_{ma}$  を示すのである。

$\int_0^{l_0} y^2 dx$  に於て  $\int_0^{l_0} y dx$  は  $DCE$  の面積を示すから

$$\int_0^{l_0} y^2 dx = 2 \int_0^{l_0} y dx \cdot \frac{y}{2} = 2 S_0$$

即ち  $\int_0^{l_0} y^2 \cdot dx$  は基線を  $DE$  に採つた  $DCE$  面積の一次モーメントの二倍に等しい。

$$2 S_0 = 2 \left\{ 2 \left( F_1 \cdot \frac{y_1}{2} + F_2 \cdot \frac{y_2}{2} + F_3 \cdot \frac{y_3}{2} + E_4 \cdot \frac{y_4}{2} \right) \right\} = 4 \sum_0^{\frac{l_0}{2}} F \cdot \frac{y}{2}$$

依て、 $P_m = 1$  に對し

$$X_a = \frac{1 \cdot E \cdot I_c \cdot \delta_{ma}}{4 \sum_0^{\frac{l_0}{2}} F \cdot \frac{y}{2} + I_c \cdot l_0 \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{A_t} \right)} \dots\dots\dots (9-32)$$

$$X_{at} = \frac{\varepsilon \cdot \Delta t \cdot E \cdot I_c \cdot l_0}{4 \sum_0^{\frac{l_0}{2}} F \cdot \frac{y}{2} + I_c \cdot l_0 \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{A_t} \right)} \dots\dots\dots (9-33)$$

$m$  を  $DCE$  間の任意點,  $n$  を  $AD(BE)$  間の任意點とすれば,

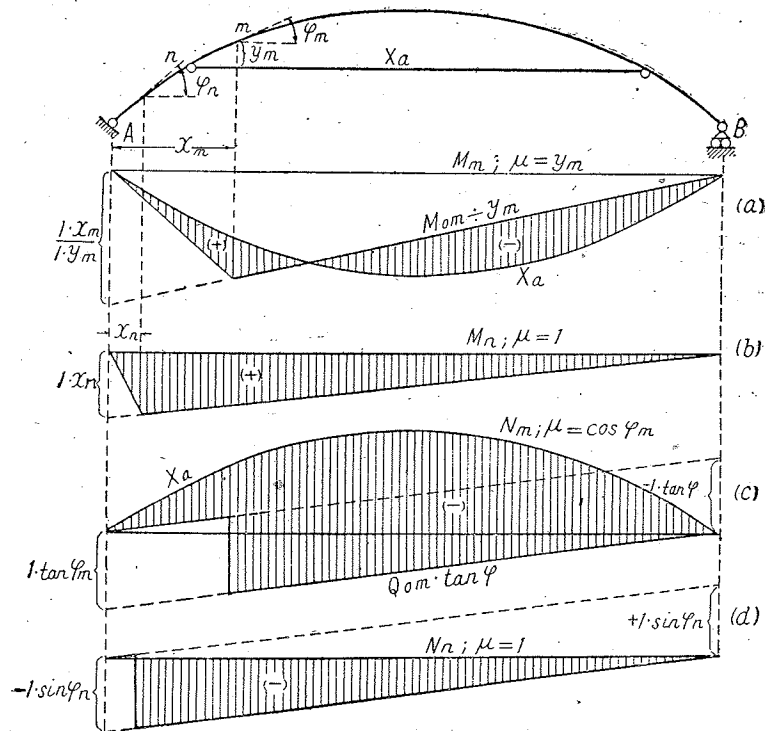
$$M_m = M_{om} - X_a \cdot y_m = y_m \left( \frac{M_{om}}{y_m} - X_a \right)$$

$$M_n = M_{on}$$

$$N_m = N_{om} - X_a \cdot \cos \varphi_m = -\cos \varphi_m (Q_{om} \tan \varphi_m + X_a)$$

$$N_n = N_{on} = -Q_{on} \cdot \sin \varphi_n$$

而して  $M, N$  の影響線は第 9-30 圖に示す通りである。



第 9-30 圖

### § 8. 補剛桁を有する下路型二鉸充腹拱(ランガア桁)

#### 1) 補剛桁がトラスの場合

この構造は外的に静定構造である(第 9-31 圖)。拱肋は餘剩材であると看做し得べく、若し拱肋は直線部材の連続であつて其の格點はヒンデより成り、且つ吊材は單純なる抗張材であると假定すれば拱肋格點の水平分力の和は零であつて、即ち拱肋應力(壓力)  $S_1, S_2, S_3, \dots$  の各水平分力は相等しい。この水平分力を  $X_a$  となし  $X_a$  を不靜定應力とする。

拱肋各格點が釣合状態にあるとき、格點に作用する三力の作る力多角形は閉合する。この關係より (e), (f) 圖に示すやうな力多角形が得られ、その極距は  $X_a$  に等しい。茲に、

$$S_1 = -X_a \cdot \sec \alpha_1; S_2 = -X_a \sec \alpha_2; S_3 = -X_a \sec \alpha_3; \dots\dots$$

$$Z_1 = X_a (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2); Z_2 = X_a (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_3)$$

$$Z_3 = X_a (\tan \alpha_3 - \tan \alpha_4); \dots\dots$$

よつて  $X_a$  が既知ならば、吊材應力  $Z_1, Z_2, Z_3, \dots$  は解けるのである。

今  $X_a = 0$  の状態、即ち實際荷重状態を考へれば、 $S = 0, Z = 0$ 。又  $X_a = -1$  の状態即ち實際荷重のなき状態を考へれば、

$$S_{1a} = 1 \cdot \sec \alpha_1; S_{2a} = 1 \cdot \sec \alpha_2; S_{3a} = 1 \cdot \sec \alpha_3; \dots\dots$$

$$Z_{1a} = -1 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2); Z_{2a} = -1 (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_3);$$

$$Z_{3a} = -1 (\tan \alpha_3 - \tan \alpha_4); \dots\dots$$

この時、補剛桁には、引張力、又、吊材には壓縮力  $Z_{1a}; Z_{2a}; \dots\dots Z_{(n-1)a}$  が作用する。而して  $X_a = -1$  の作用する場合は構造は內的に釣合ひ、支點に反力を生ぜず。この力によつて補剛桁各部材に生ずべき應力  $S_s$  は、クレモナ圖を畫き、或は解析的に斷面法によりて之を容易に求めることが出来るのである。

$\sum \bar{Q} \cdot \delta = \sum \bar{S} \cdot \Delta s$  に於て  $X_a = -1$  の荷重状態及び實際變形状態をとれば、 $X_a = -1$  は何等の外的仕事を爲さないから、 $\sum \bar{Q} \cdot \delta = 0$  である。

$$0 = \sum S_s \cdot \Delta s = \sum S_s \cdot [(S_0 - S_s \cdot X_a) \rho + \varepsilon \cdot t \cdot s] \dots\dots \left( \rho = \frac{s}{EA} \right)$$

$$= \sum S_s S_0 \cdot \rho - X_a \cdot \sum S_s^2 \cdot \rho + \sum S_s \cdot \varepsilon \cdot t \cdot s$$

$$= \sum P_m \cdot \delta_{ma} - X_a \cdot \sum S_s^2 \cdot \rho + \sum S_s \cdot \varepsilon \cdot t \cdot s$$

即ち

$$\left. \begin{aligned} X_a &= \frac{\sum P_m \cdot \delta_{ma}}{\sum S_i^2 \cdot \rho} \\ X_{at} &= \frac{\sum S_i \cdot \varepsilon \cdot t \cdot s}{\sum S_i^2 \cdot \rho} = 0 \\ X_{at} &= \frac{\sum S_i \cdot \varepsilon \cdot \Delta t \cdot s}{\sum S_i^2 \cdot \rho} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9-34)$$

但し  $t$  = 全體の温度變化；  $\Delta t$  = 拱肋と補剛桁との温度差

分母  $\sum S_i^2 \cdot \rho$  に於て  $S_i$  は、拱肋、吊材、トラス等の各部材の應力を含むのであるが

(b) 圖に點線で示した部材應力は含まない。之等の應力は  $X_a = -1$  によつて零となるのである。

$\delta_{ma}$  は實際荷重  $P_m$  の作用點  $m$  の  $X_a = -1$  による  $P_m$  の方向の撓みであつて  $S_{1a}$  ;  $S_{2a}$  ;  $Z_{1a}$  ;  $Z_{2a}$  ; .....  $Z_{(n-1)a}$  なる力に作用せられたるトラスの  $m$  點の撓みに同じく、之は弾性荷重によつて容易に求め得られるのである。

弾性荷重は

$$\left. \begin{aligned} w_{m-1} &= \frac{M_{ma} \cdot s_m}{E \cdot A_m \cdot r_m^2} = \frac{M_{m-1} \cdot s_m}{E \cdot A_m \cdot h^2} \\ &= \frac{M_{m-1} \cdot 2a}{E \cdot A_m \cdot h^2} \\ w_{(m-1)a} &= \frac{M_{(m-1)a} \cdot 2a}{E \cdot A_{m-1} \cdot h^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9-35)$$

茲に  $s_m$  は弦材長であつて (b) 圖に示すやうに  $2a = s$  である。 $M_{ma}$ ,  $M_{(m-1)a}$  は第 9-32 圖に示す断面法によつて求められる。

即ち  $M_{ma} = y_m$  ;  $M_{(m-1)a} = y_{m-1}$ , 依つて

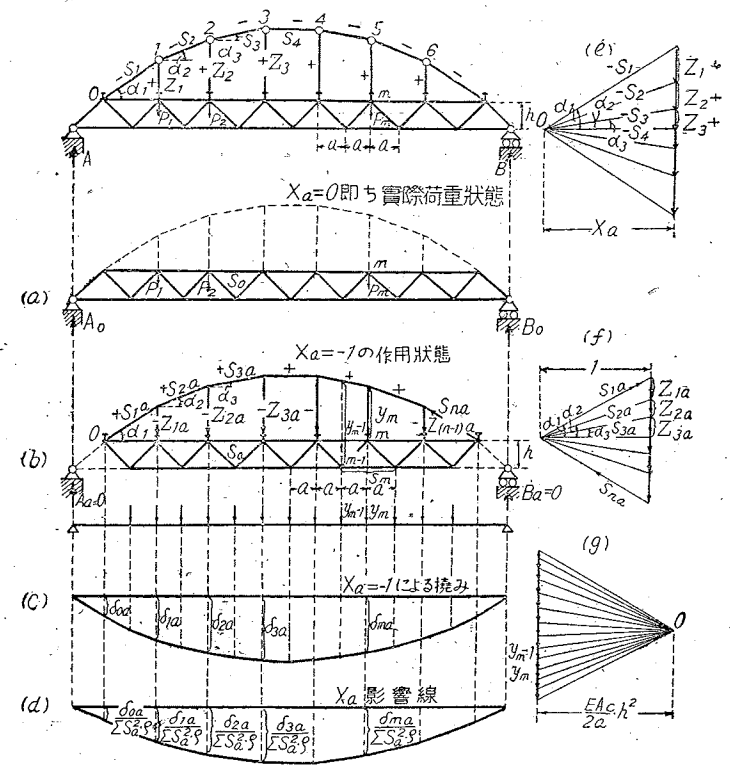
$$w_{ma} = \frac{y_m \cdot 2a}{E \cdot A_m \cdot h^2} ; w_{(m-1)a} = \frac{y_{m-1} \cdot 2a}{E \cdot A_{m-1} \cdot h^2}$$

茲に  $A_m = A_{m-1} = A_c = \text{定値}$  と假定すれば、

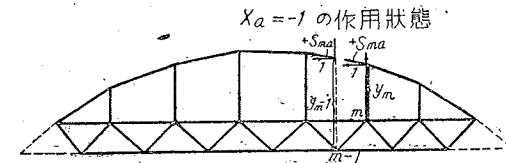
$$\frac{E \cdot A_c \cdot h^2}{2a} \cdot w_{ma} = y_m ; \frac{E \cdot A_c \cdot h^2}{2a} w_{(m-1)a} = y_{m-1} \dots\dots\dots (9-36)$$

であつて、(c) 圖に示す如く、 $y_m, y_{m-1}$  ..... を荷重となし、 $\frac{E \cdot A_c \cdot h^2}{2a}$  を極距として連力圖を畫けば、茲に  $\delta_{ma}$  影響線を得。この  $\delta_{ma}$  を  $\sum S_i^2 \cdot \rho$  で除せば、 $X_a$  影響線が得られるのである (d 圖)。若し  $\delta_{ma}$  影響線を得んとするとき極距に  $\frac{E \cdot A_c \cdot h^2}{2a} \sum S_i^2 \rho$  を用ひれば、連力圖は  $X_a$  影響線となる。

既に  $X_a$  を知れば、補剛桁部材應力は次式によつてその影響線を畫き得べく、その結果



第 9-31 圖



第 9-32 圖

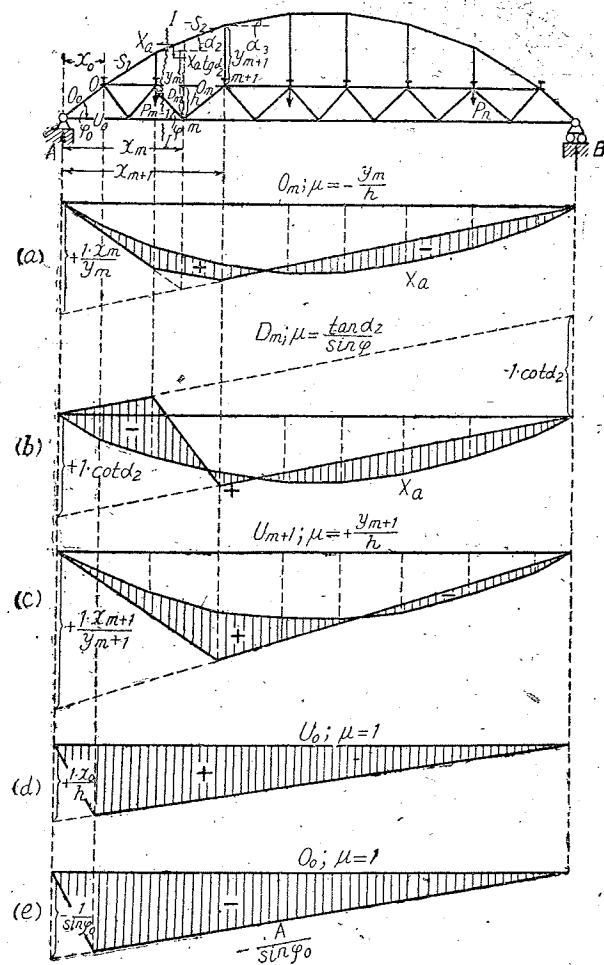
は第 9-33 圖の通りである。

$$O_m = -\frac{M_m}{h} = -\frac{1}{h} (M_{om} - M_{ma} \cdot X_a) = -\frac{y_m}{h} \left( \frac{M_{om}}{y_m} - X_a \right)$$

$$\begin{aligned} U_{m+1} &= +\frac{M_{m+1}}{h} = \frac{1}{h} (M_{o(m+1)} - M_{(m+1)a} X_a) \\ &= \frac{y_{m+1}}{h} \left( \frac{M_{o(m+1)}}{y_{m+1}} - X_a \right) \end{aligned}$$

$$D_m = \frac{1}{\sin \varphi} (A - P_{m-1} - X_a \cdot \tan \alpha_2) \dots\dots (\text{断面 } I-I)$$





第 9-33 圖

$$= \frac{1}{\sin \varphi} (Q_{0m} - X_a \cdot \tan \alpha_2)$$

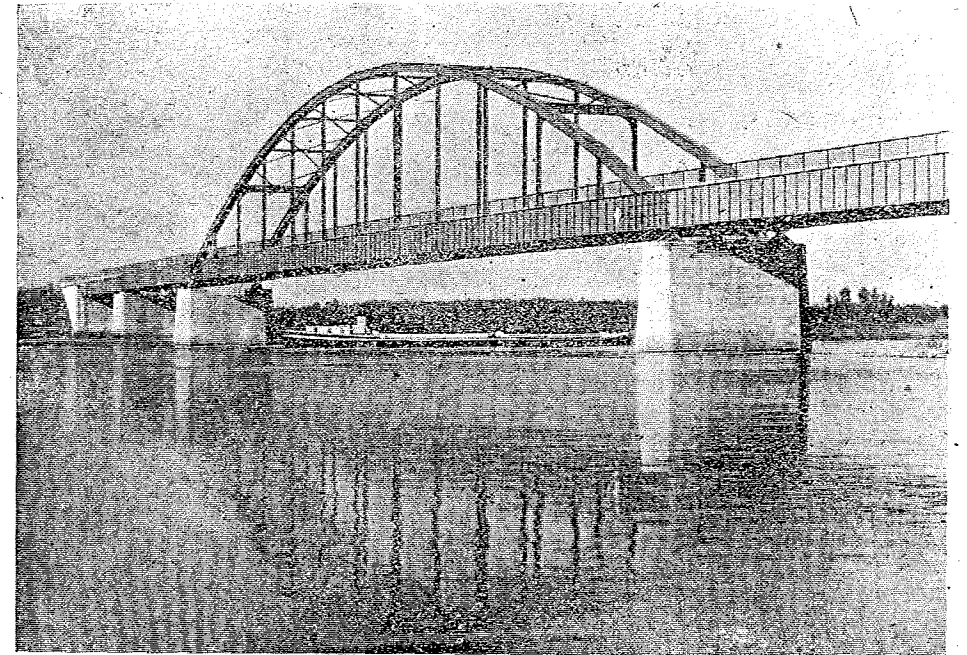
$$= \frac{\tan \alpha_2}{\sin \varphi} \left( \frac{Q_{0m}}{\tan \alpha_2} - X_a \right) = \frac{\tan \alpha_2}{\sin \varphi} (Q_{0m} \cdot \cot \alpha_2 - X_a)$$

$$U_0 = \frac{M_0}{h} = \frac{1}{h} (M_{00} - M_{0a} \cdot X_1) = \frac{M_{00}}{h} \dots (M_{0a} = 0)$$

$$O_0 = -\frac{A}{\sin \varphi_0}$$

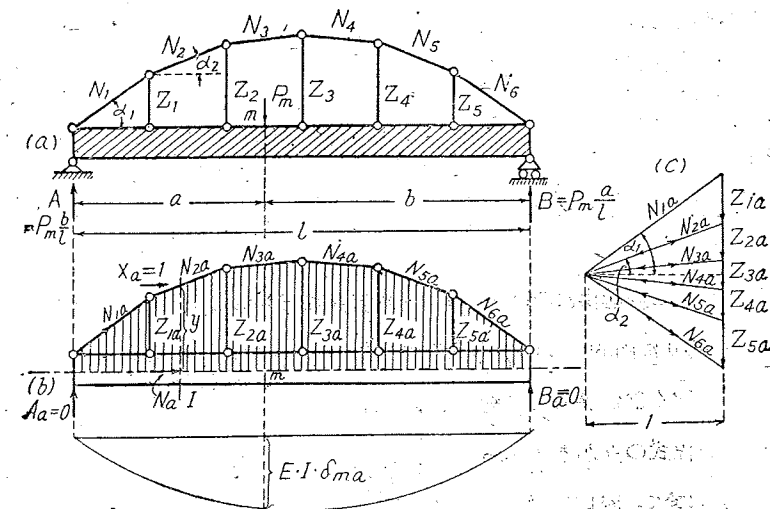
2) 補剛桁の板桁なる場合

此の場合のテンガア桁は、解法に於て前項と全く同一の方法で扱ひるのであるが、聊



寫真 9-4 第 9-34 圖の型式

か異なる所は前項の場合は補剛桁をトラスとして部材應力を扱つたのに対して此の場合は補剛桁を普通の梁として扱つた点だけである。孰れの場合も、補剛桁は繫拱に於ける繫材と同じやうに桁の方向に引張力を受ける事に注意すべきである。



第 9-34 圖

可能變形仕事から出發する弾性方程式は此の一次的不靜定構造の不靜定未知應力  $X_a$  に對して

$$X_a = \frac{P_m \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}} = \frac{EI \cdot P_m \cdot \delta_{ma}}{EI \cdot \delta_{aa}}$$

を與へる。茲に  $X_a$  は多角形を爲す拱肋材の應力の水平分力であつて、第 9-34 圖に於て

$$N_1 = -X_a \cdot \sec \alpha_1 ; N_2 = -X_a \cdot \sec \alpha_2 ; N_3 = -X_a \cdot \sec \alpha_3 ; \dots$$

而して、 $\delta_{ma}$  は  $X_a = -1$  による撓みを示し、其の大きさは弾性荷重  $w$  から容易に求められるのであり、 $X_a = -1$  による曲げモーメント  $M_a$  の面積は、既に前例にあつたやうに  $M_a = 1 \cdot y$  であつて、(b) 圖の細線部分は之の面積を示すのである。  $EI \cdot \delta_{aa}$  は

$$\begin{aligned} EI \cdot \delta_{aa} &= EI \cdot \sum S_a^2 \cdot \rho + \int M_a^2 dx + \int N_a^2 dx \cdot \frac{I}{A} \\ &= I \cdot \sum S_a^2 \cdot \frac{s}{A} + \int M_a^2 dx + \frac{I}{A} \int N_a^2 dx \end{aligned}$$

茲に  $S_a$  は拱肋及び吊材の  $X_a = -1$  による應力を示し、その大き  $N_{1a}, Z_{1a}, \dots$  は (c) 圖の極距=1 なる力多角形から求められるのである。

$\int M_a^2 dx$  は  $M_a = 1 \cdot y$  であるから、 $M_a$  面積の補剛桁中軸に於ける面積モーメントの 2 倍である。

$N_{1a}, N_{2a}, \dots$  等の  $S_a$  の水平分力は  $X_a = -1$  である。よつて断面  $I$  を採れば解るやうに補剛桁中軸の軸應力は  $N_a = -1$  (壓縮力) である。よつて、

$$\frac{I}{A} \int N_a^2 dx = \frac{I}{A} \int_0^l (-1)^2 dx = \frac{I}{A} \cdot l$$

既に  $EI \cdot \delta_{ma}$  及び  $EI \cdot \delta_{aa}$  が解ければ  $X_a$  は容易に求められるのである。

### §9. 二鉸構拱解法 其一

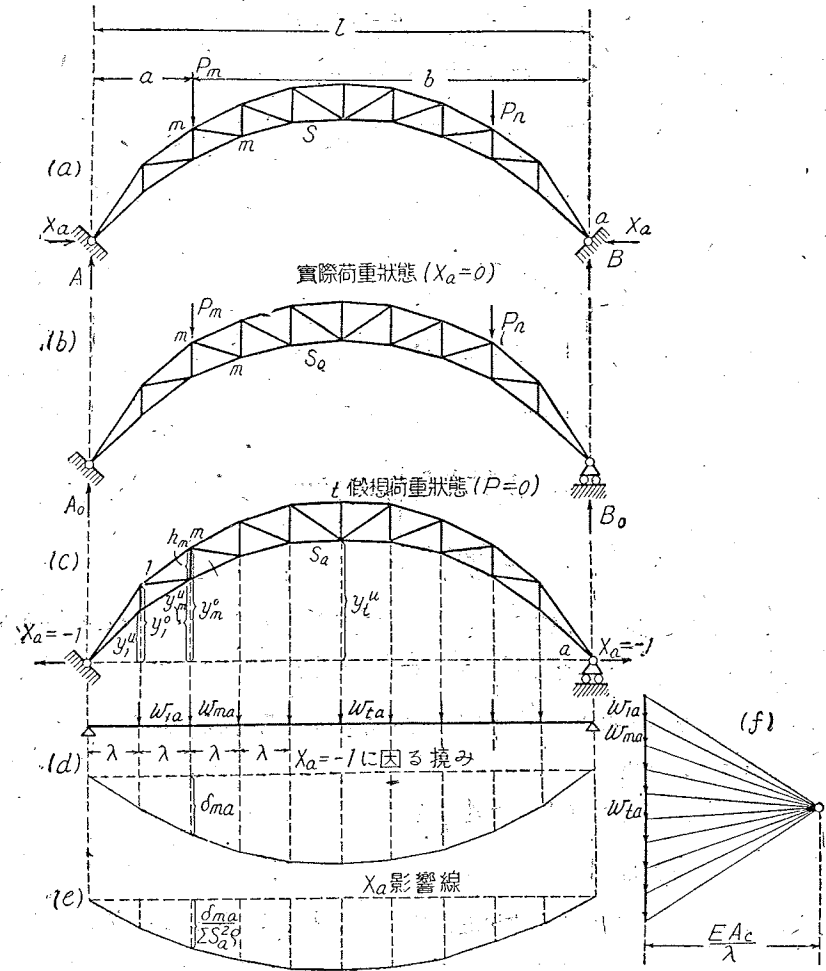
第 9-35 圖に示す二鉸構拱は構 (トラス) それ自身は三角形の組合せであつて既に第 1 章に於て解説した通りに內的には靜定の構造であるが、兩端のヒンジ支點に各 2 個計 4 個の反力があり、之を解く爲の靜力學的釣合條件は前章 §1 に於けるやうに  $\sum M=0, \sum H=0, \sum V=0$  の 3 個の方程式のみがあるから、4-3 即ち 1 次不靜定構造である。

第 9-35 圖 (a) に於て、若し左支點の水平反力を  $X_a$ 、右支點の水平反力を  $X_a'$  となす時は、 $X_a = X_a'$  となるのが一般的であるが、本圖の場合のやうに荷重  $P_m, P_n$  等が鉛直に作用するときは、 $\sum H=0$  を借用すれば  $X_a = X_a'$  であつて、左右の水平反力は等しいのである。

不靜定反力を  $X_a$  とする。  $P_m$  に因る鉛直反力は支點に於ける  $\sum M=0$  から

$$A = \frac{b}{l} P_m ; B = \frac{a}{l} P_m$$

$P_n$  に因る反力も同様にして求める事が出来る。

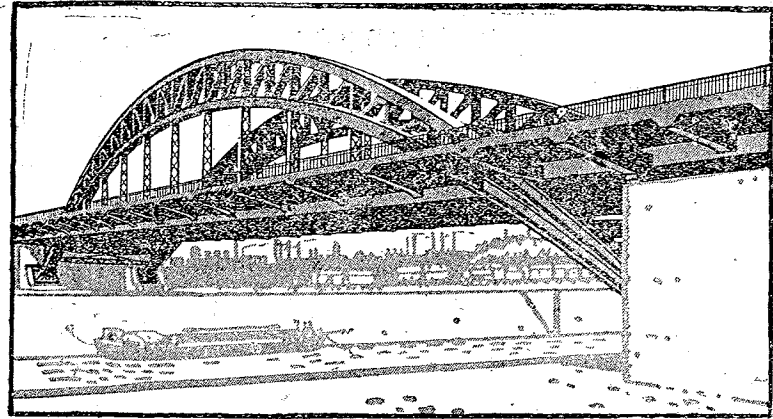


第 9-35 圖

實際荷重  $P_m=1$  による  $X_a$  は

$$X_a = \frac{1 \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}}$$

$X_a$  影響線は  $X_a = -1$  に因る撓みを  $\delta_{aa}$  で割つたものであつて、靜定主系の  $X_a = -1$  による撓み  $\delta_{ma}$  は弾性荷重を用ひて求める事が出来る。



第 9-36 図

$$\frac{E \cdot A_c}{\lambda} \cdot w_m = \frac{M_m^u + M_m^o}{h^2}$$

$X_a = -1$  に対しては  $M_m^u = 1 \cdot y_m^u$ ;  $M_m^o = 1 \cdot y_m^o$  であるから

$$\left. \begin{aligned} \frac{E \cdot A_c}{\lambda} \cdot w_{ma} &= \frac{y_m^u + y_m^o}{h_m^2} \\ \frac{E \cdot A_c}{\lambda} \cdot w_{ia} &= \frac{y_i^u + 2y_i^o}{h_i^2} \\ \frac{E \cdot A_c}{\lambda} \cdot w_{ta} &= \frac{2y_i^u}{h_i^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9-37)$$

茲に  $A_c$  は弦材断面の平均値を示し、又腹材の影響は省略してゐる。この弾性荷重を用ひて圖解法により求めるときは、極距を  $\frac{EA_c}{\lambda}$  となし、上式の右邊を荷重として連力圖を畫くのである。是の縦距は  $\delta_{ma}$  を示すのである。弾性荷重は次節に述べるやうにミュウラ・プレスラウの方法に従ひ、

$$w_m = \frac{-A'o_m}{h_m} = \frac{-A_o \cdot \sec \beta}{h_m}$$

を用ひても良いのである。

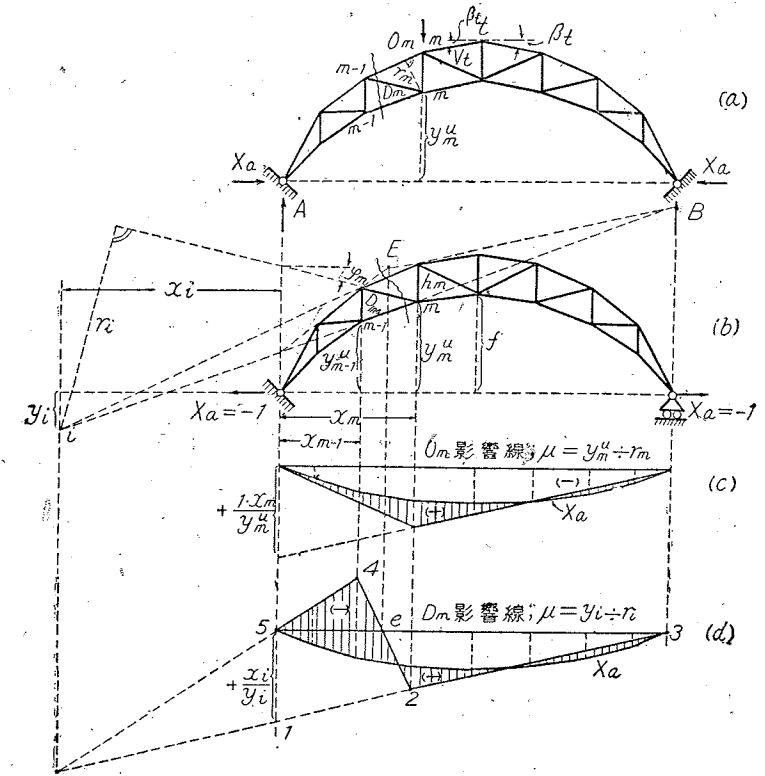
$\delta_{aa}$  は支點の  $X_i = -1$  による水平變位であつて  $\delta_{aa} = \sum S_a^2 \cdot \rho$  から計算するか、近似的には圖解法を用ひて求められるのである。

$$X_{at} = \frac{\delta_{at}}{\delta_{aa}} = \frac{\sum S_a \cdot \varepsilon \cdot t \cdot s}{\sum S_a^2 \cdot \rho}$$

部材應力は次に示す諸式から圖解的に求めるのが實用的である。

a) 
$$O_m = -\frac{M_m^u}{r_m} = -\frac{1}{r_m} (M_{mo}^u - M_{ma}^u \cdot X_a) = -\frac{y_m^u}{r_m} \left( \frac{M_{mo}^u}{y_m^u} - X_a \right)$$

b) 
$$D_m = D_{mo} - D_{ma} \cdot X_a = D_{mo} \left( \frac{D_{mo}}{D_{ma}} - X_a \right)$$



第 9-37 図

之等の應力の影響線作圖法は第 9-37 圖に示す通りである。斜材  $D_m$  の應力は普通のトラスの解法に於けると同じやうに、上弦  $m, m-1$  の線と下弦  $m, m-1$  の線を延長した 2 線の交點  $i$  を圖上で求め、断面より左方の諸力に對する  $\sum M_i = 0$  の式を作つて  $D_m$  を求めて良いのである。第 9-37 圖 (b) 及び (d) を参照して、 $X_a = -1$  の作用する場合には

$$\begin{aligned} D_{ma} \cdot r_i - 1 \cdot y_i &= 0 ; D_{ma} = + \frac{1 \cdot y_i}{r_i} \\ D_m &= \frac{y_i}{r_i} \left( D_{mo} \cdot \frac{r_i}{y_i} - X_a \right) \end{aligned}$$

(d) 圖は之に基いて作圖した結果を示し、5-4-2-3 の圖形は剪斷力影響線であつて之の零なる點  $e$  は靜定主系 (b 圖の  $E$  點の直下に存在するのである。換言すれば  $E$  を定めて之から鉛直線を引けば作圖の照査が出来るのである。\*  $i$  點を正確に作圖し得ない場合は  $D_{ma}, D_{om}$  を計算或はクレモナ圖から求める。

$$D_m = \frac{1}{\cos \varphi_m} \left( \frac{M_{mo}^u}{h_m} - \frac{M_{(m-1)a}^u}{h_{m-1}} \right) = \frac{1}{\cos \varphi_m} \left( \frac{y_m^u}{h_m} - \frac{y_{m-1}^u}{h_{m-1}} \right)$$

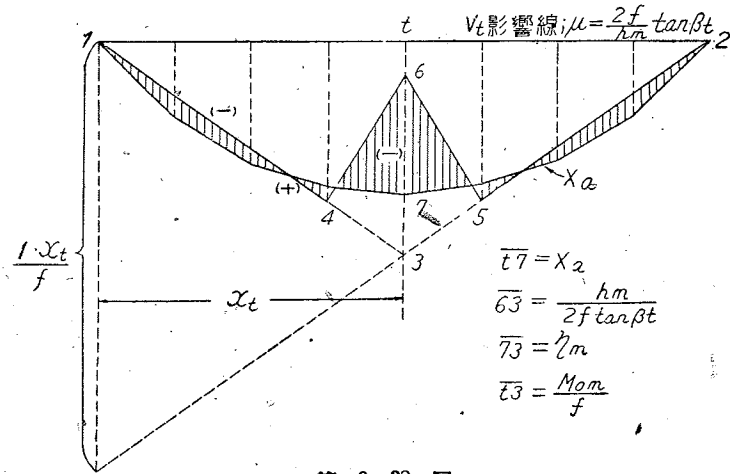
c) 
$$V_m = V_{mo} - V_{ma} \cdot X_a \dots \dots \dots (\text{次節参照})$$

$$V_t = -1 - O_t \cdot \sin \beta_t - O_{t+1} \cdot \sin \beta_{t+1} \dots \dots \dots m \text{ 點が拱頂點 } t \text{ になるとき}$$

\*  $E$  點を利用する事は普通のトラスに行はれる所である。拙著「橋梁」190 頁 (岩波全書) 参照。

$$= -1 + 2 \tan \beta_i (M_{om}^u - M_{ma}^u \cdot X_a) / h_m$$

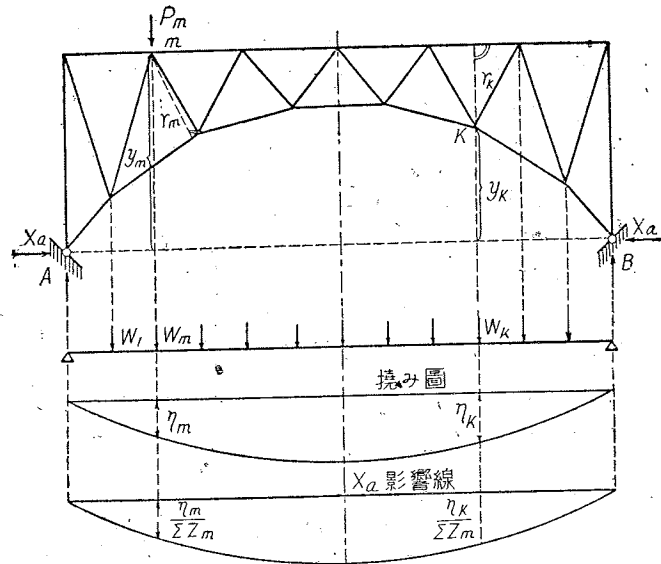
$$= 2 \tan \beta_i \frac{f}{h_m} \left[ \frac{M_{om}^u}{f} - X_a - \frac{h_m}{2 \tan \beta_i \cdot f} \right] \dots\dots (第 9-38 圖 参照)$$



第 9-38 圖

§10. 二鉸構拱解法 其二

本法は其一と全く同法であるが、用法に多少の相違があるから併せて茲に述べる。茲に構としてワーレン型を撰ぶ (第 9-39 圖)。



第 9-39 圖

$$X_a = \frac{1 \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}}$$

$\delta_{ma}$  を求める弾性荷重は近似的には、

$$w = \mp \frac{\Delta s}{r}$$

但し (-) は上弦材 (+) は下弦材の場合であつて、 $\Delta s$  は  $X_a = -1$  による部材の變長である。よつて  $A_m$  を弦材斷面積、 $A_c$  をその平均値とすれば、

$$EA_c w_m = -\frac{1 \cdot y_m \cdot s_m}{r m^2} \cdot \frac{A_c}{A_m}$$

但し、1.  $y_m$  は  $X_a = -1$  による靜定主系の  $m$  點のモーメントである。この  $w_m$  によつて連力圖を畫きその縦距を  $\eta_m$  とすれば、

$$\delta_{ma} = \frac{\eta_m}{EA_c}$$

$\delta_{aa}$  は  $\sum S_a^2 \cdot \frac{s_m}{EA}$  であつて、 $S_a = \mp \frac{y}{r}$  であるから、

$$\delta_{aa} = \frac{1}{EA_c} \sum \left( \frac{y^2 s_m}{r^2} \cdot \frac{A_c}{A_m} \right) = \frac{1}{EA_c} \sum Z_m \dots\dots (9-38)$$

茲に  $Z_m = \frac{y_m^2 s_m}{r^2} \cdot \frac{A_c}{A_m} = E \cdot A_c \cdot w_m \cdot y_m$

此の  $Z_m$  は弾性荷重に  $y_m$  を乗じたるものであつて、 $\sum Z_m$  の場合には  $w_0$  をも併入する必要がある。

依つて  $X_a$  は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} X_a &= \frac{\sum P_m \cdot \eta_m}{\sum Z_m} \\ X_{at} &= \frac{E \cdot \varepsilon \cdot t \cdot l \cdot A_c}{\sum Z_m} \end{aligned} \right\} \dots\dots (9-39)$$

第 9-39 圖は腔構拱 (Spandrel braced arch) と呼ばれて広く用ゐられる型式であるが、普通には第 9-40 圖のやうに腹部をプラット型で組む。鉛直荷重による水平反力は

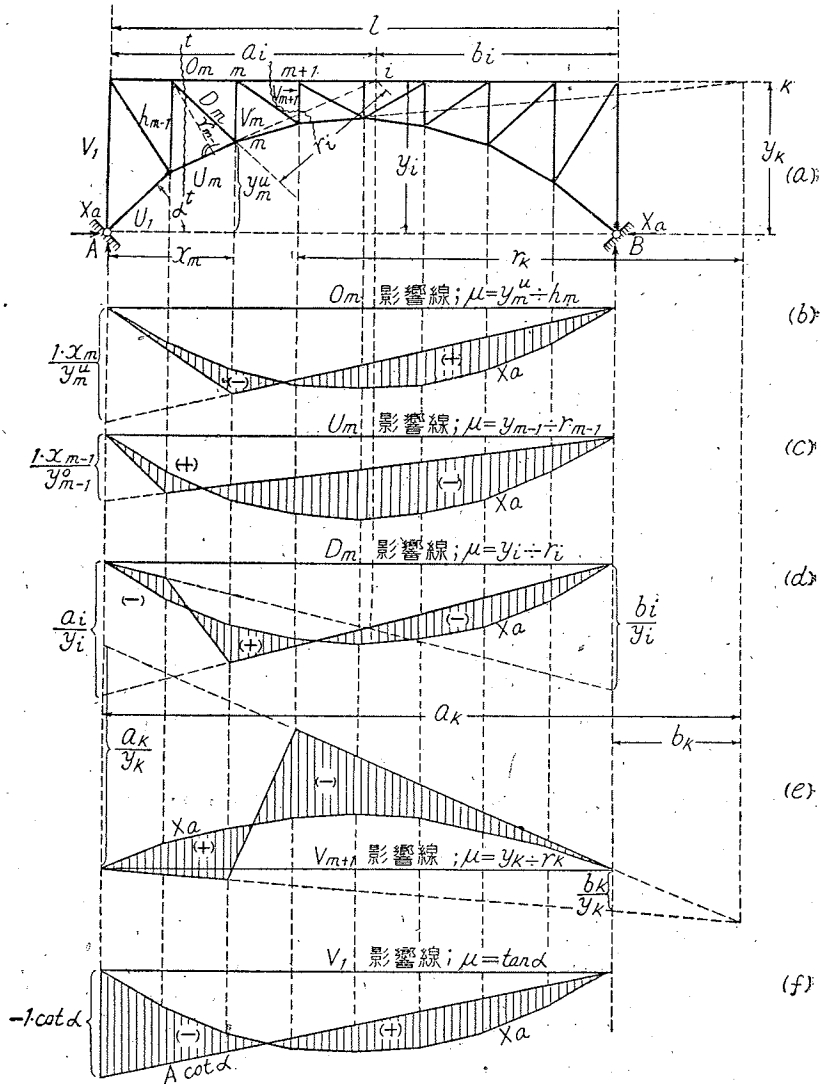
$$X_a = \frac{P_m \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}}$$

$\delta_{ma}$  を求める爲の弾性荷重は既に示した通りである。  $E \cdot A_c = \text{定値}$  を除外すれば、

$$w_m = \frac{1}{r m^2} \left( y_m^u \cdot \sec^3 \beta_m \cdot \frac{A_c}{A_m} + y_m^o \cdot \sec^3 \alpha_{m+1} \cdot \frac{A_c}{A_{m+1}} \right)$$

$$Z_m = \frac{1}{r m^2} \left( y_m^u \cdot \sec^3 \beta_m \cdot \frac{A_c}{A_m} + y_m^o \cdot \sec^3 \alpha_{m+1} \cdot \frac{A_c}{A_{m+1}} \right)$$

の平均各斷面積を  $A_0$  及び  $A_u$  として、



第 9-40 圖

近似的には

$$w_m = \left( y_m^u + y_m^o \frac{A_o}{A_u} \right) \frac{1}{h_m^2}; \quad Z_m = \left( y_m^2 + y_m^2 \frac{A_o}{A_u} \right) \frac{1}{h_m^2}$$

$$w_o = \frac{A_o}{A_u} \cdot \frac{1}{h_o}; \quad Z_o = \frac{A_o}{A_u} \dots \dots \dots \text{起拱點}$$

$$w_c = \frac{2y_c}{h_c^2} \cdot \frac{A_o}{A_u}; \quad Z_c = \frac{2y_c^2}{h_c^2} \cdot \frac{A_o}{A_u} \dots \dots \dots \text{拱頂點}$$

部材應力のうち弦材應力は第 9-37 圖の場合と同様であるが、斜材應力  $D_m$  の場合は、

弦材の延長線の交點がその斜材の右方に在るから

$$D_m = \frac{y_i}{r_i} \left( D_{m0} \frac{r_i}{y_i} - X_a \right)$$

の中の  $D_{m0} \cdot \frac{r_i}{y_i}$  の線即ち  $\frac{a_i}{r_i} \cdot \frac{r_i}{y_i}$  及び  $\frac{b_i}{r_i} \cdot \frac{r_i}{y_i}$  の値は常に (+) であつて、此の爲に圖形が變つて來るのである。

中間鉛直材  $V_m$  の影響線は (e) 圖に示す通りである。

$$V_m = V_{m0} - V_{ma} \cdot X_a; \quad V_{ma} = \frac{1 \cdot y_k}{r_k}$$

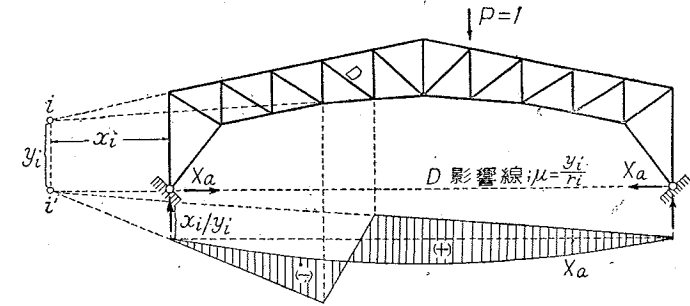
$$V_m = \frac{y_k}{r_k} \left( V_{m0} \cdot \frac{r_k}{y_k} - X_a \right)$$

即ち、 $V_{m0} \cdot \frac{r_k}{y_k}$  線を畫くには支點の下に  $-\frac{a_k}{r_k} \cdot \frac{r_k}{y_k} = -\frac{a_k}{y_k}$  及び  $\frac{b_k}{r_k} \cdot \frac{r_k}{y_k} = \frac{b_k}{y_k}$  を探れば良い。

第一下弦材  $U_1$  の應力は  $U_1 = -X_a \cdot \sec \alpha$  であるから  $X_a$  影響線を用ゐ、之に係數  $\mu = -\sec \alpha$  を乗するのである。第一鉛直材  $V_1$  の應力は、

$$V_1 = -A - U_1 \cdot \sin \alpha = -A + X_a \cdot \tan \alpha = \tan \alpha (X_a - A \cdot \cot \alpha)$$

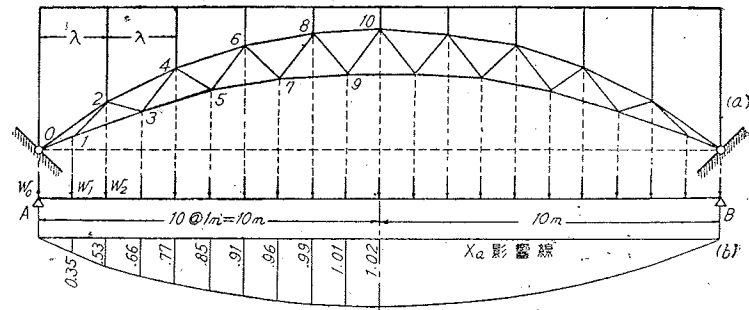
よつて  $V_1$  影響線は (f) 圖に示すやうに反力  $A$  に  $\cot \alpha$  を乗じた影響線と  $X_a$  影響線とを合計し、之に係數  $\mu = \tan \alpha$  を乗じたものである。



第 9-41 圖

【算例】 構拱不靜定反力  $X_a$  の算法に關する例題を示す。\* 簡單にする爲に、弦材斷面を一定なりと假定し、或は彈性荷重に腹材變形を無視してゐるが、斯うした方法は拱橋設計の第一歩に於て形狀及び斷面の大要を決定するときに常に用ゐられる。應力精算に必要な  $X_a$  の計算は第 15 章に譲る。

\* Müller-Breslau, "Graphische Statik" II. 1. 1922 年版に據る。



第 9-42 図

(其一) 二鉸三日月型構拱, 支間 20(米)

第 9-42 図の二鉸結構拱に於て, 弦材断面積は均一にして

$$A_o = A_u = A_c ; \frac{A_c}{A_m} = 1$$

なりとする。

弾性荷重

$$EA_c w_m = \frac{y_m s_m}{r_m^2}$$

$$Z_m = \frac{y_m^2 s_m}{r_m} = E \cdot A_c \cdot w_m \cdot y_m$$

拱は比較的扁平なるを以て, 弦材長は不變と見るも大差なく,

即ち  $s_m = \lambda$  とすれば

$$\frac{E \cdot A_c}{\lambda} w_m = \frac{y_m}{r_m^2} ; Z_m = \frac{y_m^2}{r_m} = \frac{E \cdot A_c}{\lambda} y_m \cdot w_m$$

格点 1 に對しては (第 9-43 図)

$$w_1 = \frac{y_1 s_1}{r_1^2} + \frac{y_1' s_1'}{r_1'^2}$$

$$Z_1 = \frac{y_1^2 s_1}{r_1} + \frac{y_1'^2 s_1'}{r_1'}$$

上記の弾性荷重に於て  $\frac{E \cdot A_c}{\lambda} w_m$  及び  $Z_m = \frac{E \cdot A_c}{\lambda} y_m \cdot w_m$

には何れも  $\frac{E \cdot A_c}{\lambda} =$  定値を含むが故に, この定値は除外して

良いのである。

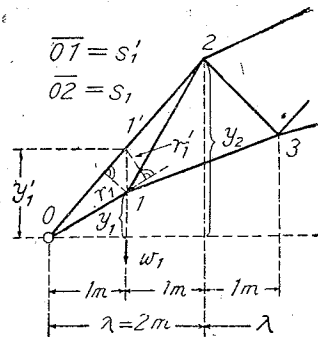
弾性荷重  $w$  による単純梁  $AB$  の曲げモーメント圖は圖式的に或は通常の梁の計算法に依つて求

られるが, 各點曲げモーメント計算に際して次のやうに階段的に計算すれば手数は簡易である。

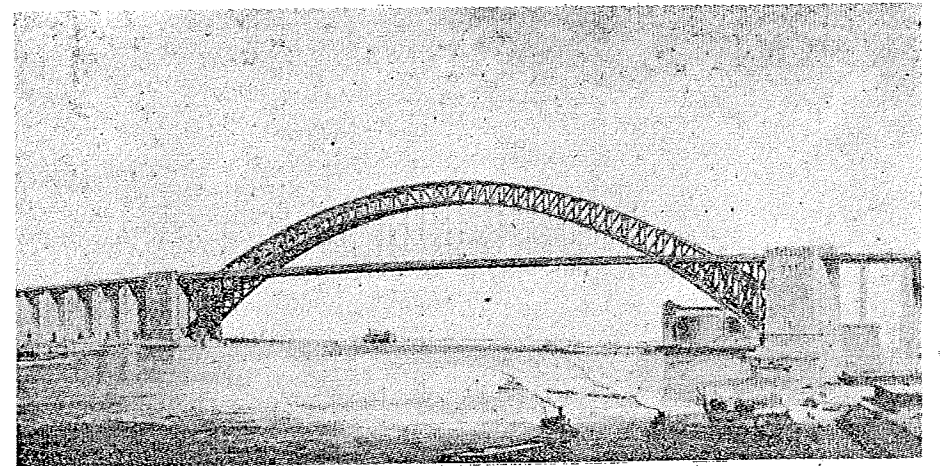
$$Q_m = Q_{m+1} + w_m \dots \dots \dots \text{剪断力}$$

$$M_m = M_{m-1} + Q_m \lambda' \dots \dots \dots \text{曲げモーメント}$$

(此の場合には  $\lambda' = 1m$ )



第 9-43 図



寫 眞 9-5 二鉸構拱 (紐育市キル・ヴァン・クル橋) 支間 1651 呎 6 吋

m	$y_m$	$r_m$	$w_m = \frac{y_m}{r_m^2}$	$Z_m = \frac{y_m^2}{r_m}$	
1	0.475	0.20			$w_1 = \frac{0.475}{0.20^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{0.72}{0.22^2} = 19.31$ $Z_1 = \frac{0.475^2}{0.20} + \frac{1}{2} \cdot \frac{0.72^2}{0.22^2} = 11.00$
2	1.440	0.52	5.33	7.67	
3	1.275	0.63	3.21	4.10	
4	2.560	0.94	2.90	7.42	
5	1.875	1.01	1.84	3.45	
6	3.360	1.26	2.12	7.11	
7	2.275	1.29	1.37	3.11	
8	3.840	1.45	1.83	7.01	
9	2.475	1.44	1.19	2.95	
10	4.000	1.53	1.72	6.88	

$$\Sigma Z_m = 2 \Sigma_1^9 Z + Z_{10} = 2 \times 53.82 + 6.88 = 114.52$$

之れによつて  $M_m$  を求めれば  $M_m = \delta m a$  であるから,

$$X_a = \frac{M_m}{\Sigma Z_m}$$

$$Q_{10} = \frac{1}{2} w_{10} = 0.86$$

$$M_1 = 39.96 = Q_1 \left( X_1 = \frac{39.96}{114.52} = 0.35 \right)$$

$$Q_9 = \frac{+1.19}{2.05}$$

$$M_2 = \frac{20.65}{60.61} \quad X_2 = \frac{60.61}{114.52} = 0.53$$

$$Q_8 = \frac{1.83}{3.88}$$

$$M_3 = \frac{15.32}{75.93} \quad \left( X_3 = \frac{75.93}{114.52} = 0.69 \right)$$

$$Q_7 = \frac{1.37}{5.25}$$

$$M_4 = \frac{12.11}{88.04} \quad X_4 = \frac{88.04}{114.52} = 0.77$$

$$Q_6 = \frac{2.12}{7.37}$$

$$M_5 = \frac{9.21}{97.25} \quad \left( X_5 = \frac{97.25}{114.52} = 0.85 \right)$$

$$\begin{aligned}
 Q_5 &= \frac{1.84}{9.21} & M_6 &= \frac{7.37}{104.62} & X_6 &= \frac{104.62}{114.52} = 0.91 \\
 Q_4 &= \frac{2.90}{12.11} & M_7 &= \frac{5.25}{109.87} & (X_7 &= \frac{109.87}{114.52} = 0.96) \\
 Q_3 &= \frac{3.21}{15.32} & M_8 &= \frac{3.88}{113.75} & X_8 &= \frac{113.75}{114.52} = 0.99 \\
 Q_2 &= \frac{5.33}{20.65} & M_9 &= \frac{2.05}{115.80} & (X_9 &= \frac{115.80}{114.52} = 1.01) \\
 Q_1 &= \frac{19.31}{39.36} & M_{10} &= \frac{0.86}{116.66} & X_{10} &= \frac{116.66}{114.52} = 1.02
 \end{aligned}$$

若し、格点 8 に 5t、格点 10 に 2t の集中荷重が載つたとすれば、

$$X_a = 5 \times 0.99 + 2 \times 1.02 = 4.95 + 2.04 = 6.99 t$$

又、橋の長さの方向に 2t/m の分布荷重を満載したとすれば、

$$\begin{aligned}
 X_a &= 2 \times \lambda \{2(X_2 + X_4 + X_6 + X_8) + X_{10}\} \\
 &= 4 \times 7.42 = 29.68 t
 \end{aligned}$$

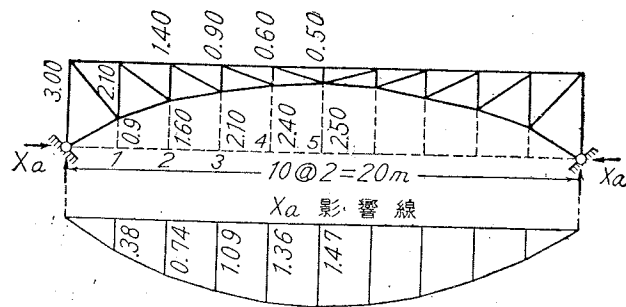
35°C の温度上昇に伴ふ水平反力は

$$\begin{aligned}
 X_{at} &= \frac{E \cdot \epsilon \cdot t \cdot l \cdot A_c}{\lambda \Sigma Z_m} = \frac{2,100,000 \times 0.000012 \times 20 \times 35}{2 \times 114.52} A_c \\
 &= 77 A_c \text{ kg} \quad (A_c \text{ は } \text{cm}^2 \text{ 単位})
 \end{aligned}$$

(其二) 二絞梁構拱. 支間 (I) 20 米及び (II) 18 米

(I) 弦材断面は均一と假定する。\$A\_0 = A\_u = 1\$ ; \$\frac{EA\_c}{\lambda}\$ = 定値。弾性荷重は、

$$w_m = \frac{y_m^u + y_m^o}{h_m^2} ; Z_m = \frac{y_m^u + y_m^o}{h_m^2}$$



第 9-44 圖

$$w_5 = 2 \frac{y_5^u}{h_5^2} ; Z_5 = 2 \frac{y_5^o}{h_5^2} ; Z_0 = \frac{A_0}{A_u} = 1$$

$$w_1 = (0.9 + 3.0)/2.1^2 = 0.88 \quad Z_1 = (0.9^2 + 3.0^2)/2.1^2 = 2.224$$

$$w_2 = (1.6 + 3.0)/1.4^2 = 2.35 \quad Z_2 = (1.6^2 + 3.0^2)/1.4^2 = 5.898$$

$$w_3 = (2.1 + 3.0)/0.9^2 = 6.30 \quad Z_3 = (2.1^2 + 3.0^2)/0.9^2 = 16.556$$

$$w_4 = (2.4 + 3.0)/0.6^2 = 15.00 \quad Z_4 = (2.4^2 + 3.0^2)/0.6^2 = 41.000$$

$$w_5 = 2 \times 2.5/0.5^2 = 20.00 \quad Z_5 = 2 \times 2.5^2/0.5^2 = 50.000$$

$$\Sigma_0^4 Z_m = 66.678 ; \Sigma Z_m = 2 \times 66.673 + 50 = 183.356$$

w による単桁 AB の曲げモーメントは次の如し。

$$M_1 = 69.06 \quad M_2 = 136.36 \quad M_3 = 198.96$$

$$M_4 = 248.96 \quad M_5 = 268.96$$

$$X_1 = \frac{M_1}{\Sigma Z_m} = \frac{69.06}{183.356} = 0.38$$

同様にして  $X_2 = 0.74 \quad X_3 = 1.09 \quad X_4 = 1.36 \quad X_5 = 1.47$

$$X_{at} = \frac{\epsilon \cdot E \cdot t \cdot l \cdot A_c}{\lambda \Sigma Z_m} = 480 A_c \text{ kg} \quad (t = 35^\circ C)$$

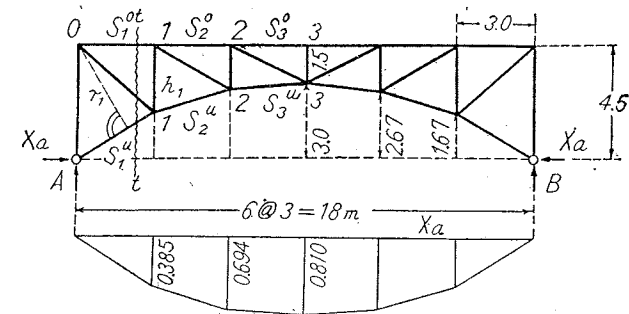
\$\frac{A\_0}{A\_u} \neq 1\$ の場合は \$X\_a\$ の値は違つて来る。

X の値の比較

\$A_0 + A_u\$	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
\$X_1\$	0.39	0.39	0.38	0.38	0.37	0.37
\$X_2\$	0.77	0.76	0.75	0.74	0.73	0.73
\$X_3\$	1.13	1.11	1.10	1.09	1.07	1.06
\$X_4\$	1.42	1.40	1.38	1.36	1.34	1.32
\$X_5\$	1.55	1.52	1.49	1.47	1.44	1.42

(II) 同様の計算であるが、方法を換へた一例を示す(第 9-45 圖)。上下兩弦材の断面積は均一腹材の伸縮の影響は無視する。

$$\delta_{aa} = \Sigma S_a^2 \cdot s + EA$$



第 9-45 圖

\$S\_a\$ は \$X\_a = -1\$ による部材應力であつて、例へば下弦 0-1 に対しては \$t-t\$ 断面をとつて \$S = \frac{M\_0}{r\_1}\$ から求め、\$EA\$ は \$\delta\_{aa}\$ の方にも附随してゐるから消去する。

$\delta_{ma}$  を求める爲の弾性荷重は,  $S_a$  によつて生ずる伸び  $\Delta s$  を以て示し,

$$w_1 = \frac{1}{r} (-\Delta O_1 + \Delta u_2) = \left( \frac{-S_{1a}^0 \cdot s_1^0}{h_1} + \frac{S_{2a}^0 \cdot s_2^0}{r_2} \right) \frac{1}{EA}$$

$$w_2 = \frac{1}{r} (-\Delta O_2 + \Delta u_3) = \left( \frac{-S_{2a}^0 \cdot s_2^0}{h_2} + \frac{S_{3a}^0 \cdot s_3^0}{r_3} \right) \frac{1}{EA}$$

$$w_3 = \frac{2}{r} \cdot \Delta O_3 = \frac{2 S_{3a}^0}{h_3} \cdot \frac{1}{EA}$$

部 材	$S_a$	$s$	$r$	$S_a \cdot s/r$	$S_a^2$	$S_a^2 \cdot s$
下 弦	1	-0.60	3.0	2.83	-0.36	1.09
	2	-1.46	3.0	1.80	-2.13	6.39
	3	-2.00	3.0	1.50	-4.00	12.00
上 弦	1	1.125	3.40	4.00	1.27	4.32
	2	1.67	3.20	2.70	2.79	8.93
	3	2.50	3.02	1.80	6.25	18.88

$$\frac{1}{2} \sum S_a^2 \cdot s = 51.60$$

$w_1 = 2.62 ; w_2 = 6.63 ; w_3 = 8.0$

此の弾性荷重による曲げモーメント

$M_1 = 39.75 ; M_2 = 71.64 ; M_3 = 83.64$

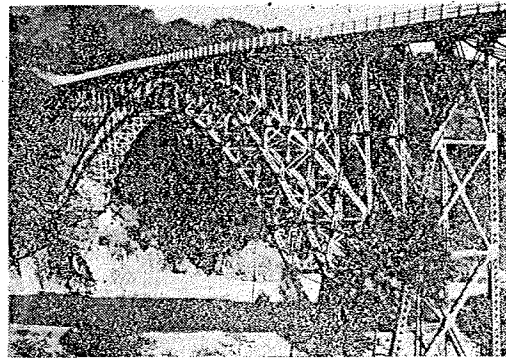
$X_1 = \frac{39.75}{103.2} = 0.385 t$

$X_2 = \frac{71.64}{103.2} = 0.694 t$

$X_3 = \frac{83.64}{103.2} = 0.810 t$

(其三) 補剛拱. 支間 37.5 米 (第 9-46 圖)

$$X_a = \frac{1 \cdot \delta_{ma}}{\sum S_a^2 \frac{S}{EA}} \dots \dots \dots (P_m = 1)$$



寫眞 9-6 奥多摩橋梁

$X_a = -1$  に因る各部材の應力は,

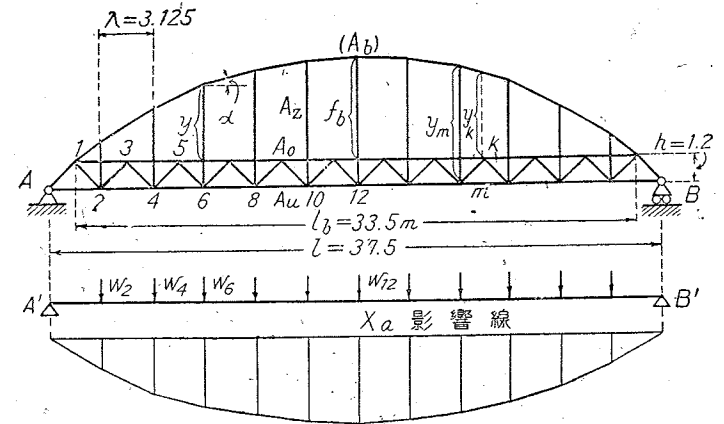
拱肋  $\dots \dots \dots S_{ma} = 1 \cdot \sec \alpha_m$

吊材  $\dots \dots \dots = 1 (\tan \alpha_m - \tan \alpha_{m+1})$

構  $\dots \dots \dots S_{ma} = Z_m$

$$\sum \frac{S_a^2 \cdot s}{EA} = \frac{1}{EA_c} \sum Z_m + \sum \frac{\sec^2 \alpha_m}{EA_{mb}} s_m + \sum \frac{(\tan \alpha_m - \tan \alpha_{m+1})^2}{EA_z} \cdot s_n$$

茲に  $A_{mb}$  は拱肋  $m$  部分の断面であるが, 拱肋應力  $\sigma_b = \frac{X_a \cdot \sec \alpha}{A_{mb}}$  を定値とする爲には拱肋断面は  $\sec \alpha$  に比例して變化させる必要があるから,  $\sigma = \frac{X_a}{A_b} = \text{定値}$  を保持する爲には,  $A_{mb} = A_b \cdot \sec \alpha$  とすれば良いのである。  $\lambda = s_m \cdot \sec \alpha_m$  であるから,



第 9-46 圖

$$\sum \frac{S_a^2 \cdot s}{EA} = \frac{1}{EA_c} \left\{ \sum Z_m + \frac{A_c}{A_b} \sum \lambda \sec^2 \alpha_m + \frac{A_c}{A_z} \sum Z_m (\tan \alpha_m - \tan \alpha_{m+1})^2 \right\}$$

若し, 拱が拱矢  $f_b$  なる抛物線より成り

$$y_b = 4 f_b \frac{x(l_b - x)}{l_b^2}$$

で示されるとすれば,

$$\sum \frac{S_a^2 \cdot s}{EA} = \frac{1}{EA_c} \left\{ \sum Z_m + \frac{A_c}{A_b} l_b \left( 1 + \frac{16}{3} \cdot \frac{f_b^2}{l_b^2} \right) + \frac{128}{3} \cdot \frac{A_c}{A_z} \cdot \frac{f_b^3 \lambda}{l_b^3} \right\}$$

$\delta_{ma}$  を求める爲の弾性荷重は,

$$w_m = \frac{y_m}{h_m^2} \cdot \lambda \cdot \frac{A_o}{A_m}$$

茲に  $A_o$  は  $X_a$  の式の分母にも乗ずる關係から乗じた定値であり,  $E$  は定値であるから省いたのである。  $X_a$  の式の分母に更に  $\frac{h^2}{\lambda}$  を乗じるときは,

上弦格點に對し  $w_m = y_m$  ;  $Z_m = y_m^2$

下弦格點に對し  $w_k = y_k \cdot \frac{A_o}{A_u}$  ;  $Z_k = y_k^2 \cdot \frac{A_o}{A_u}$

$\delta_{ma}$  に対して以上の弾性荷重を用ゐる關係より,  $X_a$  の式の分母は,

$$\sum y_m^2 + \frac{A_o}{A_u} \sum y_k^2 + \frac{h^2}{\lambda} \left[ \frac{A_o}{A_b} l_b \left( 1 + \frac{16}{3} \cdot \frac{f_b^2}{l_b^2} \right) + \frac{128}{3} \cdot \frac{A_o}{A_z} \cdot \lambda \cdot \frac{f_b^3}{l_b^3} \right]$$

$$\approx \sum y_m^2 + \frac{A_o}{A_u} \sum y_k^2 + \frac{h^2 l_b}{\lambda} \cdot \frac{A_o}{A_b}$$

第 9-46 圖の補剛拱に於て,

$$\frac{\text{上弦材斷面積}}{\text{下弦材斷面積}} = \frac{A_o}{A_u} = 0.37 ; \frac{\text{上弦材斷面積}}{\text{拱頂肋材斷面積}} = \frac{A_o}{A_b} = 0.40$$

とし, 構の格點と拱肋との間の距離を次表通りとする。



格 點	2	3	4	5	6	7
$y_m$ 或は $y_k$	1.87	1.435	3.40	2.795	4.59	3.815
格 點	8	9	10	11	12	
$y_m$ 或は $y_k$	5.44	4.495	5.95	4.835	6.72	

$$w_m = y_m ; w_k = \frac{A_o}{A_u} = 0.37 y_k$$

$w_1, w_3, w_5, \dots$  の半分が  $w_2, w_4, \dots$  に移るものとすれば

$$w_2 = 1.87 + \frac{1}{2} \cdot 1.435 \times 0.37 = 2.14$$

$$w_4 = \frac{1}{2} \cdot 1.435 \times 0.37 + 3.40 + \frac{1}{2} \cdot 2.795 \times 0.37 = 4.18$$

$$w_6 = \frac{1}{2} \cdot 2.795 \times 0.37 + 4.59 + \frac{1}{2} \cdot 3.815 \times 0.37 = 5.80$$

$$w_8 = \frac{1}{2} \cdot 3.815 \times 0.37 + 5.44 + \frac{1}{2} \cdot 4.495 \times 0.37 = 6.95$$

$$w_{10} = \frac{1}{2} \cdot 4.495 \times 0.37 + 5.95 + \frac{1}{2} \cdot 4.835 \times 0.37 = 7.64$$

$$w_{12} = \frac{1}{2} \cdot 4.835 \times 0.37 + 6.12 + \frac{1}{2} \cdot 4.835 \times 0.37 = 7.88$$

此の弾性荷重に因る支間 37.5 m の単純梁の曲げモーメントは、 $\lambda=1$  として

$$M_2 = 30.74 \quad M_6 = 33.77 \quad M_{10} = 114.02$$

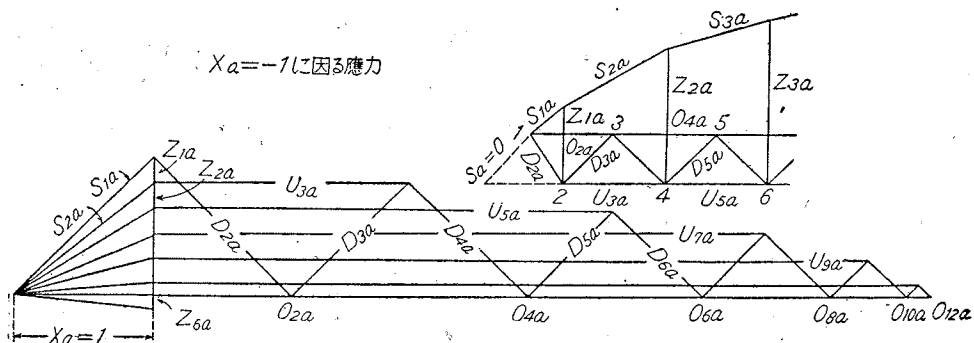
$$M_4 = 59.35 \quad M_8 = 102.39 \quad M_{12} = 117.98$$

$$\Sigma y_m^2 + \frac{A_c}{A_u} \Sigma y_k^2 + \frac{h^2 b}{\lambda} \cdot \frac{A_o}{A_b} = 2(1.87^2 + 3.40^2 + 4.59^2 + 5.44^2 + 5.95^2) + 6.12^2 + 0.37$$

$$\times 2(1.435^2 + 2.795^2 + 3.815^2 + 4.495^2 + 4.835^2) + \frac{1.2^2 \times 33.5}{3.125} \times 0.40 = 296.16$$

$$X_2 = \frac{M_2 \cdot \lambda}{296.18} = \frac{M_2 \times 3.125}{296.18} = 0.32$$

$$X_4 = 0.63 ; X_6 = 0.88 ; X_8 = 1.08 ; X_{10} = 1.20 ; X_{12} = 1.24$$



第 9-47 圖

以上は  $X_a$  の概算を示してゐるが、精算の場合は例へば第 9-47 圖のクレモナ圖を利用する等の方法によつて  $S_a$  を求め  $\Sigma S_a^2 \frac{s}{EA}$  を算出する必要がある、弾性荷重も亦第 4 章既載の公式によるべきである。但し、略算値と精算値の差は 2-6% を出でないのを普通とする。

### §11. 二鉸構繫拱

第 9-48 圖の構拱は繫材によつて水平反力の發生を封じてゐるから、外的には靜定・内的には繫材が餘剩材であつて一次不靜定の構造である。繫材の應力を  $X_a$  とすれば、單位荷重  $P_m=1$  の作用するとき  $\delta_a$  を可動支點の水平移動量即ち繫材の伸びとすれば、

$$X_a = \frac{1 \cdot \delta_{ma} - \delta_a}{\delta_{aa}}$$

$$\delta_a = \frac{X_a \cdot l}{EA_t} \text{ 但し, } A_t = \text{繫材斷面積}$$

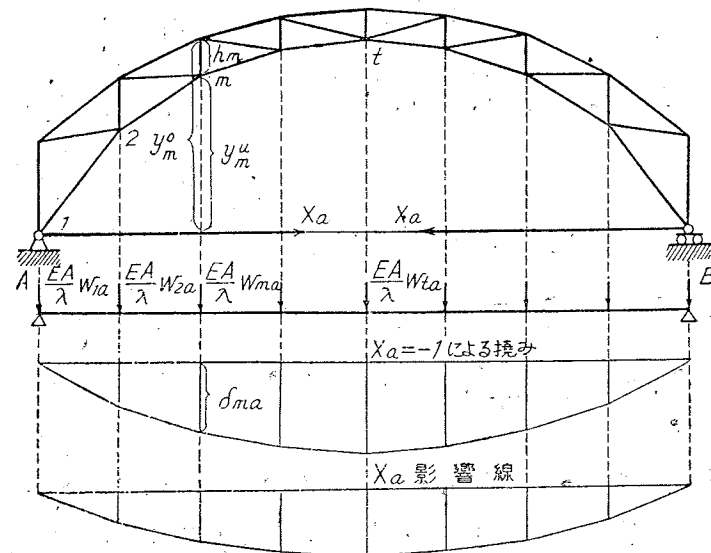
$$X_a = \frac{1 \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa} + \frac{l}{EA_t}}$$

$$X_{at} = \frac{\Sigma S_a \cdot \varepsilon \cdot t_1 \cdot s - S_a \cdot \varepsilon \cdot t_2 \cdot l}{\delta_{aa} + \frac{l}{EA_t}}$$

(9-40)

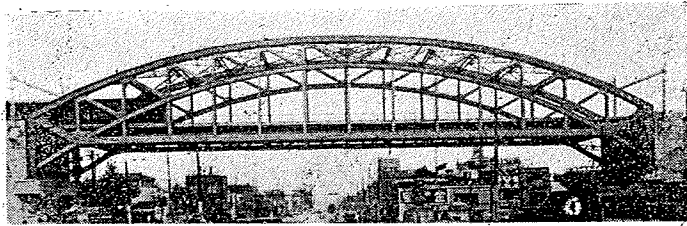
但し、 $t_1$  及び  $t_2$  は構及び繫材の溫度を示す。

$\delta_{ma}$  は前述の諸拱と同様に弾性荷重による曲げモーメントとして求めれば良いのであつ



第 9-48 圖

て、例へば、

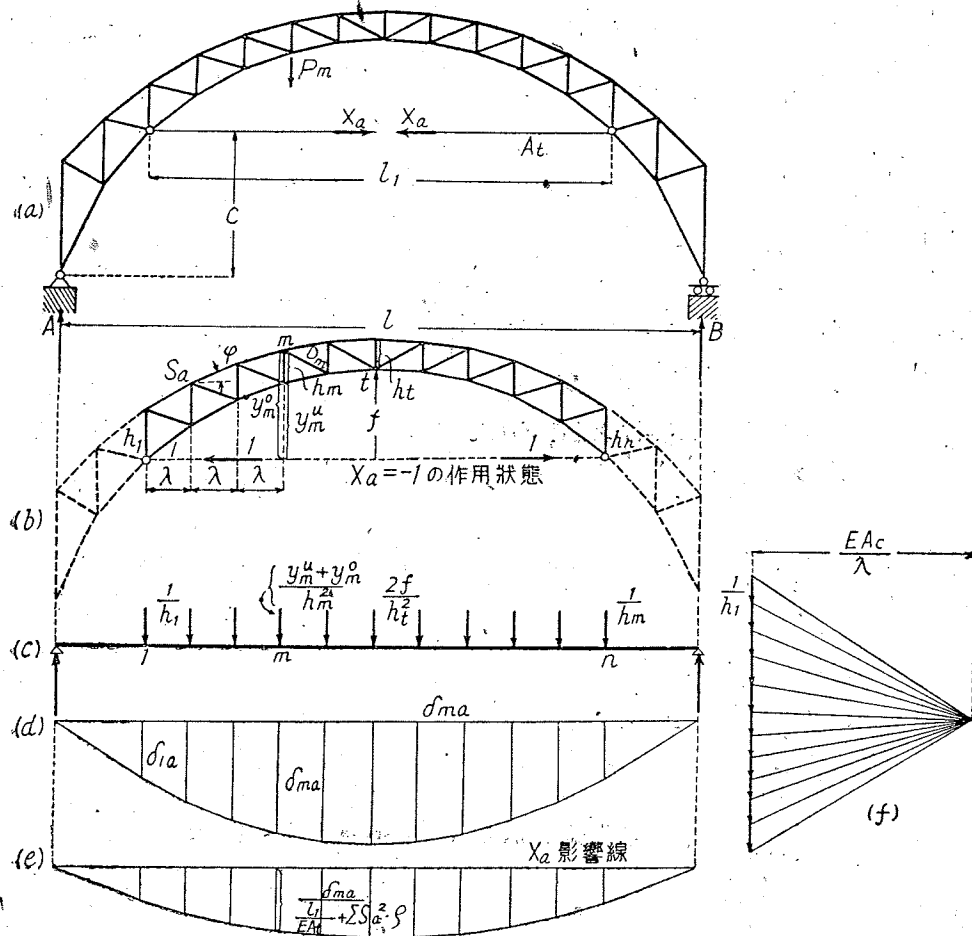


寫真 9-7 二鉸繫構拱 (東京 松住町鐵道橋)

$$\frac{EA_c}{\lambda} \cdot w_{ma} = \frac{y_m^u + y_m^o}{h_m^2}$$

$$\frac{EA_c}{\lambda} \cdot w_{1a} = \frac{1}{h_1}$$

$$\frac{EA_c}{\lambda} \cdot w_{2a} = \frac{2f}{h_t^2}$$

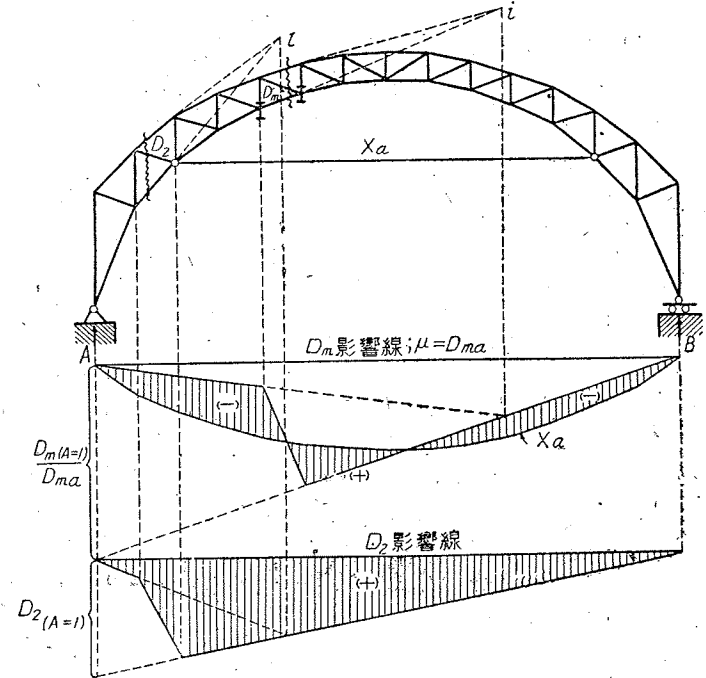


第 9-49 圖

第 9-49 圖に示す繫拱は橋梁が中路型である爲に繫材を中間の格點に附したものであつて、此の場合は支間  $l_1$  の部分が前掲の繫拱となり、其の兩端の構は單に繫拱を支える爲の構造となる。繫材應力  $X_a$  は第 9-40 式で示され、但し式中の  $l$  は  $l_1$  に改める。

彈性荷重を用ひるとき、 $\frac{EA}{\lambda}$  を除外して連力圖を畫けば撓み圖は  $\frac{EA}{\lambda}$  倍されて示されるから、此のとき極距を  $\frac{EA}{\lambda}$  とすれば連力圖は直に  $\delta_{ma}$  を示す撓み圖となる。

部材應力は前掲諸構拱と同一の手法で求められる。比較的變化ある斜材應力の求め方は第 9-50 圖に示す通りであつて、



第 9-50 圖

$$D = D_{m0} - D_{ma} \cdot X_a = D_{ma} \left( \frac{D_{m0}}{D_{ma}} - X_a \right)$$

$$D_{ma} = \frac{1}{\cos \varphi_m} \left( \frac{M_{ma}^u}{h_m} - \frac{M_{(m-1)a}^u}{h_{m-1}} \right)$$

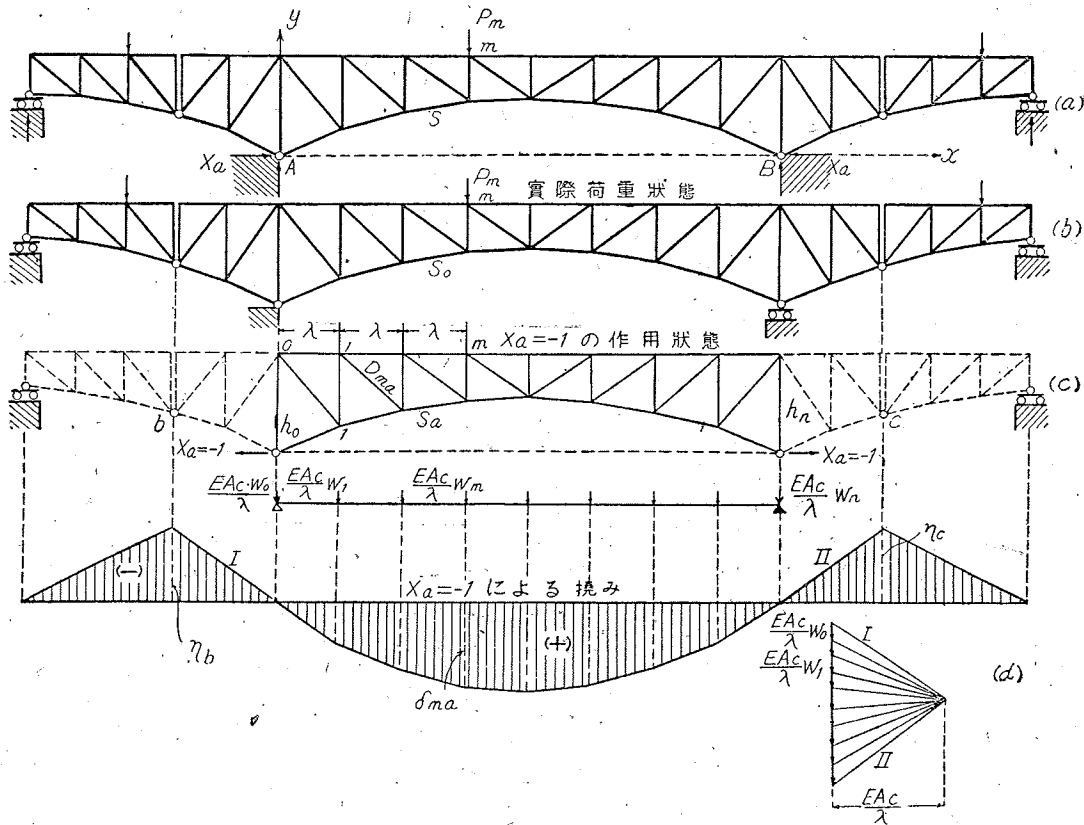
$$= \frac{1}{\cos \varphi_m} \left( \frac{1 \cdot y_m^u}{h_m} - \frac{1 \cdot y_{(m-1)}^u}{h_{m-1}} \right)$$

$D_{ma}$  は或は圖解的に求めても良い。

### §12. 二鉸構衡拱

拱に於て其の兩外側に片持梁(構)を附して 3 徑間とした構造は、片持梁部分の荷重によつて生ずる負曲げモーメントの爲に中央の主拱の正曲げモーメントを減少せしめ得る利益があり、斯うした拱は衡拱 (Balanced arch) と呼ばれる。兩側の徑間は片持梁のみを以

て構成しても良いが、支間の長いときは第 9-51 圖に示すやうに吊桁を配置する。



第 9-51 圖

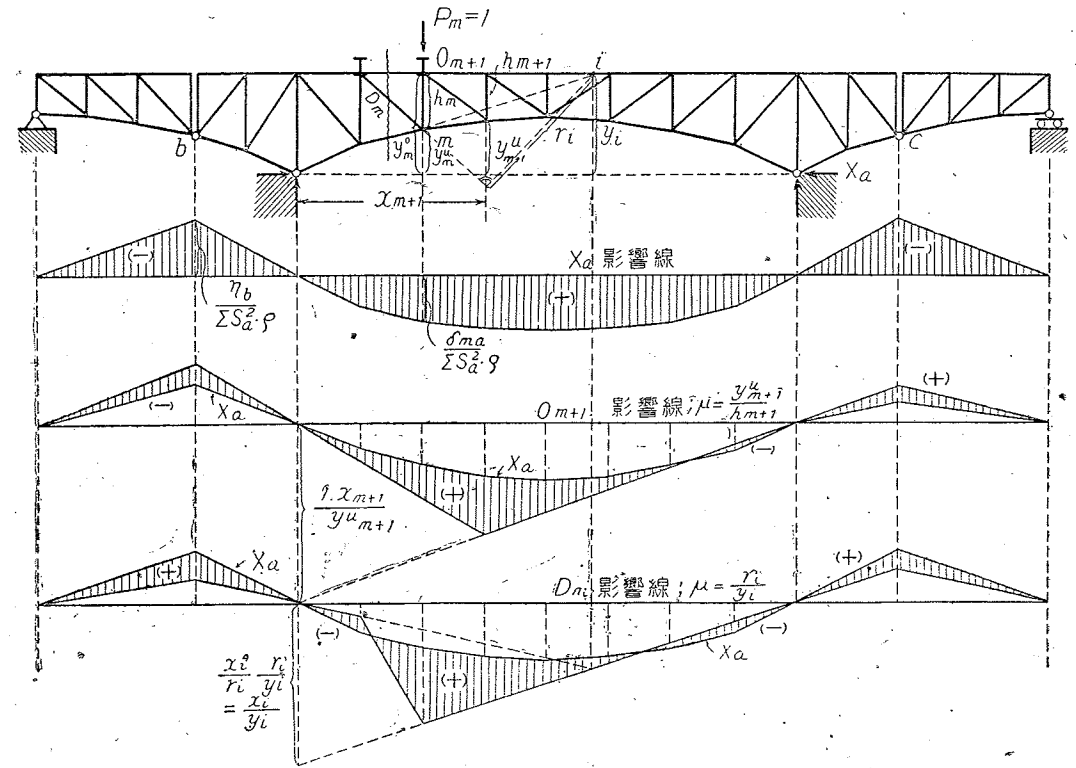
上掲第 9-51 圖に示した構造は桁橋の一種であつて側径間には吊桁がある。拱肋を構で組む型式は溪谷横斷の橋梁に用ひられる。而して時として側径間を片持梁とせず橋臺上の支點に支承せしめる事もあるが、然るときは全體は 3 次不靜定構造となるのである。

第 9-51 圖の場合に於て、橋脚上の水平反力は

$$X_a = \frac{1 \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}} \dots \dots \dots (P_m = 1 \text{ の場合})$$

$X_a = -1$  の作用に因る撓み  $\delta_{ma}$  は彈性荷重によつて容易に求める事が出来る。側径間の片持部分は  $X_a = -1$  による應力は零であるから、之に與へる彈性荷重は無いが、中央部分の撓みの爲に上方に撓む事は注意すべきであり、此の撓みは直線的變化を爲すのである。(第 9-51 圖 (d))。

$X_a$  影響線は第 9-52 圖 (a) に示すやうな形となり、部材應力は前掲諸構拱と同様の公式で示され之が影響線は (b), (c) に例示した圖形となるのである。



第 9-52 圖

§13. 梯形ラウメン

第 9-53 圖に示す梯形ラウメンは、§2 二鉸充腹拱の一變型であつて、三直線より成るアーチと考へれば之と同じ方法で解くことが出来るのであるが、若し、慣性モーメントを脚部  $I_1$ 、梁部  $I_2$  と一定化して且つ  $I_2 = I_1 \cos \varphi$  なる構造とする時は解法は甚しく簡單となる。

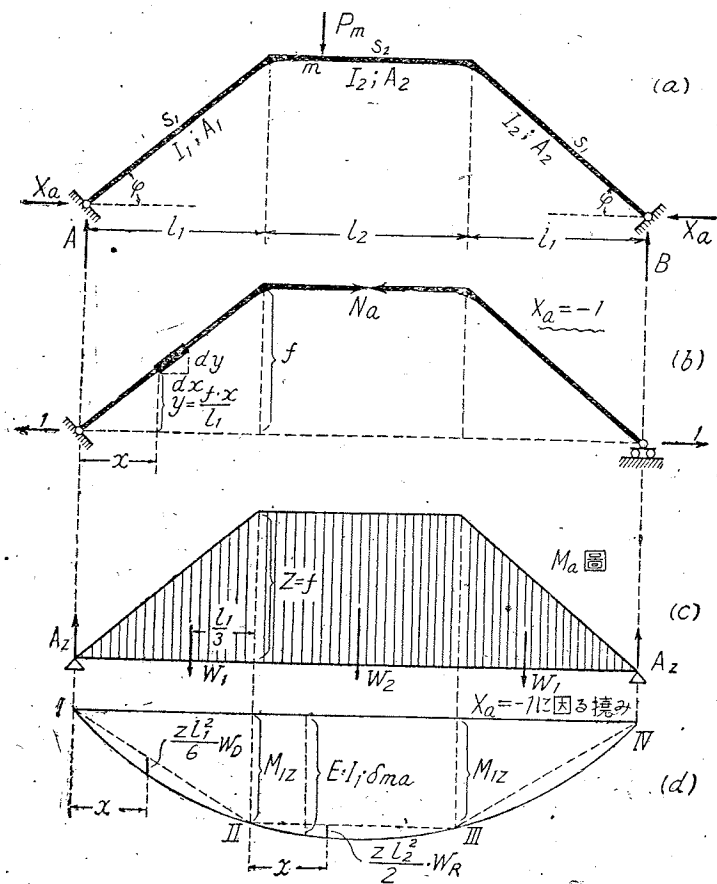
$P_m = 1$  による水平反力  $X_a$  は、

$$X_a = \frac{EI_2 \cdot 1 \cdot \delta_{ma}}{EI_2 \cdot \delta_{aa}}$$

$X_a = -1$  によるモーメント  $M_a$  は、脚部で  $1 \cdot y$ ；梁部で  $1 \cdot f$  となるから、 $M_a$  圖は (c) 圖に示すやうにラウメンの形狀と同一となり、(d) 圖を参照して、

$$M_z = A_1 \cdot l_1 - W \cdot \frac{l_1}{3} = A_2 \cdot l_1 - \frac{1}{6} f l_1^2$$

之によつて III III IV の梯形が畫かれ、曲線化の爲に追加すべき縦距は、



第 9-51 圖

脚 部  $\frac{1}{6} z \cdot l_1^2 \cdot w_D$  ;  $w_D = \frac{x}{l_1} - \frac{x^2}{l_1^2}$

梁 部  $\frac{1}{2} z \cdot l_2^2 \cdot w_R$  ;  $w_R = \frac{x}{l_2} - \frac{x^2}{l_2^2}$

かくして  $EI_2 \cdot \delta_{ma}$  曲線が畫かれる。  $\delta_{aa}$  に就いては、

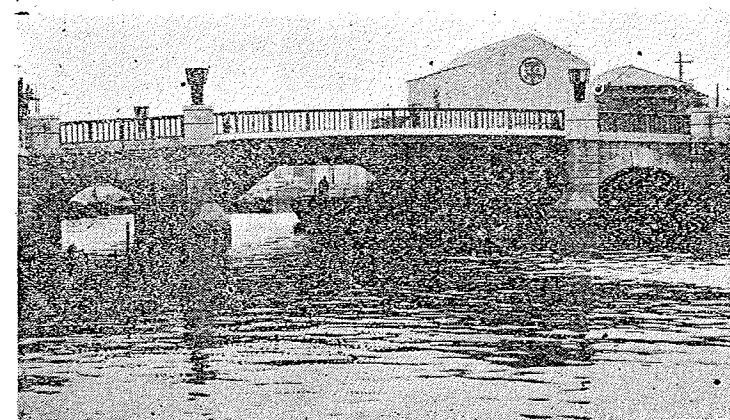
$$EI_2 \cdot \delta_{aa} = \left( \int \frac{M_a^2}{EI} ds + \int \frac{N_a^2}{EI} ds \right) EI_2$$

脚 部  $ds = dx / \cos \varphi$  ;  $M_a = y \cdot \frac{f \cdot x}{l_1}$  ;  $N_a = 1$

梁 部  $ds = dx$  ;  $M_a = f = z$  ;  $N_a = 1 \cdot \cos \varphi$

$$EI_2 \cdot \delta_{aa} = 2 \int_0^{l_1} \frac{f^2}{l_1^2} \cdot \frac{x^2 I_2 \cdot dx}{I_1 \cos \varphi} + \int_0^{l_2} f^2 \cdot dx + 2 \int_0^{l_1} \cos \varphi \cdot \frac{I_2}{A_1} dx + \int_0^{l_2} 1^2 \cdot dx \cdot \frac{I_2}{A_2}$$

式中、  $I_2 = I_1 \cos \varphi = \text{定値}$  ;  $\cos \varphi = l_1 / s_1$  であるから、



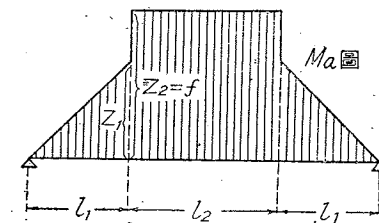
寫 真 9-8 梯形ラーメン橋 (東京 葛蒲橋)

$$EI_2 \cdot \delta_{aa} = \frac{f^3}{3} (2l_1 + 3l_2) + 2 \frac{l_1^2}{s_1} \cdot \frac{I_2}{A_1} + l_2 \cdot \frac{I_2}{A_2}$$

$X_a$  の値はかくして求められる。

梁部が相當に長い或は甚だ短い、何れにせよ、  $I_2 = I_1 \cos \varphi$  が成立しないやうな梁の在る場合には、  $M_a$  圖の修正が必要である。此の場合

は、第 4 章 § 10 に於ける  $I$  の定値ならざる梁の取扱法を利用するを可とする。即ち、第 9-54 圖に示すやうに  $M_a$  圖の縦距を變へれば良いのであつて、梁部分の縦距  $z_2 = f$  に對し柱部分の最高縦距を  $z_1 = f \frac{I_2}{I_1 \cos \varphi}$  とし、  $I_2$  が小なるときは圖のやうに、



第 9-54 圖

$I_2$  が大なるときは圖と反對に  $z_1 > z_2$  とするのである。  $\delta_{ma}$ 、  $\delta_{aa}$  を求める公式に於ては、  $z$  を脚部分では  $z_1$ 、梁部分では  $z_2$  と變更する。その結果  $EI_2 \cdot \delta_{aa}$  の式は、

$$EI_2 \cdot \delta_{aa} = \frac{f^3}{3} \left( 2 \frac{I_2}{I_1} s_1 + 3l_2 \right)$$

### § 14. 構拱近似公式

拱肋の設計に當つては、第一歩として、近似公式により不靜定未知量を求め、之から應力を概算して部材断面の大體を定める事が屢々行はれる。 § 3. に示した解法は充腹拱の場合の一例である。茲には構拱水平反力の近似公式を掲げる\* (第 9-2 表)。

\* Bucherzau, H. "Fachwerk-Zweigelenkbogen", Bautechnik. Heft 3, 1933.

$M_w$  = 支間  $l$  なる梁の弾性荷重  $w$  に因る曲げモーメント

$z = w \cdot y \dots y$  は格点縦距 ;  $A_o$  = 上弦材断面積 ;  $A_c$  = 繫材断面積

$A_c$  = 弦材平均断面積 ;  $A_u$  = 下弦材断面積

等分布荷重  $p$  の満載の場合  $X_p = \frac{p \int M_w dx}{\int z dx} = \frac{pl^2}{8f} \cdot \alpha \dots (I)$

集中荷重  $P$  の場合  $X_P = \frac{P \cdot M_w}{\int z dx} = \frac{Pl}{4f} \cdot \beta \dots (II)$

$t$  の温度変化の場合  $X_t = \frac{\varepsilon \cdot t \cdot l \cdot E \cdot A_c}{\int z dx} = \frac{\varepsilon \cdot E \cdot A_c \cdot t}{N} \dots (III)$

支點移動の場合  $\Delta X = \frac{\Delta l \cdot E \cdot A_c}{\int z dx} = \frac{\Delta l}{l} \cdot \frac{E \cdot A_c}{N} \dots (IV)$

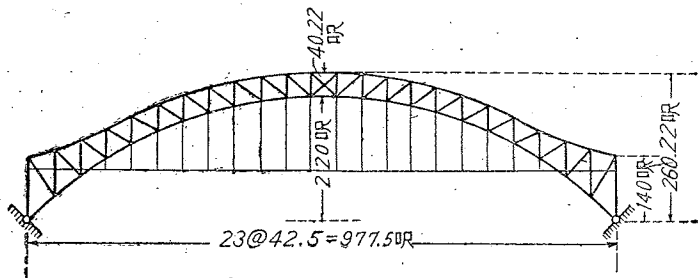
... (9-41)

若し構造が繫拱であるときは、分母を  $\int z dx + \frac{A_c}{A_t} \cdot l$  とする。

【算例】 米國紐育の巨橋たるヘル・ゲート橋を此の近似公式で照査すれば、同橋では、 $l=977.5$

呎、 $f=220$  呎、 $h_o=40.22$  呎、 $h_1=140$  呎、 $H=260.22$  呎、

$$\frac{A_c}{A_u} = 329 + 929 = 0.354 ; \beta = 0.833 \cdot \frac{1 + 0.354 \cdot \frac{260.22}{220.0}}{1 + 0.354 \cdot \frac{260.22^2 + 40.22^2}{220^2}} = 0.783$$



第 9-55 圖 ヘル・ゲート拱橋

依つて  $P=1$  が拱頂にあるとき、

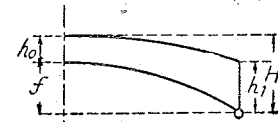
$$X_P = \frac{1}{4} \cdot \frac{977.5}{220.0} \times 0.783 = 0.868 \dots \text{[精算値 } 0.841]$$

約 3% の相違があるだけである。72°F の温度変化に対しては、

$$N = \frac{1}{2} \left( \frac{220.00}{40.22} \right)^2 \left( 1 + 0.354 \cdot \frac{260.22^2 + 40.22^2}{220.00^2} \right) = 22.6$$

$$X_t = \frac{1}{22.6} \cdot \frac{1}{150,000} \times 30,000,000 \times 329 \times 72 = 209,300 \text{ lb.}$$

第 9-2 表 二鉸拋物線構拱



第 9-56 圖

$$\alpha = \frac{1}{H} (1.04f - 0.04H/h)$$

$$\beta = 0.81 (f - H/h) \frac{1}{H}$$

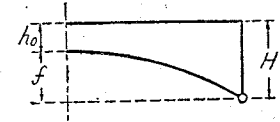
$$+ H/h(1.1H + 0.4h)$$

$$N = \frac{f}{h_o} \left( \sqrt{\frac{h_o}{h_1}} \cdot \frac{f}{h_o} + 2 \right)$$

上下弦材断面積に大差あるときは、

$$\alpha = \left( 1 + \frac{A_o}{A_u} \cdot \frac{H}{f} \right) / \left( 1 + \frac{A_o}{A_u} \cdot \frac{H^2 + h_o^2}{f^2} \right)$$

$$\beta = 0.833 \alpha \quad N = \frac{1}{2} \left( \frac{f}{h_o} \right)^2 \left( 1 + \frac{A_o}{A_u} \cdot \frac{H^2 + h_o^2}{f^2} \right)$$

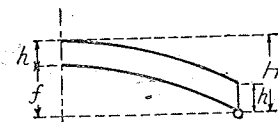


第 9-57 圖

$$\alpha = f/H$$

$$\beta = f/(1.1H + 0.4h_o)$$

$$N = \frac{1}{4} \cdot \frac{f}{h_o} \left( \frac{f}{h_o} + 10 \right)$$



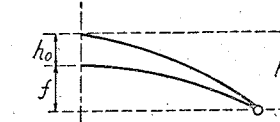
第 9-58 圖

$$\alpha = 1.04 \frac{f}{H} ; \beta = 0.81 \frac{f}{H}$$

$$N = \frac{16}{15} \left( \frac{f}{h} \right)^2 + \frac{4}{3} \cdot \frac{f}{h} + 1$$

$$+ 16 \left( \frac{f}{l} \right)^2 \left[ \frac{16}{105} \left( \frac{f}{h} \right)^2 \right.$$

$$\left. + \frac{4}{15} \cdot \frac{f}{h} + \frac{1}{6} \right]$$



第 9-59 圖

$$\alpha = \frac{1 + \frac{H}{f}}{1 + \left( \frac{H}{f} \right)^2} ; \beta = 0.693 \alpha$$

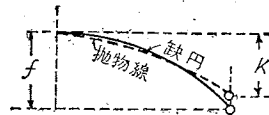
$$N = \frac{f^2 + H^2}{h_o^2} + \frac{32}{3} \cdot \frac{f^2 \cdot H^2}{l^2 \cdot h_o^2}$$

精算値は 215,460 lb で差異は約 3% である。

缺圓構拱

弦材が拋物線形を爲さずして缺圓より成るときは、此の缺圓が第 9-60 圖の點線に示す拋物線を爲すものと假想して上記の諸公式を用ひる。假想する拋物線の高さ  $k$  は

$$k = f \left[ 1 - 0.355 \left( \frac{f}{l} \right)^2 \right]$$



第 9-60 圖

【算例】第 9-61 圖の繫拱は上弦は拋物線であるが下弦が缺圓より成つてゐる。此の缺圓を拋物線と假想するときの高さ  $k$  は、

$$k = 18.4 \left[ 1 - 0.355 \left( \frac{18.4}{67.15} \right)^2 \right] = 17.9 \text{ m}$$

$$H = 17.9 + 4.2 = 22.1 \text{ m} ; \Delta h_1 = 22.1 - 11.1 = 11.0 \text{ m}$$

$$\Delta h = 11.0 - 4.2 = 6.8 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{1}{22.1} (18.7 - 0.27) = 0.83$$

$$\beta = 0.81 \cdot \left( \frac{17.9 - 6.8}{22.1} \right) + \frac{68}{24.5 + 1.68} = 0.669 ; N = \frac{17.9}{4.2} \left( \sqrt{\frac{4.2}{11.0}} \cdot \frac{17.9}{4.2} + 2 \right) = 19.8$$

斷面積  $A_c = A_o = A_u = 1951 \text{ cm}^2$  ;  $A_t = 2858 \text{ cm}^2$  (繫材) ; 繫材の在る場合の  $X_a$  は分母を

$$\int_0^l z dx + \frac{A_c}{A_t} \text{ とする。}$$

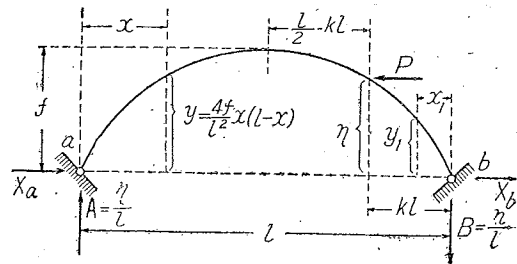
$$\therefore X_p' = X_p \cdot \frac{Mf}{N + \frac{A_c}{A_t}} \quad p = 20.13 + 6.90 = 27.03 \text{ t/m}$$

$$X_p' = \frac{27.03 \times 134.3^2}{8 \times 17.9} \times 0.83 \times \frac{19.8}{19.8 + 0.68} = 2730 \text{ t} \quad (\text{精算値は } X_p' = 2700 \cdot \text{t})$$

### § 15. 水平荷重に作用される二鉸充腹拱

二鉸充腹拱が地震荷重、制動荷重のやうな拱橋の方向に水平に働く縦荷重に作用される、

時、拱肋には相當の曲げモーメントが生ずる。茲には、(1) 拱軸線は拋物線であつて (2) 拱肋斷面の變化には  $I \cos \varphi = I_0 = \text{定値}$  なる關係があるとして、支點反力及び拱肋に作用する曲げモーメントを求めようとする。



第 9-62 圖

第 9-62 圖を参照して、反力は、

$$A = \frac{\eta}{l} ; B = -\frac{\eta}{l} ; X_b = P - X_a$$

$$X_a = \frac{1 \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}} = \frac{\int M_o M_a \frac{dx}{EI \cdot \cos \varphi}}{\int M_a^2 \frac{dx}{EI \cdot \cos \varphi}}$$

靜定主系の  $P=1$  及び  $X_a=1$  による曲げモーメントは、

$$M_o = A \cdot x = \frac{\eta}{l} \cdot x = \frac{4f}{l} k (1-k) x \quad \dots \dots 0 < x < l - kl$$

$$= B \cdot x_1 + X_b \cdot y_1 = -\frac{4f}{l} k (1-k) x_1 + \frac{4f}{l^2} x_1 (l - x_1) \quad \dots \dots 0 < x_1 < kl$$

$$M_a = 1 \cdot y = \frac{4f}{l^2} x (l - x)$$

$$\int M_o M_a \cdot dx = \int_0^{l-kl} \left[ \frac{4f}{l} k (1-k) x \right] \left[ \frac{4f}{l^2} x (l-x) \right] dx$$

$$+ \int_0^{kl} \left[ -\frac{4f}{l} k (1-k) x_1 + \frac{4f}{l^2} x_1 (l-x_1) \right] \left[ \frac{4f}{l^2} x_1 (l-x_1) \right] dx_1$$

$$= \frac{8f^3}{30} k l (5 - 5k - 10k^2 + 20k^3 - 8k^4)$$

$$\int M_a^2 \cdot dx = \int_0^l \left\{ \frac{4f}{l^2} x (l-x) \right\}^2 dx = \frac{8}{15} f^2 l$$

$$X_a = \frac{1}{2} k (5 - 5k - 10k^2 + 20k^3 - 8k^4) ; X_b = 1 - X_a \quad \dots \dots (9-42)$$

$$A = \frac{\eta}{l} = \frac{4f}{l} k (1-k) ; B = -\frac{\eta}{l} = -\frac{4f}{l} k (1-k)$$

斯して水平荷重  $P=1$  に對して、水平反力は拱矢  $f$  に關係なき値で示され、鉛直反力は  $f$  の大きさに比例する値で示される。

第 9-3 表 反力影響線數値

$P=1$ の作用點	$a$ (起拱點)	1	2	3	4	5 (拱頂點)	4'	3'	2'	1'	(起拱點)	係數
$X_a$	1.000	0.779	0.625	0.539	0.505	0.500	0.495	0.461	0.375	0.221	0	1
$A$	0	0.360	0.640	0.840	0.960	1	0.960	0.840	0.640	0.360	0	$\times \frac{f}{l}$

拱肋各點の曲げモーメント、軸推力、剪斷力は  $x_1 = zl$  とすれば、

$$M_m = M_o - y \cdot X_a = 4 \left\{ \left[ 1 - \frac{k}{2} (5 - 5k - 10k^2 + 20k^3 - 8k^4) \right] z (1-z) - k (1-k) z \right\} \times f \quad \dots \dots z < k$$

$$= 4 \left\{ k (1-k) (1-z) - \frac{k}{2} (5 - 5k - 10k^2 + 20k^3 - 8k^4) z (1-z) \right\} \times f \quad \dots \dots z > k$$

$$N_m = -X_b \cos \varphi - B \sin \varphi \quad \dots \dots z < k \quad Q_m = X_b \sin \varphi - B \cos \varphi \quad \dots \dots z < k$$

$$= -X_a \cos \varphi - A \sin \varphi \quad \dots \dots z > k ; \quad = X_a \sin \varphi - A \cos \varphi \quad \dots \dots z > k$$

第 9-4 表は  $M_m$  及び  $\frac{f}{l} = \frac{1}{5}$  の場合の  $N_m$  を示す。

第 9-4 表 拋物線二鉸拱の單位水平荷重に因る  $M_m$  及び  $N_m$

單位水平荷 重の作用點	$m$										係數			
	$\alpha$	$z=0.9$	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	$b$	$\mu$		
$M_m$	(起拱點) $\alpha$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\times f$	
	$l =$	0.9	0.436	0.709	0.821	0.822	0.800	0.880	1.089	1.641	2.444	0		0
		0.8	0.694	1.118	1.272	1.248	1.200	1.312	1.818	2.722	1.466	0		0
		0.7	0.776	1.228	1.355	1.278	1.200	1.362	2.005	1.333	1.664	0		0
		0.6	0.686	1.037	1.069	0.912	0.800	1.008	0.612	0.243	0.038	0		0
(拱頂點) 0.5	0	0.410	0.547	0.413	0.150	0	0.150	-0.413	-0.547	-0.410	0	0		
$N_m$ $(\frac{f}{l} = \frac{1}{5})$	(起拱點) $\alpha$	0	-0.218	-0.373	-0.468	-0.507	-0.515	-0.514	-0.526	-0.568	-0.653	-0.761	$\times 1$	
	$l =$	0.9	-0.225	-0.385	-0.479	-0.520	-0.529	-0.529	-0.544	-0.596	0.147	0		0
		0.8	-0.230	-0.393	-0.489	-0.529	-0.537	-0.537	-0.558	-0.558	0.282	-0.168		0
		0.7	-0.232	-0.396	-0.491	-0.530	-0.537	-0.540	0.388	0.318	0.189	0		0
		0.6	-0.230	-0.371	-0.484	-0.521	-0.527	0.454	0.425	0.347	0.205	0		0
(拱頂點) 0.5	0	-0.221	-0.375	-0.461	-0.495	±0.500	0.495	0.461	0.375	0.221	0	0		