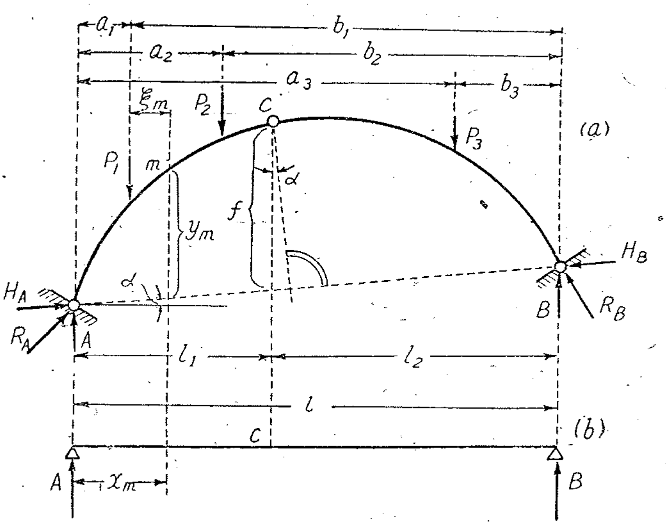
第8章 三 鉸 拱

§1. 一 般 公 式

三鉸拱は靜定構造に屬す。任意垂直荷重 P に因る支點反力 R_A, R_B は鉛直反力 A, B と起拱點 A, B を連ぬる直線の方向の反力 H_A, H_B に分つことが出來る(第 8−1 圖)。

H_A 及び H_B の水平分力は夫々 $H_A\cos\alpha$ 及び $H_B\cos\alpha$ であつて, $\Sigma H=0$ なるためにはこの二力は相等しく, 結果として $H_A=H_B$ である。



第 8−1 圖

B 點及び A 點にて $\Sigma M=0$ を適用すれば.

$$\left.\begin{aligned} &A\cdot l-\Sigma P\cdot b=0\\ &A=\frac{1}{l}\Sigma P\cdot b\\ &B\cdot l-\Sigma P\cdot a=0\\ &B=\frac{1}{l}\Sigma P\cdot a \end{aligned}\right\}\cdots(8-1)$$

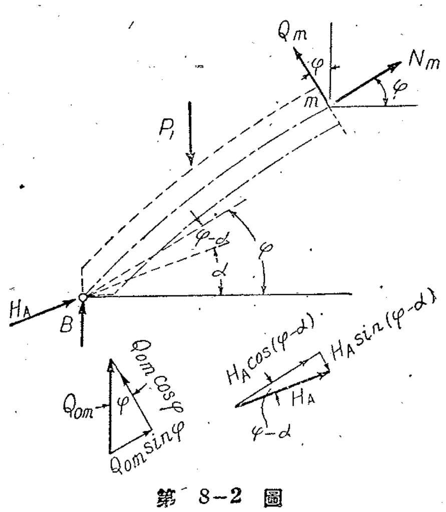
この反力は支間 l なる單純梁の場合の反力と同じである。

$H_A=H_B$ を求める爲には中央鉸點 C の曲げモーメントが零であるから,

$$A\cdot l_1-\sum_1^2 P(l_1-a)-H_A\cdot f\cdot\cos\alpha=0$$

この内 $Al_1-\sum_1^2 P(l_1-a)$ は支間 l なる單純梁の C 點の曲げモーメントに等しく ((b) 圖), 之を M_{oc} を以て示せば(下記號 o は單純梁の場合を意味す。以下同斷)。

$$H_A=H_B=\frac{M_{oc}}{f\cos\alpha}=\frac{1}{f}M_{oc}\cdot\sec\alpha\cdots(8-2)$$



第 8−2 圖

任意點 m の曲げモーメントは，その點の左側の諸力に對するモーメントをとり，

$$\left.\begin{aligned} M_m &= M_{om} - H_A \cdot y_m \cdot \cos\alpha \\ M_{om} &= A \cdot x_m - P_1 \xi_m \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8-3)$$

m 點の拱軸線に直角なる方向（曲率半徑の方向）に作用する剪斷力 Q_m は，m 點より左側に作用する諸力を前述の方向に分解したる分力の代數和に等しく，又 m 點の拱軸線の方向の推力 N_m は m 點より左側に作用する諸力を拱軸線の方向に分解したる分力の代數和に等しい。依つて第 8－2 圖を參照して，

$$Q_m = Q_{om} \cos\varphi_m - H_A \cdot \sin(\varphi_m - \alpha) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8-4)$$

$$N_m = Q_{om} \sin\varphi_m + H_A \cdot \cos(\varphi_m - \alpha) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8-5)$$

任意水平荷重 W の作用する場合は(第8－3圖)，前と同樣に

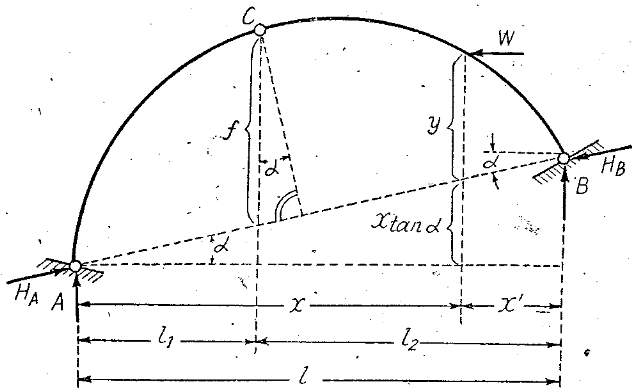
$$A \cdot l - W(y - x' \cdot \tan\alpha) = 0$$

$$B \cdot l + W(y + x \cdot \tan\alpha) = 0$$

$$A \cdot l_1 - H_A \cdot f \cdot \cos\alpha = 0 \cdots\cdots$$

$$(M_c = 0)$$

$$\Sigma H = 0$$



第 8－3 圖

なる關係を得るを以て，

$$\left.\begin{aligned} & A = \frac{W}{l}(y - x' \cdot \tan\alpha) \;;\; B = \frac{-W}{l}(y + x \cdot \tan\alpha) \\ & H_A = W \cdot l_1 \frac{(y - x' \cdot \tan\alpha)}{l \cdot f \cdot \cos\alpha} \;;\; H_B = H_A - \frac{W}{\cos\alpha} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (8-6)$$

以上の結果より，支點反力 A, B ; H_A, H_B を知るときは，之を組合せることによつて，R_A, R_B の大さ及び方向を知り得るのである。

第 8－4 圖に示す場合に於て，P, R_A, R_B の三力は釣合にある限り夫等の力線の延長は一點 O を通過する可きである。而して荷重なき方の側（左側）の反力 (R_A) の示力線は，$M_c = 0$ なるを以て，必ず中央鉸點 C を通過すべきこと明であつて，AC 線と P との交點 O を圖上に求めれば，P を 2 方向に分力することにより他の反力 R_A, R_B を圖式的に求めることが出來るのである。

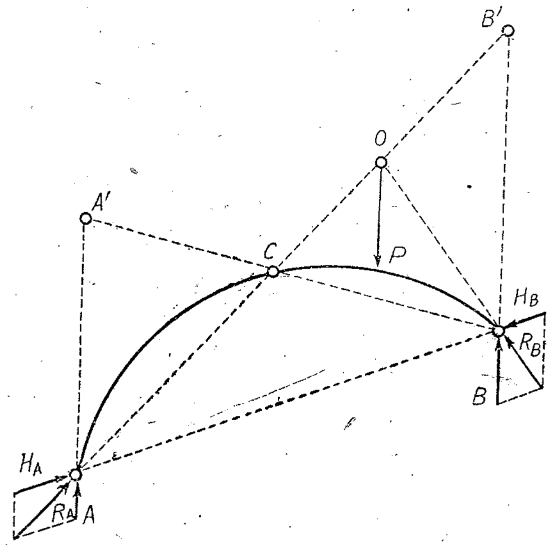
P の移動するに伴ひて O 點は移動しその極限は A' 點及び B' 點にある。よつて O 點は

A' C B' の線上を移動する。

この直線を**反力軌跡** (*Reaction Locus*) と謂ふ。反力軌跡を一度定めれば，之によりて任意點に作用する P に因る R_A, R_B を圖式的に定め得られるのである。

起拱點 A 及び B が水平線上にあるときは，$\alpha = 0$，その場合の水平反力は，第 8－2 式より

$$\left.\begin{aligned} H &= H_A = H_B \\ &= \frac{M_{oc}}{f} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (8-7)$$



第 8－4 圖

§2. 充腹拱影響線

對稱拱（第 8－5 圖）の H **影響線** (H－線) は，第 8－7 式により，M_{oc} の影響線を f で除したるものに同じである。M_m **影響線** (M_m 線) を畫くには，第 8－3 式に於て，

$$M_m = M_{om} - H \cdot y_m = M_{om} - M_{oc} \frac{y_m}{f}$$

であるから，M_{om} 影響線から $\frac{y_m}{f}$ 倍せる M_{oc} 影響線を差引けば良いのである。その作圖法は第 8－5 圖 (*b*) に示せるが如きものであつて，若し，(＋)（－）の部分を一水平線の上下に採らうとすれば，影響線の縱距を (*b*) 圖より測つて一水平線上に採つても良いが，(*b*) 圖を作圖する場合に $\frac{l_2 y_m}{f}$ を下側に採らず第 8－5 圖 (*c*) に於けるが如く，上側に採つて結び且つ m 及び C 點より鉛直に下せる線との交點に影響線頂點を撰んで作圖してもよい。

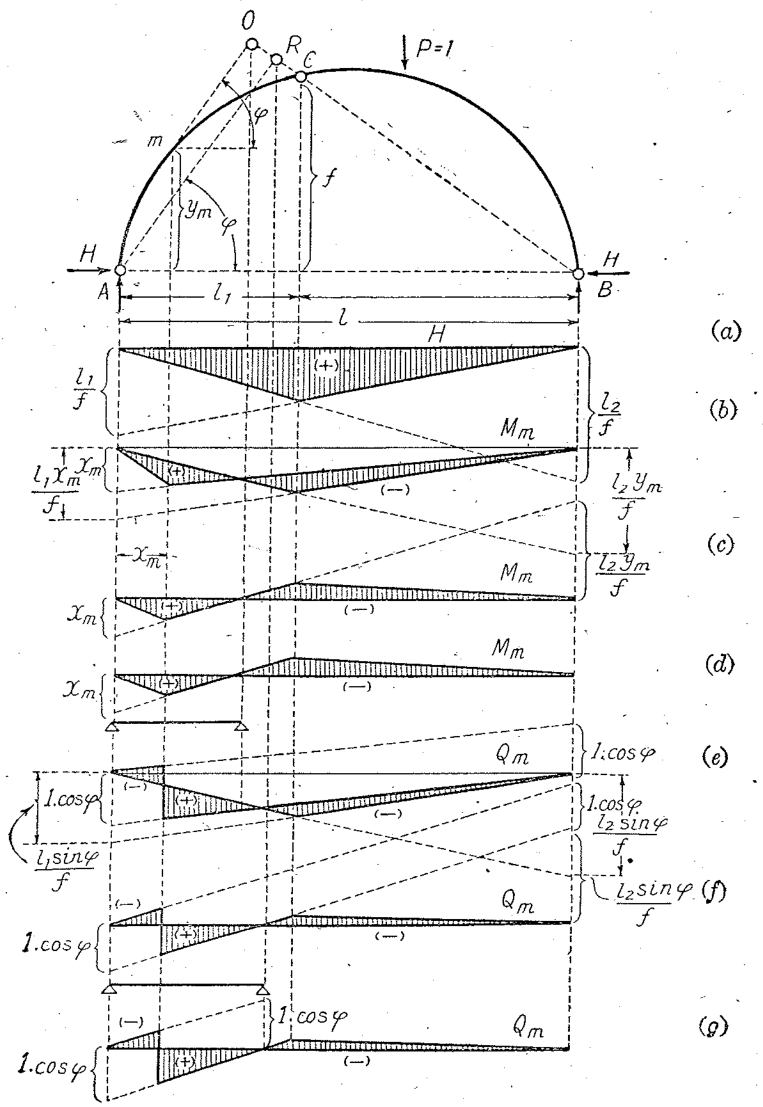
作圖法の如何を問はず，O 點の直下に於ては如何なる場合も $M_m = 0$ である。即ち O 點より鉛直に下せる直線上に於ては M_m 線は零となる。この事は作圖を照査する一方法となり，或は之を利用して作圖を簡略ならしむることが出來る。而して AO の間の (＋) の部分は，單純梁の M_m 影響線に相當するのであるから，(*d*) 圖に示す如く，先づ AO の間の影響線を描き，次に (－) 側の影響線を畫くのも一方法である。

剪斷力影響線　Q_m 影響線は

$$Q_m = Q_{om}\cos\varphi - H\cdot\sin\varphi$$

$$= Q_{om}\cos\varphi - \frac{M_{oc}}{f}\sin\varphi$$

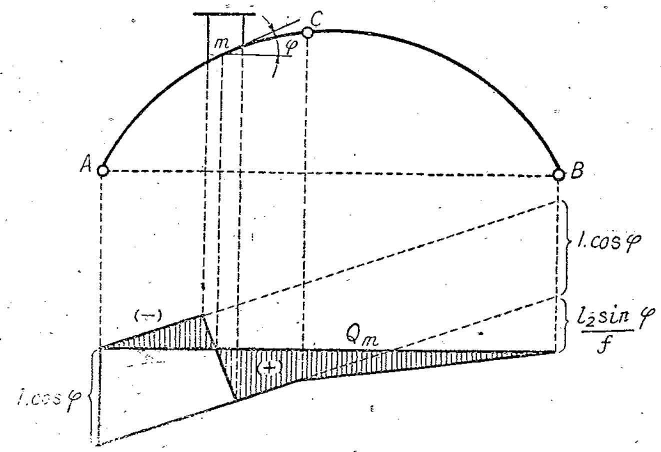
であるから Q_{om} に $\cos\varphi$ を乘じたるものより，M_{oc} に $\dfrac{\sin\varphi}{f}$ を乘じたるものを差引けば良いのである（第 8–5 圖 (e)）。而して M の場合と同樣に，（−）（+）の部分を各々一水平線の片側に作圖することが出來る（(f) 圖，(g) 圖)。



第 8–5 圖

m 點の切線に平行に引ける AR 直線が CB 線と交はる點を R とすれば，荷重が R の直下にあるときは，m 點の剪斷力は零値を有す。この事を利用して Q_m 影響線作圖の照査をなし得べく，或は之を利用して (g) 圖に示す如く Q_m 線を作圖し得るのである。

床桁を有する場合の影響線は之に修正するを要し，第 8–6 圖はその場合の Q_m 線を示す。この圖に於ては m が中央鉸點の近くにあるので Q の $_m$ (−)(+) の變化は前に示せるのもと異つてゐる。



第 8–6 圖

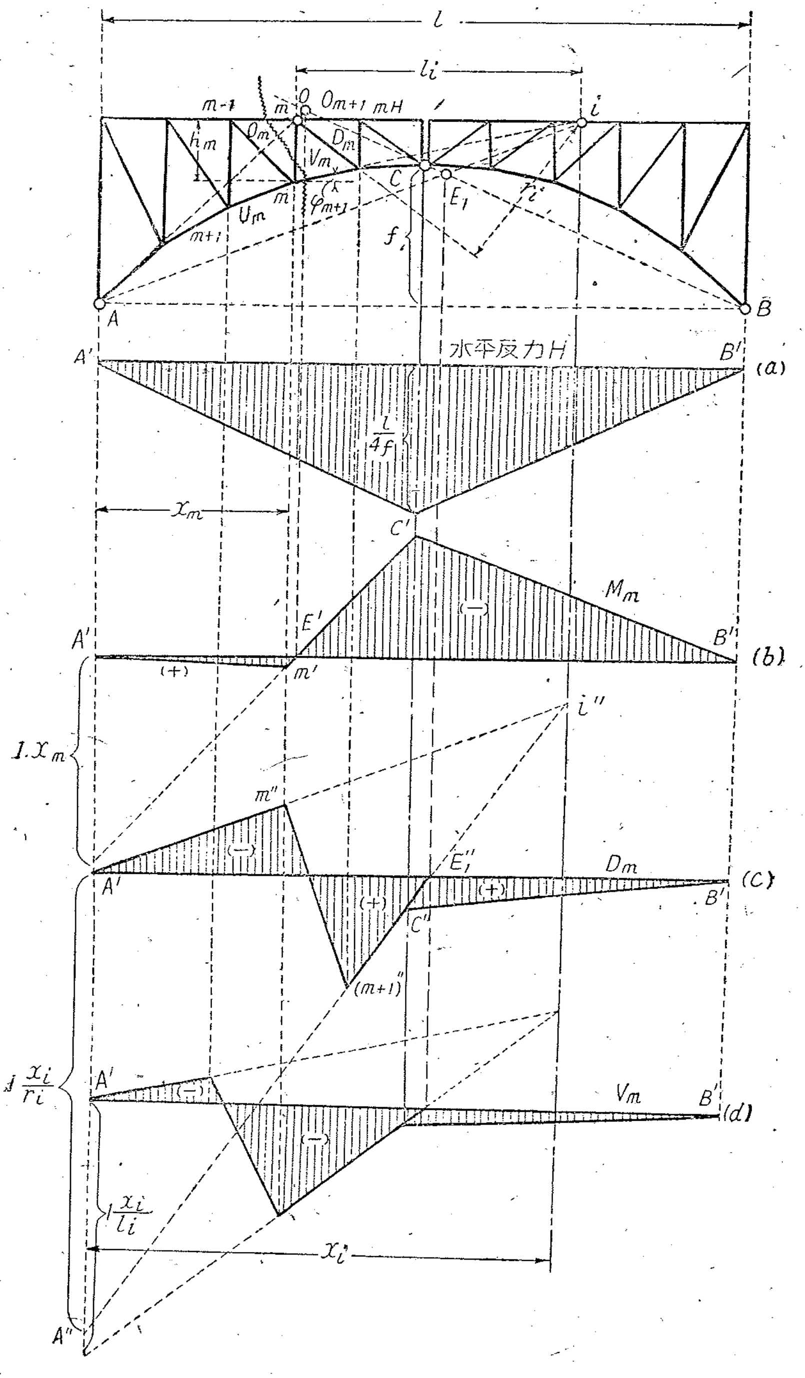
§3. 構拱影響線

水平反力 H の影響線（H 線）は充腹拱に同じく，第 8–7 圖では $l_1 = l_2 = \dfrac{l}{2}$ となるから $\dfrac{l}{4f}$ なる高さを有する 2 等邊 3 角形となる。

M_m 線を畫く爲には，Am と BC の 2 直線の交點 O を求む。O より鉛直に下せる線に於ては $M_m = 0$ であるから．m 點より左側にある荷重に對する M_m 影響線は $A'E'$ を單純梁と考へたるものの M_m 影響線に等しい。かくして M_m 影響線を知れば，

$$U_{m+1} = \frac{M_m}{h_m \cos\varphi_{m+1}}\ ;\ O_m = \frac{-M_m}{h_m}$$

D_m を求むるには先づ，O_{m+1} と U_{m+1} の延長線交點なる i 點を定め。次に Ai と BC との交點 E_1 を定め，E_1 よりの鉛直線が $A'B'$ と交はる點を E_1'' とする。然るときは A' の下に $1\cdot\dfrac{x_i}{r_i}$ の縱距をとり $A''E_1''$ を延長して i'' を定め，$A'i''$ 線と m の下の鉛直線との交點 m'' を定めれば，斯くして畫かれる $A'm''$, $(m+1)''$, C'', B' は D_m の影響線（D_m 線）である。同樣にして V_m 線を畫くことが出來る。但し l_i は mi 間の長さである。


l
l_i
m-1
m
O
O_{m+1} mH
i
h_m
O_m
D_m
V_m
C
E_1
r_i
U_m
φ_{m+1}
m+1
f
A
B
水平反力H
A′
B′
(a)
$\frac{l}{4f}$
C′
x_m
M_m
E′
(−)
A′
B″
(b)
(+)
m′
i″
$1.x_m$
m″
(−)
E_1''
D_m
(+)
(+)
A′
C′
B′
(c)
(m+1)″
$1\frac{x_i}{r_i}$
A′
(−)
V_m
B′
(d)
(−)
$1\frac{x_i}{l_i}$
x_i
A″

第 8-7 圖