

第 7 章 連 續 梁

§ 1. 總 說

3 個或は 3 個以上の支點で支えられてゐる連続梁或はトラスは不静定構造に屬し、支點の數を n とすれば $(n-2)$ の不静定量を持つてゐる。不静定量は第一章に述べたやうに、反力、反力モーメント (支點モーメント)、トラスの場合では部材應力、等の何れに選んでも差支えないが、不静定量を最も簡単に解きうるものを選ぶ事が肝要である。

連続梁の支承は、一支點がヒンジ支承、他は可動支承であるべきである。然るときは均一溫度變化によつては應力は生じない。然し、支點が沈下すれば之に伴つて餘分の曲げモーメントが支點に生じ、その爲に或る部分の應力は増大する。

連続梁を解くには、古くはクラベイロンの 3 個モーメントの公式が有名であるが、前各章に述べた各種の方法によつても解くことが出来る事勿論である。

§ 2. 3 個モーメントの定理

连续梁の一要素として第 7-1 圖に示す兩端にモーメントの作用する單純梁を考へる。梁の曲げモーメント M_m は、端モーメントによる M と荷重 P による單純梁としてのモーメント M_0 との代數的和から成り、端モーメントが第 7-2 圖に示すやうに負であれば、結局その差となるのである。

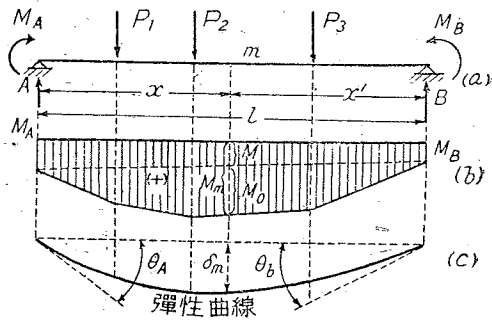
$$M_m = M_0 + M \dots \dots \dots (7-1)$$

反力は同じく端モーメントによるものと荷重 P によるものと和であつて A 點の反力 A 及び B 點の反力 B は、

$$\left. \begin{aligned} A &= A_0 - \frac{M_A - M_B}{l} \\ B &= B_0 + \frac{M_A - M_B}{l} \end{aligned} \right\} \dots \dots (7-2)$$

但し、第 7-2 圖の場合では、

$$\left. \begin{aligned} A &= A_0 + \frac{M_A - M_B}{l} \\ B &= B_0 - \frac{M_A - M_B}{l} \end{aligned} \right\} \dots \dots (7-3)$$



第 7-1 圖

支點の撓角は可能變位法則或はモーメント面積法から容易に求められるのである。此の撓角も亦、端モーメントによるものと荷重 P によるものととの代数的和であつて、

$$\left. \begin{aligned} \theta_A &= \frac{l}{6EI}(2M_A + M_B) + \frac{M_{oB}}{EI \cdot l} \\ \theta_B &= \frac{l}{6EI}(M_A + 2M_B) + \frac{M_{oA}}{EI \cdot l} \end{aligned} \right\} \dots(7-4)$$

右邊第一項は支點のモーメントによる撓角を示し第 4-2 式に既に掲げたものであるが、モーメント面積法の主旨を藉りれば θ_A の場合は、

$$EI \cdot l \cdot \theta_A = M_A \times \frac{l}{2} \times \frac{2}{3} l + M_B \times \frac{l}{2} \times \frac{l}{3}; \theta_A = \frac{l}{6EI}(2M_A + M_B)$$

である。 M_{oB} は M 圖面積に関して B 點でとつた面積一次モーメント(面積モーメント)であり、 M_{oA} は同様にして A 點でとつた M_o 圖面積の面積一次モーメントを示す。

M_{oA} 及び M_{oB} の値は各種の荷重に對して次の通りである。

(1) 滿載等分布荷重 第 7-3 圖 (a)

曲げモーメント圖は高さ $\frac{1}{8} pl^2$ なる拋物線である。

$$M_{oA} = M_{oB} = \frac{1}{8} pl^2 \times \frac{2}{3} l \times \frac{l}{2} = \frac{1}{24} pl^3$$

(2) 1 個の集中荷重 第 7-3 圖 (b)

$$M_{oB} = \frac{P}{l} ab \left[\frac{b}{2} \times \frac{2}{3} b + \frac{a}{2} \left(b + \frac{a}{3} \right) \right] = \frac{P}{6} ab (2b + a)$$

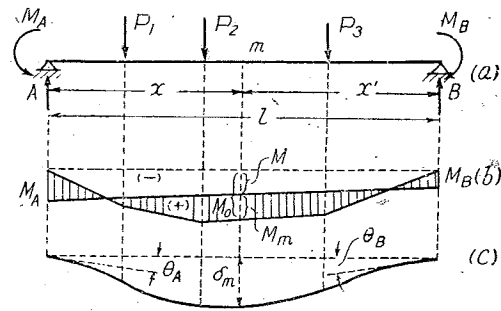
$$M_{oA} = \frac{P}{6} ab (2a + b)$$

第 7-4 式を書き換えれば、

$$\left. \begin{aligned} M_A &= -\frac{2EI}{l}(2\theta_A - \theta_B) + \frac{2}{l^2}(M_{oA} - 2M_{oB}) \\ M_B &= \frac{2EI}{l}(-\theta_A + 2\theta_B) + \frac{2}{l^2}(-2M_{oA} + M_{oB}) \end{aligned} \right\} \dots(7-5)$$

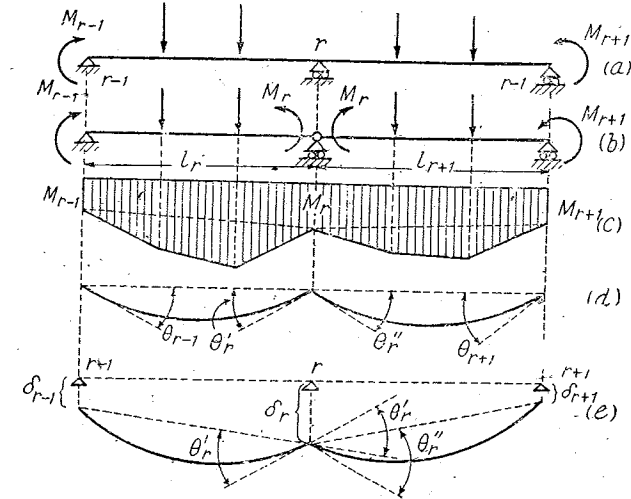
兩端が完全に固定されてゐる場合には、 $\theta_A = 0, \theta_B = 0$ 、即ち右邊第一項は零となる。

次に數徑間連続してゐる梁の中間部の任意隣接二徑間 l_r 及び l_{r+1} をとつて考へるに、支點 $r-1, r, r+1$ の上には夫れ夫れ M_{r-1}, M_r, M_{r+1} なる端モーメントがあつて、第



第 7-2 圖

7-4 式第 7-5 式は徑間 l_r 及び l_{r+1} に適用することが出来る。即ち、第 7-4 圖 (a) は (b) の如く支點 r に於て梁を切斷し茲に外力として M_r が作用するものと考へればよいのである。端モーメントの符號は時針方向に向ふものを正とする。



第 7-4 圖

第 7-4 圖 (d) 圖は支點 r に於て梁を切斷したと考へたときの彈性曲線を示すのであるが、實際は連続してゐるのであるから、

$$\theta_r' + \theta_r'' = 0$$

たるべきである。第 7-4 式を之に適用すれば、

$$\frac{l_r}{6EI_r}(M_{r-1} + 2M_r) + \frac{M_{o(r-1)}}{EI_r l_r} + \frac{l_{r+1}}{6EI_{r+1}}(2M_r + M_{r+1}) + \frac{M_{o(r+1)}}{EI_{r+1} l_{r+1}} = 0$$

或は E を定値として除去すれば、

$$M_{r-1} \frac{l_r}{I_r} + 2M_r \left(\frac{l_r}{I_r} + \frac{l_{r+1}}{I_{r+1}} \right) + M_{r+1} \frac{l_{r+1}}{I_{r+1}} = -\frac{6M_{o(r-1)}}{I_r l_r} - \frac{6M_{o(r+1)}}{I_{r+1} l_{r+1}} \dots(7-6)$$

連続梁中の任意隣接 2 徑間に於ける 3 個の支點モーメントの關係を示す上記の彈性方程式はクラベイロンの 3 個モーメントの公式と呼ばれてゐる。連続梁に於て支點モーメントを不静定未知量に選べば、未知量の數だけ第 7-6 式を設けることが出来るのであつて其の聯立方程式から端モーメントを解くことが出来る。然るときは、第 7-2 式から反力が求められる。

支點沈下の場合 上述の場合は支點に沈下なきものとして $\theta_r' + \theta_r'' = 0$ を設けたのであるが、支點が沈下するときは $\theta_r' + \theta_r'' \neq 0$ である。第 7-4 圖 (e) に於て支點はそれぞれ $\delta_{r-1}, \delta_r, \delta_{r+1}$ だけ沈下するものとする。然るときは、

$$\theta_r' + \theta_r'' - \frac{\delta_r - \delta_{r-1}}{l_r} - \frac{\delta_r - \delta_{r+1}}{l_{r+1}} = 0 \dots\dots\dots(7-7)$$

之に第 7-4 式を代入すれば、

$$M_{r-1} \frac{l_r}{I_r} + 2M_r \left(\frac{l_r}{I_r} + \frac{l_{r+1}}{I_{r+1}} \right) + M_{r+1} \frac{l_{r+1}}{I_{r+1}} = - \frac{6M_0(r-1)}{I_r l_r} - \frac{6M_0(r+1)}{I_{r+1} l_{r+1}} - \frac{6E\delta_{r-1}}{l_r} + 6E\delta_r \left(\frac{1}{l_r} + \frac{1}{l_{r+1}} \right) - \frac{6E\delta_{r+1}}{l_{r+1}} \dots\dots\dots(7-8)$$

【例題】第 7-5 圖の連続梁は全體に亘つて I = 定値とし、支點不動とす。徑間 l_1 及び l_2 に対して第 7-6 式を適用すれば、 $M_0 = 0$ なるを以て徑間 l_1 及び l_2 に対し、

$$2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = - \frac{6M_{0,0}}{l_1} - \frac{6M_{0,2}}{l_2}$$

$$M_{0,0} = - \frac{pl^4}{24} \quad M_{0,2} = \frac{P}{6} ab(2a+b)$$

$$\therefore 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = - \frac{1}{4} pl^3 - \frac{1}{l_2} P \cdot ab(a+b)$$

徑間 l_2 及び l_3 に対しては、

$$M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) = - \frac{6M_{0,1}}{l_2} - \frac{6M_{0,3}}{l_3}$$

$$M_{0,1} = \frac{P}{6} ab(2a+b);$$

$$M_{0,3} = \frac{ql^4}{24}$$

$$\therefore M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) = - \frac{1}{l_2} P \cdot ab(2a+b) - \frac{1}{4} ql^3$$

以上の 2 個の聯立式から、 M_1 及び M_2 は求められる。任意點の曲げモーメントは

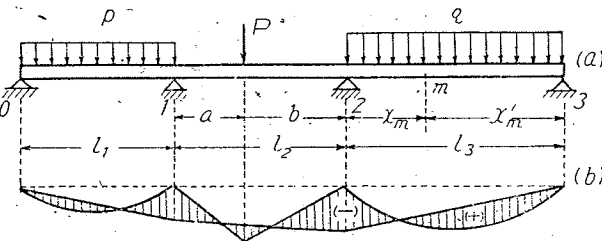
$$\text{徑間 } l_1 \text{ に対して } M_m = M_{0m} + M_1 \frac{x_m}{l_1}$$

$$\text{ " } l_2 \text{ " } = M_{0m} + \frac{1}{l_2} (M_1 \cdot x_m' + M_2 \cdot x_m)$$

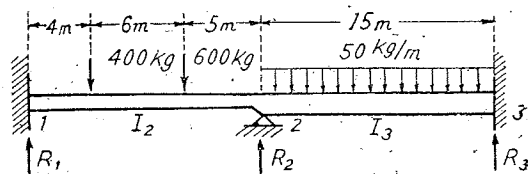
$$\text{ " } l_3 \text{ " } = M_{0m} + M_2 \frac{x_m'}{l_3}$$

茲に M_{0m} は m 點の單純梁としての曲げモーメントであつて、各點の M を圖示すれば第 7-5 圖 (b) の通りである。

【算例】第 7-6 圖に示す兩端固



第 7-5 圖



第 7-6 圖

定にして中央に 1 支點ある梁の支點曲げモーメントを求む。但し支點は不動とし、 $I_2 : I_3 = 3 : 4$ とする。

本問題は 3 次不靜定であり、支點上の曲げモーメント M_1, M_2, M_3 を未知量とし、固定端は支間零にして I の無限大なる梁と考へれば、3 個モーメントの方程式を 3 個作ることが出来る。

$$2M_1 \left(\frac{15}{I_2} \right) + M_2 \left(\frac{15}{I_2} \right) = - \frac{1}{15 I_2} 400 \times 4 \times 11 [4 + 2 \times 11] - \frac{1}{15 I_2} 600 \times 10 \times 5 [10 + 2 \times 5] \dots\dots\dots(1)$$

$$M_1 \left(\frac{15}{I_2} \right) + 2M_2 \left(\frac{15}{I_2} + \frac{15}{I_3} \right) + M_3 \left(\frac{15}{I_3} \right) = - \frac{1}{15 I_2} 400 \times 4 \times 11 [2 \times 4 + 11] - \frac{1}{15 I_2} 600 \times 10 \times 5 [2 \times 10 + 5] - \frac{50 \times 15^4}{4 \times 15 \times I_3} \dots\dots\dots(2)$$

$$M_2 \left(\frac{15}{I_3} \right) + 2M_3 \left(\frac{15}{I_3} \right) = - \frac{50 \times 15^4}{4 \times 15 \times I_3} \dots\dots\dots(3)$$

整理すれば、

$$2M_1 + M_2 = -4700 \dots\dots\dots(4)$$

$$M_1 + 3.5 M_2 + 0.75 M_3 = -6929 \dots\dots\dots(5)$$

$$M_2 + 2M_3 = -2813 \dots\dots\dots(6)$$

番 號		M_1	M_2	M_3	
(4)		2.0	1.0		-4700
(5)		1.0	3.5	0.75	-6929
(6)			1.0	2.00	-2813
(7)	(4) ÷ 2	1.0	0.5		-2350
(8)	(5) - (7)		3.0	0.75	-4579
(9)	(6)		1.0	2.00	-2813
(10)	(8) ÷ 3		1.0	0.25	-1526
(11)	(9) - (10)			1.75	-1287

$$M_3 = -735 \text{ kg}\cdot\text{m}$$

$$M_1 = -1679 \text{ kg}\cdot\text{m} \quad M_2 = -1343 \text{ kg}\cdot\text{m}$$

以上から分るやうに、 I の値はその割合さへ分つておれば良いのであつて數値を必要としないが、支點の沈下する場合は第 7-8 式を用ひるから、 I 及び E の數値を必要とするのである。

§ 3. 可能変形法則に基づく解法

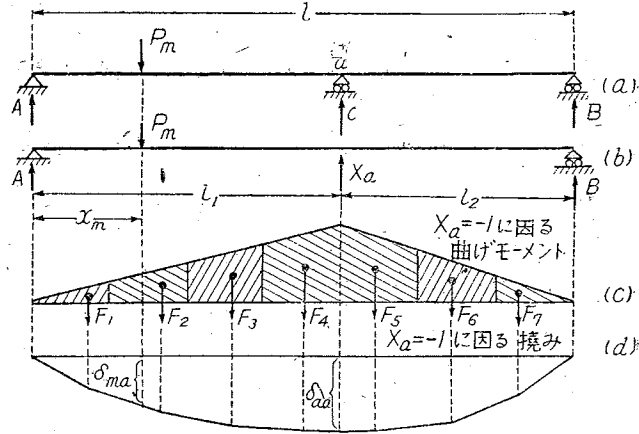
2 径間連続梁 (第 7-7 圖) に於て, 中央支點の反力 C を不静未知量に選び之を X_a と

すれば, 静定主系は支間 $l_1+l_2=l$ なる単純梁 (AB) である。然るときは, この単純梁に $X_a=-1$ の作用する場合の a 點の撓みを δ_{aa} とし m 點の撓みを δ_{ma} とすれば, 此の連続梁の m 點に P_m の作用する場合の中央支點の反力 X_a は次式によつて示される (支點の沈下なきものとす)。

$$\left. \begin{aligned} 1 \cdot \delta_a = 0 &= P_m \cdot \delta_{ma} - X_a \cdot \delta_{aa} \\ X_a &= \frac{P_m \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}} = \frac{1 \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}} \quad (P_m=1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7-9)$$

依つて X_a を求める爲には, 先づ単純梁 AB の a 點に $X_a=-1$ を作用せしめ (a 點に於て下方にに向く 1 kg の荷重を作用せしめ), 之に因る梁の撓み δ_{ma} , δ_{aa} を求めれば良いのである。梁の撓みはモールの方法換言すればモーメント面積法の主旨から容易に求められるのであつて, 第 7-7 圖 (c) に示すやうに, $X_a=-1$ によるモーメント圖を畫き之を微小面積に分割し, 各面積の大きさを F_1, F_2, F_3, \dots とすれば F_1, F_2, F_3, \dots を荷重と考へ極距 $E \cdot I$ なる力多角形を作つて之が連力圖を作圖すれば, この連力圖は彈性曲線を示すのである (モールの方法)。 I が定値ならざるときは第 4-31 圖, 第 4-32 圖による修正法を施す。或は計算による場合は $\frac{F_1}{EI_1}, \frac{F_2}{EI_2}, \frac{F_3}{EI_3}, \dots$ を荷重として之による梁 AB の曲げモーメントを求めれば, 之が撓みを示すのである。かくして求められた彈性曲線は第 7-7 圖 (d) であつて,

$$X_{a,m} = \frac{\delta_{m,a}}{\delta_{a,a}}$$



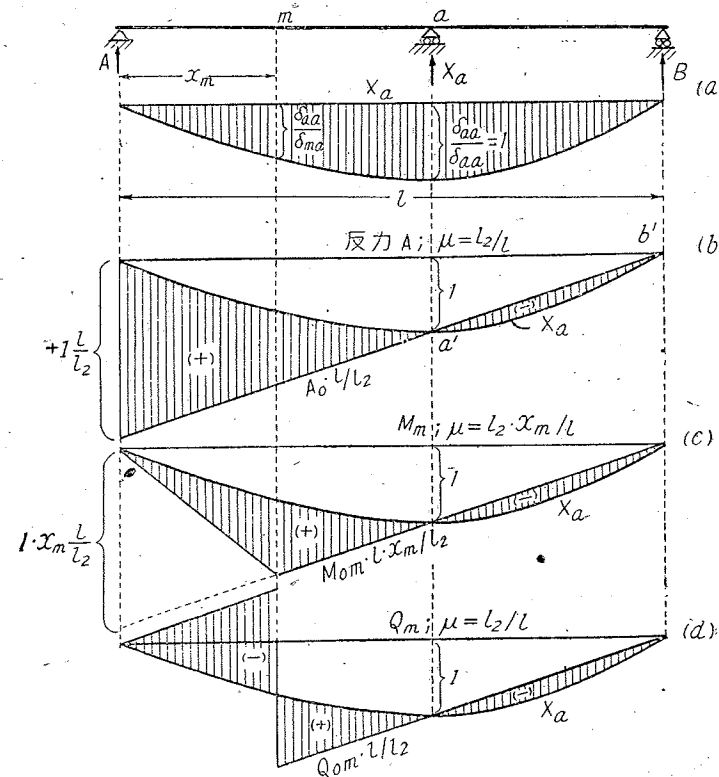
第 7-7 圖

は, m 點に $P_m=1$ が作用した場合の中央支點反力 X_a の大きさを示し, 反力 X_a の影響線は第 7-8 圖 (a) の通りであり, 中央支點下では $X_a=1$ である。

反力 A 影響線 左支點反力 A は

$$A = A_0 - A_a \cdot X_a = A_0 - \frac{l_2}{l} X_a = \frac{l_2}{l} \left(A_0 \frac{l}{l_2} - X_a \right)$$

である。茲に A_0 及び A_a は単純梁 AB に $P_m=1$ 及び $X_a=-1$ の作用した場合の A 點の反力 A をそれぞれ示すのである。上式から, 反力 A は $A_0 \frac{l}{l_2}$ から X_a を差引いたものに係数 $\mu = \frac{l_2}{l}$ を乗じたものである事が分り, 之によつて反力 A の影響線は容易に作圖することが出来る (第 7-8 圖 (b))。作圖する場合, $P=1$ が中央支點上に在るとき反力 A は零である事勿論であるから, 單に $b'a'$ を結ぶ直線を引けば之は $A_0 \frac{l}{l_2}$ を示すことに注意すべきである。



第 7-8 圖

M_m 影響線 任意点 m の曲げモーメントは

$$M_m = M_{0m} - M_{ma} \cdot X_a = M_{0m} - \frac{l_2}{l} x_m \cdot X_a$$

$$= \frac{l_2}{l} x_m \left(M_{0m} \cdot \frac{l}{l_2 x_m} - X_a \right)$$

茲に M_{0m} 及び M_{ma} は単純梁 AB の m 点の $P_m=1$ 及び $X_a=-1$ による曲げモーメントを示し、 $M_{ma}=A_a \cdot x_m = \frac{1 \cdot l_2}{l} x_m$ である。上式から M_m 影響線は、 $M_{0m} \cdot \frac{l}{l_2 x_m}$ と X_a との差に係数 $\mu = \frac{l_2}{l} x_m$ を乗じたものである事が分る。之が作圖は (c) 圖に示す通りであり、中央支點の眞下で $M_m=0$ である。

Q_m 影響線 剪断力 Q_m の影響線は

$$Q_m = Q_{0m} - Q_{ma} \cdot X_a = Q_{0m} - \frac{l_2}{l} X_a = \frac{l_2}{l} \left(Q_{0m} \frac{l}{l_2} - X_a \right)$$

から容易に作圖できるのである。茲に Q_{0m} 及び Q_{ma} は単純梁 AB の m 点の $P_m=1$ 及び $X_a=-1$ による剪断力をそれぞれ示し、 Q_m 影響線は $Q_{0m} \frac{l}{l_2}$ と X_a との差に係数 $\mu = \frac{l_2}{l}$ を乗じたものである。影響線は中央支點の眞下で X_a 線と交叉する ($Q_m=0$)。

以上に示したやうに可能變形法則に基く彈性方程式から連續梁の諸値を求める方法は、 X_a を求めるのに多少の手数を必要とするが、一度 X_a が算出された後は、 $A, M, Q,$ 等の影響線を容易に畫くことが出来るから、如何なる荷重が載つても影響線を利用して精細に A, M, Q の大きさを求めることが出来るのであつて、橋梁主桁の設計々算の精算の場合には本法を利用するを可とする。

第 7-9 式は、

$$1. \delta_a = \int \frac{M_m M_a}{EI} dx$$

なる形としても差支えない。 $M_m = M_0 - M_a \cdot X_a$ であつて、支點不動のときは、

$$\int \frac{M_m M_a}{EI} dx = \int M_0 M_a \frac{dx}{EI} - X_a \int M_a^2 \frac{dx}{EI} = 0$$

$$X_a = \frac{\int M_0 M_a \frac{dx}{EI}}{\int M_a^2 \frac{dx}{EI}} = \frac{\delta_{ma}}{\delta_{aa}}$$

§4. 連續トラス

トラスが數多の支點上に連續してゐるとき、トラスの高さが大ならずして腹材變形を無

視し得る場合には、トラスは前記の梁と考へて實用上差支へないのであるが、然し梁とトラスとは突縁應力の假定が違ふのである。第 7-9 圖に於て中央支點反力 X_a を不靜定未知量とすれば、

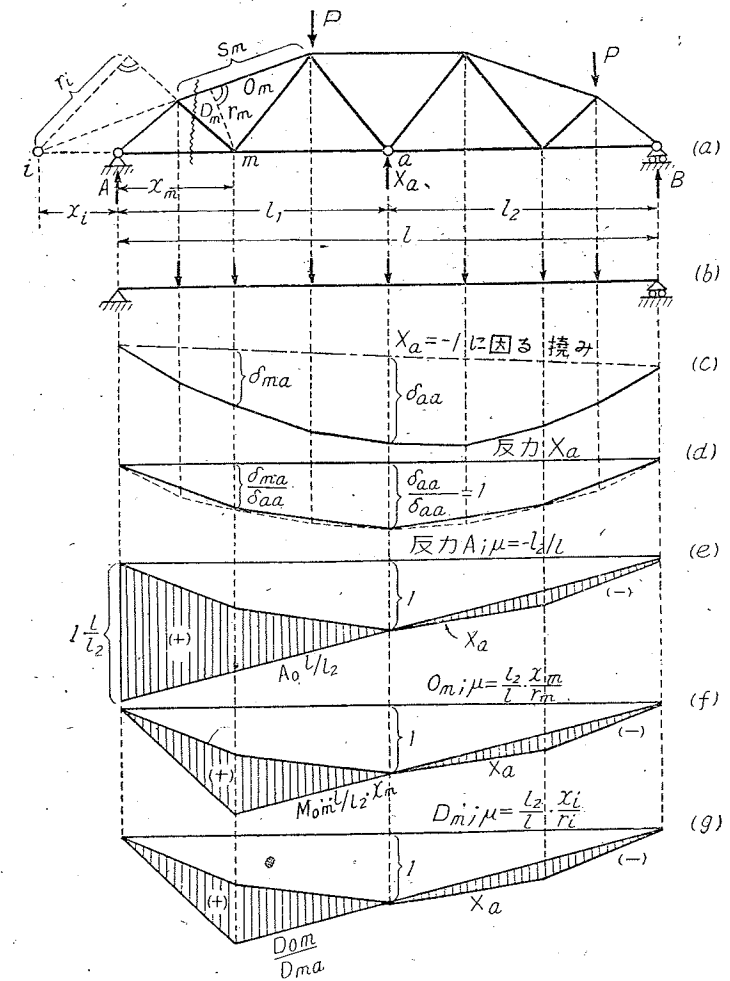
$$X_a = \frac{P_m \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}}$$

$$= \frac{1 \cdot \delta_{ma}}{\delta_{aa}} \quad (P_m=1)$$

部材應力は、

$$S = S_0 - S_a \cdot X_a \dots \dots \dots (7-10)$$

但し、 S_0 及び S_a は任意部材の支間 $l_1+l_2=l$ なる單純トラスとしての P_m 及び $X_a=-1$



第 7-9 圖

による應力を夫れ夫れ示す。

反力 X_a 影響線 X_a 影響線は δ_{m1} を δ_{aa} で除したもので示される。 $X_a = -1$ による格点 m 及び a の撓み δ_{m1} 及び δ_{aa} は、簡単にはウキリオ・モールの圖から求められるが、詳しくは弾性荷重を利用した方がよい。弾性荷重に第 4-14 式を用ひれば、格点 m に對して

$$w_{ma} = \frac{M_{ma} \cdot \delta_m}{EA_m \cdot r_m^2} = \frac{l_2 \cdot x_m \cdot \delta_m}{EA_m \cdot l \cdot r_m^2}$$

茲に $M_{ma} = A_a \cdot x_m = \frac{1 \cdot l_2}{l} \cdot x_m$ である。計算を簡単にする爲には、ある標準部材の斷面積を A_0 とし、 w に A_0 を乗するを可とする。

$$EA_0 \cdot w_{ma} = \frac{l_2 \cdot x_m \cdot \delta_m}{l \cdot r_m^2} \cdot \frac{A_0}{A_m} = F$$

連力圖によつて撓みを求めるならば、力多角形の極距は EA_0 とするのである。計算による場合は、 F を荷重とした支間 l なるトラスの m 點の曲げモーメント M_m^w を求めれば、 δ_{ma} は $M_m^w \div EA_0$ から得られる。

第 7-9 圖 (c) は (b) の弾性荷重による連力圖 (曲げモーメント圖) であつて、 $X_a = -1$ による梁 AB の撓みを示し、この撓みを δ_{aa} で除した (d) 圖は X_a 影響線を示す。

反力 A 反力 A は

$$A = A_0 - A_a \cdot X_a = \frac{l_2}{l} \left(A_0 \frac{l}{l_2} - X_a \right) \dots \dots \dots (7-11)$$

であるから、§2 に於けると同様に作圖することが出来る。

上弦材應力 O_m 影響線 トラス弦材應力の一般式によつて、

$$O_m = -\frac{M_m}{r_m} = -\frac{1}{r_m} (M_{om} - M_{ma} \cdot X_a)$$

$M_{ma} = A_a \cdot x_m = \frac{l_2}{l} \cdot x_m$ であるから

$$O_m = -\frac{1}{r_m} \left(M_{om} - \frac{l_2}{l} x_m \cdot X_a \right) = -\frac{l_2 \cdot x_m}{l \cdot r_m} \left(M_{om} \cdot \frac{l}{l_2 x_m} - X_a \right) \dots \dots \dots (7-12)$$

之を利用して影響線をかけば、第 7-9 圖 (f) が得られる。係数は $-\mu = \frac{l_2 \cdot x_m}{l \cdot r_m}$ である。 O_m

は中央支點上に載荷されたときは零であるから、この點で X_a 線と $M_{om} \cdot \frac{l}{l_2 x_m}$ 線とは交叉する。

斜材應力 D_m 影響線

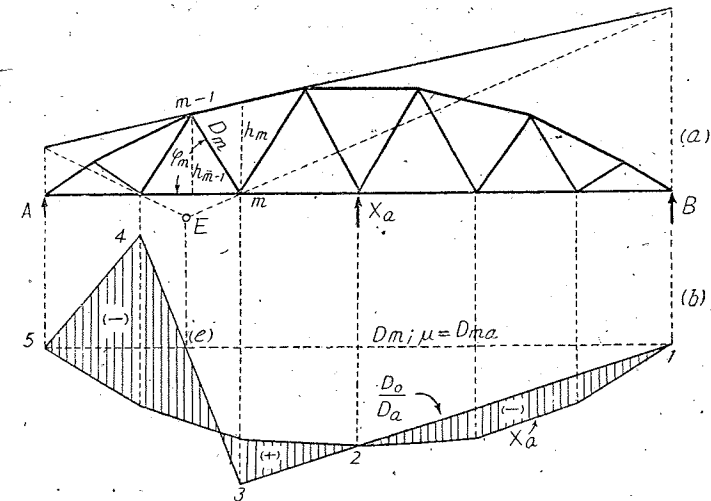
$$D_m = D_{om} - D_{ma} \cdot X_a = D_{ma} \left(\frac{D_{om}}{D_{ma}} - X_a \right) \dots \dots \dots (7-13)$$

茲に D_{ma} は $X_a = -1$ による斜材應力、 D_{om} は實際荷重 P による斜材應力である。上弦材 O_m 及び下弦材の各延長線の交點を i とし、 D_m を切斷する斷面より左方の諸力を考へれば、

$$D_{m1} r_i - A_a \cdot x_i = 0 \quad \therefore D_{m1} = \frac{A_a \cdot x_i}{r_i} = \frac{l_2 \cdot x_i}{l \cdot r_i}$$

この $\frac{D_{om}}{D_{ma}}$ 線は中央支點の眞下で X_a と交叉することから容易に定めることが出来るのである (第 7-9 圖 (g))

$\frac{D_{om}}{D_{ma}}$ 線は剪斷力の變化を示す線であつて、上下弦材が平行に近いときは i 點を定めること困難であるが、之に就いては第 7-10 圖に示す方法で剪斷力=0 の點を求める便法がある。即ち D_m の上方の上弦材線を延長して左右支點の鉛直線との交點を求め、之から下弦格點を通る直線を引いて E を求めるのである。 E 點の眞下では剪斷力は零である。尚、 i 點を利用しないときの D_{ma} は、



第 7-10 圖

$$D_{ma} = \frac{1}{\cos \varphi_m} \left(\frac{M_{ma}}{h_m} - \frac{M_{(m-1)a}}{h_{m-1}} \right)$$

$$M_{ma} = A_a \cdot x_m = \frac{l_2}{l} x_m ; M_{(m-1)a} = A_a \cdot x_{m-1} = \frac{l_2}{l} x_{m-1}$$

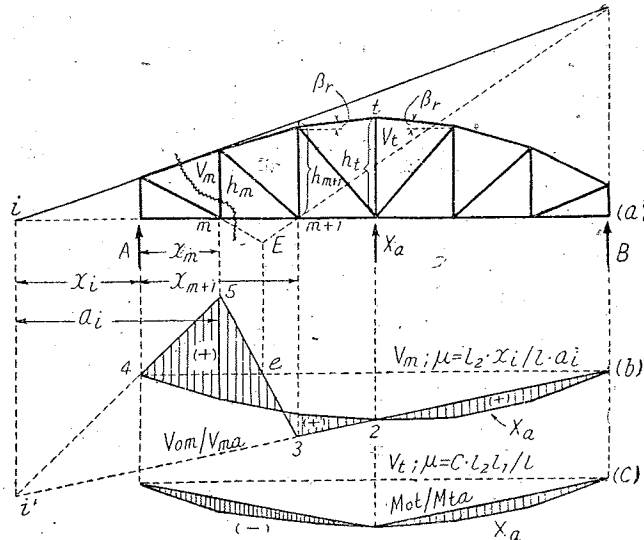
平行弦では、

$$D_{ma} = \frac{Q_{ma}}{\sin \varphi_m} = \frac{l_2}{l} \operatorname{cosec} \varphi_m$$

鉛直材影響線 第 7-11 圖の V_m は

$$V_m = V_{om} - V_{m\alpha} \cdot X_i = V_{m\alpha} \left(\frac{V_{om}}{V_{m\alpha}} - X_i \right) \dots\dots\dots (7-14)$$

之による作圖は (b) 圖の通りであり、 $\frac{V_{om}}{V_{m\alpha}}$ 線は中央支點の眞下で X_a と交叉する。 $\frac{V_{om}}{V_{m\alpha}}$ は剪斷力の變化を示すのであつて前記 $\frac{V_{om}}{D_{m\alpha}}$ と同様の性質を持つてゐるから、(a) 圖に示す i 點或は E 點を求め之によつて作圖し或は照査するを可とする。



第 7-11 圖

$$V_{m\alpha} \cdot a_i - \frac{1 \cdot l_2}{l} \cdot x_i = 0 \quad V_{m\alpha} = - \frac{l_2 \cdot x_i}{l \cdot a_i}$$

或は

$$V_{m\alpha} = \frac{M_{m\alpha}}{h_m} \cdot \frac{h'_{m+1}}{a_{m+1}} - \frac{M_{(m+1)\alpha}}{a_{m+1}}$$

$$M_{m\alpha} = \frac{1 \cdot l_2}{l} x_m \quad ; \quad M_{(m+1)\alpha} = \frac{1 \cdot l_2}{l} x_{m+1}$$

中央鉛直材 V_i に就いては、

$$V_i = \frac{M_i}{h_i} (\tan \beta_i + \tan \beta_r) = C \cdot M_i = C (M_{ot} - M_{ia} X_a)$$

$$= C \cdot M_{ia} \left(\frac{M_{ot}}{M_{ia}} - X_a \right)$$

$$\mu = C \cdot M_{ia} = C \cdot \frac{l_2}{l} \cdot l_1$$

§5. 多徑間連續梁

以上は 2 徑間連續梁或は連續トラスを可能變形法則に基く彈性方程式によつて解いたの

であるが、方法は徑間數が増しても同様であつて、中間の支點反力を X_a, X_b, X_c, \dots 、靜定主系は支間 ($l_1 + l_2 + l_3, \dots$) なる單純梁とすれば良いのである。彈性方程式は、例へば 3 徑間連續梁に於ては (第 7-13 圖)、

$$1 \cdot \delta_a = \sum P_m \cdot \delta_{m\alpha} - X_a \cdot \delta_{aa} - X_b \cdot \delta_{ab}$$

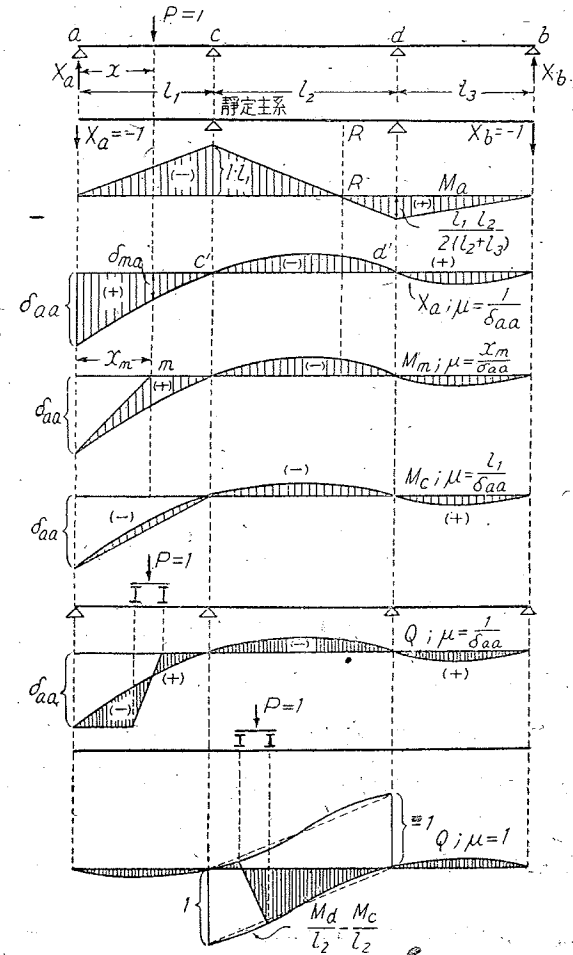
$$1 \cdot \delta_b = \sum P_m \cdot \delta_{mb} - X_a \cdot \delta_{ba} - X_b \cdot \delta_{bb}$$

(支點不動のとき $\delta_a = 0, \delta_b = 0$)

$\delta_{ab} = \delta_{ba}$ である。上式より

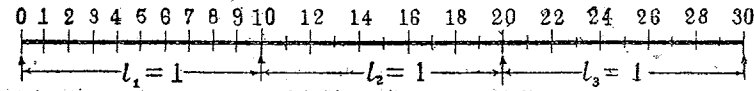
$$X_a = \frac{\delta_{m\alpha} \delta_{bb} - \delta_{mb} \delta_{ab}}{\delta_{aa} \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} = \frac{\delta_{bb}}{\delta_{aa} \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} \cdot \delta_{ma} - \frac{\delta_{ab}}{\delta_{aa} \delta_{bb} - \delta_{ab}^2} \delta_{mb} \dots\dots\dots (7-15)$$

$$= C_1 \cdot \delta_{ma} - C_2 \cdot \delta_{mb}$$



第 7-12 圖

第 7-2 表



		曲げモーメント (tm)											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0.0874	0.0747	0.0621	0.0494	0.0368	0.0242	0.0115	-0.0011	-0.0138	-0.0264	-0.0231	-0.0198
2		0.0748	0.1498	0.1246	0.0995	0.0744	0.0493	0.0242	-0.0010	-0.0261	-0.0512	-0.0448	-0.0384
3		0.0627	0.1254	0.1882	0.1509	0.1136	0.0763	0.0390	0.0018	-0.0355	-0.0728	-0.0637	-0.0546
4		0.0510	0.1021	0.1531	0.2042	0.1552	0.1062	0.0573	0.0083	-0.0406	-0.0896	-0.0784	-0.0672
5		0.0400	0.0800	0.1200	0.1600	0.2000	0.1400	0.0800	0.0200	-0.0400	-0.1000	-0.0875	-0.0750
6		0.0298	0.0595	0.0893	0.1190	0.1488	0.1786	0.1083	0.0381	-0.0322	-0.1024	-0.0896	-0.0768
7		0.0205	0.0410	0.0614	0.0819	0.1024	0.1229	0.1434	0.0638	-0.0157	-0.0952	-0.0833	-0.0714
8		0.0123	0.0246	0.0370	0.0493	0.0616	0.0739	0.0862	0.0986	0.0109	-0.0763	-0.0572	-0.0576
9		0.0054	0.0109	0.0163	0.0218	0.0272	0.0326	0.0381	0.0435	0.0490	-0.0456	-0.0223	-0.0342
10		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11		-0.0039	-0.0078	-0.0117	-0.0156	-0.0195	-0.0234	-0.0273	-0.0312	-0.0351	-0.0390	-0.0534	0.0458
12		-0.0064	-0.0128	-0.0192	-0.0256	-0.0320	-0.0384	-0.0448	-0.0512	-0.0576	-0.0640	-0.0193	0.1024
13		-0.0077	-0.0154	-0.0231	-0.0308	-0.0385	-0.0462	-0.0539	-0.0616	-0.0693	-0.0770	-0.0343	0.0686
14		-0.0080	-0.0160	-0.0240	-0.0320	-0.0400	-0.0480	-0.0560	-0.0640	-0.0720	-0.0800	-0.0134	0.0432
15		-0.0075	-0.0150	-0.0225	-0.0300	-0.0375	-0.0450	-0.0525	-0.0600	-0.0675	-0.0750	-0.0250	0.0250
16		-0.0064	-0.0128	-0.0192	-0.0256	-0.0320	-0.0384	-0.0448	-0.0512	-0.0576	-0.0640	-0.0356	0.0128
17		-0.0049	-0.0098	-0.0147	-0.0196	-0.0245	-0.0294	-0.0343	-0.0392	-0.0441	-0.0490	-0.0213	0.0054
18		-0.0032	-0.0064	-0.0096	-0.0128	-0.0160	-0.0192	-0.0224	-0.0256	-0.0288	-0.0320	-0.0152	0.0016
19		-0.0015	-0.0030	-0.0045	-0.0060	-0.0075	-0.0090	-0.0105	-0.0120	-0.0135	-0.0150	-0.0074	0.0002
20		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21		0.0011	0.0023	0.0034	0.0046	0.0057	0.0068	0.0080	0.0091	0.0103	0.0114	0.0057	0.0000
22		0.0019	0.0038	0.0058	0.0077	0.0096	0.0115	0.0134	0.0154	0.0173	0.0192	0.0096	0.0000
23		0.0024	0.0048	0.0071	0.0095	0.0119	0.0143	0.0167	0.0190	0.0214	0.0238	0.0119	0.0000
24		0.0026	0.0051	0.0077	0.0102	0.0128	0.0154	0.0179	0.0205	0.0230	0.0256	0.0128	0.0000
25		0.0025	0.0050	0.0075	0.0100	0.0125	0.0150	0.0175	0.0200	0.0225	0.0250	0.0125	0.0000
26		0.0022	0.0045	0.0067	0.0090	0.0112	0.0134	0.0157	0.0179	0.0202	0.0224	0.0112	0.0000
27		0.0018	0.0036	0.0055	0.0073	0.0091	0.0109	0.0127	0.0146	0.0164	0.0182	0.0091	0.0000
28		0.0013	0.0026	0.0038	0.0051	0.0064	0.0077	0.0090	0.0102	0.0115	0.0128	0.0064	0.0000
29		-0.0007	-0.0013	-0.0020	-0.0026	-0.0033	-0.0040	-0.0046	-0.0053	-0.0059	-0.0066	-0.0033	0.0000
30		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

x l1

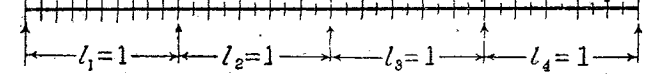
3 等径間連続梁影響線

$l_1:l_2:l_3=1:1:1$

								剪断力 (t)		反 力 (t)	
13	14	15	16	17	18	19	20	$l_1(Q_0)$	$l_2(Q_{12})$	A_0	A_1
0	0	0	0	0	0	0	0	1.0000	0	1.0000	0
-0.0165	-0.0132	-0.0099	-0.0066	-0.0033	0.0000	0.0033	0.0066	0.8736	0.0330	0.8736	0.1594
-0.0320	-0.0256	-0.0192	-0.0128	-0.0064	0.0000	0.0064	0.0128	0.7488	0.0640	0.7488	0.3152
-0.0455	-0.0364	-0.0273	-0.0182	-0.0091	0.0000	0.0091	0.0182	0.6272	0.0910	0.6272	0.4638
-0.0560	-0.0448	-0.0336	-0.0224	-0.0112	0.0000	0.0112	0.0224	0.5104	0.1120	0.5104	0.6016
-0.0625	-0.0500	-0.0375	-0.0250	-0.0125	0.0000	0.0125	0.0250	0.4000	0.1250	0.4000	0.7250
-0.0640	-0.0512	-0.0384	-0.0256	-0.0128	0.0000	0.0128	0.0256	0.2976	0.1280	0.2976	0.8304
-0.0595	-0.0476	-0.0357	-0.0238	-0.0119	0.0000	0.0119	0.0238	0.2048	0.1190	0.2048	0.9142
-0.0480	-0.0384	-0.0288	-0.0192	-0.0096	0.0000	0.0096	0.0192	0.1232	0.0996	0.1232	0.9728
-0.0285	-0.0228	-0.0171	-0.0114	-0.0057	0.0000	0.0057	0.0114	0.0544	0.0557	0.0544	1.0026
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.0000	0	1.0000
0.0382	0.0306	0.0230	0.0154	0.0078	0.0002	-0.0074	-0.0150	-0.0390	0.8024	-0.0390	0.9630
0.0856	0.0688	0.0520	0.0352	0.0184	0.0016	-0.0152	-0.0320	-0.0640	0.8032	-0.0640	0.9672
0.1414	0.1142	0.0870	0.0598	0.0326	0.0054	-0.0218	-0.0490	-0.0770	0.7028	-0.0770	0.7798
0.1048	0.1664	0.1280	0.0896	0.0512	0.0128	-0.0256	-0.0640	-0.0880	0.6016	-0.0880	0.6896
0.0750	0.1250	0.1750	0.1250	0.0750	0.0250	-0.0250	-0.0750	-0.0750	0.5000	-0.0750	0.5750
0.0512	0.0896	0.1280	0.1664	0.1048	0.0432	-0.0184	-0.0800	-0.0640	0.3984	-0.0640	0.4624
0.0326	0.0598	0.0870	0.1142	0.1414	0.0688	-0.0042	-0.0770	-0.0490	0.2972	-0.0490	0.3462
0.0184	0.0352	0.0520	0.0688	0.0856	0.1024	0.0192	-0.0640	-0.0320	0.1968	-0.0320	0.2288
0.0078	0.0154	0.0230	0.0306	0.0382	0.0458	0.0534	-0.0390	-0.0150	0.0976	-0.0150	0.0991
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0.0057	-0.0114	-0.0171	-0.0228	-0.0285	-0.0342	-0.0399	-0.0456	0.0114	-0.0570	0.0114	-0.0684
-0.0096	-0.0192	-0.0288	-0.0384	-0.0480	-0.0576	-0.0672	-0.0768	0.0192	-0.0960	0.0192	-0.1152
-0.0119	-0.0238	-0.0357	-0.0476	-0.0595	-0.0714	-0.0833	-0.0952	0.0238	-0.1190	0.0238	-0.1428
-0.0128	-0.0256	-0.0384	-0.0512	-0.0640	-0.0768	-0.0896	-0.1024	0.0256	-0.1280	0.0256	-0.1636
-0.0125	-0.0250	-0.0375	-0.0500	-0.0625	-0.0750	-0.0875	-0.1000	0.0250	-0.1250	0.0250	-0.1500
-0.0112	-0.0224	-0.0336	-0.0448	-0.0560	-0.0672	-0.0784	-0.0896	0.0224	-0.1120	0.0224	-0.1344
-0.0091	-0.0182	-0.0273	-0.0364	-0.0455	-0.0546	-0.0637	-0.0728	0.0182	-0.0910	0.0182	-0.1092
-0.0064	-0.0128	-0.0192	-0.0256	-0.0320	-0.0384	-0.0448	-0.0512	0.0128	-0.0640	0.0128	-0.0768
-0.0033	-0.0066	-0.0099	-0.0132	-0.0165	-0.0198	-0.0231	-0.0264	0.0066	-0.0330	0.0066	-0.0396
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	14	15	16	17	18	19	20				

第 7-3 表

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40



曲げモーメント (tm)

Table of bending moments (tm) for a continuous beam with 12 supports and 4 spans of length 1. The table contains 12 columns (numbered 1-12) and 41 rows (numbered 0-40). Values are provided for each support and span combination.

載荷點

× l₁

4 等徑間連續梁影響線

l₁:l₂:l₃:l₄=1:1:1:1

Table of influence lines for a continuous beam with 4 equal spans (l1:l2:l3:l4=1:1:1:1). The table is divided into two main sections: '剪斷力 (t)' (Shear Force) and '反力 (t)' (Reaction). It contains 20 columns for spans and 3 columns for reactions, with rows numbered 0 to 40.

方法が極めて必要なのであるが、慣性モーメントが定値なる縦桁、床版、等に對しては之を解く爲に作製されてゐる影響線表を使用するのが最も好都合である。茲に縦桁及床版の設計の場合に對する一助として 2~4 等徑間連続梁影響線表を掲げる。(第 7-1, 2, 3 表)

§7. 其他の解法

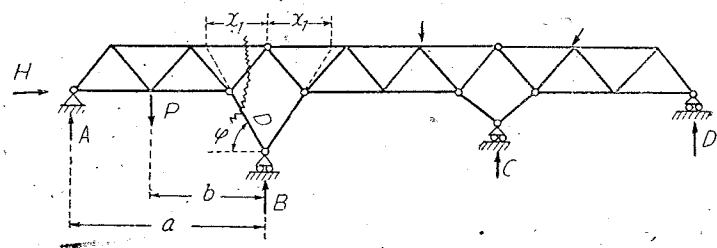
連続梁解法としては、モーメント面積法、端モーメント配分法等あり、何れも簡易であつて局部的の曲げモーメント、剪断力を求めるのに良き方法であるから橋梁設計の最初に於て断面を豫め定める際用ひて便利である。之等の方法の例題は既に掲げたから茲には省略する。なほ連続梁解法として優秀なるものに定點を利用する定點法があり、此の方法は多徑間の場合に時として用ひられる(定點利用は第 10 章無鉸拱を参照)。

§8. 特殊連続トラス

第 7-14 圖に示す構造は支點上に菱形を有する連続トラスであり、既に 1880 年代ミュウラア・プレスラウによつて論ぜられたものであるが、1932 年ウヰッカート(米)は此の構造の特許を得たので、米國ではウヰッカート・トラスと呼ばれてゐる。

菱形が在るから不安定構造とも見られるが、部材に 2 本の不足がある所は 2 個の(例へば B 及び C の) 餘剩反力で補はれ

$$m=33; r=5; 2p=38 \quad \therefore 2p=m+r$$



第 7-14 圖

即ち安定であり、結局に於て支點附近の形狀寸法によつて安定及び不安定が決定せられ、米國ピッツバーグ・ホームステドの新橋は此の型式を用ひた珍しい例であるが、之が特徴は静定構造であるが連続梁的性質があるので材料に於て經濟なる事である。^{*}片持梁式架設法も亦容易であるが、架設中には菱形部分に補剛材を入れて三角形を保たしめる必要がある。

^{*} Steinman, "Wichert truss" 1932.

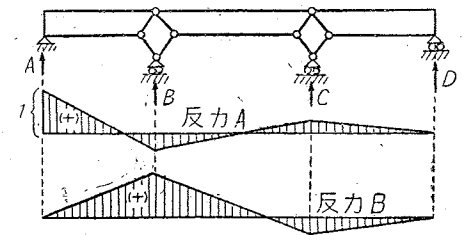
反力 A を求めるには、B 支點の左側で断面をとり、上格點で断面左方の力のモーメントをとる。B 支點上斜材 D の應力の鉛直分力 D_V は菱形が對稱であれば、

$$D_V = D \sin \varphi = \frac{B}{2} \dots \dots \dots (7-17)$$

であるから

$$A \cdot a - P \cdot b + \frac{B}{2} \cdot a_1 = 0 \dots \dots \dots (7-18)$$

之と同様の式を支點 C に於て作り、且つ支點 D で $\Sigma M=0$ の式をたてれば、 $\Sigma V=0$ を併用して全反力を解くことが出来る。反力の性質は他の梁の反力とは聊か趣きを異にし第 7-15 圖は之が影響線を示す。



第 7-15 圖

此の種のトラスの幾何學的形狀と之が安定とに關する關係は凡そ次の如くして照査することが出来る。4 個の反力を解く條件式は、

$$\Sigma V=0 \dots \dots A+B+C-P_1=0$$

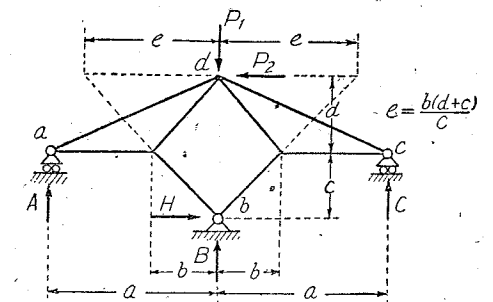
$$\Sigma H=0 \dots \dots H-P_2=0$$

$$\Sigma M_c=0 \dots \dots 2aA+aB-cH$$

$$-aP_1-dP_2=0$$

$$\Sigma M_a=0 \dots \dots aA + \frac{e}{2} B = 0 \dots \dots$$

..... (第 7-18 式参照)



第 7-16 圖

之を解くデタアミナントの Δ の値は、

$$\Delta = a \left\{ a - \frac{b(d+c)}{c} \right\}$$

よつて、 $ac=b(d+c)$ なるとき此の構造は不安定である。換言すれば上弦材 adc が一直線を爲して、 $b:c=a:(d+c)$ となるとき不安定である。

所謂ウヰッカート・トラスの不安定條件を論ぜられた田中教授によれば、^{*}第 7-17 圖に示す 2 徑間の場合に於て、3 個の反力を求むる爲の 3 聯立方程式は

$$A+B+C-P=0$$

$$A \cdot l_1 + C \cdot k - P(l_1-x)=0$$

$$B \cdot l_2 + C \cdot k = 0 \quad \left(k = \frac{1}{2} h \cdot \tan \beta \right)$$

^{*} 田中 豊. "支點上に菱形結構を有する静定結構", 土木工學, 第 3 卷 10 號. (昭和 9 年 10 月)

構造が不安定ならば反力を解く爲めの

デターミナント分母は零に等しく、

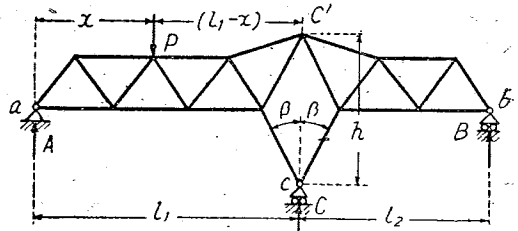
$$\Delta = l_1 \cdot l_2 - k(l_1 + l_2) = 0 \text{ 或は } k = \frac{l_1 \cdot l_2}{l_1 + l_2}$$

之が不安定条件であつて、 $k = \frac{1}{2}h$ 。

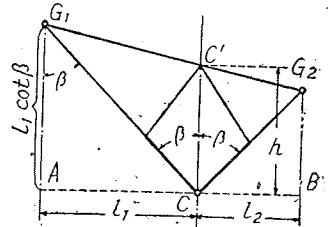
$\tan \beta \cdot \frac{l_1 \cdot l_2}{l_1 + l_2}$ から

$$h = \frac{l_1 \cdot l_2}{l_1 + l_2} \cot \beta + \frac{l_1 \cdot l_2}{l_1 + l_2} \cot \beta$$

之を圖示すれば第 7-18 圖の如くなり、 $G_1 C' G_2$ が一直線を爲すとき構造は不安定、之は第 7-16 圖で論じたものと同一であつて、此の事は水平荷重に對しても、又、3 徑間の場合に於ても同様である。 G 點は菱形部材の下部々材の延長線が兩側支點を通する鉛直線と交つた點である。



第 7-17 圖



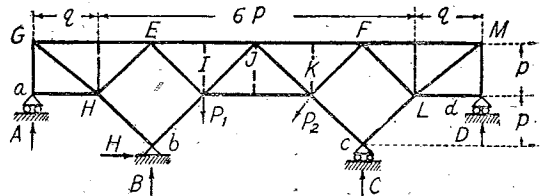
第 7-18 圖

第 7-19 圖に示す構造は上述の結論に徴して不安定に近い事が分るのであるが、3 徑間の場合の不安定条件は

$$l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 - k_1 \cdot l_3(l_1 + l_2) - k_2 \cdot l_1(l_2 + l_3)$$

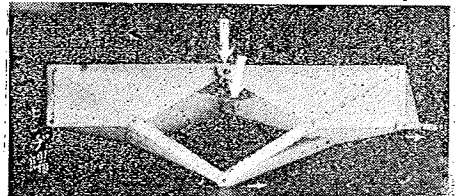
$+ k_1 \cdot k_2(l_1 + l_2 + l_3) = 0$ であつて、茲に $l_1 + l_3 = p + q$; $l_2 = 4p$; $h = 2p$,

又、 $k_1 = k_2 = \frac{1}{2}h \cdot \tan \beta = p$ であるから、之を上式に代入すれば $p - q = 0$ 或は $p = q$ なる時に構造は不安定となる。



第 7-19 圖

此の種の連続梁(トラス)は形狀を適當に選定すれば應力を然るべく制御し得られるから經濟的なる結果を收め得るのであるが、第 7-19 圖のやうな不安定に近い形狀は斷然之を避ける可きである。



寫眞 7-1 不安定形狀