君嶋

大測量學

下卷

第六章

三角測量

第一節　三角測量大意

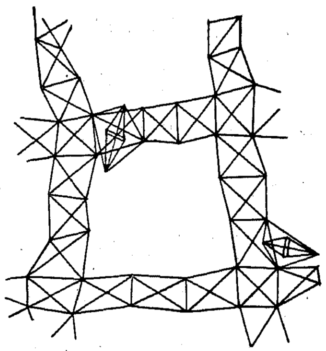
161. **三角測量及基線.** 三角測量ノ目的ハ地表ノ遠ク離レタル諸點相互ノ位置ヲ定メ,是等ノ諸點ヲ結付クル直線ノ方向及長サヲ定ムルニ在リ. 更ニ進ンデ天文ノ觀測ト相俟チテ是等諸點ノ絕對位置卽チ緯度,經度,及海面上ノ高サヲ定メ,又諸點ヲ結付クル直線ノ眞方位及長サヲ定ムルコトヲ得. 前ノ場合ハ一區域ノ細圖ヲ作ル爲ニ若干地點ノ精密ナル距離及方向ヲ測リ其ノ骨組ヲ作ルニ止マレドモ,後ノ場合ニ於テハ,更ニ地球ノ形及大サヲ計算スベキ材料ヲ見出スヲ得. 前ノ場合モ一點若クハ數點ノ緯度及經度ヲ知ルハ望マシキコトナレドモ此種ノ測量ニ缺クベカラザルモノニハアラズ. 殊ニ小

區域ノ基本調査ニ用フル三角測量ノ如キニ至リテハ其ノ若干線ノ磁方位ヲ以テ充分トスル場合多シ.

測定セラルベキ諸點ハ卽チ三角形ノ角頂ニシテ,是等ノ三角形ハ相集リテ一ノ**三角網**ヲ成ス. 此ノ三角網中若干ノ邊ハ其ノ長サヲ精測シ,更ニ測定セラレタル三角形ノ各角ヲ用ヒテ他ノ諸邊ノ長サヲ計算シ出スモノトス. 而シテ實際精測セラルヽ直線ヲ**基線**ト云フ. 一ノ三角測量ニ於テハ常ニ二以上ノ基線ヲ精測シ,一ヲ**始基線**ト云ヒ,他ヲ**檢基線**ト云フ. 始基線ト測定整正ノ諸角ヲ用ヒテ順次三角形ノ邊長ヲ計算シ,檢基線ニ至リテ計算ヨリ得タル長サト實測ヨリ見出シタル長サノ差ガ容差ノ中ニ在ルヲ要ス.

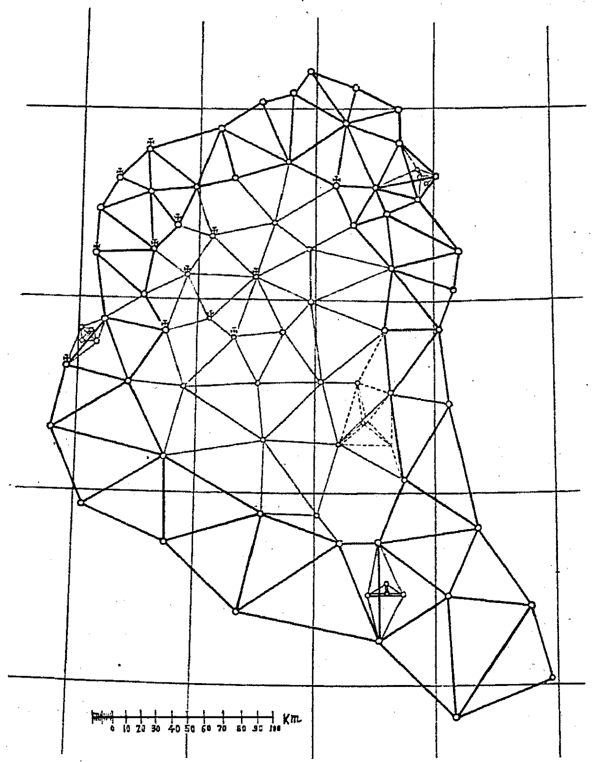
茲ニ述ブル三角測量ハ平面ニ限ラレ地球ノ曲率ヲ考入セズ. 故ニ港灣測量,隧道測量,河川測量及耕地整理ノ基本調査等ハ勿論,相當ニ廣キ區域ノ測量ニ適ス.

第百六十三圖



162. 三角系ト三角列. 三角網ハ其ノ配列狀態ニ依リテ之ヲ二ノ**三角系**ニ

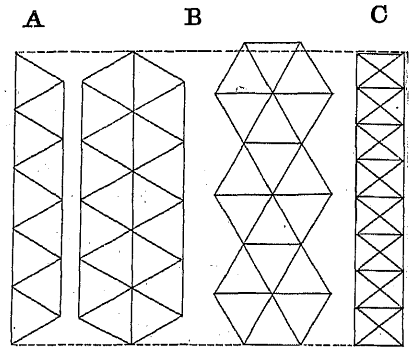
第百六十四圖



分類スルコトヲ得. **格子系**及**放散系**是ナリ. 格子系トハ第百六十三圖ニ示スガ如ク三角網ガ相交叉シテ格子狀ヲ爲スモノニシテ,第百六十四圖ハ一ノ格子系ノ實例ナリ. 放散系トハ三角網ガ諸方ニ向テ放散スルモノナリ. 格子系ハ其ノ計算及整正ガ簡單ナルヲ以テ最モ多ク用ヒラル.

三角網ヲ成ス所ノ三角形ノ並ベ方ニ依リテ之ヲ三種ノ**三角列**ニ分ツコトヲ得.

第百六十五圖



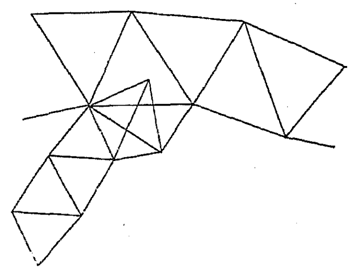
第一種ハ第百六十五圖 A ニ示スガ如ク單列三角形ヨリ成ルモノニシテ,相隔リタル點ヲ最小工費ニテ連結セント欲セバ之ヲ用フルヲ良トス. 普通ノ隧道測量又ハ河川測量ニ用フル三角列ハ即チ之ニ屬ス. 第二種ハ B ニ示スガ如ク,二ノ單列三角形ヲ合セタル複列トスルカ,又ハ六邊形ヲ繋ギ合セタルモノナリ. 測定面積ガ廣キヲ要スル場合ニハ此ノ三角列ヲ便トス. 第三種ハ C ニ示スガ如ク,四邊形ヲ繋ギ合セタルモノニシテ極メテ精密ヲ要スル場合ニ適ス. 但シ此ノ三角列ハ其ノ整正頗ル複雜ナルヲ以テ第一種ノ三角列中基線ヲ含ム部分,又ハ角度ノ關係ガ不良ニシテ更ニ他ノ測點ヲ連結シ精度ヲ增ス必要アルガ如キ場合ニ特ニ一部分ニ此ノ四邊形ヲ用フルコトアリ.

測定面積ガ甚ダ大ナラザルトキハ素ヨリ三角系ヲ用フルヲ要セズ,單ニ一條ノ三角列ニテ充分ナリ.

本章述ブル所ノ三角測量ハ即チ主トシテ邊長10粁以內,其精度凡ソ $\frac{1}{5000}$ 乃至 $\frac{1}{50000}$ 以下ノモノニ限ルモノトス. 勿論測定ノ方法トシテハ孰レノ三角測量ニモ共通ナルモノ多キヲ以テ以下述ブル所ノモノハ更ニ大規模ノ測量ニモ應用シ得ベシト雖ドモ,大地測量ニ屬スル大ナル精度及計算ニ用フル洗鍊ハ勞多クシテ費亦少ナカラザルヲ以テ,多ク之ニ論及セザルベシ.

163. 三角ノ等級. 小規模ノ三角測量ニ於テハ通例邊長ノ著シク異ナラザル三角形ヲ用フルガ故ニ特ニ三角ノ等級ヲ定ムル必要少シト雖ドモ,少シク大ナル三角網ニ至リテハ一種ノ三角網ノ中ニ他ノ小三角網ヲ用フルコトアリ. 斯カル場合ニハ前者ヲ**大三角**,後者ヲ**小三角**ト云ヒ,其ノ測量ヲ夫々**大三角測量**,**小三角測量**ト云フ. 河川測量,港灣測量又ハ耕地ノ基本調査等ニハ屢々之ヲ用フ. 第百六十六圖ハ大小三角網ノ一例ナリ.

第百六十六圖



又大地測量ニ至リテハ邦國ト地勢トニ依リテ三角網ノ邊長同ジカラズ,邊ノ長短ヲ標準トシテ三角

形ニ等級ヲ附ス. 但シ其ノ邊長ノ大ナルモノハ素ヨリ此ニ論ズル限ニ非ズト雖ドモ,其ノ小ナルモノニ至リテハ平地ノ三角測量ト擇ブ所ナシ.

我ガ國ニ於テハ約45粁ノ邊長ヲ有スルモノヲ一等三角トシ25粁ヲ一等三角補點, 8粁ヲ二等, 4粁ヲ三等, 2粁ヲ四等三角トセリ. 朝鮮總督府臨時土地調査局ニ於テハ大三角ノ邊長ハ平均30粁,其ノ補點間ノ距離ヲ10粁トシ,小三角ノ邊長ハ一等點間ヲ平均5,5粁,二等點間ヲ2,5粁ト定メタリ. 又恰カモ一等ヨリ四等ニ分類セルモノト同ジ.

英國ニ於ケル一等三角ノ邊長ハ平均40乃至60哩,二等三角ハ10乃至12哩,三等三角ハ平地ニ於テ3乃至4哩,山地ニ於テ1乃至2哩ノ邊長ヲ有ス. 獨逸ノ分類ニテハ邊長20乃至50粁及以上ノモノヲ一等三角,10乃至20粁ヲ二等三角, 3乃至10粁ヲ三等, 1乃至3粁ヲ四等三角トス. 而シテ一等及二等ヲ大三角ト呼ビ,三等及四等ヲ小三角ト云フ.

第二節 撰點

164. 撰點作業. 三角測量ニ於テ基線測定ニ先ダツ一切ノ準備ヲ**撰點**ト云フ. 卽チ三角測量ノ野業ニ先ダツ調査一切ヲ含ムモノニシテ,其ノ中ニハ次ノ作業ヲ必要トス.

第一. 基線ノ位置ヲ定ム.

第二. 三角網ヲ形クルベキ三角測點ノ撰定.

第三. 必要ナル準備.

第四. 測量ニ必要ナル利便等ニ關スル口碑事實等ノ蒐集.

三角測量ヲ行ハントスルトキハ先ヅ其ノ目的及程度ヨリ其ノ三角系ノ三角列及種類ヲ定メザルベカラズ. 而シテ次ニ基線ノ位置ヲ撰ビ基線測點ヲ定メ三角網トノ連絡ヲ考ヘザルベカラズ.

基線ノ位置ハ成ルベク平坦地平ニシテ且ツ三角網トノ連絡ガ最モ平易簡便ナルヲ要ス. 故ニ三角網ノ附近ニ基線ヲ測ルベキ適當ノ場所ナキトキハ,特ニ基線ト三角網トヲ連絡スベキ三角網ヲ要スルコトアリ. 又適當ナル長サノ基線ヲ得ル能ハザル爲メ,實測基線ヨリ計算ヲ用ヒテ基線ヲ延長スルカ又ハ順次大ナル三角形ヲ作リテ,三角網ト連絡セシムルコトアリ. 而シテ是等ノ關係ハ始基線及檢基線ニ於テ同一ナリ.

三角網ヲ組成セル三角形ノ內角ハ邊長ノ計算ニ經距及緯距卽チ縱橫距法ヲ用フル場合ニハ何等ノ

制限ナシト雖ドモ,若シ絶對法ヲ用ヒテ順次邊長ヲ計算スルトキハ30°ヨリ小ナラズ,又120°ヨリ大ナラザル角度ヲ有スルヲ要ス. 蓋シ測角ノ精度ハ角ノ大小ニ關スル所ナシト雖ドモ,邊長ノ計算ニ當リ內角ノ正弦ヲ用フルガ故ニ,角ノ小ナル程正弦ノ表差ハ大ナルヲ以テ,同一ノ角差ニテモ大ナル誤差ヲ生ズルヲ以テナリ. 故ニ等邊三角形ハ最モ正確ヲ得ルニ近ク,正方形ハ四邊形中最モ誤差ヲ生ズルコト少シ. 從テ撰點ノ際ニハ角ノ大サニ就テ特ニ注意ヲ要ス(絶對法及縱横距法ハ 203 乃至 204 參照).

山角塔頂又ハ特立セル樹林ノ尖端等瞻望ニ便ナルモノヲ覘標ニ用フルトキハ見透シノ爲メ伐截ヲ要スルコト少ナクシテ極メテ便利ナレドモ,樹木禾黍ノ茂レル處,又ハ其ノ他ノ障害アル處ニハ高キ測點ヲ作ルカ又ハ伐截ヲ用ヒ,或ハ兩者ヲ併用セザルベカラズ. 而シテ三角測點ヲ定ムルニ當リテハ地圖ニ就キテ大體ノ位置ヲ豫定シ,眞直ナル竹竿ノ類ヲ豫定測點ニ立テヽ他ノ測點ヨリノ見透シ其ノ他ノ關係ヲ調査シ,其ノ相互ノ位置ガ良好ナルニ及ンデ之ヲ確定測點トナス. 又測點ハ其ノ位置ト同時ニ其ノ高サヲ定メザルベカラズ.

三角測量ニ要スル時間工費及其ノ精度ハ繫テ測

點撰定ノ巧拙ニ在ルコト多キヲ以テ撰點ハ經驗ト判斷ヲ要スルコト多シ. 三角形ノ形,見透ノ爲ニスル伐截及之ニ要スル損害賠償,測點ノ高サ及工費,製造所煉瓦窯等空氣ノ障碍ヲ起スベキ原因ノ回避及次デ起ルベキ測標ノ保存等ハ,卽チ測點ノ位置ヲ定ムルニ當リテ考フベキ諸點トス.

覘標及測標其ノ他測量ニ必要ナル材料ノ蒐集,若クハ人夫ノ傭入等ニ關シテハ地方的研究ヲ要ス.

165. 撰點ニ必要ナル器具器械. 撰點ニハ測點ノ方向ヲ定メ,又ハ他ノ測點ノ挾ム角ガ果シテ既定ノ大サノ間ニ在リヤ否ヤヲ略定スル爲メ簡便ナル測角器械ヲ要ス. 六分儀又ハ懷中六分儀,裝稜羅盤等ハ最モ此ノ目的ニ適ス. 或ハ假リニ竹葦ノ類ヲ曲ゲテ模型等邊三角形ヲ作リ,一ノ測點ニ立チ第一測點ニ向テ三角形ノ一邊ヲ合セ,第二ノ測點ガ果シテ模型等邊三角形ノ他邊ニ近キ方向ニ在リヤ否ヤヲ檢スルトキハ大體ノ角ノ大サヲ知ルコトヲ得ベシ. 然レドモ角ノ大サノ目測ハ誤リ易ク例ヘバ39°ト40°トハ之ヲ推定スルコト容易ナラザルヲ以テ成ルベク前ニ述ベタル測角器ヲ用フルヲ良シトス.

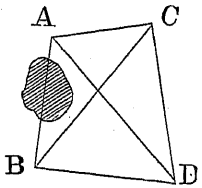
高サノ測定ニハ近距離ナラバ掌準器又ハ測斜準

器ヲ用フベク,距離ノ大ナルトキハ無液氣壓計ヲ便トス.

是等ノ外双眼鏡及綱梯子ノ類又ハ伐截ノ器具アレバ撰點ニハ充分ナリ. 又測點ヲ定ムルニ當リ相互ノ間ニ合圖又ハ信號ヲ定ムルトキハ時間ト勞力トヲ節スルコト尠ナカラズ.

166. 見透ノ出來ザル測點ノ方向. 樹木禾黍ノ類繁茂セルガ爲メ一測點ヨリ他ノ測點ガ見透ノ出來ザル場合少ナカラズ. 斯カル場合ニハ一方又ハ兩方ヨリ方向ヲ定メテ伐截ヲ行ハザルベカラズ. 今第百六十七圖ニ於テ, A 及 B ヲ見透ノ出來ザル二ノ測點トスルトキハ,是等二點ヨリ共ニ見透ノ付クベキ二ノ補助點 C, D ヲ見出スベシ. 且ツ C 點ニ於テ $\angle ACD$, $\angle BCD$ ヲ測リ, D 點ニ於テ $\angle BDC$, $\angle ADC$ ヲ計リ, CD ヲ假リニ單位ノ長サト考ヘ, ΔACD ヨリ AC 及 AD, ΔBCD ヨリ BC 及 BD ヲ見出スベシ. 然ルトキハ ΔABC ヨリ $\angle CAB$, ΔABD ヨリ $\angle DBA$ ヲ見出スコトヲ得ベク,從テ A 及 B ヨリ見透ノ方向 AB 及 BA ヲ定ムルコトヲ得.

第百六十七圖

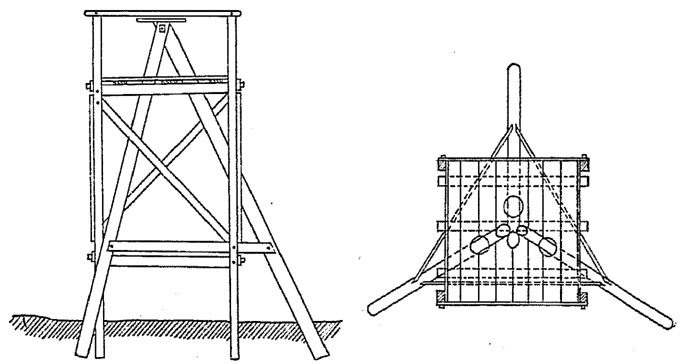


第三節 測點

167. 測點ノ構造. 三角網ヲ組成セル三角點ヲ其ノ**測點**ト云フ. 測點ハ此ニ器械ヲ据付クルトキハ他ノ測點ヲ見透シ得ル程充分ノ高サヲ有スルヲ要シ,他ノ測點ヨリ覘ヒヲ付ケラルヽ爲ニハ成ルベク高ク明瞭ナル標的ヲ要シ,且ツ孰レノ測點ニモ多少永久的ノ標識ヲ打立テ他日ノ參照ニ資ス. 斯クシテ測點ニハ**測角器械ヲ載スベキ裝置**,他ノ測點ヨリ視準スベキ標的卽チ**覘標**及測點ヲ後日ニ保存シテ參照ノ用ニ供スベキ標識卽チ**測標**ヲ伴フ. 而シテ是等三ノ中心ハ必ズ同一垂直線中ニ在ルヲ要ス.

平地ニシテ見透ノ障害ナキ處ニハ普通ノ三脚ノ上ニ取付ケタル轉鏡儀ニテ測角ニ差支ナキ場合多

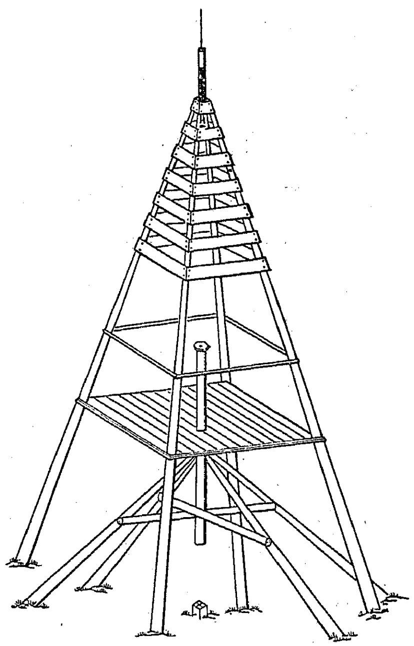
第百六十八圖



シ．更ニ高キ測點ノ場合ニハ義足ヲ三脚沓ニ設クルモ可ナリ．若シ又高サ5米內外トナレバ測角器械ヲ載スル爲メニ特別ノ構造ヲ要ス．概シテ高キ測點ハ二ノ全ク獨立セル構造ヨリ成ルベク,一ハ器械ヲ載スベキ高臺ニシテ他ハ觀測者ガ坐スベキ所謂觀測臺是ナリ．第百六十八圖ハ其ノ簡單ナル一例ヲ示セルモノナリ．

市街地又ハ其ノ他高キ障害物ノ爲メニ普通ノ高

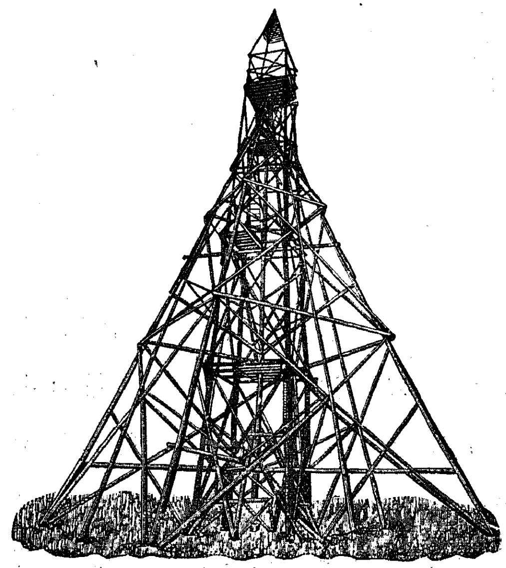
第百六十九圖



サニ据エタル器械ヲ以テ他ノ測點ヲ展望スルコト能ハザルトキハ更ニ高キ構造物ヲ要ス．斯ノ場合ニハ一般ニ覘標ヲ冠スル他ノ獨立構造ト共ニ器械ヲ載スベキ高臺ヲ組立ツルヲ常トス．第百六十九圖及第百七十圖ハ其ノ一二例ヲ示セルモノナリ．

168. **覘標**．一測點ニ器械ヲ据付ケ第二ノ測點ヲ視準スル場合ニ,後ノ測點上ニ立テタル標的ハ前ニ述ベタル**覘標**ニシテ覘標ノ中心ト測角器械ノ竪軸トハ同一垂直線中ニ在ルヲ要ス．但シ時トシテハ覘標ト測點トハ同一垂直線中ニ在ラザルコトアリ,

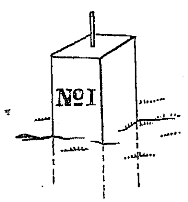
第百七十圖



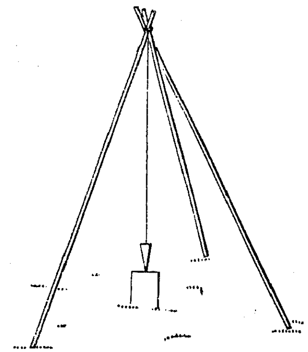
之ヲ離心測點ト云フ．覘標ハ遠クヨリ見分クルニ便ナラシメンガ爲メ,旗幟又ハ其ノ他識別シ易キ目標ヲ附クルヲ便トス．

覘標ハ凡ベテノ距離及背景ニ對シテ明瞭ニ認メ得ラルヽノミナラズ,視準ニ際シテハ容易ニ二等分シ得テ,且ツ強固ニ,又精密ニ測點上ノ垂直線中ニ在ルベク,加フルニ其ノ見ユル部分ノ中心ハ日光ノ陰照ニ係ラズ,眞ノ竪軸ト重リ合フヲ要ス．

第百七十一圖



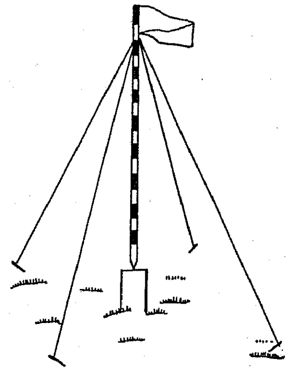
第百七十二圖



覘標ノ極メテ簡單ナルモノハ測標ノ中心ニ立テタル垂直ナル釘ニ依ルモノ是ナリ(第百七十一圖)．測標ノ中心上ニ垂レタル振子ノ絲ヲ以テスルコトアリ(第百七十二圖)．又ハ紅白塗分ケノ普通ノ向桿ヲ用フルコトアリ(第百七十三圖)．或ハ高ク櫓ヲ組

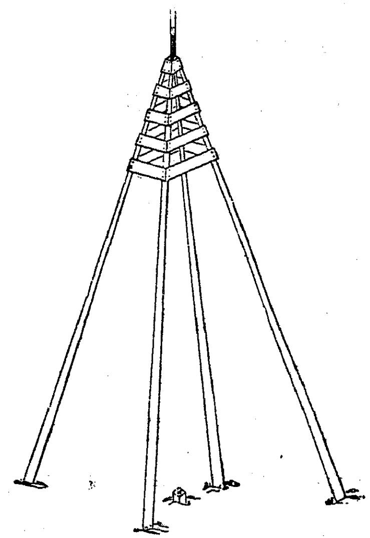
立テ,其ノ頂上ニ立テタル垂直桿ニ依ルコトモアリ(第百七十圖)．又測點ヲ區別スルガ爲メ,種類ニ應ジテ特殊ノ覘標ヲ用フルコトモアリ．第百七十四圖乃至第百七十七圖ニ示セルヨノハ其ノ數例ニシテ,高キ立木ニ眞直ナル標的ヲ結付クルトキハ屢々有效廉價ナル覘標ヲ得ベシ(第百七十八圖)．

第百七十三圖



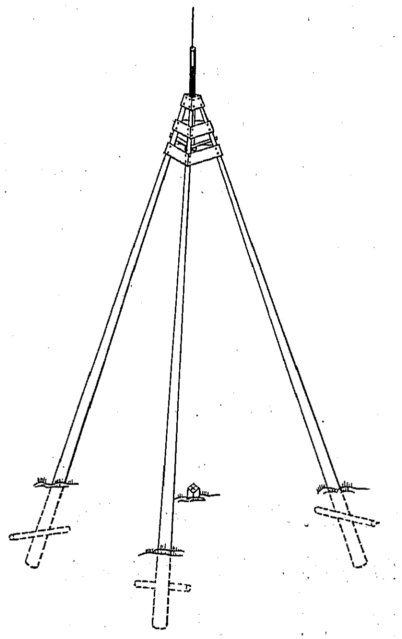
一覘標ヲ視準スル場合ニ,其ノ覘ハルヽ高サガ測點ニ對シテ挿ム角度ハ經驗ニ依レバ,少クモ30秒以上ナルヲ要ス．卽チ覘標ノ高サハ少クモ視準測點ヨリノ距離ノ七千分ノ一以上ナルベシ．故ニ二測點間ノ距離ガ100米ナレバ1,4粍以上ノ高サアル釘ハ高サノ點ヨリ覘標トシ

第百七十四圖



テ充分ナリ. 若シ又距離ガ3粁ナレバ覘標ノ高サハ43糎ヲ下ルベカラズ. 勿論見透ノ爲ニ必要ナル櫓又ハ其ノ他ノ結構ノ高サハ此ノ外ナリ.

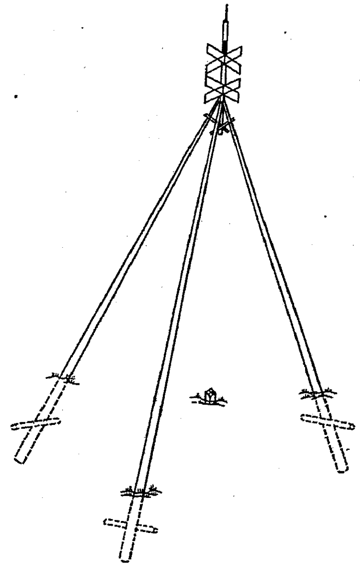
第百七十五圖



覘標ノ背景ハ亦視準ノ難易ニ影響スルコト少ナカラズ. 背景ニ陰照濃淡アルトキハ覘標ヲ交々黒白ニ塗ルヲ良シトスレドモ其ノ近距離ノ場合ニハ黒色覘標ヲ可トス. 若シ又向桿或ハ竹竿ノ類ヲ用ヒテ覘標トスルトキハ之ニ有色旗ヲ結付ケテ識別ニ便ナラシムベシ. 紅白ノ旗ハ背後ガ山野ナル場合ニ最モ見分ケ易ク,若シ背景ガ天空ナルトキハ赤緑ノ旗ヲ便トス. 而シテ紅白塗分ケノぽーる又ハ向桿ハ相當ノ距離ニ於ケル覘標トシテ用フルニ適ス. 河川測量ニ於テ堤防上ニ測點ヲ設クルガ如キ場合ニハ,測標上ニ立テタル釘ニ白紙ヲ巻キテ其ノ背後ニ黒ヲ塗

リタル厚紙ノ類ヲ立掛クルトキハ,天氣ノ陰晴ニ係ラズ視準ニ便利ナリ.

第百七十六圖

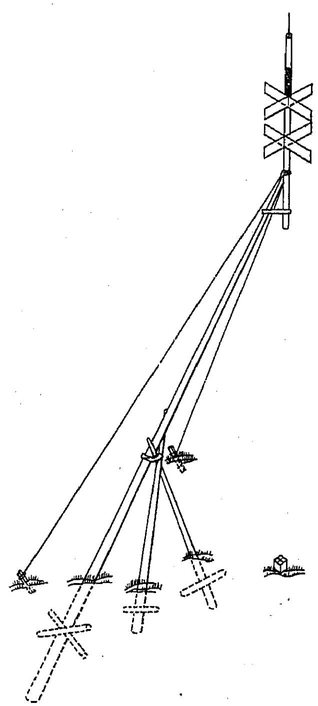


覘標ヲ覘フトキ其ノ容易ニ望遠鏡ノ縦叉線或ハ寧ロ叉點ニ依リテ二等分セラレ得ンガ爲ニハ,成ルベク覘標ノ見ユル幅ガ廣カラザルヲ要ス. 是レ素ヨリ望遠鏡ノ擴大力ニ關スト雖ドモ,**概シテ覘標ノ幅ガ視準測點ニ對シテ挾ム角ハ2乃至4秒ヲ適當トス.** 故ニ300米ノ距離ニ於テ6粍ノ幅ハ凡ソ4秒ノ角ヲ挾ムベク,6糎釘ノ太サガ約6粍ノ直徑アリトセバ之ヲ立テヽ覘標トスルニ最モ便ナリ. 又1粁ノ距離ニ於テハ2糎ノ幅,10粁ナレバ20糎ノ幅ヲ要ス.

覘標ガ強固ニシテ容易ニ測點ノ中心ニ合スコトヲ得ベキモ亦必要ナルコトナリ. 極メテ短キ釘ノ類ナレバ勿論言フヲ要セザレドモ,向桿ヲ四方ヨリ絲ニテ引張ル場合ノ如キハ(第百七十三圖)向桿ノ中

心ト測標ノ中心トヲ相重ナラシムル爲メ,適宜諸方ヨリ振子ヲ目前ニ垂下シテ桿ノ傾斜ヲ改メ,且ツ引張ル絲モ充分强靱ナラザルベカラズ. 櫓ヲ設クルガ如キ場合ニハ充分覘標,測點,測標ノ中心ガ垂直線中ニ重ナレルヤ否ヤヲ檢査セザルベカラズ.

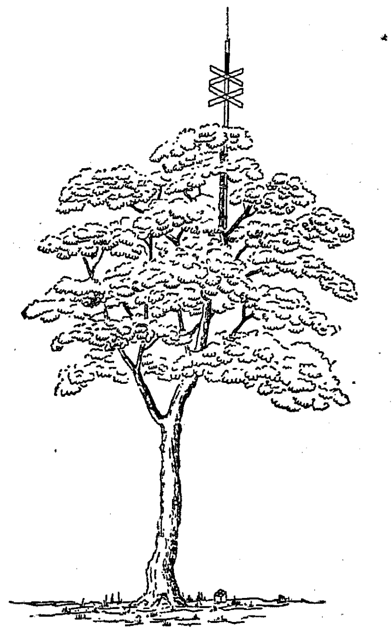
第百七十七圖



太キ圓壔形又ハ圓錐形ノ覘標ヲ用フルトキハ其ノ日光ニ當ルト否トニ依リテ明暗ヲ生ジ,其ノ暗キ部分ハ遠距離ヨリ視準シタルトキ見エザルヲ以テ,獨リ其ノ見ユル部分ノミヲ二等分スルニ至ル. 從テ此ノ二等分線ハ覘標ノ中心線ト相重ナラズ. 此ノ現象ヲ名ケテ**覘標ノ變相**ト云フ. 若シ覘標ガ一方向ヨリノミ視準セラルヽモノナラバ,平板ハ變相ナシト雖ドモ,諸方向ヨリ覘ハルヽ場合ニハ板ノ平面ニ近キ方向ニ在ル測點ヨリノ視準ニ適セズ. 故ニ第百七十九圖ニ示スガ

如ク,互ニ直角ヲナセル二ノ薄板ヲ交互ニ繫ギ合セテ各方向ヨリノ視準ニ便シタル例モアレドモ,太陽ノ位置ニ依リ上板ノ影ハ下板ニ映ジ,尚ホ一種ノ變相ヲ呈スルヲ免ルヽ能ハザリキ.

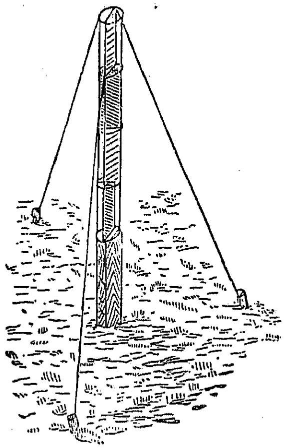
第百七十八圖



此ノ外覘標ニハ日光ヲ利用セル日光覘標及日光信號機アリ. 或ハ月光ヲ利用セル月光覘標モアリ. 又夜間ニ用ヒラルヽ電光かるしゅむ光及まぐねしゅむ光等アレドモ孰レモ主トシテ大地測量ニ屬スルモノナルガ故ニ此ニハ贅セズ.

169. 測標. 三角測點ハ將來再ビ參照ノ必要アルヲ以テ多少永久的ノ標識ヲ立テヽ之ヲ保存スルヲ常トス. 之ヲ**三角測標**ト云フ. 測標ノ頂ニハ十字形ヲ刻ミ, 其ノ叉點ヲシテ覘標ト同一垂直線中ニ在ラシム. 木標ノ場合ニハ圓頭釘ヲ打込ミ之ヲ以テ叉點ニ代フルコトモアリ. 霜雪其ノ他ノ障害ヲ避クルカ又ハ極メテ重要ナル測點ハ眞ノ測標ヲ地下凡ソ1米內外ノ處ニ埋メテ更ニ地表測標ヲ其ノ上ニ立テタル例モアリ. 第百八十圖ニ示シタル地下測標ニハ中央ニ鉛ヲ打込ミ,更ニ十字形ヲ刻ミテ眞ノ中心ヲ表サシム.

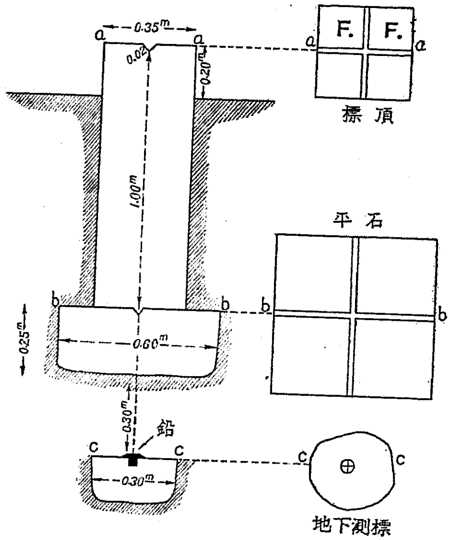
第百七十九圖



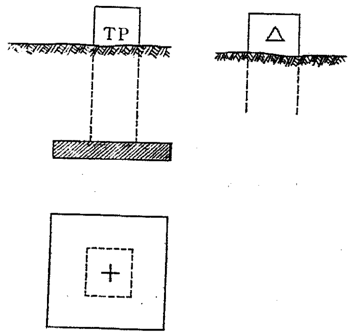
測標ノ材質ハ石又ハ木ニシテ木標ハ半永久ノモノナリ. 石標ハ地中ニ水平ナル盤石又ハ平石ヲ埋メテ其ノ上ニモ十字形ヲ刻ムコトアリ. 此盤石ノ上ニ樹テタル石柱卽チ竿石ハ其標頂ニ十字形ヲ刻ムヲ常トス. 又時トシテハ混凝土ヲ用ヒテ標石ノ周圍ヲ搗固ムルコトモアリ. 又木標ハトンボノ類ヲ以テ其ノ根ヲ支持スルヲ良シトス. 第百八十圖

乃至第百八十三圖ハ測標ノ數例ヲ示セルモノニシテ,其內最後ノ二圖ハ普通ノ大小三角測標ノ二例ヲ示セルモノナリ.

第百八十圖



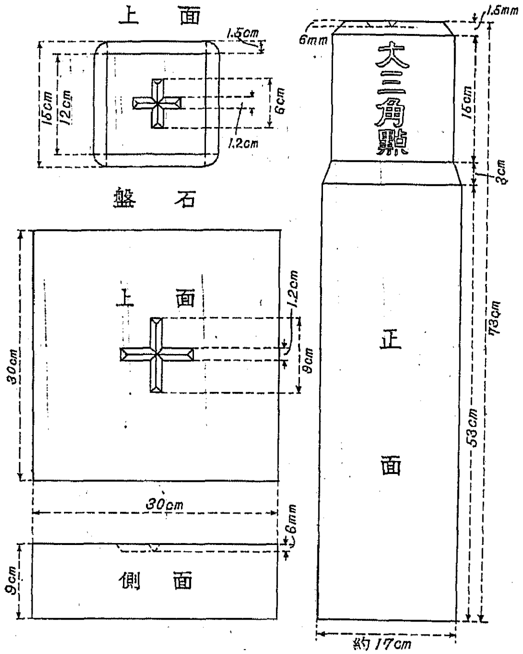
第百八十一圖



大三角測標ハ15糎角長サ1,2米ノ石柱ヲ用ヒ,頭部30糎間ヲ15糎角ニ仕上ゲ, 下部20糎角以上ノ荒石トス. 頭部上面ハ十字形ヲ刻ミ,側面ニハ大三角點,番號及測量官廳ノ三種ヲ各

三面ニ刻ミ,頭部四隅ハ圓ク削リ落スベシ. 小三角

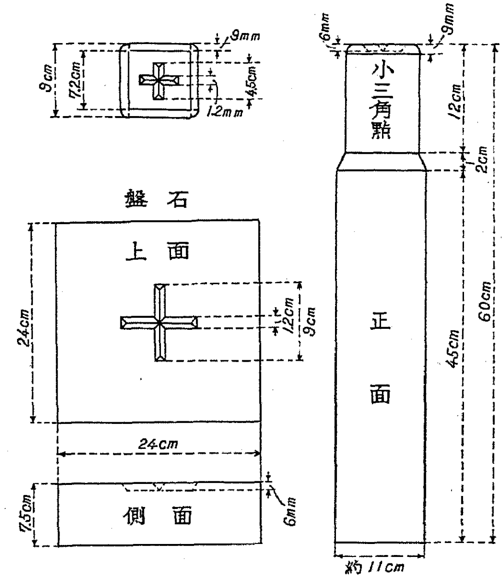
第百八十二圖



測標ハ12糎角長サ1,2米ノ石柱ヲ用ヒ,下部ハ18糎角以上ノ荒石トシ,側面ニハ小三角點,番號及測量官廳ノ三種ヲ各三面ニ刻スベク,其ノ他ハ大三角測標ニ同ジ. 是等ノ測標ハ寒暑ニ冒サレザル石材ヲ撰ビ,之ヲ立ツルニハ1米四方深サ1米ニ掘リ,地盤ヲ充分ニ搗キ固メ,方30糎以上ノ平石ヲ据ヱ石標ヲ其ノ上ニ立テ,周圍ハ玉砂利ヲ以テ搗固メ,石標上部30糎ヲ地表ニ露出セシムベシ. 又地表石標ノ周圍ハ必

要ノ場合ニ應ジテ防衛石又ハ車除ケ石ノ類ヲ以テ保護スルヲ良シトス.

第百八十三圖



第四節　基線ノ測定

170. **基線ノ測定ニ用ヒラレタル器械.** 基線ノ測定ニ用ヒラレタル器械及方法ハ多々アリト雖モ直桿ヲ端々相接觸セシメタルカ又ハ線々中心線ニ沿ウテ引延シタルモノニ外ナラズシテ,唯洗錬精巧ヲ加ヘタルヲ異ナリトス. 一般ニ直桿トシテ用ヒラレタルモノニハ**硝子桿,木桿及金屬桿**ニシテ孰レモ

溫度ノ變化ニ伴フ桿自身ノ伸縮ヲ免レズ. 時トシテハ溫度ノ變化ニ逢フモ長サヲ不變ナラシムル爲メ**合成桿**ヲ用ヒタルコトアリ. 基線ヲ測定スルニ當リ直桿ヲ中心線ノ方向ニ桿々相駢ベ,桿端ノ接觸ヲ調整スベキ巧妙ナル裝置ノ考案セラレタルコトアリ. 兩桿ノ目盛ノ線ヲ符合セシムル爲メ亦種々精巧ナル方法ニ依レルモノアリ. 然レドモ最モ巧妙ナル方法ト熟練幷ニ注意ニ係ハラズ,基線測定ノ最後ノ結果ハ測量ノ他ノ部分ニ於テ容易ニ達シ得ラルヽ標準ト精度ニ達セズ. 米國ニ於テハ金屬桿ヲ融氷ニ浸シテ所謂**氷桿**ト爲シ,之ヲ基線ノ測定ニ用ヒタルコトアレドモ其精度コソ非常ニ大ナレ,其工費ハ屢々之ヲ用フルニ堪ヘザルモノアリキ. 而シテ**あんゔぁーる**卽チにっける鋼ノ一種ガ用ヒラルヽニ及ンデ基線測定ノ難易全ク一變シ,今日ニ於テハ容易ニ且ツ比較的少キ工費ヲ以テ普通ノ測量斑ニ依リ基線測定ヲ行フヲ得ルニ至レリ. あんゔぁーるハ鐵63,6%炭素0,4%ヨリ成ル處ノ鋼トにっける36%ノ合金ニシテ其平均伸縮率ハ攝氏1°ニ對シ$0{,}9\times10^{-6}$ヲ示シ,普通ノ鋼ガ攝氏1°ニ對シ11×10^{-6}ナルニ比スレバ10分ノ一ニ達セズ.

抑モあんゔぁーるハ佛國せーぶるノ萬國中央度量衡局ノぎよーむ博士 (Dr. Ch. Eb. Guillaume) ガ研究案出セルモノニシテ現今三種トシテ販布シツヽアリ. 卽チ第一種ハ攝氏1°ニ對スル膨脹係數1米ニ付キ0,8μ(みくろん)以下ノモノ,第二種ハ0,8乃至1,6μノモノ,第三種ハ1,6乃至2,5μノモノ是ナリ. 第二種ノモノハ通例基線測定ノ針金及卷尺ニ用ヒラル.

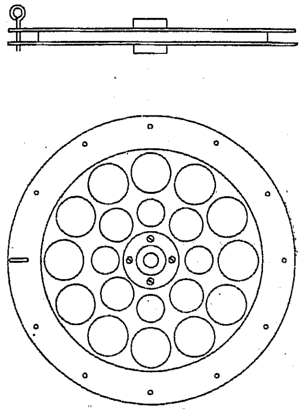
あんゔぁーるモ他ノ合金ト同ジク,製作後數年ノ後ニハ分子ノ配置ヲ變ズルモノヽ如ク,にっける42%ヲ含ム鋼ノ合金ハ此缺點ヲ免ルト雖モ其膨脹係數大ニシテ攝氏1°ニ對シ1米ニ凡ソ8μ卽チあんゔぁーるノ10倍ニ達シ,普通ノ鋼ニ近キ膨脹係數ヲ有ス.

あんゔぁーるハ酸化セザル點ニ於テ鋼ニ勝レリ. 然レドモ柔ニシテ且ツ容易ニ撓屈ス. 唯基線測定ニハ15瓩又ハ30封度以上ノ張力ヲ加フルコトナキヲ以テ强サノ點ニ於テハ實際毫モ差支アルヲ見ズ. あんゔぁーるハ酸ノ爲ニ容易ニ腐蝕スルヲ以テ之ヲ酸ニ近ヅケザルヲ良シトス. 油脂ヲ塗レバ酸又ハ他ノ腐蝕性ノモノヲ防護スルコトヲ得.

あんゔぁーるハ或ハ卷尺トシテ或ハ針金トシテ之ヲ基線測定ニ用フ. **卷尺**ハ通例幅凡ソ6粍厚サ$\frac{1}{2}$粍ニシテ50米ノ卷尺ハ凡ソ1200瓦ノ重量ヲ有シ,直徑凡ソ45糎ノあるみにゅーむ製ノ枠ニ卷キ置キ以テ

永久變形ヲ生ズルノ虞ナカラシム．第百八十四圖ハ此枠ヲ示セルモノナリ．巻尺ノ目盛ハ直接あんゔぁーるノ面ニ施サレ,其兩端ニハ150粍ノ間粍ノ目盛ヲ施セリ．時トシテハ巻尺ヲ包ミタル銀又ハにっけるノ被套面ニ目盛線ヲ刻セルモアリ．巻尺ニ依リテハ1米毎ニ目盛シタルモノモアレドモ,前ノ如ク兩端ニ目盛シタルモノハ特ニ他ノ尺度ヲ用ヒズ直チニ巻尺ノミヲ以テ基線ノ長サヲ測リ得ルノ便アリ．

第百八十四圖



あんゔぁーるノ**針金**ヲ用フルトキハ一般ニ其兩端ニ長サ凡ソ20糎ノあんゔぁーる巻尺ヲ固著シ,共ニ粍ノ目盛ヲ有ス．巻尺ノ兩端ハ曲ゲテ小サキ環ヲ作リ,之ニぼるとヲ取附ケテ緊張装置ニ連結スルヲ得ベカラシム．針金ハ實測ニ際シテ風ノ障害ヲ受クルコト少キノ利アリ．然レドモ實際ニハ風アル日ニ基線ノ測定ヲ行フベキニ非ラザルヲ以テ,此長所ハ甚シキ重キヲ置クニ足ラズ．

あんゔぁーるヲ用ヒテ巻尺ヲ作ルトキハ充分注意

シテ之ヲ緩冷スベク,目盛ヲ施シテ原器ニ比較スル前相當ノ時日ヲ經過セシメ,其記錄ヲ取リ置クニ非レバ精巧ナル實測ノ結果ヲ期待スベカラズ．

基線用ノ**鋼巻尺**ハあんゔぁーるノ發明以前ニ於テハ汎ク基線測定ニ用ヒラレ,夜間又ハ曇天等氣温ノ異動少キトキニ實測ヲ行フトキハ普通ノ基線桿ヲ用ヒテ得タル精度ニ比スベキモノアリキ．基線測定ニ用ヒラルヽ鋼巻尺ノ長サハ通例50米ナレドモ100米ノモノモ亦時トシテ用ヒラル．50米巻尺ハ取扱容易ニシテ且ツ作業迅速ナル上ニ實測地ノ地盤ガ稍々凸凹アリ又ハ傾斜セルガ如キ場合ニハ此長サノ巻尺ヲ用フルヲ得策ナリトス．一般ニ二三個ノ巻尺ヲ用ヒテ互ニ相檢證スルヲ必要トシ,1粁毎ニ各一個ノ巻尺ヲ以テ二回ノ測定ヲ行ヒ,第三ノ巻尺ヲ標準トシテ比較ニ便ニス．今dヲ基線一部又ハ全部ノ距離トスレバ二回測定ノ結果,其差εハ次ノ限度ヨリ小ナル範圍内ニ一致スルヲ要ス．

$$\varepsilon \leqq \frac{d}{50,000} \qquad [155]$$

例ヘバdヲ1粁トスレバ$\varepsilon \leqq 0,02$米内ニ二ノ結果ガ相一致スルヲ要ス．

時トシテハ凡ベテ三個ノ巻尺ヲ組合セテ之ヲ使

用シ,各卷尺ヲ用ヒテ距離ノ三分一ヲ測ルコトアリ.鋼卷尺ノ兩端ニハ彈衡其他緊張ニ備フル把子ヲ有ス.

普通ノ測量用鋼卷尺ハ其目盛ノ線ガ太クシテ正シキ長サヲ表ハサズ.從テ基線ノ測定ニハ極メテ粗雜ナルモノヽ外之ヲ用フベカラズ.但シ之ヲ用ヒテ數回測定シタル長サガ殆ド相等シクシテ相互ノ差少クトモ,是レ所謂偶差ノ少キヲ示スモノニシテ原長ノ誤差ヨリ起ル處ノ累差ヲ知ルコト能ハズ.

171. 基線ノ測定. 基線ハ三角網中其長サノ實測セラルヽ三角形ノ一邊ニシテ,小規模ノ三角測量ニ於テハ直接三角網中ノ一邊ヲ之ニ充ツルコトアレドモ,大規模ノモノニ於テハ基線ハ三角網ノ各邊ニ比スレバ遙ニ短キヲ以テ之ヲ連絡スル爲特別ノ連絡三角網ヲ必要トス. **基線トハ兩端ノ基線測點間ノ直線ヲ云ヒ,精密ニ論ズルトキハ兩測點間ノ基準面上ニ於ケル水平距離ヲ表ハシ,其測定ノ精粗ハ三角測量全體ノ精度ニ影響ス.**

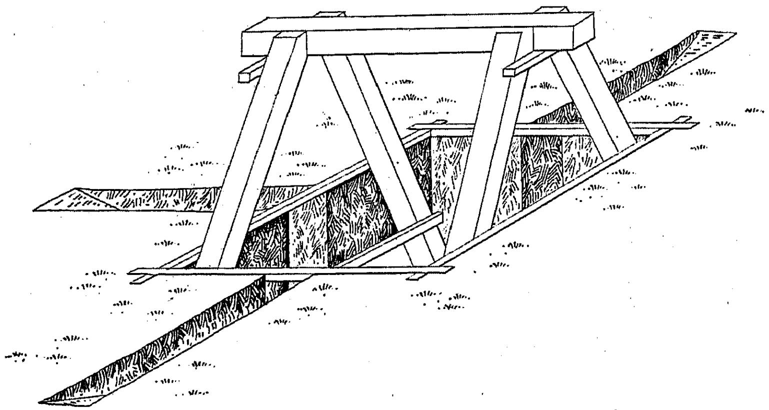
基線ハ其三角網中ノ一邊ナルト又ハ特別ニ連絡シタル三角網ノ一邊ナルトヲ問ハズ,之ヲ設クベキ處ハ成ルベク平坦ニシテ障害ノナキ處ヲ擇ビ,基線ヲ含ム一帶ノ地域ニ相當ノ幅ヲ以テ觀測ノ障害ヲ

除却セサルベカラズ.是レ卽チ基線測定ノ**準備作業**ニシテ,大規模ノ基線ニ於テハ此幅ヲ4米內外トシ,以下規模ニ應ジテ其幅ヲ縮少ス.而シテ轉鏡儀ノ類ヲ用ヒテ基線ノ方向ヲ定メ,兩端ノ基線測點ニハ標石ヲ樹テ,大規模ノ基線ニハ更ニ中央ニモ標石ヲ樹ツルモノトス.此外基線ヲ爲ス所ノ直線中ニハ若干距離ヲ隔テヽ徑6糎長サ60糎ノ直線杭ヲ打樹テ,杭頭ニハ基線ノ直線中ニ小釘ヲ打込ミ十字ヲ刻ス.此距離ニハ測定ニ用フル卷尺又ハ針金ノ長サヲ用フルトキハ順次測定ヲ續クルニ便ニシテ,例ヘバ25米ノ基線卷尺又ハ針金ヲ用フルガ如キ場合ニハ亦杭ノ間隔ヲ25米トスルノ類是ナリ.兩端及中央ノ測點上ニハ測架(第百八十五圖)ヲ設ケテ其上ニ**點針**ヲ投影シ,以テ基線尺ノ目盛ヲ讀ミ得ベカラシメ,每25米ノ點ニハ三本ノ脚杭ヲ立テヽ其上ニ基線尺ノ脚ヲ整置スベキモノトス.又水準儀ヲ用ヒテ每25米杭間ノ高サノ差ヲ測定スベシ.

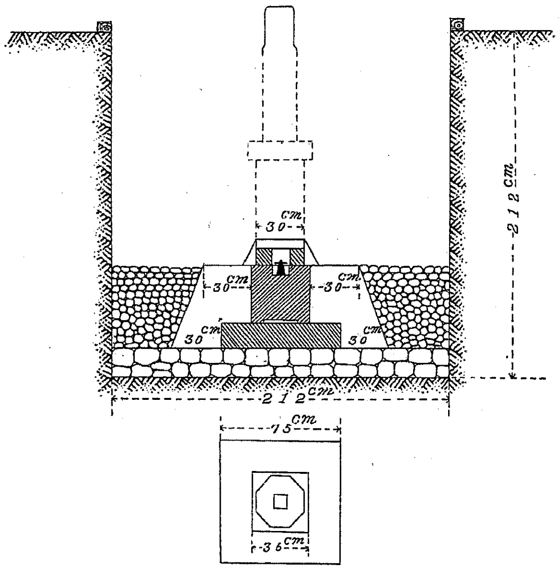
我國陸地測量部ノ基線測定ニ於テハ第百八十六圖ニ示スガ如ク兩端及中間ノ基線測點ニ初メ長方形ノ孔1,5×2,1×2,1米ヲ穿チ,底ニハ割栗石ヲ塡充シテ充分之ヲ搗固メ,其上ニ厚サ15糎邊長75糎ノ正方形ヲ爲セル盤石ヲ据エもるたるを用ヒテ之ヲ結著

ス．更ニ其上ニ 36×36×36 糎ノ柱石ヲ据エ,其上面

第百八十五圖 測架



第百八十六圖 點針及地下測標



ニ**點針**(第百八十六圖中央ノ小黑柱)ヲ埋ム．點針トハ黃銅製ノ直柱體ニシテ其上面ニ鋼針ヲ刺込ミタルモノニシテ此小針ノ尖端ハ卽チ基線ノ中心點ヲ示ス．點針ノ上ニハ胴石及蓋石ヲ用ヒテ之ヲ保護ス．胴石ハ八角形ニシテ徑30糎,高サ9糎,中央ニ徑12糎ノ圓形孔ヲ穿チ,底ノ左右ニ手掛リノ凹部ヲ作ル．蓋石モ亦八角形ニシテ厚サ24糎,徑30糎トス．石ノ周圍ハ凡ベテ混凝土ヲ以テ之ヲ包ム．測量終レバ周圍ヲ混凝土ニテ固メ,後其掘鑿シタル杭ヲ埋戻スモノトス．

基線ノ兩端ニハ一般ニ一等三角點標石ヲ立テヽ地上標トシ,周圍ニハ四個ノ探究點ヲ設ク,但シ中間點ニハ地上標ヲ立テズ．

基線ノ測定ニ於テハ亦他ノ測量ノ場合ト同ジク測定ノ前後ニ其使用器械ヲ**檢定**セザルベカラズ．基線卷尺又ハ針金ハ米突原器ニ依リテ其ノ長サヲ檢定スルカ,又ハ副原器尺度ノ類ト比較スルヲ要ス．又寒暖計モ標準寒暖計ニ比較シテ其指差ヲ明カニセザルベカラズ．

基線ノ實測ニハ小基線ニ在リテハ直チニ全長ヲ測定シ,大規模ノモノニ於テハ屢々各半部ヲ各別ニ測定ス．

全部又ハ各半部ノ測定ニハ毎回基線尺ノ兩端ニ引ケル觀測者ノ位置ヲ交換シテ若干往復例ヘバ四往復八回ノ測定ヲ行フ. 且ツ基線尺兩端ノ目盛ハ双方同時ニ數回例ヘバ五回ヅヽ之ヲ讀ムベシ,又兩端及中央測點ノ點針ノ位置ヲ測架上ニ投影スルニハ轉鏡儀ヲ用フルモノトス.

172. **基線測定用針金又ハ卷尺ノ支持及緊張裝置.** 基線測定用ノ針金又ハ卷尺ハ之ヲ用ヒテ所謂基線ヲ測定スル時,當然之ヲ支持シ且ツ引張リテ眞ノ直線ナラシメザルベカラズ. 是等支持及緊張裝置ハ測定ヲ行フベキ地盤ノ狀態ニ依リテ同ジカラズ. 例ヘバ岩盤ノ上ニ於テハ短キ三脚臺ヲ用フルトキハ迅速ニ据付ヲ了シ得ベク,且ツ運搬容易ナルノ便アリ. 殊ニ實測ノ前ニ多數ノ三脚臺ヲ準備スルノ必要アルガ如キ場合ニハ最モ迅速輕便ヲ尙ブ.

單ニ**鋼卷尺ノ兩端ヲ捉ツテ之ヲ水平ニ保チ,**其ノ緊張モ亦殆ド一樣ノ手心ニ依リ,若シ地盤傾斜セバ振子ヲ用ヒテ卷尺端ヲ地上ニ移シ,寒暖計ヲ用ヒテ時ニ溫度ヲ計ル程度ノ注意ヲ用フレバ,殆ド天氣ノ晴曇ニ係ハラズ $\frac{1}{5000}$ ノ精度ヲ得ルコト難カラズ. $\frac{1}{5000}$ ノ精度トハ上ニ擧ゲタル方法ニテ二回以上反覆測定シタル場合ニ其ノ相互ノ差ガ平均全長ニ對シテ五千分一ナルヲ云フ. 但シ此ニ所謂精度ハ偶差ヨリ來ルモノニシテ鋼卷尺ヲ標準尺度ニ比較シタル場合ニ起ル恒差ヲ含マズ. 但シ此方法ニ於テハ普通ノ距離測量ト甚シク異ナル所ナク,基線測定トシテハ最モ粗雜ナルモノナリ.

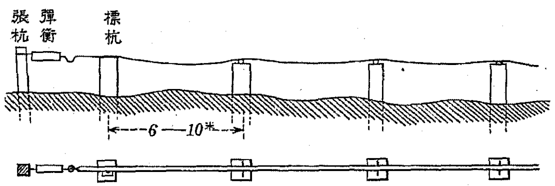
若シ**抗ヲ同高ニ打込ミテ精密ニ基線ノ中心ヲ定メ,又ハ一樣ナル傾斜ヲ杭天ニ與ヘテ卷尺ヲ中心線ニ沿ヒテ引張リ,彈衡ノ類ニ依リテ其ノ緊張ヲ調整シ,溫度ノ如キモ卷尺ヲ移ス毎ニ寒暖計ヲ觀測シ,**且ツ曇天ヲ撰ビテ測定ヲ行ハヾ $\frac{1}{50000}$ ノ精度ヲ得ルコト困難ナラズ.

更ニ進ンデ $\frac{1}{500000}$ ノ精度ヲ得ンニハ**若干尺ヲ隔テヽ卷尺ヲ支フル杭ヲ打込ミ,其ノ杭天ヲ凡ベテ地平ニスルカ又ハ一樣ナル傾斜ヲ保タシメ,卷尺ノ緊張ハ精密ニ之ヲ定メ,且ツ卷尺ノ杭天ニ於ケル摩擦ハ成ルベク之ヲ少クシ,且ツ平均溫度ハ精密ニ之ヲ知ラザルベカラズ.** 而シテ溫度ノ變化ハ卷尺伸縮ノ不整ナル大原因ナルヲ以テ測定ハ凡ベテ曇天又ハ日出日沒ノ前後,空氣ノ靜カニシテ且ツ風ナキトキヲ撰ブベシ.

出來得ベクンバ基線ハ平坦地平ナルヲ良シトス. 而シテ**兩端ノ基線測標ヲ豫メ等高ニス**ルコトハ測

標ヲ立ツル場合ニ必要ナルコトニシテ,通例測角作業ハ同時ニ進行スベキガ故ニ,測角ヲ行ヒタル後ハ最早測標ノ高サヲ變ズルコト能ハザレバナリ. 但シ測微望遠鏡ヲ用ヒテ巻尺ノ目盛ヲ覘ク場合ハ必ズシモ測標ノ等高ヲ要セズ. 斯クシテ基線ノ全長ヲ6米乃至10米ノ等距離ニ區分シテ此ニ各杭ヲ打

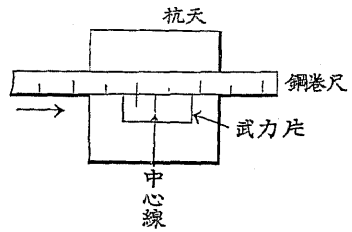
第百八十七圖



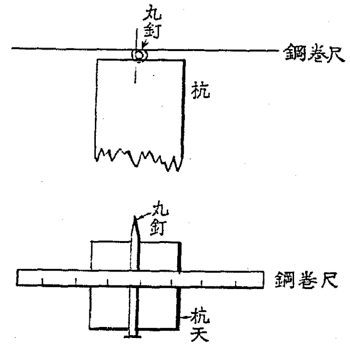
込ミ,其ノ高サヲ兩端ノ測標ト等高ニス. 此ノ場合ニハ轉鏡儀ヲ一測點ノ上ニ据エ,他ノ測點ヲ視準シテ基線ノ中心ニ合ハセ,同時ニ水準儀ヲ附近任意ノ處ニ据エテ凡ベテノ杭天ヲ一定ノ高サニ打込マシメ,中心線ヲ杭ノ上ニ記ス. 巻尺ハ卽チ此ノ中心線ノ一側ニ沿ヒテ引張ラルヽモノナリ. 巻尺ヲ引張ルニハ一方ニハ堅固ナル他ノ補助杭ヲ中心線中ニ打込ミテ之ニ彈衡ヲ縛シ,他ノ一端ハ滑車ノ周圍ニ一定重量ノ錘ヲ下ゲルカ或ハ他ノ緊張裝置ヲ設ケ,又ハ手力ニテ適宜ニ張力ヲ變ジ,之ニ對スル巻尺兩端ノ長ヲ讀ムベシ(第百八十七圖). 殊ニ漸次張力ヲ

増シ次ニ漸次之ヲ減ジテ長サヲ定ムルノ法ハ,摩擦ヨリ來ル不規則ナル影響ヲ省去スルノ利アルハ屢々經驗セラルヽ處ナリ. 巻尺ノ全長以內ニ二ノ杭ヲ撰ビテ之ヲ標杭ト名ク,標杭ハ第百八十八圖ニ示スガ如ク,兩端ノ基線測標ト同ジク中心線ノ一側ニ武力ノ小片ヲ張リテ其ノ上ニ小刀モテ直線ヲ刻ミ,此ノ線ト次ノ標杭上ノ刻線間ハ今測定セントスル基線ノ一部ヲナス. 故ニ合圖ニ依リテ兩標杭ノ刻線ト張力並ニ寒暖計ノ同時觀測ヲ行フモノトス. 標杭ノ刻線ヲ讀ムニハ刻線ニ近キ巻尺ノ目盛ノ中心ヲ合圖ト同時ニ假リニ武力片上ニ印シ,後チ此ノ印ト刻線間ノ距離ヲ他ノ短キ尺度ニテ測ルベシ. 故ニ兩標杭ノ示ス長サガ l_1, l_2 ナルトキハ $l_2 \infty l_2$ ハ卽チ兩刻線間ノ實測長ナリ.

第百八十八圖



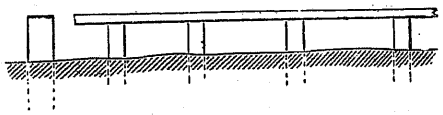
第百八十九圖



鋼卷尺ヲ杭天ニ引張ルトキ,杭天ノ摩擦ノ爲ニ著シク張力ヲ妨ゲラレ各杭間ノ弛ミ異ナルニ至ルヲ見ルベシ. 故ニ第百八十九圖ニ示スガ如ク,基線中心ノ方向ニ直角ニ6糎丸釘ノ類ヲ横ヘテ一種ノ轉子トナストキハ摩擦ヲ減ズルノ效少ナカラズ. 然レドモ此ノ場合ニハ標杭以外ノ他ノ中間杭ハ轉子ノ直徑丈ケ杭天ヲ打込マザルベカラズ.

若シ又百九十圖ニ示スガ如ク,中間杭ノ上ニ板ヲ載セテ標杭ト等高ナラシムルトキハ卷尺ノ弛ミヲ除クコトヲ得レドモ,卷尺ト板面トノ接觸ガ大トナル爲メ摩擦ハ著シク增加ス.

第百九十圖



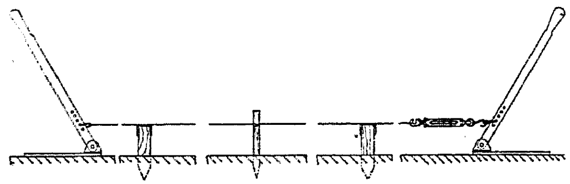
又第百九十圖ニ示セル卷尺引張法ハ風アルトキ著シク障害ヲ受ケ,而カモ野外ニ全然風ナキハ極メテ稀ナルヲ以テ,微風ノトキ卷尺ノ翩々スルヲ妨ゲ爲メニ,卷尺ニ沿ヒテ小釘ヲ中間杭ニ立ツルトキハ或ル程度迄風ノ影響ヲ防グコトヲ得.

北米合衆國ニ於テハ10×10糎ノ杭ヲ50米ノ間隔ニ打込ムコト第百九十一圖ニ示スガ如ク,其中間ニ更ニ一本ノ支杭ヲ樹ツ. 杭ノ高サハ實測ニ先チテ

測定セラルベキモノトス. 勿論天候風アリテ測定ニ不良ナラバ先ヅ杭ヲ打チテ後ニ靜穩ノ日ヲ撰ビ之ガ實測ヲ行フ. 50米ノ兩端ノ杭頭ニハ各々亞鉛

第百九十一圖

針金又ハ卷尺緊張裝置



又ハ銅片ヲ釘附ニシ,其上ニ卷尺ノ目盛ヲ移シ置ク. 中間ノ杭ニハ地平ニ釘ヲ打チテ卷尺ヲ支フ. 又木製ノ挺子一對ヲ備ヘテ地平木板ニ蝶違ニテ連接シ,一方ノ挺子ニハ必要ナル張力ヲ與ヘ得ベカラシメ,他方ノ挺子ニハ彈衡ヲ取附ケテ張力ヲ測ルニ用フ. 此張力ハ通例30封度ナレドモ卷尺ノ目盛ヲ爲シタルトキノ他ノ標準張力ヲ用フルコトモアリ.

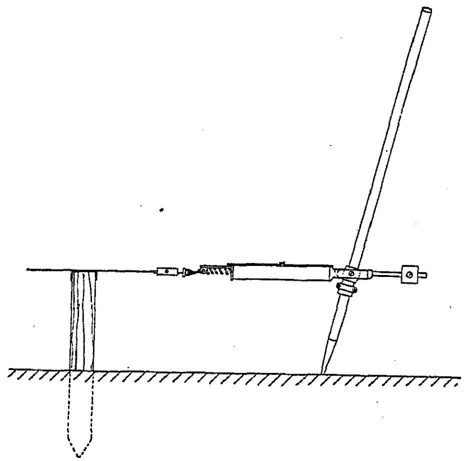
第百九十二圖ハ卷尺ヲ引張ル裝置ノ他ノ一例ヲ示セルモノニシテ,彈衡ハ複吊裝置ニ連接シテ對重ヲ有ス. 而シテ緊張ニ用ヒラルヽ桿ノ下端ハ鐵沓ヲ冠シテ任意ノ地上ニ差込ムコトヲ得.

若シ地盤ガ以上ノ方法ヲ用フルニ適セザルトキハ特種ノ三脚臺ヲ用ヒ,兩脚ノ三脚臺ハ測定ヲ前進

スル際動カザル樣大ナル注意ヲ拂ハザルベカラズ.從テ熟練ヲ要スルコト多ク,工費モ亦一般ニ少ナカ

第百九十二圖

卷尺緊張裝置



ラズ. 時トシテハ軌條又ハ緣石等ニ沿ヒテ實測ヲ行フコトアレドモ摩擦ノ爲ニ測定ノ結果良好ナラズ.

寒暖計ハ小三脚ヲ作リテ之ヲ吊ルシ,卷尺ノ上ニ水銀球ヲ接シテ成ルベク卷尺自身ノ溫度ヲ計ルコトヲ務メザルベカラズ. 故ニ寒暖計ヲ日光ニ曝ラシ又ハ風ニ當ルガ如キハ深ク之ヲ戒ムベク,布片ヲ以テ三脚ノ上ヲ覆ヒ置クハ勿論成ルベク曇天ノトキ大氣ト鋼ノ溫度ガ大差ナキガ如キトキ觀測ヲ行

フヲ最良トス. 妄リニ手ヲ觸レテ寒暖計ヲ動スガ如キハ不注意ノ甚シキモノナリ,蓋シ基線測定中最モ誤差ヲ生ズルコト多キハ溫度ノ不正確ガ實ニ其ノ最タルモノナルヲ以テナリ.

第百九十三圖ハ卷尺又ハ測鎖ノ溫度ヲ測定スルニ用ヒラルヽ寒暖計ヲ示シタルモノニシテ,框ノ背

第百九十三圖

卷尺寒暖計

後ニハ二ノ小サキ摑ミヲ備ヘ,卷尺ノ任意ノ處ニ之ヲ取附クルコトヲ得. 水銀ノ球ハ小サクシテ敏感ナルノミナラズ,卷尺ニ接觸スルニ便ニ,且ツ能ク卷尺自身ノ溫度ヲ示シ得ベカラシム. 若シ氣溫ガ急ニ昇降スルトキハ寒暖計ノ示ス溫度ハ必ズシモ卷尺自身ノ溫度ナラザルベキヲ以テ,充分永ク寒暖計ヲ卷尺ニ接觸セシメテ卷尺ノ溫度ト氣溫トガ同一ナル樣注意セザルベカラズ. 實驗室內ニ於テハ精密ナル卷尺ノ標準尺度ト比較ノ間金屬ノ溫度ヲ電氣ニ依リテ定ムルコトヲ得ベシ. 然レドモ野外ニ於テハ是等ノ精巧ヲ得ベカラズ.

173. 測定基線ノ更正. 基線ハ其ノ測定ニ用ヒタ

ル器械ト方法ニ依リテ其ノ眞長ヲ見出スノ法同ジカラズ．今標準尺度ニ比較シタルあんゔぁーる卷尺又ハ針金或ハ鋼卷尺ヲ用ヒテ測定ヲ行ヒタリトセバ之ヲ平均海面上ニ於ケル標準ノ溫度及緊張ヲ以テセル長サニ改算セザルベカラズ．且ツ又中間若干ノ支點ニ依リテ卷尺ヲ支フルトキハ弛ミヲ生ズルヲ以テ，併セテ之ヲ更正セザルベカラザルノミナラズ，傾斜セル地盤ニ於テ測定ヲ行ヒタルトキハ亦其長サヲ地平ノ長サニ改算セザルベカラズ．

今一ノ金屬卷尺又ハ針金ノ眞長ヲ知ルハ頗ル困難ナリ．之ヲ知ルノ最良法ハ比較器ニ依リテ一定ノ溫度ニ於テ他ノ標準尺度ト之ヲ比較スルニ在リ．或ハ若シ眞長ノ知ラルヽ他ノ卷尺又ハ針金アラバ之ト比較スルモ可ナリ．若シ又標準尺度ナキ時ハ一ノ基線又ハ其ノ他ノ長サガ實測セラレテ其ノ眞長ノ明カナルモノヲ撰ビ，鋼卷尺又ハ針金ヲ用ヒテ之ヲ測定シ其ノ示ス長サト眞長トノ關係ヲ見出シ，之ヨリ卷尺又ハ針金ノ示ス目盛ノ正否又ハ其ノ正シキ溫度ヲ知ルヲ得．

之ヲ要スルニ基線測定ニ用ヒラルヽ卷尺又ハ針金ハ其ノ目盛ガ正シキ長サヲ示ス溫度，緊張及標準尺度ニ比較シタル精度ヲ知ラザルベカラズ．勿論

極メテ精密ナル基線測定ニ於テハ其ノ測定ノ都度使用セル基線桿又ハ卷尺針金ヲ標準尺度ニ比較スルヲ良シトスレドモ，基線ノ數ガ多キ場合ニハ全測定ヲ始ムル前及之ヲ終リタル後，凡ベテ二回及中間一回ノ比較ヲ以テ充分ナリトシ，二三ノ基線ニ止マラバ，始終ニ各一回比較ヲ行フヲ以テ足レリトス．

174. 溫度ノ更正． 今一二ノ尺度用材料ノ線膨脹係數ヲ擧グレバ次ノ如シ．

第三十九表 線膨脹係數

材料	線膨脹係數（攝氏1°ニ付キ）	實驗者
眞鍮 66 Cu, 34 Zn	$18{,}9\times10^{-6}$	英國 N.P.L.
洋銀 60 Cu, 15 N, 25 Zn, 50°	$18{,}4\times10^{-6}$	ふぁふ (Pfaff) 1872
白金いりぢゅーむ合金 90 Pt, 10 Ir	$8{,}7\times10^{-6}$	ぶのあ (Benoît) 1888
鋼	$10{,}5-11{,}6\times10^{-6}$	英國 N.P.L.
硝子	8,5— 9,7	しよっと，ちーぜん，しゅーる及せる Schott, Thiesen, Schul & Sell, 1896
樫	5×10^{-6}	ゔぃらり (Villari), 1868
あんゔぁーる	$0{,}9\times10^{-6}$	英國 N.P.L.

標準溫度卽チ尺度ノ目盛ガ眞長ヲ示スベキ溫度ハ米突式ニ於テ攝氏0°ヲ用ヒ，往時ノ巴里式ニテハ

列氏13°ニ依リ,英國ニテハ從來華氏62°ヲ用フルヲ例トセシモ,實用上攝氏15°ヲ用フルモノモアリ.

今一ノあんゔぁーる又ハ鋼卷尺ヲ用ヒ平均溫度 t ニ於テ基線ノ一區間ヲ測レリトス. 然ルニ此ノ卷尺ノ標準溫度ガ t_0 ナリトセバ此ノ溫度ニ於ケル卷尺ノ單位ノ眞長 l_0 ハ t ニ於テハ l_t トナル. 故ニ α ヲ其ノ線膨脹係數トセバ

$$(1)\qquad l_t=l_0\{1+\alpha(t-t_0)\}$$

從テ t ナル溫度ニ於テ基線ノ一區間ヲ測リテ, L_t ナル長サヲ得タリトセバ此ノ一區間ノ眞長 L_0 ハ

$$(2)\qquad \frac{L_0}{l_t}=\frac{L_0}{l_0\{1+\alpha(t-t_0)\}}=L_t$$

ナル關係ヲ有ス. 今 l_0 ヲ1米トセバ

$$(3)\qquad L_0=L_t\{1+\alpha(t-t_0)\}$$

從テ $\Delta_t=L_0-L_t$ ヲ**溫度ノ更正**トセバ

$$\Delta_t=+\alpha(t-t_0)L_t \qquad [156]$$

即チ卷尺ノ標準溫度ヨリ高キ溫度ニ於テ基線ヲ測定セルトキ其ノ示セル長サニ施スベキ溫度ノ更正ハ常ニ正號ヲ有ス.

例 40. 鋼卷尺及あんゔぁーる卷尺ヲ用ヒテ基線ノ一部長サ 500 米ヲ測定シタルニ兩卷尺共ニ目盛ノ溫度ガ攝氏零度ニシテ實測ノ時ノ平均溫度ガ $25°C$ ナラバ兩卷尺ニテ測定シタル長サノ溫度更正ヲ求ム.

[156] ニ於テ $t_0=0$, $t=25°$, $L_t=50000$ 糎トシ,且ツ鋼ニハ $\alpha=11\times10^{-6}/1°C$, あんゔぁーるニハ $\alpha=0{,}9\times10^{-6}/1°C$ トセバ

鋼	$\Delta_t=+11\times10^{-6}\times25\times50000=+13{,}75$ 糎
あんゔぁーる	$\Delta_t=+0{,}9\times10^{-6}\times25\times50000=+1{,}125$ 糎

更ニ精密ナル長サノ測定ニ於テハ溫度ノ變化ニ依ル長サノ變化ハ(1)ニ示スガ如ク溫度ノ一次的ノモノナラズシテ,更ニ高次ナルヲ要スルコトアリ. 卽チ(1)ノ代リニ

$$(4)\qquad \begin{cases} l_t=l_0\{1+\alpha(t-t_0)+2\beta(t-t_0)^2\} \\ \quad =l_0[1+\{\alpha+2\beta(t-t_0)\}(t-t_0)] \end{cases}$$

從テ(3)ハ

$$(5)\qquad L_0=L_t[1+\{\alpha+2\beta(t-t_0)\}(t-t_0)]$$

トナリ,溫度ノ更正 Δ_t ハ

$$\Delta_t=+\{\alpha+2\beta(t-t_0)\}(t-t_0)L_t \qquad [157]$$

此ニ $\alpha+2\beta(t-t_0)$ ハ溫度 t ニ於ケル眞ノ膨脹係數ニシテ $\alpha+\beta(t-t_0)$ ハ t_0 ト t ノ間ニ於ケル平均膨脹係數ヲ表ハス. 例ヘバ一ノ白金いりぢゅーむ合金ノ基線尺ニ於テ $t_0=0$ トシテ

$\alpha=0{,}000\ 008\ 594\ 6$ $\beta=0{,}000\ 000\ 001\ 26$
$\pm\ 13\ 5$ $\pm\ 56$

ニシテ0及tノ間ノ平均膨脹係數ヲ$\alpha_{(t)}$トスレバ

$$\alpha_{(t)}=10^{-9}(8594{,}6+1{,}26\,t)$$

又其tニ於ケル眞ノ膨脹係數ヲα_tトスレバ

$$\alpha_t=10^{-9}(8594{,}6+2{,}52\,t)$$

ナリ.

我國陸地測量部ニ用ヒラルヽ基線尺ハ攝氏15°ヲ實用標準溫度トシ,從テ$t_0=0$ニシテtニ於テ實測シタル場合ニ溫度更正Δ_tハ

$$\Delta_t=L_t(\alpha+\alpha' t)t-15L_t(\alpha+15\alpha') \qquad [158]$$

ヲ用フ. 玆ニ$\alpha'=2\beta$ニ相當ス. 例ヘバ或ル基線針金ニ於テハ $\alpha+\alpha' t=(0{,}302+0{,}00286\,t)10^{-6}$ ナルガ如シ.

175. 緊張ノ更正. 基線ノ測定ニ當リ錘ヲ用ヒ又ハ手力ニ依リテ卷尺ヲ引張ルトキハ卷尺ニハ必ズ變形卽チ伸縮ヲ生ズ. 今此ノ卷尺ノ眞長ヲL_0,斷面積ヲF,全張力ヲPトシ,生ジタル全變形ヲλトセバ卷尺ノ單位斷面積ノ上ニ受クル應力卽チ單應力σハ

(1) $$\sigma=\frac{P}{F}$$

ナリ. 然ルニ卷尺材料ノ彈性率Eハ單應力σト單變形卽チ單位ノ長ニ對スル伸縮$\dfrac{\lambda}{L_0}$トノ比ニ等シキヲ以テ

(2) $$E=\frac{\sigma}{\dfrac{\lambda}{L_0}}=\frac{\sigma L_0}{\lambda}$$

或ハ

(3) $$\lambda=\frac{\sigma L_0}{E}$$

故ニ(3)ノσニ(1)ヲ代用スレバ

(4) $$\lambda=\frac{PL_0}{EF}$$

是レ應力及變形ニ於ケル極メテ簡單ナル關係ナリ. 今P_0ヲ卷尺ノ標準張力トセバ之ニ對スルλ_0ハ

(5) $$\lambda_0=\frac{P_0L_0}{EF}$$

故ニ若シ張力Pヲ加ヘタルトキハ張力ノ差ヨリ起ル**緊張ノ更正**Δ_pヲ實測ノ長サニ加ヘザルベカラズ, 卽チ$\Delta_p=\lambda-\lambda_0$ニシテ

$$\Delta_p=+\frac{L_0}{EF}(P-P_0). \qquad [159]$$

緊張ノ更正モ亦PガP_0ヨリ大ナルトキハ常ニ正號ヲ有ス. あんゔぁーるの彈性率Eハ每平方粍 1,4.10^6 瓩,鋼ノ彈性率Eハ每平方粍 2,1.10^6 瓩ヲ用フルコトヲ得ベシ.

例 41. 長サ4粁ノ基線ヲ鋼及あんゔぁーる卷尺ヲ用ヒテ測定シタリ. 今兩卷尺共目盛ノ張力ガ5瓩

ニシテ實測ニ用ヒタル張力ガ15瓩ナラバ兩巻尺ノ更正ヲ求ム．但シ兩巻尺ノ斷面積及彈性率ハ夫々次ノ如キモノトス．

	斷面積 方糎	彈性率 瓩/方糎
鋼巻尺	0,129	$2,1\times10^6$
あんうぁーる	0,030	$1,4\times10^6$

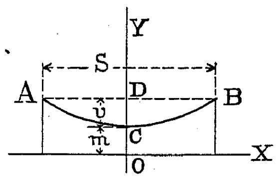
今 $P_0=5$ 瓩, $P=15$ 瓩トセバ勿論 $P-P_0=10$ 瓩ナリ．故ニ兩巻尺ニ對スル緊張ノ更正ハ[159]ヨリ夫々次ノ如シ．

鋼巻尺 $\Delta_p=+\frac{400000\times10}{2,1\times10^6\times0,129}=+14,77$ 粍

あんうぁーる巻尺 $\Delta_p=+\frac{400000\times10}{1,4\times10^6\times0,030}=+95,24$ 粍

176. 弛ミノ更正． 凡ベテ一様ナル重量ヲ有スルモノガ兩端ニテ支ヘラレ,是等ノ支點ノ間ニ自己ノ重量ニテ懸垂スルトキハ垂曲線ト名クル一種ノ曲線ヲナス．勿論垂曲線ノ形ハ其ノ重量ニ依リテ異ナルノミナラズ,兩端ニ於ケル緊張ニ依リテ亦同ジカラズ．故ニ針金又ハ巻尺モ支柱ニテ支ヘラルヽトキハ其ノ間ニ地平ノ長サヲ表サズシテ亦垂曲線ヲ為ス．今第百九十四圖ニ示スガ如ク簡單ノ為メ兩支點A及Bノ高サガ等シキモノト

第百九十四圖

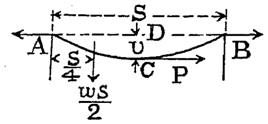


シ,徑間ヲSトセバ其ノ中央CDニ於テ**弛ミ**vヲ生ズ．曲線ACBノ長サヲlトセバ

$$l=S\left(1+\frac{8}{3}\frac{v^2}{S^2}\right) \qquad [160]$$

ナリ．今弛ミハ甚ダ小ナルヲ以テ針金又ハ巻尺ニ加ヘタル張力PハA,B又ハCニ於テ共ニ地平ノ方向ヲ為スモノト考フルコトヲ得ベシ．故ニAトCDトノ間ニ於ケル巻尺ノ平衡ニ就テ考フレバ針金又ハ巻尺單位ノ長サノ重量ヲwトシ,Cニ於ケル張力ヲPトセバ,A點ニ對スル力率ハ第百九十五圖ヨリ

第百九十五圖



(1) $$Pv-\frac{wS}{2}\cdot\frac{S}{4}=0$$

又ハ

(1′) $$v=\frac{wS^2}{8P}$$

(1′)ヲ[160]ノvニ代用スレバ

(2) $$l=S\left\{1+\frac{8}{3}\frac{1}{S^2}\left(\frac{wS^2}{8P}\right)^2\right\}$$

$$=S\left\{1+\frac{1}{24}\left(\frac{wS}{P}\right)^2\right\}$$

從テ一徑間ニ施スベキ弛ミノ更正ハ $\delta_s=S-l$ ニシテ

$$\delta_s=-\frac{S}{24}\left(\frac{wS}{P}\right)^2 \qquad [161]$$

弛ミノ更正ハ常ニ負號ヲ有ス．若シ針金又ハ巻尺

ノ徑間ガ相等シカラズシテ其全長ニ對シ n 個ノ徑間卽チ $S_1, S_2, S_3 \ldots\ldots S_n$ アルトキハ針金又ハ卷尺ノ全長ニ對スル弛ミノ全更正 Δ_s ハ

$$\Delta_s = -\sum_{r=1}^{n} \frac{S_r}{24}\left(\frac{wS_r}{P}\right)^2$$

$$= -\frac{1}{24}\left(\frac{w}{P}\right)^2 \sum_{r=1}^{n} S_r^3 \qquad [162]$$

若シ n 徑間ガ皆相等シク,針金又ハ卷尺ノ全長 $L_0=nS$ ナラバ

$$\Delta_s = -\frac{L_0}{24}\left(\frac{wS}{P}\right)^2$$

$$= -\frac{w^2 L_0^3}{24 n^2 P^2} \qquad [163]$$

例 42. あんゔぁーる卷尺長サ50米ヲ用ヒテ間隔 $S=10$ 米毎ニ之ヲ支ヘ,張力 $P=30,\ 20,\ 10$ 瓩ヲ加ヘテ基線 $L_0=400$ 米ヲ測リタリ. 今卷尺ノ斷面體 $F=0,03$ 方粍, $w=0,00024$ 瓩/粍ナラバ基線ノ全長ニ對スル弛ミノ更正ヲ求ム.

一般ニ張力ヲ P トセバ卷尺ノ全長50米ニ對シテ $n=\frac{50}{10}=5$ ナルガ故ニ[163]ヨリ

$$\Delta_s = -\frac{0,00024^2 \times 5000^3}{24 \times 5^2 \times P^2}$$

$$= -\frac{12}{P^2}$$

故ニ基線ノ全長ニ對シテハ $\frac{400}{50}=9$ ニシテ

張力 30 瓩ノ場合　$\Delta_s = -9 \times \frac{12}{30^2} = -0,12$ 粍

〃　20 〃　$\Delta_s = -9 \times \frac{12}{20^2} = -0,27$ 〃

〃　10 〃　$\Delta_s = -9 \times \frac{12}{10^2} = -1,08$ 〃

張力ヲ變ジテ P' 及 P'' トセバ緊張ノ更正ハ夫々 Δ'_p 及 Δ''_p トナリ,同時ニ弛ミノ更正ハ夫々 Δ'_s 及 Δ''_s トナル. 故ニ緊張及弛ミノ双方ヨリ合成シタル伸縮ノ差 Δ ヲ測定スルヲ得ベク

(4)　$\Delta = \Delta''_p - \Delta'_p + \Delta''_s - \Delta'_s$

今 $\Delta_p = \Delta''_p - \Delta'_p$ トセバ

(5)　$\Delta_p = \Delta - (\Delta''_s - \Delta'_s)$

然ルニ[159]ヨリ

(6)　$E = \frac{L_0}{F\Delta_p}(P''-P')$

ナルガ故ニ

$$E = \frac{P''-P'}{F\left\{\frac{\Delta}{L_0} - \frac{(wS)^2}{24}\left(\frac{1}{P'^2} - \frac{1}{P''^2}\right)\right\}} \qquad [164]$$

之ヨリ E ヲ定ムルコトヲ得.

例 43. 徑間 S, 弛ミ v ナル垂曲線ノ長サ l ガ $S\left(1+\frac{8}{3}\frac{v^2}{S^2}\right)$ ナルコトヲ證セヨ([160]式參照).

第百九十四圖ニ於テ圖ノ如キ縱橫軸ヲ用フレバ垂曲線ヲ表ス等式ハ次ノ如シ.

(1)　$y = \frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}} + e^{-\frac{x}{m}}\right)$

此ニ e ハなぴあ基數ニシテ 2,718281828 ニ等シク, m ハ助變數ニシテ,第百九十四圖ノ CO ニ等シ. 又垂曲線ノ長サ s ハ

$$(2)\qquad s=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}}-e^{-\frac{x}{m}}\right)$$

ナリ. (1)式ヲ展開スレバ

$$y=\frac{m}{2}\left(1+\frac{x}{m}+\frac{x^2}{2!m^2}+\cdots\cdots\right.$$
$$\left.+1-\frac{x}{m}+\frac{x^2}{2!m^2}-\cdots\cdots\right)$$

即チ

$$(3)\qquad y=m\left(1+\frac{x^2}{2m^2}+\frac{x^4}{24m^4}+\cdots\cdots\right)$$

又(2)式ヲ展開スレバ

$$s=\frac{m}{2}\left(1+\frac{x}{m}+\frac{x^2}{2!m^2}+\frac{x^3}{3!m^3}+\frac{x^4}{4!m^4}+\cdots\cdots\right.$$
$$\left.-1+\frac{x}{m}-\frac{x^2}{2!m^2}+\frac{x^3}{3!m^3}-\frac{x^4}{4!m^4}+\cdots\cdots\right)$$

即チ

$$(4)\qquad s=x\left(1+\frac{x^2}{6m^2}+\frac{x^4}{120m^4}+\cdots\cdots\right)$$

x ガ m ニ對シテ小ナルトキハ(3)及(4)ハ共ニ收歛級數ナルヲ以テ括弧内ノ第三項以下ヲ省略スルコトヲ得. 從テ $X=\frac{S}{2}$ トセバ,(3)ヨリ

$$(5)\qquad Y=m\left(1+\frac{S^2}{8m^2}\right)$$

然ルニ弛ミ v ハ $Y-m$ ニ等シキヲ以テ

$$(6)\qquad v=\frac{S^2}{8m}$$

又ハ

$$(7)\qquad m=\frac{S^2}{8v}$$

故ニ第百九十四圖ノ垂曲線 ACB ノ長サヲ l トシ, (4)ノ第三項以下ヲ省略スレバ

$$(8)\qquad l=S\left(1+\frac{1}{24}\cdot\frac{S^2}{m^2}\right)$$

トナル. 而シテ(8)ノ m ニ(7)ヲ代用スレバ

$$l=S\left(1+\frac{8}{3}\frac{v^2}{S^2}\right)$$

ヲ得.

此ニ用ヒタル展開ニ依ラズシテ垂曲線ヲ拋線ト假定スルトキハ亦前ノ結果ヲ導キ出スヲ得ベシ.

例 44. あんゔぁーる巻尺ヲ用ヒテ $P''=30$ 瓩, $P'=10$ 瓩, $w=0{,}24$ 瓦/糎$=0{,}00024$ 瓩/糎, $S=10$ 米, $F=6\times\frac{1}{2}$ 粍 $=0{,}03$ 方糎,弛ミト緊張ヨリノ長サノ伸縮 $\Delta=24{,}5$ 粍, $L_0=50$ 米ナルトキ其彈性係數 E ヲ求ム.

$$E=\frac{30-10}{0{,}03\left\{\frac{2{,}45}{5000}-\frac{(0{,}00024\times1000)^2}{24}\left(\frac{1}{10^2}-\frac{1}{30^2}\right)\right\}}$$
$$=1{,}41\times10^6\ 瓩/(糎)^2$$

177. 張力ノ變化ニ伴フ針金又ハ巻尺ノ延ビ及弛ミノ變化. 張力 P ニ變化ヲ生ジタルトキハ針金又ハ巻尺ニモ延ビノ變化ヲ生ズ. 例ヘバ張力ニ小キ誤差アル場合ノ如キ是ナリ. [159] 又ハ **175**, (4)ニ於テ P ノ變化ヲ dP トスレバ之ニ伴ッテ生ズル延ビ

ノ變化 $d\Delta_p=d\lambda$ ハ次ノ如シ.

$$d\lambda=\pm\frac{L_0}{EF}dP=\pm\lambda\frac{dP}{P} \qquad [165]$$

次ニ 176, [161] ニ於テ P ノ變化 dP ニ伴フ弛ミノ變化ヲ $d\delta_s$ トスレバ[161] ノ微分ヨリ

$$d\delta_s=\pm2\delta_s\frac{dP}{P} \qquad [166]$$

張力ノ誤差 dP ニ伴フ延ビ又ハ弛ミノ誤差ハ孰レモ $\frac{dP}{P}$ ガ小ナル程小ナルコトヲ示ス.

例 45. 鋼針金徑 1,6粍斷面積 $F=0,02$方粍ノモノニ於テ $E=2,1\times10^6$瓩/(粍)^{2}トセバ其ノ重量ハ 1 米ニ付キ $w=0,02\times100\times7,8=15,6$ 瓩ニシテ $L_0=25$ 米及 $L_0=50$ 米ノモノヲ取リ $S=L_0$ トス. $P=10$ 瓩及 $P=25$ 粁ヲ用ヒ, $dP=0,1$ 瓩トスレバ $d\lambda$ 及 $d\delta_s$ ハ次表ノ如シ

L_0	$P=10$ 粁				$P=25$ 粁			
	λ	δ_s	$dP=0,1$ 粁		λ	δ_s	$dP=0,1$ 粁	
			$d\lambda$	$d\delta_s$			$d\lambda$	$d\delta_s$
米	粍	粍	粍	粍	粍	粍	粍	粍
25	+5,95	−1,58	±0,06	±0,03	+14,88	−0,25	±0,06	±0,002
50	+11,91	−12,68	±0,12	±0,25	+29,76	−2,03	±0,12	±0,016

178. 高サノ更正. 地球ノ赤道半徑又ハ長半徑ヲ a, 極半徑又ハ短半徑ヲ b トスレバへるまーと(Helmert) 及へーふぉーど (Hayford) ノ定メタル長短兩半徑ハ次ノ如シ.

第四十表　地球ノ長短半徑表

測定者	a (米)	b (米)
へるまーと	6378200	6356818
へーふぉーど	6378388	6356909
平均	6378294	6356864

故ニ地球ノ長短兩半徑ヲ平均スルトキハ

$$r=6,367,579\ \text{米}$$
$$\fallingdotseq6,367,600\ \text{米}$$

ナリ(君島大測量學第五章第四節 152 參照).

今 h ヲ基線測定地ノ海面上ノ平均ノ高サ, B ヲ此ニテ測定シタル更正基線ノ長サ, B_0 ヲ平均海面上ニ更正シタル基線ノ長サトセバ

$$(1) \qquad \frac{B}{B_0}=\frac{r+h}{r}$$

故ニ

$$(2) \qquad \left\{\begin{aligned} B_0&=B\frac{r}{r+h}\\ &=B\left(1+\frac{h}{r}\right)^{-1}\\ &=B\left(1-\frac{h}{r}+\frac{h^2}{r^2}-\ldots\ldots\right)\end{aligned}\right.$$

今 Δ_h ヲ**高サノ更正**トセバ $\Delta_h=B_0-B$ ニシテ(2)ノ第二項以下ヲ省略スレバ

$$\Delta_h = -B\frac{h}{r} \qquad [167]$$

例 46. 基線ノ長サ $B=4$粁, $h=318{,}38$ 米ナラバ海面上ノ長サニ更正スベキ Δ_h粍ヲ求ム.

[167] ヨリ

$$\Delta_h = -\frac{4000000\times 318{,}38}{6367600}$$

$$= -200 \text{ 粍}$$

以上 [167] ニ於テ地球ノ半徑トシテ其平均ノ値ヲ用ヒタレドモ精密ナル測定ニ於テハ基線ノ方向ニ於ケル地球ノ曲率半徑ヲ用ヒザルベカラズ. 今 R_1 ヲ以テ緯度 φ ナル一地點ノ子午線ノ方向ニ於ケル地球ノ曲率半徑, R_2 ヲ以テ之ニ直角ナル方向ニ於ケル地球ノ曲率半徑トシ,且ツ地球ノ長半徑 a, 短半徑 b ヲ以テ

$$e' = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2}}, \qquad \frac{a^2}{b} = c$$

及

$$V = \sqrt{1+e'^2\cos^2\varphi} \qquad [168]$$

ニシテ $a=6378{,}3880$ 粁 $b=6356{,}9119$ 粁 トセバ

$e'=0{,}08199189$ $c=6399{,}93665$ 粁

ニシテ

$$R_1 = \frac{c}{V^3}, \qquad R_2 = \frac{c}{V} \qquad [169]$$

ナル關係ヲ有ス. 方位角 α ナル基線ノ方向ニ於ケル地球ノ曲率半徑 R ハおいらー (Euler) ノ公式ニ依リ

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2\alpha}{R_1} + \frac{\sin^2\alpha}{R_2} \qquad [170]$$

又ハ

$$R = \frac{R_1R_2}{R_1\sin^2\alpha + R_2\cos^2\alpha} \qquad [170']$$

ナリ.

例 47. 北緯 33°37′ ノ某地點ニ於テ基線ノ方位角ガ 25°45′ ナルトキ基線ノ方向ニ於ケル地球ノ曲率半徑ヲ求ム.

$e'=0{,}08199189$ 及 $\varphi=33°37'$ ヲ用フレバ

$$V = \sqrt{1+0{,}08199189^2\cos^2 33°37'}$$

$$= 1{,}0023404$$

ニシテ $V^3 = 1{,}0070485$ 及 $c=6399{,}936$ ヨリ

$$R_1 = \frac{c}{V^3} = \frac{6399{,}93665}{1{,}0070485} = 6355{,}1424 \text{ 粁}$$

$$R_2 = \frac{c}{V} = \frac{6399{,}93665}{1{,}0023404} = 6384{,}9703$$

從テ [170′] ヨリ

$$R = \frac{6355{,}1424\times 6384{,}9703}{6355{,}1424\times\sin^2 25°45' + 6384{,}9703\times\cos^2 25°45'}$$

$$= 6352{,}3886 \text{ 粁}$$

179. 正張力及正溫度. 針金又ハ卷尺ヲ引張ルトキハ張力ヨリ起ル長サノ更正ハ [159] ニ示スガ如ク

(+)トナリ．弛ミノ更正ハ[163]′ニ示スガ如ク(−)トナル．從テ或ル溫度ニ於テ張力P_nヲ加ヘテL_0ナル長サノ基線ヲ測リ,緊張及弛ミノ更正ガ互ニ相殺スルコトヲ得ベク,

$$(1)\qquad \Delta_p+\Delta_s=0$$

卽チ[169]及[163]ヨリ

$$(2)\qquad \frac{L_0}{EF}(P_n-P_0)-\frac{L_0}{24}\left(\frac{wS}{P_n}\right)^2=0$$

又ハ

$$P_n^3-P_n^2P_0-\frac{EF}{24}(wS)^2=0 \qquad [171]$$

一般ニ[171]ハP_nノ三次式ニシテ其根ハP_nノ値ヲ與フベシ．若シ又 $P_0=0$ ナラバ

$$P_n=\sqrt[3]{\frac{EF}{24}(wS)^2} \qquad [172]$$

ヲ得．P_nヲ名ケテ**正張力**ト云フ．

例 48. あんゔぁーる卷尺ノ $P_0=6$瓩, $F=0{,}03$ 方粍, $E=1{,}4\times10^6$瓩/(粍)^2, $w=0{,}00024$瓩/粍, $S=10$米ナルアリ．正張力P_nヲ求ム．

[171]ニ與ヘラレタル P_n, F, E, w, S ノ値ヲ挿入スレバ

$$(1)\qquad P_n^3-6P_n^2-100{,}8=0$$

ヲ得．今 $P_n=x+\frac{6}{3}=x+2$ ヲ代用スレバ

$$(2)\qquad x^3-12x-116{,}8=0$$

此ニ $p=-12$, $q=-116{,}8$ トスレバ(2)ハ $x^3+px+q=0$ ナル三次式トナリ, xノ三乘根ハ

$$(3)\qquad x=\sqrt[3]{-\frac{1}{2}q+\sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2+\left(\frac{1}{3}p\right)^3}}+\sqrt[3]{-\frac{1}{2}q-\sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2+\left(\frac{1}{3}p\right)^3}}$$

ヨリ求ムルヲ得ベシ．卽チ此場合ニハ

$$-\frac{1}{2}q=58{,}4 \qquad \left(\frac{1}{2}q\right)^2=3410{,}56$$

$$\frac{1}{3}p=-4 \qquad \left(\frac{1}{3}p\right)^3=-64$$

及

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2+\left(\frac{1}{3}p\right)^3}=\sqrt{3410{,}56-64}=57{,}85$$

ニシテ

$$x=\sqrt[3]{58{,}40+57{,}85}+\sqrt[3]{58{,}40-57{,}85}$$
$$=5{,}70$$

故ニ

$$P_n=5{,}70+2=7{,}70\text{瓩}$$

若シ又 $P_0=0$ ナラバ[172]ヨリ

$$P_n=\sqrt[3]{100{,}8}=4{,}70\text{瓩}$$

次ニ若シ又t_0ヲ針金又ハ卷尺ノ標準溫度トシ,張力P及徑間S,溫度t_nニ於テ,溫度ノ更正ガ緊張及弛

ミノ結果ト相等シトセバ

(3) $$\Delta_t=\Delta_p+\Delta_s$$

卽チL_0ナル長サノ區間ニ於テ

(4) $$\alpha(t_n-t_0)L_0=\frac{(P-P_0)}{EF}L_0-\frac{L_0}{24}\left(\frac{wS}{24}\right)^2$$

又ハ

$$t_n=t_0+\frac{1}{\alpha}\left\{\frac{P-P_0}{EF}-\frac{1}{24}\left(\frac{wS}{P}\right)^2\right\} \qquad [173]$$

t_nヲ名ケテ**正溫度**ト云フ. 故ニ正溫度ニ於テハ張力P及徑間Sヲ用フレバ針金又ハ卷尺ノ示ス長ハ眞ノ長ヲ表ハス.

180. 傾斜ノ更正. 已ヲ得ザル地形ノ爲メ基線ガ傾斜ヲナストキハ $l_1,\ l_2,\ldots\ldots l_n$ ヲ夫々傾斜ニ沿ヒテ測リタルn區間ノ長サトシ, $h_1, h_2,\ldots\ldots h_n$ヲ夫々各區間兩端ノ高サノ差トセバ一般ニ地平距離ハ$\sqrt{l^2-h^2}$ナルガ故ニ,其ノ區間ノ**傾斜**更正$\delta_g$ハ

(1) $$\delta_g=\sqrt{l^2-h^2}-l$$

然ルニ

(2) $$\left\{\begin{aligned}\sqrt{l^2-h^2}&=l\left(1-\frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{1}{2}}\\&=l\left(1-\frac{1}{2}\frac{h^2}{l^2}+\ldots\ldots\right)\end{aligned}\right.$$

hハlニ比スレバ小ナルヲ以テ第三項以下ハ之ヲ省略スルコトヲ得ベク,一般ニ

(3) $$\delta_g=-\frac{1}{2}\cdot\frac{h^2}{l}$$

故ニ全更正ハ

$$\Delta_g=-\frac{1}{2}\sum_{r=1}^{n}\frac{h_r^2}{l_r} \qquad [174]$$

又傾斜ガ同一ニシテlガ凡ベテ相等シケレバ

$$\Delta'_g=-\frac{n}{2l}h^2 \qquad [175]$$

若シ傾斜ガ豎角θ(分ニテ)ヲ以テ表サルヽトキハ一區間ノ傾斜距離lニ對スル更正ハ

$$\left.\begin{aligned}\delta'_g&=-l(1-\cos\theta)=-2\,l\sin^2\frac{\theta}{2}\\&=-42{,}31\times10^{-9}\,\theta^2\,l\end{aligned}\right\} \qquad [176]$$

從テ全更正ヲΔ''_gトセバ

$$\Delta''_g=-42{,}31\times10^{-9}\sum(\theta^2 l) \qquad [177]$$

例 49. 25米基線尺ヲ用ヒテ25米每ニ打込ミタル杭ノ高サヲ測リ,其ノ高サノ差ガ$h_1, h_2,\ldots\ldots h_n$粍ナルトキ傾斜ニ依ル長サノ全更正ハ

$$\Delta_g=-2\times10^{-3}\sum(h^2) \qquad [178]$$

ナルコトヲ證セヨ.

此ニl=25米=25000粍トセバ[176]ノ始式ヨリ

$$\delta'_g=-2\times25000\sin^2\frac{\theta}{2}$$

然ルニθハ非常ニ小ニシテ弧度ヲ以テ之ヲ表ハストキハ其正弦ト殆ド相等シクシテ一般ニ$\theta=\dfrac{10h}{25000}$ナルガ故ニ[176]ハ

$$\delta''_g = -2\times 25000\, sin^2\left(\frac{10h}{2\times 25000}\right)^2$$
$$= -2\times 25000 \times \frac{100\,h^2}{(2\times 25000)^2}$$
$$= -2\times 10^{-3} h^2$$

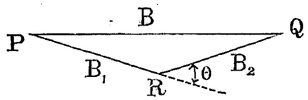
故ニ全更正ハ粍ヲ以テ表ハストキハ

$$\Delta''_g = -2\times 10^{-3}\sum(h^2)$$

此ノ h ハ糎ヲ單位トシテ之ヲ表ハス.

181. 折基線ヨリ直基線ノ改算. 第百九十六圖ニ示スガ如ク P, Q 二點ノ間ニ直基線 B ヲ測定スルコト能ハズ,二ノ折基線 B_1 及 B_2 ヲ實測シタルトキ,其ノ外角ヲ θ トセバ

第百九十六圖



(1) $$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\theta}$$
$$= \left\{(B_1+B_2)^2 - 2B_1B_2(1-\cos\theta)\right\}^{\frac{1}{2}}$$
$$= (B_1+B_2)\left\{1 - \frac{B_1B_2}{(B_1+B_2)^2}(1-\cos\theta) + \ldots\ldots\right\}$$

故ニ

(2) $$B = B_1 + B_2 - \frac{2B_1B_2}{B_1+B_2}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

Δ_B ヲ長サノ更正トセバ $\Delta_B = B - (B_1+B_2)$ ニシテ

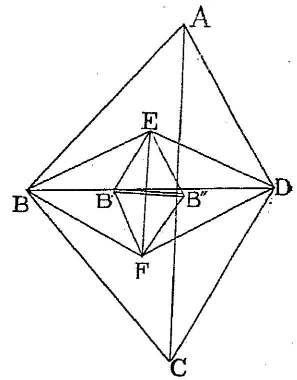
$$\Delta_B = -\frac{2B_1B_2}{B_1+B_2}\sin^2\frac{\theta}{2} \qquad [179]$$

又ハ θ ヲ分ニテ表ハセバ

$$\Delta_B = -\frac{B_1B_2}{B_1+B_2}\cdot 42{,}31.10^{-9}\,\theta^2 \qquad [180]$$

182. 基線ノ長サ及間隔. 基線ノ長サト間隔トハ仕事ノ性質ト地勢トニ依リテ異ナル. 邦國ニ依リ,又目的ニ從テ其長サト間隔トハ同一ナラザルノミナラズ,一般ニ山河逼迫セル所ハ基線ハ短クシテ其間隔小ナルヲ常トス. 一等三角ニ於テハ基線ノ長サ5乃至15粁ニシテ,300乃至1000粁毎ニ一ノ基線ヲ設ク. 即チ基線ヲ設クル間隔ハ凡ソ基線ノ長サノ百倍ナリ. 二等三角ニ於テハ長サ1,5乃至5粁ニシテ,80乃至250粁毎ニ一ノ基線ヲ設ク. 即チ其ノ間隔ハ基線ノ長サノ約五十倍ニ當ル. 三等三角ニ於テハ基線ノ長サ0,8乃至2,5粁ニシテ40乃至65粁毎ニ基線ヲ設ク. 即チ基線長ノ25倍ノ間隔ニ當レリ. 我國陸地測量部ニ於テハ大凡基線ノ長サヲ3乃至8粁トシ,200乃至250粁ヲ隔ツル毎ニ之ヲ設クルモノトスレドモ島嶼ノ測量,渡海水準測量等ニ用フル小基線ハ所要ニ應ジテ其長サヲ定ムルコ

第百九十七圖

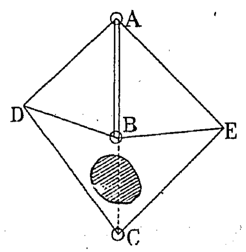


トヽセリ. 而シテ如何ナル三角測量ニ於テモ基線ノ長サハ三角ノ平均邊長ノ四分一ヨリ小ナラザルベク,然ラザレバ三角網ノ連絡ハ甚ダ複雜ナルニ至ルベシ. 第百九十七圖ハ其ノ連絡ノ一例ヲ示セルモノニシテ $B'B''$ ハ基線ヲ表ハシ, $ABCD$ ハ三角網中ノ四點トス.

普通ノ隧道測量又ハ河川測量等ニ用フル三角測量ニ於テハ一般ニ始基線ト檢基線トノ二ツノ基線ヲ設クルニ止ル. 但シ極メテ長キ距離ニ亘レル河川測量ニ於テハ基線ハ 100 乃至 300 米ニシテ之ヲ平均 150 米トスレバ,基線ハ其ノ25乃至50倍ノ距離,卽チ 4 粁乃至 8 粁毎ニ一ノ基線ヲ置クヲ良シトス.

183. 基線ノ延長. 一基線ガ障害物ノ爲メニ必要ナル全長ヲ測定スルコト能ハザルコトアリ. 例ヘバ第百九十八圖ニ於テ AC ガ所要ノ基線ナルニ,實測シ得タルハ單ニ AB ノミナリトス. 斯カル場合ニハ A, B, C ノ孰レヨリモ見透シ得ベキ二ノ點 D, E ヲ見出シ $\angle BAD$, $\angle ADB$, $\angle ABD$, $\angle CBD$, $\angle BDC$, $\angle DCB$ 及 $\angle EAB$, $\angle AEB$, $\angle ABE$, $\angle EBC$, $\angle BCE$, $\angle CEB$ ヲ測リ, ΔABD ヨリ BD ノ長サ

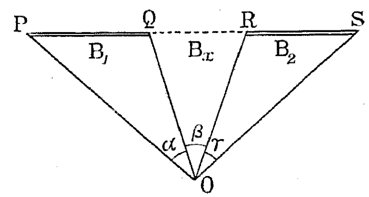
第百九十八圖



ヲ見出シ, ΔBCD ヨリ BC ノ長サヲ見出スベシ. 同様ニ ΔABE 及 ΔCEB ヨリ BC ヲ見出シ,是等 BC ノ二ノ値ガ一定ノ制限内ニ相一致スルヲ要ス.

184. 缺基線ノ計算. 第百九十九圖ニ示スガ如ク一直線中ニ PQ 及 RS ヲ實測シタル基線ニシテ其ノ長サヲ夫々 B_1 及 B_2 トシ QR ヲ實測スルヲ得ザル缺基線長サ B_x トス. 一點 O ヨリ四ノ基線測點 P, Q, R 及 S ヲ見透シ得バ, ΔPQO ヨリ

第百九十九圖



$$(1)\qquad \frac{B_1}{QO}=\frac{\sin\alpha}{\sin P}$$

ΔPRO ヨリ

$$(2)\qquad \frac{RO}{B_1+B_x}=\frac{\sin P}{\sin(\alpha+\beta)}$$

(1)及(2)ヲ節々相乘ズレバ

$$(3)\qquad \frac{RO}{QO}\cdot\frac{B_1}{B_1+B_x}=\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

同様ニ ΔRSO 及 ΔQSO ヨリ

$$(4)\qquad \frac{RO}{QO}\cdot\frac{B_2+B_x}{B_2}=\frac{\sin(\beta+\gamma)}{\sin\gamma}$$

(3)及(4)ヨリ $\dfrac{RO}{QO}$ ヲ除去セバ

$$(5)\qquad \frac{B_1+B_x}{B_1}\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}=\frac{B_2}{B_2+B_x}\frac{\sin(\beta+\gamma)}{\sin\gamma}$$

又ハ

$$(6)\qquad (B_1+B_x)(B_2+B_x)=\frac{B_1B_2\sin(\alpha+\beta)\sin(\beta+\gamma)}{\sin\alpha\sin\gamma}$$

或ハ

$$(7)\qquad B_x^2+(B_1+B_2)B_x+B_1B_2-\frac{B_1B_2\sin(\alpha+\beta)\sin(\beta+\gamma)}{\sin\alpha\sin\gamma}=0$$

故ニ

$$B_x=-\frac{B_1+B_2}{2}\pm\sqrt{\frac{B_1B_2\sin(\alpha+\beta)\sin(\beta+\gamma)}{\sin\alpha\sin\gamma}+\left(\frac{B_1-B_2}{2}\right)^2} \qquad [181]$$

此ニ正號ヲ有スルモノヲB_xノ値トス.

185. 基線測定ノ精度. 普通ノ溫度ニ於テ米突原器ノ比較ノ推差ハ$\pm 0,04\mu$(μみくろんニシテ$\frac{1}{1000}$粍)ナリ. 故ニ攝氏20乃至25°ノ普通ノ空氣狀態ヲ以テシテハ,比較ノ精度ハ平均0,1乃至0,2η卽チ千萬分ノ一乃至五百萬分ノ一ナリ. 從テ溫度ノ齊一,材料ノ一様,光照ノ完全等原器ニ一尺度ヲ比較スル際ノ周圍ノ狀態ガ凡テ都合好キ時ニ當リテモ,其ノ長サノ五百萬分一以上ノ精密ナル尺度ヲ得ルコト能ハズ.

基線ノ測定ニ際シ幾回カ反覆實測ノ結果非常ニ近似セル値ヲ得ルコトアリ. 此ノ場合ニハ偶差ノ少ナキヲ示スモノニシテ決シテ其ノ實測基線ノ精度ヲ表スモノニアラズ. 蓋シ實測ノ誤差ハ定差及偶差ヨリ組成セラルヽモノニシテ,例ヘバ正シカラザル長サノ尺度ヲ以テ數回一ノ長サヲ測リ,其ノ結果ガ皆相一致シタリトテ,其ノ測定ノ長サハ誤差ナキモノト云フ能ハザルガ如シ. 故ニ一基線ヲ測定スルニ當リ,異ナル基線桿ヲ用フルトキハ夫々非常ナル精密ノ結果ヲ得ルモ,是等ノ結果ヲ相比較スルトキハ大ナル逕庭アルハ屢々見ル處ノ現象ナリ.

基線ノ精度ハ其ノ測定ノ目的,器械及利用シ得ベキ時間等ニ依リテ同ジカラズ.

今一ノ基線ヲ測定スルニ當リ之ヲ兩區ニ分チn條ノ基線尺卽チ針金又ハ卷尺ヲ用ヒテ測定ヲ行フモノトシ,各往復二回ノ測定ヲ爲ストキハ總ベテ兩區共$2n$回ノ實測長ヲ得ベシ. 各區ニ於テ是等ノ長サヲ夫々$L_1, L_2, \ldots\ldots L_r, \ldots\ldots L_{2n}$トセバ求ムル所ノ基線各區ノ長サハ一般ニ

$$L=\frac{1}{2n}\sum_{r=1}^{2n}L_r \qquad [182]$$

而シテ$L-L_r=v_r$トスレバ其推差rハ

$$r=\pm 0,6745\sqrt{\frac{[vv]}{2n(2n-1)}} \qquad [183]$$

故ニ[182]ニ依リテ見出シタル第一第二兩區ノ長サヲ夫々L'及L'',其推差ヲ夫々r'及r''トスレバ基線ノ全長L_0ハ次ノ如シ.

$$L_0=\frac{1}{2r}\left(\sum_{r=1}^{2n}L'_r+\sum_{r=1}^{2n}L''_r\right) \qquad [184]$$

又其推差ハ

$$r_0=\pm\sqrt{r'^2+r''^2} \qquad [185]$$

r_0 ガ基線全長ニ對シテ容差ノ中ニ在ルヲ要ス.

初メ基線桿ヲ用ヒテ測定シタル基線ニ就キあんゔぁーる卷尺ヲ用ヒテ之ヲ再測シタルニ,其結果ハ全長ノ 1:60000 ノ差ヲ示シタル例アリ. あんゔぁーる卷尺ヲ用ヒテ達シ得ベキ推差ハ凡ソ百萬分一ニシテ北米合衆國ノすたんとん基線 (Stanton Base) ノ測定ニ當リ 13000米以上ノ長サニ對シ推差僅カニ ±5,15粍ニシテ方ニ 2,560,000 分ノ一ニ過ギザリキ. 將來基線桿ハ基線ノ測定ニ用ヒラルヽコトナカルベシ.

瑞典ノえーでりん (E. Jäderin) ハ長サ 2 粁ノ一等三角形ノ基線ヲ長サ 25 米ノ鋼及眞鍮ノ針金ヲ用ヒテ普通ノ夏期晴天ニ三回測定シ,一回測定ノ推差ハ 1:600000 ニ達シ他ノ一等基線測定器ヲ用ヒテ見出シタル基線ノ眞長ニ比シテ平均ノ長サノ推差ハ實ニ 1:1000000 ヲ示シタリ.

1892 年うっどわーど教授 (Prof. R. S. Woodward) ハ北米合衆國沿岸大地測量ノ助手トシテ長サ 3807 米ノ基線ヲ四區ニ分チテ各五回ノ實測ヲ爲シタリ. 鋼卷尺ヲ使用シテ夜間各二回晝間晴天ニ一回ノ測定ヲ行ヒ,凡テノ平均ノ長サノ推差ハ 1:2000000 ナリキ. 但シ卷尺自身ノ長サノ誤差ハ此外ニ在リテ,若シ之ヲ考入ルヽモ其推差ハ 1:1280,000 ナリキ.

1900 年北米合衆國沿岸大地測量ニ於テ九條ノ基線ヲ測定シテ第四十一表ニ掲ゲタルせるとん(Shelton) 基線ハ其一ナリ)一大進展ヲ示セリ. 鋼卷尺ノ定差ヲ除ク目的ヲ以テ五組ノ異ナル卷尺ヲ用ヒ,平均ノ精度ハ 1:200,000 ナリキ. 而シテ其ノ基線ノ長サハ 5,96 粁乃至 12,89 粁ニシテ其推差ハ ±4,8 粍乃至 ±10,1 粍ナリキ.

1906 年北米合衆國沿岸大地測量ニ於テハ鋼卷尺あんゔぁーる卷尺ヲ用ヒテ基線ヲ測定シ,長サ 7,38 粁乃至 12,06 粁ノ六本ノ基線ニ於テ(第四十一表ニ掲ゲタルぽいんと いさべる (Point Isabel) ハ其一ナリ)其推差ハ ±2,8 粍乃至 ±4,2 粍ニシテ精度ハ平均 1:3,290,000 ヲ示セリ. 又あんゔぁーる卷尺ヲ用ヒテ基線ヲ測定シタルモノハ鋼卷尺ヲ用ヒテ測定シタルモノニ比シ平均 7 %速ク, 70% 精密ヲ加ヘタリ. 而カモ兩者ヲ以テ實測シタル差ハ 1:526,000 ナリキ.

斯クノ如ク基線測定ノ精度ノミヲ以テ論ズルトキハ凡ソ百萬分一ノ推差ヲ得ルハ不可能ニアラズ.

我國陸地測量部ノ基線測定ニ於テモ亦長サ25米ノあんうぁーる針金又ハ巻尺ヲ用ヒテ全長ノ約百萬分一ノ精度ヲ得ルヲ標準トセリ.

然レドモ基線ト三角網ヲ連絡スル爲ニ基線ノ精度ハ漸次減少スルノミナラズ,測角ノ精度ニ關聯シテ三角測量全體ヲ通シテ精度ハ亦漸クニ減少スルモノナルコトヲ知ラザルベカラズ.

186. 基線測定ノ速度. 基線測定ノ速度ハ必要ナル精度,基線ノ長サ,使用ノ器械,熟練,時季,土地ノ狀況等ニ依リテ必ズシモ同一ナラズ. 今若干ノ基線ニ就キ之ヲ例示スレバ第四十一表ニ示スガ如シ.

第四十一表　基線測定精度及速度表

No.	基線地名	年次	基線ノ長サ 米	推差 1粁ニ付耗	測定者	測定速度 毎時米	摘要
1	獨逸 けにぐすべるぐ (Königsberg)	1834	1822	±1,87	べつせる及べーやー	125	べつせる基線器,二區二回測定
2	〃 べるりん (Berlin)	1846	2336	±1,05	べーやー	?	〃
3	〃 ぼん (Bonn)	1847	2134	±0,49	べーやー	?	〃 六區二回 〃
4	〃 しとれーれん (Strehlen)	1854	2763	±1,18	べーやー	?	〃 三區二回 〃
5	〃 ぶらーく (Braak)	1871	5875	±1,07	もろぞゐつち	130	〃 七區二回 〃
6	〃 ぐろつせんはいん (Grossenhain	1872	8909	±0,98	なーげる及ぶるーんす	86	〃 十二區二回 〃
7	佛國 おーべるへるぐはいん (Oberherghaiu)	1877	6982	±0,74	もろぞゐつち	142	〃 二十二區二回 〃
8	米國 しかご (Chicago)	1877	7509	±0,76	れぷそーるど	70	れぷそーるどーこむすとつく基線器 八區二回 〃
9	獨逸 しとれーれん (Strehlen)	1879	2763	±0,71	ぶるんなー	40	ぶるんなー基線器 十區二回測定
10	〃 べるりん (Berlin)	1880	2336	±0,63	ぶるんなー	?	〃 二十區二回 〃
11	〃 げつちんげん Göttingen	1880	5193	±0,53	しらいばー	187	べつせる基線器 三十三區二回 〃
12	瑞西 あーるべるく (Aarberg)	1880	2400	±0,46	いばねつ	142	ぶるんなー及いばねつ基線器 六區三回 〃
13	獨逸 めつぺん (Meppen)	1883	7033	±0,48	しらいばー	240	べつせる基線器 四十五區二回 〃
14	米國 ほるとん (Holton)	1891	250	±0,26	うつどわーど	100	うつどわーど氷桿比較測定
15	獨逸 ぼん (Bonn)	1892	2513	±0,47	もるすばつは	225	べつせる基線器 十五區四回 〃
16	米國 しえるとん (Shelton)	1900	7884,7	±1,68	?	624	鋼巻尺 ?
17	〃 ぽいんといさべる (Point Isabel)	1906	7384,9	?	?	630	あんぢあーる巻尺 ?

第五節　地平角ノ測定

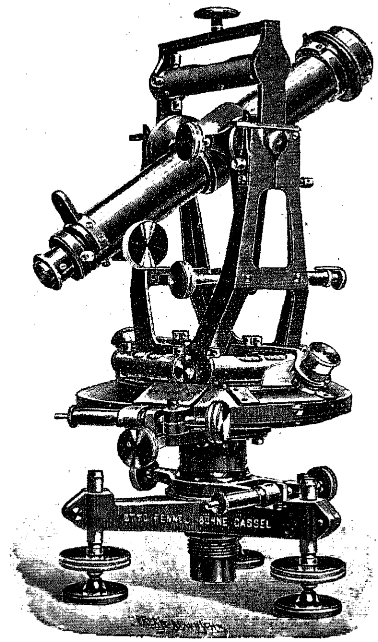
187. 測角用器械. 三角測量ニ於テ一ノ測點ニ測角用器械ヲ据エ,第二第三ノ測點ニ覘標ヲ立テヽ是等ガ第一ノ測點ニ對シテ挿ム地平角ヲ測定ス. 轉鏡儀又ハ經緯儀ハ最モ廣ク測角ニ用ヒラルヽモノニシテ遊標又ハ顯微測鏡ハ小サキ角ノ部分ヲ讀ムニ用ヒラル.

轉鏡儀ニ**反覆**ト**方向**トノ二種アリ. 反覆轉鏡儀ハ二ノ竪軸ヲ備ヘ,一軸ハ他軸ノ中ニ在リ. 而シテ分度圈及他ノ下部装置ハ一軸ニ附屬シ視準装置ハ他軸ニ取付ケラル. 前ナルハ**下動部**ニシテ後ナルハ**上動部**ナリ. 勿論二軸ハ同心竪軸ノ周圍ニ回轉スルモノニシテ,是等二ツノ竪軸ハ別々ニ任意ノ處ニ緊メ又ハ弛ムルコトヲ得. 上下各動部ニハ共ニ緊螺旋及接線螺旋ヲ備フ. 第二百圖ハ反覆轉鏡儀ノ一例ヲ示ス.

此ノ轉鏡儀ハ同一角ヲ幾回モ反覆測定スルニ用フルモノニシテ目盛,讀角,及視準ノ誤差ヲ減ズルコトヲ得レドモ,實際可動部分ガ多キヲ以テ緊手ノ滑リ,捩レ又ハ徒動,二竪軸ノ離心等工作ノ缺點ハ前ノ長所ヲ沒却スルコト少ナカラズ.

反覆轉鏡儀ハ三等三角又ハ小規模ノ三角測量ニ用ヒラルヽモノニシテ,時トシテハ方向轉鏡儀ニ代用スルコトヲ得.

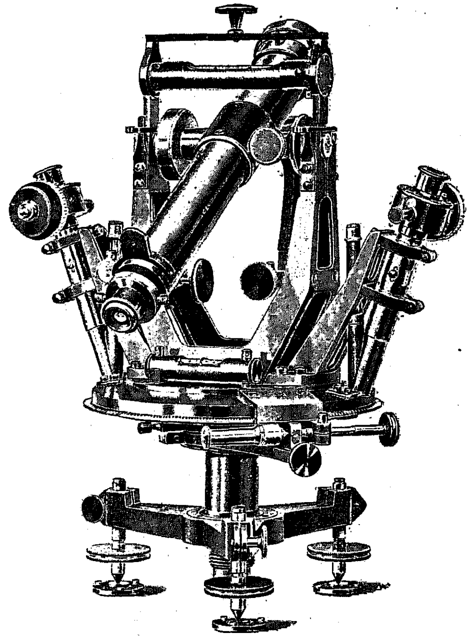
第二百圖



方向轉鏡儀ハ精密ナル測角ニ用ヒラルヽモノニシテ,反覆轉鏡儀ノ如ク上下動部ヲ有セズ,單ニ一箇ノ可動軸ヲ有スルニ過ギズ. 通例反覆轉鏡儀ヨリ大ニシテ精密ニ分度圈ヲ讀ムベキ装置ヲ有シ,顯微測鏡ヲ備フルモノ多シ. 而シテ方向轉鏡儀ニハ凡

ベテ其ノ分度圈ノ零ヲ動ス裝置ヲ有ス．第二百一

第二百一圖

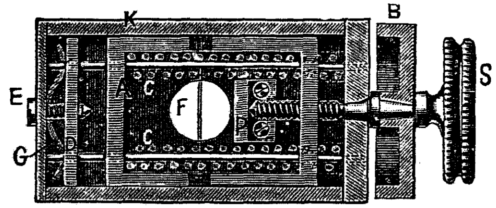


圖ハ方向轉鏡儀ノ一例ヲ示セルモノナリ．

188. 測微器及遊標．分度圈ヲ讀ムベキ顯微鏡ニ測微器ヲ附屬シタルモノヲ**顯微測鏡**ト云フ．又望遠鏡ニモ測微器ヲ附屬スルモノアリ．第二百二圖ハ複絲測微器內部ノ構造ヲ示セルモノニシテ,函 K ノ中ニハ滑動部 A アリ,之ニ複絲 F ヲ附屬ス．A ハ螺旋 S ノ回轉ニ依リテ動カサレ,S ノ尖端ハ固着セル小鈑 P ニ突當リ,螺旋 C, C ハ絕エズ A ヲ反對ノ方

向ニ推付ケ,複絲ノ中心ヲシテ,顯微鏡又ハ望遠鏡ノ

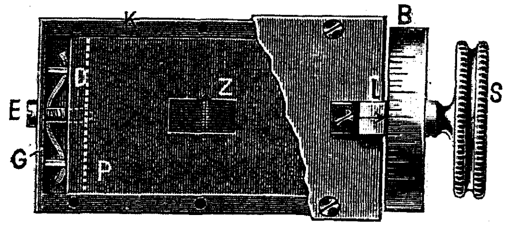
第二百二圖



視界ニ於ケル目盛線又ハ叉線ニ重ナラシムルヲ得．

F ノ直動ハ S ノ回轉ニ比例スルモノニシテ螺旋 S 及分度頭 B ノ一回轉ハ F ヲシテ視界ニ於ケル一目盛ヨリ次ノ目盛ニ移ラシムルモノトセバ,其ノ一回轉ノ幾小部分ハ B ノ周圍ニ在ル分度ト指針 J トニ依リテ之ヲ知ルベシ．第二百三圖右端ハ之ヲ表

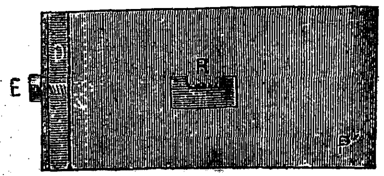
第二百三圖



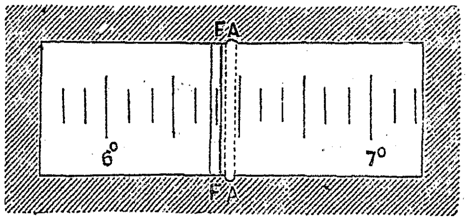
ハス．第二百三圖及第二百四圖ノ P 又ハ P' ニ示セル覆版ハ連接片 D ニ依リテ函 K ニ連接ス．第二百三圖ノ覆版 P ノ視孔ニハ複絲ノ正シキ位置ヲ示ス

所ノ指針Zアリ、然レドモ若シ螺旋ノ五回轉ガ分度圈ノ一目盛ヨリ次ノ目盛ニ複絲ヲ動スガ如キ場合ニハ,螺旋ノ回轉ヲ表ス爲メニ第二百四圖ニ示スガ如ク五ノ缺刻Rアリ. 覆版P又ハP'ハ其ノ上ノ指針Z又ハRト共ニ螺旋Eヲ用ヒテ少シク動スコトヲ得ベク,彈條GハEニ對シテD又ハPヲ推付ケ,複絲ノ正シキ位置ヲシテ分度頭Bノ零ニ應ゼシム.

第二百四圖

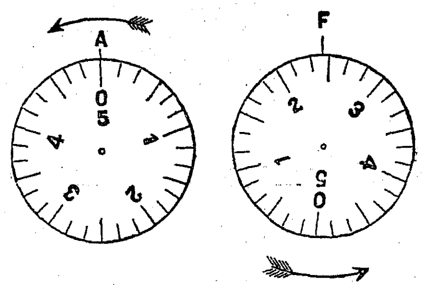


第二百五圖



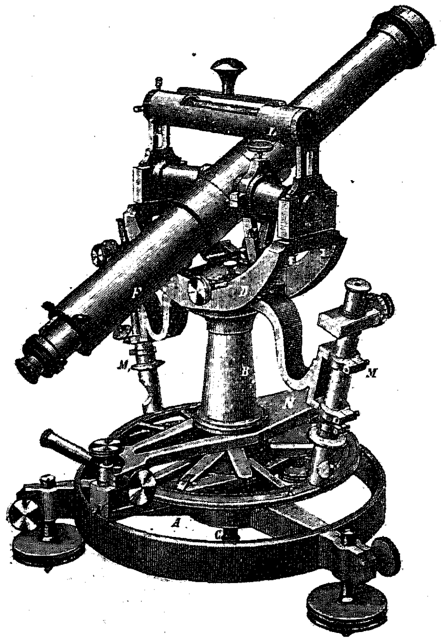
今第二百五圖ニ示スガ如ク,測微器ノ一目盛ガ5′ヲ表ハシ,複絲ノ中心ガAAニ在リテ分度頭ハ第二百六圖Aニ示セルガ如ク指針ハOヲ指ス. 今分度頭ヲ廻シテ

第二百六圖

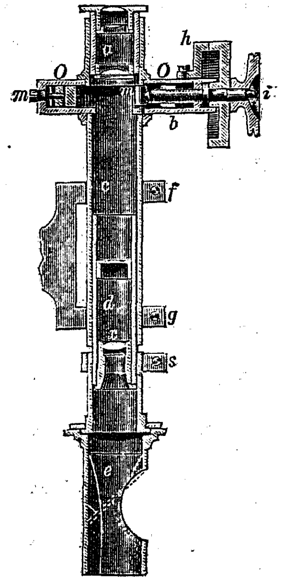


同圖Fニ示セルガ如ク,指針ガ$2'26''$ヲ指ストキ複絲ノ中心ハ第二百五圖ノFFニ來リテ恰カモ目盛線ヲ眞中ニ挾ムトキハ其ノ示度正ニ

第二百七圖



第二百八圖



$$6°25'+2'26''=6°27'26''$$

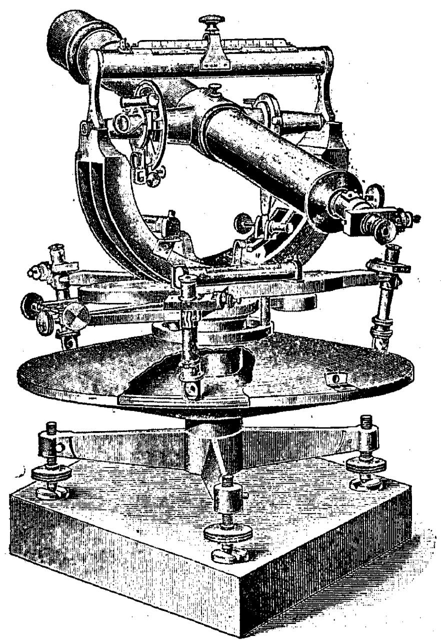
ナリ. 第二百七圖ハ一ノ測微器付經緯儀ヲ表ハシ,第二百八圖ハ其ノ顯微測器ヲ示ス. 又第二百九圖ハ地平角及天文用ノ測定ニ用ヒラルヽ20糎横圈ノ測微器付望遠鏡ノ經緯儀ヲ示ス.

小サキ角ヲ精密ニ測定スルニハ遊標ヨリモ測微

器ヲ取ラザルベカラズ. 故ニ一二等乃至三等三角ニハ殆ド全ク測微器ヲ以テ觀測ス. 然レドモ三等以下ノ三角測量及ビ普通ノ折測線其ノ他ノ測角ニ於テハ單ニ角自身ノ測定ノミナラズ器械据付ケノ合心,覘標ノ合心等ガ精度ニ關スルコト少ナカラザルヲ以テ,寧ロ遊標ノ簡捷ナルニ如カズ. 又遊標ハ測微器ヨリモ傷害ヲ受クルコト少シ.

189. 測角ノ方法. 測角法ニ二種アリ. 一ヲ**反覆法**又ハ**單獨法**ト云ヒ,他ヲ**方向法**ト云フ. 恰カモ轉鏡儀ノ二種ニ應ズ. 反覆法ハ各角獨立シテ之ヲ測リ,反覆遞加シテ最後ニ其ノ總和ヲ反覆度數ニテ除シ,角ノ大サヲ得. 方向法ニ於テハ一點 O ノ周圍ニ A, B, C, D 等ノ測點アル

第二百九圖



トキ, OA 又ハ他ノ方向ヲ基本トシテ之ニ對シ OB, OC, OD ノ方向ヲ順次ニ測定シ, $\angle BOC$, $\angle COD$ 等ハ皆是等ノ方向ノ差トシテ見出スモノナリ. 反覆法ハ往時專ラ用ヒラレシモノナレドモ極メテ精密ナル測角ニハ方向法ヲ用ヒザルベカラズ.

190. 反覆法. 一角ヲ反覆遞加シテ測定スルトキハ始ハ右廻シニ後ハ左廻シニ視準裝置ヲ横分度圈ノ周圍ニ廻ハシ,其ノ反覆ノ度數ハ遞加シタル角ガ可成 360° ノ 數ナル如クナルベク,斯クスルトキハ目盛ノ誤差ヲ除クコトヲ得. 而シテ普通ノ工師用轉鏡儀(增補再訂君島測量學第二百二十九圖及第二百三十六圖參照)ノ 30″ 又ハ 1′ 讀ノモノハ其ノ螺旋ニシテ弛ミナク軸ニ徒動ノ無カリセバ,此ノ方法ハ可ナリ良好ノ結果ヲ與フベシ. 今整正ヲ了リタル轉鏡儀ヲ一ノ測點ニ据付ケタル場合ニ,其ノ測角ノ順序ヲ擧グレバ次ノ如シ.

第一. 望遠鏡ヲ正位置ニ保チ,鏡準器ヲ下ニス.

1. 先ヅ遊標ヲ横圈ノ 0° 又ハ其ノ他任意ノ角ニ合セ,上緊ヲ緊メタル儘下緊ヲ弛メテ左方ノ測點ニ視準シ,下緊ヲ緊メ其ノ接線螺旋ヲ用ヒテ精密ニ覘標ヲ二等分ス. 是ニ於テ凡ベテノ遊標(以下凡ベテ二個アリト假定ス)ヲ讀ムベシ.

2. 上緊ヲ弛メテ右方ノ測點ニ視準ス. 此ノ時遊標ノ一ヲ讀ミテ角ノ大サヲ略定スルヲ便トス.

3. 下緊ヲ弛メテ左方ノ測點ニ視準ス.

4. 上緊ヲ弛メテ右方ノ測點ニ視準ス.

5. 下緊ヲ弛メテ左方ノ測點ニ視準ス.

6. 上緊ヲ弛メテ右方ノ測點ニ視準ス,等々.

斯クシテ最後ニ右方ノ測點ニ視準シテ再ビ凡テノ遊標ヲ讀ムベシ. 各遊標ノ始讀及終讀ノ平均ヲ取レバ其ノ差ハ卽チ反覆遞加ノ角ノ和ニシテ,之ヲ反覆ノ度數ニテ除スルトキハ第一ノ望遠鏡正位置ニ於ケル平均ノ角ノ大サヲ知ルベシ.

第二. 望遠鏡ヲ逆位置ニ保チ,鏡準器ヲ上ニス.

1. 右方ノ測點ニ視準シテ凡ベテノ遊標ヲ讀ム.

2. 上緊ヲ弛メテ左方測點ニ視準ス.

3. 下緊ヲ弛メテ右方測點ニ視準ス.

4. 上緊ヲ弛メテ左方測點ニ視準ス.

5. 下緊ヲ弛メテ右方測點ニ視準ス.

6. 上緊ヲ弛メテ左方ノ測點ニ視準ス,等々.

斯クシテ最後ニ左方ノ測點ニ視準シテ再ビ遊標ヲ讀ミ,其ノ始讀ト終讀ヲ平均シタルモノヽ差ヨリ角ノ平均ノ大サヲ見出スコト前ノ場合ト同ジ,

野帳ノ附方ハ次例ニ示スガ如シ.

測角 (反覆法)

D—望遠鏡正位, Cl—時針ノ廻轉方向,
R— „ 反轉, Co—之ト反對ノ方向,

測角者
記錄者
器械
年 月 日

器械測點	視準測點	望遠鏡 D		望遠鏡 R		讀角	遊標 I		遊標 II		平均		反覆回數	角ノ大サ			摘要
		Cl	Co	Cl	Co	°	′	″	′	″	′	″		°	′	″	
A	B					0	0	0	0	10	0	5,0					
	C	—				53	34						1				略讀
	„	—				321	22	10	22	20	22	15,0	6	53	33	41,6	
	C					0	0	0	0	10	0	5,0					
	B				—	38	38	0	38	10	38	5,0	6	321	22	0,0	
														53	33	40,0	
														53	33	40,8	∠BAC

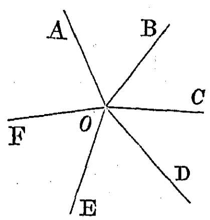
前ノ如ク左右反對ノ方向ニ反覆測角スルトキハ緊螺旋及竪軸ノ徒動又ハ振レヨリ來ル誤差ヲ除クコトヲ得ベク,二以上ノ遊標ヲ讀メバ竪軸ノ離心ヨリ來ル誤差ヲ除クコトヲ得ベシ. 又望遠鏡ノ位置ヲ正逆ニスルトキハ視準線ガ其ノ地平軸ニ垂直ヲナサズ又地平軸ガ竪軸ニ垂直ヲナサヾルヨリ起ル誤差ヲ除クコトヲ得ベシ. 若シ更ニ分度圈目盛ノ不規則ヨリ來ル誤差ヲ除カント欲セバ遊標ノ始讀ヲ變ズベシ. 例ヘバ三回始讀ヲ變ヘント欲セバ遊標ガ二アル場合ニ,第一ノ遊標ヲ $\frac{180^\circ}{3}=60^\circ$ ヅヽ動シ

テ始讀ヲ 0°, 60°, 120° トナスベシ. 從テ第二ノ遊標ハ殆ド 180°, 240°, 300° ヲ讀ムベシ.

191. 方向法. 方向法ハ始讀ヲ任意ノ大サニスルコト能ハザル方向轉鏡儀ニ用ヒラルヽモノニシテ, 反覆轉鏡儀ニモ亦之ヲ應用スルコトヲ得.

今第二百十圖ニ於テ測角器械ヲ測點 O ニ据付ケ, OA ノ方向ヲ或ル始讀トシ,順次ニ其ノ周圍ニ在ル測點ヲ讀ミ右廻シテ B, C, D 等ノ順ニ方向ヲ測リ一全回轉スルトキハ再ビ A ニ復歸スベキモ,此ノ地平ノ閉合ハ强チ必要ナルモノニ非ラズ,唯必要ナル方向ニ視準シテ可ナリ. 而シテ再ビ左廻シテ反對ノ順序ニ各測點ヲ視準シテ A 點ニ至ル. 而シテ各方向ニ遊標ヲ讀マザルベカラズ. 測角ノ順序ハ次ニ示スガ如シ.

第二百十圖



第一. 望遠鏡ノ位置正.

1. OA ニ始マリ右廻シテ OB, OC, OD, OE 等各方向ニ於テ遊標ヲ讀ム.

2. 次ニ左廻シテ E, D, C, B, A ノ順次ニテ各方向ニ視準シ遊標ヲ讀ム.

第二. 望遠鏡ノ位置逆.

1. 右廻シテ各方向ヲ測ル.

2. 左廻シテ各方向ヲ測ル.

是ニ於テ分度圏ヲ若干移動シ再ビ望遠鏡ノ位置ヲ正及逆ニシ前ノ如ク測定ス.

次ハ野帳ノ一例ヲ示セルモノナリ.

測角 (方向法)　　D—望遠鏡正位, Cl—時針ノ回轉方向, R— „ 反轉, Co—之ト反對ノ方向.　　測角者　　記錄者

器械　　年　月　日

器械測點	視準測點	望遠鏡 D Cl	望遠鏡 D Co	望遠鏡 R Cl	望遠鏡 R Co	讀角	測微器 I		測微器 II		平均		方向			摘要
						°	′	″	′	″	′	″	°	′	″	
O	A	—				288	09	00	09	00	09	00,0	288	08	09,3	
	B	—				314	59	21	59	27	59	24,0	314	58	33,8	
	C	—				358	33	11	33	20	33	15,5	358	32	23,5	
	D	—				17	38	37	38	50	38	43,5	17	37	47,0	
	D				—	197	36	58	36	43	36	50,5				
	C				—	178	31	37	31	26	31	31,5				
	B				—	134	57	49	57	38	57	43,5				
	A				—	108	07	22	07	15	07	18,5				

本法ニ於テモ亦反覆法ト同ジク右ニ又ハ左ニ讀角ヲ行ヒテ竪軸ノ振レヨリ來ル誤差ヲ除キ,望遠鏡ヲ反轉シテ視準線等ノ整正不完全ヲ補ヒ,分度圏ヲ移動シテ目盛ノ不齊ヨリ來ル誤差ヲ除クコトヲ得. 今 n ヲ讀角度數トセバ分度圏移動ノ量ハ $\frac{180°}{n}$ ニ近カラシムベシ. 但シ反覆轉鏡儀ヲ代用スルトキハ

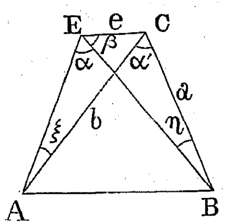
始メヨリ精密ニ始讀ヲ此ノ移動量ニ等シカラシムルヲ得レドモ,方向轉鏡儀ニ於テハ乃チ能ハズ.

192. 測角ノ時. 日中晴天ノトキハ測角ニ多少ノ障碍アリ,殊ニ夏季ヲ然リトス. 故ニ朝夕空氣ノ顫躍ガ望遠鏡ニ映ゼザル時刻ヲ選ビテ測角ヲ爲サザレバ視準ニ誤リヲ生ジ易ク,從テ其ノ精度ハ少シ. 又曇天風ナキトキ可成ク視準線ヲシテ地上ヨリ高カラシムルトキハ空氣ノ障碍少シ.

193. 離心更正. 塔頂樹梢等ヲ覘標トシタル場合ニハ他ノ測點ヨリ視準スルニ便ナルモ器械測點ハ別ニ之ヲ設ケザルベカラズ. 之ヲ**離心測點**ト云フ. 離心測點ニ於テ測定シタル角ハ之ヲ眞ノ測點ニ於テ行ヒタルモノニ改メザルベカラズ. 此ノ更正ヲ名ケテ**離心更正**ト云フ.

第二百十一圖ニ於テ C ヲ眞ノ測點, E ヲ器械ヲ据付ケタル離心測點, A, B ヲ三角網中ノ二點トシ, $\angle AEB=\alpha$, $\angle BEC=\beta$ 及離心距離 $CE=e$ ヲ測定シ得タリトス. C ニ於ケル $\angle ACB=\alpha$, A 及 B ニ於ケル更正角 $\angle EAC=\xi$, $\angle EBC=\eta$ ヲ求ム.

第二百十一圖



$AC=b$, $BC=a$ ハ三角網ノ他ノ

部分ヨリ見出サレ得ルモノニシテ既知ノ長サトス. 今 ΔACE ヨリ

(1) $$\sin\xi=\frac{e}{b}\sin(\alpha+\beta)$$

同様ニ ΔEBC ヨリ

(2) $$\sin\eta=\frac{e}{a}\sin\beta$$

然ルニ ξ, η ハ甚ダ小ナルヲ以テ之ヲ秒ニテ表ハストキハ, $\rho=206265''$ トシテ

$$\xi=\frac{e}{b}\rho\sin(\alpha+\beta) \qquad [186]$$

及ビ

$$\eta=\frac{e}{a}\rho\sin\beta \qquad [187]$$

又 $\alpha+\xi=\alpha'+\eta$ ナルガ故ニ

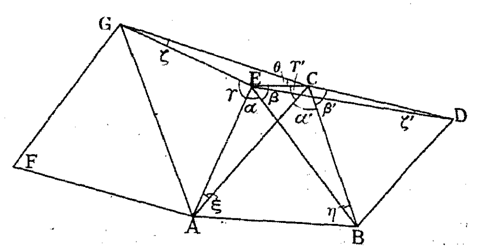
(3) $$\alpha'=\alpha+\xi-\eta$$

故ニ

$$\alpha'=\alpha+e\rho\left\{\frac{\sin(\alpha+\beta)}{b}-\frac{\sin\beta}{a}\right\} \qquad [188]$$

同様ニ測點 C ニ於ケル β' 及 γ' 幷ニ更正角 $\angle EGC=\zeta$, $\angle EDC=\zeta'$ ヲ知ルコトヲ得(第二百十二圖).

第二百十二圖



194. 測角ノ精度. 一ノ測角ニハ必ズ二

ノ覘標ヲ視準セザルベカラズ. 而シテ一回ノ視準ニハ誤差角αヲ生ジ一回ノ讀角ニハ亦他ノ誤差角βヲ生ズベシ. 故ニ單獨ニ一ノ角ヲ測定スルトキハ2α及2βノ誤差ヲ生ズ. 從テ其ノ角ノ均方差M_1ハ

(1) $$M_1=\sqrt{2(\alpha^2+\beta^2)}$$

ナリ. 若シ之ヲn回反覆シテ其ノ平均ヲ取ルトキハ其ノ均方差M_sハ最小自乘法ノ理ニ依リ

$$M_s=\frac{M_1}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{2}{n}(\alpha^2+\beta^2)} \qquad [189]$$

ナリ. 是レ方向法ヲ用ヒテn回觀測シタル角ノ平均ヲ取リタル場合ノ均方差ナリトス. 然レドモ若シ一角ニ就テ單獨ニ觀測ヲ行ヒ,中間讀角ヲ須ヒズシテ唯最初ト最後ニ讀角ヲ行ヒ所謂反覆法ヲ用フルトキハ,是等初ト終ノ讀角ノ差ハn倍ノ角ノ大サニ相當スルモノニシテ,其ノ均方差M_2ハ

(2) $$M_2=\sqrt{2n\alpha^2+\beta^2}$$

ナリ. 故ニnニテ除シタル平均角ノ均方差M_rハ

$$M_r=\frac{M_2}{n}=\sqrt{\frac{2}{n}\left(\alpha^2+\frac{\beta^2}{n}\right)} \qquad [190]$$

ナリ. 故ニ理論上反覆法ハ方向法ニ依ルヨリモ小ナル誤差ヲ生ズベキガ如シト雖ドモ,反覆轉鏡儀ニハ竪軸ノ數多ク,從テ構造複雜ナルノミナラズ緊螺旋多クシテ徒動ノ機會多ク,又中軸ノ振レヲ生ズルコト方向轉鏡儀ヨリモ多キヲ以テ實際ノ精度ハ是レ反テ彼ニ及バズ.

今假リニ 300 米ノ距離ニ於テ, 3粍ノ視準ノ差アリトセバ $\alpha=2''$ ナリ. 又 $20''$ 讀ノ轉鏡儀ヲ用ヒテ角ヲ測リ $\beta=5''$ アリトシ五回ノ觀測ヲ行ヒタリトセバ[189]及[190]ヨリ

$$M_s=\sqrt{\frac{2}{5}(4+25)}\fallingdotseq 3'',5$$

$$M_r=\sqrt{\frac{2}{5}\left(4+\frac{25}{5}\right)}=1'',8$$

故ニ此種ノ轉鏡儀ヲ以テシテハ五回ノ平均ニ於テ2秒乃至4秒ノ誤差ヲ免ルヽコト難シ.

之ヲ要スルニ三角測量中比較的精度ノ大ナラザルモノハ卽チ測角ナリトス. 長サノ測定ニ至テハ能ク機微ノ妙ニ達シ得ルコト基線測定ノ章ニ述ベタルガ如シ.

第六節 實測角ノ整正

195. 條件等式. 三角測量ニ於テ基線ヲ實測シ三角網ノ各角ヲ測定シタルトキハ基線及諸角ヲ用ヒテ順次ニ諸邊ノ長サヲ計算シ出スヲ得ベシ. 此ノ計算ニ先チ實測角ノ間ノ矛盾ヲ除キ合理ノ形トナ

スガ爲メ諸角ハ次ノ二個ノ條件ヲ充スヲ要ス．是等ノ條件ヲ表ス所ノ等式ヲ**條件等式**ト云フ．

第一．**局所又ハ測點條件**．

各測點ニ角頂ヲ有スル諸角ノ間ニ存在スル關係ハ卽チ局所又ハ測點條件ニシテ,諸角ハ之ヲ滿足スル樣整正ヲ爲サヾルベカラズ．

第二．**一般又ハ圖形條件**．

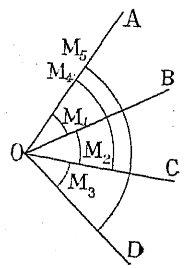
閉合セル圖形ヲナスガ爲メ諸角ノ間ニ存在セル關係ヲ一般又ハ圖形條件ト云フ．

196. 局所條件．測角ニ單獨法ヲ用フルカ又ハ方向法ヲ用フルカニ依リテ其ノ測點ニ於ケル條件等式ハ同ジカラズ．

第一．**單獨法**．

一般ニ各測點ニ於テ一角ハ二又ハ更ニ多クノ角ヨリ合成スルコトヲ得ベク,一測點ノ周圍ニ於ケル地平角ノ和ハ360°ニ等シ．

第二百十三圖



今第二百十三圖ニ於テ,一般ニ M ヲ實測角, v ヲ近眞誤差トシ, M_1, M_2, M_3, M_4 及 M_5 ヲ測定ヨリ見出シタル諸角ノ値トス．勿論此ノ場合ニ M_1, M_2, M_3 ヲ測定シタルノミナラバ局所條件ハ成立セズ．

(1) $$M_4+v_4=M_1+v_1+M_2+v_2$$

(2) $$M_5+v_5=M_1+v_1+M_2+v_2+M_3+v_3$$

ハ實測角ノ間ニ成立スベキ條件等式ナリ．故ニ

(1′) $$v_1+v_2-v_4=M_4-(M_1+M_2)=\delta_4$$

(2′) $$v_1+v_2+v_3-v_5=M_5-(M_1+M_2+M_3)=\delta_5$$

トセバ(1′)及(2′)ハ卽チ**條件等式**ナリ．δ_4 及 δ_5 ハ共ニ(1′)及(2′)ノ右節實測角ヨリ見出サレ得ベキ値ヲ表ハス．$v_1+v_2-v_4-\delta_4=0$ 及 $v_1+v_2+v_3-v_5-\delta_5=0$ ニ夫々不定係數 $-2K_1$ 及 $-2K_2$ ヲ乘ジ,之ニ $v_1^2+v_2^2+v_3^2+v_4^2+v_5^2=[vv]$ ヲ加ヘタルモノヲ Ω トセバ

(3) $$\Omega=[vv]-2(v_1+v_2-v_4-\delta_4)K_1 -2(v_1+v_2+v_3-v_5-\delta_5)K_2$$

最小二乘法ノ理ニヨリ Ω ハ最小ナルヲ要ス．從テ諸々ノ v ニ付テ Ω ヲ微分シタル第一微分係數ハ0ニ等シキヲ要ス．卽チ

(4) $$\begin{cases} \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_1}=0, \quad \text{又ハ} \quad v_1=K_1+K_2 \\ \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_2}=0, \quad v_2=K_1+K_2 \\ \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_3}=0, \quad v_3=K_2 \\ \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_4}=0, \quad v_4=-K_1 \\ \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_5}=0, \quad v_5=-K_2 \end{cases}$$

(4)ニ於ケル v ノ値ヲ(1')及(2' ニ代用スレバ

$$(5)\qquad 3K_1+2K_2-\delta_4=0$$

$$(6)\qquad 2K_1+4K_2-\delta_5=0$$

(5)及(6)ハ**不定係數等式**ニシテ,此ヨリ K_1 及 K_2 ヲ定ムルコトヲ得. 卽チ(5)ノ二倍ヨリ(6)ヲ減ズレバ

$$(7)\qquad K_1=\frac{1}{4}(2\delta_4-\delta_5)$$

之ヲ(5)ニ代用スレバ

$$(8)\qquad K_2=\frac{1}{8}(3\delta_5-2\delta_4)$$

故ニ(4)ヨリ

$$\left.\begin{aligned} v_1=v_2&=\frac{\delta_4}{4}+\frac{\delta_5}{8}\\ v_3=-v_5&=\frac{1}{8}(3\delta_5-2\delta_4)\\ v_4&=\frac{\delta_5}{4}-\frac{\delta_4}{2}\end{aligned}\right\}\qquad [191]$$

例 50. 一點 0 ノ周圍ニ $\angle AOB$, $\angle BOC$, ... $\angle LOA$ ガ異ナル輕重率 $p_1, p_2, \ldots\ldots p_n$ ヲ以テ測定セラレタルトキ更正角ヲ求ム.

此ニ條件等式ハ

$$(1)\qquad v_1+v_2+\ldots\ldots+v_n=360°-(M_1+M_2+\ldots\ldots M_n)=\delta$$

幷ニ

$$(2)\qquad [pvv]=\text{最小}$$

ナルヲ要ス.

今 K ヲ不定係數トシテ

$$(3)\qquad \Omega=[pvv]-2(v_1+v_2+\ldots\ldots+v_n-\delta)K$$

トスレバ一般ニ

$$(4)\qquad \frac{\partial\Omega}{\partial v}=0$$

又ハ

$$(4')\qquad 2p_1v_1-2K=0$$

從テ

$$(5)\qquad K=p_1v_1$$

又ハ

$$(5')\qquad v_1=\frac{K}{p_1}$$

同様ニ

$$(6)\qquad \left\{\begin{aligned} v_2&=\frac{K}{p_2}\\ &\cdots\cdots\\ v_n&=\frac{K}{p_n}\end{aligned}\right.$$

(5')及(6)ヲ(1)ニ代用スレバ

$$(7)\qquad K\left(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\ldots\ldots+\frac{1}{p_n}\right)=\delta$$

從テ

$$(7')\qquad K=\frac{\delta}{\left[\frac{1}{p}\right]}$$

此ニ[ ]ハ和ヲ表ハス. 故ニ(5)及(7')ヨリ更正角ハ次ノ如シ.

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= \frac{\delta}{p_1\left[\frac{1}{p}\right]} \\ v_2 &= \frac{\delta}{p_2\left[\frac{1}{p}\right]} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ v_n &= \frac{\delta}{p_n\left[\frac{1}{p}\right]} \end{aligned}\right\} \qquad [192]$$

例 51. 今一點ノ周圍ニ於ケル三角ガ124°09′40″,69; 113°39′05″07; 122°11′15″,61 ニシテ,輕重率ガ夫々 2,2,14 ナルトキ

$$v_1+v_2+v_3+1'',37=0$$

而シテ[192]ヨリ

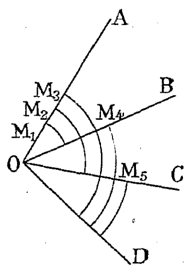
$$v_1=-\frac{1,37}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{14}}\times\frac{1}{2}=-0,64'',$$

$$v_2=-0,64'',$$

$$v_3=-0,09.''$$

第二. **方向法.**

第二百十四圖



第二百十四圖ニ於テ,原方向 OA ヨリ M_1, M_2, M_3, OB ヨリ M_4, OC ヨリ M_5 ナル方向ヲ測定シタリトセバ

(1) $\quad M_4+v_4=M_3+v_3-(M_1+v_1)$

(2) $\quad M_5+v_5=M_3+v_3-(M_2+v_2)$

或ハ

(1′) $\quad v_1+v_4-v_3=M_3-M_1-M_4=\delta_h$

(2′) $\quad v_2+v_5-v_3=M_3-M_2-M_5=\delta_k$

是等ノ v ノ値ハ第一單獨法ト同樣ニ之ヲ見出スコトヲ得.

197. 一般條件. 非常ニ精密ヲ要スル三角測量ニ於テハ一般條件ト局所條件トハ同時ニ滿足セシムル樣凡ベテノ條件等式ヲ解クベキモノナレドモ,測定ノ數ガ多クシテ三角網ガ複雜トナレバ等式ノ數ガ非常ニ增加シテ此レガ同時解法ヲ試ムルハ甚ダ困難ナルヲ以テ,普通ノ三角測量ニ於テハ先ヅ圖形條件ヲ充タシタル後局所ノ矛盾ヲ除クヲ通例トス.

一般條件ハ卽チ閉多角形ヲ爲スニ必要ナル幾何學的關係ヨル起ルモノニシテ二項アリ.

第一. 各三角形ノ內角ノ和ハ球面過剩ヲ外ニスルトキハ180°ニ等シカルベシ. 之ヲ**角等式**ト云フ.

第二. 三角形ノ任意一邊ノ長サハ孰レノ道筋ヲ取リテ計算スルモ常ニ同一ナラザルベカラズ. 之ヲ**邊等式**ト云フ.

三角形及四邊形ノ整正ハ卽チ能ク是等ノ關係ヲ例證スベシ. 而シテ簡單ナル單列三角網ノ場合ニハ先ヅ其ノ三角形ノ整正ヲ各個ニ行フベシ.

198. 平面三角形三內角ノ整正. 一ノ三角形ノ三內角ガ同樣ノ精度ヲ以テ測定セラレタルトキ, M_1, M_2 及 M_3 ヲ是等三角ノ實測ノ值, v_1, v_2 及 v_3 ヲ夫々其ノ更正角, A_1, A_2 及 A_3 ヲ三角ノ眞ノ大サトセバ觀測等式ハ次ノ如シ.

$$(1)\qquad \begin{cases} A_1=M_1+v_1 \\ A_2=M_2+v_2 \\ A_3=M_3+v_3 \end{cases}$$

三內角ノ和ハ 180° ニ等シキヲ以テ條件等式ハ

$$(2)\qquad A_1+A_2+A_3=M_1+M_2+M_3+v_1+v_2+v_3=180^\circ$$

又ハ

$$(3)\qquad M_1+M_2+M_3-180^\circ=w$$

トセバ條件等式ハ

$$(4)\qquad v_1+v_2+v_3+w=0$$

或ハ

$$(4')\qquad [v]+w=0$$

今 $\Omega=v_1^2+v_2^2+v_3^2=[vv]$ トシ, K ヲ不定係數トセバ

$$(5)\qquad \Omega=[vv]-2K([v]+w)$$

最小二乘法ノ理ニ依リ Ω ハ最小ナルヲ要ス. 卽チ

$$\frac{\partial\Omega}{\partial v_1}=2(v_1-K)=0$$

又ハ

$$(6)\qquad v_1=K$$

同樣ニ

$$(7)\qquad v_2=v_3=K$$

(6)及(7)ヲ(4)ニ代用スレバ不定係數等式

$$(8)\qquad 3K+w=0$$

ヲ得. 故ニ

$$(9)\qquad K=-\frac{w}{3}$$

從テ

$$v_1=v_2=v_3=-\frac{w}{3} \qquad [193]$$

故ニ眞ノ角 A_1 及 A_2 ハ次ノ如シ

$$\left.\begin{aligned} A_1&=M_1-\frac{w}{3} \\ A_2&=M_2-\frac{w}{3} \\ A_3&=M_3-\frac{w}{3} \end{aligned}\right\} \qquad [194]$$

一ノ三角形ノ三內角ノ和ガ 180° ヲ爲サヾルトキハ此ノ和ヨリ 180° ヲ減ジタル差ヲ三等分シテ更正角トシ,之ヲ一樣ニ實測角ヨリ減ズベシ.

例 52. 三角形ノ三內角ガ異ナル度數ヲ以テ反覆測定セラレタルトキ各角ノ更正角ヲ求ム.

實測セラレタル三內角ヲ夫々 M_1, M_2, M_3, 其ノ反覆讀角度數ヲ n_1, n_2, n_3, 更正角ヲ v_1, v_2, v_3 トセバ,反

覆度數ハ實測角ノ輕重率ヲ表スベキガ故ニ最小二乘法ノ理ニ依リ

(1) $$\Omega=[nvv]-2K([v]+w)$$

ガ最小ナルヲ要ス. 從テ

(2) $$\frac{\partial\Omega}{\partial v_1}=n_1v_1-K=0$$

或ハ

(2′) $$v_1=\frac{K}{n_1}$$

同樣ニ

(3) $$\begin{cases} v_2=\dfrac{K}{n_2} \\ v_3=\dfrac{K}{n_3} \end{cases}$$

故ニ不定係數等式ハ

(4) $$K\left\{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3}\right\}+w=0.$$

從テ

(5) $$K=-\frac{w}{\left[\dfrac{1}{n}\right]}$$

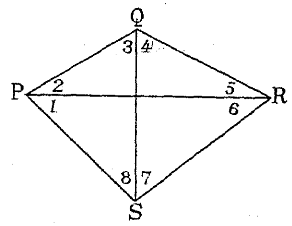
故ニ又

$$\left.\begin{aligned} v_1&=-\frac{w}{n_1\left[\dfrac{1}{n}\right]} \\ v_2&=-\frac{w}{n_2\left[\dfrac{1}{n}\right]} \\ v_3&=-\frac{w}{n_3\left[\dfrac{1}{n}\right]} \end{aligned}\right\} \qquad [195]$$

199. 四邊形ノ整正.

第一. 最モ嚴密ナル解法. 四邊形ハ其ノ對角線ト各邊トノ爲ス八ノ角ヲ測定スルトキハ最モ正確ナル結果ヲ得.

第二百十五圖



第二百十五圖ニ於テ四邊形 $PQRS$ ノ實測角ヲ一般ニ M, 更正角ヲ v, 眞ノ角ノ大サヲ A トセバ

(1) $$\begin{cases} A_1=M_1+v_1 & A_5=M_5+v_5 \\ A_2=M_2+v_2 & A_6=M_6+v_6 \\ A_3=M_3+v_3 & A_7=M_7+v_7 \\ A_4=M_4+v_4 & A_8=M_8+v_8 \end{cases}$$

ΔPQS, ΔQRS, ΔPQR ヨリ次ノ三ノ角等式ヲ得.

(2) $$\begin{cases} v_1+v_2+v_3+v_8+w_1=0 \\ v_4+v_5+v_6+v_7+w_2=0 \\ v_2+v_3+v_4+v_5+w_3=0 \end{cases}$$

此ニ

(3) $$\begin{cases} w_1=M_1+M_2+M_3+M_8-180^\circ \\ w_2=M_4+M_5+M_6+M_7-180^\circ \\ w_3=M_2+M_3+M_4+M_5-180^\circ \end{cases}$$

又 Q ヲ極トシテ QP, QS, QR ノ比ヲ作ルトキハ邊等式ヲ得.

$$(4)\qquad \frac{QP}{QS}\frac{QS}{QR}\frac{QR}{QP}=\frac{\sin(M_8+v_8)}{\sin(M_1+M_2+v_1+v_2)}\times \frac{\sin(M_5+M_6+v_5+v_6)}{\sin(M_7+v_7)}\frac{\sin(M_2+v_2)}{\sin(M_5+v_5)}=1.$$

今一般ニてーらーノ定理ニ依リ $\log\sin(M+v)$ ヲ展開スルトキハ

$$(5)\qquad \log\sin(M+v)=\log\sin M+\mu\cot M\frac{v}{\rho}$$

此ニ　$\mu=0,43429,\qquad \rho=206265''$

而シテ $\frac{\mu}{\rho}\cot M=a$ トセバ a ハ表差ト稱スルモノニシテ對數表ニハ必ズ側欄ニ記サルヽモノナリ. 此ニ$90°$ヨリ大ナル角ノ正弦ニ對スル表差ハ負號ヲ有スルコトヲ注意スベシ. (5)ノ方法ニ依リテ(4)ノ對數ヲ取レバ

$$\begin{aligned}(6)\qquad &\log\sin M_8+a_8v_8+\log\sin(M_5+M_6)+a_{5,6}(v_5+v_6)\\ &+\log\sin M_2+a_2v_2\\ &-\left\{\log\sin(M_1+M_2)+a_{1,2}(v_1+v_2)+\log\sin M_7+a_7v_7\right.\\ &\left.+\log\sin M_5+a_5v_5\right\}=0\end{aligned}$$

此ニ $a_{5,6}$ ハ M_5+M_6 ナル角ニ對スル表差,同ジク $a_{1,2}$ ハ M_1+M_2 ニ對スル表差ヲ表ハス. 或ハ又

$$(7)\qquad \left\{\begin{array}{ll} d_1=-a_{1,2} & d_6=a_{5,6}\\ d_2=a_2-a_{1,2} & d_7=-a\\ d_5=a_{5,6}-a_5 & d_8=a_8\end{array}\right.$$

及ビ

$$\begin{aligned}(8)\qquad w_4=&\log\sin M_8+\log\sin(M_5+M_6)+\log\sin M_2\\ &-\left\{\log\sin(M_1+M_2)+\log\sin M_7+\log\sin M_5\right\}\end{aligned}$$

トセバ邊等式ハ次ノ形トナル

$$(9)\qquad d_1v_1+d_2v_2+d_5v_5+d_6v_6+d_7v_7+d_8v_8+w_4=0$$

(2)及(9)ノ四式ハ凡ベテ條件等式ヲ爲スモノニシテ,之ヲ再錄スレバ次ノ如シ

$$(10)\qquad \left\{\begin{array}{l} v_1+v_2+v_3+v_8+w_1=0\\ v_4+v_5+v_6+v_7+w_2=0\\ +v_2+v_3+v_4+v_5+w_3=0\\ d_1v_1+d_2v_2+d_5v_5+d_6v_6+d_7v_7+d_8v_8+w_4=0\end{array}\right.$$

(10)ノ四式ニ夫々 $-2K_1$, $-2K_2$, $-2K_3$, $-2K_4$ ナル不定係數ヲ乘ズレバ右節ハ常ニ 0 ニ等シ. 故ニ各角ガ同一ナル精度ヲ以テ測定セラレタルモノトセバ最小二乘法ノ理ニ依リ

$$\begin{aligned}(11)\qquad \Omega=[vv]&-2K_1(v_1+v_2+v_3+v_8+w_1)\\ &-2K_2(v_4+v_5+v_6+v_7+w_2)\\ &-2K_3(v_2+v_3+v_4+v_5+w_3)\\ &-2K_4(d_1v_1+d_2v_2+d_5v_5+d_6v_6+d_7v_7+d_8v_8+w_4)\end{aligned}$$

ガ最小ナルヲ要ス. 故ニ又

$$(12)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_1}=v_1-(K_1+d_1K_4)=0 \\ \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_2}=v_2-(K_1+K_3+d_2K_4)=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

或ハ

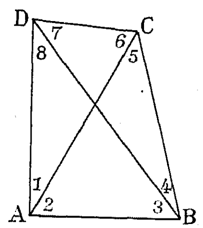
$$\left.\begin{array}{ll} v_1=K_1+d_1K_4 & v_5=K_2+K_3+d_5K_4 \\ v_2=K_1+K_3+d_2K_4 & v_6=K_2+d_6K_4 \\ v_3=K_1+K_3 & v_7=K_2+d_7K_4 \\ v_4=K_2+K_3 & v_8=K_1+d_8K_4 \end{array}\right\}\ [196]$$

[196] ノ v ノ値ヲ條件等式(10)ニ代用スレバ不定係數等式ヲ得.

$$\left.\begin{array}{l} 4K_1 \qquad\qquad +2K_3 \quad +(d_1+d_2+d_8)K_4+w_1=0 \\ \qquad 4K_2 \quad +2K_3 \quad +(d_5+d_6+d_7)K_4+w_2=0 \\ 2K_1+2K_2 \quad +4K_3 \quad +(d_2+d_5)K_4 \quad +w_3=0 \\ (d_1+d_2+d_8)K_1+(d_5+d_6+d_7)K_2+(d_2+d_5)K_3+ \\ \qquad (d_1^2+d_2^2+d_5^2+d_6^2+d_7^2+d_8^2)K_4+w_4=0 \end{array}\right\}\ [197]$$

[197] ハ K_1, K_2, K_3, K_4 ナル四ノ未知數ニ付キ一次等式ナリ. 從テ是等ノ四式ヨリ其ノ價ヲ見出スコトヲ得ベク,之ヲ[196]式ニ代用スレバ更正角ノ價ヲ見出スコトヲ得.

第二百十六圖



例 53. 第二百十六圖ニ示セル四邊形 $ABCD$ ニ於テ八ノ角ヲ實測シ得タリトセバ更正角ヲ求ム.

$$\begin{array}{ll} M_1=28°56'00'' & M_5=42°57'25'' \\ M_2=60\ 05\ 30 & M_6=67\ 33\ 45 \\ M_3=53\ 42\ 10 & M_7=46\ 12\ 02 \\ M_4=23\ 15\ 48 & M_8=87\ 17\ 06 \end{array}$$

今三ノ三角形 ABC, BCD, ABD ニ就テ其ノ誤差ヲ求ムレバ次ノ如シ.

$$w_1=+46'',\qquad w_2=-60'',\qquad w_3=+53''.$$

又(8)ヨリ

角	log sin	10″ ニ對スル表差
M_8	9,782 3150	+277
M_5+M_6	9,971 5325	− 79
M_2	9,937 9310	+122
	29,691 7785	

及

M_1+M_2	9,999 9371	+ 4
M_7	9,858 3969	+202
M_5	9,833 4331	+226
	29,691 7671	

故ニ 29,691 7785−29,691 7671=0,0000114.

或ハ小數點以下七位ヲ單位トスレバ

$$w_4=114$$

又 $d_1=-0{,}4$; $d_2=12{,}2-0{,}4=11{,}8$; $d_5=-7{,}9-22{,}6=-30{,}5$;

$d_6=-7,9;\quad d_7=-20,2;\qquad d_8=27,7;$

$d_1+d_2+d_8=39,1;\quad d_5+d_6+d_7=-58,6;$

$d_2+d_5=-18,7;\qquad \Sigma(d^2)=2307,39.$

從テ[197]ヨリ

$$4K_1 \qquad +2K_1 + 39,1K_4 + 46=0$$

$$4K_2+2K_3 - 58,6K_4 - 60=0$$

$$2K_1+2K_2+4K_2 - 18,7K_4 + 53=0$$

$$3,91K_1-5,86K_2-1,87K_3+230,739K_4+11,4=0$$

之ヨリ K_1, K_2, K_3, K_4 ヲ見出セバ次ノ如シ.

$$K_1=-7,5723 \qquad K_3=-25,8758$$

$$K_2=+41,4389 \qquad K_4=+0,9216$$

是等 K ノ値ヲ[196]ニ代用スレバ更正角 v ヲ得.

$$v_1=K_1-0,4K_4 \qquad =-7'',94$$

$$v_2=K_1+K_2+11,8K_4=-22,57$$

$$v_3=K_1+K_3 \qquad =-33,45$$

$$v_4=K_2+K_3 \qquad =-15,56$$

$$v_5=K_2+K_3-30,5K_4=-12,54$$

$$v_6=K_2-7,9K_4 \qquad =+34,16$$

$$v_7=K_2-20,2K_4 \qquad =+22,82$$

$$v_8=K_1+27,7K_4 \qquad =+17,96$$

從テ眞ノ角ハ夫々次ノ如シ.

$$A_1=28°56'00'' \; -7,''94=28°55'52,''06$$

$$A_2=60\ 05\ 30 \quad -22,57=60\ 05\ 07,43$$

$$A_3=53\ 42\ 10 \quad -33,45=53\ 41\ 36,55$$

$$A_4=23\ 15\ 48 \quad +15,56=23\ 16\ 03,56$$

$$A_5=42\ 57\ 25 \quad -12,54=42\ 57\ 12,46$$

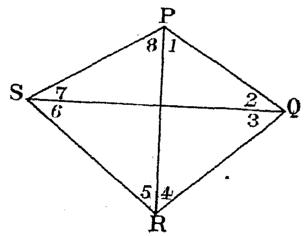
$$A_6=67\ 33\ 45 \quad +34,16=67\ 34\ 19,16$$

$$A_7=46\ 12\ 02 \quad +22,82=46\ 12\ 24,82$$

$$A_8=37\ 17\ 06 \quad +17,96=37\ 17\ 23,96$$

第二. 四邊形ノ近似的整正. 始メニ角等式ニ依リ後ニ邊等式ヲ用ヒ四邊形ヲ整正スルトキハ等式ノ解法大ニ簡單ニシテ近似的結果ヲ得ベシ.

第二百十七圖



(A). 角等式.

第二百十七圖ニ於テ八ノ角ハ一様ナル精度ヲ以テ測定セラレタリトシ其ノ角等式ハ次ノ如シ.

$$(1)\qquad \begin{cases} v_1+v_2+v_3+v_4+w_1=0 \\ v_3+v_4+v_5+v_6+w_2=0 \\ v_5+v_6+v_7+v_8+w_3=0 \end{cases}$$

是等ノ三式ニ夫々 $-2K_1$, $-2K_2$, $-2K_3$ ヲ乗ズレバ

$$(2)\qquad \Omega=[vv]-2K_1(v_1+v_2+v_3+v_4+w_1)$$

$$-2K_2(v_3+v_4+v_5+v_6+w_2)$$

$$-2K_3(v_5+v_6+v_7+v_8+w_3)$$

ガ最小ナルヲ要ス. 從テ

$$(3)\quad \begin{cases} v_1=K_1 & v_5=K_2+K_3 \\ v_2=K_1 & v_6=K_2+K_3 \\ v_3=K_1+K_2 & v_7=K_3 \\ v_4=K_1+K_2 & v_8=K_3 \end{cases}$$

之ヲ角等式1ニ代用スレバ不定係數等式ヲ得.

$$(4)\quad \begin{cases} 4K_1+2K_2 \qquad +w_1=0 \\ 2K_1+4K_2+2K_3+w_2=0 \\ \qquad 2K_2+4K_3+w_3=0 \end{cases}$$

此ヨリ

$$(5)\quad \begin{cases} K_1=\frac{1}{8}(-3w_1-2w_2+w_3) \\ K_2=\frac{1}{8}(-2w_1+4w_2-2w_3) \\ K_3=\frac{1}{8}(+\ w_1-2w_2+3w_3) \end{cases}$$

之ヲ(3)ニ代用スレバ

$$(6)\quad \begin{cases} v_1=v_2=\frac{1}{8}(+3w_1-2w_2+w_3) \\ v_3=v_4=\frac{1}{8}(+w_1+2w_2-w_3) \\ v_5=v_6=\frac{1}{8}(-w_1+2w_2-w_3) \\ v_7=v_8=\frac{1}{8}(+w_1-2w_2+3w_3) \end{cases}$$

或ハ $w_2-\frac{1}{2}w_3-\frac{1}{2}w_1=W$ トセバ

$$\left.\begin{aligned} v_1=v_2&=\frac{1}{4}w_1-\frac{1}{4}W \\ v_3=v_4&=\frac{1}{4}w_1+\frac{1}{4}W \\ v_5=v_6&=\frac{1}{4}w_3+\frac{1}{4}W \\ v_7=v_8&=\frac{1}{4}w_3-\frac{1}{4}W \end{aligned}\right\} \quad [198]$$

(*B*). 邊等式.

角等式ヨリ見出シタル更正角[198]ヲ夫々實測角ニ加フルトキハ是等ノ整正角ハ更ニ邊等式ヲ滿足スルヲ要ス. 今是等ノ整正角ヲ M_1', M_2',...... 等トシ, 其ノ更正角ヲ v_1', v_2'...... トスレバ

$$(7)\quad \frac{\sin(M_1'+v_1')}{\sin(M_2'+v_2')}\cdot\frac{\sin(M_3'+v_3')}{\sin(M_4'+v_4')}\,\frac{\sin(M_5'+v_5')}{\sin(M_6'+v_6')}\,\frac{\sin(M_7'+v_7')}{\sin(M_8'+v_8')}=1$$

或ハ 199, (7)及(8)ニ於ケルガ如ク, d_1, d_2, ... ヲ表差トシ且ツ

$$(8)\quad w_4=\log\sin M_1'+\log\sin M_3'+\log\sin M_5'+\log\sin M_7' -(\log\sin M_2'+\log\sin M_4'+\log\sin M_6'+\log\sin M_8')$$

トセバ

$$(9)\quad d_1v_1'+d_2v_2'+d_3v_3'+d_4v_4'+d_5v_5'+d_6v_6'+d_7v_7'+d_8v_8' +w_4=0.$$

然ルニ

$$(10)\quad [v'v']-2K(d_1v_1'+d_2v_2'+\ldots\ldots+d_8v_8'+w_4)=\text{最小}$$

故ニ

(11) $v_1'=d_1K,\quad v_2'=d_2K,\ \ldots\ldots$

之ヲ(9)ニ代用スレバ

(12) $[dd]K+w_4=0$

之ヨリ

(13) $K=-\dfrac{w_4}{[dd]}$

故ニ

$$v_1'=-\frac{d_1}{[dd]}w_4,\quad v_2'=-\frac{d_2}{[dd]}w_4,\ldots\ldots \qquad [199]$$

若シ又邊等式(9)ノ $d_1, d_2, \ldots\ldots d_8$ ガ凡ベテ1ニ等シト假定スルトキハ

$$\left.\begin{aligned} v_1'=v_3'=v_5'=v_7'&=-\frac{1}{8}w_4 \\ v_2=v_4'=v_6'=v_8'&=+\frac{1}{8}w_4 \end{aligned}\right\} \qquad [200]$$

以上ノ方法ニ依リ近似的ニ角ノ大サヲ見出スコトヲ得. 且ツ此ノ最後ノ方法ハ角等式ヲ妨ゲザルノ利アリ. 然レドモ何レニシテモ是等近似的整正ノ結果ハ屢々嚴密ナル方法ニ依リテ見出サレタルモノト頗ル異ナルコト尠ナカラズ.

例 54. 例53ニ於テ角等式ニヨリ更正角ヲ見出シ, 更ニ邊等式ヨリ起ル更正ヲ $v_1', v_2', \ldots\ldots v_8'$ トシテ **199** (10)ノ如ク條件等式ヲ擧グレバ次ノ如シ.

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} &v_1'+v_2'+v_3'+v_4'=0 \\ &v_3'+v_4'+v_5'+v_6'=0 \\ &v_5'+v_6'+v_7'+v_8'=0 \\ &d_1v_1'+d_2v'\ldots\ldots+d_8v_8'+w_4'=0 \end{aligned}\right.$$

今是等ノ諸更正ハ次ノ如ク記スコトヲ得.

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} &v_1'=+v+v' && v_5'=+v+v''' \\ &v_2'=+v-v' && v_6'=-v-v''' \\ &v_3'=-v+v'' && v_7'=-v+v'''' \\ &v_4'=-v-v'' && v_8'=-v-v'''' \end{aligned}\right.$$

之ヲ(1)ニ代用スレバ初ノ三ノ條件等式ハ凡テ0トナルヲ以テ單ニ一ノ條件等式トナル.

$$(3)\quad \begin{aligned} &(d_1+d_2+d_5+d_6-d_3-d_4-d_7-d_8)v+(d_1-d_2)v' \\ &+(d_3-d_4)v''+(d_5-d_6)v'''+(d_7-d_8)v''''+w_4'=0. \end{aligned}$$

并ニ

(4) $(v+v')^2+(v-v')^2+(-v+v'')^2+(-v-v'')^2+\ldots=$最小.

故ニ不定係數等式ハ次ノ如シ

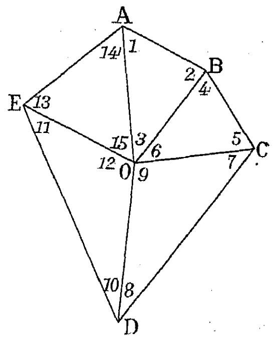
$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} (d_1+d_2+d_5+d_6-d_3-d_4-d_7+d_8)K&=4v \\ (d_1-d_2)K&=v' \\ (d_3-d_4)K&=v'' \\ (d_5-d_6)K&=v''' \\ (d_7-d_8)K&=v'''' \end{aligned}\right.$$

(5)ヲ條件等式(3)ニ代用スレバ

$$(6)\qquad K\left\{\frac{1}{4}(d_1+d_2+d_5+d_6-d_3-d_4-d_7-d_8)^2+(d_1-d_2)^2\right.$$
$$\left.+(d_3-d_4)^2+(d_5-d_6)^2+(d_7-d_8)^2\right\}+w_4'=0.$$

此ヨリKヲ見出スコトヲ得ベク,從テv, v', v''等ヲ得ベク,最後ニ$v_1', v_2'......v_8'$ヲ見出スコトヲ得.

第二百十八圖



200. 有心多邊形ノ整正.

第二百十八圖ニ示スガ如ク,中央ニ一ノ測點0ヲ有スル多邊形ノ各點ニ於テ測角ヲ爲シタル場合ニ其ノ局所等式又ハ地平等式ハ次ノ如シ.

$$(1)\qquad v_3+v_6+v_9+v_{12}+v_{15}+w_1=0$$

此ニMヲ一般ニ實測角トスレバ

$$(2)\qquad w_1=M_3+M_6+M_9+M_{12}+M_{15}-360°.$$

又其ノ角等式ハ

$$(2)\qquad \begin{cases} v_1+v_2+v_3+w_2=0 & w_2=M_1+M_2+M_3-180° \\ v_4+v_5+v_6+w_3=0 & w_3=M_4+M_5+M_6-180° \\ \cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots \\ v_{13}+v_{14}+v_{15}+w_6=0 & w_6=M_{13}+M_{14}+M_{15}-180° \end{cases}$$

ニシテ其ノ邊等式ハ

$$(3)\qquad d_1v_1+d_2v_2+d_4v_4+d_5v_5+\ldots\ldots+d_{14}v_{14}+w=0.$$

此ニ $w=\log\sin M_2+\log\sin M_5+\ldots\ldots+\log\sin M_{14}$
$-(\log\sin M_1+\log\sin M_4+\ldots\ldots+\log\sin M_{13})$

最モ嚴正ナル整正ハ(1),(2),(3)ノ諸式ヲ同時ニ解クニ在レドモ198ニ依リ先ヅ(2)ノ整正ヲ行ヒ,次ニ(1)及(3)ニ及ストキハ稍々簡單ニ整正ヲ行フヲ得. 卽チ先ヅ(2)ヲ整正シテ得タルvノ價ヲ夫々$(v_1), (v_2)$......トシ,(1)及(3)ヨリ來ルベキ更正ヲ夫々(1), (2),......トセバ

$$(4)\qquad \begin{cases} v_1=(v_1)+(1) \\ v_2=(v_2)+(2) \\ \cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

(4)ヲ(3), (2)及(1)ニ代用セバ

$$(5)\qquad \begin{cases} d_1(1)+d_2(2)+\ldots\ldots+d_{14}(14)+w'=0 \\ (3)+(6)+(9)+(12)+(15)+w_1'=0 \\ (1)+(2)+(3)=0 \\ (4)+(5)+(6)=0 \\ \cdots\cdots\cdots \\ (13)+(14)+(15)=0 \end{cases}$$

此ニ $w'=d_1(v_1)+d_2(v_2)+\ldots\ldots+d_{14}(v_{14})+w$

及 $w_1'=(v_3)+(v_6)+(v_9)+(v_{12})+(v_{15})+w_1$

次ニ $K_1, K_2,\ldots\ldots K_7$ヲ不定係數トセバ

$$
(6)\left\{\begin{aligned}
&(1)^2+(2)^2+\ldots(15)^2-2K_1\{d_1(1)+d_2(2)+\ldots+d_1(14)+w'\}\\
&\quad-2K_2\{(3)+(6)+(9)+(12)+(15)+w_1'\}\\
&\quad-2K_3\{(1)+(2)+(3)\}\\
&\quad-2K_4\{(4)+(5)+(6)\}\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\quad-2K_7\{(13)+(14)+(15)\}=\Omega
\end{aligned}\right.
$$

トシテ,Ωハ最小ナルヲ要ス. 故ニ

$$
(7)\left\{\begin{array}{ll}
\dfrac{\partial\Omega}{\partial(1)}=0 & (1)-(d_1K_1+K_3)=0\\
\dfrac{\partial\Omega}{\partial(2)}=0 & (2)-(d_2K_1+K_3)=0\\
\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}\right.
$$

此ヨリ

$$
(8)\left\{\begin{array}{lll}
(1)=d_1K_1+K_3 & (6)=K_2+K_4 & (11)=d_{11}K_1+K_6\\
(2)=d_2K_1+K_3 & (7)=d_7K_1+K_5 & (12)=K_2+K_6\\
(3)=K_2+K_3 & (8)=d_8K_1+K_5 & (13)=d_{13}K_1+K_7\\
(4)=d_4K_1+K_4 & (9)=K_2+K_5 & (14)=d_{14}K_1+K_7\\
(5)=d_5K_1+K_4 & (10)=d_{10}K_1+K_6 & (15)=K_2+K_7
\end{array}\right.
$$

(5)式中角等式ニ(8)ヲ代用スレバ

$$
(9)\left\{\begin{aligned}
&(d_1+d_2)K_1+K_2+3K_3=0\\
&(d_4+d_5)K_1+K_2+3K_4=0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(d_{13}+d_{14})K_1+K_2+3K_7=0
\end{aligned}\right.
$$

故ニ(9)ヨリ

$$
(10)\left\{\begin{aligned}
&K_3=-\frac{1}{3}\{(d_1+d_2)K_1+K_2\}\\
&K_4=-\frac{1}{3}\{(d_4+d_5)K_1+K_2\}\\
&\ldots\ldots\ \ldots\ldots\\
&K_7=-\frac{1}{3}\{(d_{13}+d_{14})K_1+K_2\}
\end{aligned}\right.
$$

故ニ(10)ヲ(8)ニ代用スレバ

$$
\left.\begin{aligned}
&(1)=+\frac{1}{3}(2d_1-d_2)K_1-\frac{1}{3}K_2\\
&(2)=+\frac{1}{3}(2d_2-d_1)K_1-\frac{1}{3}K_2\\
&(3)=-\frac{1}{3}(d_1+d_2)K_1+\frac{2}{3}K_2\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\}\qquad[201]
$$

[201]ヲ條件等式(5)中,邊等式及地平等式ニ代用スレバ次ノ正等式ヲ得;此ニ$[dd]$及$[d]$ニハd_{3n}ヲ含マズ.

$$
\left.\begin{aligned}
2\{[dd]-d_1d_2-d_4d_5-\ldots\ldots\}K_1-[d]K_2+3w'=0\\
-[d]K_1+10K_2+3w_1'=0
\end{aligned}\right\}\qquad[202]
$$

[202]ヨリK_1, K_2ノ値ヲ見出スコトヲ得ベク,從テ[201]ヨリ(1),(2),(3)……等ノ値ヲ見出シ,更ニ(4)ヨリv_1, v_2,……等ヲ知ルコトヲ得.

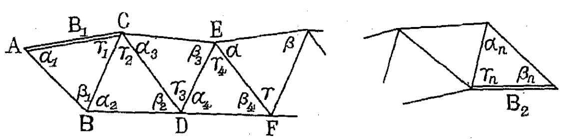
201. 二ノ基線間三角網諸角ノ更正. 一般ニ三角測量ニハ少クモ始基線及檢基線ヲ三角網ノ前後適當ノ所ニ設ケ,其ノ間ノ測角ノ精否ヲ檢スベキモノトス. 而シテ三角網ノ長キモノハ勿論更ニ多クノ

基線ヲ測定スルヲ要ス.

更正ヲ行ヒタル諸角ヲ用ヒ絶對法(203參照)ニ依リテ第一ノ基線ヨリ順次ニ三角形ノ諸邊ヲ計算シ第二ノ基線ニ至リ,此ニ計算ト實測ノ長サトヲ比較シテ其ノ差ガ容差ヨリ大ナラバ卽チ此ノ三角測量ノ不正確ヲ證スルモノニシテ,更ニ測量ヲ繰返スカ又ハ誤差ノ根原ヲ調査シテ之ヲ除カザルベカラズ. 然レドモ若シ其ノ差ガ容差以內ナラバ卽チ是等二ノ基線ヲ一定不動ノ長サトシテ次ニ述ブルガ如ク其ノ間ノ三角網諸角ノ更正ヲ行ハザルベカラズ.

容差ハ三角測量ノ目的及規模ニ依リテ大小同ジカラザレドモ,稍精密ナル測量ニ至リテハ十萬分一以內ナルベク,小規模ノモノニテモ一萬分一乃至五千分一ヲ越エザルヲ良シトス. 卽チ 100 米ノ基線ニ對シ實測及計算ノ差 1 糎乃至 2 糎以內ナルベシ.

第二百十九圖



第二百十九圖ニ於テ,B_1及B_2ヲ二ノ實測基線トシ,一般ニαヲ求ムル所ノ邊ニ對スル角,βヲ既知邊ニ對スル角トセバ,

(1)　$\log BC=\log B_1+\log\sin\alpha_1-\log\sin\beta_1$

(2)　$\log CD=\log BC+\log\sin\alpha_2-\log\sin\beta_2$

故ニ(2)及(1)ヨリ

(3)　$\log CD=\log B_1+\log\sin\alpha_1+\log\sin\alpha_2-\log\sin\beta_1-\log\sin\beta_2$

順次之ヲ繰返ストキハ

(4)　$\log B_2=\log B_1+\Sigma\log\sin\alpha-\Sigma\log\sin\beta.$

今基線ハ誤差ナキモノトシ,$\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots\alpha_n$ノ更正角ヲ夫々 $v_1', v_2, \ldots\ldots v_n'$; $\beta_1, \beta_2, \ldots\ldots\beta_n$ ノ更正角ヲ夫々 $v_1'', v_2''\ldots\ldots v_n''$, 且ツ前者ノ對數正弦ノ表差ヲ $a_1, a_2, \ldots\ldots a_n$, 後者ノ對數正弦ノ表差ヲ $b_1, b_2, \ldots\ldots b_n$ トセバ,一般ニ

(5)　$$\begin{cases}\log\sin(\alpha+v')=\log\sin\alpha+av'\\ \log\sin(\beta+v'')=\log\sin\beta+bv''\end{cases}$$

(5)ヲ(4)ニ代用スレバ

(6)　$\log B_2=\log B_1+\Sigma\log\sin\alpha-\Sigma\log\sin\beta+\Sigma(av')-\Sigma(bv'')$

若シ

(7)　$\log B_1-\log B_2+\Sigma\log\sin\alpha-\Sigma\log\sin\beta=w$

トセバ,(6)ハ

(8)　$\Sigma(av')-\Sigma(bv'')+w=0$

トナル. 是レ此ノ三角網ニ對スル長サノ條件等式ナリ. 此ノ(8)式ニ n 三角形ノ角等式ヲ合セテ同時解法ヲ施セバ更正角 v ヲ見出スヲ得.

今各三角形ノ二角α, βヲ除キ他ノ一角ヲγトシ,

$\gamma_1, \gamma_2, \ldots\ldots\gamma_n$ ノ更正角ヲ夫々 $v_1''', v_2''', \ldots\ldots v_n'''$ トセバ各三角形ハ既ニ圖形條件ノ更正ヲ經タルヲ以テ,

$$(9)\quad \begin{cases} v_1'+v_1''+v_1'''=0 \\ v_2'+v_2''+v_2'''=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ v_n'+v_n''+v_n'''=0 \end{cases}$$

故ニ $K, K_1, K_2, \ldots\ldots K_n$ ヲ不定係數トセバ

$$\begin{aligned}\Omega=[vv]-2K\left\{\Sigma(av')-\Sigma(bv'')+w\right\} \\ -2K_1(v_1'+v_1''+v_1''') \\ -2K_2(v_2'+v_2''+v_2''') \\ \cdots\cdots\cdots \\ -2K_n(v_n'+v_n''+v_n''').\end{aligned}$$

ガ最小ナルヲ要ス. 從テ

$$(10)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_1'}=0, \quad \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_1''}=0, \quad \dfrac{\partial\Omega}{\partial v_1'''}=0. \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

故ニ

$$(11)\quad \begin{cases} v_1'=a_1K+K_1 \quad v_1''=-b_1K+K_1 \quad v_1'''=K_1 \\ v_2'=a_2K+K_2 \quad v_2''=-b_2K+K_2 \quad v_2'''=K_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ v_n'=a_nK+K_n \quad v_n''=-b_nK+K_n \quad v_n'''=K_n \end{cases}$$

(11) ヲ (8) 及 (9) ニ代用スレバ次ノ不定係數等式ヲ得.

$$(12)\quad \left\{[aa]+[bb]\right\}K+(a_1-b_1)K_1+(a_2-b_2)K_2+\ldots\ldots +(a_n-b_n)K_n+w=0.$$

$$(13)\quad \begin{cases} (a_1-b_1)K+3K_1=0 \\ (a_2-b_2)K+3K_2=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ (a_n-b_n)K+3K_n=0 \end{cases}$$

(13)ヨリ

$$(14)\quad \begin{cases} K_1=-\dfrac{1}{3}(a_1-b_1)K \\ K_2=-\dfrac{1}{3}(a_2-b_2)K \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ K_n=-\dfrac{1}{3}(a_n-b_n)K \end{cases}$$

(14)ヲ邊等式(12)ニ代用スレバ

$$(15)\quad \frac{2}{3}\left\{[aa]+[bb]+[ab]\right\}K+w=0$$

又ハ

$$(16)\quad K=-\frac{3}{2}w\left\{[aa]+[bb]+[ab]\right\}^{-1}$$

今若シ

$$(17)\quad \frac{w}{2}\left\{[aa]+[bb]+[ab]\right\}^{-1}=\tau$$

トセバ

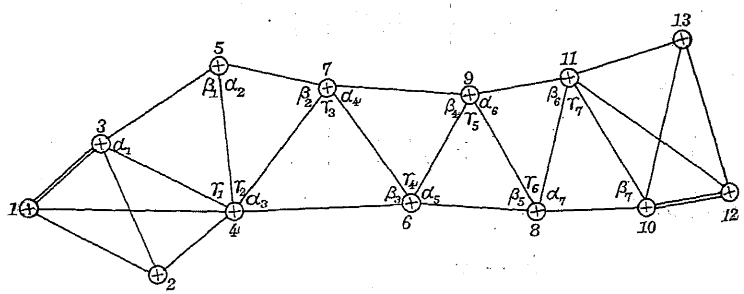
$$\left.\begin{aligned} K&=-3\tau \\ K_1&=(a_1-b_1)\tau \\ K_2&=(a_2-b_2)\tau \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ K_n&=(a_n-b_n)\tau \end{aligned}\right\} \qquad [203]$$

從テ[203]ヲ(11)ニ代用シテ各更正角ヲ見出スコトヲ得.

$$\left.\begin{aligned}
v_1' &= -(2a_1+b_1)\tau \\
v_1'' &= (a_1+2b_1)\tau \\
v_1''' &= (-a_1+b_1)\tau = -(v_1'+v_1'') \\
v_2' &= -(2a_2+b_2)\tau \\
v_2'' &= (a_2+2b_2)\tau \\
v_2''' &= (-a_2+b_2)\tau = -(v_2'+v_2'') \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
v_n' &= -(2a_n+b_n)\tau \\
v_n'' &= (a_n+2b_n)\tau \\
v_n''' &= (-a_n+b_n)\tau = -(v_n'+v_n'')
\end{aligned}\right\} \quad [204]$$

例 55. 第二百二十圖ハ九州帝國大學工科大學土

第二百二十圖



木工學科第一年生ガ明治四十五年三月筑後川下流ニ於テ爲シヽ河川測量實習中ノ三角網ナリ. 基線1−3ノ長サハ 13137,24 粴ニシテ, 10−12ハ 11348,72

粴ヲ得タリ. 兩端ニ於テハ四邊形ノ整正ヲ行ヒタルヲ以テ,此ヨリ計算シタル邊3−4及10−11ノ長サハ共ニ誤差ナキモノト考フルコトヲ得. 各三角形ハ圖形條件ニ適スル樣整正ヲ行ヒタルモノニシテ,檢基線ニ於ケル實測計算ノ差ハ使用セル器械ト利用セシ時日ヨリ定メタル容差ノ內ニ在リキ. 而シテ各三角形ニ於テ整正セラレタル角ノ大ハ次ノ如シ.

No.	α	β	γ
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
1	60 44 55,3	62 09 51,6	57 05 13,1
2	72 40 08,5	64 45 12,7	42 34 38,8
3	50 22 22,8	57 43 07,4	71 54 29,8
4	51 24 18,9	64 24 06,4	64 11 34,7
5	63 28 23,6	57 24 48,6	59 06 47,8
6	70 17 50,0	65 25 27,5	44 16 42,5
7	73 40 13,6	62 20 03,2	43 59 43,2

今兩四邊形ヨリ見出シタル3−4及10−11ノ邊長ノ對數ハ次ノ如シ.

$$log(\ 3-\ 4)=6{,}325\,8038$$

$$log(10-11)=6{,}316\,8111$$

然ルニ $\quad \Sigma\, log\, sin\, \alpha = 69{,}607\,7688-70$

$$\Sigma\, log\, sin\, \beta = 69{,}616\,8701-70$$

故ニ $\quad log(3-4)+\Sigma\, log\, sin\,\alpha-\Sigma\, log\, sin\,\beta=6{,}316\,7025$

$$w=6{,}316\,7025-log(10-11)$$
$$=-0{,}000\,1086$$

次ニα及βノ對數正弦ノ一秒ニ對スル表差(10^{-7}ヲ單位トス)及其ノ自乘等ヲ示セバ次ノ如シ.

No.	a	b	aa	bb	ab
1	11,7	11,1	136,89	123,21	129,89
2	6,6	9,9	43,56	98,01	65,34
3	17,5	13,3	306,25	176,89	231,00
4	16,8	10,1	282,24	102,01	169,68
5	10,6	13,5	112,36	182,25	143,10
6	7,5	9,6	56,25	92,16	72,00
7	6,2	11,1	38,44	123,21	68,82
			975,99	897,74	879,81

故ニ $[aa]+[bb]+[ab]=2753{,}54.10^{-14}$ ナルガ故ニ,(17)ヨリ

$$\tau=-\frac{1}{2}\cdot\frac{1086}{2753{,}54}\cdot10^{7}=-0{,}394.10^{7}.$$

從テ[204]ヨリα,β,γ,ノ各更正角ヲ見出ストキハ次ノ如シ.

No.	α	β	γ
1	$v_1'=+6{,}8''$	$v_1''=-6{,}7''$	$v_1'''=-0{,}1''$
2	$v_1'=+4{,}6$	$v_2''=-5{,}2$	$v_2'''=+0{,}6$
3	$v_3'=+9{,}5$	$v_3''=-8{,}7$	$v_3'''=-0{,}8$
4	$v_4'=+8{,}6$	$v_4''=-7{,}3$	$v_4'''=-1{,}3$

No.	α	β	γ
5	$v_5'=+6{,}8''$	$v_5''=-7{,}4''$	$v_5'''=+0{,}6''$
6	$v_6'=+4{,}8$	$v_6''=-5{,}3$	$v_6'''=+0{,}5$
7	$v_7'=+4{,}6$	$v_7''=-5{,}6$	$v_7'''=+1{,}0$

斯クシテ(8)ヨリ

$$\Sigma(av')-\Sigma(bv'')+w=13.10^{-7}\doteqdot0$$

而シテ最後ノ整正角ハ次ノ如シ.

No.	α	β	γ
1	60° 45′ 02,1″	62° 09′ 44,9″	57° 05′ 13,0″
2	72 40 13,1	64 45 07,5	42 34 39,4
3	50 22 32,3	57 42 58,7	71 54 29,0
4	51 24 27,5	64 23 59,1	64 11 33,4
5	63 28 30,4	57 24 41,2	59 06 48,4
6	70 17 54,8	65 25 22,2	44 16 43,0
7	73 40 18,2	62 19 57,6	43 59 44,2

第七節　三角網ノ邊長

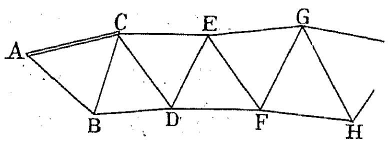
202. 三角形邊長ノ計算. 野業既ニ終リテ基線及三角網各角ノ測定成リ,測定基線ノ更正及實測角ノ整正亦全ク終レバ,次ニ始基線ヨリ順次三角網ノ邊長ヲ計算セザルベカラズ.

三角形ノ邊長ヲ見出スノ法二アリ. **絶對法**及**縱横距法**是ナリ. 絶對法ハ對數正弦ヲ用ヒテ順次ニ

邊長ヲ計算スルモノニシテ,三角網ノ長サガ小ナルトキハ此法ニテ充分ナレドモ,其ノ長キ場合ニハ一定若クハ假定ノ縱軸及横軸ニ依リテ測點ノ縱距及横距ヲ計算スルトキハ測點ノ製圖上便利ナルノミナラズ,眞子午線ノ方向ガ測定セラレタル場合ニ殊ニ都合良キモノトス.

203. 絕對法. 第二百二十一圖ニ示スガ如ク,一ノ三角網 $ABCDE......$ ニ於テ AC ヲ更正基線トシ, $\angle ACB$, $\angle ABC$ 等ヲ更正ヲ施シタル整正角トスレバ, ΔABC ニ於テ

第二百二十一圖



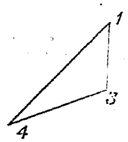
$$\text{(1)} \qquad \frac{AB}{AC} = \frac{\sin \angle ACB}{\sin \angle ABC}$$

故ニ兩節ノ對數ヲ取リテ

$$\log AB = \log AC + \log\sin \angle ACB - \log\sin \angle ABC \qquad [205]$$

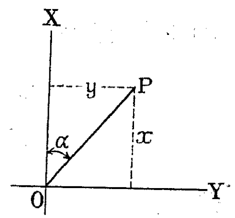
之ヲ順次ニ反覆スルトキハ他ノ邊長ヲ見出スコトヲ得ベシ. 次表ハ卽チ此ノ計算法ノ一例ヲ示ス. 此ニ求ムル邊ノ對數ハ[205]ノ右節ヲ表ハス

三角網邊長ノ計算　　　計算者

三角形	更正角					既知邊			求所邊			摘要
	角名	角ノ大サ °	′	″	Logsin	邊名	長サ	log	log	長サ	邊名	
	134	109	57	52,8	9,973 0832	13	4335,2892	3,637 0181				
	143	24	81	50,8	9,621 0052			+9,973 0832				
								13,610 1013				
								−9,621 0052				
								3,989 0961	3,989 0961	9752,054	14	

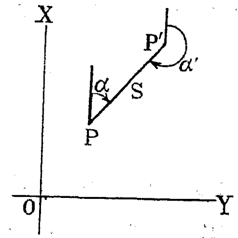
204. 縱横距法. 眞子午線磁子午線又ハ其ノ他ノ假定ノ方向ヲ縱軸トシ,之ニ直角ナル他ノ一方向ヲ横軸トセバ,第二百二十二圖ニ示スガ如ク,其ノ平面上ノ一點 P ノ位置ハ其ノ縱距 x 及横距 y ニ依リテ定マル. 而シテ原點 O ト P トヲ結付ケタル OP ガ縱軸トナス角 α ハ卽チ方向角ナリ.

第二百二十二圖



又第二百二十三圖ニ示スガ如ク,一點 P ヨリ他ノ一點 P' ニ至ル直線ノ方向角トハ P ヨリ縱軸ニ平行ニ引ケル直線ヨリ PP' ニ測リタル角 α ニシテ P' ヨリ P ニ至ル直線ノ方向角ハ

第二百二十三圖



α' ナリ. 此間ノ角ヲ夫々 (PP'), $(P'P)$ ヲ以テ表セバ

$$(PP')=\alpha, \qquad (P'P)=\alpha'$$

ニシテ且ツ

$$(P'P)=(PP')\pm180^\circ \qquad [206]$$

又 P 點ノ横距及縱距ヲ夫々 y, x トシ, P' 點ノヲ y', x' トシ, PP' ノ長サヲ s トセバ

$$\left.\begin{aligned} y'-y&=s\sin\alpha \\ x'-x&=s\cos\alpha \end{aligned}\right\} \qquad [207]$$

又ハ

$$\left.\begin{aligned} y'-y&=PP'\sin(PP') \\ x'-x&=PP'\cos(PP') \end{aligned}\right\} \qquad [207']$$

若シ又 P' ヨリ P ヲ知ラントスルトキハ, [207] 及 [207'] ト同様ニ

$$\left.\begin{aligned} y-y'&=s\sin\alpha' \\ x-x'&=s\cos\alpha' \end{aligned}\right\} \qquad [207'']$$

又ハ

$$\left.\begin{aligned} y-y'&=P'P\sin(P'P) \\ x-x'&=P'P\cos(P'P) \end{aligned}\right\} \qquad [207''']$$

PP' 又ハ $P'P$ ノ長サ s ハ

$$\left.\begin{aligned} s&=\sqrt{(y'-y)^2+(x'-x)^2} \\ &=\sqrt{(y-y')^2+(x-x')^2} \end{aligned}\right\} \qquad [208]$$

例 56. AB 間ノ距離 $s=1851{,}02$ 米, A 點ノ位置 $y=-15266{,}91$ 米, $x=+95002{,}25$ 米, A ヨリ B ニ對スル角 $\alpha=160^\circ46'46''$ ナルトキ B 點ノ位置 y' 及 x' ヲ求ム.

$\log s$	3,267 411		$\log s$	3,267 411
$\log\sin\alpha$	9,517 467		$\log\cos\alpha$	9,975 091
$\log s\sin\alpha$	2,784 878		$\log s\cos\alpha$	3,242 502

$s\sin\alpha=+609{,}37 \qquad s\cos\alpha=-1747{,}84$

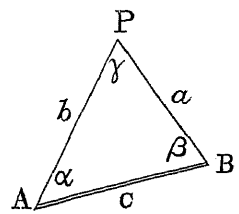
故ニ

$$\begin{aligned} y&=-15\,266{,}91 & x&=+95\,002{,}25 \\ y'&=-14\,657{,}54\text{ 米} & x'&=+93\,254{,}41\text{ 米} \end{aligned}$$

205. 縱横距法ニ依ル三角形. 三角形ノ二點 A 及 B ノ位置 x', y' 及 x'', y'' 並ニ三ノ角 α, β, γ 或ハ少クトモ二角ガ與ヘラレ,第三ノ點 P ノ位置 x 及 y ヲ求ム.

第二百二十四圖ニ示セル三角形 ABP ニ於テ, AB ヲ基線,三ノ角ヲ α, β 及 γ トセバ $\alpha+\beta+\gamma$ ノ和ハ 180° ニ等シカルベク,若シ相等シカラザルトキハ其差ノ $\frac{1}{3}$ ヲ各角ニ配シテ測角ヲ更正スベシ. 今 AB ト x ノ正方向ト爲ス角ヲ (AB) ヲ以テ表セバ

第二百二十四圖



$$\tan(AB)=\frac{y''-y'}{x''-x'} \qquad [209]$$

及 $$AB=c=\frac{y''-y'}{sin\,(AB)}=\frac{x''-x'}{cos\,(AB)} \qquad [210]$$

從テ又
$$\left.\begin{aligned} AP=b&=\frac{c}{sin\,\gamma}sin\,\beta \\ BP=a&=\frac{c}{sin\,\gamma}sin\,\alpha \end{aligned}\right\} \qquad [211]$$

AP 及 BP ガ x' ノ正方向ト爲ス角ヲ夫々 (AP) 及 (BP) トスレバ

$$\left.\begin{aligned} (AP)&=(AB)-\alpha \\ (BP)&=(BA)+\beta \\ &=(AB)\pm180°+\beta \end{aligned}\right\} \qquad [212]$$

A 點ヨリ
$$\left.\begin{aligned} y&=y'+AP\,sin\,(AP) \\ x&=x'+AP\,cos\,(AP) \end{aligned}\right\} \qquad [213]$$

B 點ヨリ
$$\left.\begin{aligned} y&=y''+BP\,sin(BP) \\ x&=x''+BP\,cos\,(BP) \end{aligned}\right\} \qquad [214]$$

例 57. 一ノ三角形 ABC ノ A 及 B ノ位置ハ

$$y'=-6581{,}55^{m} \qquad x'=+35475{,}06^{m}$$
$$y''=-4519{,}74 \qquad x''=+36156{,}78$$

ニシテ且ツ三角ノ測定セラレタルモノ

$$(\alpha)=40°27'23''$$
$$(\beta)=68\ 56\ 25$$
$$(\gamma)=70\ 36\ 24$$

ヲ得タリ. C 點ノ位置ヲ求ム.

測定角	調整角
$(\alpha)=40°27'23''$	$\alpha=40°27'19''$
$(\beta)=68\ 56\ 25$	$\beta=68\ 56\ 21$
$(\gamma)=70\ 36\ 24$	$\gamma=70\ 36\ 20$
$180°00'12''$	$180°00'00''$

又

$$\begin{aligned} &B\ 點 & y''&=-4519{,}74^{m} & x''&=+36156{,}78^{m} \\ &A\ 點 & y'&=-6581{,}55 & x'&=+35475{,}06 \\ && y''-y'&=+2061{,}81 & x''-x'&=+\ \ 681{,}72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} log\,(y''-y')&=3{,}314\ 249 & (AB)&=71°42'14'' \\ log\,(x''-x')&=2{,}833\ 606 & -\alpha&=40\ 27\ 19 \\ log\,tan\,(AB)&=0{,}480\ 643 & (AP)&=31°14'55'' \\ (AB)&=71°42'14'' && \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (BA)&=\ \ 251°42'14'' \\ +\beta&=+\ \ 68\ 56\ 21 \\ (BP)&=\ \ 320°38'35'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} log\,(y''-y')&=3{,}314\ 249 & & \\ log\,sin(AB)&=9{,}977\ 471 & & \\ log\,AB&=3{,}336\ 778 & log\,(x''-x')&=2{,}833\ 606 \\ log\,sin\,\gamma&=9{,}974\ 629 & log\,cos\,(AB)&=9{,}496\ 828 \\ log\,(AB:sin\,\gamma)&=3{,}362\ 149 & log\,AB&=3{,}336\ 778 \end{aligned}$$

測 定 角

$log\,(AB:sin\,\gamma)$	3,362 149
$log\,sin\,\beta$	9,969 975
$log\,AP$	3,332 124

$log\,AP$	3,332 124	$log\,AP$	3,332 124
$log\,sin\,(AP)$	9,714 960	$log\,cos\,(AP)$	9,931 928
$AP\,sin\,(AP)$	3,047 084	$AP\,cos\,(AP)$	3,264 052
	+1114,51		+ 1836,76
	$A: y'=-6581{,}55$		$x'=+35475{,}06$
	$C: y=-5467{,}04$		$x=+37311{,}82$

調 整 角

$log\,(AB:sin\,\gamma)$	3,362 149
$log\,cos\,\alpha$	9,812 147
$log\,BP$	3,174 296

$log\,BP$	3,174 296	$log\,BP$	3,174 296
$log\,sin\,(BP)$	9,802 192	$log\,cos\,(BP)$	9,888 298
$BP\,sin\,(BP)$	2,976 488	$BP\,cos\,(BP)$	3,062 594
	− 947,30		+ 1155,03
	$B: y''=-4519{,}74$		$x''=+36156{,}78$
	$C: y=-5467{,}04$		$x=+37311{,}81$

故ニ C 點ハ $y=-5467{,}04$ 米 $x=+37311{,}81$ 米トス.

206. 我國陸地測量部ノ地圖ト三角測量. 我國陸地測量部ニ於テ作ラルヽ地圖ハ總ベテ多面體投影式ニ依ルモノニシテ,其主ナルモノニ三種アリ. 縮尺二萬五千分一ノ地圖ハ經度7′30″緯度5′ヲ含ム切圖ニシテ大凡市ト名ケラルヽ地方ハ此地圖ヲ有ス. 縮尺五萬分一ノ地圖ハ經度15′緯度10′ヲ含ミ,全國至ル所此地圖ヲ有ス. 又縮尺二十萬分一ノ地圖ハ經度1°緯度40′ヲ含ミ,所謂帝國圖ナルモノ是ナリ. 以上三種ノ外ニ所ニ依リテハ一萬分一,五十萬分一及百萬分一等ノ地圖ヲ有ス. 以上ノ地圖ハ先ヅ**三角測量**ニ依リテ必要ナル地點ナル三角點ノ位置卽チ其經度及緯度ヲ定メ,更ニ**水準測量**又ハ**高低測量**ニ依リテ主要道路上ノ地點卽チ水準點又ハ準據點及三角點ノ眞高卽チ基準面ヨリ高サヲ測定ス. 基準面ニハ所謂中等海水面ヲ用ヒ,是等三角點及水準點ヲ基準トシテ**地形測量**ヲ行ヒ地形原圖ヲ作リ最後ニ之ヲ印刷ス.

三角點ハ一般ニ一等二等及三等トシ,場所ニ依リテ四等及五等ヲ設クルコトアリ. 而シテ先ヅ平坦開濶ナル地域ニ約4粁ノ直線ヲ撰定シテ之ヲ**基線**トナシ,兩端ニハ嚴密ニシテ精密ナル構造ヲ用ヒテ特種ノ覘標ヲ作リ,精密ナル方法ニ依ッテ兩端ノ三

角點間ノ距離ヲ測定ス. **基線測量**是ナリ. 我國ニ於テハ北ハ樺太ヨリ南ハ臺灣ニ亘リ十九ノ基線ヲ有ス. 測定ニ用フルにっける鋼卽チあんゔぁーるノ針金又ハ卷尺ハ長サ25米ニシテ原器ト比較シタルモノトシ其測定ノ精度ハ百萬分一以下トス. 基線定レバ逐次之ヲ擴大シテ約45粁トナレバ之ヲ底邊トシテ略等邊三角形トナル樣ニ且ツ視通シノ出來ル一等三角點ヲ撰定シ,其集團ガ200乃至250粁ニ延ビ,凡ソ3萬方粁ノ地域ヲ掩ヒ第二ノ基線ニ連絡セシム. 三角網是ナリ. 三角網ノ各點ノ位置ガ定マレバ此ニ觀測ノ目標トナル樣ニ所謂測標ヲ建テ,測角ヲ行フ. **一等三角ノ測角ニ用フル器械ハ望遠鏡ノ擴度35又ハ54倍,角度ノ最小値0″.2ニシテ附屬水準器ノ感度ヲ表ハス所ノ角度ハ4″乃至5″ナリ.** 測角終レバ順次ニ各點ノ經緯度及其他ノ算定ヲ行ヒ,且ツ平均調整ヲ了ス. 斯クシテ一個ノ一等三角網ヲ完成スルモノニシテ,千島ト臺灣ノ間ニ此種ノ一等三角網19個ヲ有ス.

一等三角網內ニハ一等三角補點ヲ設ケ,次テ二等三角點三等三角點等順次ニ撰點ヲ行ヒ,建標觀測ヲ續行スルコト略ボ一等三角點ニ同ジ. 但シ一等三角補點ノ平均距離ハ25粁,二等三角點ハ8粁,三等三

角點ハ 4 糎ヲ標準トスルコト前ニ述ベタルガ如シ.

二等三角ニ用フル器械ノ最小測角ハ 1,″0, 三等三角ニ於テハ 2,″0 トス. 是等三角點ノ測量ノ精度ハ次ノ如シ.

第四十二表 三角點測量精度表

三角點ノ等級	邊ノ長サ	角ノ値	平面三角縱横線	經緯度
一等三角點	對數八位	秒ノ小數三位	米ノ小數三位	秒ノ小數四位
一等三角補點 二等三角點	同 七位	同 二位		
三等三角點	同 六位	同 一位	同 二位	同 三位