

## 第二編

### 鐵筋コンクリート部材の力學

# 第一章

## 總論

### § 56. 總說

總て構造物の力學的計算の目的が、該構造物の破壊に對する安全度を驗するため、或は破壊に對して充分な安全度を有する構造物を設計するためであるとすれば、荷重に依つて構造物中に生ずる實際の應力の値を充分に正確に算出する必要がある。即ち構造物中に生ずる應力の最大値と該構造物を形成する材料の破壊強度とを比較することに依つて、破壊に對する安全度を知り得るからである。また最も經濟的な構造物を設計する上に於ても、構造物中に生ずる實際の應力を充分に正確に算出することは、構造物の材料の品質を改善することと共に是非必要なることである。

扱て構造物中に生ずる應力の値を知るためにには、先づ構造物に加はる外力、即ち荷重及び自重等を正確に算定し、次に之に依つて構造物の各部材の各斷面に生ずる面力の値を充分に正確に算出する必要がある。然しそは普通に構造靜力學 (Statics of structures) に屬する事項であつて、特に鐵筋コンクリート構造物に對して特殊なものではなく、また之に關しては多くの著書に於て既に詳しく述べられて居るものであるから、本書に於ては紙數の制限もあり、之に就て詳述することを省く。然し鐵筋コンクリート構造物に對して特殊なる事項は勿論之を論述する。

本編に於て取扱ふものは、鐵筋コンクリート部材の斷面の設計、或は斷面中の應力の分布を求むる理論であつて、部材の斷面に作用する面力は何等かの方法に依り既知なることを前提とする。一般に構造物の部材斷面に働く面力は之を軸方向力 (Axial force), 曲モーメント(Bending moment), 剪力(Shear)及び捩モーメント(Torsion moment)に分けることが出来る。普通の均等質の彈性材料に依り成る部材に於ては、上記各種の面力の影響を個々に算定して之を加へ合せればよいのであるが、鐵筋コンクリートに於ては互に性質の異なる鐵筋とコンクリートとに依つて成立すること、及び後述の如く普通の計算に於てはコンクリートは張應力に抵抗しえないものと假定する關係上、上記各種の面力の影響を其のまゝ加へ合せることは出來ない。殊にラーメン或は拱の如く軸方向力と曲モーメントとが同時に作用する斷面に於ては、之に對して特に考究する必要がある。

### § 57. 鋼筋コンクリート部材の應力算定及び 断面決定に對する根本的假定

構造物部材の或る断面の應力は勿論該断面に働く軸方向力、曲モーメント、剪力或は振モーメント等と平衡を保たねばならない。然し此の平衡條件のみにては一般に断面の應力の値を一意的に決定することは出來ない。即ち平衡條件と共に部材の變形に關する條件を考慮して始めて断面に作用する應力の値を一意的に決定し得るのである。此の變形に關する條件は材料の彈性的性質に依るものであるから、鋼筋コンクリートに於てはコンクリート及び鋼筋の夫々の性質及び其の協力作用を考慮に入れねばならない。然し之等の事項に就て完全に眞なる條件は未だ明かではなく、また夫が解つたとしても、之に依つて應力を計算することは實際に於ては殆んど不可能な程複雑なものとなるであらう。茲に於て鋼筋コンクリートの力学に於ては成るべく實際に近く、且つ實用上算式を簡単にすべき假定が必要となる。此の假定の中には彈性理論に於て普通に假定せらるゝ事項の他に、鋼筋コンクリートに於て特有なる假定が含まれる。

特別なる場合を除き、普通に鋼筋コンクリートに於て假定せらるゝ事項は次の如きものである。

(1) 部材は一般に直線であつて、且つ一定の横断面を有すること、換言すれば部材は一般に塊體であること。

此の假定は鋼筋コンクリート以外の場合でも普通に假定らるゝ所であつて、何等の疑もないことではあるが、拱の如き場合或は桁端等に於て断面の高さが變化する場合等には厳密には當て嵌らない。然し拱の場合でも拱軸の曲率半径が断面寸法に比し充分に大であれば、また断面が變化する場合でも其の變化が餘り急激でなければ、之等部材の一部分をとつて其の間に於ては之を一定断面の直線部材と考へることが出来る。但し軸が急激に屈曲して居る場合、或はラーメンの隅角部等に於ては特別の考慮を必要とするのは言ふ迄もない。

(2) 元々平面であつた部材の横断面は、部材の變形後と雖も一般に平面であること。

此の假定はベルヌウリ・オイラー (Bernoulli-Euler) 或はクーロン (Coulomb) の假定と呼ばれるものであつて、或る特殊の場合を除き一般に厳密には當て嵌らないが、然し近似的には充分正確に凡ての場合に當て嵌るものと見られて居る。

(3) 鋼筋の縱彈性係數は應力の値如何に拘はらず一定の常數とする。

之は勿論正當な假定であつて、多くの示方書では鋼筋の縱彈性係數  $E_s$  を

$$E_s = 210000 \text{ kg/cm}^2$$

と規定して居る。

(4) コンクリートの壓彈性係數は應力の値如何に拘はらず一定の常數とし、鋼筋の縱彈性係數とコンクリートの壓彈性係數との比を  $n$  で表す。

茲にコンクリートの彈性係數と言ふのは、所謂割線彈性係數即ち應力と夫に伴ふ變形率との比であつて、§ 35 に述べた如く同じコンクリートに於ても、應力の程度に依つて其の値を變化し、且つコンクリートの品質に依つて著しく異なるものである。従つてコンクリートの彈性係數を一定の常數とすることは、甚だ粗笨なる假定と言はねばならない。然し之は多少の計算結果の嚴密性を犠牲に供しても、計算を簡単にせんが爲に止むを得ず設けられた假定であつて、計算結果に嚴密性を欲するならば應力と變形率との關係を示すバツハ・シユーレの指數公式 (45)，及びコンクリートの品質の彈性係數に及ぼす影響を考慮しなければならない。殊にコンクリートの品質が其の彈性係數に與へる影響は可成り著しきものであり、且つコンクリートの抗壓強度と彈性係數との關係が比較的確實に判明した今日に於ては、同じコンクリートに對しては其の彈性係數を一定の常數と考へることは差支へないが、品質の異なるコンクリートに對しては許容應力を其の抗壓強度を基準として決定すると同様に、彈性係數も抗壓強度を基準として決定すべきである。米國の標準示方書に於ては、此の關係を考慮してコンクリートを其の抗壓強度に依り 3 種に分類し、夫々異なつた値の彈性係數を規定して居るが、其他の多くの示方書ではコンクリートの品質、應力の大きさの如何に拘はらず、コンクリートの彈性係數  $E_c$  を一定の常數と規定して居る。今、多くの示方書を見るに

(a) 断面の決定又は應力算出の場合

$$E_s = 210000 \text{ kg/cm}^2, \quad E_c = 140000 \text{ kg/cm}^2, \quad n = 15,$$

(b) 不靜定力又は彈性變形の計算の場合

$$E_s = 210000 \text{ kg/cm}^2, \quad E_c = 210000 \text{ kg/cm}^2, \quad n = 10$$

と規定するものが多い。

$n = 15$  は大體コンクリートが破壊に近い状態に於ける鋼筋とコンクリートとの彈性係數の比であつて、(a)の場合に  $n = 15$  とすることは、鋼筋コンクリート部材の断面の決定、若くは應力の計算に於ては、部材の破壊に近い状態を基準として計算を行ふべきであると云ふ理由に依るものである。従つて  $n = 15$  として計算した結果は、許容應力の程度に於ける實際の應力狀態を示すものではなく、單に破壊に対する安全度を判断する尺度に過ぎないことを銘記せねばならない。コンクリートの壓應力が其の許容應力の程度、或は夫以下の場合には  $n$  の値は大略 8 乃至 12 である。従つて部材の破壊に近い状態を基準とせずに、許容應力程度の状態を基準と

して不静定応力を算出し、又は弾性変形を計算する場合には  $n$  を大略 8 乃至 12、平均値として  $n = 10$  を採用せねばならない。尙此の問題に就ては § 35 に述べた所を参照されたい。

(5) 普通の計算に於てはコンクリートは張力に抵抗し得ざるものと假定する、即ちコンクリートに作用する張應力を無視する。

此の假定はコンクリートの抗張強度が著しく小であり、且つ一般には信頼し得ないものであること、前述の如く鋼筋コンクリートの設計計算が其の破壊又は之に近い状態を基準とすべきであると言ふ見地に従つた假定である。即ち鋼筋の張應力が約  $300 \sim 400 \text{ kg/cm}^2$  となれば鋼筋周囲のコンクリートに亀裂を生じ、桁の場合に於て抗張鋼筋の張應力が其の許容應力近くに達すれば、コンクリートの亀裂は中立軸近くに迄進展し、中立軸以下のコンクリートには全く張應力が作用しないものと考へられるからである。然し荷重が比較的に小なる間はコンクリートにも張應力は働いて居るものであつて、此の様な状態、例へばコンクリートに亀裂が生ずるや否やに就て計算を行ふ場合等に於ては、勿論コンクリートの張應力を考慮すべきである。此の際コンクリートの張彈性係数  $E_c$  と壓彈性係数  $E_b$  の関係は大略  $E_c/E_b = 1.1 \sim 1.4$  であつて、大體に於て  $E_c/E_b = 1.2$  とすることが出来る。また此の場合には應力の値は可成り小であるから  $n = 8 \sim 10$  位である。然し略算の場合には  $E_c = E_b$  と假定しても大なる誤はない。

要するに(4)と(5)の假定は古來普遍的に採用されて來た假定であつて、之に依つて著しく計算を簡単にし得るものであるが、之等の假定に依つて鋼筋コンクリート力学の眞實性を可成り減殺することは甚だ遺憾である。

(6) 鋼筋とその周囲のコンクリートとの間に相對的位置變化がないこと。

之は即ち鋼筋の附着應力の存在を規定するものであつて、鋼筋の附着強度が破れない限り説明を要しない假定である。然し此の假定は絶対的に總ての場合に必要なものではない。例へば兩端面に曲モーメントを作用して桁を彎曲する場合、或は中心軸荷重を受ける支柱等に於ては不必要である。

(7) 普通の場合鋼筋は之を完全に可撓なる線體と假定する。

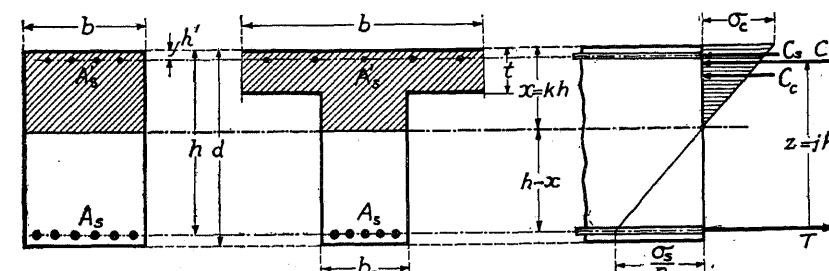
鋼筋を完全に可撓なる線體 (Linear body) と假定することは、其の長さに比して断面積が充分に小であることを意味し、主として丸鋼を使用した場合に對するものである。従つてコンクリートの断面積を計算する場合にも鋼筋の断面積を控除せず、鋼筋の横断面中には剪應力がないものと假定し、桁の場合には鋼筋自身の重心軸の周りの二次モーメントを桁の断面積の其の中立軸の周りの二次モーメントに比して無限小と考へ、且つ鋼筋の横断面中には等布直應力が働くものと假定するのである。尙ほ此の假定もすべての場合に絶対的に必要なるものではな

く、また I 形鋼又は軌條の類を鋼筋として使用した場合には之が成立し得ないことは明かである。

上記種々の假定は勿論實際の状態と完全に相一致するものではなく、また中には實際と可成り懸隔のあるものもあるが、之等の假定の目的はすべて計算を簡単に容易に構造物の設計又は安全度の算定を行はんがためであつて、此の點は眞理の探究を目的とする理學者と、實際に構造物を設計し、或は之に資せんとする工學者との差異の存する點である。

§ 58. 記 號

本書に於て理論的計算に使用する主なる記号を一括して掲げる。之は主として土木學會の示方書の採用せるものに従つたのであるが、中には著者の見解に依り別の記号を探つたものもある。茲に示されない特殊の記号、或は茲に示されたものと異なつた意義に使用するものは、其の都度之を説明する。



第 130 圖

*A* 一般に断面積,

*A\_c* 柱等に於けるコンクリートの有効断面積,

*A\_e* 鋼筋コンクリート柱に於て鋼筋をコンクリートに換算せる有効等価断面積,

*A\_s* 柱の全断面積,

*A\_t* 一般に鋼筋の全断面積、特に桁又は版等に於ては抗張鋼筋の全断面積、柱に於ては軸鋼筋の全断面積,

*A'\_t* 桁又は版等に於ける抗圧鋼筋の全断面積,

*A\_w* 螺旋筋柱に於て螺旋筋の全量を軸鋼筋に換算した場合の軸鋼筋の全断面積,

*a* 鋼筋(桁又は版等に於ては抗張鋼筋)の中心よりコンクリート表面迄の最短距離,

*b* 一般に断面の幅、特に矩形断面の幅、T形断面の突縁の幅、また多角形断面に於ては多角

- a 形一邊の長さ,
- b<sub>o</sub> T形断面腹部の幅, または任意の形の断面に於ては中立軸に於ける幅,
- $C = C_c + C_s$  断面に作用する圧應力の合力,
- $C_c$  コンクリートの抗壓断面に作用する圧應力の合力,
- $C_s$  抗壓鉄筋に作用する壓力,
- d 丸鋼の直徑, または角鋼一邊の長さ,
- d 桁又は版等の全高,
- $E_c$  コンクリートの壓彈性係數,
- $E_t$  コンクリートの張彈性係數,
- $E_s$  鉄筋の縱彈性係數,
- $\epsilon$  縦變形率,
- $G$  コンクリートの剪彈性係數,
- $G$  任意の軸の周りの任意の面積の一次モーメント,
- $G_o$  中立軸の周りのコンクリート抗壓断面の一次モーメント,
- $G_i$  中立軸の周りのコンクリート抗張断面の一次モーメント,
- $G_s$  中立軸の周りの抗張鉄筋断面の一次モーメント,
- $G'_s$  中立軸の周りの抗壓鉄筋断面の一次モーメント,
- h 柱の高さ, 桁又は版等に於てはコンクリートの抗壓側表面より抗張鉄筋断面の重心までの距離, 即ち桁又は版等の有効高さ,
- h' 桁又は版等に於てコンクリートの抗壓側表面より抗壓鉄筋断面の重心までの距離,
- I 任意の軸の周りの任意の面積の二次モーメント,
- $I_o$  中立軸或は重心軸のまわりの有効等値断面の二次モーメント,
- $I_c$  中立軸の周りのコンクリート抗壓断面の二次モーメント,
- $I_i$  中立軸の周りのコンクリート抗張断面の二次モーメント,
- $I_s$  中立軸の周りの抗張鉄筋断面の二次モーメント,
- $I'_s$  中立軸の周りの抗壓鉄筋断面の二次モーメント,
- i 断面の最小回轉半径,
- j 桁又は版等に於て抵抗モーメントの臂長即ち  $C$  と  $T$  とと距離  $z$  の有効高さに對する比,
- K 断面の捩り係数,

- K 織弱率が零または零に近いコンクリート柱の抗壓強度,
- $K_c$  コンクリート短柱の抗壓強度,
- k 桁又は版等に於てコンクリートの抗壓側表面より中立軸までの距離  $x$  の有効高さに對する比,
- l 部材の長さ; 桁又は版の支間,
- $\lambda$  抗壓材の織弱率,
- M 曲モーメント(彎曲率又は曲能率),
- m ポアソン係數,
- N 軸方向力,
- $n = E_s/E_c$  鉄筋の縱彈性係數とコンクリートの壓彈性係數との比, 即ち彈性係數比,
- P 集中荷重,
- P 短柱の許容中心軸荷重,
- $P_o$  短柱の破壊中心軸荷重,
- $P'$  長柱の許容中心軸荷重,
- $P_k$  長柱の挫折中心軸荷重,
- p 鉄筋(桁又は版等に於ては抗張鉄筋)断面積のコンクリートの有効断面積に對する比,
- $p'$  桁又は版等に於て抗壓鉄筋断面積のコンクリートの有効断面積に對する比,
- q 分布荷重,
- R 桁又は版等の反力, 或は部材の断面に作用する面力の合力,
- r 半径,
- S 剪力,
- s 肋筋の間隔, 又は曲鉄筋の間隔,
- $\sigma_c$  コンクリートに於ける圧應力, 特に桁又は版等に於ては最大圧應力,
- $\sigma_t$  コンクリートに於ける張應力, 特に桁又は版等に於ては最大張應力,
- $\sigma_{ca}$  コンクリートの許容圧應力,
- $\sigma_{ta}$  コンクリートの許容張應力,
- $\sigma_s$  鉄筋の應力, 特に桁又は版等に於ては抗張鉄筋の張應力,
- $\sigma'_s$  桁又は版等に於て抗壓鉄筋の壓應力,
- $\sigma_{sa}$  鉄筋の許容應力,
- $\sigma_x$  鉄筋の彈性限度に於ける應力,

- $\sigma_y$  鐵筋の屈伏點に於ける應力,  
 $T$  抗張鐵筋の全張應力,  
 $t$  厚さ, 特に T 形斷面突縁の厚さ, 或は場合に依つては溫度變化,  
 $\tau$  コンクリートの剪應力, 特に中立軸或は重心軸に於ける剪應力,  
 $\tau_a$  コンクリートの許容剪應力,  
 $\tau_o$  鐵筋とコンクリートとの附着應力,  
 $\tau_{oa}$  鐵筋とコンクリートとの許容附着應力,  
 $U$  鐵筋の斷面の全周邊長,  
 $x = kh$  版又は桁等に於てコンクリートの抗壓側表面より中立軸までの距離,  
 $y$  任意の軸より斷面の任意の一點までの垂直距離,  
 $z = jh$  桁又は版等に於ける抵抗モーメントの臂長即ち  $O$  と  $T$  の距離。

### § 59. 許容應力

#### I) コンクリートの許容應力

コンクリートの許容應力を撰ぶに就て、其の基準となるべきコンクリートの諸種の強度については、既に第一編第二章第三節に於て記述した通りである。コンクリートの強度は其の品質及び施工方法に依つて大差があり、應力の値も其の計算の假定及び方法に依つて著しく異なるものであるから、コンクリートの許容應力の選定には之等の點に留意するを要する。従つて或る一つの示方書又は法規に示されたる許容應力の値は、嚴密に言へば該示方書又は法規に示されたる施工方法及び計算方法に従つた場合にのみ適用さるべきものであつて、他の法規又は示方書に従ふコンクリートに無條件に之を適用することは出來ない。然し各種の示方書又は法規と雖も其の規定する所は大同小異であつて何等の根本的相違がないから、何れの規定に従つても大なる誤もなく、また之に依つて構造物を危険に導く様なこともない。次に我國に於ける二三の例を擧げる。

土木學會鐵筋コンクリート標準示方書に於ては、死荷重、活荷重及び擊衝を考慮した場合にコンクリートの許容應力として次の値を規定して居る。

$$\text{許容中心軸壓應力} \quad \sigma_{ca} = \frac{K_{28}}{4} \quad \text{但し } \sigma_{ca} \leq 50 \text{ kg/cm}^2,$$

許容彎曲壓應力(軸壓力を伴ふ場合も含む)

$$\sigma_{ca} = \frac{K_{28}}{3} \quad \text{但し } \sigma_{ca} \leq 65 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{許容支壓應力} \quad \sigma_{ca} = \frac{K_{28}}{3.5} \quad \text{但し } \sigma_{ca} \leq 55 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{許容剪應力} \quad \tau_a = 4.5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{許容附着應力} \quad \tau_{oa} = 5.5 \text{ kg/cm}^2$$

と規定し、更に平常加はる荷重の上に死荷重のみに對し水平の方向に重力の  $1/5$ 、鉛直の方向に重力の  $1/10$  の地震加速度の影響を考慮した場合には、上記の許容應力の値を 1.5 倍迄増大することを得るものと規定して居る。

次に内務省「道路構造に關する細則」の第二章橋梁の部に於ては、死荷重、活荷重及び擊衝に對する配合比  $1:2:4$  のコンクリートに對し

$$\text{許容中心軸壓應力} \quad \sigma_{ca} = 35 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{許容彎曲壓應力} \quad \sigma_{ca} = 45 \text{ kg/cm}^2,$$

彎曲と軸壓力との合成に依る許容壓應力

$$\text{抗壓材} \quad \sigma_{ca} = 35 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{拱} \quad \sigma_{ca} = 45 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{許容支壓應力} \quad \sigma_{ca} = 45 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{許容剪應力} \quad \tau_a = 4 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{許容壓穿剪應力} \quad \tau_a = 9 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{許容附着應力} \quad \tau_{oa} = 6 \text{ kg/cm}^2$$

と規定し、死荷重、活荷重及び擊衝と同時に風荷重、制動荷重又は溫度の變化が作用する場合には上記の値を各 25 % 還し、また死荷重及び地震荷重に對しては上記の値を各 60 % 還し得るものと規定して居る。

また市街地建築物法施工規則の第二節構造強度の部に於ては、コンクリートの許容應力として次の値を規定して居る。

コンクリート配合比	$1:2:4$	$1:3:6$
許容壓應力( $\sigma_{ca}$ )	4.5	$30 \text{ kg/cm}^2$ ,
許容張應力( $\sigma_{ta}$ )	4.5	$3.0 \text{ kg/cm}^2$ ,
許容彎曲張應力( $\sigma_{ta}$ )	4.5	$3.0 \text{ kg/cm}^2$ ,
許容剪應力( $\tau_a$ )	4.5	$3.0 \text{ kg/cm}^2$ ,
許容附着應力( $\tau_{oa}$ )	7.0	$7.0 \text{ kg/cm}^2$ ,
同上(異形鐵筋)( $\tau_{oa}$ )	10.0	$10.0 \text{ kg/cm}^2$

以下暫く之等の規定に就て説明を加へる。

先づ土木學會の標準示方書に於ては、英・米・獨・佛其他各國の標準示方書に於けると同様に、コンクリートの抗壓強度を基準とし、之を3乃至4の安全率で除して其の許容壓應力を規定して居るが、之は至極適當な規定である。第一編第二章第三節に於て詳述した如く、コンクリートの抗壓強度が種々の原因に影響されて大略  $100 \sim 300 \text{ kg/cm}^2$  の間に變化することを考へれば、一般のコンクリートに對して、或は配合比にのみ重きを於て之に一定の許容壓應力を與へることは甚だ實際に遠い規定であり、且つ又、抗壓強度の低いコンクリートを使用した場合には構造物の實際の安全率を著しく小にし、或は抗壓強度の大なるコンクリートを使用した場合には甚だ不經濟なるものとなる。抗壓強度を基準とする場合には、先づコンクリートの標準強度試験を行はねばならないと言ふ不便が伴ふが、然し之は水セメント比或は其他種々の要素がコンクリートの抗壓強度に與へる影響が可成り明確に知れて居るから、之に依つて試験を行はずとも其の抗壓強度の近似値を判断することも出来る。また逆に許容壓應力を最初に豫定し、之に相當する抗壓強度を有するコンクリートの調合を設計することも可能である。此の場合如何なる許容壓應力即ち抗壓強度を豫定するかは、經濟上及び空間限界等の點より考慮すべき問題である。即ち抗壓強度の高いコンクリートを使用すれば、部材の斷面を小にし、從つて其の所要コンクリート量を減することが出来るが、コンクリート工費は大となり、抗壓強度の低いコンクリートを使用した場合には之と反対である。勿論理論上僅少なる壓應力の作用する構造物に於ては、抗壓強度の低いコンクリートを使用して差支へない。また標準試験方法に依る抗壓強度が如何に大であつても、實際の構造物に於て材料の分離、填充或は搗固めの不均一等の理由に依つて、標準試験方法に依るものと同じ様な抗壓強度を示すものとは考へられず、餘り大なる許容壓應力を許すことは危險であるから、土木學會の標準示方書に於ては許容壓應力の最大限を規定して居る。

また同じ壓應力の中でも軸壓力のみに依る場合と、曲モーメント或は之と軸壓力との合成に依る場合とを區別して、後者の方に前者よりも大なる壓應力を許すことは次の理由に依る。

即ち曲モーメントの作用する場合に部材の斷面に生ずる最大壓應力は、部材断面の或る一部分に生ずるもの即ち所謂縁應力であつて、部材断面の壓應力は中央部分に於ては零に近く、且つ普通の計算方法に依る縁應力の値が實際に生じて居るものより著しく小であること、一方軸壓力を受ける鋼筋コンクリート支柱に於ては、他種の部材より施工上の缺點の影響を受けること甚だしく、また其の破壊が急激に起り易く、且つ構造物に對して致命的であること、及び中心軸壓力の假定の下に計算せられた等布壓應力が、實際に於ては材料の不均一、荷重の偏倚等の理由に依つて實現せられず、實際に生じた最大壓應力の値が、計算に依る等布壓應力よりも

大であること等の理由に基くものである。

抗壓強度以外のコンクリートの諸強度も種々の要素の影響を受けて一定のものでなく、且つ之等と抗壓強度との關係も大略明かに知られて居るのであるから、許容壓應力を抗壓強度を基準として示す場合には、其他の許容應力も夫々の強度を基準として規定するのが當然ではあるが、之等の強度を實驗することが甚だ面倒である爲め、此の様な規定は未だ何處にも見出されない。然し許容壓應力又は抗壓強度を基準として他の許容應力を規定することは英・米・佛等の標準示方書に採用されて居る所である。我國に於ては斯かる規定はなく、一般のコンクリートに對して、單に一定の數値を直接に規定して居る丈けである。之は恐らく此の種の應力に對して適當なる安全率を決定することが困難であること、何れにしても實際に於て其の差が極めて僅少なることに基くものであらう。

普通に許容剪應力と稱するものは、後に於て述べるが如く單にコンクリート中の斜張應力を測り、また之に對して補強する場合の剪應力の許容値を示すものであつて、壓穿剪應力(Punching shear)に對するものではない。壓穿剪應力に對してはたゞ道路構造に關する細則中に於て  $9 \text{ kg/cm}^2$  の値が示されて居るに過ぎないが、之より少し大なる値、例へば  $15 \text{ kg/cm}^2$  位迄許しても差支へはなからうと思はれる。

附着強度に關して從來柄に就て行はれた實驗に依れば、普通の計算方法に依る附着應力が大略  $15 \sim 20 \text{ kg/cm}^2$  となつた時に、鐵筋の滑動が起るものと考へられる。從つて安全率を3とすれば許容附着應力は  $5 \sim 7 \text{ kg/cm}^2$  となる。之は然し鐵筋の端に鉤の無い場合のことであつて、鐵筋の端に鉤があり、且つ上曲筋、肋筋等のある場合には正確なことは未だ明かでない。然し鉤のある場合でも、鉤が有効に作用する時には既に直線部分の鐵筋に滑動が生じて居ること、安全との爲に普通は  $5 \sim 7 \text{ kg/cm}^2$  の附着應力が許容されて居る。

最後にコンクリートの許容張應力であるが、之は普通の計算に於てはコンクリートの張應力を無視する關係上、全然必要である。然し若し張應力を考慮する場合には  $5 \text{ kg/cm}^2$  位は許容して差支へなく、またコンクリートの龜裂の發生状態に就て考慮する場合には  $10 \sim 15 \text{ kg/cm}^2$  位と見るべきである。

## 2) 鐵筋の許容應力

鐵筋として使用せらるゝ軟鋼の抗張強度は一般に  $3800 \sim 4500 \text{ kg/cm}^2$  であり、其の屈伏點は  $2400 \sim 3000 \text{ kg/cm}^2$  であつて、普通は鐵筋の許容應力として  $\sigma_{sa} = \sigma_{sa}' = 1200 \text{ kg/cm}^2$  が示されて居る。(但し市街地建築物法施工規則に於ては  $\sigma_{sa} = \sigma_{sa}' = 1150 \text{ kg/cm}^2$  となつて居る)。從つて鐵筋コンクリート部材の鐵筋に依る破壊が、鐵筋の應力が其の屈伏點を超すことによ

依つて生ずるものとすれば、上記の規定は之に對し2~3の安全率を示すこととなる。此の安全率の値はコンクリートに對する一般の安全率3~4より小であるが、鋼筋はコンクリートに比し均等質であり、其の品質に對する信頼の度も大であることを考へれば、上記の値で充分である。

鋼筋の許容圧應力は許容張應力と等しく $1200 \text{ kg/cm}^2$ と規定されるのが普通であるが、實際の場合鋼筋の壓應力が $1200 \text{ kg/cm}^2$ を超過することは殆んど稀である。夫は鋼筋の壓應力 $\sigma_s'$ が $n \sigma_{cu}$ より大になり得ないからである。

我々が鋼筋を使用する場合には前述の如く之を線體として計算する。即ち軸應力にのみ抵抗するものと考へるのであるから、鋼筋コンクリートの計算に於ては鋼筋の其他の應力の許容値を必要としない。然し鐵骨構造若くは形鋼等を使用して其の剛性を考慮する場合には、軸應力以外の應力の許容値を知る必要があつて、此の様な場合には適當なる鋼構造物に関する示方書、又は法規の定むる所に従ふべきは言ふ迄もない。

### § 60. 鋼筋コンクリート断面の一次モーメント、二次モーメント、回転半径及び重心

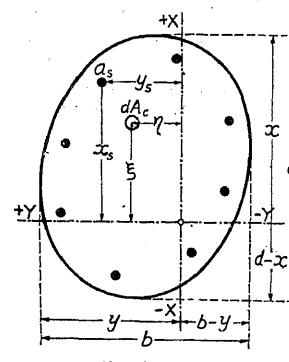
後章に於ける便宜の爲に、鋼筋コンクリート断面の一次モーメント、二次モーメント及び重心の算式を茲に一括する。但し鋼筋断面積は後章に於て説明する理由に依り、同一断面積のコンクリートに比し $n$ 倍有効であると考へ、且つコンクリート断面積より鋼筋断面積を控除しない。從つて断面積の大なる鋼筋を使用した場合には、考慮すべきコンクリート部分に存在する鋼筋に對しては $n$ を $n-1$ とすればよい。然し $n$ の値が夫自身に於て甚だ不確實な數字であり、且つ鋼筋断面積がコンクリート断面積に比し一般に極めて僅少であること等を考へれば、

必ずしも鋼筋断面積をコンクリート断面積より控除して計算する必要はない。また之等に關する一般理論に就ては他の應用力学又は應用數學の著書を參照されたい。

#### 1) 一次モーメント、幾何モーメント、一次率又は靜力率

(Statistical moment 又は geometrical moment)

平面圖の或る軸の周りの一次モーメント又は一次率、或は幾何モーメントとは、該平面圖の微量断面積 $dA$ と、之と該軸までの垂直距離との相乘積の代數的總和である。從つて該軸が第131圖の如く平面圖中にある場合に、該軸の一方に對して正の



第 131 圖

符號を付せば、他の側には負の符號を付せねばならない。今第131圖の鋼筋コンクリート断面に於て $Y-Y$ 軸の周りのコンクリート断面の一次モーメント $G_{c,Y}$ 、鋼筋断面の一次モーメント $G_{s,Y}$ 、鋼筋コンクリート断面の一次モーメント $G_Y$ とすれば

$$G_Y = G_{c,Y} + n G_{s,Y} = \int_{A_c} \xi dA_c + n \sum x_s a_s \quad (76)$$

となり、同様に $X-X$ 軸の周りの一次モーメント $G_X$ は

$$G_X = G_{c,X} + n G_{s,X} = \int_{A_c} \eta dA_c + n \sum y_s a_s \quad (76b)$$

となる。今實際に於て屢々遭遇する第132圖の如き断面の $Y-Y$ 軸の周りの一次モーメントは次の通りである。

第132圖(a)の場合

$$G_Y = \frac{b}{2} [x^2 - (d-x)^2] + n A_s' (x-h') - n A_s (h-x), \quad (77a)$$

第132圖(b)の場合

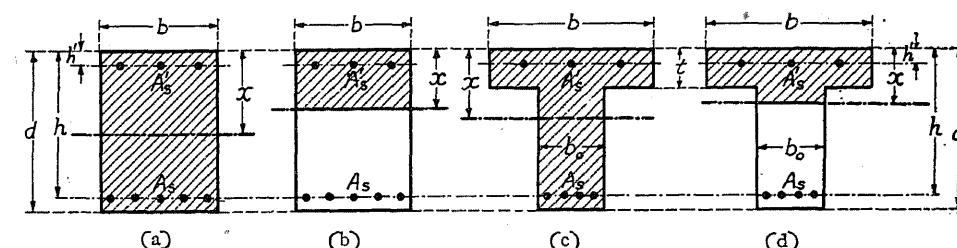
$$G_Y = \frac{b}{2} x^2 + n A_s' (x-h') - n A_s (h-x), \quad (77b)$$

第132圖(c)の場合

$$G_Y = \frac{b}{2} [x^2 - (x-t)^2] + \frac{b_0}{2} [(x-t)^2 - (d-x)^2] \\ + n A_s' (x-h') - n A_s (h-x), \quad (77c)$$

第132圖(d)の場合

$$G_Y = \frac{b}{2} x^2 - \frac{b-b_0}{2} (x-t)^2 + n A_s' (x-h') - n A_s (h-x). \quad (77d)$$



第 132 圖

#### 2) 二次モーメント、慣性モーメント又は二次率 (Moment of inertia)

平面圖の二次モーメント又は慣性モーメントとは、或る軸から平面圖中の微量断面積までの距離の自乘と、該微量断面積との相乗積の總和であつて、普通單に二次モーメントと稱するものは4)に於て規定する重心軸の周りの二次モーメントのことである。第131圖の如き鋼筋コンクリート断面の $Y-Y$ 軸の周りの二次モーメントを $I_Y$ とすれば

$$I_Y = I_{c,Y} + n I_{s,Y} = \int_{A_c} \xi^2 dA_c + n \sum x_s^2 A_s \quad (78)$$

となり、 $X-X$ 軸の周りの二次モーメントは

$$I_X = I_{c,X} + n I_{s,X} = \int_{A_c} \eta^2 dA_c + n \sum y_s^2 A_s \quad (78a)$$

となる。特に第132図に示した断面に對しては

第132図(a)の場合

$$I_Y = \frac{b}{3} [x^3 + (d-x)^3] + n A_s' (x-h')^2 + n A_s (h-x)^2, \quad (79a)$$

第132図(b)の場合

$$I_Y = \frac{b}{3} x^3 + n A_s' (x-h')^2 + n A_s (h-x)^2, \quad (76b)$$

第132図(c)の場合

$$I_Y = \frac{b}{3} [x^3 - (x-t)^3] + \frac{b_0}{3} [(x-t)^3 + (d-x)^3] \\ + n A_s' (x-h')^2 + n A_s (h-x)^2, \quad (79c)$$

第132図(d)の場合

$$I_Y = \frac{b}{3} x^3 - \frac{b-b_0}{3} (x-t)^3 + n A_s' (x-h')^2 + n A_s (h-x)^2 \quad (79d)$$

となる。

### 3) 回転半径又は二次モーメント半径(Radius of gyration)

平面圖の或る軸に對する回転半径又は二次モーメント半径とは、該軸の周りの平面圖の二次モーメントを断面積にて除した商の平方根である。従つて第131図の鋼筋コンクリート断面の $Y-Y$ 軸に對する回転半径を $i_Y$ とすれば

$$i_Y^2 = \frac{I_Y}{A_i} = \frac{\int_{A_c} \xi^2 dA_c + n \sum x_s^2 A_s}{A_c + n A_s} \quad (80)$$

となり、同様に $X-X$ 軸に對しては

$$i_X^2 = \frac{I_X}{A_i} = \frac{\int_{A_c} \eta^2 dA_c + n \sum y_s^2 A_s}{A_c + n A_s} \quad (80a)$$

となる。

### 4) 重心(Centre of gravity)又は圖心(Centre of plane figure)

任意の直交坐標軸 $x y$ の周りの或る平面圖の一次モーメントが零であるときは、該坐標の原點は該平面圖の重心又は圖心である。従つて第133図の如き鋼筋コンクリート断面の重心 $O$ の位置は、(76)及び(76a)式の右邊を零と置いて $x$ 及び $y$ を解くことに依つて決定し得るものであ

るが、また任意の直交坐標軸 $XY$ の周りの一次モーメント $G_X$

及び $G_Y$ より之を求めることが出来る。即ち

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{G_Y}{A_i} = \frac{\int_{A_c} \xi dA_c + n \sum x_s A_s}{A_c + n A_s}, \\ y_0 &= \frac{G_X}{A_i} = \frac{\int_{A_c} \eta dA_c + n \sum y_s A_s}{A_c + n A_s} \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

である。

第132図に示した場合はすべて左右對稱断面であるから、 $Y$

$-Y$ 軸の周りの一次モーメント $G_Y$ を零にする様に $x$ を決めればよい。此の $x$ を決定する方程式は第132図(b)と(d)との場合には二次方程式となるが、(a)と(c)との場合には一次方程式となり、其の解は

短形全形断面、第132図(a)の場合

$$x = \frac{\frac{b}{2} d^2 + n (A_s h + A_s' h')}{b d + n (A_s + A_s')} \quad (82a)$$

T形全形断面、第132図(c)の場合

$$x = \frac{\frac{1}{2} b_0 d^2 + \frac{1}{2} (b-b_0) t^2 + n (A_s h + A_s' h')}{b d + n (A_s + A_s')} \quad (82c)$$

となる。

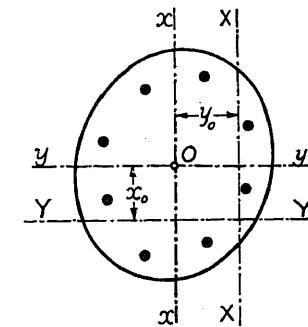
上記の(81)式を書き改めれば

$$G_Y = x_0 A_i, \quad G_X = y_0 A_i \quad (81a)$$

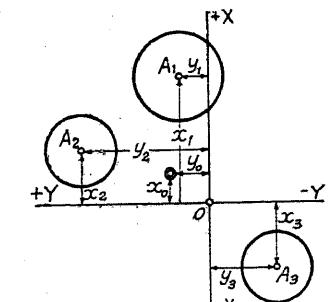
となり、之に依つて $A_i$ 、 $x_0$ 及び $y_0$ が既知なる場合に $G$ を簡単に求めることが出来る。従つて第133a図の如く數個の平面圖の断面積及び重心の位置が既知なる場合には、之等の平面圖を一體と考へたる時の一次モーメント $G_Y$ 、 $G_X$ 及び重心の位置 $x_0$ 、 $y_0$ は次の如くになる。

$$\left. \begin{aligned} G_Y &= A_1 x_1 + A_2 x_2 - A_3 x_3, \\ G_X &= A_1 y_1 + A_2 y_2 - A_3 y_3, \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 - A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3}, \\ y_0 &= \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 - A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}. \end{aligned} \right\} \quad (83a)$$



第133図



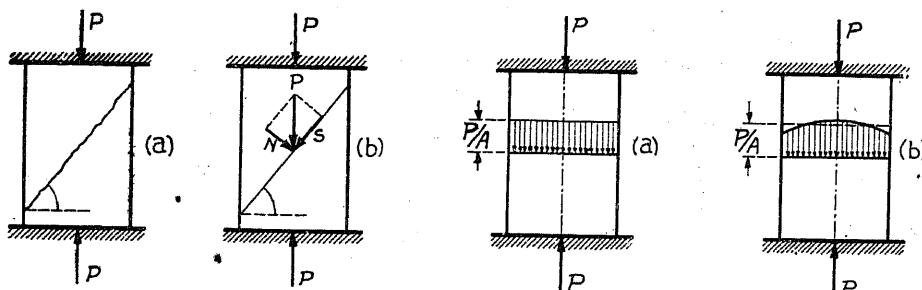
第133a図

## 第二章 中心軸圧力を受くる部材

### § 61. 総 説

中心軸圧力を受ける部材は抗壓材即ち支柱であつて、鐵筋コンクリート支柱に就て記述するに先だち、先づ無筋コンクリート柱に就て考慮を回らす。

中心軸圧力を受けるコンクリート抗壓材は、他の脆性材料と等しく其の最大剪應力が抗剪強度を超過することに依つて破壊するのが普通であつて、主剪應力の生ずる面に依つて破壊する(§ 20 参照)。此の破壊面は第134圖(a)に示すが如く、抗壓材の横断面に或る角度 $\varphi$ だけ傾斜するのが普通である。



第134圖

第135圖

一般に抗壓材の計算に於ては第135圖(a)の如く横断面には $\sigma_c = P/A$ なる等布應力が作用するものと假定するのが普通である。此の假定に従へば横断面、或は之と垂直なる面に作用する剪應力 $\tau$ は零となり、従つて $\sigma_c$ と垂直の方向に $\sigma'_c$ なる垂面應力が存在するものとすれば、主剪應力面が横断面となす角は彈性理論に依り

$$\tan 2\varphi = \frac{\sigma_c - \sigma'_c}{\tau} = \infty, \quad 2\varphi = 90^\circ, \quad \varphi = 45^\circ$$

となる。

今第134圖(b)に示すが如く横断面に $\varphi$ なる角度をなす主剪應力面に於て、軸壓力 $P$ を垂面壓力 $N = P \cos \varphi$ と剪力 $S = P \sin \varphi$ とに分解し、之等に依る應力 $\sigma$ 及び剪應力 $\tau$ が主剪應力面に等布するものと假定すれば

$$\sigma = \frac{N}{A/\cos \varphi} = \frac{P}{A} \cos^2 \varphi, \quad \tau = \frac{S}{A/\cos \varphi} = \frac{P}{A} \cos \varphi \sin \varphi$$

となる。茲に於て主剪應力面の $\tau$ が抗剪強度 $K_s$ に達した時に破壊し、其の際の荷重 $P$ を横断面積 $A$ で除した値を抗壓強度 $K_c$ とすれば、コンクリートの如き脆性材料の支柱の抗壓強度 $K_c$ と抗剪強度 $K_s$ との関係は

$$K_s = K_c \cos \varphi \sin \varphi, \quad \frac{K_s}{K_c} = \cos \varphi \sin \varphi$$

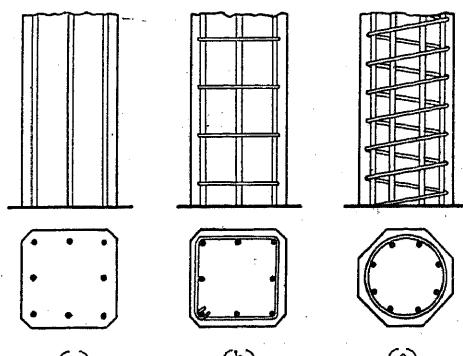
となつて、上記の如く $\varphi = 45^\circ$ と假定すれば $K_s = 2 K_c$ となる。

實際に行はれた多くの抗壓試験の結果に依れば、コンクリート支柱の破壊面の角 $\varphi$ は一般に $45^\circ$ より大であつて凡そ $60^\circ$ に近い。之は即ち第135圖(a)の如く應力が均等に分布すると言ふ假定が正しくなく、實際に於ては第135圖(b)の如くに應力が分布すべきことを物語つて居る。即ち抗壓材の外側部分は自由に横變形を爲し得るに反し、内方部分は外側部分に妨げられて横變形が自由でなく、従つて外側部分よりも内方部分の方に大なる應力が生ずる。而して此の場合には横断面に於ける剪應力 $\tau$ は零でなく、従つて $\tan 2\varphi \neq \infty, \varphi \neq 45^\circ$ となる。

破壊面の角 $\varphi$ が $45^\circ$ 以上であることを、破壊面に於ける摩擦に依つて説明することもあるが之は正當ではない。何となれば摩擦は破壊面が出来てから始めて生ずるものであつて、破壊面の發生すべき角度を左右し得ないからである。

中心軸圧力を受ける部材には、軸の方向に壓縮變形と應力が生ずると共に、軸と垂直の方向に伸張變形と張應力が生ずる。従つてコンクリート抗壓材を鐵筋に依つて補強する場合には上記の縱變形と共に横變形に對しても鐵筋を配置しなければならない。

鐵筋コンクリート支柱の縱變形に對する鐵筋は、軸の方向に配置された主鐵筋、即ち軸鐵筋(Longitudinal reinforcement)であり、横變形及び剪應力に對する鐵筋は、軸と直角の方向の帶鐵筋(Lateral tie)又は螺旋状に配置された螺旋筋(Spiral reinforcement)である。従つて鐵筋コンクリート支柱としては、第136圖に示すが如き3種の型式が考へられる。(a)は軸鐵筋柱(COLUMNS WITH LONGITUDINAL REINFORCEMENT ONLY)であり、(b)は帶鐵筋柱(COLUMN WITH LATERAL TIES)であつて軸鐵筋を適當の間隔に帶鐵筋を以て繋結したもの、(c)は螺旋筋柱(COLUMN WITH SPIRAL REINFORCEMENT)である。



第136圖

軸鉄筋の他に螺旋筋を有するものである。之等のうち軸鉄筋は軸圧力を受け、帶鉄筋及び螺旋筋は張力を受けるものであり、帶鉄筋柱に於ては軸鉄筋を主鉄筋とし帶鉄筋の影響を無視する。螺旋筋柱に於ては軸鉄筋も螺旋筋も共に主鉄筋であるが、此の場合には螺旋筋が最も主要なるものである。之等の鋼筋コンクリート支柱に關する厳密な弾性理論の解法は未だ求められて居ない。無筋コンクリート柱に於てさへ其の厳密な弾性理論の解法は、單にファイロン (Filon) に依つて圓筒體に對して求められて居るに過ぎない。從つて鋼筋コンクリート支柱の計算に於ては第 135 (a) 圖の如く等布圧力を假定する。

鋼筋コンクリート支柱と言へば、必しも其の断面の重心に軸圧力が作用する場合のみとは限らない。偏倚軸圧力の場合でも支柱ではあるが、本章に於ては断面の重心に軸圧力が作用する場合に就てのみ記述する。茲に断面の重心と言ふのはコンクリート断面の重心ではなく § 60,4) に規定した有効等値断面  $A_i = A_c + n A_s$  の重心の意味である。斯かる重心に正確に軸圧力の作用することは實際上殆んど不可能であるが、理論上之を假定するものである。また部材が其の全長に亘り完全に直線であり、且つ一定不變の断面を有することも實際には成立しないのが普通である。之等の條件が近似的に成立する場合は勿論のこと、可成り断面が變化する場合でも以下の理論及び計算はすべて工學的に其の意味を失はないものである。

なほ抗壓材は其の長さの大小に依つて之を短柱 (Short Column) と長柱 (Long column) とに區別しなければならない。短柱とは其の長さが充分に小であつて挫折の虜れなきもの、長柱とは之に反して挫折の虜れあるものである。長柱の計算はすべて短柱の計算を基礎とし、短柱の許容軸荷重に或る係数を乗じて之を計算するのが普通である。

### § 62. 軸鉄筋柱及び帶鉄筋柱

前述の如く帶鉄筋柱の計算は、帶鉄筋の影響を無視する關係上、軸鉄筋のみを有する支柱の計算と全く同様になる。また軸鉄筋のみの支柱は鐵筋立柱上の實際的理由に依り殆んど絶無であるから、茲に述べることは主として帶鉄筋柱に關することになる。

今第 137 圖に於て

$$N = \text{中心軸荷重},$$

$$l = \text{支柱の高さ},$$

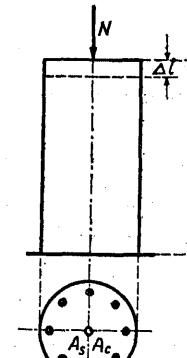
$$A_c = \text{コンクリート断面積},$$

$$A_s = A_c + A_s, \text{ 全断面積},$$

$$\Delta l = N \text{ に依る } l \text{ の縮少},$$

$$A_s = \text{鉄筋全断面積},$$

$$A_i = A_c + n A_s, \text{ 有効等値断面積},$$



第 137 圖

$$\sigma_c = \text{コンクリート圧應力}, \quad \sigma_s = \text{鉄筋圧應力}, \\ \varepsilon_c = \text{コンクリート圧變形率}, \quad \varepsilon_s = \text{鉄筋圧變形率}$$

とすれば

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s = \frac{\Delta l}{l}; \quad \varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c}, \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}.$$

であるから

$$\frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad \frac{\sigma_s}{\sigma_c} = \frac{E_s}{E_c} = n \quad (84)$$

となる。n は彈性係數比 (Ratio of moduli of elasticity) であつて、(84) 式は抗壓材に於けるコンクリートの應力と鐵筋の應力の關係を示す最も重要なる式であり、且つ之に依つて鐵筋は同一の断面積のコンクリートに對し n 倍有效であることを知り得るのである。

次に断面に働く應力の總和と、軸圧荷重 N とは平衡を保つべきであるから

$$N = A_c \sigma_c + A_s \sigma_s = \sigma_c (A_c + n A_s) = \sigma_c A_i \quad (85)$$

となり、或は  $p = A_s/A_c$  とすれば

$$N = \sigma_c A_c (1 + np) \quad (85a)$$

となる。之より實際計算に必要なる次の諸式が生れる。

(1)  $N, A_c, A_s$  が與へられたるとき

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c + n A_s} = \frac{N}{A_i}, \quad \sigma_s = n \sigma_c = n \frac{N}{A_i}; \quad (86)$$

(2)  $N, \sigma_c = \sigma_{ca}, A_c$  が與へられたるとき

$$A_s = \frac{1}{n} \left( \frac{N}{\sigma_{ca}} - A_c \right), \quad \sigma_s = n \sigma_{ca}; \quad (87)$$

(3)  $N, \sigma_c = \sigma_{ca}, p$  が與へられたるとき

$$A_c = \frac{N}{\sigma_{ca}(1 + np)}, \quad A_s = p A_c, \quad \sigma_s = n \sigma_{ca}; \quad (88)$$

(4)  $\sigma_c = \sigma_{ca}, \sigma_s = \sigma_{sa}, A_c, A_s$  が與へられたるときの許容軸圧荷重 P は、一般に  $\sigma_{sa} > n \sigma_{ca}$  なるに依り

$$P = \sigma_{ca} (A_c + n A_s) = \sigma_{ca} A_i \quad (89)$$

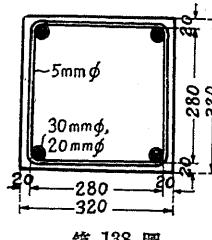
となる。之等の諸式に於て多くの示方書は  $n = 15$  を規定して居る。此の値は大體に於て支柱の破壊状態に相當する値であつて、普通の許容應力程度の狀態に對しては  $n = 10$  位が適當である。然し断面の計算が破壊に對する安全度を驗するためであると言ふ見地より  $n = 15$  とするのである。

今軸鐵筋柱又は帶鐵筋柱の輻壓荷重を増大して行けば、 $\varepsilon_c$  が約 0.0015 ~ 0.0030 位になつた時にコンクリートの圧應力  $\sigma_c$  が其の抗壓強度  $K_c$  に達し、大體に於て之と同時に鐵筋の圧應力  $\sigma_s$  も其の屈伏點  $\sigma_y$  に達するものと考へられる。何となれば  $\sigma_c$  の方が早くに  $K_c$  に達したとすれば、コンクリートは最早軸壓荷重に抵抗することが出來ず、全部の荷重は鐵筋に作用して  $\sigma_s$  は直ちに其の屈伏點に達する。また  $\sigma_c$  が  $K_c$  に達する以前に  $\sigma_s$  が  $\sigma_y$  に達したものとすれば、鐵筋は應力の增加なしに變形率  $\varepsilon$  が  $\varepsilon = 0.0100$  位になるまで變形し得るに對し、コンクリートは上記の如く  $\varepsilon = 0.0015 \sim 0.0030$  位で破壊するものであるから、鐵筋の應力を  $\sigma_y$  以上に利用することが出來ない。故に鐵筋コンクリート抗壓材の破壊荷重  $P_o$  はコンクリート斷面積  $A_c$  に其の抗壓強度  $K_c$  を乗じたるものと、鐵筋斷面積  $A_s$  に其の屈伏點の應力  $\sigma_y$  を乗じたるものとの和であると考へることが出来る。即ち

$$P_o = K_c A_c + \sigma_y A_s = K_c \left( A_c + \frac{\sigma_y}{K_c} A_s \right) \quad (90)$$

である。但し此の場合に於ては鐵筋に挫折が起らぬことを條件とし、且つ  $K_c$  は標準試験方法に依る抗壓強度ではなく、鐵筋コンクリート支柱と同一の寸法を有する同條件の無筋コンクリート支柱の抗壓強度である。コンクリートの支柱としての抗壓強度は § 20 (殊に第 3, 4 圖) に述べた如く、長さが相當に長い場合には標準試験體に依る抗壓強度  $K$  の約 80 ~ 85 % と見ることが出来る。

(90) 式は次の二つの實例の示すが如く比較的に實驗結果と良く一致する式である。



第 138 圖

第 74 表の結果はグラーフが歐洲大戰當時に行つた實驗結果であつて<sup>(1)</sup>、供試體の長さは 1.2 m、斷面は第 138 圖に示すが如く一邊 320 mm の正方形、軸鐵筋は A 及び C に於ては 4 - 30 mm  $\phi$ 、B に於ては 4 - 20 mm  $\phi$ 、帶鐵筋は直徑 5 mm の螺旋狀筋であつて、其の歩みの間隔は 45 mm といふ可成り小なものであるが、之は單に軸鐵筋の挫折を防ぐ爲のものである。

第 74 表 (1)

番號	コンクリート 配 合 比	水 量 %	材 齡 日	抗 壓 強 度 $K$	支 杖 強 度 $K_c$	$\frac{K_c}{K}$	鐵 筋 の 屈 伏 點 $\sigma_y$	$\frac{\sigma_y}{K_c}$
A	1 : 4	9.3	43	360	303	0.84	2880	9.5
B	1 : 4	9.3	45	376	330	0.88	2986	8.9
C	1 : 2 : 2	11.3	44	283	226	0.88	2781	9.8

(1) Handb. f. Eisenbetonbau, I. Bd., 3 Aufl., 1921, S. 206.

第 74 表 (2)

番 號	斷面積 ( $\text{cm}^2$ )			$\sigma_y A_s$ kg	$K_c A_c$ kg	最大荷重 (kg)		誤 差
	$A_o$	$A_c$	$A_s$			$K_c A_c + \sigma_y A_s$	實驗值	
A	1035	1007	28.3	81756	305121	386880	385667	+ 0.3 %
B	1031	1018	12.6	36994	335940	372934	370000	+ 0.8 %
C	1030	1001	28.6	79539	226226	305763	310667	- 1.6 %

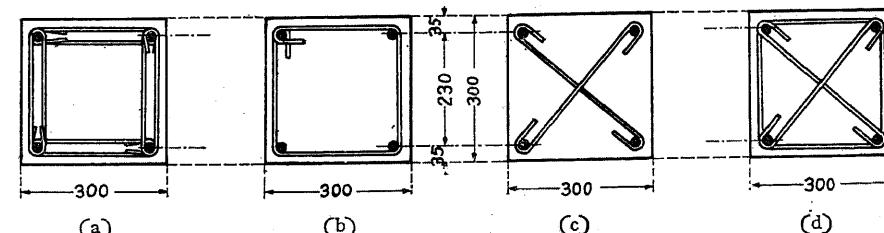
また第 75 表の結果はルーデロツフ (Rudeloff) の實驗結果であつて<sup>(1)</sup>、供試體の長さは 0.9 m、斷面は第 139 圖に示すが如き正方形斷面であつて、軸鐵筋は 4 - 16 mm  $\phi$ 、帶鐵筋の直徑は 7 mm、其の間隔は 150 mm である。之に使用したコンクリートは配合比 1:4、水量 8.2 % であつて、材齡 45 日に於て試験されたものである。此の實驗に於て、同一コンクリートの無筋柱の破壊荷重は 160490 kg であつたから、鐵筋コンクリート柱のコンクリートの採るべき破壊荷重の部分は

$$K_c A_c = \frac{160490}{900} \times 892 = 159060 \text{ kg}$$

となり、第 75 表中の結果は  $\sigma_y = 2640 \text{ kg/cm}^2$  に基いたものである。尙此實驗に於ける  $\sigma_y/K_c$  の値は

$$\frac{\sigma_y}{K_c} = \frac{2640}{160490 \div 900} = \frac{2640}{1783} = 14.8$$

となる。



第 139 圖

第 76 表

斷面	斷積面 ( $\text{cm}^2$ )			最大荷重 (kg)		誤 差
	$A_o$	$A_c$	$A_s$	$K_c A_c + \sigma_y A_s$	實驗值	
第 139 圖 (a)	900	892	8.04	180290	189930	- 5.1 %
第 139 圖 (b)	900	892	8.04	180290	182480	- 1.2 %
第 139 圖 (c)	900	892	8.04	180290	186970	- 3.6 %
第 139 圖 (d)	900	892	8.04	180290	178270	+ 1.1 %

(1) Rudeloff, Versuche mit Eisenbeton-Säulen Reihe I u. II, Deutscher Ausschuss f. Eisenbeton Heft 5, 1910.

上記の如く(90)式は可成り良く實驗結果と一致するから、之に依つて帶鐵筋柱の計算を行へ良いのであるが、實際の場合に於ては $K_c$ 及び $\sigma_y$ を一々試験せねばならない。普通の計算に於て之を使用することは出來ない。それで第74表及び第75表に於けるが如く $\sigma_y/K_c$ の値が大體 $n$ の値に近いから、之を $n$ とすると(85)式の結果となる。また實際 $K_c = 150 \sim 300 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_y = 2400 \sim 3000 \text{ kg/cm}^2$ とすれば $\sigma_y/K_c = 10 \sim 20$ であつて、大體に於て $n = 15$ に等しいと置くことが出来る。

またコンクリートの壓縮に對して上記の如くフックの法則を假定せず、§34の(45)式或は§35の第44表の如くバッハ・シューレの法則

$$\varepsilon_c = \alpha \sigma_c^r$$

を適用すれば

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad \sigma_s = \alpha E_s \sigma_c^r$$

となるから、(85)式は

$$N = A_c \sigma_c + A_s \sigma_s = \sigma_c (A_c + \alpha E_s \cdot A_s \cdot \sigma_c^{r-1}) \quad (85a)$$

となる。此の式に依つて $N$ が與へられた場合の $\sigma_c$ を求むることは可成り面倒であるが、 $\sigma_c = \sigma_{ca}$ が與へられた場合に許容荷重 $P$ を求めるることは比較的簡単である。

上記の諸式に於て $A_c$ を精密に計算することが面倒な場合が多い。從つて $A_c$ の代りに柱の全斷面積 $A_0$ を使用する場合には $A_0 = A_c + A_s$ であるから

$$A_i = A_c + n A_s = A_0 + (n - 1) A_s$$

とすればよい。然し普通は $A_0 = A_c$ と考へて $A_i = A_0 + n A_s$ とすることが多い。此の様にしても其の誤差は極めて僅少である。

### § 63. 帯 鐵 筋 の 影 韻

帶鐵筋柱の計算に於ては、帶鐵筋が強度に及ぼす影響を全然無視するのであるが、帶鐵筋を使用する主要なる目的は次の如きものである。

- (1) 軸鐵筋の組立及びコンクリートを打つ時に、軸鐵筋の位置を確保するため、
- (2) コンクリートの横變形に抵抗して、コンクリートの抗壓強度を高めるため、
- (3) 軸鐵筋の挫折を防ぐため

等である。

上記第一の理由は實際施工上の便宜に屬することであるが、其他の事項殊に(2)は直接に鐵筋コンクリート支柱の強度を高める上に有効なことである。之等に關しては既に多數の實驗が

行はれたが<sup>(1)</sup>、未だ帶鐵筋の影響に就て數量的に明確なる結論には達して居ない。從つて今日の狀態に於ては帶鐵筋柱に於ける帶鐵筋の影響を無視し、之に依る計算上の誤差を安全側に來る様にして居るのである。然し多くの實驗結果に依り、大體に於て性質的に次のことが歸納される。

(1) 帶鐵筋の間隔が小なる程帶鐵筋柱の破壊荷重は大となり、帶鐵筋の間隔が柱の斷面の徑又は幅の程度、或は其以上になれば、帶鐵筋の効果は殆んど零に近い。

(2) 帶鐵筋の斷面が大なる程有効であつて、餘りに細いものは役に立たない。

(3) 長方形斷面に長方形の帶鐵筋を使用することは大して有効でなく、圓形又は之に近い斷面に圓形又は之に近い形の帶鐵筋を使用することは最も有効である。

(4) 普通の帶鐵筋柱の破壊荷重は、帶鐵筋の無いものに比し約10~20%大である。

之等の事實は勿論實驗に依らずとも常識に依つて考へ得らるゝことであり、また土木學會の標準示方書に於ても、之等の事實を參照して其の第89條に於て

帶鐵筋の間隔は柱の最小幅又は軸鐵筋直徑の2倍を起過すべからず、

帶鐵筋柱に於ける軸鐵筋の直徑は12 mm以上にして、帶鐵筋の直徑は6 mm以上たるべしと規定されて居る。

帶鐵筋が軸鐵筋の挫折を防ぐべきことは、普通の許容應力程度の狀態では必要のない事である。即ち荷重が小である場合には、軸鐵筋の周圍にあるコンクリートが軸鐵筋の挫折に對して充分なる抵抗力を有するからである。然し荷重が大となつて柱の破壊に近い状態になれば、コンクリート丈けでは最早軸鐵筋の挫折を防ぐことは出來ない。此の様な場合にコンクリートの協力を全然無視し、軸鐵筋は帶鐵筋に依つて横の方向に支持せられたるものと假定し、軸鐵筋の直徑 $d$ と帶鐵筋の間隔 $s$ との關係を求めて見る。實驗的長柱公式として實際に近い値を示すものはテトマイヤー(Tetmajer)の公式である<sup>(2)</sup>。抗張強度4500 kg/cm<sup>2</sup>以下の鋼に對するテトマイヤーの長柱公式は

$$\sigma_k = 3100 - 11.4 \left( \frac{l}{i} \right) \text{ kg/cm}^2, \quad \frac{l}{i} \leq 105$$

であつて、 $\sigma_k$ は挫折を生ずる時の應力、 $l$ は支柱の長さ、 $i$ は支柱斷面の最小回轉半徑である。今軸鐵筋の $\sigma_s$ が屈伏點に達する迄に挫折が起らないために、 $\sigma_k = \sigma_y$ とし、 $l = s$ 、且つ軸鐵筋を直徑 $d$ なる丸鋼として $i = d/4$ とすれば、上式より

$$\frac{l}{i} = \frac{3100 - \sigma_y}{11.4}; \quad \frac{s}{d} = \frac{3100 - \sigma_y}{45.6}$$

(1) Handb. f. Eisenbetonbau, I. Bd., 3. Aufl., 1921, S. 384~407 參照。

(2) R. Mayer, Die Knickfestigkeit, 1921, S. 61.

となる。故に

$$\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2 \text{ の場合} \quad s \leq 15d,$$

$$\sigma_y = 2700 \text{ kg/cm}^2 \text{ の場合} \quad s \leq 9d$$

となつて、大體に於て帶鐵筋の間隔が軸鐵筋直徑の 12 倍以下ならば、軸鐵筋の挫折に對して充分に安全であることになる。

#### § 64. 螺旋筋柱の理論

螺旋筋柱とは第 136 圖(c)の如く軸鐵筋の他に、間隔密なる螺旋筋を有するものであつて、前記軸鐵筋柱又は帶鐵筋柱と異なり、軸鐵筋よりも寧ろ螺旋筋を主鐵筋として、之に依つてコンクリートの横變形に抵抗し、以つて其の強度を高めるものである。從つて帶鐵筋柱に於ても帶鐵筋の効果を高めるために、抗張力に對して有効な鐵筋を充分密に配置した場合には、假令それが螺旋筋でなくとも理論上螺旋筋柱と考ふべきである。

螺旋筋柱に關する理論的研究は古來多くのものが發表せられた<sup>(1)</sup>。之等の理論を大別すれば次の三種となる。

第一のものは 1907 年にザーリーガー(Saliger)に依つて始めて提唱せられたもので、彈性理論に依つて式を誘導する方法であつて、今日に於ては其他のものに比して最も缺點の少ないものである。本書に於て述べる理論は、此のザーリーガーの方法に基いたものであるが、多少之よりも理論の嚴密性を期して居る。

第二の方法は丁度螺旋筋柱が破壊せんとする状態に就て考慮するのであるが、無筋コンクリート柱と等しく螺旋筋柱も第 134 圖の如き斜の面の剪應力に依つて破壊するものと假定するものである。此の方法の中にはハーガー(Hager)の如く螺旋筋柱の假想破壊面の角度が、無筋コンクリート柱の破壊面の角度と相等しいと假定するものと、1905 年に發表されたザーリーガーの方法の如く、破壊面に於て剪應力と摩擦力をと同時に作用するものと假定して、破壊面の角度を決定せんとする方法がある。然し實際に於て螺旋筋柱が假令斜の面で破壊するものとして

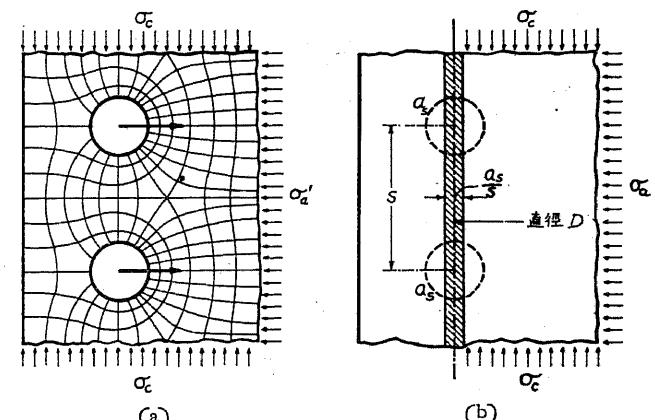
(1) R. Saliger, "Über den Einfluss der Schubfestigkeit und der Armierung auf die Bruchgefahr in gedrückten Steinprismen" (Z. f. Arch. u. Ing., 1905, S. 66); "Druckfestigkeit des umschütteten Betons" (Deutsche Bztg., Betonbeilage 1907, S. 63); Der Eisenbetonbau, 1920, S. 101~105; K. Hager Theorie des Eisenbetons, 1916, S. 27;

小川敬次郎, "On the Spiralled and Rodded Column" (土木學會誌, Vol. 10, No. 2, 1924); Zesiger and Affeldt, "Stress in Helically Reinforced Concrete Columns" (Proc. A.S.C.E., 1926); 吉田彌七, "鋼筋コンクリート螺旋筋柱の理論的考察" (昭和 6 年 10~11 月, 應用力學聯合大會講演, 1931) 等。

も、其の面の角度が無筋コンクリート柱に於ける破壊面の角度と同一では有り得ない、更に破壊面に於ける摩擦力は、§ 61 に述べた如く、剪應力が抗剪强度に達して破壊面が生じてから始めて發生するものであつて、剪應力と摩擦力とが同時に有効に存在することもなく、また摩擦力が破壊面の角度を左右することも誤つた考へである。從つて此の第二の方法は、上記の假定がなされる限り、其の結果が時に依つて實驗結果に近い場合があるとしても、理論上根本的に誤つた方法と言はねばなるまい。

第三の方法は、螺旋筋内にあるコンクリートを恰も茶罐の如きものに填充され、粘着力及び凝集力がなく單に摩擦力のみを有する完全粉體と假定し、ランキン等の土壓論を應用するものである。然し螺旋筋内のコンクリートが粉體になると見ふ事實は未だ數多き實驗の中に見當らず、假令コンクリートが破碎するとしても完全な粉體となるとは考へられない。またコンクリートが完全な粉體となれば、螺旋筋が茶罐の如きものに非ざる限り、粉體コンクリートは螺旋筋の間より外に流れ出ることになる。從つて此の方法も第二の方法と等しく、螺旋筋柱の理論としては甚だ不適當なものである。

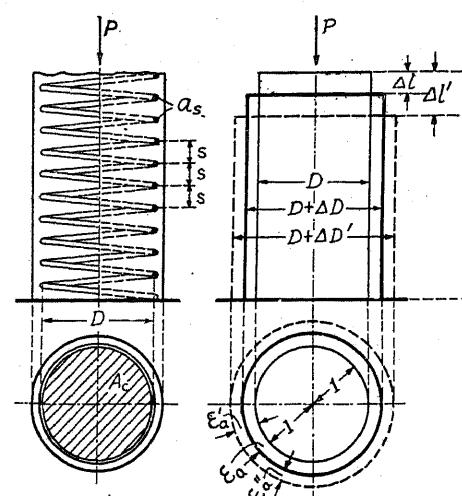
螺旋筋柱に於ては、螺旋筋はコンクリートの横變形を防ぐものであるから、螺旋筋とコンクリートとの間には壓應力が働らる、その主應力線圖は恐らく第 140 圖(a)の如きものであらう。然しかくの如き應力狀態に對しては未だ其の解法がなく、また之が求め得られたにしても、甚だ複雜であつて實際には應用し得ない程度のものであらう。從つて以下の計算に於ては螺旋筋を第 140



第 140 圖

圖(b)の如き中空圓筒と假定する。即ち螺旋筋一本の斷面積を  $a_s$ 、其の間隔を  $s$  とすれば中空圓筒の厚さは  $a_s/s$  となる。此の中空圓筒の假定は以下の理論に對する最も大なる缺點となるものではあるが、螺旋筋の間隔が小である場合には餘り大なる誤差を生ぜず、且つ之に依つてコンクリートと螺旋筋との間の應力  $\sigma_a'$  が均等に分布すると言ふ假定が成立し、螺旋筋柱の理論的取扱を簡単にするものである。

螺旋筋の効果は弾性限度以内にあつては甚だ僅少であつて、此の場合には螺旋筋柱と螺旋筋を有しない支柱とは殆んど同様である。螺旋筋の効果が始めて有効に發揮されるのは、荷重が螺旋筋を有しない支柱の破壊荷重以上になつた場合であつて、螺旋筋柱は螺旋筋を有しない支柱に比し非常に大なる荷重を受けることが出来る。此の様な場合には螺旋筋の外側にあるコンクリートは全く剥落してしまふのが普通であつて、螺旋筋柱の破壊荷重を基礎とし、之に適當の安全率をとつて設計を行ふのが普通である關係上、螺旋筋柱の計算に於ては柱の有効断面積



第 141 圖

今第 141 圖に従つて

$D$ : 旋筋柱の有效断面積の直徑即ち螺旋筋中心線の直徑,

$s$ : 螺旋筋の間隔,

$a_s$ : 螺旋筋一本の横断面積,

$A_c = \frac{\pi}{4} D^2$ : 螺旋筋柱の有効断面積,

$A_a = \frac{\pi D}{s} a_s$ : 螺旋筋の全量を軸鐵筋として使用した場合の該軸鐵筋の断面積,

$p_a = \frac{A_a}{A_c} = \frac{4 a_s}{D s}$ : 螺旋筋比,

$\sigma_c$ : 螺旋筋柱のコンクリートの有効断面積に作用する圧應力,

$\sigma_a$ : 螺旋筋の横断面に作用する張應力,

$\sigma_a'$ : 螺旋筋を中空圓筒とした場合に、之とコンクリートとの間に作用する圧應力,

$\epsilon = \Delta l / l$ : 螺旋筋柱の軸の方向の変形率、即ち縦変形率,

$\epsilon' = \Delta l' / l$ : 螺旋筋の無い場合の縦変形率,

として螺旋筋にて囲まれたコンクリートの断面積をとるのが普通である。

また一般の螺旋筋柱には螺旋筋の他に軸鐵筋を有するものではあるが、以下の理論に於ては螺旋筋のみがあるものと考へ、軸鐵筋の影響は § 62 に示した方法で之を別に考慮することにする。尚螺旋筋の形状は圓形とする。之は圓形の螺旋筋が實驗上又理論上最も有効であつて、實際に於て螺旋筋として、圓形又は之に近い多角形以外のものが使用されること甚だ稀であるからである。

$\epsilon_a = \Delta D / D$ : 螺旋筋柱の横の方向の張變形率、即ち横變形率,

$\epsilon_a' = \Delta D' / D$ : 螺旋筋の無い場合の横變形率,

$\epsilon_a'' = \epsilon_a' - \epsilon_a = (\Delta D' - \Delta D) / D$ : 螺旋筋が無い場合に横の方向に  $\sigma_a'$  なる壓應力のみを受けたときの横の方向の壓變形率,

とすれば、螺旋筋に囲まれたコンクリート圓筒は軸の方向に  $\sigma_c$

周面に  $\sigma_a'$  なる壓應力を受けるから、其の内部では第 142 圖の

如き三軸的の壓應力の狀態となり、從つて彈性理論に依り

$$\epsilon = + \frac{1}{E_c} [\sigma_c - \frac{2}{m} \sigma_a'] \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\epsilon_a = - \frac{1}{E_c} [\sigma_a' - \frac{1}{m} (\sigma_a' + \sigma_c)] \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

となる。之に對して螺旋筋の無い場合には單に軸の方向に一軸的の  $\sigma_a$  なる壓應力を受けるのみであるから

$$\epsilon' = + \frac{\sigma_a}{E_c} \dots \dots \dots \text{(iii)} \quad \epsilon_a' = - \frac{\sigma_a}{m E_c} \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

となり、また  $\epsilon_a''$  は第 140 圖の場合の  $\sigma_c$  の無い場合であつて、從つて

$$\epsilon_a'' = + \frac{\sigma_a'}{E_c} \dots \dots \dots \text{(v)}$$

となる。茲に  $E_c$  及び  $m$  は夫々コンクリートの壓彈性係数及びボアソン係数であつて、變形率はすべて壓縮の場合を正、伸張の場合を負としたのである。

今螺旋筋中の張應力  $\sigma_a$  と、螺旋筋とコンクリートとの間に作用する壓應力  $\sigma_a'$  との關係を求むるために、螺旋筋を第 143 圖の如く直徑に依つて切斷して見れば、力の平衡條件より

$$s \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_a' \cos \theta \cdot \frac{D}{2} d\theta = 2 \sigma_a a_s$$

でなければならない。茲で左邊の積分を行へば

$$\sigma_a' D s = 2 \sigma_a a_s \quad \text{即ち} \quad \sigma_a' = \frac{2 a_s}{D s} \sigma_a = \frac{p_a}{2} \sigma_a \quad \text{(91)}$$

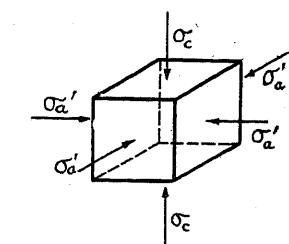
となる。然るに螺旋筋の圓周に沿つての變形率は半徑の方向の變形率  $\epsilon_a$  に等しいから

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_s} \dots \dots \dots \text{(vi)}$$

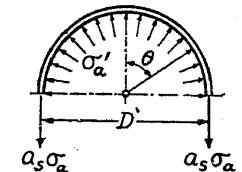
となり、從つて (ii) と (vi) とより

$$\frac{\sigma_a}{E_s} = - \frac{1}{E_c} [\sigma_c - \frac{1}{m} (\sigma_c + \sigma_a')]$$

となり、此の式の  $\sigma_a'$  に(91)の値を代入して變化すれば、 $\sigma_c$  と  $\sigma_a$  との關係として



第 142 第



第 143 圖

$$\sigma_c = \frac{m}{n} \sigma_a + \frac{1}{2} (m-1) p_a \sigma_a, \quad (92)$$

或は

$$\sigma_a = \frac{\sigma_c}{\frac{m}{n} + \frac{1}{2} (m-1) p_a} \quad (93)$$

を得る。然し之は  $\sigma_c$  と  $\sigma_a$  との関係を示す一つの式であつて、これだけで以つて  $\sigma_c$  及び  $\sigma_a$  を一意的に決定することは出来ない。

然し今螺旋筋柱に関する多くの実験結果を見るに、コンクリートの圧應力  $\sigma_c$  が其の支柱抗壓强度  $K_c$  に達すると、螺旋筋の外側にあるコンクリートは破碎剥落し、夫以上の荷重に對しては螺旋筋にかこまれた部分のコンクリートが之に抵抗する。而して螺旋筋が不充分でない限りは、螺旋筋が屈伏するまで荷重を増加することが出來、遂には螺旋筋の切斷に依つて破壊するのが普通である。従つて螺旋筋の應力  $\sigma_a$  が屈伏點  $\sigma_y$  に達した時に螺旋筋柱の荷重が最大値  $P_o$  に達するものとし、其際コンクリートの圧應力  $\sigma_c$  が  $K_{co}$  となり、(92)式の右邊第一項が  $K'_c$  なる値に達するものとすれば、(92)式より

$$K_{co} = K'_c + \frac{1}{2} (m-1) p_a \sigma_y$$

となる。然るに  $p_a = 0$ 、即ち螺旋筋がない場合には、 $K_{co}$  は無筋コンクリート柱の抗壓强度  $K_c$  であり、 $K_{co} = K'_c$  となるから、 $K'_c$  は  $K_c$  に相等しきことがわかる。従つて螺旋筋柱の最大荷重  $P_o$  は

$$P_o = K_{co} A_c = A_c [K_c + \frac{1}{2} (m-1) p_a \sigma_y] \quad (95)$$

或は

$$P_o = A_c K_c + \frac{1}{2} (m-1) A_a \sigma_y \quad (95a)$$

となる。

故に上式の關係より考へて、 $\mu$  を或る係数とすれば、螺旋筋柱の最大荷重  $P_o$  は一般に

$$P_o = A_c K_c + \mu A_a \sigma_y \quad (96)$$

で表はすことが出來、螺旋筋の他に断面積  $A_s$  なる軸鐵筋のある場合には(90)式の關係に依り

$$P_o = A_c K_c + A_s \sigma_y + \mu A_a \sigma_y \quad (97)$$

となる。

之等の式にある係数  $\mu$  の値は(92)式の關係より

$$\mu = \frac{1}{2} (m-1) \quad (98)$$

となつて、 $m = 6 \sim 8$  とすると  $\mu = 2.5 \sim 3.5$  となつて、 $\mu$  が一般に 1 より大なる値であることは明かであるが、 $\mu$  に就ては必ずしも(98)式に拘泥する必要はない。それは上述の理論に於ては

可成り任意的な假定が多分に含まれて居て、上述の理論が單に(96)及び(97)式の組成に關する一つの理論的根據を與へるに過ぎないからである。

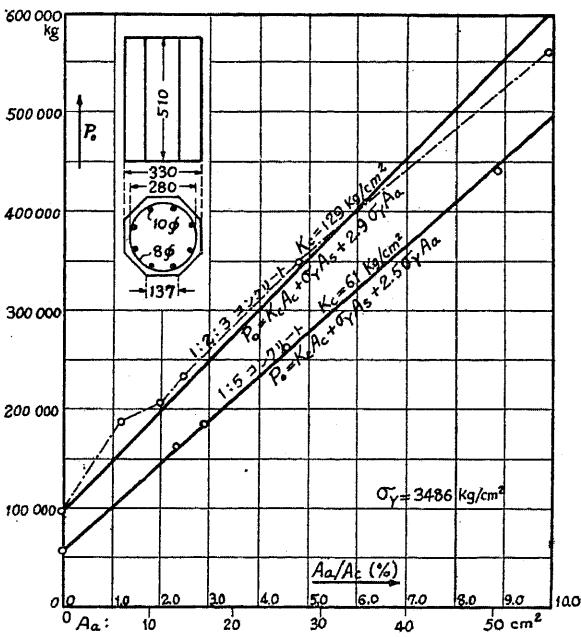
尙、上述の理論と異つた假定に依る理論に於ても、假令其の假定が正當でないにしても、適當な順序に依つて(96)或は(97)式を導くことが出来る。また常識的に考へても螺旋筋柱の最大荷重は螺旋筋のない支柱の最大荷重に螺旋筋に依る増加を加へたものとし、此の螺旋筋に依る増加がその量  $A_a$  に正比例するものと考へれば(96)及び(97)式は直ちに得られる。

### § 65. 螺旋筋柱に關する實驗及び公式

#### I) 螺旋筋柱に關する實驗

上述の(97)式に依つて螺旋筋柱の強度と螺旋筋量との關係式の組成に關する理論的根據は明かになつたが、果して此の(97)式の示すが如く螺旋筋量  $A_a$  と螺旋筋柱の強度との直線的關係が成立するや否や、 $\mu$  に對して如何なる値を採用すべきや、或はまた實際的公式としては如何なる形式のものとすべきやは之を實驗に俟たねばならない。次には之等に關する多くの實驗のうち其の二三を紹介する。

先づバッハが第 144 圖の如き八角形の供試體に就て實驗した結果は第 144 圖に示す通りである<sup>(1)</sup>。此の實驗に於けるコンクリートの配合比は 1:2:3 と 1:5:0 の 2 種であり、螺旋筋柱と同寸法の無筋コンクリート柱に依る抗壓强度  $K_c$  は夫々 129 及び 61 kg/cm<sup>2</sup> である。軸鐵筋は 8—10 mm φ 即ち  $A_s = 6.28 \text{ cm}^2$  であり、螺旋筋は徑 8 mm であつて、その歩み間隔  $s$  を變化することに依つて  $A_a$



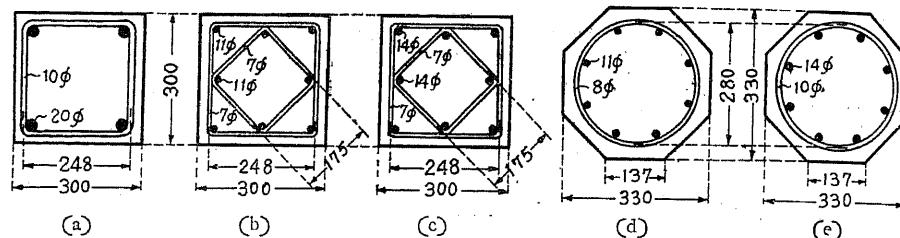
第 144 圖

を變化せしめ、 $A_a$  と  $P_o$  との關係を求めたものである。第 144 圖は此の實驗の結果より著者が作圖したものであるが、之に依つて  $P_o$  の增加と  $A_a$  との間には(97)式の如き直線的關係が成立

<sup>(1)</sup> Bach, Zeitschr. d. V. D. I., 1915, S. 898.

し、其の係数 $\mu$ は上記2種のコンクリートに對し夫々 $\mu = 2.9$ 及び $\mu = 2.5$ であることがわかる。尙此の實驗に於ては $\sigma_y = 3486 \text{ kg/cm}^2$ である。

第76表に示す結果は1910年にシエトツトガルト工科大學に於て行はれた實驗結果であつて<sup>(1)</sup>、供試體の斷面は第145圖に示すが如く、其の高さは0.9mである。使用コンクリートは配合比1:2:3、水量8%，材齡45日であり、鐵筋の屈伏點は $\sigma_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$ である。従つて $\sigma_y/K_c$ の値は18.1乃至19.6、平均18.7である。表中 $\mu$ は即ち(97)式中の係数 $\mu$ であり、 $\mu'$ は



第145圖

第76表

断面	断面積( $\text{cm}^2$ )			$s$ mm	$K_c$	最大荷重 kg	$\mu$	$\mu'$
	$A_c$	$A_s$	$A_a$					
第145圖(a)	602	12.57	21.7	36	164	187930	0.79	14.5
第145圖(b)	607	7.60	11.8	55	160	177430	1.62	30.5
第145圖(c)	603	12.32	22.5	29	153	241200	1.66	32.5
第145圖(d)	607	7.60	12.9	34	166	218870	2.46	44.5
第145圖(e)	603	12.32	24.0	29	162	328400	2.70	49.8

$\mu' = \mu \sigma_y / K_c$ としたものである。即ち(97)式の代りに

$$P_o = K_c A_c + \sigma_y A_s + \mu' K_c A_a \quad (97a)$$

としたものである。 $\mu$ 及び $\mu'$ の値は夫々(97)及び(97a)式より

$$\mu = \frac{P_o - (K_c A_c + \sigma_y A_s)}{\sigma_y A_a}, \quad \mu' = \frac{P_o - (K_c A_c + \sigma_y A_s)}{K_c A_a} \quad (99)$$

として求めることが出来る。

此の實驗に於て注意すべきことは矩形螺旋筋を使用した場合には圓形螺旋筋を使用した場合に比し $\mu$ 及び $\mu'$ の値の小なること、即ち其の効果の僅少なることである。

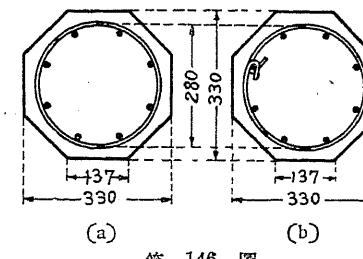
ルーデロツフの實驗結果は第77表及び第78表である<sup>(2)</sup>、供試體の高さは1.3m、其の斷面は

<sup>(1)</sup> Mörsch, Der Eisenbetonbau, I/1, 6 Aufl., 1923, S. 223.

<sup>(2)</sup> Rudeloff, Untersuchung von Eisenbetonsäulen mit verschiedenartiger Querbewehrung, III. Teil, D. Ausschuss f. Eisenbeton, Heft 28.

第146圖の如く、鐵筋の種類は次の通りである。

即ち(a), (a'), (b'), (c')の場合には徑7mmの帶鐵筋を鎔接して螺旋筋に代用し、(b)の場合には徑7mmの帶鐵筋を第146圖(b)の如く軸鐵筋に鉤で以て碇着したもの、(c)及び(d)の場合は夫々7mm及び12mmの螺旋筋である。軸鐵筋の直徑は(d)の場合に16mmである他はすべて14mmであつて、帶鐵筋又は螺旋筋の間隔はすべて30mmである。



第146圖

第77表

	断面積( $\text{cm}^2$ )			$K_c$	$\sigma_y$	最大荷重 kg	$\mu$	$\mu'$
	$A_c$	$A_s$	$A_a$					
(a)	573	12.3	11.01	179.1	3010	215140	2.28	38.3
(b)	573	12.3	11.01	179.1	2930	209330	2.19	35.8
(c)	573	12.3	11.01	168.3	2930	201350	2.13	37.1
(d)	548	16.1	31.74	179.1	2630	373120	2.78	40.9

第78表

	断面積( $\text{cm}^2$ )			$K_c$	$\sigma_y$	$\sigma_y'$	最大荷重 kg	$\mu$	$\mu'$
	$A_c$	$A_s$	$A_a$						
(a')	573	12.3	11.01	168.6	3000	3130	205330	2.02	37.5
(b')	573	12.3	11.01	168.2	3000	5890	267500	2.02	71.0
(c')	573	12.3	11.01	162.0	3000	6560	296720	2.28	92.4

其の結果は先づ第77表の如く、螺旋筋の代りに鎔接した帶鐵筋若くは軸鐵筋に碇着した帶鐵筋を使用しても大差はないことがわかる。第78表の結果は前述の試験と異なつて、螺旋筋として材質の異なつたものを使用した結果である。即ち表中 $\sigma_y$ は軸鐵筋の屈伏點、 $\sigma_y'$ は螺旋筋の屈伏點である。此の結果に依れば $\sigma_y'$ の大となるに従つて $\mu'$ の値は著しく大となるが、然し(99)式の分母中の $\sigma_y$ に $\sigma_y'$ の値を代入して計算した $\mu$ の値は $\sigma_y'$ に大なる變化あるに拘はらず殆んど一定である。尚、第77表の場合の $\sigma_y / K_c$ の値は14.7～17.4であつて其の平均は16.3である。

## 2) 螺旋筋柱の公式

上述の螺旋筋柱の實驗の他に尙多數の實驗結果が公にされて居るが、今上述のもの丈けに就いて普通の圓形螺旋筋を使用した場合を総合すれば

$$\begin{aligned}\mu &= 2.02 \sim 2.90, \text{ 平均 } \mu = 2.4, \\ \mu' &= 35.8 \sim 49.8, \text{ 平均 } \mu' = 40.0, \\ \frac{\sigma_y}{K_c} &= 14.7 \sim 19.6, \text{ 平均 } \frac{\sigma_y}{K_c} = 16.5\end{aligned}$$

となつて、此の結果より見れば螺旋筋柱の破壊荷重  $P_o$  に對しては

$$P_o = K_c A_c + \sigma_y A_s + 2.4 \sigma_y A_a$$

或は

$$P_o = K_c A_c + \sigma_y A_s + 40 K_c A_a$$

が最も適當して居る様に思はれる。然し實際の設計又は計算の公式中に鐵筋の屈伏點  $\sigma_y$  を含むことは可成り不便である點と、また  $\sigma_y/K_c$  の値が大體に於て  $n = E_s/E_c$  の値に等しいといふ點から  $\sigma_y/K_c = n$  と置けば

$$P_o = K_c [A_c + n A_s + \mu n A_a]$$

となり、茲に於て更に  $n = 15$ ,  $\mu = 3$  とすれば

$$P_o = K_c [A_c + 15 A_s + 45 A_a] \quad (100)$$

となる。従つて  $K_c$  の代りにコンクリートの許容抗壓強度  $\sigma_{ca}$  を代入すれば螺旋筋柱の許容荷重  $P$  に對して

$$P = \sigma_{ca} [A_c + 15 A_s + 45 A_a] \quad (101)$$

或は

$$P = \sigma_{ca} A_c [1 + 15 p_s + 45 p_a] \quad (101a)$$

或は

$$A_a = A_c [1 + 15 p_s + 45 p_a] \quad (101b)$$

が得られる。此の(101)乃至(101a)の公式は土木學會の標準示方書、獨逸の標準示方書或は其他の規定又は條令に於て最も廣く採用せられて居る公式である。尙(101)式は(95a)式に於て  $m = 7$ ,  $\sigma_y/K_c = 15$  とすることに依つて導き得ることを附記する。

今(101)式に従つて荷重  $P = N$ , 及び断面積  $A_c$ ,  $A_s$ ,  $A_a$  が與へられたる時のコンクリートの壓應力  $\sigma_c$  を求むれば

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c + 15 A_s + 45 A_a} = \frac{N}{A_c} \quad (101c)$$

となる。然し此の式に依る  $\sigma_c$  の値は  $N$  に依つて實際に螺旋筋柱に生じた壓應力ではなく、單に之と  $\sigma_{ca}$  若くは  $K_c$  と比較して螺旋筋柱の破壊に對する安全度を驗する手段に過ぎないことを注意したい。實際に螺旋筋柱の内部に如何なる應力が生ずるに就ては未だ完全なる解法は求められて居ない。

### 3) 螺旋筋柱の公式適用上の注意

(101)乃至(101c)の公式を適用するのは主として圓形螺旋筋の場合であつて、矩形若くは正方

形の螺旋筋に對して之等の公式を適用することが出來ない。之等の場合には  $\mu$  の値を適當に採用して螺旋筋柱の公式に従つて計算するか、或は全然螺旋筋の影響を無視して帶鐵筋柱として計算すればよい。また假令圓形螺旋筋を使用した場合でも、鐵筋直徑が小であるため或は間隔  $s$  が大であるために螺旋筋量  $A_a$  が著しく小なる場合には、勿論之を帶鐵筋柱として計算すべきである。帶鐵筋柱に對する公式は(89)である。然し帶鐵筋柱では  $A_a$  としてコンクリートの全斷面  $A_o$  を採るから、今  $A_a = A_o$ ,  $n = 15$  とすると、(89)式は

$$P = \sigma_{ca} (A_o + 15 A_a) \quad (89a)$$

となり、之に對する螺旋筋柱の公式は(101)であつて、その  $A_a$  は螺旋筋に圍まれたコンクリートの面積である。従つて螺旋筋が公式に依る計算上有効になるためには、(101)式の  $P$  が(89a)式の  $P$  より大でなければならない、換言すれば

$$A_o + 15 A_a + 45 A_a > A_o + 15 A_a$$

即ち

$$A_a > \frac{A_o - A_c}{45}$$

でなければならない。故に  $A_a$  が  $(A_o - A_c)/45$  より小なる場合には、帶鐵筋柱として計算する方が許容荷重  $P$  が大となつて、従つて經濟的となる。

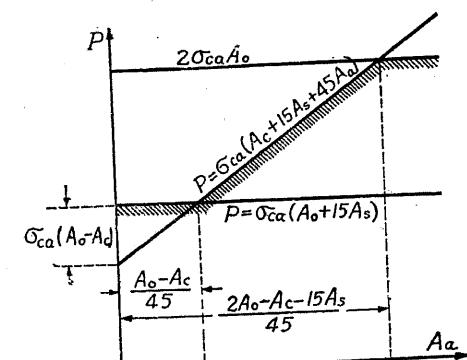
また土木學會及び獨逸の標準示方書では  $A_a$  が如何に大なる場合でも  $P \leq 2 \sigma_{ca} A_o$  と制限して居る。従つて之等の示方書に準據する限り、 $A_a$  を無暗に大とすることは不經濟であつて

$$A_o + 15 A_a + 45 A_a \leq 2 A_o$$

即ち

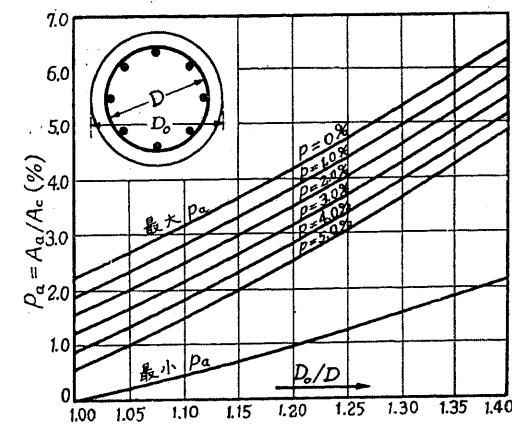
$$A_a \leq \frac{2 A_o - (A_o + 15 A_a)}{45}$$

となる様に  $A_a$  を選ぶ必要がある。之等の關係は第147圖に示す通りであつて、公式に依る計



第 147 圖

$A_a$  と  $P$  との關係



第 148 圖

算上、螺旋筋が有効であり且つ不経済とならないためには  $A_a$  は

$$\frac{A_o - A_c}{45} \leq A_a \leq \frac{2A_o - (A_c + 15A_s)}{45} \quad (102)$$

の範囲になければならない。

今、直徑  $D_o$  なる圓形断面に於て螺旋筋の徑を  $D$ 、 $A_a$  と  $A_c$  との比を  $p_a$ 、 $A_s$  と  $A_c$  の比を  $p_s$  とすれば、(102)式より

$$\frac{1}{45} \left[ \left( \frac{D_o}{D} \right)^2 - 1 \right] \leq p_a \leq \frac{1}{45} \left[ \left\{ 2 \left( \frac{D_o}{D} \right)^2 - 1 \right\} - 15p_s \right] \quad (102a)$$

が得られ、之を圖示すれば第 148 圖になる。

### § 66. 鐵骨コンクリート柱

茲に特に鐵骨コンクリートと稱するものは、從來述べ來たつた丸鋼又は角鋼を使用する所謂鐵筋コンクリートと異なり、コンクリート中に山形、I 形、溝形等の構造用形鋼或は之を鍛結したものを埋込み、之等とコンクリートとが協力して外力に抵抗するものであつて、勿論廣義の意味に於ける鐵筋コンクリートに包含されるものである。然し荷重を全部鋼のみによつて取らしめ、單に防火又は防錆の目的を以て之をコンクリートにて被覆したものは此處に於ては取扱はない。

丸鋼又は角鋼の鐵筋コンクリートの代りに鐵骨コンクリートを使用することは主として市街地建築物或は大徑間の橋梁等に應用されるものであつて、之に依り部材断面の寸法を縮小して有効空間を大にし或は自重を輕減することが出來、また鐵筋組立等の手數を少くし或は鐵骨に依つてコンクリート型枠を支持する等の施工上の便宜が得られる。

鐵骨コンクリート構造のうち茲では鐵骨コンクリート抗壓材に就て述べるのであるが、之に關する實驗も其の數僅少であり、確立された理論もなく、また多くの示方書又は條令に於ても之に就て特に規定を設けて居るのは甚だ僅かである。

鐵骨コンクリート柱の最大荷重  $P_o$  は最も簡単に考へれば普通の帶鐵筋柱の公式(85)で與へられ、其の許容荷重は從つて帶鐵筋柱の公式(89)で計算することが出来る。然し此の場合、鐵骨の斷面積が一般に大であるから  $A_o$  としては全斷面  $A_o$  より  $A_s$  を減じたものを使用せねばならない。

更に一步を進めて鐵骨コンクリート柱の強度は其の中にあるコンクリート柱の強度  $P_c$  と鐵骨柱の強度  $P_s$  との和であると考へれば

$$P_o = P_c + P_s \quad (103)$$

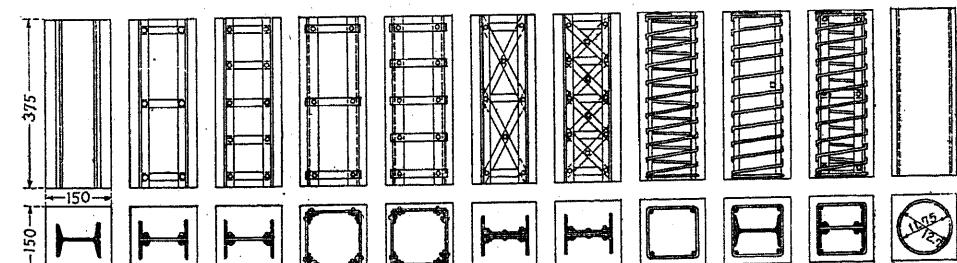
となり、茲に於て  $K_o$  を鐵骨コンクリート柱と同寸法のコンクリート柱の抗壓強度として  $P_c = K_o A_c$  とし、鐵骨柱の壓應力が屈伏點  $\sigma_y$  に達した時を以て鐵骨柱の最大強度とし、且つ鐵骨柱の長柱としての強度減少率を  $\mu$  として  $P_s = \mu \sigma_y A_s$  とすれば

$$P_o = K_o A_c + \mu \sigma_y A_s \quad (103a)$$

となる。

鐵骨コンクリート柱の實驗で其の精確なものは甚だ少いが、何れにしても鐵骨コンクリート柱の最大強度が上記の公式に依る計算値より小であることに一致して居る。例へば後述の濱田博士の實驗に於ては實驗の最大荷重は平均として  $P_o = K_o (A_c + 15 A_s)$  の計算値より約 13% 低く、(103a) に依るものより約 10% 低い。鐵骨コンクリート柱の強度が、コンクリート及び鐵骨の各別の強度の和より一般に小となる第一の主要なる理由は、鐵骨の存在に依つてコンクリートの強度が減することである。即ち鐵骨及び之に附屬する繫材等の存在の爲にコンクリートが不均一になり、且つ鐵骨に接する部分に空隙が生ずること、或はコンクリートの凝結及び硬化中に於ける容積變化に依つて空隙を生じ、且つ鐵骨とコンクリートとの間に複雑な固有初應力を生じ、之等の原因のために假令供試體が同寸法であつても、コンクリートのみの場合より鐵骨のある場合の方がコンクリートの抗壓強度が減少する。尙更に鋼とコンクリートとの壓彈性係數及びボアン係數が異なることの影響が、鐵筋コンクリートに於けるよりも鐵骨コンクリートに於ける方が著しく、之が上記強度減少の一因をなすものと考へられる。

斯かる状態に於て東京帝國大學の濱田稔博士の鐵骨コンクリート柱に關する實驗<sup>(1)</sup>は甚だ有意義のものである。濱田氏の實驗に於ける供試體の種類は第 149 圖に示すが如き 11 種類であつて、断面は  $15 \times 15 \text{ cm}$  即ち  $A_o = 225 \text{ cm}^2$ 、高さは  $37.5 \text{ cm}$  である。鐵骨は各種類に就き 6 箇宛製作し、其中 3 箇は單なる鋼柱として  $P_s$  を實測し、残りの 3 箇は鐵骨コンクリート柱として



No. 1. No. 2. No. 3. No. 4. No. 5. No. 6. No. 7. No. 8. No. 9. No. 10. No. 11.

第 149 圖

(1) 濱田稔、「鋼コンクリート應壓材に關する研究」、建築雑誌、第 521 號、昭和 4 年 5 月。

實験された。即ち第79表及び第80表に示せる値は一般に3箇宛の平均値であつて、之は著者が濱田氏の實験値を平均したものである。尙、鐵骨を形成する鋼材の屈伏點も夫々測定され、其

の値は第79表(6)の $\sigma_y$ である。實験に使はれたコンクリートは配合比1:1.5:3.5、水セメント重量比0.65、スランプ20cm、材齡28日であつて、標準試験方法に依る抗壓強度 $K_{cs}$ の他に鐵骨コンクリートと同寸法のコンクリート柱の抗壓強度 $K_c$ が同時に測定され、其の平均値は第79表(3)である。斯の如く $K_{cs}$ 、 $K_c$ 、 $P_s$ 、 $P_o$ が夫々各別に測定されたことは、從前諸國に於て行はれた鐵骨コンクリート柱の實験に比して濱田氏の實験の有意義なる點である。

先づ濱田氏は屈伏點に相當する鐵骨の最大強度 $P_s$ の計算方法として、長柱としての強度減少率 $\mu$ を鐵骨全體としての減少率 $\mu_1$ と部分的の減少率 $\mu_2$ との相乗積とした。即ち

$$P_s = \mu \sigma_y A_s = \mu_1 \mu_2 \sigma_y A_s \quad (104)$$

第150圖

第79表

(1) No.	(2) $A_c$ cm <sup>2</sup>	(3) $K_c$ kg/cm <sup>2</sup>	(4) $P_c = A_c K_c$ t	(5) $A_s$ cm <sup>2</sup>	(6) $\sigma_y$ kg/cm <sup>2</sup>	(7) $P_s = A_s \sigma_y$ t	(8) 計算 値 t	(9) 實驗 値 t
1	207.3	222	45.02	I形 17.7	2830	50.09	46.90	45.70
2	214.9	214	45.99	山形 10.1	2860	28.89	23.90	26.70
3	214.9	214	45.99	山形 10.1	2860	28.89	25.60	27.00
4	219.4	209	45.86	山形 5.6	3610	20.22	17.40	27.90
5	219.4	210	46.07	山形 5.6	3610	20.22	18.60	18.50
6	214.9	214	45.99	{ 軸 10.1 斜 (1.1)	2860	{ 23.89 3.15	29.20	30.50
7	214.9	210	45.13	{ 軸 10.1 斜 (0.9)	2860	{ 23.89 2.57	28.80	30.00
8	222.4	231	51.49	鐵筋 2.6	3340	8.68	8.10	3.90
9	204.7	314	43.81	{ I形 17.7 鐵筋 7.6	{ 2830 3340	{ 50.09 8.68	{ 46.90 8.10	{ 45.70 3.90
10	212.3	221	45.92	{ 山形 10.1 鐵筋 2.6	{ 2620 3340	{ 28.89 8.68	{ 34.60 8.10	{ 35.00 3.90
11	206.0	215	44.29	钢管 19.0	3110	59.09	58.00	57.80

但し( )中の値は斜材の断面を軸鐵筋に垂直なる面に投影したる値なり。

第80表

(1) No.	(2) 最大荷重 $P_o$ の實驗値 t	(3) $P_o = 0.8 K_c A_c + \sigma_y A_s$		(4) $P_o = K_c (0.8 A_c + 1.5 A_s)$		(5) $P_o = 0.9 (P_c + P_s)$ $P_s$ は計算値 t	(6) $P_o = 0.9 (P_c + P_s)$ $P_s$ は實驗値 t
		t	誤差%	t	誤差%		
1	85.47	86.11	+ 0.7	95.75	+ 12.0	82.73	- 3.2
2	67.43	65.68	- 2.6	69.21	+ 2.6	62.90	- 6.7
3	70.23	65.68	- 9.7	69.21	- 1.5	64.43	- 8.3
4	55.73	56.91	+ 2.1	53.24	- 4.5	56.93	+ 2.2
5	56.67	57.08	+ 0.7	54.50	- 3.7	58.20	+ 2.7
6	69.37	68.83	- 0.8	(69.21)	- 0.2	67.67	- 2.5
7	66.20	67.68	+ 2.2	(67.91)	+ 2.6	66.54	+ 0.5
8	50.90	49.87	- 2.0	50.21	- 1.4	53.63	+ 5.4
9	87.27	93.82	+ 11.3	100.20	+ 14.3	90.73	+ 4.0
10	86.57	75.11	- 13.2	79.63	- 8.0	80.66	- 6.8
11	91.07	94.52	+ 3.8	96.71	+ 6.2	92.06	+ 1.1

但し( )中の値は斜材を考慮せず。(5)及び(6)に於ける $P_s$ の値としては夫々第79表(8)及び(9)の値を採用す。

としたのである。茲に $\mu_1$ と言ふのは鐵骨の断面を一體と見做し、其の回轉半径 $i_1$ と全長 $l_1$ としたのである。茲に $\mu_2$ と言ふのは鐵骨を組立てる各部材自身に依つて定まるものである。從に依るもの(第150圖参照)、 $\mu_2$ とは鐵骨を組立てる各部材自身に依つて定まるものである。從に依るもの(第150圖のNo. 1, No. 11等に於ては此の $\mu_2$ を考慮する必要がない。そして強度減少率つて第150圖のNo. 1, No. 11等に於ては此の $\mu_2$ を考慮する必要がない。そして強度減少率の公式として濱田氏の採用されたのは市街地建築物法施工規則中の規定即ち

$$\mu = 1 - 0.003 l/i$$

である。尙斜材の影響は先づ斜材夫自身の強度を計算し、其の値に $\cos \theta$ を乗じたものを斜材のない鐵骨柱の強度に加算したのである。此の如く相當に任意的の假定を含む計算方法に拘はらず、其の計算値と實驗値とは第79表(8), (9)に示すが如く大體に於て相一致して居る。

濱田氏の實験に依る鐵骨コンクリート柱の最大強度の平均は第80表(2)の値であつて、之は一般に(103)式に依る値より約10%小であるから、濱田氏は鐵骨コンクリート柱の最大軸壓荷重 $P_o$ に對して

$$P_o = 0.9 (P_c + P_s) \quad (105)$$

なる式を與へた。此の式に於て $P_o$ は鐵骨コンクリート柱中のコンクリート柱の最大強度即ち $K_c A_c$ 、 $P_s$ は鐵骨柱の屈伏點に相當する強度である。今(105)式中の $P$ に(104)式に依る計算値第79表の(8)の値を代入すれば第80表(5)となり、 $P_s$ に實驗値第79表の(9)の値を代入すれば

第80表(6)となり、何れにしても  $P_c$  の実験値と良く相一致することがわかる。

然し(105)式に於て  $A_s = 0$  即ち  $P_c = 0$  とすれば鐵骨柱のみの場合となるのであるが、此の場合に(105)式より  $P_c = 0.9 P_s$  となつて茲に論理的の矛盾が存在する。即ち(105)式の意味はコンクリート强度も鐵骨の强度も共に 10% 叉け減ることを意味して居る。

然るに鐵骨柱をコンクリートに埋込んだ場合には、鐵骨柱はコンクリートに依つて多少なりとも横の方向に支持せられるから、コンクリートに埋込まれた鐵骨柱の强度は鐵骨柱だけの强度の 0.9 とならずに、拘つて多少なりとも増大すべき筈である。故に今鐵骨柱がコンクリートに依つて横の方向に完全に支持せらるゝものと假定すること、即ち  $P_s = \sigma_y A_s$  とすることは  $P_s = 0.9 \mu \sigma_y A_s$  とするよりも真に近いものであらう。次に鐵骨コンクリート柱の强度がコンクリート柱及び鐵骨柱各自の强度の和より小であると云ふ事實は、鐵骨の介在に依つてコンクリートの强度が施工上減少するものと考へ、そしてその程度が約 2 割であるとすれば  $P_c = 0.8 K_c A_c$  となる。之等の關係より著者は鐵骨コンクリートの强度に對して

$$P_c = 0.8 K_c A_c + \sigma_y A_s \quad (106)$$

を提唱したい。 $\sigma_y$  を考慮することが不便ならば  $\sigma_y / K_c \equiv n$ ,  $n = 15$  として

$$P_c = K_c (0.8 A_c + 15 A_s) \quad (106a)$$

となる。實際濱田氏の實驗に於ける  $\sigma_y / K_c$  の平均値は 14.3 である。今(106)或は(106a)式に依つて濱田氏の實驗の場合を計算すれば第80表の(3)及び(4)となり、實驗值に對する誤差は極く僅少である。之等の式と濱田氏の公式との誤差の程度を比較せんが爲に、誤差の絶対値の平均を求むれば第80表の(3), (4), (5)及び(6)に對して夫々

$$(3): 4.5\%, \quad (4): 5.2\%, \quad (5): 4.0\%, \quad (6): 3.3\%$$

であつて、(106)或は(106a)式が實用上濱田氏の公式と比較して大なる誤差は示さない。故に實際の計算に於ては  $P_s$  を實驗する要もなく、また面倒なる長柱の計算をする必要もないから、(106)又は(106a)式に依る方が簡単である。勿論(106)又は(106a)式の當否は他の實驗に俟たねばならないが、濱田氏の實驗の他に依るべき適當なるものがない。

今(106)又は(106a)式が成立するものとすれば、鐵骨コンクリート柱の許容荷重  $P$  として

$$P = \sigma_{ca} \left( 0.8 A_c + \frac{\sigma_y}{K_c} A_s \right) \quad (107)$$

或は

$$P = \sigma_{ca} (0.8 A_c + 15 A_s) \quad (107a)$$

を得る。之等の式に於て  $A_s$  の計算には一般に斜材の影響を無視してもかまはない。それは斜材の影響を無視することに依つて起る誤差が一般に非常に小であり、且つ安全側にあるからである。

### § 67. 長柱の挫折に関する一般理論

#### I) 概 説

今迄に述べたことはすべて長さが或る限度以内にある短柱の場合であつて、抗壓材の長さが大である場合、即ち長柱の場合には所謂挫折(Buckling, 独: Knickung)なる現象が起る。

均等質の材料を以て出來得る限り正確に完全なる構體に近いものに仕上げられた長柱の兩端面の重心に、出來得る限り正確に軸壓荷重を加へたものと考へる。荷重が極く僅少なる間は、長柱は單に軸の方向に壓縮されるだけであつて、兩端面間の距離の減少と荷重の增加との間にはフックの法則に依る正比例的關係が成立する。然るに荷重がある限度に達すると、假令此の荷重に依る壓應力が材料の彈性限度より遙かに小なる場合に於ても、兩端面間の距離の變化と荷重との間の正比例的關係は破れ、荷重增加の程度に比して兩端面間の距離の縮小が著しくなる。之は即ち長柱が横の方向に彎曲するためであつて、一旦長柱に横の彎曲が生じた暁には、荷重は最早中心軸壓荷重としては作用せず、偏倚軸壓荷重となつて長柱中に彎曲應力を惹起する。即ち長柱は拱の如くになる。更に荷重が大となると長柱の彎曲は益々大となり、遂には短柱の破壊軸壓荷重よりも遙かに小なる荷重に於て彎曲に依つて破壊する。此の現象を挫折と稱し、長柱が將に彎曲せんとする際の軸壓荷重を長柱の挫折荷重(Buckling load)又は限界荷重(Critical load)と稱しそを一般に  $P_k$  で表はすことにする。また  $P_k$  を有効断面積  $A$  で除した値、即ち長柱が將に横に彎曲せんとする際の壓應力  $\sigma_k = P_k / A$  を長柱の挫折壓應力(Buckling stress)又は限界壓應力(Critical stress)と呼ぶ。

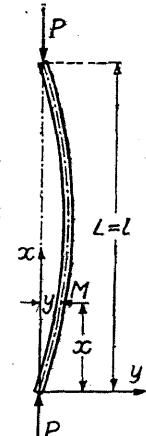
實際の場合に於ける挫折の原因是、勿論長柱が完全なる構體でないこと、材料が完全に均等でないこと、材料が完全に均等でないこと、荷重の作用線が斷面の重心線と完全に一致しないこと等の理由に基づくものであるが、斯かる實際上の缺點のない理論的に完全な長柱に於ても、荷重が挫折荷重以上になつた場合には、長柱の安定が不定になつて横の方向に彎曲の起り得ることが理論上證明されるのである。

#### 2) オイラーの長柱理論

長柱の挫折に關する理論の滥觴はオイラー(Euler)の理論であつて、其後理論的又は實驗的に多くの研究又は公式が發表せられたが<sup>(1)</sup>、次には先づオイラーの理論に就て記述する。

今第151圖の如く兩端に鉸がある長柱に於て完全なる彈性が成立し、且つ斷

第 151 圖



(1) R. Mayer, Die Knickfestigkeit, 1921.

面は一定不變であり、また長さ  $L$  に比して十分に小であるものと假定すれば、若し此の長柱が第151圖の如く彎曲したものと想像した場合、或る任意の断面に於ける曲モーメント  $M$  と撓み  $y$  との間には彈性理論に依り次の關係が成立する。

$$M = P \cdot y, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad \text{即ち} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{P}{EI} \quad \dots \dots \dots \quad (i)$$

但し  $E$  は材料の縦弾性係数、 $I$  は  $xy$  面に垂直なる重心軸の周りの断面の二次モーメントである。 $(i)$  式の一般解は

$$y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x \quad \dots \dots \dots \quad (ii)$$

但し  $\alpha = \sqrt{\frac{P}{EI}}$  であつて、 $x=0$  及び  $x=L$  なるときに  $y=0$  となり、且つ  $A$  及び  $B$  が同時に零とならない爲には

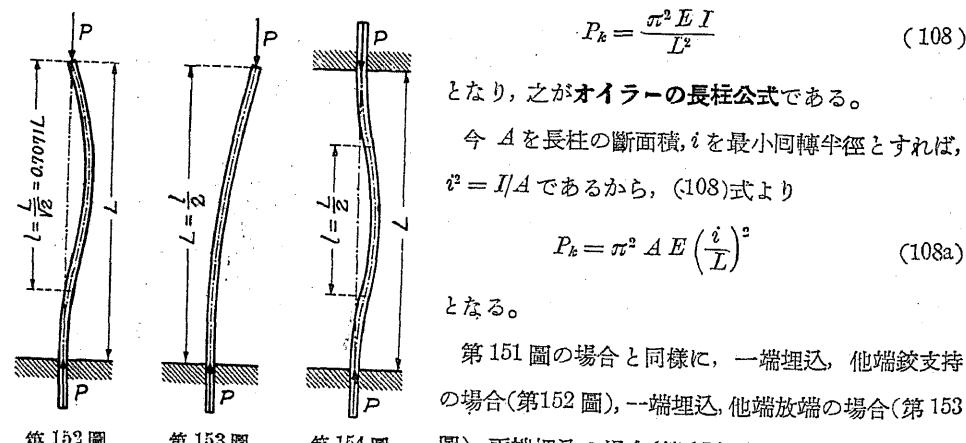
$$A = 0, \quad B \neq 0, \quad \sin \alpha L = 0$$

であつて、従つて最後の條件より  $\alpha L = m\pi$  或は

$$P = \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 EI \quad \dots \dots \dots \quad (iii)$$

を得る。但し  $m$  は零以外の任意の整数である。

故に長柱の軸圧荷重が  $(iii)$  式の値に達したときに長柱の彎曲即ち挫折が起り得るものであるから、 $(iii)$  式の最小限、即ち  $m=1$  であり  $I$  が断面の最小二次モーメントである場合の  $P$  を挫折荷重  $P_k$  とすれば



第152圖

第153圖

第154圖

第152圖の場合

$$P_k = \frac{2\pi^2 EI}{L^2} = 2\pi^2 A E \left(\frac{i}{L}\right)^2, \quad (109)$$

第153圖の場合

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} = \frac{\pi^2}{4} A E \left(\frac{i}{L}\right)^2, \quad (110)$$

第154圖の場合

$$P_k = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} = 4\pi^2 A E \left(\frac{i}{L}\right)^2 \quad (111)$$

が得られる。

之等の場合の長柱の彎曲の有様は圖に示すが如くなつて、茲に於て長柱の横に支持せらるべき長さ(Unsupported length)即ち自由挫折長(獨: Freie Knicklänge)として長柱の撓み曲線の反曲點間の距離、換言すれば  $M=0$  なる断面の間の距離をとり、之を  $l$  とすれば第151圖至第154圖の場合に對して順次に

$$l = L, \quad l = \frac{L}{\sqrt{2}} = 0.707 L, \quad l = 2L, \quad l = \frac{L}{2}$$

であるから、(108)乃至(110)の式はすべて其の條件の如何に拘はらず

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \pi^2 A E \left(\frac{i}{l}\right)^2 \quad (112)$$

に包含することが出來、挫折壓應力  $\sigma_k$  も

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 EI}{Al^2} = \pi^2 E \left(\frac{i}{l}\right)^2 \quad (113)$$

となる。上式中  $\frac{i}{l}$  の逆數  $\lambda = \frac{l}{i}$  は一般に長柱の纖弱率(Slenderness ratio)と呼ばれて居るものである。上記オイラーの公式では  $P_k$  又は  $\sigma_k$  は纖弱率  $\lambda$  の自乗と逆比例するから、 $P_k$  又は  $\sigma_k$  と  $\lambda$  との關係は一般に一つの双曲線となり、之をオイラーの双曲線と呼ぶ。

オイラーの公式は理論に於ては厳密であるが、其の根本に於て完全彈性を假定し、且つ長さが断面寸法に比して充分に長いことを假定するから、 $\lambda$  が小なる場合、或は  $\sigma_k$  が彈性限度を超過する様な場合には之を適用することが出來ない。また實際多くの實驗結果に對しても  $\lambda$  が小なる場合には當て嵌まらない。

オイラーの公式を適用し得る纖弱率  $\lambda$  の最小限は次の如くにして求めることが出来る。即ちオイラーの公式が適用される爲には  $\sigma_k$  が彈性限度  $\sigma_E$  以下であることを必要とするから、 $\sigma_k \leq \sigma_E$  として(113)式より  $i/l$  を解けば

$$\lambda = \frac{l}{i} \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_E}} \quad . \quad (114)$$

となり、之に就て鐵類に就て計算して見れば第81表の如くになる。テトマイヤーは後述の如く實驗の結果、オイラーの公式が適用される爲の  $\lambda$  の値として鑄鐵:  $\lambda \geq 80$ 、鍛鐵:  $\lambda \geq 112$ 、鎔鐵、鎔鋼:  $\lambda \geq 105$  として居るが之等

第81表

オイラーの公式に於ける纖弱率の最小限			
材 料	$E$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_E$ kg/cm <sup>2</sup>	$\lambda = \frac{l}{i}$
鍛 鐵	2 000 000	1 500	115
鎔 鐵	2 150 000	2 000	103
鎔 鋼	2 200 000	2 500	93
發 條 鋼	2 200 000	6 000	60

の値は第81表の値と略々一致して居る。

### 3) テトマイヤーの直線公式(Tetmeier's straight line formula)<sup>(1)</sup>

テトマイヤーは種々なる構造用材料に就て實験した結果、繊弱率がオイラーの公式の適用範囲以下である時には一般に

$$\sigma_k = \alpha - \beta \left( \frac{l}{i} \right) \quad (115)$$

なる直線式が實験に良く適合することを發見した。之がテトマイヤーの直線公式と呼ばれるものであつて、 $\alpha$ 及び $\beta$ は材料の性質に依る常数である。

オイラーの公式とテトマイヤーの公式との移行點、即ち(114)式の如く  $\lambda = \pi \sqrt{E/\sigma_E}$  の時に兩公式は同一の  $\sigma_k$  の値、即ち  $\sigma_E$  を與へねばならないから(115)式より

$$\sigma_E = \alpha - \beta \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_E}}$$

でなければならない。また  $\lambda = 0$  の場合には  $\sigma_k = \alpha$  となり、此の場合には完全なる短柱であつて、 $\sigma_k$  は其の抗壓強度  $K$  に等しくなければならない。故に  $\alpha$  と  $\beta$  とは理論上

$$\alpha = K, \quad \beta = \frac{K - \sigma_E}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_E}{E}} \quad (116)$$

となる。然し屈伏點を有する材料で其の屈伏點  $\sigma_y$  を基準とすれば

$$\alpha = \sigma_y, \quad \beta = \frac{\sigma_y - \sigma_E}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_E}{E}} \quad (116a)$$

となる。然し實際に於ては之等の關係を基礎として實験に依つて  $\alpha$  及び  $\beta$  を決定すべきである。

テトマイヤーが彼の實験の結果、諸種の材料に對して與へた公式は次の如くである。

#### a. 木材 ( $E = 100000 \text{ kg/cm}^2$ )

$$\begin{aligned} \lambda \geq 100: & \quad \sigma_k = 987000/\lambda^2 (\text{kg/cm}^2), \\ \lambda \leq 100: & \quad \sigma_k = 293 - 1.94\lambda (\text{kg/cm}^2), \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (117)$$

#### b. 鑄鐵 ( $E = 1000000 \text{ kg/cm}^2$ )

$$\begin{aligned} \lambda \geq 80: & \quad \sigma_k = 987000/\lambda^2 (\text{kg/cm}^2), \\ \lambda \leq 80: & \quad \sigma_k = 7760 - 120\lambda + 0.53\lambda^2 (\text{kg/cm}^2), \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (118)$$

#### c. 鋼鐵 ( $E = 2000000 \text{ kg/cm}^2$ )

$$\begin{aligned} \lambda \geq 112: & \quad \sigma_k = 1974000/\lambda^2 (\text{kg/cm}^2), \\ \lambda \leq 112: & \quad \sigma_k = 3030 - 12.9\lambda (\text{kg/cm}^2), \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (119)$$

<sup>(1)</sup> L. v. Tetmeier, Die Gesetze der Knickungs- und der zusammengesetzten Druckfestigkeit der technisch wichtigsten Baustoffe, 3. Aufl., 1903.

#### d. 鑄鐵 ( $E = 2150000 \text{ kg/cm}^2, \sigma_t < 4500 \text{ kg/cm}^2$ )

$$\begin{aligned} \lambda \geq 105: & \quad \sigma_k = 21220000/\lambda^2 (\text{kg/cm}^2), \\ \lambda \leq 105: & \quad \sigma_k = 3100 - 11.4\lambda (\text{kg/cm}^2), \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (120)$$

#### e. 鋼鐵 ( $E = 2240000 \text{ kg/cm}^2, \sigma_t > 4500 \text{ kg/cm}^2$ )

$$\begin{aligned} \lambda \geq 105: & \quad \sigma_k = 22200000/\lambda^2 (\text{kg/cm}^2), \\ \lambda \leq 105: & \quad \sigma_k = 3210 - 11.6\lambda (\text{kg/cm}^2). \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (121)$$

上記の公式を圖示すれば第155圖の如くになる。

純理論的立場から見れば上記テトマイヤーの公式にも幾多の缺點がある。第一にはオイラーの公式との限界に於て不連續であること、第二には  $\lambda$  が可成り小なる長柱に對しては實際よりも著しく小なる  $\sigma_k$  の値を與へること等であるが、テトマイヤーの公式は多數の實験結果に準據し、且つ式が簡単であるために、現今最も一般に使用せられて居る式である。

#### 4) エンゲツサー(Engesser)及びカルマン(Kármán)の公式

前述の如くオイラーの公式にもテトマイヤーの公式にも理論上また實際上の缺點がある。之等の缺點を取除き、彈性限度以内に於ても、また彈性の成り立たない場合にも、適用し得る様な長柱の一般理論を最初に發表したのはエンゲツサー<sup>(1)</sup>であつて、其の理論は後にカルマン<sup>(2)</sup>の詳細なる實驗に依つて確證せられた。その大要は次の如きものである。

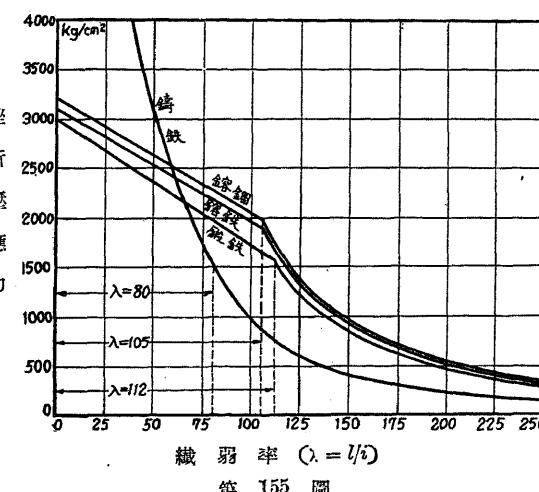
先づ一般に應力  $\sigma$  と之に相應する變形率  $\varepsilon$  との間に

$$\sigma = E(\sigma) \cdot \varepsilon$$

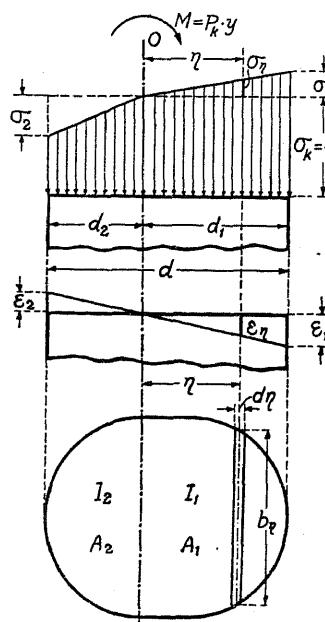
なる關係が成立するものとする。但し  $E(\sigma)$  は §34に述べた彈性割線係数であり、 $\sigma$  の函數であり、オイラーの公式中の縱彈性係数  $E$  と混同しないことを要する。

<sup>(1)</sup> F. Engesser, Zeitschr. f. Arch.- u. Ing.-Wesen 1889, S. 455; Schweiz. Bauzeitung, Bd. 26, S. 24; Zeitschr. d. V. D. I. 1898, S. 927.

<sup>(2)</sup> Th. v. Kármán, Untersuchungen über Knickfestigkeit, Mitt. ü. Forschungsarbeiten a. d. Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 81, 1910.



第155圖



第 156 圖

今軸圧荷重が  $P_k$  となり、之に依つて圧應力が  $\sigma_k$ 、壓變形率が  $\epsilon_k$  になつたときに長柱が横に  $y$  だけ彎曲したものとすれば、 $M = P_k y$  なる曲モーメントを生じ、之に依つて斷面中には  $\sigma_k$  なる等布壓應力の他に、曲應力を生ずる(第 156 圖参照)。此の曲應力の間には次の平衡條件が成立しなければならない。

$$\int_A \sigma_y dA = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\int_A \sigma_y \eta dA + M = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

然るに  $y$  が極めて小なる場合にはペルヌウリ(Bernoulli)の假説に従つて、平面斷面は彎曲後も平面であるから

$$\epsilon_\eta = \eta / (\text{彎曲の曲率半径 } \rho) \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

であり、従つて  $\sigma_\eta$  が壓應力である斷面の部分  $A_1$  に於ては

$$\sigma_\eta = E_1 \epsilon_\eta = E_1 \frac{\eta}{\rho} \quad \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

であり、 $\sigma_\eta$  が張應力である斷面の部分  $A_2$  に於ては

$$\sigma_\eta = E_2 \epsilon_\eta = E_2 \frac{\eta}{\rho} \quad \dots \dots \dots \text{(v)}$$

である。茲に  $E_1$  及び  $E_2$  は共に  $\sigma_\eta$  と  $\epsilon_\eta$  との間の關係を示す彈性係數であつて、彎曲が小なるときは之を常數と見做すことが出来る。故に(iv)及び(v)を(i)及び(ii)に代入すれば

$$(i) \text{ より } E_1 \int_0^{d_1} b_\eta \eta d\eta + E_2 \int_0^{-d_2} b_\eta \eta d\eta = 0, \quad \dots \dots \dots \text{(i)'}$$

$$(ii) \text{ より } E_1 \int_0^{d_1} b_\eta \eta^2 d\eta + E_2 \int_0^{-d_2} b_\eta \eta^2 d\eta = -M\rho = -P_k y \rho \quad \dots \dots \dots \text{(ii)'}$$

となる。然るに

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{d_1} b_\eta \eta d\eta &= G_1, & \int_0^{-d_2} b_\eta \eta d\eta &= G_2, \\ \int_0^{d_1} b_\eta \eta^2 d\eta &= I_2, & \int_0^{-d_2} b_\eta \eta^2 d\eta &= I_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \text{(vi)}$$

とすれば、§ 60 にて定義した如く  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $I_1$  及び  $I_2$  は夫々  $A_1$  及び  $A_2$  の部分の  $O-O$  軸の周りの一次モーメント及び二次モーメントである。故に (vi) を (i)' 及び (ii)' に代入すれば

$$E_1 G_1 + E_2 G_2 = 0, \quad \dots \dots \dots \text{(122)}$$

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = -M\rho = -P_k y \rho \quad \dots \dots \dots \text{(123)}$$

を得る。(122)式は  $O-O$  軸の位置を決定する式である。

今  $y$  が極めて僅少なる場合には

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y}{d x^2}$$

であるから、(123)式より

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = -\frac{P_k}{E_1 I_1 + E_2 I_2} y \quad \dots \dots \dots \text{(124)}$$

となる。此の式はオイラーの公式の場合に掲げた(i)式と同形であつて、従つて其の解は(112)と同様に

$$P_k = \frac{\pi^2 (E_1 I_1 + E_2 I_2)}{l^2} \quad \dots \dots \dots \text{(125)}$$

となる。今  $I$  を断面の重心軸の周りの断面の二次モーメントとし

$$T = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{I} \quad \dots \dots \dots \text{(126)}$$

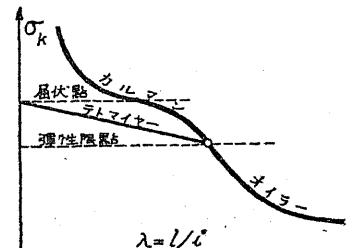
とすれば、(125)式は全くオイラーの公式と同じく

$$P_k = \frac{\pi^2 T I}{l^2} = \pi^2 A T \left(\frac{i}{l}\right)^2 \quad \dots \dots \dots \text{(127)}$$

となり、従つて  $\sigma_k$  は

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 T I}{A l^2} = \pi^2 T \left(\frac{i}{l}\right)^2 \quad \dots \dots \dots \text{(128)}$$

となる。上記(125), (127)及び(128)式はエンゲツサー・カルマンの公式或は単にカルマンの公式と呼ばれ、 $T$  は挫折彈性係數(獨: Knickmodul)と呼ばれるものである。若し挫折が彈性限度以内に於て生じ  $E_1 = E_2 = E$ (常數)なる場合には(122)式より  $O-O$  軸は断面の重心軸と一致し、 $I = I_1 + I_2$  となつて  $T$  は  $E$  と相等しくなる。従つて織弱率が大であつて挫折が彈性限度以内に於て生ずる場合にはカルマンの公式は全くオイラーの公式と一致する。此の關係は第 157 圖に示す通りである。



カルマンの公式は理論上正確であり、且つ實驗結果と良く一致する最も優れた長柱公式ではあるが、 $T$  が一定の常數ではなく  $\sigma_k$  又は  $\epsilon_k$  の函数であるから其の計算が非常に面倒である。 $T$  の計算に使用すべき  $E_1$  及び  $E_2$  の値に就ては之を次の

如く考へねばならない。今第158圖の如き應力變形率曲線を假定すれば、 $\sigma_1$ は $\sigma_k$ に對する微少の增加であるから、 $E_1 = \sigma_1/\epsilon_1$ の値は $\sigma_k$ の點の彈性切線係数 $E_T$ であるが、 $\sigma_2$ は $\sigma$ に對する微少なる減少であつて、此の場合には初期彈性係數 $E_o$ に従つて變形が起るから、 $E_2 = \sigma_2/\epsilon_2$ に對しては $E_o$ の値を採用せねばならない。

### 5) ランキン(Rankine)の長柱公式

ランキンの公式又はシュワルツ(Schwarz)或はナヴィエ( Navier)の公式と呼ばれるものは

$$\sigma_k = \frac{K}{1 + \beta \lambda^2} \quad \text{或は} \quad \sigma_{ka} = \frac{\sigma_{oa}}{1 + \beta \lambda^2} \quad (129)$$

の形のものである。但し $K$ は材料の抗壓強度、 $\sigma_{oa}$ は之に對する許容壓應力、 $\beta$ は材料の性質に依る係數である。 $\beta$ に對しては實驗の結果

鎌鐵:  $\beta = 0.000\ 160$ , 鎔鐵:  $\beta = 0.000\ 077$ ,

鎌鐵:  $\beta = 0.000\ 044$ , 木材:  $\beta = 0.000\ 150$

が適當とされて居る。

(129)の形の公式は廣く實用に供せられる式であるが、之をオイラーの公式より次の如くにして導來することが出来る。即ち今 $K$ を材料の抗壓強度とし、 $\sigma$ と $\epsilon$ との間にリッター(Ritter)<sup>(1)</sup>の假定せるが如く

$$\sigma = K(1 - e^{-m\epsilon}) \quad (130)$$

なる關係を假定する。但し $m$ は材料の性質に依る常數であつて、上式より $E_T$ を求むれば

$$E_T = \frac{d\sigma}{d\epsilon} = mK e^{-m\epsilon} = m(K - \sigma) \quad (131)$$

となる。之等の式の意味は次の如きものである。即ち(131)式にて $\sigma = 0$ とし初期彈性係數を $E_o$ とすれば

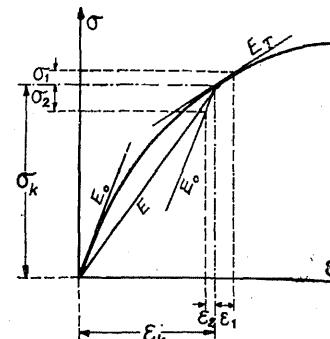
$$E_o = mK \quad \text{即ち} \quad m = \frac{E_o}{K} \quad (132)$$

となり、之を(131)に代入すれば

$$E_T = E_o = \left(1 - \frac{\sigma}{K}\right) \quad (131a)$$

を得、従つて(130)の假定は $E_T$ と $\sigma$ とが第159圖の如く直線的關係となり、 $\sigma = K$ に於て $E_T = 0$

<sup>(1)</sup> W. Ritter, Schweiz. Bauzeitung, 1899, Ed. 33.



第 158 圖

即ち應力變形率曲線が水平となることを意味する。

今(131)或は(131a)の $E_T$ の値をオイラーの公式(113)の $E$ に代入すれば

$$\sigma_k = m \pi^2 (K - \sigma_k) \left(\frac{i}{l}\right)^2 = \pi^2 E_o \left(1 - \frac{\sigma_k}{K}\right) \left(\frac{i}{l}\right)^2$$

となり、之より $\sigma_k$ を求むれば

$$\sigma_k = \frac{K}{1 + \frac{1}{m \pi^2} \left(\frac{l}{i}\right)^2} = \frac{K}{1 + \frac{K}{E_o \pi^2} \left(\frac{l}{i}\right)^2} \quad (133)$$

即ち(129)と全く同じ形のものが得られる。従つて

$$\beta = \frac{1}{m \pi^2} = \frac{K}{E_o \pi^2} \quad (134)$$

なることを知る。此の意味に於て(129)の公式をリッターの公式とも呼ぶ。

### § 68. 鐵筋コンクリート長柱に關する公式

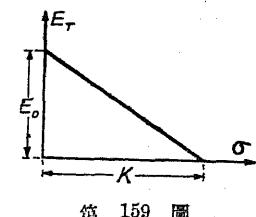
前述の如く長柱の挫折に關する理論又は公式に就ては多くのものが發表せられたが、其の中でもカルマンの理論は完全彈性を假定しないから、理論的見地から見れば鐵筋コンクリート長柱に對して最も妥當なる理論と言へる。然し其の挫折彈性係數 $T$ が應力の函數であるばかりでなく、斷面の形狀に依つても變化するものであつて、假令應力と變形率との關係が簡単な式で表はし得る場合であつても、矩形斷面以外の場合に $T$ を求めるることは非常に困難であり、従つてカルマンの理論は到底之を實用に供することは出來ない。

次にオイラーの公式に就て考ふるに、オイラーの公式が適用されるためには、纖弱率 $\lambda = l/i$ が(114)式の値より大なることを必要とする。今コンクリートの彈性係數を $E_c = 200\ 000 \sim 300\ 000 \text{ kg/cm}^2$ とし、近似的に彈性限度と見做し得る壓應力の値を $\sigma_E = 50 \sim 75 \text{ kg/cm}^2$ とすれば、一般 $E_o$ にが大となるに従つて $\sigma_E$ も大になるものと考へられるから

$$\frac{E_c}{\sigma_E} = 4\ 000 \quad \text{即ち} \quad \lambda = \frac{l}{i} \geq \pi \sqrt{4\ 000} = 199 .$$

となる。従つてオイラーの公式が鐵筋コンクリート又はコンクリート長柱に適用されるためには、 $\lambda$ が約200以上であることを必要とする。然し此の様に細長なる鐵筋コンクリート又はコンクリート支柱は實際に於ては殆んど絶無であり、且つコンクリートには完全彈性がないことを考へればオイラーの公式は此の場合之を適用することは出來ない。

鐵筋コンクリート長柱に對して一般に用ひられるものはテトマイヤーの直線公式及びランキ



第 159 圖

ンの公式である。

テトマイヤーの直線公式(115)は、(116)の関係に依り

$$\sigma_k = K - \frac{K - \sigma_E}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_E}{E}} \cdot \frac{l}{i}$$

となる。茲に  $K$  と言ふのは  $\lambda$  が零の場合の抗圧強度であつて、コンクリートに於ては  $K$  は大體に於て標準供試體に依る抗圧強度と考へられる。然るにコンクリートの支柱としての強度  $K$  は § 20 に述べた如く標準供試體の強度の約 80% と考へられるから、 $K = 1.25 K_c$  とすれば、上式は

$$\sigma_k = K_c \left\{ 1.25 - \frac{1.25 - \frac{\sigma_E}{K_c}}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_E}{E}} \cdot \frac{l}{i} \right\} \quad (135)$$

となり、今前記の如く

$$K_c = 150 \sim 225 \text{ kg/cm}^2, \sigma_E = 50 \sim 75 \text{ kg/cm}^2, E = 200000 \sim 300000 \text{ kg/cm}^2,$$

即ち  $K/\sigma_E = 3, E/\sigma_E = 4000$  とすれば、(135)式より

$$\sigma_k = K_c \left( 1.25 - 0.0046 \frac{l}{i} \right) \quad (136)$$

を得、 $\sigma_k$  及び  $K_c$  に同じ安全率を許せば

$$\sigma_{ka} = \sigma_{ca} \left( 1.25 - 0.0046 \frac{l}{i} \right) \quad (136a)$$

となる。

同様にランキンの公式に相當する(133)式に於て  $K = 1.25 K_c$  とすれば

$$\sigma_k = \frac{1.25 K_c}{1 + \frac{1.25 K_c}{E_c \pi^2} \left( \frac{l}{i} \right)^2} \quad (137)$$

となり、(135)式に於けると同じく

$$K_c = 150 \sim 225 \text{ kg/cm}^2, E_c = 200000 \sim 300000 \text{ kg/cm}^2$$

とすれば、(137)式より

$$\sigma_k = \frac{1.25 K_c}{1 + 0.000094 \left( \frac{l}{i} \right)^2}, \quad \sigma_{ka} = \frac{1.25 \sigma_{ca}}{1 + 0.000094 \left( \frac{l}{i} \right)^2} \quad (138)$$

を得る。此の結果より見ればランキンの公式(129)中の  $\beta$  は 0.00009 位となるべき筈になる。實際リッターは 0.0001 とした<sup>(1)</sup>、即ち

<sup>(1)</sup> W. Ritter, Schweiz. Bauzeitung, 1899, Bd. 33.

$$\sigma_k = \frac{1.25 K_c}{1 + 0.0001 \left( \frac{l}{i} \right)^2}, \quad \sigma_{ka} = \frac{1.25 \sigma_{ca}}{1 + 0.0001 \left( \frac{l}{i} \right)^2} \quad (139)$$

であつて、之は瑞西の標準示方書に採用されて居る公式である。

バッハは實驗の結果  $\beta$  に對して  $\beta = 0.00005$  の値を與へたが<sup>(2)</sup>、之は  $l/i = 88 \sim 92$  の小範圍に於ける實驗結果であるから其の他の場合に充分であるか否かはわからない。

實際の鋼筋コンクリート長柱の設計又は計算に於て或る示方書又は條令に従ふ場合には、勿論上述の公式に依らず之等の示方書に規定されて居る所に従はねばならない。之等に於ては普通に長柱の許容荷重  $P'$  或は長柱の許容圧應力  $\sigma_{ka}$  に對してテトマイヤーの直線公式と同形の式を採用して居る。即ち

$$P' = P \left( \alpha - \beta \frac{l}{i} \right) \quad \text{或は} \quad \sigma_{ka} = \sigma_{ca} \left( \alpha - \beta \frac{l}{i} \right) \quad (140)$$

であつて、 $P$  は短柱の許容荷重、 $\sigma_{ca}$  は短柱の許容圧應力である。そしてまた短柱と長柱との限界を  $l/i$  の値に依つて規定するのが普通である。

今短柱と長柱との限界を理論的に求めるために(136)或は(138)式に就て考へれば、之等の式に依つて與へられる  $\sigma_k$  が  $K_c$  より大になつたとすれば、支柱に挫折が起るより前に支柱が軸壓荷重によつて壓碎することになる。従つて  $\sigma_k \geq K_c$  の場合には挫折が起らず、 $\sigma_k < K_c$  の場合に於てのみ挫折が起り得ることになる。故に長柱と短柱との限界點の織弱率の値は、之等の式に於て  $\sigma_k = K_c$  と置くことに依つて求められる。即ち(136)式より

$$1 = 1.25 - 0.0046 \frac{l}{i}, \quad \frac{l}{i} = 54;$$

(138)式より

$$1.25 = 1 + 0.000094 \left( \frac{l}{i} \right)^2, \quad \frac{l}{i} = 52$$

となる。實際多くの示方書又は條令では  $l/i = 40 \sim 50$  を以て長柱と短柱との限界として居るものが多い。

土木學會の標準示方書の第 94 條に於ては

(1) 中心軸荷重を受くる長柱の許容軸荷重は、短柱の許容軸荷重に次の係数を乗じて、之を求むべし。

$$1.45 - 0.01 \left( \frac{h}{i} \right)$$

茲に  $h$  は柱の高さ、 $i$  は柱の全斷面の最小回轉半徑とす。

(2) 柱の高さは普通の建物に於ては床版間の純間隔とし、其の他の場合に於ては横方向に支持せらざる長さとすべし。

<sup>(1)</sup> C. Bach, Zeitschr. d. V. D. I., 1913, S. 1969.

と規定して居る。之は即ち短柱と長柱との限界を  $l/i = 45$  とし

$$P' = P \left( 1.45 - 0.01 \frac{l}{i} \right) \text{ 或は } \sigma_{ka} = \sigma_{ca} \left( 1.45 - 0.01 \frac{l}{i} \right)$$

としたものである。

米國の標準示方書に於ては  $l/i$  が 40 以上の場合を長柱とし、其の許容荷重  $P'$  として

$$P' = P \left( 1.33 - \frac{1}{120} \cdot \frac{l}{i} \right) \quad (142)$$

と規定し、獨逸の標準示方書に於ては

$$\omega P' = \sigma_{ca} A_i \text{ 即ち } P' = \frac{P}{\omega} \quad (143)$$

とし、 $\omega$ を挫折係数(獨: Knickzahl)と呼ぶ。 $\omega$ を規定するには織弱率に依らずに、高幅比(Hight-side ratio), 即ち長柱の高さ  $l$  を断面の最小幅  $s$  で除した値に依つて第 82 表の如くに規定して居る。

第 82 表

	正方形又は矩形断面			螺旋筋柱		
	帶 鐵 筋 柱	$s$ は螺旋の直徑				
高 幅 比 $h/s$	15	20	25	13	20	25
織 弱 率 $h/i$	52	69	87	52	80	100
挫 折 係 數 $\omega$	1.00	1.25	1.75	1.00	1.70	2.70

然るに高幅比  $h/s$  と織弱率  $h/i$  との関係は、矩形又は正方形断面の場合には

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} \text{ 即ち } \frac{h}{i} = \sqrt{12} \frac{h}{s}$$

であり、直徑  $D$  なる圓形断面の場合には

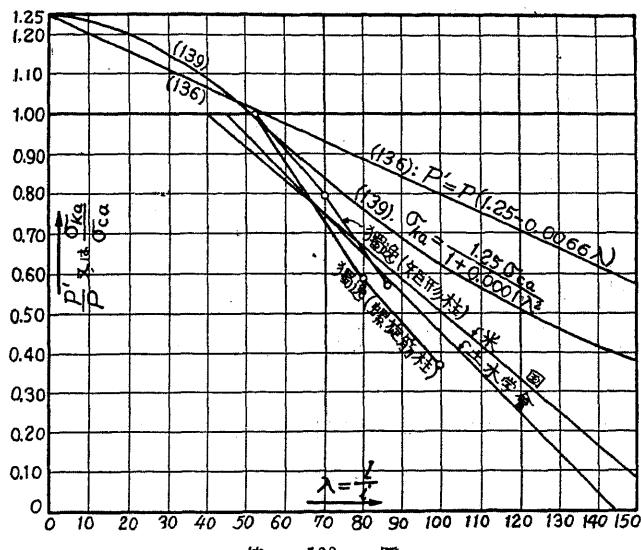
$$i = \frac{D}{4} \text{ 即ち } \frac{h}{i} = 4 \frac{h}{s}$$

であるから、何れにしても獨逸の規定では織弱率が 52 の場合を以て、長柱と短柱との限界とすることになる。

今上記の諸公式の與へる  $P'/P$  或は  $\sigma_{ka}/\sigma_{ca}$  の値を比較すれば第 160 圖の如くであつて、普通に設計せらるゝ場合、即ち  $\lambda = 50 \sim 80$  に對しては何れの公式も大差なき値を示して居る。尙我國の市街地建築物法施工規則、又は内務省の道路構造に關する細則中には鋼筋コンクリートの長柱に關する特別なる規定はない。

上記の長柱公式を使用する場合に留意すべきは  $l$  と  $i$  の採り方である。 $l$  としては理論上自

由挫折長を採用すべきものであるが、鋼筋コンクリート構造に於ては柱は一般に桁、版及び基礎等と一體に作られるのが普通であるから、理論的に自由挫折長を正確に決定することは甚だ困難である。故に特別なる構造に依つて第 151 圖乃至第 154 圖の場合の様な支持條件が満足されない限り、一般には  $l$  として横の方向に支持のない最長距離を採用するのが安全である。



第 160 圖

また  $i$  の計算に於てはコンクリート断面と鋼筋断面の  $n$  倍とを考慮した有効等価断面に就て計算を行ふのが正當であるが、之は断面が既知である場合にのみ可能である。従つて長柱を設計する場合には先づ断面を假定して計算を行ふか、或は鋼筋を無視しコンクリートのみに就て計算を行ふのが普通である。コンクリートのみを考慮することに依つて起る誤差は一般に安全側にある。尙普通の場合には  $i$  として最小回轉半径を探らねばならないことは明かである。然し何等かの理由に依つて最小回轉半径の方向に挫折が起り得ない場合には、 $i$  としては挫折の起り得る方向の回轉半径を採用すべきは言ふまでもない。

### § 69. 鋼筋コンクリート柱の壓縮變形

同じ條件の下に製作及び試験せられた無筋コンクリート柱と鋼筋コンクリート柱との壓縮變形に關する多くの實驗結果に依れば、軸壓荷重が最大荷重の約 1/2 或は許容荷重迄の範圍に於ては此の兩者の變形の差は非常に僅少であり、また帶鐵筋或は螺旋筋の影響も極めて僅かである。従つて上記の範圍に於ては鋼筋コンクリート柱の壓彈性係數をコンクリートの壓彈性係數  $E_c$  と相等しきものと考へて差支へない。

故に今  $E_c$  を一定と考へれば、原長  $l$  なる鋼筋コンクリート柱の軸壓荷重  $P$  に依る壓縮變形  $\Delta l$  は

$$\Delta l = \varepsilon_c l = \frac{\sigma_a}{E_c} l = \frac{P}{E_c A_i} l \quad (144)$$

となり、また(45)式の如く  $\varepsilon_c$  と  $\sigma_c$  との関係を

$$\varepsilon_c = \alpha \sigma_c^r$$

で示せば

$$A_l = \varepsilon_c l = \alpha \sigma_c^r l = \alpha \left( \frac{P}{A_i} \right)^r l \quad (145)$$

となる。

### § 70. 例題

#### 例題 1.

第161図の如き正方形断面の帶鐵筋柱の許容軸圧荷重  $P$  を求む。但し  $\sigma_{ca} = 40 \text{ kg/cm}^2$ ,  $n = 15$  とする。

軸鐵筋としては径 20 mm の丸鋼 8 本を使用するから

$$A_s = 8 \times \frac{\pi}{4} 2^2 = 25.13 \text{ cm}^2$$

となる。今鐵筋の断面積を無視すれば

$$A_c = A_o = 50^2 = 2500 \text{ cm}^2,$$

$$A_i = A_c + 15 A_s = 2500 + 15 \times 25.13 = 2877 \text{ cm}^2,$$

故に(89)式より

$$P = \sigma_{ca} A_i = 40 \times 2877 = 115080 \text{ kg} = 115.08 \text{ t}$$

となる。鐵筋の断面積を考慮すれば

$$A_c = A_o - A_s = 2475 \text{ cm}^2, \quad A_i = 2852 \text{ cm}^2,$$

$$P = \sigma_{ca} A_i = 40 \times 2852 = 114080 \text{ kg} = 114.08 \text{ t}$$

となる。故に鐵筋の断面積を無視することに依る誤差は

$$\frac{115.08 - 114.08}{114.08} = \frac{1}{114.08} = 0.009 = 0.9\%$$

となる。

#### 例題 2.

上記の帶鐵筋柱に 120 t の軸圧荷重が作用した場合のコンクリート及び鐵筋の圧應力を求む。

(89)式より、鐵筋断面積を無視すれば

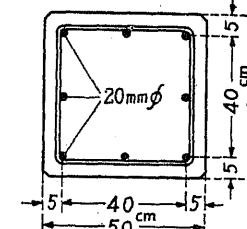
$$\sigma_c = \frac{120000}{2877} = 41.7 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_s = 15 \sigma_c = 626.5 \text{ kg/cm}^2,$$

鐵筋断面積を考慮すれば

$$\sigma_c = \frac{120000}{2852} = 42.1 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_s = 15 \sigma_c = 631.5 \text{ kg/cm}^2.$$

#### 例題 3.

第161図の帶鐵筋柱に於て軸圧荷重が  $N = 150 \text{ t}$  なる場合に必要な軸鐵筋量を求む。但し



第 161 圖

$$\sigma_{ca} = 40 \text{ kg/cm}^2 \text{ とす。}$$

鐵筋断面積を  $A_s$  に對して無視する場合には(87)式より

$$A_s = \frac{1}{15} \left( \frac{N}{\sigma_{ca}} - A_c \right) = \frac{1}{15} \left( \frac{150000}{40} - 2500 \right) = 83.33 \text{ cm}^2$$

となり、鐵筋断面積を考慮する場合には  $A_c = A_o - A_s$  であるから

$$A_s = \frac{1}{14} \left( \frac{N}{\sigma_{ca}} - A_o \right) = \frac{1}{14} \left( \frac{150000}{40} - 2500 \right) = 89.29 \text{ cm}^2$$

となり、大體として徑 30 mm の丸鋼 12 本即ち

$$A_s = 12 \times \frac{\pi}{4} 3^2 = 84.82 \text{ cm}^2$$

で充分であることになる。

#### 例題 4.

第161図の断面の帶鐵筋柱の長さが 8 m なる場合の許容軸圧荷重  $P'$  を求む。但し  $\sigma_{ca} = 40 \text{ kg/cm}^2$  とする。

第161図の断面の重心軸の周りの二次モーメントは、鐵筋を全然無視すれば

$$I_c = \frac{50^4}{12} = 520800 \text{ cm}^4,$$

鐵筋の断面積をコンクリートに對して 15 倍有効であると考へれば

$$I_i = I_c + 15 I_s = \frac{50^4}{12} + 15 \times 6 \times \frac{\pi}{4} 2^2 \times 20^2 = 520800 + 113200 = 634000 \text{ cm}^4$$

となり、回轉半径  $i$  は、鐵筋を無視する場合には

$$i = \sqrt{\frac{634000}{2500}} = \sqrt{253.6} = 14.43 \text{ cm}$$

鐵筋を考慮する場合には

$$i = \sqrt{\frac{634000}{2877}} = \sqrt{223.7} = 14.96 \text{ cm}$$

となる。今  $l = 8 \text{ m} = 800 \text{ cm}$  として鐵弱率を求むれば、上記二つの場合に對して夫々

$$\lambda = \frac{800}{14.43} = 55.4 \quad \text{及び} \quad \lambda = \frac{800}{14.96} = 53.5$$

となる。即ち此の場合は長柱であつて、例題 1 に依り短柱の許容荷重  $P$  を  $P = 114.08 \text{ t}$  とし  $\lambda = 53.5$  とすれば

$$(141) \text{式より} \quad P' = 114.08 (1.45 - 0.01 \times 53.5) = 104.4 \text{ t},$$

$$(142) \text{式より} \quad P' = 114.08 \left( 1.33 - \frac{53.5}{120} \right) = 102.1 \text{ t},$$

また獨逸の規定に依れば高幅比は  $800/50 = 16$  であるから挫折係数  $\omega$  は

$$\omega = 1.00 + (1.25 - 1.00) \frac{16 - 15}{20 - 15} = 1.0625$$

となり、従つて

$$P' = \frac{114.08}{1.0625} = 107.4 \text{t}$$

となる。

### 例題 5.

第162圖の如き螺旋筋柱の許容軸圧荷重を求む。但し  $\sigma_{ca} = 40 \text{ kg/cm}^2$  とする。

第162圖に従つて

$$D = 65 \text{ cm}, s = 8 \text{ cm},$$

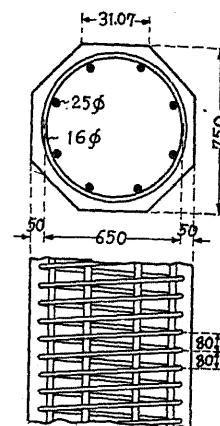
$$A_s = \frac{\pi}{4} 2.5^2 = 39.26 \text{ cm}^2,$$

$$A_c = \frac{\pi}{4} 65^2 - A_s = 3318.3 - 39.3 = 3279 \text{ cm}^2,$$

$$A_a = \frac{\pi \times 65 \times \frac{\pi}{4} 1.6^2}{8} = 40.29 \text{ cm}^2,$$

故に(101)式に依つて

$$\begin{aligned} P &= 40(3279 + 15 \times 39.26 + 45 \times 40.29) \\ &= 40(3279 + 589 + 1813) = 40 \times 5681 = 227240 \text{ kg} = 227.24 \text{ t}. \end{aligned}$$



第162圖

## 第三章

### 彎曲を受くる部材(總論)

#### § 71. 総 説

鐵筋コンクリート構造として其の特徴の最も明瞭に了解されるのは部材に彎曲が生ずる場合である。即ち張應力に對しては非常に弱いコンクリートを鐵筋でもつて補強し、桁の中に生ずる張力の大部分或は全部を鐵筋に依つてとらしめるのである。

一般に彎曲を受くる部材としては桁又は梁が想像される。然し彈性學上より嚴密に考へれば、部材の表面には何等の外力がなく、たゞ兩端面に作用する偶力のみに依つて彎曲が起る場合、部材の表面には何等の外力がなく、兩端面に偶力と軸に垂直なる方向の力とが作用する場合、部材の表面に直接に外力が加はる場合の三場合を區別しなければならない。此の第一の場合は所謂純彎曲(Pure bending)の場合であつて、此の場合にのみ部材の横斷面は部材の彎曲後も平面であると言ふベルヌウリ・オイラー(Bernoulli-Euler)或はクーロン(Coulomb)の假定が成立し、之と同時にフックの法則を假定することに依り、横断面に作用する垂面應力が中立軸よりの距離に正比例すると言ふナヴィエ( Navier )の古典的彎曲理論が成立する。即ち此の第一の純彎曲の場合に於てのみ普通の計算方法が可成りの程度に正確に適用され得るものである。第二、第三の場合は所謂桁又は梁(Beam)の場合であつて、此の場合には何れにしても部材に剪力が作用し、此の爲に生ずる剪應力に依つて部材の横断面は部材の彎曲後は平面とならず、従つてベルヌウリ・オイラーの假定が成立せず、またナヴィエの理論も正確に適用することは出来ない。殊に第三の場合、即ち外力が直接に部材表面に作用する場合には、此の外力の爲に部材の軸に平行なる面に作用する垂面應力が、横断面に作用する垂面應力に比し、之を無視し得ざる様な値となり、また其の應力分布状態も著しく複雑なるものとなる。今日一般に桁の理論として採用されて居るのはナヴィエの理論より出發したものであるが、之が上記の純彎曲の場合にのみ正確に近く、構造上最も重要な桁の場合、即ち集中荷重或は分布荷重を受ける桁に於て其の厳密性が最も多く失はれることは、工學上的一大不幸と謂はねばなるまい。然し部材の長さが其の斷面寸法に比して十分に長い場合には、工學的立場から見てナヴィエの理論に依つて充分に正確なる結果を得ることが出来る。殊に集中荷重若くは分布荷重の影響、或は兩端面に作用する外

力の分布が計算上の應力の分布と相違することの影響は、すべて局部的のものであつて、單に荷重作用點又は兩端の極く近傍に於てのみ其の影響が著しく、之等の點を距るに従つて其の影響が激減することを考へれば、普通の場合にはナヴィエの理論で十分である。

全長に亘つて一様なる任意の横断面を有する彎曲部材の表面に何等の外力が無い場合の理論的解法は、有名なるサン・ヴナン(Saint Venant)の理論である。然しサン・ヴナンは兩端面に作用する外力が、彎曲部材の中央部分に於けると同じ様な法則に従つて端面に分布するものとし、實際に於て此の條件が満足されない場合には、其の局部的影響を無視し得るものとした。サン・ヴナンの理論は材料の完全彈性を假定する限り完全に近い理論であるが、一般に實用に供するには繁雑に過ぎる。

また前記彎曲部材の第三の場合、即ち部材表面に外力が作用する場合の三次元的一般解法は未だ求められて居ない。たゞ斷面を矩形とし其の幅が高さに比して充分に小なる場合にのみ、之を平面應力(Plane stress)の問題として解かれるに過ぎない。此の場合には普通エアリーの應力函数(Airy's stress function)が利用される。此の方法に依つても、解き得る場合は等分布荷重其他の簡単なる荷重状態の場合であつて、一般解法は未だ求められて居ない。また此の方法に依る結果から見ても、部材の断面の高さが部材の長さと同程度である様な特殊なる場合の他は、一般には普通の計算方法で充分であることがわかる。

上記のサン・ヴナンの理論或は平面應力の問題としての解法等は之を彈性學に關する著書に譲り、本書に於てはナヴィエ及びランキン等に依つて論述された普通の解法に就て記述する。此の理論は部材表面の外力の有無、又は端面の條件の如何に拘はらず一般にすべての場合に適用し得るものである。また純彎曲の場合を除き、彎曲部材には一般に曲モーメントと剪力とが同時に生ずるものであるが、曲モーメントに依る部材の變形に比し剪力に依る變形を無視し、且つ曲モーメントの影響と剪力の影響とは之を別箇に取扱ひ得るものであるから、本章及び次章に於ては曲モーメントによる影響のみに就て論述する。

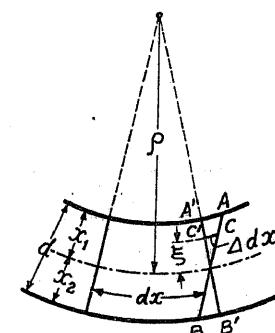
尙ほ上述のことはすべて完全彈性等質材料に就てのことであつて、鋼筋とコンクリートより成立するが如きものに對しては、サン・ヴナンの理論も平面應力問題としての解法も、全然其の嚴密性を失つてしまふ。然し後述するが如く等質材料に對する一般解法を適當に變化することに依つて、鋼筋コンクリートに對して近似的に妥當なる比較的に簡単なる解法を得ることが出来るのである。

### § 72. 完全彈性等質桁の彎曲理論

構造物として彎曲を受くる部材は主として桁であつて、純彎曲の場合は極めて稀であるから、以下「桁」を以て彎曲を受くる部材を總稱し、純彎曲は之を桁の特殊なる場合と見做すことにする。次には、鋼筋コンクリート桁に就て記述するに先だち、先づ一定の彈性係数を有し、即ち完全彈性であつて、且つ均等質なる桁に關して一般に適用される普通の彎曲理論を要約する。但し下記の理論に於ては、鋼筋コンクリートに於てコンクリートの壓應力が主要なる役割を演ずる關係上、普通の慣例とは反対に、すべて壓縮の場合を正とし伸張の場合を負とする。

今かかる桁が外力の作用に依り第163圖の如く彎曲した場合、任意の横断面AOBは一般にA'OB'の如くに變形する。即ちOAの部分には壓變形率が生じ、OBの部分には張變形が生じ、變形率が零なる點Oの軌跡を平面的には中立軸(Neutral axis), 立體的には中立面(Neutral surface)と稱する。今桁の横断面は彎曲後も平面であると假定し(ベルヌウリ・オイラーの假定)、中立軸の彎曲の曲率半徑を $\rho$ 、中立軸より $\xi$ なる距離にある纖維Cの變形率を $\epsilon_\xi$ とすれば、第163圖より

$$\epsilon_\xi = \frac{d\delta x}{dx} = \frac{\xi}{\rho}, \quad (146)$$



第 163 圖

即ち任意の纖維の縱變形率は該纖維の中立軸からの距離に正比例することになる。

次に材料の縱彈性係数をEとし、纖維Cの應力 $\sigma_\xi$ と變形 $\epsilon_\xi$ との間にフックの法則に依り

$$\sigma_\xi = E \epsilon_\xi \quad (147)$$

が成立するものとすれば、(146)式より

$$\sigma_\xi = \frac{E}{\rho} \xi, \quad (147a)$$

即ち第164圖に示すが如く横断面に作用する垂面應力

即ち纖維應力(Fibre stress) $\sigma_\xi$ もまた中立軸からの距

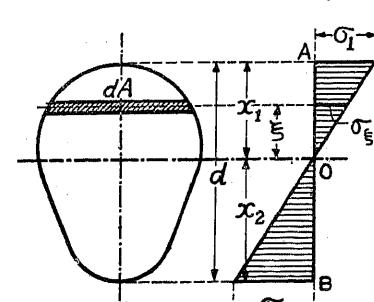
離に正比例することとなる(ナヴィエの法則)。従つて

纖維應力は断面の上下の縁A及びB、即ち $\xi = +x_1$

及び $\xi = -x_2$ に於て極大となり、此の點に於ける纖

維應力を縁應力(Extreme fibre stress)と呼ぶ。そし

て此の圖の場合 $\sigma_1$ は壓應力、 $\sigma_2$ は張應力であつて、之



第 164 圖

等の間には代数的に

$$\sigma_{\xi} = \frac{\sigma_1}{x_1} \xi = - \frac{\sigma_2}{x_2} \xi. \quad (148)$$

即ち

$$\sigma_1 : - \sigma_2 = x_1 : x_2$$

が成立する。

今此の横断面に外力に依る軸方向力がないものとすれば、上記の等變垂面應力の代数的總和は零でなければならないから

$$\int_A \sigma_{\xi} dA = \frac{\sigma_1}{x_1} \int_A \xi dA = - \frac{\sigma_2}{x_2} \int_A \xi dA = 0 \quad (149)$$

となり、§ 60, 1)に従つて中立軸の周りの一次モーメントを  $G$  とすれば

$$G = \int_A \xi dA = 0, \quad (149a)$$

即ち中立軸の周りの横断面の一次モーメントは零たるべきこと、換言すれば横断面の一次モーメントを零とする軸が中立軸であること、更に換言すれば中立軸は横断面の重心を通過すべきことを意味し、之に依つて先づ任意の横断面の軸の中立軸又は中立面を決定することが出来る。

次に横断面に外力に依る曲モーメント(曲能率又は彎曲率、Bending moment)  $M$  が作用するものとすれば、内力即ち纖維應力の任意の軸の周りのモーメントの總和は  $M$  に等しくなければならない。今中立軸のまゝの纖維應力のモーメントを考へると

$$\int_A \sigma_{\xi} \xi dA = \frac{\sigma_1}{x_1} \int_A \xi^2 dA = - \frac{\sigma_2}{x_2} \int_A \xi^2 dA = M \quad (150)$$

となる。然るに  $\int_A \xi^2 dA$  は § 60, 2) の定義に依り横断面の中立軸の周りの二次モーメント  $I$  であるから、上式より

$$M = \frac{\sigma_1}{x_1} I = - \frac{\sigma_2}{x_2} I, \quad (150a)$$

即ち

$$\sigma_1 = \frac{M}{I} x_1, \quad \sigma_2 = - \frac{M}{I} x_2 \quad (151)$$

となり、任意の纖維  $C$  の應力は

$$\sigma_{\xi} = \frac{M}{I} \xi \quad (151a)$$

となる。

今  $W_1 = I/x_1$  及び  $W_2 = I/x_2$  を夫々  $\sigma_1$  及び  $\sigma_2$  に対する斷面係數(Section modulus)とすれば、(151)式は

$$\sigma_1 = \frac{M}{W_1}, \quad \sigma_2 = - \frac{M}{W_2} \quad (151b)$$

とすることが出来る。

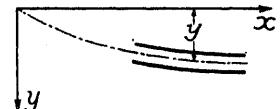
横断面が中立軸に對して上下對稱なる場合には

$$x_1 = x_2 = \frac{d}{2}, \quad W_1 = W_2 = \frac{2I}{d}, \quad \sigma_1 = - \sigma_2 = \frac{Md}{2I} \quad (151c)$$

となる。

次に第 165 圖の如くに軸が彎曲した場合、軸の撓み或は彎曲量(Deflection)  $y$  と  $M$  との關係を求める。彎曲の曲率半徑  $\rho$  は、 $y$  が小なる場合には

$$\rho = -1 / \left( \frac{dy}{dx^2} \right)$$



第 165 圖

であるから、(147a)及び(150)式より

$$M = \int_A \sigma_{\xi} \xi dA = - E \frac{d^2 y}{dx^2} \int_A \xi^2 dA = - EI \frac{d^2 y}{dx^2},$$

$$\text{即ち} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M}{EI} \quad (152)$$

となる。此の式は彈性曲線式(Equation of elastic line)と呼ばれ、 $EI$  を軸の彎曲剛度(Flexural rigidity)と云ふ。即ち  $y$  は上式を二度積分することに依つて之を求めることが出来る。

### § 73. コンクリート軸の彎曲理論

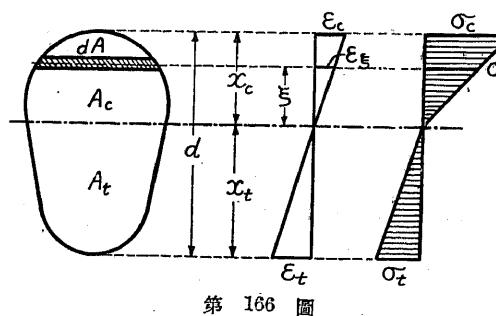
鐵筋コンクリート軸に入る前に、先づコンクリート軸に就て考慮することも無駄ではあるまい。第一編に於て述べた如く、コンクリートに於ては應力と變形率とは全然一定の比を有せず、應力の增加するに従ひ變形率の増大が著しくなる。しかもまた壓縮と伸張とに依つて其の有様を異にし、従つて厳密に言へばフックの法則及びナヴィエの理論はコンクリートに於ては全然成立しない。故に完全彈性等質軸の理論を其のまゝコンクリート軸に適用することは出来ない。これは § 32 に述べた如く、ナヴィエの理論により算出せられたコンクリートの抗曲強度が直接試験に依る抗張強度の約 2 倍であることから見ても明かである。

コンクリート軸の曲應力を求めるには大體次の二種の方法がある。

#### I) コンクリートの壓縮及び伸張に對する彈性係數を夫々一定と假定する場合

之はコンクリート軸に對する最も普通の近似解法であつて、コンクリートの壓彈性係數  $E_c$  及び張彈性係數  $E_t$  を夫々應力の大きさに拘はらず一定なるものと假定する。即ち壓縮及び伸張に對して別々にフックの法則を假定するものである。

尙以下の計算に於ては  $E_t$  と  $E_c$  の比を  $r$ 、即ち  $E_t = r E_c$  とし、壓縮の場合には  $c$  なる添字



第 166 圖

であつて、今ペルヌーリ・オイラーの假定に依り

$$\frac{\varepsilon}{\xi} = \frac{\varepsilon_c}{x_c} = -\frac{\varepsilon_t}{x_t} \quad (154)$$

とすれば、應力の分布は

$$\xi \geq 0: \frac{\sigma_\xi}{\xi} = \frac{\sigma_c}{x_c}, \quad \xi \leq 0: \frac{\sigma_\xi}{\xi} = -\frac{\sigma_t}{x_t} = +r \frac{\sigma_c}{x_c}, \quad \frac{\sigma_c}{x_c} = -\frac{\sigma_t}{rx_t} \quad (155)$$

となり、第 166 圖に示すが如き等應力となる。

次に曲モーメント  $M$  に対する平衡條件より

$$\int_A \sigma_\xi dA = 0 \quad \text{及び} \quad \int_A \sigma_\xi \xi dA = M \quad (156)$$

を得、之に(155)の關係を代入すれば

$$\int_{A_c} \xi dA_c + r \int_{A_t} \xi dA_t = 0, \quad (157)$$

$$\frac{\sigma_c}{x_c} \left[ \int_{A_c} \xi^2 dA_c + r \int_{A_t} \xi^2 dA_t \right] = M \quad (158)$$

を得る。此のうち(157)式は中立軸の位置を決定する方程式であり、(158)式は縁應力  $\sigma_c$  を決定する式である。即ち(158)式より

$$\sigma_c = \frac{M \cdot x_c}{\int_{A_c} \xi^2 dA_c + r \int_{A_t} \xi^2 dA_t} \quad (159)$$

となり、 $\sigma_c$  及び  $\sigma_t$  は(155)式より求めることが出来る。

特に断面が高さ  $h$ 、幅  $b$  なる矩形断面の場合には、(157)式より

$$b \int_0^{x_c} \xi d\xi + r b \int_{-x_t}^0 \xi d\xi = \frac{b}{2} (x_c^2 - rx_t^2) = 0$$

即ち

$$x_c^2 - rx_t^2 = 0,$$

を、伸張の場合には  $i$  なる添字を使用し、中立軸よりの距離は圧縮側にある場合を正とする。(第 166 圖参照)。

前述の假定に依り應力と變形率との關係は

$$\left. \begin{aligned} \xi \geq 0: \quad & \sigma_\xi = E_c \varepsilon_\xi, \\ & \sigma_c = E_c \varepsilon_c, \\ \xi \leq 0: \quad & \sigma_\xi = E_t \varepsilon_\xi = r E_c \varepsilon_\xi, \\ & \sigma_t = E_t \varepsilon_t = r E_c \varepsilon_t \end{aligned} \right\} \quad (153)$$

$$x_c = \frac{\sqrt{r}}{1 + \sqrt{r}} d, \quad x_t = \frac{1}{1 + \sqrt{r}} d \quad (160)$$

となる。また(158)式より

$$\frac{\sigma_c}{x_c} \left[ b \int_0^{x_c} \xi^2 d\xi + r b \int_{-x_t}^0 \xi^2 d\xi \right] = \frac{b \sigma_c}{3 x_c} (x_c^3 + rx_t^3) = M$$

$$\frac{\sqrt{r} b d^2 \sigma_c}{8(1 + \sqrt{r})} = M$$

即ち

となり、從つて

$$\sigma_c = \frac{3M}{bd^2} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{r}} \right), \quad \sigma_t = -\frac{3M}{bd^2} \left( 1 + \sqrt{r} \right) \quad (165)$$

となる。

§ 36 に述べた如く一般に  $E_t < E_c$  即ち  $r$  は 1 より小なる値であり、大略 0.7 ~ 0.9 であつて、普通には  $r = 0.8$  としてよい。然し  $\sigma_t$  が其の破壊強度に達する様な場合には大體  $r \approx 0.5$  と見なければならぬ。今  $r$  の種々なる値に對して  $x_c$ ,  $x_t$ ,  $\sigma_c$  及び  $\sigma_t$  を計算した結果は第 167 圖である。

## 2) バッハ・シユーレの法則を假定する場合

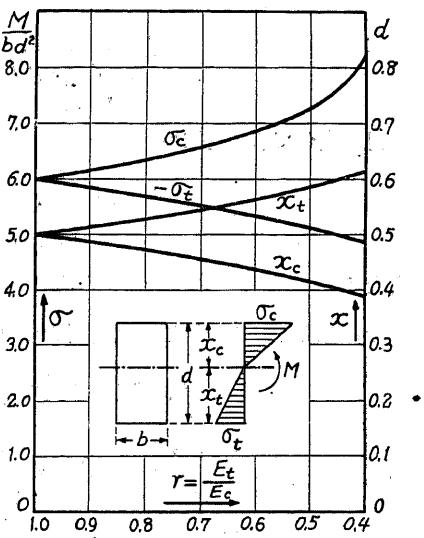
§ 34 及び § 35 に述べた如くコンクリートの壓縮に對しては(45)或は(46)式のバッハ・シユーレの法則が可成り良く適合する。コンクリートの伸張の場合にバッハ・シユーレの法則が充分に適合するや否やに就ての正確なる實驗は未だない。然し茲では伸張

の場合にも壓縮の場合と同様な關係が成り立つものとし、前記(153)式の代りに(46)式に從つて

$$\xi \geq 0: \sigma_\xi = \beta_c \varepsilon_\xi^s, \quad \xi \leq 0: \sigma_\xi = \beta_t \varepsilon_\xi^s \quad (162)$$

なる關係が成立するものと假定する。壓縮の場合の  $\beta_c$  の値及び  $s$  の値は § 35 に述べた如く、バッハ或はウォーカーの實驗に依つて求められて居るが、伸張の場合の  $\beta_t$  及び  $s$  の値は正確にはわからない。今計算を簡単にするために  $\beta_t$  と  $\beta_c$  の比を  $E_t$  と  $E_c$  の比に等しいと假定する、即ち  $\beta_t = r \beta_c$  と假定し、更に  $s$  は伸張の場合も壓縮の場合と同値であるとする。此の様にして(162)の關係を假定すれば、(154)式より

$$\xi \geq 0: \sigma_\xi = \sigma_c \left( \frac{\xi}{x_c} \right)^s, \quad \xi \leq 0: \sigma_\xi = \sigma_t \left( -\frac{\xi}{x_t} \right)^s, \quad \sigma_t = -r \sigma_c \left( \frac{x_t}{x_c} \right)^s \quad (163)$$



第 167 圖

となり、之を平衡條件(156)に代入すれば

$$\begin{aligned} \int_A \sigma_\xi dA &= \int_{A_c} \sigma_c \left(\frac{\xi}{x_c}\right)^s dA_c + \int_{A_t} \sigma_t \left(-\frac{\xi}{x_t}\right)^s dA_t \\ &= \frac{\sigma_c s}{x_c^s} \left[ \int_{A_c} \xi^s dA_c - r \int_{A_t} (-\xi)^s dA_t \right] = 0 \end{aligned}$$

即ち

$$\int_{A_c} \xi^s dA_c - r \int_{A_t} (-\xi)^s dA_t = 0, \quad (164)$$

及び

$$\begin{aligned} \int_A \sigma_\xi \xi dA &= \int_{A_c} \sigma_c \left(\frac{\xi}{x_c}\right)^s \xi dA_c + \int_{A_t} \sigma_t \left(-\frac{\xi}{x_t}\right)^s \xi dA_t \\ &= \frac{\sigma_c}{x_c^s} \left[ \int_{A_c} \xi^{s+1} dA_c + r \int_{A_t} (-\xi)^{s+1} dA_t \right] = M \end{aligned}$$

即ち

$$\sigma_c = \frac{M \cdot x_c^s}{\int_{A_c} \xi^{s+1} dA_c + r \int_{A_t} (-\xi)^{s+1} dA_t} \quad (165)$$

を得、従つて(163)式に依り

$$\sigma_t = -\frac{M \cdot x_t^s}{r \int_{A_c} \xi^{s+1} dA_c + \int_{A_t} (-\xi)^{s+1} dA_t} \quad (165a)$$

となる。

今、断面を  $b \times h$  なる矩形断面とすれば

$$\begin{aligned} \int \xi^s dA &= b \int \xi^s d\xi = \frac{b}{s+1} \xi^{s+1}, \\ \int (-\xi)^s dA &= b \int (-\xi)^s d\xi = -\frac{b}{s+1} (-\xi)^{s+1}, \\ \int \xi^{s+1} dA &= b \int \xi^{s+1} d\xi = \frac{b}{s+2} \xi^{s+2}, \\ \int (-\xi)^{s+1} dA &= b \int (-\xi)^{s+1} d\xi = -\frac{b}{s+2} (-\xi)^{s+2} \end{aligned}$$

であるから、(164)式より

$$x_c^{s+1} - r x_t^{s+1} = 0 \quad \text{或は} \quad x_c = r^{\frac{1}{s+1}} x_t \quad (166)$$

或は

$$x_c = \frac{r^{\frac{1}{s+1}}}{1+r^{\frac{1}{s+1}}} d, \quad x_t = \frac{1}{1+r^{\frac{1}{s+1}}} d \quad (166a)$$

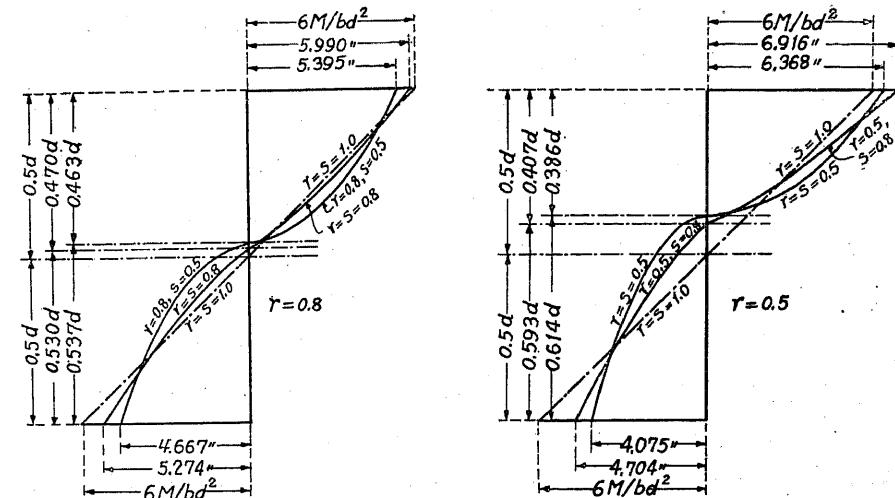
を得、(165)及び(165a)より

$$\sigma_c = \frac{(s+2) M \cdot x_c^s}{b(x_c^{s+2} + r x_t^{s+2})}, \quad \sigma_t = -\frac{r(s+2) M \cdot x_t^s}{b(x_c^{s+2} + r x_t^{s+2})} \quad (167)$$

$$\text{或は} \quad \sigma_c = \frac{(s+2) M}{b d^2} \left(1 + \frac{1}{r^{s+1}}\right), \quad \sigma_t = -\frac{(s+2) M}{b d^2} \left(1 + r^{\frac{1}{s+1}}\right) \quad (167a)$$

を得る。之等の式に於て  $s = 1$  とすれば前記 1) の場合となり、 $r = s = 1$  とすれば完全弾性等質桁の場合となる。

前記諸式中の  $r$  を大體に於て 1) の場合の  $E_i/E_c$  に等しいものとすれば、普通の場合には  $r \cong 0.8$ 、桁の破壊に近い状態では  $r \cong 0.5$  位とすることが出来る。 $s$  の値はウォーカー或はバッハの實驗に依れば圧縮に對しては  $s = 0.70 \sim 0.95$ 、平均  $s \cong 0.9$  であるが、果して伸張の場合にも之と同じ  $s$  の値が適當であるや否やはわからない。多くの實驗結果から見れば伸張の場合には  $s$  をもつと小にとる方が適當な様に思はれる。然し伸張及び壓縮に對して異なる  $s$  の値を採用すると、式が著しく複雑になつて實際の用に供し難くなるので、茲では  $s$  を伸張及び壓縮に對して同一としたのである。従つて今の場合には  $s$  の値を壓縮に對するものより少し小さくとつて、 $s \cong 0.8$  位とすべきであらう。今  $r = 0.8, 0.5, s = 0.8, 0.5$  として算出した應力分布の有様は第 168 圖である。



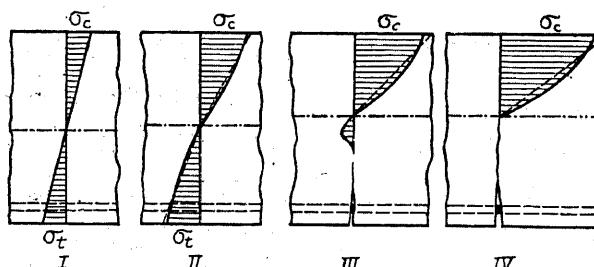
第 168 圖

#### § 74. 鐵筋コンクリート桁に於ける曲應力の分布

それ自身として不完全弾性材料であるコンクリートと、之と全く性質を異にする鋼とより成り、此の兩者の協力作用に依つて外力に抵抗するやうに作られた鐵筋コンクリート桁に對し、普通の弾性等質桁の理論若くはコンクリート桁の理論を其のまゝ適用することの出來ないのは明

かなことである。

鐵筋コンクリート桁が之に加へられる荷重即ち曲モーメントに依つて破壊するまでの道程に於て、其の断面の垂面應力即ち纖維應力の分布は曲モーメントの大きさに依つて著しく其の有様



第 169 圖

を異にし、之を大體次の4種の階程に分けることが出来る。(第169圖)

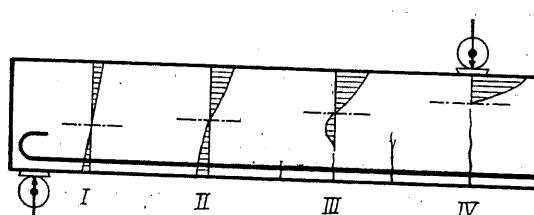
第一階程。之は第169圖Iに示すが如く、曲モーメントが極めて小であり、従つて之に依つて生ずるコンクリートの纖維應

力が、圖の如く大體に於て直線的に分布するものと考へられる場合、即ち近似的にフックの法則が成り立つものと考へられる場合である。

第二階程。第一階程の限度を超えて曲モーメントが大となると、コンクリートに於ける應力と變形率との正比例的關係は破れ、従つてその應力の分布は第169圖IIの如くになる。此の階程はコンクリートの緣張應力が其の抗張強度以下の場合である。

第三階程。曲モーメントが前記の場合より更に大となつて、コンクリートの緣張應力が其の抗張強度以上になれば、最初のうちは抗張側のコンクリートも鐵筋の協力作用に依り尚いくらか伸張することが出来るが、やがては抗張側のコンクリートに龜裂を生じ、曲モーメントの増大するに従つて龜裂は段々と中立軸近くにまで進んで来る。此の様な場合の應力の分布は第169圖IIIの如くであつて、中立軸近傍のコンクリートには尚多少の張應力が残るが、コンクリートは殆んど張力に抵抗することが出来ず其の大部分は抗張鐵筋に移る。

第四階程。之は桁が破壊する状態であつて第三階程の極限と見做すことが出来る(第196圖IV)。即ち曲モーメントが増大するに従つて、抗張鐵筋の張應力が其の屈伏點に達するか、或はコンクリートの緣壓應力が其の抗壓強度に達するかに依つて桁が破壊するものである。



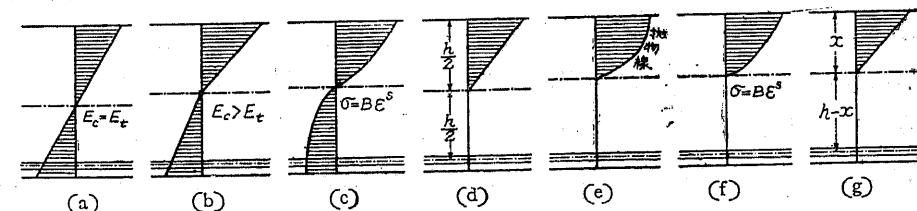
第 170 圖

之等の階程の間には勿論確然たる限界の存するのではなく、其の移行は漸進的のものである。今一つの桁が破壊する場合の各断面に於ける應力分布の有様を考へれば第170圖の如くになる。即ち曲モーメントが

零に近い部分では第一階程が成立し、破壊断面に於ては第四階程となり、其の間は漸進的に變化するものである。

之等の階程のうち何れを基礎として鐵筋コンクリート桁の計算を行ふべきやは重要な問題である。先づ普通實際に加はる荷重に依つて生ずる應力の状態は第二階程の後期乃至第三階程の初期にある。然しそれで構造物の計算は其の構造物の破壊に対する安全度を算定するものであるとすれば、理論的には第四階程即ち破壊階程を基礎として計算を行ふべきことになる。然し、破壊状態に於ける應力分布の法則は未だ明かでなく、また之がわかつて破壊状態に對して眞なる値を與へる計算方法が求められたにしても、之は勿論普通實際に生ずる應力の状態に對しては眞なる値を與へ得ない。また鐵筋の張應力が其の許容應力  $1000 \sim 1200 \text{ kg/cm}^2$  に達する場合には、普通は抗張側コンクリートに龜裂が生ずるものであるから、第一階程或は第二階程を一般計算の基礎とすることは出來ない。斯くの如く考へれば第三階程が一般計算の基礎として適當であることになる。即ち第三階程は普通實際に加はる荷重に依つて生ずる應力状態から其の極限である破壊状態までの間に成立するものであるから、我々は普通に第三階程を基準として鐵筋コンクリート桁の計算を行ふものである。然し特に應力の小なる場合、例へばコンクリートに龜裂を生ぜしめないために其の張應力を或る限度以下にする必要のある場合、若くは鐵筋コンクリート桁の緣張應力を驗べる必要のある場合等に對しては、第一階程若くは第二階程を基準として計算を行はねばならない。

之等の事情のために鐵筋コンクリート桁の曲應力の分布に關しては、古來第171圖に示すが如き各種の法則が提案された。



第 171 圖 (1)

- (a) P. Neumann, Zeitschr. d. öster. Ing.- u. Arch.-Vereins, 1890.
- (b) J. Melan, 同上.
- (c) L. A. Sander, Het cement ijzer in Theorie en Praktijk, 1898 (和蘭).
- (d) M. Koenen, Beton u. Eisen, 1903.
- (e) W. Ritter, Schweiz. Bauztg., 1899.
- (f) S. Walker, Proc. A. S. T. M., 1919.

此のうち(a)乃至(c)はコンクリートに於ける張應力の存在を假定し、従つて第一階程若くは第二階程に適應するものである。(a)に於ては  $E_c = E_t = \text{常数}$  とし、(b)に於ては  $E_c > E_t$  とし、(c)に於てはバッハ・シユーレの法則を假定するものである。

また(d)乃至(g)はすべてコンクリートには張應力がないものとし、第三階程を其の對象とする。此のうち(d)は最も古いもので理論的には正確でない。(e)はコンクリートの壓應力の分布に對し拋物線的關係を假定し、(f)に於てはバッハ・シユーレの法則を假定し、(g)に於ては之を直線的とするものである。

之等のうち最も實際に近い結果を與へ得るものと考へられるのは、第一及び第二階程に對しては(c)、第三階程に對しては(f)である。即ち何れにしてもバッハ・シユーレの法則を採用する方法であるが、其の結果 § 73, 2)に於けるが如く計算が甚だ複雑となるし、また其の應力の分布狀態を規定する數値がコンクリートの性質に依つて變化し、且つ確實にはわかつて居らないと言ふ不便もあるので、實際には殆んど用ひられない。實際の計算に於ては第三階程を基準とする關係上、其の最も簡単なるもの即ち(g)が今日一般に廣く採用せられて居る所である。尙ほ特に應力の小なる狀態に對して計算を行ふ場合には、第一階程として(a)を、第二階程として(b)を採用するのが普通である。何れにしても今日鐵筋コンクリート桁の計算に於て假定せらるべきことは次の如きものである。

(1) 桁の横断面中の各纖維の軸の方向の變形、即ち維變形は斷面の中立軸からの距離に正比例すること、即ち桁の横断面は弯曲後も平面であること(ベルヌーリ・オイラーの假定)。

(2) 桁の横断面に作用する垂面應力、即ち纖維應力は縱變形率に正比例すること(フックの法則)、従つて(1)に依り纖維應力は中立軸よりの距離に正比例すること(ナヴィエの法則)。

(3) 上記(2)の假定に依り常數として規定されるコンクリートの壓彈性係數  $E_c$  及び張彈性係數  $E_t$  は、第一階程に於ては  $E_c = E_t$ 、第二階程に於ては  $E_c > E_t$  とする。

(4) 第三階程に於てはコンクリートには全然張應力が作用しないものと假定する。

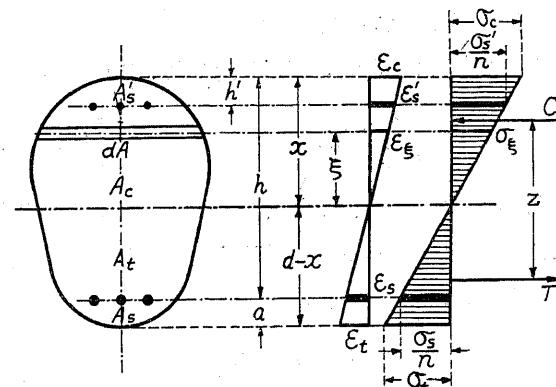
次には之等の假定を基準とする鐵筋コンクリート桁の弯曲に關する一般理論を述べる。但し桁の斷面は全長に亘つて一様であつて、且つ荷重及び反力等は一平面内に作用し、桁の斷面は此の平面に就て左右對稱なるものと假定する。桁の斷面が一様でなく、また左右對稱でない場合は後章に於て記述する。尙ほ、以下の算式に於ては鐵筋コンクリート桁に關する限り、慣例に從つて應力、變形率及び中立軸よりの距離等に對して正負の符號を附せず、すべて其の絶對值に就て考慮するものとする。

### § 75. コンクリートの張應力を考慮する場合の

#### 鐵筋コンクリート桁の曲應力

##### 1) $E_c = E_t$ とする場合

之は第171圖(a)の場合であつて、曲モーメント  $M$  の極く小なる狀態、即ち第一階程に對する解法である。今一般に § 58にて規定した記號を採用し、第172圖に示すが如く  $A_s$  を抗張鐵筋の總斷面積、 $A'_s$  を抗壓鐵筋の總斷面積、 $A_c$  をコンクリートの抗壓斷面積、 $A_t$  をコンクリートの抗張斷面積、 $\epsilon_c$  及び  $\sigma_c$  をコンクリートの抗壓緣維の張變形率及び應力、 $\epsilon_t$  及び  $\sigma_t$  をコンクリートの抗張緣維の張變形率及び應力、 $\epsilon'_s$  及び  $\sigma'_s$  を抗張鐵筋の張變形率及び應力、 $\epsilon_t'$  及び  $\sigma_t'$  を抗壓鐵筋の張變形率及び應力、 $\epsilon_t$  及び  $\sigma_t$  を中立軸より  $\xi$  なる距離に於ける縱變形率及びコンクリートの垂面應力とする。



第 172 圖

先づベルヌーリ・オイラーの假定に

より桁の纖維の縱變形率は該纖維の中立軸よりの距離に正比例するが故に

$$\frac{\epsilon_t}{\xi} = \frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_t}{d-x} = \frac{\epsilon_s}{h-x} = \frac{\epsilon'_s}{x-h'} \quad (168)$$

となる。然るに今

$$E_t = E_c \quad \text{及び} \quad E_s = n E_c$$

としてフックの法則を考慮すれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= E_c \epsilon_t, \quad \sigma_c = E_c \epsilon_c, \quad \sigma_t = E_t \epsilon_t = E_c \epsilon_t, \\ \sigma_s &= E_s \epsilon_s = n E_c \epsilon_s, \quad \sigma'_s = E'_s \epsilon'_s = n E_c \epsilon'_s \end{aligned} \right\} \quad (169)$$

となり、従つて(168)式より

$$\frac{\sigma_t}{\xi} = \frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_t}{d-x} = \frac{\sigma_s}{n(h-x)} = \frac{\sigma'_s}{n(x-h')} \quad (170)$$

を得る。即ち之に依り垂面應力の分布は第172圖の如き一直線的の分布となり、従つて應力の値を一意的に決定するためには  $\sigma_c$  の値と  $x$  の値とを知れば十分である。

今、桁の斷面に作用する壓應力の總和を  $C$ 、張應力の總和を  $T$  とすれば

$$C = \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \sigma_s' A_s', \quad T = \int_{A_t} \sigma_t dA_t + \sigma_s A_s \quad (171)$$

或は(170)の関係を代入して

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi dA_c + n(x - h') A_s' \right], \\ T &= \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_t} \xi dA_t + n(h - x) A_s \right] \end{aligned} \right\} \quad (171a)$$

となる。然るに桁の断面には軸方向力が作用しないから、断面に作用する垂面應力の總和は零でなければならない。即ち  $C - T = 0$

であつて、之に(171a)の関係を代入すれば

$$\int_{A_c} \xi dA_c + n(x - h') A_s' - \int_{A_t} \xi dA_t - n(h - x) A_s = 0 \quad (172)$$

となり、之に依つて中立軸の位置を決定することが出来る。今 § 60, 1) の定義に依り中立軸のまはりのコンクリートの抗壓断面、抗張断面、抗壓鉄筋及び抗張鉄筋の一次モーメントの絶対値を夫々  $G_c$ ,  $G_t$ ,  $G_s'$  及び  $G_s$  とすれば

$$G_c = \int_{A_c} \xi dA_c, \quad G_t = \int_{A_t} \xi dA_t, \quad G_s' = (x - h') A_s', \quad G_s = (h - x) A_s \quad (173)$$

であつて、従つて(171)式及び(172)式は

$$C = \frac{\sigma_c}{x} (G_c + n G_s'), \quad T = \frac{\sigma_c}{x} (G_t + n G_s), \quad (171b)$$

$$G_t = G_c + n G_s' - (G_t + n G_s) = 0 \quad (172a)$$

なること、即ち鉄筋断面をコンクリートに對し  $n$  倍有効であると考へた場合の所謂有効等值断面  $A_i$  の中立軸のまはりの一次モーメント  $G_i$  が零であることを示す、即ち中立軸は有効等值断面積の重心を通過することになる。此の事は此の場合のみならず後述の何れの場合にも成立する事柄である。

次に任意の軸、例へば中立軸のまはりの断面に作用する垂面應力のモーメントの總和は、曲モーメント  $M$  に等しくなければならない。故に

$$M = \int_{A_c + A_t} \sigma_c \xi dA + \sigma_s' (x - h') A_s' + \sigma_s (h - x) A_s,$$

之に(170)の関係を代入すれば

$$M = \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c + A_t} \xi^2 dA + n(x - h')^2 A_s' + n(h - x)^2 A_s \right] \quad (174)$$

となる。即ちコンクリートの縁壓應力  $\sigma_c$  は

$$\sigma_c = \frac{M \cdot x}{\int_{A_c + A_t} \xi^2 dA + n(x - h')^2 A_s' + n(h - x)^2 A_s} \quad (175)$$

となる。之に依り  $\sigma_c$  が決定されれば、桁の断面中任意の點の應力は(170)より之を求めることが出来る。尙(174)式の右邊の括弧中の値、及び(175)式右邊の分母は § 60, 2) の定義に依り有効等值断面  $A_i$  の中立軸のまはりの二次モーメント  $I_i$  に等しい。従つて

$$I_i = \int_{A_c + A_t} \xi^2 dA + n(x - h')^2 A_s' + n(h - x)^2 A_s \quad (176)$$

とすれば、前記諸式より

$$\left. \begin{aligned} M &= \sigma_c \frac{I_i}{x}, \quad \sigma_c = \frac{M}{I_i} x, \quad \sigma_t = \sigma_c \frac{d - x}{x} = \frac{M}{I_i} (d - x), \\ \sigma_s &= n \sigma_c \frac{h - x}{x} = n \frac{M}{I_i} (h - x), \quad \sigma_s' = n \sigma_c \frac{x - h'}{x} = n \frac{M}{I_i} (x - h') \end{aligned} \right\} \quad (177)$$

となる。

また  $C$  と  $T$  との間の距離を  $z$  とすれば

$$M = Cz = Tz \quad (178)$$

であるから

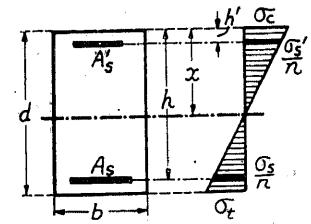
$$z = \frac{M}{C} = \frac{M}{T} = \frac{I_i}{G_c + n G_s'} = \frac{I_i}{G_t + n G_s} \quad (179)$$

となる。

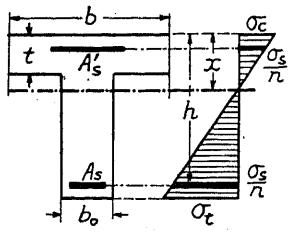
特に第 173 圖の如き矩形断面の場合には前記の諸式中の  $dA$  は  $b d\xi$  となる。従つて  $dA = b d\xi$  として直接計算することに依り、或は § 60 の第 132 圖(a)の場合の  $G$  及び  $I$  の値を採用することに依り次の結果が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\frac{1}{2} b d^2 + n(A_s h + A_s' h')}{b d + n(A_s + A_s')}, \\ I_i &= \frac{b}{3} [x^3 + (d - x)^3] + n A_s (h - x)^2 + n A_s' (x - h')^2, \\ z &= \frac{I_i}{\frac{b}{2} x^2 + n A_s' (x - h')} = \frac{I_i}{\frac{b}{2} (d - x)^2 + n A_s (h - x)} \end{aligned} \right\} \quad (180)$$

また第 174 圖の如き T 形断面では中立軸は普通に其の腹部に来るが、 $x$  と  $I_i$  に對しては中立軸の位置に關せず



第 173 圖



第 174 圖

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\frac{1}{2}b_0 d^2 + \frac{1}{2}(b-b_0)t^2 + n(A_s h + A'_s h')}{b_0 d + (b-b_0)t + n(A_s + A'_s)}, \\ I_i &= \frac{1}{3}[b x^3 + b_0(d-x)^3 - (b-b_0)(x-t)^3] \\ &\quad + n A_s (h-x)^2 + n A'_s (x-h')^2 \end{aligned} \right\} (181)$$

であるが、 $x \geq t$  の場合には

$$z = \frac{I_i}{\frac{1}{2}b_0(d-x)^2 + n A_s(h-x)}, \quad (181a)$$

$x \leq t$  の場合には

$$z = \frac{I_i}{\frac{1}{2}b x^2 + n A'_s(x-h')} \quad (181b)$$

となる。

## 2) $E_c > E_t, E_t = r E_c$ とする場合

之は主として前記第二階程を其の対象とするものであつて、1) の場合と同様に垂面應力の分布に關して第 175 圖に示すが如く

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_c}{x} &= \frac{\sigma_t}{r(d-x)} = \frac{\sigma_s}{n(h-x)} = \frac{\sigma'_s}{n(x-h')}, \\ A_c: \frac{\sigma_c}{\xi} &= \frac{\sigma_c}{x}, \quad A_t: \frac{\sigma_t}{\xi} = \frac{\sigma_t}{d-x} = r \frac{\sigma_c}{x} \end{aligned} \right\} (182)$$

となる。

從つて桁の横断面に作用する壓應力及び張應力の總和  $C$  及び  $T$  は夫々

$$\left. \begin{aligned} C &= \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \sigma'_s A'_s = \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi dA_c + n(x-h') A'_s \right], \\ T &= \int_{A_t} \sigma_t dA_t + \sigma_s A_s = \frac{\sigma_c}{x} \left[ r \int_{A_t} \xi dA_t + n(h-x) A_s \right] \end{aligned} \right\} (183)$$

となる。故に  $C - T = 0$  の平衡條件より

$$\int_{A_c} \xi dA_c + n(x-h') A'_s - r \int_{A_t} \xi dA_t - n(h-x) A_s = 0, \quad (184)$$

即ち中立軸を決定すべき式が得られる。また1) の場合と同様に(173)の一次モーメントを考慮

$$\text{することに依り } C = \frac{\sigma_c}{x} (G_c + n G'_s), \quad T = \frac{\sigma_c}{x} (r G_t + n G_s), \quad (183a)$$

$$G_i = G_c + n G'_s - (r G_t + n G_s) = 0 \quad (184a)$$

を得る。即ち此の場合はコンクリートの抗張斷面積を抗壓斷面積に比し  $r$  倍有効であると考へたものが有効等值斷面積  $A_i$  となる。

次に断面に作用する垂面應力のモーメントは  $M$  に相等しきが故に

$$\begin{aligned} M &= \int_{A_c} \sigma_c \xi dA_c + \int_{A_t} \sigma_t \xi dA_t + \sigma'_s (x-h') A'_s + \sigma_s (h-x) A_s \\ &= \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi^2 d\xi + r \int_{A_t} \xi^2 d\xi + n(x-h')^2 A'_s + n(h-x)^2 A_s \right] \end{aligned} \quad (185)$$

$$\sigma_c = \frac{M \cdot x}{\int_{A_c} \xi^2 d\xi + r \int_{A_t} \xi^2 d\xi + n(x-h')^2 A'_s + n(h-x)^2 A_s} \quad (186)$$

となる。

今有効等值断面の中立軸の周りの二次モーメントを  $I_i$  とすれば

$$I_i = \int_{A_c} \xi^2 d\xi + r \int_{A_t} \xi^2 d\xi + n(x-h')^2 A'_s + n(h-x)^2 A_s, \quad (187)$$

$$\left. \begin{aligned} M &= \sigma_c \frac{I_i}{x}, \quad \sigma_c = \frac{M}{I_i} x, \quad \sigma_t = r \frac{M}{I_i} (d-x), \\ A_s &= n \frac{M}{I_i} (h-x), \quad \sigma'_s = n \frac{M}{I_i} (x-h') \end{aligned} \right\} \quad (188)$$

となる。また  $O$  と  $T$  との距離  $z$  は

$$z = \frac{M}{C} = \frac{M}{T} = \frac{I_i}{G_c + n G'_s} = \frac{I_i}{r G_t + n G_s} \quad (189)$$

となる。

特に矩形断面に對しては

$$\left. \begin{aligned} \frac{b}{2} (1-r)x^2 + [rb d + n(A_s + A'_s)] x \\ - \left[ \frac{r}{2} b d^2 + n(A_s h + A'_s h') \right] = 0, \\ I_i = \frac{b}{3} [x^3 + r(d-x)^3] + n A_s (h-x)^2 + n A'_s (x-h')^2, \\ z = \frac{I_i}{\frac{b}{2} x^2 + n A'_s (x-h')} = \frac{I_i}{\frac{r b}{2} (d-x)^2 + n A_s (h-x)} \end{aligned} \right\} \quad (190)$$

となり、T 形断面で中立軸が腹部にある場合 ( $x \geq t$  の場合) には

$$\left. \begin{aligned} & \frac{b}{2}(1-r)x^2 + [(b-b_0)t + r b_0 d + n(A_s + A'_s)]x \\ & - \left[ \frac{1}{2}(b-b_0)t^2 + \frac{r}{2}b_0 d^2 + n(A_s h + A'_s h') \right] = 0, \\ & I_i = \frac{1}{3}[b x^3 - (b-b_0)(x-t)^3 + r b_0 (d-x)^3] \\ & + n A_s (h-x)^2 + n A'_s (x-h')^2, \end{aligned} \right\} (191)$$

$$z = \frac{I_i}{\frac{r}{2}b_0(d-x)^2 + nA_s(h-x)},$$

中立軸が突縁部にある場合 ( $x \leq t$  の場合) には

$$\left. \begin{aligned} & \frac{b}{2}(1-r)x^2 + [r b_0 d + r(b-b_0)t + n(A_s + A'_s)]x \\ & - \left[ \frac{r}{2}b_0 d^2 + \frac{r}{2}(b-b_0)t^2 + n(A_s h + A'_s h') \right] = 0, \\ & I_i = \frac{1}{3}[b x^3 + r(b-b_0)(t-x)^3 + r b_0 (d-x)^3] \\ & + n A_s (h-x)^2 + n A'_s (x-h')^2, \end{aligned} \right\} (191a)$$

$$z = \frac{I_i}{\frac{1}{2}b x^2 + n A'_s (x-h')}$$

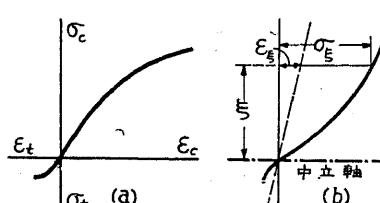
となる。

### § 76. コンクリートの張應力を無視する場合の鐵筋 コンクリート桁の曲應力(一般解法)

コンクリートの張應力を無視すること、即ちコンクリートの抗張断面に張應力が作用しないと假定することは、前記第三階程乃至第四階程に對するものである。此の様な場合には應力の

値は可成り大であつて、従つてコンクリートの壓應力の分布が直線的分布より遠ざかることも甚だしい。従つて厳密に言へば、コンクリートの壓應力の分布に對して曲線を假定しなければならない。此の種の解法には今日の所次の三つのものがある。第一の方法はコン

クリートの壓縮試験に依る應力變形率曲線を利用する方法であつて、桁の断面の維變形が中立軸よりの距離に正比例すると言ふ假定により、桁の断面の應壓力の分布を第 176 圖の如く應力變形率曲線に相似なるものとし、之に依つて圖式解法



第 176 圖

クリートの壓縮試験に依る應力變形率曲線を利用する方法であつて、桁の断面の維變形が中立軸よりの距離に正比例すると言ふ假定により、桁の断面の應壓力の分布を第 176 圖の如く應力變形率曲線に相似なるものとし、之に依つて圖式解法

に依り應力を求める方法である。残りの二つの方法は此の壓應力の分布状態を抛物線で表す方法と、バッハ・シユーレの法則を採用する方法である。何れにしても其の方法は甚だ複雑であつて實用には供し難く、殊に桁の断面を許容應力より算定するには甚だ不便である。

今日一般に採用される假定は、前述の如くコンクリートの壓應力の分布を直線的とすること、即ちコンクリートの壓彈性係数  $E_c$  を常数とする假定である。此の假定とコンクリートの張應力を無視すると言ふ假定は、現今日本のみならず世界各國に於て採用せられて居る鋼筋コンクリート桁に關する共通の一般的假定であつて、爾後本書に於ても特に明記せざる限り此の假定に従ふものとする。

§ 75, 2) の解法の中の  $r$  の値

を  $r=1$ 、即ち  $E_t = E_c$  とすれば § 75, 1) の解法と等しくなると同様に、コンクリートの張應力を無視する場合の解法は、 $E_t = 0$  即ち  $r=0$  とすることに依り § 75, 2) の解法より直ちに求めることが出来るが、茲では之を直接に誘導する。

今ベルヌーイ・オイラーの假定に依り

$$\frac{\varepsilon_t}{\xi} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x-h'} = \frac{\varepsilon_s}{h-x} \quad (192)$$

である。然るに  $E_c$  を常数とすれば

$$\sigma_t = E_c \varepsilon_t, \quad \sigma_c = E_c \varepsilon_c, \quad \sigma'_s = E_s \varepsilon'_s, \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s$$

であるから、 $E_s = n E_c$  とすれば (192) より

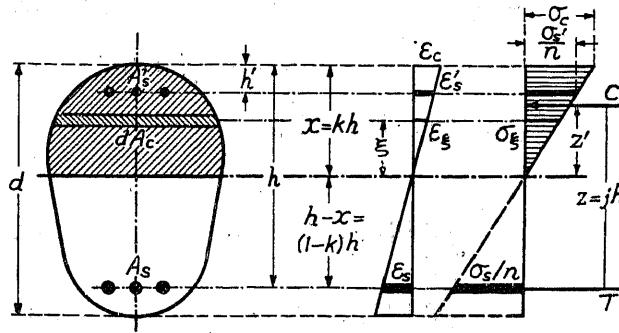
$$\sigma_t = \sigma_c \frac{\xi}{x}, \quad \sigma'_s = n \sigma_c \frac{x-h'}{x}, \quad \sigma_s = n \sigma_c \frac{h-x}{x}, \quad (193)$$

即ち第 177 圖に示すが如き應力分布状態となる。此の關係は今茲に考へて居るやうに曲モーメントのみが作用する場合でも、また曲モーメントの他に軸方向力が作用する場合にも、前記の假定を採用する限り厳密に成立する關係であつて、實に彈性係数比  $n$  と共に重要な關係である。

曲モーメント  $M$  に對する桁の横断面が平衡状態を保つためには

(1) 桁の断面の内力、即ち垂面應力の代數的總和は零であり、

(2) 桁の断面の内力のモーメントは、外力のモーメント、即ち曲モーメント  $M$  に相等しく



第 177 圖

なければならない。

此の2個の平衡条件に依り應力の値を決定するには、桁の断面中の任意の二點の應力の値か、或は任意の一點の應力の値と中立軸の位置とを未知数として決定すれば十分である。茲では先づ  $x$  と  $\sigma_c$  を未知数とする。

今桁の断面に作用する壓應力の総和を  $C$  とすれば

$$C = \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \sigma_s' A_s' = \left[ \int_{A_c} \xi dA_c + n A_s' (x - h') \right] \quad (194)$$

である。但し  $A_c$  はコンクリートの抗壓断面積であつて、 $\xi = 0 \sim x$  に相當する。次に張應力の総和を  $T$  とすれば、コンクリートの張應力を無視するから

$$T = \sigma_s A_s = \frac{\sigma_c}{x} n A_s (h - x) \quad (195)$$

となる。故に第一の平衡条件より

$$C - T = 0,$$

$$\text{即ち} \quad \int_{A_c} \xi dA_c + n A_s' (x - h') - n A_s (h - x) = 0, \quad (196)$$

$$\text{或は} \quad \int_{A_c} \xi dA_c + n (A_s + A_s') x - n (A_s h + A_s' h') = 0 \quad (196a)$$

を得る。之は  $x$  を決定すべき方程式であつて、之に依り中立軸の位置を決定することが出来る。茲に於て  $A_c$ ,  $A_s$  及び  $A_s'$  の中立軸の周りの一次モーメントの絶対値を夫々  $G_c$ ,  $G_s$  及び  $G_s'$  とすれば

$$G_c = \int_{A_c} \xi dA_c, \quad G_s = A_s (h - x), \quad G_s' = A_s' (x - h') \quad (197)$$

であるから、(196)式は

$$G_c = G_c + n G_s' - n G_s = 0, \quad (198)$$

即ち鐵筋断面積をコンクリートに換算して  $n$  倍有効であるとし、且つコンクリートの抗張断面積を無視した場合の有効等値断面積  $A_i$  の中立軸のまわりの一次モーメント  $G_i$  が零であること、即ち有効等値断面積の一次モーメントを零ならしめる軸が中立軸であること、更に換言すれば中立軸が有効等値断面の重心を通過することになる。此のことは普通の等質桁に於けると全く同じで、只異なる點は鐵筋コンクリート桁では有効等値断面積  $A_i$  を考慮するだけである。

前記第二の平衡条件より  $\sigma_c$  を決定することが出来る。即ち此の条件は

$$M = \int_{A_c} \sigma_c \xi dA_c + \sigma_s' A_s' (x - h') + \sigma_s A_s (h - x) \quad (199)$$

なることを意味し、之に (198) の関係を代入すれば

$$M = \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi^2 dA_c + n A_s' (x - h')^2 + n A_s (h - x)^2 \right] \quad (200)$$

$$\text{或は} \quad \sigma_c = \frac{M \cdot x}{\int_{A_c} \xi^2 dA_c + n A_s' (x - h')^2 + n A_s (h - x)^2} \quad (201)$$

となる。 $\sigma_c$  及び  $x$  が上記の式に依り決定されれば、その他の應力は (193) より求めることが出来る。

今、式を簡単にするために

$$\left. \begin{aligned} I_c &= \int_{A_c} \xi^2 dA_c, & I_s' &= A_s' (x - h')^2, & I_s &= A_s (h - x)^2, \\ I_i &= I_c + n (I_s' + I_s) \end{aligned} \right\} \quad (202)$$

とすれば、(193) 及び (201) より一般に

$$\sigma_c = \frac{M}{I_i} x, \quad \sigma_s' = n \frac{M}{I_i} (x - h'), \quad \sigma_s = n \frac{M}{I_i} (h - x) \quad (203)$$

を得ることが出来る。

また  $C$  と  $T$  の距離、即ち抵抗モーメントの臂長を  $z$  とすれば

$$M = C \cdot z = T \cdot z \quad (204)$$

であるから、(194), (195) 及び (200) より

$$z = \frac{M}{C} = \frac{I_i}{G_c + n G_s'} \quad (205)$$

$$\text{或は} \quad z = \frac{M}{T} = \frac{I_i}{n G_s} \quad (205a)$$

$$\text{また} \quad \sigma_s = \frac{M}{A_s z} \quad (206)$$

を得る。

更に (196) の関係を用ふれば  $I_i$  は

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \int_{A_c} \xi (h - x + \xi) dA_c + n A_s' (x - h') (h - h') \\ &= I_c + G_c (h - x) + n G_s' (h - h') \end{aligned} \right\} \quad (206a)$$

と書き換えることも出来、また中立軸より  $C$  までの距離を  $z'$  とすれば

$$z = h - x + z', \quad (207)$$

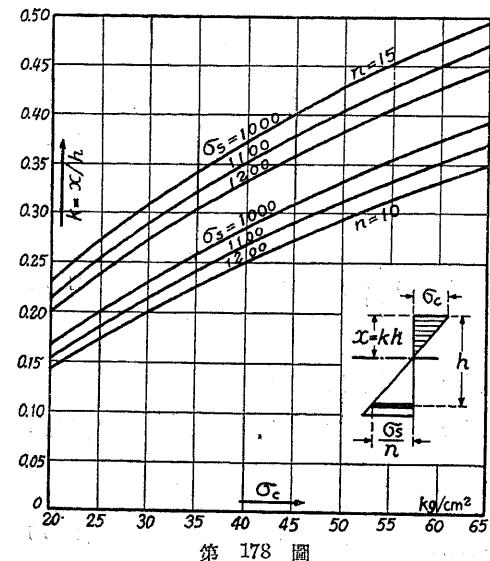
$$z' = \frac{I_c + n I_s'}{G_c + n G_s'} = \frac{I_c + n I_s'}{n G_s} \quad (208)$$

となる。

§ 77. コンクリートの縁張り応力及び抗張鐵筋の張應力が與へられたる場合の中立軸の位置

何等かの理由に依つて  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられたる場合には、(198) より  $x$  の値は

$$x = kh, \quad k = \frac{n\sigma_c}{n\sigma_c + \sigma_s} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_s}{n\sigma_c}} \quad (209)$$



第 178 圖

となる。此の關係は (170), (177) 式より明かなるが如く、コンクリートの張應力を考慮する場合でも、また  $E_t < E_c$  とする場合でも、或はまた曲モーメントの他に軸方向力が作用する場合(第六章及び第七章)でも一般に成立するものである。(209) 式に依つて決められる  $x$  の値を圖示すれば第 178 圖である。

此の式が必要となる場合は、既に現存せる、若くは既に設計せられたる部材の應力を驗算する場合ではなく、與へられたる許容應力を對して斷面を設計せんとする場合である。それで(209) 式に於て  $\sigma_c = \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  とすれば

$$x = kh, \quad k = \frac{n\sigma_{ca}}{n\sigma_{ca} + \sigma_{sa}} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{sa}}{n\sigma_{ca}}} \quad (209a)$$

となる。尚ほ、 $\sigma_c$  が  $\sigma_{ca}$  として與へられたる場合には  $\sigma'_s$  に就ては考慮する必要がない。何となれば一般に  $\sigma'_s$  は  $n\sigma_c$  より小であつて、 $n = 15$ ,  $\sigma_c = 65 \text{ kg/cm}^2$  とするも、 $\sigma'_s$  は  $15 \times 65 = 915 \text{ kg/cm}^2$  より大となることはないからである。

§ 78. 鐵筋断面積の算定

$M$ ,  $A_c$ ,  $h$ ,  $h'$ ,  $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  が與へられたる場合に、必要にして且つ充分なる  $A_s$  及び  $A'_s$  の値を求める方法である。此の場合  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられるから中立軸の位置、即ち  $x$  は(209) に依つて與へられ、從つて  $G_c$  及び  $I_c$  は既知の値である。

(1) 抗壓鐵筋を使用せずして抵抗し得べき最大曲モーメント

$A'_s = 0$  なる場合に、コンクリートと抗張鐵筋  $A_{s1}$  のみに依つて抵抗し得る最大曲モーメントの値を  $M_1$  とすれば、(196), (197), (200) 及び (202) より平衡條件として

$$G_c - n A_{s1} (h - x) = 0$$

$$\text{及び } M_1 = \frac{\sigma_c}{x} [I_c + n A_{s1} (h - x)^2]$$

を得、之より  $A_{s1}$  及び  $M_1$  を解けば

$$A_{s1} = \frac{G_c}{n(h - x)} = \frac{\int_{A_c} \xi dA_c}{n(h - x)}, \quad (210)$$

$$M_1 = \frac{\sigma_c}{x} [I_c + G_c (h - x)] = \frac{\sigma_c}{x} \int_{A_c} \xi (h - x + \xi) dA_c, \quad (211)$$

を得る。

2) 抗壓鐵筋を必要とする場合 ( $M > M_1$ )

$M$  が  $M_1$  より大なる場合には明かに抗壓鐵筋を必要とする。今  $M$  に對して必要にして且つ充分なる抗張及び抗壓鐵筋断面積を  $A_s$  及び  $A'_s$  とすれば、之は(196) 及び (200) 兩式を、 $A_s$  及び  $A'_s$  に關する聯立方程式として解くことに依つて求められる。即ち

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{\frac{Mx}{\sigma_c} - I_c + G_c(x - h')}{n(h - h')(h - x)}, \\ A'_s &= \frac{\frac{Mx}{\sigma_c} - I_c - G_c(h - x)}{n(h - h')(x - h')} \end{aligned} \right\} \quad (212)$$

である。然るに

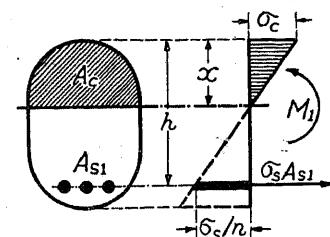
$$\sigma_s = \frac{n\sigma_c}{x} (h - x), \quad \sigma'_s = \frac{n\sigma_c}{x} (x - h')$$

なること、(210) 及び (211) の  $A_{s1}$  及び  $M_1$  の値を考慮すれば、上式は

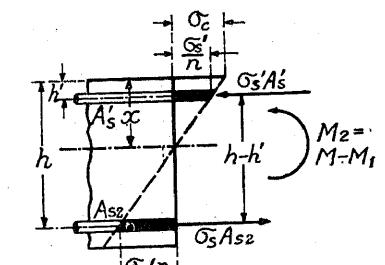
$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{M - M_1}{\sigma_s(h - h')} + A_{s1} \\ A'_s &= \frac{M - M_1}{\sigma'_s(h - h')} \end{aligned} \right\} \quad (213)$$

とすることが出来る。

此の結果はまた  $M_2 = M - M_1$  とし、 $M_1$  に對してはコンクリートと抗張鐵筋  $A_{s1}$  が對抗し、之に依つて  $\sigma_c$  は既に其の與へられたる値に達して居るか



第 179 圖



第 180 圖

ら、 $M_2$  は抗張鐵筋  $A_{s2}$  と抗壓鐵筋  $A'_s$  に依つて對抗せらるゝものと考へることに依つて求めるこども出来る。即ち此の様に考へれば

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (214)$$

であつて、第 180 圖より明かなるが如く

$$A_{s2} = \frac{M_2}{\sigma_s(h-h')}, \quad A'_s = \frac{M_2}{\sigma'_s(h-h')} \quad (215)$$

であるからである。

### 3) 抗壓鐵筋を必要とせざる場合 ( $M \leq M_1$ )

$M \leq M_1$  なる場合には抗壓鐵筋は不要である。特に  $M = M_1$  なる場合には、其の所要抗張鐵筋斷面積は (201) の  $A_{s1}$  の値其のまゝでよい。然し  $M < M_1$  の場合には此の  $A_{s1}$  は一般に過大であつて、此の場合の所要抗張鐵筋斷面積を  $A_s$  とすれば、(196) 式より

$$A_s = \frac{G_o}{n(h-x)} = \frac{\int_{A_c} \xi dA_c}{n(h-x)} \quad (216)$$

となる。この式は形に於ては (210) と全く同一であるが、たゞ根本的に異なる點は、(210) に於ては  $x$  の値として (209) に依つて與へらるゝ値を採用すべきであるに反し、(216) に於ては此の  $x$  の値を採用することが出来ないことである。

即ち (200) 式より力のモーメントの平衡條件として

$$M = \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi^2 dA_c + n A_s (h-x)^2 \right] = \frac{\sigma_c}{x} \int_{A_c} \xi (h-x+\xi) dA_c \quad (217)$$

を得、更に應力の直線的分布の條件より、(209) 式：

$$x = \frac{n \sigma_c}{n \sigma_c + \sigma_s} \quad (209)$$

を得る。此の兩式を同時に満足すべき  $x$  の値が (216) 式に採用すべき値であるが、今  $\sigma_c = \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  とすると未知數は  $x$  のみとなつて、(217) 及び (209) の二個の方程式を同時に満足することは一般に不可能である。故に  $M = M_1$  の場合には同時に  $\sigma_c = \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  とすることは出来ない。計算の順序としては先づ  $\sigma_c = \sigma_{sa}$  として兩式より  $x$  及び  $\sigma_s$  を解き、次に  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  として兩式より  $x$  及び  $\sigma_c$  を解き、この兩場合の  $x$  の値を (216) 式に代入して  $A_s$  を求め、そのうち小なる方の値を  $A_s$  として採用すれば十分である。尚ほ、 $\sigma_c$  或は  $\sigma_s$  の或る一つを其の許容應力とした場合には、他方のものは常に其の許容應力より小である。

### § 79. 弾性係數比 $n$ の値及び理論と實驗との比較

鐵筋の彈性係數  $E_s$  として普通の構造用鋼の彈性係數を採用し、 $E_s = 210000 \text{ kg/cm}^2$  とすることに就ては何等の説明も要しない。然しこンクリートの彈性係數  $E_c$  はコンクリートの品質、材齡及び應力の大きさ等に依つて變化するものであつて、従つて  $n = E_s/E_c$  の値は之等の條件に依り相當に變化するものである。今コンクリートの品質に依る  $n$  の變化は論外とするも其の應力の値の大小に依つて、従つて外力の大小に依つて  $n$  が變化するものと考へることは、鐵筋コンクリート桁の計算を非常に複雑にし、且つ前記の諸計算の方法を全然適用不可能にする。

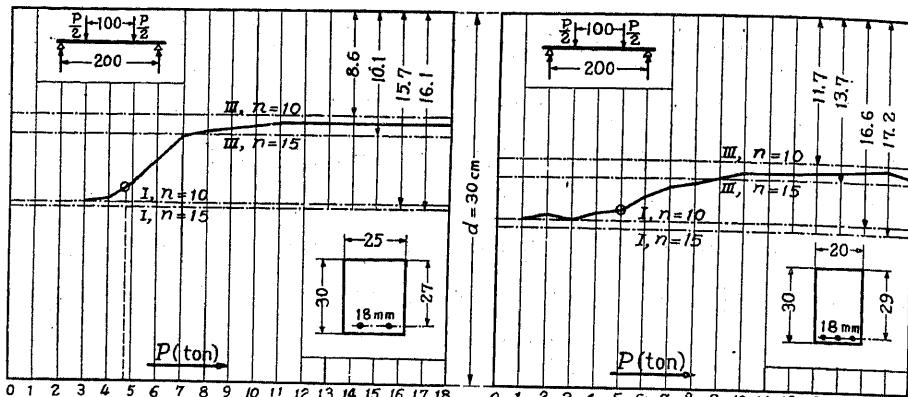
今コンクリートの壓應力が僅少なる場合に對して  $E_c = 200000 \sim 300000 \text{ kg/cm}^2$  とすれば、 $n \approx 10 \sim 7$  となり、壓應力が大なる場合に對して  $E_c = 100000 \sim 150000 \text{ kg/cm}^2$  とすれば  $n \approx 20 \sim 15$  となる。それで之等の關係と多くの實驗結果を參照して、實用的見地から鐵筋コンクリート桁の部材の安全度を驗する場合、或は破壊に對して十分なる斷面を決定する場合は、コンクリートの品質又は應力の大小如何に拘はらず  $n = 15$  と探るのが普通である。然し彈性變形、不靜定應力の計算、或は特に龜裂荷重以下の場合を考慮する場合には  $E_t = E_c$  にして  $n = 10$  と探るのが普通である。尚ほ、 $n$  の些少の變化は一般に計算結果に大なる影響を與へないものである。

鐵筋コンクリート桁に關しては古來多數の實驗が行はれたが、次には、應力が直線的變化すると言ふ理論的計算の結果と實驗結果とを比較するために、バッハ及びグラーフの實驗結果<sup>(1)</sup> の二三を摘錄する。之等に關する圖に於て、I を以て示したる線は、 $E_t = E_c$  としてコンクリートの張應力を考慮した場合、即ち第一階程に對する § 75, 1) の解法に依る計算結果であり、III を以て示すものはコンクリートの張應力を無視した場合、即ち第三階程に對する § 76 の解法に依る計算結果である。

#### I) 中立軸の位置

鐵筋コンクリート桁に關する實驗に依れば、曲モーメントの他に剪力が作用しないときには元々平面であつた横断面は大體に於て彎曲後も之を平面を見做すことが出来る。但し此の場合、變形測定の標點距離は龜裂等の局部的影響を除くために充分に大にしなければならない。此の事實に依り、鐵筋コンクリート桁の中立軸の位置を實驗に依つて決定するには、斷面中の或る二點の變形率を測定すれば充分である。第 181 圖及び第 182 圖に示す結果は共に支間 2m の矩形桁の中央の 1m の點に荷重  $P/2$  を加へ、此の間に於ける抗壓表面の壓縮、抗張表面の伸張の

(1) Handb. f. Eisenbetonbau. I. Bd., 3. Aufl., S. 166, 167, 175, 183, 213, 215.



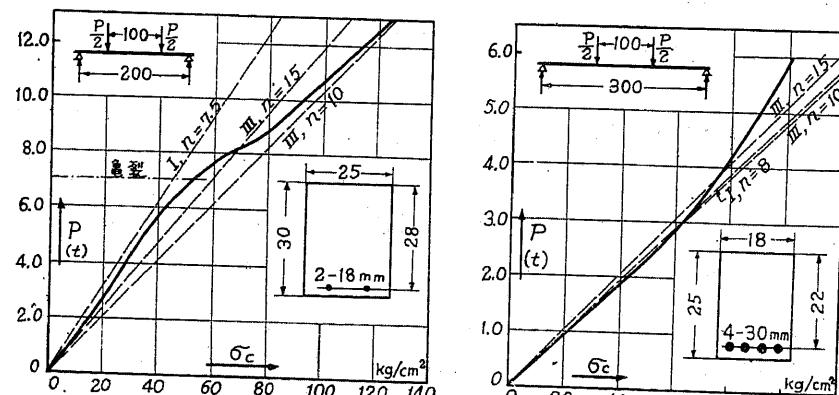
第 181 圖

第 182 圖

平均値より求めたる中立軸の平均位置であつて、荷重の小なる間、即ち抗張コンクリートに龜裂が生じない間は中立軸は殆んど變化せず、龜裂が発生して夫が徐々に進展するに従つて中立軸は段々と抗壓側に移動し、龜裂が中立軸まで達すれば中立軸の位置は再び殆んど一定となる。此の事實は、荷重の小なる間には第一階程の計算方法に對する假定が成立し、荷重が破壊荷重に近い場合には第三階程の計算方法に對する假定、即ちコンクリートが張應力に對して有効に作用しないと云ふ假定が成立することを物語つて居る。今第一階程及び第三階程の計算方法に於て  $n = 10$  及び  $15$  として中立軸を算出した結果は圖に示す直線であつて、之に依れば第一階程の場合には  $n = 10$ 、第三階程の場合には  $n = 15$  が實驗結果に良く一致することがわかる。

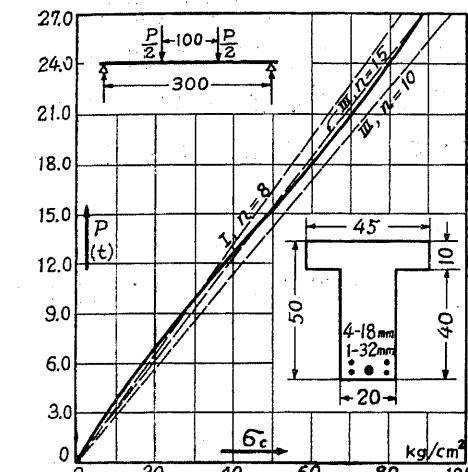
## 2) コンクリートの縁壓應力

如何なる場合でも應力其自身を直接に測定する方法は今までに於て發見せられて居ない。現在用ひられて居る方法は、すべて應力の變化を長さの變化に移し、長さの變化を測定した結果

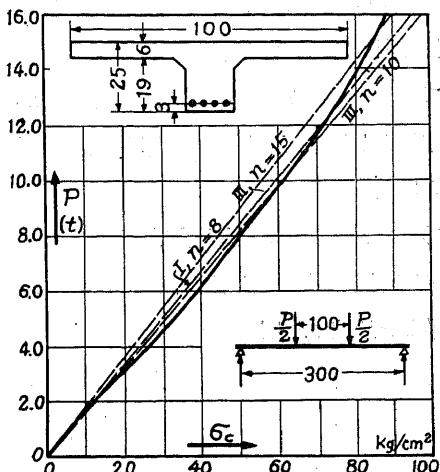


第 183 圖

第 184 圖



第 185 圖

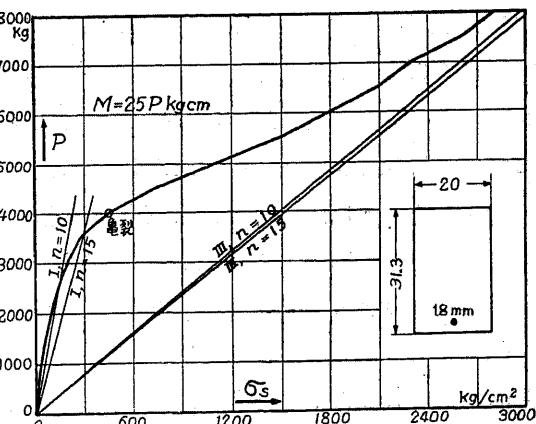


第 186 圖

より應力を算出するものである。茲に第 183 圖乃至第 186 圖に示す  $\sigma_c$  の實驗値は、鐵筋コンクリート桁の抗壓表面の壓變形率  $\varepsilon_s$  を測定し、同時に鐵筋コンクリート供試桁と全く同條件のものに製作されたコンクリートの抗壓試験體に依る壓彈性係數  $E_s$  を測定し、 $\sigma_c = E_s \varepsilon_s$  として算出せられたものである。之等の實驗結果と直線にて示せる計算結果とを比較すれば、コンクリートの張應力を無視して  $n = 15$  とする計算が大體に於て正鶴を得て居ることがわかる。

## 3) 抗張鐵筋の張應力

コンクリート中にある鐵筋の應力を實驗に依り知るには、鐵筋の一部をコンクリートの表面に突出して之に依り其の變形を測定するか、或は鐵筋の變形をコンクリートの變形より算出して、夫に依る變形率  $\varepsilon_s$  に其の彈性係數  $E_s$  を乘じて之を求める。第 187 圖に示す結果はコンクリートの抗壓側表面及び抗張側表面の變形を測定し、直線的變化の假定のもとに  $\varepsilon_s$  を算出して之に  $E_s = 2100000 \text{ kg/cm}^2$  を乗じて得たる結果である。之に依れば荷重が龜裂荷重以下の小なる場合にはコンクリートの張應力を考慮して  $n = 10$  とする計算が實驗結果に良く一致するが、コン

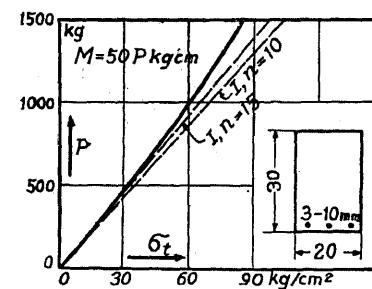


第 187 圖

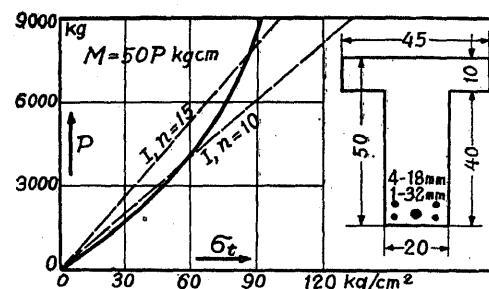
クリートの張應力を無視する計算結果は、荷重が大なる場合でも實驗結果よりも相當大なる $\sigma_s$ の値を與へることがわかる。また鐵筋をコンクリート表面に出して直接に $\varepsilon_s$ を測定した結果に於ても、コンクリートの張應力を無視することは、實際より著しく大なる値を與へて居る。此の結果より見れば、普通の計算方法は抗張鐵筋に關する限り豫想以上に大なる安全率を與へることになる。

#### 4) コンクリートの縦張應力

之は普通の場合には不必要なことであるが、之に關する實驗結果と、 $E_c = E_t$ として計算した結果とを比較すれば第188圖、第189圖の如くになる。



第188圖



第189圖

以上の結果より見れば、断面の決定又は安全度の算定の場合にはコンクリートの張應力を無視して $n=15$ としてよく、特に應力が小なる場合に對しては、コンクリートの張應力を考慮し、且つ $E_t = E_c$ 、 $n=10$ としてよいことが了解される。

### § 80. 曲應力の圖式解法

任意の複雑なる形狀の断面に對して、曲應力を解析的に算出することは甚だ困難である。此の様な場合には圖式解法に依つて其の目的を達することが出来る。勿論此の場合は断面が既知なることを必要とする。然しコンクリート断面が與へられて鐵筋断面積を求める様な場合には、普通は二三回の試算に依つて之を求めることが出来る。

鐵筋コンクリート桁の圖式解法は普通の等質桁の圖式解法と根本的に異なる所はない。たゞ鐵筋をコンクリートに比して $n$ 倍有効であると考へ、又若しコンクリートの張應力を考慮し $E_t = rE_c$ とする場合には、コンクリートの抗張面積は抗壓面積に比し $r$ 倍有効であると考へるだけである。即ち實際の断面の代りに有効等值断面積を考へるだけである。桁の圖式解法の順序は先づ第一に其の中立軸の位置を求め、次に此の中立軸の周りの二次モーメントを求めることがある。

今、豫備定理として第190圖に示すが如く任意の量 $A_1, A_2, A_3$ の $Y-Y$ 軸のまはりの一次モーメント及び二次モーメントを圖式的に求める方法を述べる。それには $A_1, A_2, A_3$ を $Y-Y$ 軸に平行に作用する力と考へ、之を(b)の如く或る直線上に移す。即ち(b)に於て

$$QR = A_1, RS = A_2, ST = A_3$$

とし、 $QT$ に垂直なる直線 $QP$ 上の任意の一點 $P$ より $Q, R, S, T$ に直線を引き、(a)に於て

$$AB \parallel RP, BC \parallel SP, CC' \parallel TP$$

なるやうに $ABCC'$ を引く。此の $P$ 點は極(Pole)と呼ばれるものであつて、 $P$ と $QT$ との垂直距離を $H$ とすれば、 $A_1, A_2, A_3$ の $Y-Y$ 軸の周りの一次モーメント $G_Y$ 及び二次モーメント $I_Y$ は

$$G_Y = A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3,$$

$$I_Y = A_1 x_1^2 + A_2 x_2^2 + A_3 x_3^2$$

である。然るに

$$OA':x_1 = A_1:H, \quad A'B':x_2 = A_2:H, \quad B'C':x_3 = A_3:H,$$

$$A_1 x_1 = H \times OA', \quad A_2 x_2 = H \times A'B', \quad A_3 x_3 = H \times B'C'$$

であるから

$$G_Y = H(OA' + A'B' + B'C') = H \times OC' = H \times Y,$$

$$I_Y = H(OA' \times x_1 + A'B' \times x_2 + B'C' \times x_3)$$

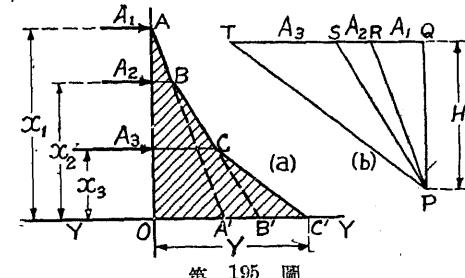
$$= 2H(\triangle OAA' + \triangle A'BB' + \triangle B'C') = 2H \times (\text{面積 } OABCC'),$$

$$G_Y = H \times Y, \quad I_Y = 2H \times (\text{面積 } OABCC'), \quad (218)$$

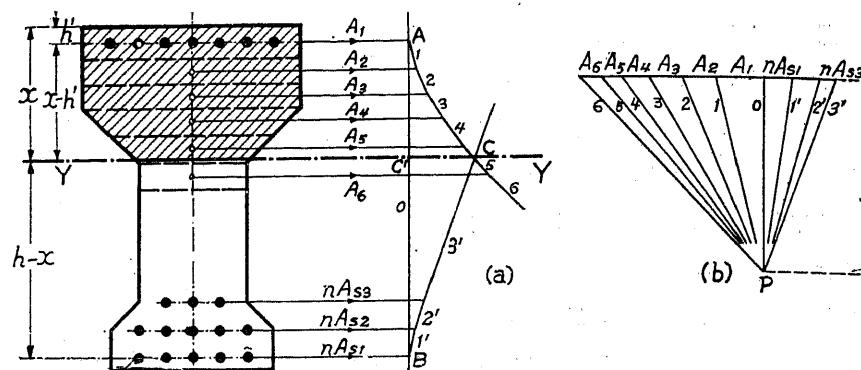
即ち

となる。

次にコンクリートの張應力を無視する場合の圖式解法を第191圖の例に就て説明する。先づ断面の抗壓部分を適當なる部分に區分する。此の場合鐵筋のある場合には、區分されたコンクリートの重心が鐵筋の重心と一致する様にすれば簡単である。斯く區分された部分の面積を夫夫 $A_1, A_2, \dots$ とし(鐵筋のある場合にはコンクリートの面積に鐵筋面積の $n$ 倍を加算する), 之を水平に作用する力と考へて、第190圖に於て説明せるが如く、(b)圖の $1, 2, \dots$ なる直線に平行に $1, 2, \dots$ なる直線を(a)圖に引く。また抗張鐵筋は其の斷面積の $n$ 倍に就て(b)圖の $1', 2', \dots$ に平行に(a)圖の $1', 2', \dots$ を引けば、 $1, 2, \dots$ なる線と $1', 2', \dots$ なる線との交點を通じる直線 $Y-Y$ が中立軸となる。何となれば前に説明せるが如く、 $Y-Y$ 軸より上部、即ち



第190圖



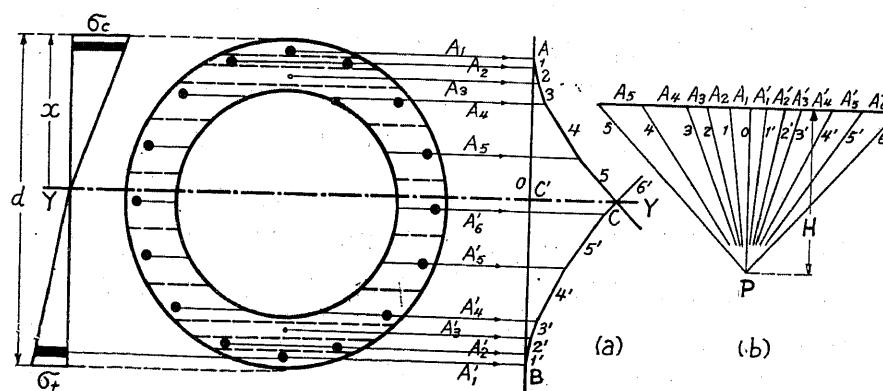
第 191 圖

抗壓断面の一次モーメント及び抗張鐵筋の一次モーメントとが共に  $CO'$  であつて相等しきが故である。また  $A_1, A_2, \dots, nA_{s1}, nA_{s2}, \dots$ なる力の合成は、連力圖 (Funicular Polygon) の理論に依り  $Y-Y$  軸中に作用すべきであることより、 $Y-Y$  軸は有効等値断面積の重心軸、從つて其の中立軸となると説明することも出来る。

$Y-Y$  軸に依つて中立軸が決定されれば、此の軸の周りの有効等値断面積の二次モーメント  $I_i$  は (218) 式より

$$I_i = 2H \times (\text{面積 } ABG)$$

に依つて決定され、從つて断面中の任意の點の垂面應力は (203) 式に依つて直ちに之を算出するこ出來る。尙、 $H$  は任意であつて、抗壓部分を區分することは小さく區分する程一般に正確なる結果が得られる。



第 192 圖

第 192 圖はコンクリートの張應力を考慮する場合の例であつて、前述のこととを了解すれば別に説明を要しないが、此の場合にはコンクリートの抗張部分も小さく區分する必要があり  $E_t = rE_c$  とする場合にはコンクリートの抗張面積を抗壓面積に比し  $r$  倍有効とすること、即ち實際の抗張面積を  $r$  倍することが必要である。尙、鐵筋面積はすべて之を  $n$  倍するものである。

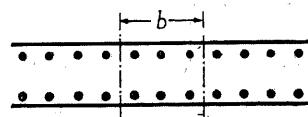
## 第四章

### 彎曲を受くる部材(各論)

#### 第一節 矩形断面

##### § 81. 総 説

本節に於ては断面が矩形なる場合に對する諸公式を誘導する。普通に版(Slab)と稱せられて、厚さに比し幅の著しく大なるものも、之を第 193 圖に示すが如く適當なる幅  $b$  に就て考へれば之に對し矩形断面の公式を使用することが出来る。尙、本節に於ては便宜上單鐵筋矩形断面 (Rectangular cross-section with single reinforcement) と複鐵筋矩形断面 (Rectangular cross-section with double reinforcement) とに區別して記述



第 193 圖

する。即ち前者は主鐵筋として抗張鐵筋のみを有するもの、後者は抗張鐵筋と抗壓鐵筋とを有するものである。

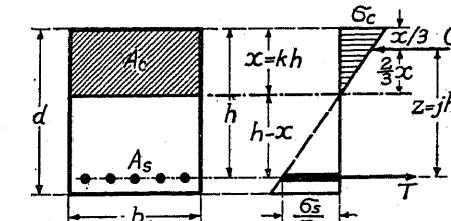
##### § 82. 単鐵筋矩形断面

第 194 圖の如き與へられたる矩形断面に曲モーメント  $M$  が作用する場合の  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を求めよ。

###### 1) 中立軸の位置

a. 第一法。 $A_c$  及び  $A_s$  の中立軸のまはりの一次モーメントを夫々  $G_c$  及び  $G_s$  とすれば

$$G_c = \frac{b x^2}{2}, \quad G_s = A_s (h - x) \quad (220)$$



である。然るに  $G_c = n G_s$  なるに依り

$$\frac{b x^2}{2} = n A_s (h - x) \quad \text{或は} \quad x^2 + \frac{2 n A_s}{b} x - \frac{2 n A_s}{b} h = 0 \quad (220a)$$

となり、此の方程式を解くことに依り中立軸の位置を決定することが出来る。即ち

$$x = \frac{n A_s}{b} \left[ \sqrt{1 + \frac{2 b h}{n A_s}} - 1 \right] \quad (221)$$

であつて、今  $x = kh$ ,  $A_s = pbh$  とすれば

$$k = np \left[ \sqrt{1 + \frac{2}{np}} - 1 \right] = \sqrt{(np)^2 + 2np} - np \quad (221a)$$

となる。

b. 第二法。断面に作用する圧應力及び張應力の合成力を  $C$  及び  $T$  とすれば

$$C = \sigma_c \frac{bx}{2}, \quad T = \sigma_s A_s \quad (222)$$

であつて、平衡條件  $C = T$  より

$$\sigma_c \frac{bx}{2} = \sigma_s A_s \quad (222a)$$

となり、之に(193)の關係を代入すれば前記(220a)式と全く同一の式を得ることが出来る。

## 2) 曲應力

a. 第一法。 $A_c$  及び  $A_s$  の中立軸のまわりの二次モーメントを夫々  $I_c$  及び  $I_s$  とすれば

$$I_c = \frac{bx^3}{3}, \quad I_s = A_s(h-x)^2 \quad (223)$$

であつて、従つて有効等値断面  $A_i$  の二次モーメント  $I_i$  は

$$I_i = I_c + nI_s = \frac{bx^3}{3} + nA_s(h-x)^2 \quad (224)$$

となり、之に(220a)の關係を考慮すれば

$$I_i = \frac{bx^3}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) = nA_s(h-x) \left( h - \frac{x}{3} \right) \quad (224a)$$

となる。従つて  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  は(203)式より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{M}{I_i} x = \frac{M}{\frac{bx}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right)} = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{x}{h-x}, \\ \sigma_s &= n \frac{M}{I_i} (h-x) = \frac{M}{A_s \left( h - \frac{x}{3} \right)} = n \sigma_c \frac{h-x}{x} \end{aligned} \right\} \quad (225)$$

となる。今  $x = kh$ ,  $A_s = pbh$  とすれば

$$\sigma_c = \frac{1}{\frac{k}{2} \left( 1 - \frac{k}{3} \right)} \cdot \frac{M}{bh^2}, \quad \sigma_s = \frac{1}{p \left( 1 - \frac{k}{3} \right)} \cdot \frac{M}{bh^2} \quad (225a)$$

を得る。

b. 第二法。 $C$  はコンクリートに作用する圧應力の合力であるから、其の作用線は第194圖の應力三角形の重心、即ち中立軸より  $\frac{2}{3}x$  の點を通過しなければならない。従つて  $C$  と  $T$  との

距離  $z = jh$  は

$$z = h - \frac{x}{3} = h \left( 1 - \frac{k}{3} \right), \quad j = \frac{z}{h} = 1 - \frac{k}{3} \quad (226)$$

となり、 $M = Cz = Tz$  なる平衡條件より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{2M}{bxz} = \frac{2M}{kjbh^2}, \\ \sigma_s &= \frac{M}{Asz} = \frac{M}{pjbh^2} \end{aligned} \right\} \quad (225b)$$

となり、之に(226)の  $z$  或は  $j$  の値を代入すると(225)、或は(225a)式と全く同一になる。

上記の第一法及び第二法を比較すれば、第二法の如く平衡條件に依るよりも、第一法の如く有効等値断面の一次モーメント及び二次モーメントに依る方が目的に達する上に於て簡単なることがわかる。

## 3) 許容曲モーメント

断面が與へられ、且つ  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が許容應力  $\sigma_{ca}$  及び  $\sigma_{sa}$  として與へられたる場合の該断面の許容曲モーメント、即ち應力が許容應力を超過せずして抵抗し得る曲モーメントの最大値としては

$$\left. \begin{aligned} M_c &= \sigma_c \frac{bx}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) = \frac{1}{2} \sigma_c k \left( 1 - \frac{k}{3} \right) bh^2, \\ M_s &= \sigma_s A_s \left( h - \frac{x}{3} \right) = \sigma_s p \left( 1 - \frac{k}{3} \right) bh^2 \end{aligned} \right\} \quad (227)$$

に依り計算せるものうち小なる方の値を探らねばならない。

## § 83. 與へられたる曲モーメント及び許容應力に対する 單鐵筋矩形断面の設計

茲に述べるものは一般に  $M$ ,  $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  が與へられたる場合に必要にして且つ十分なる有効高さ  $h$  及び抗張鐵筋断面積  $A_s$ 、或は此の兩者のうち何れか一つを算定する方法である。但し断面の幅  $b$  は一般に與へられたるものと假定する。

### I) 有効高さ及び鐵筋断面積の算定

$M$ ,  $b$ ,  $\sigma_c$ ,  $\sigma_s$  を與へて  $h$  及び  $A_s$  を求める場合である。此の場合、中立軸の位置は

$$x = kh, \quad k = \frac{n\sigma_c}{n\sigma_c + \sigma_s} \quad (209)$$

で與へられる。

今  $h$  を求めるために (225a) の第一式より  $h$  を解けば

$$h = \sqrt{\frac{6}{\sigma_c k(3-k)}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = C_1 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad (228)$$

を得る。之は即ち  $h$  を決定する式であつて、其の係数  $C_1$  は單に  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  の値に依つてのみ變化し、(209) の値を代入すれば

$$C_1 = \sqrt{\frac{6}{\sigma_c k(3-k)}} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{6n(1-k)}{\sigma_s(3-k)}} = \frac{n\sigma_c + \sigma_s}{n\sigma_c} \sqrt{\frac{6n}{2n\sigma_c + 3\sigma_s}} \quad (228a)$$

となる。次に  $A_s$  に對しては (225) の第二式より

$$A_s = \frac{M}{\sigma_s \left(1 - \frac{k}{3}\right) h} = C_2 \frac{M}{h}, \quad (229)$$

$$C_2 = \frac{3}{\sigma_s(3-k)} = \frac{3k}{n\sigma_c(1-k)(3-k)} = \frac{3(n\sigma_c + \sigma_s)}{\sigma_s(2n\sigma_c + 3\sigma_s)} \quad (229a)$$

を得る。また (229a) より  $h$  を消去するために (228) の  $h$  の値を代入すれば

$$A_s = \frac{C_2}{C_1} \sqrt{Mb} = C_3 \sqrt{Mb}, \quad (229b)$$

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{C_2}{C_1} = \frac{3k}{n(1-k)} \sqrt{\frac{k}{6\sigma_c(3-k)}} \\ &= 3k \sqrt{\frac{1}{6n\sigma_c(1-k)(3-k)}} = \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \sqrt{\frac{3n}{2(2n\sigma_c + 3\sigma_s)}} \end{aligned} \quad (229c)$$

となる。實際の場合には  $A_s$  の代りに鋼筋比  $p = A_s/bh$  の値を知ることが便利である場合が多い。 $p$  の値は (228) 及び (229a) より

$$p = \frac{A_s}{bh} = \frac{C_3}{C_1} = \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \cdot \frac{k}{2} = \frac{k^2}{2n(1-k)} = \frac{n \cdot \sigma_c^2}{2\sigma_s(n\sigma_c + \sigma_s)} \quad (229d)$$

を得る。

## 2) 有効高さが與へられたる場合の鋼筋断面積の算定

實際の設計に於ては 1) の如く  $h$  及び  $A_s$  を同時に理論的に算出するよりも、 $h$  が與へられて居て單に  $A_s$  のみを求める場合が多い。即ち  $M, b, h, \sigma_c \leq \sigma_{ca}, \sigma_s \leq \sigma_{sa}$  を與へて  $A_s$  を求める場合である。然し一般に桁の斷面に關する平衡條件は、斷面に作用する垂面應力の總和が零であること、及び其のモーメントが曲モーメントに相等しいと言ふ 2 個の互に獨立せる條件であるから、1 個の未知數  $A_s$  のみを以て此の條件を同時に満足することは一般に不可能である。從つて此の場合には  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  のうち何れか一つのみを許容應力として與へられたるものと考へねばならない。

今 (228) 及び (229b) 式より

$$h = \frac{n\sigma_c + \sigma_s}{n\sigma_c} \sqrt{\frac{6n}{2n\sigma_c + 3\sigma_s}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}, \quad (230)$$

$$A_s = \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \sqrt{\frac{3n}{2(2n\sigma_c + 3\sigma_s)}} \cdot \sqrt{\frac{Mb}{b}} \quad (231)$$

を得る。此の兩式は前述の 2 個の平衡條件から生れて此の平衡條件を表す 2 個の互に獨立した關係を示し、そのうち (231) は即ち  $A_s$  を決定すべき式である。然るに (230) 式に就て考ふるに、 $h, \sigma_c, \sigma_s$  がすべて與へられたる場合には此の式は一般に成立することが出來ない。即ち  $h, \sigma_c, \sigma_s$  のうち何れか一つを此の式を満足する様に選擇する必要がある。之に對し  $h$  を未知數とすれば前記 1) の場合になるが、今の場合には  $h$  が與へられて居るから、 $\sigma_c$  或は  $\sigma_s$  のうちの一方を未知數となしければならない。

今 (230) 式に於て (209) の  $k$  の値を代入して變化すると、 $\sigma_c$  が與へられたる場合には

$$k^2 - 3k + 6 \frac{M}{\sigma_c b h^2} = 0 \quad (232)$$

となり、 $\sigma_s$  が與へられたる場合には

$$k^3 - 3k^2 - 6n \frac{M}{\sigma_s b h^2} k + 6n \frac{M}{\sigma_s b h^2} = 0 \quad (232a)$$

となる。茲で今 (232) に  $\sigma_c = \sigma_{ca}$  として  $k$  を解き、之に依つて  $\sigma_s = n\sigma_c(1-k)/k$  の  $\sigma_s$  の値が  $\sigma_{sa}$  より大ならば、 $\sigma_c$  が  $\sigma_{ca}$  に達するも  $\sigma_s$  は  $\sigma_{sa}$  に達しないことを意味し、従つて此の場合には、 $\sigma_c = \sigma_{ca}$  と、(232) 式より決定される  $\sigma_s$  の値を (231) 式に代入して  $A_s$  を算出する。上記の  $\sigma_s$  の値が  $\sigma_{sa}$  より大ならば、 $\sigma_s$  が  $\sigma_{sa}$  に達するも  $\sigma_c$  は未だ  $\sigma_{ca}$  に達しないことを意味し、従つて此の場合には、 $\sigma_s = \sigma_{sa}$  として (232a) 式より  $k$  を解いて  $\sigma_c$  を  $\sigma_c = \sigma_s k / n(1-k)$  より求め、之等の値を (231) 式に代入して  $A_s$  を求めるのである。

これは理論的方法であるが可成り手數がかかるので、實際の場合には後掲の第 83 表及び第 84 表に依るか、或は最初から  $A_s$  を適當に假定して二三回の試算を行ふことに依つて、比較的簡単に其の目的を達することが出来る。

## 3) 鋼筋断面積が與へられたる場合の有効高さの算定

之は  $M, b, A_s, \sigma_c \leq \sigma_{ca}$  及び  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  を與へて  $h$  を求める場合であるが、2) と同様に  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を同時に與へることは出來ない。此の場合に使用する基本式は 2) と同様に (230) 及び (231) 式であるが、そのうち (231) 式に依つて  $\sigma_c$  或は  $\sigma_s$  の一方を與へた場合に他のものを求め、之等の値を (230) に代入して  $h$  を決定するのである。今 (231) 式を (209) の關係を用ひて變化すれば、 $\sigma_s$  の與へられたる場合に對しては



### § 84. 單鋼筋矩形断面の計算表

上記の諸式に夫々の値を代入して計算すれば、勿論正確なる結果は得られるが、其の手数は可成り面倒である。此の計算の手数を簡単にせんがために種々の計算數表及び計算圖表が使用せられる。このうち圖表の方に於ては、中間値を比例部分に依り求めると云ふ不便はない代りに、二桁以上の正確なる數値を求めるることは一般に困難である。數表に依れば相當正確な結果を得ることが出来るが、該數表に載らない中間値は、之を近接する數値より直線的變化を假定して求めねばならない。

第83表は單鋼筋矩形断面の寸法が與へられた場合に、鋼筋比 $\rho$ を知ることにより  $x = kh$ ,  $z = jh$  を求め、更に與へられたる曲モーメント  $M$ による $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ を求める表である。また之に依つて $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ が與へられたる時に、断面が抵抗し得る最大曲モーメントの値を計算することも出来る。

第84表は土木學會鋼筋コンクリート標準示方書解説に載せられたる表であつて、之に依り $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ が與へられたる場合に、單鋼筋矩形断面の算定に役立つものである。

之等の表の使用方法に就ては特に説明を要しないが次の計算例に依つて之を了解され度い。

### § 85. 單鋼筋矩形断面の經濟的設計

今までではすべて $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ を其の許容應力に達せしめる様に断面を決める方法に就て述べたのであるが、普通の鋼構造物の様な單一材料の場合と異なり、鋼筋コンクリートに於ては之が必しも最も經濟的ではない。それは鋼筋とコンクリートを併用すること、及び其の單價が相違するからである。

今鋼筋コンクリート桁の単位長當りの總工費を  $B$  とすれば

$$B = B_c A_c + \beta B_s A_s + B_f U_f \quad (234)$$

と考へることが出来る。但し

$A_c$  = 桁の横断面中のコンクリートの全断面積,

$A_s$  = 桁の横断面中の鋼筋の全断面積,

$U_f$  = 桁の横断面の總周邊長,

$B_c$  = 単位容積のコンクリートを製作するに必要な總工費,

$B_s$  = 単位容積の鋼筋材料費,

$B_f$  = 単位面積の型枠の總工費;

$\beta$  = 鋼筋の屈曲、鉤、腹鋼筋等の加算係數

である。今(234)式に於て  $B_s$  は一般に變化が少いから之を基準とし

$$\alpha = \frac{B_c}{B_s}, \quad \gamma = \frac{B_f}{B_s}$$

とすれば

$$B = B_s (\alpha A_c + \beta A_s + \gamma U_f) \quad (234a)$$

となる。上式の $\alpha$ ,  $\beta$ 及び $\gamma$ の値は現今に於ては大體

$$\alpha = 0.020 \sim 0.025, \quad \beta = 1.2 \sim 1.7, \quad \gamma = 0.002 \sim 0.004$$

である。但しこのうち $\alpha$ 及び $\beta$ の値は單位のとり方に依つては變化しないが、 $\gamma$ の値はすべてmを單位としたものであつて、若しcm單位の場合には上記 $\beta$ の値を100倍しなければならぬ。

單鋼筋矩形断面に於て抗張鋼筋の重心からコンクリートの抗張側表面までの距離を $a$ とすれば

$$A_c = b(h+a), \quad A_s = A_s, \quad U_f = 2(h+a+b)$$

であるから(234a)式は

$$B = B_s [\alpha b(h+a) + \beta A_s + 2\gamma(h+a+b)] \quad (235)$$

となる。上記の $a$ の値は一般に與へられたものと假定することが出来る。

#### I) 幅が一定にして且つ高さに比して十分に大なる場合

幅 $b$ が一定であり、且つ之が $h$ に對して十分に大である場合は普通に床版の場合であつて、此の場合の型枠費は $M$ の大小或は $h$ 及び $A_s$ の値に無關係であると考へられる。今此の様な場合に $M$ ,  $b$ ,  $a$ が與へられたるものとして $h$ 及び $A_s$ を求める。先づ型枠費は一定であるから之を除き、且つ $A_s$ に對し(229a)の値を採用すると、(235)式より

$$B = B_s \left[ \alpha b(h+a) + \beta \frac{k^2}{2n(1-k)} b h \right] \quad (236)$$

となり、之を $k$ にて微分すれば $a$ 及び $b$ は常數であるから

$$\frac{dB}{dk} = b \left[ \left( \alpha + \beta \frac{k^2}{2n(1-k)} \right) \frac{dh}{dk} + \frac{\beta}{2n} \cdot \frac{k(2-k)}{(1-k)^2} h \right]$$

となり、 $B$ が最小となるためには  $dB/dk = 0$ , 即ち

$$\left( \alpha + \beta \frac{k^2}{2n} \cdot \frac{1}{1-k} \right) \frac{dh}{dk} + \frac{\beta}{2n} \cdot \frac{k(2-k)}{(1-k)^2} h = 0 \quad (237)$$

でなければならない。然るに(228)式より

$$M = k(3-k) \frac{\sigma_c b h^2}{6} = \frac{k^2(3-k)}{1-k} \cdot \frac{\sigma_c b h^2}{6n}$$

であるから、之を $k$ に就て微分すれば

$$\begin{aligned}\frac{dM}{dk} &= 0 = \frac{b\sigma_e}{6} \left[ (3 - 2k)h^2 + k(3 - k)2h \frac{dh}{dk} \right] \\ &= \frac{b\sigma_e}{6n} \left[ \frac{2k(3 - 3k + k^2)}{(1 - k)^2} h^2 + \frac{k^2(3 - k)}{1 - k} 2h \frac{dh}{dk} \right]\end{aligned}$$

となるから、従つて

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_e \text{が與へられたる場合: } \frac{dh}{dk} = -\frac{3 - 2k}{2k(3 - k)}h, \\ \sigma_s \text{が與へられたる場合: } \frac{dh}{dk} = -\frac{3 - 3k + k^2}{k(1 - k)(3 - k)}h \end{array} \right\} \quad (238)$$

となり、之を(237)に代入すれば  $k$  を決定する方程式として

$\sigma_e$  が與へられたる場合には

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3 - 2k}{9 - 5k} \cdot \frac{(1 - k)^2}{k} = -\frac{\beta}{2n\alpha}, \\ \text{或は } (5\beta - 4n\alpha)k^3 - (9\beta - 14n\alpha)k^2 - 16n\alpha k + 6n\alpha = 0, \end{array} \right\} \quad (239)$$

$\sigma_s$  が與へられたる場合には

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3 - 3k + k^2}{3 - 2k} \cdot \frac{1 - k}{k^2} = -\frac{\beta}{2n\alpha}, \\ \text{或は } (6\beta + 2n\alpha)k^3 - (3\beta + 8n\alpha)k^2 + 12n\alpha k + 6n\alpha = 0 \end{array} \right\} \quad (239a)$$

を得る。

即ち之に依つて最小工費を與へる様な  $h$  及び  $A_s$  を求めるには、§ 83, 1) の如く  $\sigma_e = \sigma_{ea}$ ,  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  とすることは出来ない。先づ  $\sigma_e$  及び  $\sigma_s$  のうちの何れか一つを與へられたるもの(許容應力)として、(239) 或は (239a) に依り求めらるる  $k$  の値に依つて残りの一つを求め、之を(228) 乃至(229d)の式に代入して  $h$  及び  $A_s$  を求めるのである。上記の如く  $\sigma_e$  或は  $\sigma_s$  を許容應力として求めた他の一つの値が其の許容應力を超す様な場合には  $\sigma_e = \sigma_{ea}$ ,  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  として § 83, 1) より求める断面が最も經濟的となることは言ふまでもない。

## 2) 幅が任意なる場合

之は獨立せる矩形断面の桁に於て  $b$ ,  $h$ ,  $A_s$  を最も工費が小になる様に求める場合である。今 § 83, 1) の諸式に従つて

$$b = C_1^2 \frac{M}{h^2}, \quad A_s = C_1 C_3 \frac{M}{h} \quad (240)$$

とすることが出来る。但し  $\sigma_e$  及び  $\sigma_s$  は此の場合許容應力として與へられるから、 $k$  の値は(209) 式に従つて一定となり、従つて  $C_1$  及び  $C_3$  の値も常數となる。(240) を(235) に代入すれば

$$B = B_s \left[ \alpha C_1^2 M \frac{h + a}{h^2} + \beta C_1 C_3 \frac{M}{h} + 2\gamma \left( h + a + \frac{C_1^2 M}{h^2} \right) \right]$$

となり、 $B$  を最小にするために  $dB/dh = 0$  とすれば

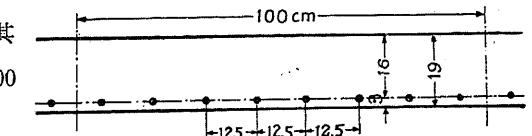
$$\frac{2\gamma}{C_1 M} h^3 - (\alpha C_1 + \beta C_3) h - 2C_1 (2\gamma + \alpha a) = 0 \quad (241)$$

となり、此の式の與へる  $h$  の値、及び之を(240)に代入して得たる  $b$  及び  $A_s$  の値は最も經濟的な断面を與へるものである。

## § 86. 単鐵筋矩形断面の例題

### 例題 1.

第195圖の如き断面を有する床版あり、其の幅1mに就ての曲モーメント  $M = 120000$  cmkg に依る  $\sigma_e$  及び  $\sigma_s$  を求む。



第195圖

此の床版の幅1mに就て考へれば

$$M = 120000 \text{ cmkg}, \quad b = 100 \text{ cm}, \quad h = 16 \text{ cm}, \quad A_s = \frac{100}{12.5} \times \frac{\pi}{4} 1.1^2 = 8 \times 0.95 = 7.6 \text{ cm}^2$$

となる。 $n = 15$  とすれば(221)式より

$$x = \frac{nA_s}{b} \left[ \sqrt{1 + \frac{2bh}{nA_s}} - 1 \right] = \frac{15 \times 7.6}{100} \left[ \sqrt{1 + \frac{2 \times 100 \times 16}{15 \times 7.6}} - 1 \right] = 5.01 \text{ cm}$$

となり、従つて(225) より

$$\sigma_e = \frac{M}{\frac{bx}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right)} = \frac{120000}{\frac{100 \times 5.01}{2} \left( 16 - \frac{5.01}{3} \right)} = 33.6 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \left( h - \frac{x}{3} \right)} = \frac{120000}{7.6 \left( 16 - \frac{5.01}{3} \right)} = 1102 \text{ kg/cm}^2$$

となる。

之を第83表に依り求めるには先づ  $p$  を計算する。 $p$  は

$$p = \frac{A_s}{bh} = \frac{7.6}{100 \times 16} = 0.00475 = 0.475\%$$

である。然るに第83表に依り

$$p = 0.50\% : \sigma_e = 6.991 \frac{M}{bh^2}, \quad \sigma_s = 223.7 \frac{M}{bh^2},$$

$$p = 0.45\% : \sigma_e = 7.278 \frac{M}{bh^2}, \quad \sigma_s = 247.5 \frac{M}{bh^2}$$

であるから、 $p = 0.475\%$  の場合には

$$\sigma_e = 7.134 \frac{M}{bh^2} = 7.134 \times \frac{120000}{100 \times 16^2} = 33.4 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_s = 235.6 \frac{M}{bh^2} = 235.6 \times \frac{120000}{100 \times 16^2} = 1104 \text{ kg/cm}^2$$

となり、實用上記の値と一致した結果を得ることが出来る。上記の計算はすべて  $n = 15$  としたのであるが、 $n$  の値の影響を見るために  $n = 10$  及び  $n = 20$  として見れば、

$$\begin{aligned} n = 10 : \sigma_c &= 38.9 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_s = 1082 \text{ kg/cm}^2, \\ n = 20 : \sigma_c &= 30.2 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_s = 1118 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

となる。

### 例題 2.

$M = 400000 \text{ cmkg}$ ,  $\sigma_{ca} = 45 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_{sa} = 1200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $n = 15$  に對して單鐵筋矩形斷面を設計せよ。

第 84 表より  $\sigma_c / \sigma_s = 45 / 1200$  に對しては

$$C_1 = 0.374, \quad C_3 = 0.00253$$

を得る。今最小工費の矩形断面を設計せんがために(241)式に依つて  $h$  を求めて見る。m 単位にて  $\alpha = 0.025$ ,  $\beta = 1.5$ ,  $\gamma = 0.003$  とすれば、cm 単位にては  $\alpha$  及び  $\beta$  の値には變化がなく、たゞ  $\gamma$  の値は

$$\gamma = 0.003 \times 100 = 0.30$$

となる。之等の値を(241)に代入して整理すれば

$$h^3 - 1205h - 130540 = 0$$

となり、此の解は  $h = 58.6 \text{ cm}$  となる。故に  $h = 58.6 \text{ cm}$  とすれば、 $b$  及び  $A_s$  は(240)式より

$$b = C_1^2 \frac{M}{h^2} = 16.3 \text{ cm}, \quad A_s = C_1 C_3 \frac{M}{h} = 6.63 \text{ cm}^2$$

となる。

然し此の様に細長なる断面は實際に於ては殆んど用ひられない。それで  $b = 30 \text{ cm}$  とすれば § 83, 1) の場合となり、 $h$  及び  $A_s$  は夫々

$$h = 0.374 \sqrt{\frac{400000}{30}} = 43.2 \text{ cm},$$

$$A_s = 0.00253 \sqrt{400000 \times 30} = 8.80 \text{ cm}^2$$

となる。今  $h = 44 \text{ cm}$ ,  $a = 4 \text{ cm}$  とし  $A_s$  として徑 15 mm の丸鋼 5 本を使用すれば、桁の断面は第 196 図の如きものになる。

### 例題 3.

例題 2 の場合に  $b = 30 \text{ cm}$ ,  $h = 46 \text{ cm}$  に對する所要鐵筋量を求む。

之は § 83, 2) の場合であるが、第 84 表に依つて之を求めて見る。今(228)式より

$$C_1 = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}}$$

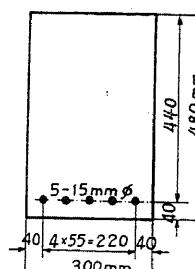
である。故に  $h = 46 \text{ cm}$ ,  $M = 400000 \text{ cmkg}$ ,  $b = 30 \text{ cm}$  とすれば

$$C_1 = \frac{46}{\sqrt{400000 / 30}} = 0.398$$

となる。今  $\sigma_c = 1200 \text{ kg/cm}^2$  とし、此の  $C_1$  の値に相當する  $\sigma_c$  の値を第 84 表より求めるに

$$\begin{aligned} \sigma_c &= 1200, \quad \sigma_c = 41 : C_1 = 0.403, \\ \sigma_c &= 1200, \quad \sigma_c = 42 : C_1 = 0.395 \end{aligned}$$

であるから、 $C_1 = 0.398$ ,  $\sigma_c = 1200 \text{ kg/cm}^2$  に相當する  $\sigma_c$  の値は



第 196 圖

$$\sigma_s = 41 + \frac{0.403 - 0.398}{0.403 - 0.395} = 41.59 \text{ kg/cm}^2$$

となる。即ち之に依つて  $\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$  となるも  $\sigma_s$  は  $45 \text{ kg/cm}^2$  に達しないことがわかる。故に  $\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_c = 41.59 \text{ kg/cm}^2$  に相當するの  $C_3$  値を第 84 表より求めるに

$$\sigma_s = 1200, \quad \sigma_c = 41 : C_3 = 0.00233,$$

$$\sigma_s = 1200, \quad \sigma_c = 42 : C_3 = 0.00238$$

であるから、 $\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_c = 41.59 \text{ kg/cm}^2$  に對しては

$$C_3 = 0.00233 + (0.00238 - 0.00233) \frac{41.59 - 41}{42 - 41} = 0.00236$$

となり、從つて所要鐵筋面積は

$$A_s = 0.00236 \sqrt{Mb} = 0.00236 \sqrt{400000 \times 30} = 9.17 \text{ cm}^2$$

となる。

### 例題 4.

例題 2 の場合に  $b = 30 \text{ cm}$  とし、鐵筋として徑 16 mm の丸鋼 5 本を使用した時の所要有効高さを求む。

此の場合には

$$A_s = 5 \times \frac{\pi}{4} 1.6^2 = 5 \times 2.01 = 10.05 \text{ cm}^2$$

となり、

$$C_3 = \frac{A_s}{\sqrt{Mb}} = \frac{10.05}{\sqrt{400000 \times 30}} = 0.00290$$

となる。之に對して  $\sigma_c = 45 \text{ kg/cm}^2$  なる場合の  $\sigma_s$  を求むれば第 84 表より

$$\sigma_c = 45, \quad \sigma_s = 1050 : C_3 = 0.00303,$$

$$\sigma_c = 45, \quad \sigma_s = 1100 : C_3 = 0.00285$$

なるに依り  $\sigma_s = 1086 \text{ kg/cm}^2$  となる。次に  $\sigma_c = 45 \text{ kg/cm}^2$  及び  $\sigma_s = 1086 \text{ kg/cm}^2$  に相當する  $C_1$  を第 84 表より求むれば

$$C_1 = 0.355$$

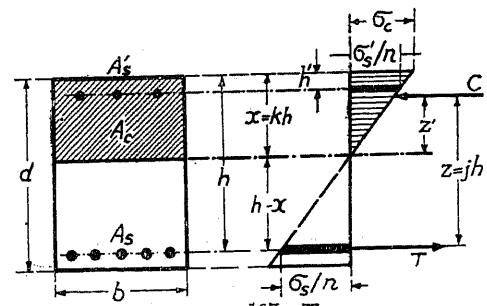
となり、從つて

$$h = 0.365 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.365 \sqrt{\frac{400000}{30}} = 42.15 \text{ cm}$$

となる。

### § 87. 複鐵筋矩形断面

桁の抗張鐵筋は常に必要であるが抗壓鐵筋は絕對的に必要なものでもなく、また一般に不經濟である。然し活荷重を受ける構造物で活荷重の位置及び方向に依つて同一断面に符号の異なる曲モーメントを生ずる場合、或は桁の高さに制限があつて充分なる有効高さにすることが出来ず、抗張鐵筋のみにては其の



第 197 圖

量が著しく大となつて不経済となる場合等に於ては抗圧鉄筋を使用しなければならない。

### 1) 中立軸の位置

a. 第一法。 $A_c$ ,  $A_s$  及び  $A'_s$  の中立軸のまはりの一次モーメントを夫々  $G_c$ ,  $G_s$  及び  $G'_{s'}$  とすれば、(220)式と同様に

$$G_c = \frac{b x^2}{2}, \quad G_s = A_s (h - x), \quad G'_{s'} = A'_{s'} (x - h') \quad (242)$$

である。然るに中立軸のまはりの有効等値断面の一次モーメント  $G_i$  は零であるから

$$G_i = G_c + n(G'_{s'} - G_s) = \frac{b x^2}{2} + n A'_{s'} (x - h') - n A_s (h - x) = 0 \quad (242a)$$

或は  $x^2 + \frac{2n}{b} (A_s + A'_{s'}) x - \frac{2n}{b} (A_s h + A'_{s'} h') = 0 \quad (242b)$

となる。之は即ち  $x$  を決定する方程式であつて、其の解は

$$x = \frac{n(A_s + A'_{s'})}{b} \left[ \sqrt{1 + \frac{2b(A_s h + A'_{s'} h')}{n(A_s + A'_{s'})^2}} - 1 \right] \quad (243)$$

となる。今

$$x = kh, \quad p = \frac{A_s}{bh}, \quad p' = \frac{A'_{s'}}{bh}, \quad h' = rh$$

とすれば(243)式より

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{x}{h} = n(p + p') \left[ \sqrt{1 + \frac{2(p + rp')}{n(p + p')^2}} - 1 \right] \\ &= \sqrt{n^2(p + p')^2 + 2n(p + rp') - n(p + p')} \end{aligned} \right\} \quad (243a)$$

となる。

特に  $A'_s = A_s$ ,  $a = h'$ , 即ち  $p' = p$ ,  $h + h' = d$  なる對稱断面に對しては

$$\left. \begin{aligned} x^2 + \frac{4nA_s}{b} x - \frac{2nA_s}{b} d &= 0, \\ x &= \frac{2nA_s}{b} \left[ \sqrt{1 + \frac{bd}{2nA_s}} - 1 \right], \\ k &= 2np \left[ \sqrt{1 + \frac{1+r}{2np}} - 1 \right] \\ &= \sqrt{4(np)^2 + 2np(1+r)} - 2np \end{aligned} \right\} \quad (243b)$$

となる。

b. 第二法。断面に作用する壓應力及び張應力の合力を  $C$  及び  $T$  とすれば

$$C = \sigma_c \frac{b x}{2} + \sigma'_{s'} A'_{s'}, \quad T = \sigma_s A_s \quad (244)$$

であつて、平衡條件の  $C = T$  より

$$\sigma_c \frac{b x}{2} + \sigma'_{s'} A'_{s'} = \sigma_s A_s$$

を得、之に(193)の關係を代入すれば前記(242a)式と全く同一の式が得られる。

### 2) 曲 應 力

a. 第一法。 $A_c$ ,  $A_s$  及び  $A'_{s'}$  の中立軸のまはりの二次モーメントを夫々  $I_c$ ,  $I_s$ ,  $I'_{s'}$  とすれば

$$I_c = \frac{b x^3}{3}, \quad I_s = A_s (h - x)^2, \quad I'_{s'} = A'_{s'} (x - h')^2 \quad (245)$$

であつて、従つて有効等値断面の二次モーメント  $I_i$  は

$$I_i = \frac{b x^3}{3} + n A'_{s'} (x - h')^2 + n A_s (h - x)^2 \quad (245a)$$

或は(242a)の關係により

$$I_i = \frac{b x^3}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) + n A'_{s'} (x - h') (h - h') \quad (245b)$$

$$= \frac{b x^3}{2} \left( h' - \frac{x}{3} \right) + n A_s (h - x) (h - h') \quad (245c)$$

となる。 $I_i$  が求まれば、應力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{M}{I_i} x, \\ \sigma_s &= n \frac{M}{I_i} (h - x) = n \sigma_c \frac{h - x}{x}, \\ \sigma'_{s'} &= n \frac{M}{I_i} (x - h') = n \sigma_c \frac{x - h'}{x} \end{aligned} \right\} \quad (246)$$

に依り計算することが出来る。

b. 第二法。 $C$  と  $T$  との距離、即ち抵抗モーメントの臂長  $z$  は(207)及び(208)式に依り

$$\left. \begin{aligned} z &= h - x + \frac{2}{3} \cdot \frac{b x^3 + 3n A'_{s'} (x - h')^2}{b x^2 + 2n A'_{s'} (x - h')} \\ &= h - h' - \frac{b x^2 (x - 3h')}{6n A_s (h - x)}, \end{aligned} \right\} \quad (247)$$

$$\left. \begin{aligned} j &= \frac{z}{h} = 1 - k + \frac{2}{3} \cdot \frac{k^3 + 3np'(k - r)^2}{k^2 + 2np'(k - r)} \\ &= 1 - r - \frac{k^2(k - 3r)}{6np(1 - k)} \end{aligned} \right\} \quad (247a)$$

となり、之を利用すれば  $\sigma_s$  は

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s z} = \frac{1}{pj} \cdot \frac{M}{bh^2} \quad (248)$$

となり、 $\sigma_c$  及び  $\sigma'_s$  は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{x}{h-x} = \frac{k}{npj(1-k)} \cdot \frac{M}{bh^2}, \\ \sigma'_s &= \sigma_s \cdot \frac{x-h'}{h-x} = \frac{k-r}{pj(1-k)} \cdot \frac{M}{bh^2} \end{aligned} \right\} \quad (248a)$$

となる。

### § 88. 與へられたる曲モーメント及び縁應力に 対する複鋼筋矩形断面の設計

複鋼筋矩形断面の設計は之を次の四つの場合に別けることが出来る。即ち

$M, \sigma_c, \sigma_s, b, h, h'$  を與へて  $A_s$  及び  $A'_s$  を求めるここと、

$M, \sigma_c, \sigma_s, b, h', A'_s$  を與へて  $A_s$  及び  $h$  を求めるここと、

$M, \sigma_c, \sigma_s, b, h', A_s$  を與へて  $A'_s$  及び  $h$  を求めるここと、

$M, \sigma_c, \sigma_s, b, h', A'_s = \varphi A_s$  を與へて  $A_s, A'_s$  及び  $h$  を求めるここと

である。何れにしても  $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  として與へられるから、 $x$  の値は (209) 式に依り

$$x = kh, \quad k = \frac{n\sigma_c}{n\sigma_c + \sigma_s} \quad (209)$$

でなければならない。

#### I) 有効高さが與へられたる場合の鋼筋断面積の算定

複鋼筋矩形断面の設計としては此の場合が最も重要である。それは断面の有効高さを任意にとり得る場合には、抗壓鋼筋を使用するよりも、有効高さを大にして單鋼筋断面とする方が一般に有利であるからである。

今  $M, b, \sigma_c, \sigma_s, h, h' = rh$  が與へられたる場合に、抗張鋼筋  $A_{s1}$  と有効高さ  $h$  とにより、即ち單鋼筋断面として抵抗し得る最大曲モーメントを  $M_1$  とすれば、 $A_{s1}$  及び  $M_1$  は (210) 及び (211) 式より、或は (227) 式に於て  $M_c = M_s = M_1$  することに依り

$$\left. \begin{aligned} A_{s1} &= \frac{M_1}{\sigma_s \left( h - \frac{x}{3} \right)} = \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \cdot \frac{bx}{2}, \\ M_1 &= \sigma_c \frac{bx}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) = \frac{\sigma_c}{2} k \left( 1 - \frac{k}{3} \right) bh^2 \end{aligned} \right\} \quad (249)$$

となる。茲に於て  $x$  或は  $k$  の値に (209) を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} A_{s1} &= C_1 C_3 \frac{M_1}{h} = C_3 \sqrt{M_1 b} = \frac{C_3}{C_1} b h, \\ M_1 &= \frac{b h^2}{C_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (249a)$$

となる。上式中  $C_1$  及び  $C_3$  の値は (228a), (229c) と全く同一であつて、従つて  $A_{s1}$  及び  $M_1$  の値は第 84 表より求めることが出来る。

茲に於て  $M \leq M_1$  ならば明かに抗壓鋼筋は不要であつて § 83 の場合になり、 $M > M_1$  の場合に抗壓鋼筋が必要になる。今  $M_2 = M - M_1$  とすれば、コンクリートの圧應力は既に  $M_1$  によつて其の許容應力に達して居るから、 $M_2$  に對してコンクリートを利用することは出来ない。従つて  $M_2$  は第 198 圖の如く抗壓鋼筋  $A'_s$  及び抗張鋼筋  $A_{s2}$  とに依つて抵抗されなければならない。即ち  $M_2$  に對して必要な

鋼筋量は

$$A'_s = \frac{M_2}{\sigma'_s (h - h')}, \quad A_{s2} = \frac{M_2}{\sigma_s (h - h')} \quad (250)$$

となる。従つて (203) の關係に依り

$$\left. \begin{aligned} A_s &= A_{s1} + A_{s2} = \frac{Mx + \frac{1}{2} \sigma_c b x^2 \left( \frac{x}{3} - h' \right)}{n \sigma_c (h-x)(h-h')}, \\ A'_s &= \frac{Mx - \frac{1}{2} \sigma_c b x^2 \left( h - \frac{x}{3} \right)}{n \sigma_c (x-h')(h-h')} \end{aligned} \right\} \quad (251)$$

となる。此の兩式は勿論 (212) の一般公式より直ちに誘導することも出来る。尙第 84 表を使用するためには

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{M - bh^2/C_1^2}{\sigma_s (h-h')} + \frac{C_3}{C_1} b h, \\ A'_s &= \frac{M - bh^2/C_1^2}{\sigma'_s (h-h')} \end{aligned} \right\} \quad (251a)$$

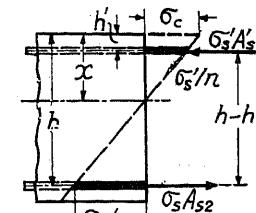
となる。

#### 略算法。

上記の公式に依り計算するのは可成り面倒である。然し今コンクリートの圧應力の合力の作用線に  $A'_s$  があること、即ち  $h' = \frac{x}{3}$  であることが假定出來れば、次の如く簡単な式を得ることが出来る。また實際に於ては  $h'$  の値は略  $x/3$  に近く、且つ豫備設計としては  $h' = \frac{x}{3}$  として簡単なる算式に從ふのが得策である。

今  $h' = \frac{x}{3}$  と假定すれば  $z = h - \frac{x}{3} = h - h'$  となり、(242), (243) 式より

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = \frac{M_1}{\sigma_s \left( h - \frac{x}{3} \right)} + \frac{M_2}{\sigma_s \left( h - \frac{x}{3} \right)} = \frac{M}{\sigma_s \left( h - \frac{x}{3} \right)}$$



第 198 圖

となり、従つて(229), (229b)式より

$$A_s = C_s \sqrt{M b} = C_1 C_s \frac{M}{h} \quad (252)$$

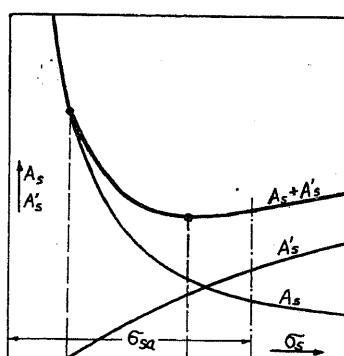
となり、また  $A'_s$  は

$$\sigma'_s = n \sigma_c \frac{x - h'}{x} = \frac{2}{3} n \sigma_c, \quad h - \frac{x}{3} = \frac{h}{C_1 C_s \sigma_s}$$

なる関係に依り(250)式より

$$A'_s = \frac{3 \sigma_s}{2 n \sigma_c} C_1 C_s \left( \frac{M}{h} - \frac{b h^2}{C_1^2} \right) = \frac{3 \sigma_s}{2 n \sigma_c} \left( A_s - \frac{C_s}{C_1} b h \right) \quad (252a)$$

となり、之に依り第34表より  $A_s$  及び  $A'_s$  を簡単に計算することができる。



第199図

普通の構造物では其の材料の許容應力を大にする程断面寸法は小となる。然し今の場合、 $\sigma_s$  を大にすればする程第199圖に示すが如く  $A_s$  は減少するが、 $\sigma_s$  が大となると(209)式より明かなるが如く  $x$  が小になり、従つて  $\sigma'_s$  が減少して  $A'_s$  が増大する結果となる。故に  $\sigma_s$  を大にすること、或は  $\sigma_{sa}$  が與へられた場合に  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  とすることは、必ずしも  $A_s + A'_s$  を最小にすることは考へられない。それで純理論的立場から見れば  $A_s + A'_s$  を最小にする様に  $\sigma_s$  を選ばねばならない。一般に  $\sigma_s$  が大なる程有利であるから、 $\sigma_s = \sigma_{sa}$  として與へられたものとすれば、 $A_s + A'_s$  を最小にする様な  $\sigma_s$  の代りに、 $x$  の値、或は  $k$  の値を求めればよい。

今(251)式より、 $A_s + A'_s$  を作り、少し變化すれば

$$\begin{aligned} A_s + A'_s &= \frac{x}{n \sigma_{ca}} \cdot \frac{M + \frac{1}{6} \sigma_{ca} b x [4x - 3(h + h')]}{(h - x)(x - h')} \\ &= \frac{M + \frac{1}{6} \sigma_{ca} b x [4x - 3(h + h')]}{\sigma_s (x - h')} \end{aligned} \quad (253)$$

を得、之より  $d(A_s + A'_s)/dx = 0$  なる條件を求める

$$\begin{aligned} 2x^4 - 4(h + h')x^3 + 3\left[\frac{1}{2}(h + h')^2 + 2hh' - \frac{M}{\sigma_{ca}b}\right]x^2 \\ - 3(h + h')hh' \cdot x + \frac{3Mhh'}{\sigma_{ca}b} = 0 \end{aligned} \quad (254)$$

或は

$$\left. \begin{aligned} 2k^4 - 4(1+r)k^3 + 3\left[\frac{1}{2}(1+r)^2 + 2r - \frac{1}{\sigma_{ca}} \cdot \frac{M}{bh^2}\right]k^2 \\ - 3(1+r)r \cdot k + \frac{3r}{\sigma_{ca}} \cdot \frac{M}{bh^3} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (254a)$$

なる4次方程式を得る。之を解析的に一般に解くことは困難であるが、 $x$  或は  $k$  に適當なる値を與へて試算に依り解くことが出来る。(254)或は(254a)式より得らるゝ  $x$  の値と、之と  $\sigma_{ca}$  とより決定さるべき  $\sigma_s$  及び  $\sigma'_s$  の値を前記諸式に代入して  $A_s$  及び  $A'_s$  を求むれば  $A_s + A'_s$  を最小にすることが出来る。また第199圖の如く  $\sigma_s$  の種々なる値に對する  $A_s$ ,  $A'_s$  を計算し、其より  $A_s + A'_s$  の曲線を描いて求めることも出来る。何れにしても  $A_s + A'_s$  を最小にする  $\sigma_s$  の値が其の許容應力以上になつた場合には、勿論  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  とすべきは云ふまでもない。

## 2) 抗壓鐵筋斷面積が與へられたる場合の有効高さ及び抗張鐵筋斷面積の算定

抗壓鐵筋の斷面積及び位置が、他の断面との關係上或は其他の理由に依り與へられたる場合、即ち  $M$ ,  $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$ ,  $b$ ,  $h'$  及び  $A'_s$  が與へられたる場合に  $h$  及び  $A_s$  を求める方法である。

先づ  $h$  を求めるために(245b)の  $I_i$  の値を(246)の第一式に代入し、 $x = kh$  として  $h$  の方程式を作れば

$$\frac{k^2}{2} \left(1 - \frac{k}{3}\right) b h^3 + k n A'_s \cdot h^2 - \left[(1+k)n A'_s h' + \frac{kM}{\sigma_c}\right] h + n A'_s h'^2 = 0 \quad (255)$$

なる3次方程式を得る。之より  $h$  を解き、其の値を採用して(247)或は(247a)の第一式より  $z$  或は  $j$  を計算すれば、 $A_s$  は(248)式より

$$A_s = \frac{M}{\sigma_s z} = \frac{M}{\sigma_s j h} \quad (256)$$

に依り求めることが出来る。此の場合  $k$  の値として(209)の値を採用すべきは勿論である。

## 3) 抗張鐵筋斷面積が與へられたる場合の有効高さ及び抗壓鐵筋斷面積の算定

今  $M$ ,  $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$ ,  $b$ ,  $h'$  及び  $A_s$  が與へられたる場合に必要なる  $h$  及び  $A'_s$  を求める。前と同様に(245c)の  $I_i$  の値を(246)の第二式に代入し、 $x = kh$  とすれば

$$k^3 b \cdot h^2 - 3[k^2 b h' + 2(1-k)n A_s]h + 6n(1-k)\left[\frac{M}{\sigma_s} + A_s h'\right] = 0 \quad (257)$$

なる  $h$  の2次方程式を得、之に依り  $h$  を求めることが出来る。

次に(244a)式より此の場合に對して

$$\sigma'_s A'_s = \sigma_s A_s - \sigma_c \frac{b x}{2}$$

を得るから、 $\sigma'_s$  に(203)の關係を考慮すれば  $A'_s$  は

$$A'_s = \frac{x \left[ \sigma_s A_s - \sigma_c \frac{b x}{2} \right]}{n \sigma_c (x - h')} = \frac{(h - x) \left[ \sigma_s A_s - \sigma_c \frac{b x}{2} \right]}{\sigma_s (x - h')} \quad (258)$$

となる。上式に於て  $x$  は  $x = kh$  であつて、 $k$  としては(209)の値を、 $h$  としては(257)式より得らるゝ値を代入すべきである。

#### 4) 抗圧鋼筋と抗張鋼筋の比率が與へられたる場合の有効高さ及び鋼筋断面積の算定

$M, \sigma_c \leq \sigma_{ca}, \sigma_s \leq \sigma_{sa}, b, h'$  及び  $\varphi = A'_s / A_s$  が與へられたる場合に  $h, A_s$  及び  $A'_s$  を求める公式である。

今  $A'_s = \varphi A_s$  に(251)の値を代入すれば

$$\frac{M - \frac{1}{2} \sigma_c b x \left( h - \frac{x}{3} \right)}{x - h'} = \varphi \cdot \frac{M + \frac{1}{2} \sigma_c b x \left( \frac{x}{3} - h' \right)}{h - x}$$

となり、此の式に於て  $x = kh$  とすれば

$$\begin{aligned} & \left[ k^2 + \frac{1}{\varphi} (3 - k) (1 - k) \right] h^3 - 4 k h' h^2 \\ & + 3 \left[ h'^2 + \frac{2 M}{b \sigma_c} \left\{ 1 - \frac{1}{\varphi} \left( \frac{1}{k} - 1 \right) \right\} \right] h - \frac{6 M h'}{k b \sigma_c} = 0 \end{aligned} \quad (259)$$

なる  $h$  に関する3次方程式を得る。此の方程式に依り  $h$  が求まれば  $x$  は(209)式より計算することが出来る。

次に  $A_s$  を求めるために、 $C = T$  の平衡條件(244a)式に於て  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられるものとすれば

$$\sigma_c \frac{b x}{2} + \varphi \cdot \sigma_s \frac{x - h'}{h - x} A_s = \sigma_s A_s$$

となり、従つて

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \cdot \frac{b x (h - x)}{2 [h - x - \varphi (x - h')]} \\ A'_s &= \varphi A_s \end{aligned} \right\} \quad (260)$$

を得ることが出来る。

前記の  $h$  の方程式は面倒であるから之を簡単にせんが爲に、 $h$  の如何に拘はらず  $h' = rh$  であると假定すれば(259)式より

$$h^2 = \frac{6 M [1 - k - \varphi (k - r)]}{\sigma_c b k [(3 - k) (1 - k) + \varphi (k - r) (k - 3r)]}, \quad (259a)$$

即ち

$$h = C_4 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad (261)$$

とすれば

$$C_4 = \sqrt{\frac{6 [1 - k - \varphi (k - r)]}{\sigma_c k [(3 - k) (1 - k) + \varphi (k - r) (k - 3r)]}}, \quad (261a)$$

であつて  $C_4$  は  $r$  と許容應力のみに依る係数となる。また  $h' = rh$  と假定すれば(260)の  $A_s$  及び  $A'_s$  は

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{k^2}{2 n [1 - k - \varphi (k - r)]} b h = \frac{k^2 C_4}{2 n [1 - k - \varphi (k - r)]} \sqrt{M b} \\ A'_s &= \varphi A_s \end{aligned} \right\} \quad (260a)$$

となる。

更に略算法として  $h' = \frac{x}{3}$ 、即ち  $r = \frac{k}{3}$  と假定すれば

$$C_4 = \sqrt{\frac{6 [1 - k - \frac{2}{3} \varphi k]}{\sigma_c k (3 - k) (1 - k)}} = C_1 \sqrt{1 - \frac{2}{3} \varphi \frac{n \sigma_c}{\sigma_s}}, \quad (261b)$$

従つて

$$h = C_1 \sqrt{1 - \frac{2 \varphi}{3} \frac{n \sigma_c}{\sigma_s}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} \quad (261c)$$

となり、 $A_s$  は

$$A_s = \frac{k^2}{2 n \left[ 1 - \left( 1 + \frac{2}{3} \varphi \right) k \right]} b h \quad (260b)$$

となる。

此の種の断面計算を必要とするのは同一断面に正負の曲モーメントが起る場合である。今正の曲モーメントを  $M$ 、負の曲モーメントの絶対値を  $M'$  とすれば、 $M'$  に對しては  $A'_s$  が抗張鋼筋になる。それで豫備設計をする様な場合には先づ  $M$  と  $M'$  の比に等しく  $A_s$  と  $A'_s$  の比をとればよい。即ち

$$\varphi = \frac{A'_s}{A_s} = \frac{M'}{M}$$

とすれば(261b)及び(261c)式より

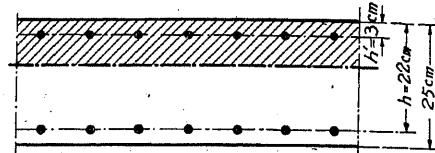
$$\left. \begin{aligned} C_4 &= C_1 \sqrt{1 - \frac{2 M'}{3 M} \cdot \frac{n \sigma_c}{\sigma_s}}, \\ h &= C_4 \sqrt{\frac{M}{b}} = C_1 \sqrt{\frac{M - \frac{2 M'}{3} \cdot \frac{n \sigma_c}{\sigma_s}}{b}} \end{aligned} \right\} \quad (262)$$

となり、之に依り簡単に  $h$  を求めることが出来る。尚、之は略算であるから適當な断面を設計した後、其の應力を驗算して見る必要がある。

## § 89. 複鋼筋矩形断面の例題

## 例題 1.

第 200 図の如き床版に於て幅 1 m に就ての曲モーメント 500 000 cmkg なる場合に對する最小鋼筋断面積を求む。但し  $n = 15$ ,  $\sigma_{ca} = 45 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_{sa} = 1200 \text{ kg/cm}^2$  とする。



第 200 図

§ 88, 1) に依り  $\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$  とした場合に  $A_s + A'_s$  が必ずしも最小とならないことがわかつて居るから、今

$$b = 100 \text{ cm}, \quad h = 22 \text{ cm}, \quad \sigma_c = 45 \text{ kg/cm}^2$$

とし、之に對し  $\sigma_s$  に種々なる値を與へて、抗張鋼筋  $A_{s1}$  のみを有する断面が抵抗し得る最大曲モーメント  $M_1$  を (249) 或は (249a) 式より計算すれば第 85 表の如くになる。

第 85 表

$\sigma_c$ $\text{kg/cm}^2$	$\sigma_s$ $\text{kg/cm}^2$	$k$	$C_1$	$C_s$	$M_1$ $\text{cmkg}$	$A_{s1}$ $\text{cm}^2$
45	1 500	0.310	0.400	0.00186	302 500	10.23
45	1 250	0.351	0.379	0.00239	336 950	13.87
45	1 200	0.360	0.374	0.00253	345 250	14.88
45	1 150	0.370	0.370	0.00268	353 500	15.93
45	1 100	0.380	0.366	0.00283	362 150	17.01
45	1 050	0.391	0.361	0.00303	371 400	18.46
45	1 000	0.403	0.357	0.00324	379 760	19.97
45	900	0.429	0.348	0.00373	399 660	23.58
45	800	0.458	0.339	0.00436	421 160	28.30
45	700	0.491	0.329	0.00520	447 150	34.77
45	600	0.529	0.319	0.00634	475 630	43.72
45	500	0.574	0.309	0.00800	506 910	56.96

之に依つて見れば  $\sigma_s$  を約  $500 \text{ kg/cm}^2$  以下にすれば單鋼筋で  $M = 500 000 \text{ cmkg}$  に間に合ふことがわかるが、此の場合には其の所要鋼筋量が著しく大となつて不經濟であるから、一般には複鋼筋として設計しなければならない。それで  $h - h' = 19 \text{ cm}$  として超過曲モーメント  $M_2 = M - M_1$  に對する鋼筋量  $A'_s$  及び  $A_{s2}$  を (250) 式より計算すれば第 86 表の如くになる。

第 86 表の結果を圖示すれば第 201 圖の如くになり、大體  $\sigma_s = 1 050 \text{ kg/cm}^2$  の場合に總鋼筋量  $A_s + A'_s$  が最小になることがわかる。從つて此の例題の場合には

$$A_s = 24.92 \text{ cm}^2, \quad A'_s = 15.37 \text{ cm}^2$$

とすればよい。

第 86 表

$\sigma_c$ $\text{kg/cm}^2$	$\sigma_s$ $\text{kg/cm}^2$	$\sigma'_s$ $\text{kg/cm}^2$	$M - M_1$ $\text{cmkg}$	$A_{s2}$ $\text{cm}^2$	$A_s$ $\text{cm}^2$	$A'_s$ $\text{cm}^2$	$A_s + A'_s$ $\text{cm}^2$
45	1 500	378	197 500	6.93	17.16	27.49	44.65
45	1 250	414	163 050	6.86	20.73	20.73	41.46
45	1 200	420	151 750	6.78	21.66	19.39	41.05
45	1 150	427	146 450	6.70	22.63	18.05	40.68
45	1 110	434	137 850	6.60	23.61	16.72	40.33
45	1 050	440	128 600	6.46	24.92	15.37	40.29
45	1 000	447	120 240	6.32	26.29	14.15	40.44
45	900	461	100 400	5.89	29.47	11.46	40.93
45	800	475	78 840	5.19	33.49	8.73	42.22
45	700	488	52 850	3.97	38.74	5.69	44.43
45	600	501	24 370	2.14	45.86	2.56	48.42

## 例題 2.

正の曲モーメント  $M = 275 000 \text{ cm}$  kg, 負の曲モーメント  $M' = 165 000 \text{ cm}$  kg に對して充分なる矩形断面を設計せよ。但し  $\sigma_{ca} = 45 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_{sa} = 1200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $n = 15$ ,  $b = 25 \text{ cm}$  とす。

此の場合は同一断面に正負の曲モーメントが作用するから複鋼筋断面としなければならない。それで正の曲モーメント  $M = 275 000 \text{ cmkg}$  に對し

$$\varphi = \frac{A'_s}{A_s} = \frac{M'}{M} = \frac{165 000}{275 000} = 0.6$$

として  $h$  及び  $A_s$ ,  $A'_s$  を求める。

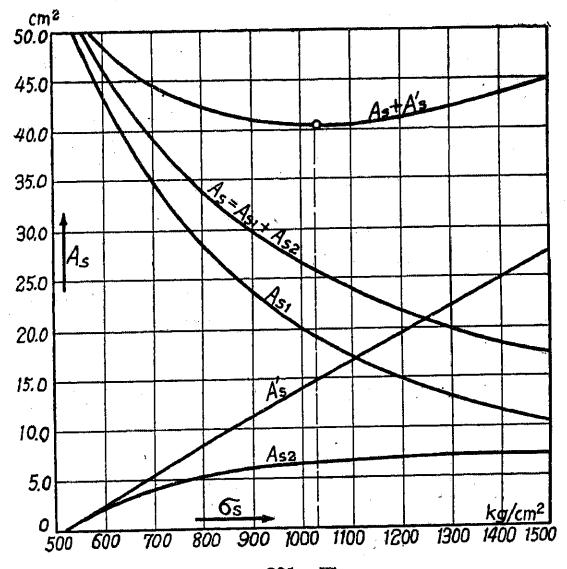
今  $\sigma_c = 45 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_s = 1 200 \text{ kg/cm}^2$  とすれば第 84 表より  $C_1 = 0.374$  となり、從つて (261b) 式より

$$C_4 = 0.374 \sqrt{1 - \frac{2 \times 0.6 \times 15 \times 45}{1200}} = 0.374 \sqrt{0.775} = 0.329$$

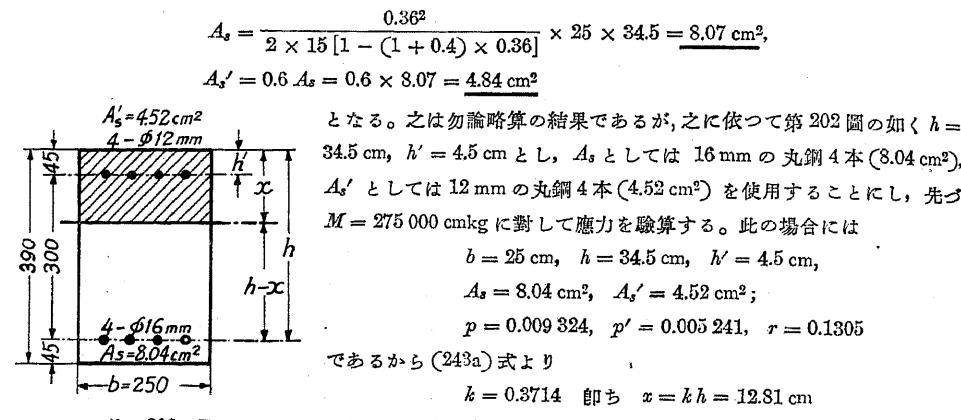
$$h = 0.329 \sqrt{\frac{275 000}{25}} = 34.5 \text{ cm}$$

となる。

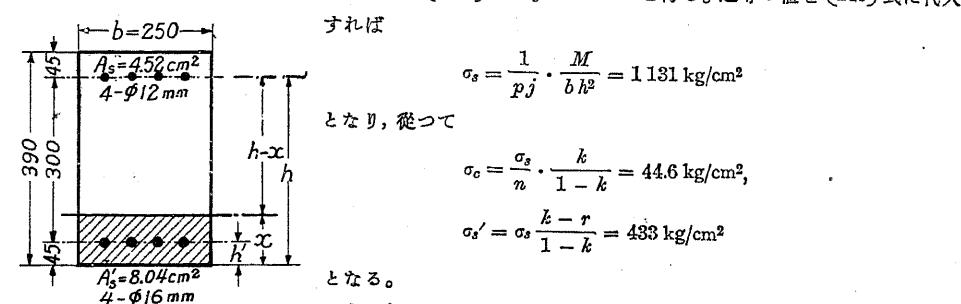
次に此の場合には  $k = 0.36$  であるから (260b) より



第 201 圖



第 202 圖



第 203 圖

次に負の曲モーメント  $M' = 165000 \text{ cmkg}$  に對しては、第203圖に示すが如く

$$A_s = 4.52 \text{ cm}^2, A'_s = 8.04 \text{ cm}^2, p = 0.005241, p' = 0.009324$$

であつて、前と同様にして

$$k = 0.2684, h = 9.26 \text{ cm}, j = 0.8898; \\ \sigma_s = 1189, \sigma_c = 29.2, \sigma'_s = 224 \text{ kg/cm}^2$$

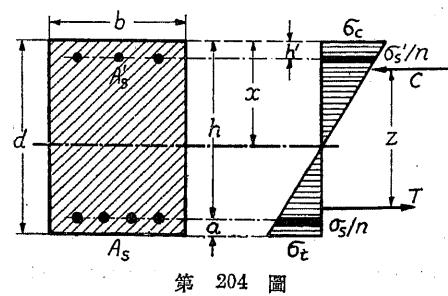
を得る。

之に依つて見れば、略算法に依り豫定した断面が  $M$  及び  $M'$  に對して充分に安全であり、且つ適當なものであることがわかる。

### § 90. コンクリートの張應力

#### を考慮する場合

コンクリートの張應力が有効に働くものとする場合の矩形断面の計算方法は、既に § 75 に於て述べたのであるが、便宜上茲に掲げる。今、式を簡単にするために  $E_c = E_s$  とすれば第204圖の如き場合に對し (180) 式より



第 204 圖

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\frac{1}{2} b d^2 + n(A_s h + A'_s h')}{b d + n(A_s + A'_s)}, \\ I_i &= \frac{b}{3} [x^3 + (d-x)^3] + n A_s (h-x)^2 + n A'_s (x-h')^2, \\ z &= \frac{I_i}{\frac{1}{2} b x^2 + n A'_s (x-h')} = \frac{I_i}{\frac{1}{2} b (d-x)^2 + n A_s (h-x)} \end{aligned} \right\} \quad (180)$$

であつて、之等の値を (177) に代入することに依り應力を計算することが出来る。

特に  $A_s$  のみを有する單鐵筋の場合には、 $A'_s = 0$  であるから、上式より

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\frac{1}{2} b d^2 + n A_s h}{b d + n A_s}, \\ I_i &= \frac{b}{3} [x^3 + (d-x)^3] + n A_s (h-x)^2 = \frac{b d^3}{12} + \frac{b d \cdot n A_s}{b d + n A_s} \left(h - \frac{d}{2}\right)^2, \\ z &= \frac{2 I_i}{b x^2} \end{aligned} \right\} \quad (263)$$

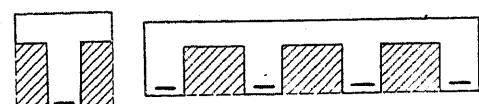
となる。

### 第二節 T 形断面

#### § 91. 総 説

T形断面 (T-section) とは其の字の示すが如く T字形の断面であつて、此の断面の桁を T 桁 (T-beam) と呼ぶ。T形断面或は T 桁は鋼筋コンクリート構造物の断面のうち主要なるものの一つであつて、其の成立の根據は次の如きものである。

(1) 鋼筋コンクリートの計算に於ては前述の如くコンクリートに於ける張應力を無視する。従つて矩形断面の中立軸以下の部分、即ち全断面積の約 60 ~ 70 % を占める抗張部分のコンクリートは、勿論剪力に對しては必要なものであるが、桁の抵抗曲モーメントを増加する上に於て何等の効力を有せず、却つて桁の自重を増大し大徑間のものに於ては活荷重よりも自重の影響の方が大となつて甚だしく不経済なものとなる。故に此の様な場合には剪力又は附着

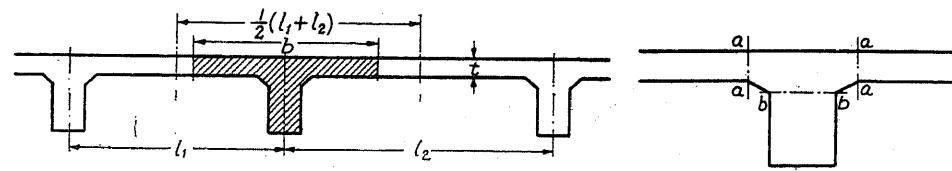


第 205 圖

力に對して必要であり、且つ鋼筋の配置に充分なる支けのコンクリートにとゞめ、他の不要な抗張部分のコンクリートを除き、第205圖に示すが如く抗張部分を腹部或は肋桿 (Web 又は rib) の形にして、之に抗張鐵筋を集中する方が、輕量にして且つ經濟的な断面を得ることが出

来る。然し断面寸法の小なる場合には、此の様にしても殆んど得る所がない。それは此の様な場合には一般に自重の影響は極めて少く、またT形断面にすることに依り、型枠、鋼筋配置等の手数が大となるからである。

(2) T形断面の成立の第二の、そしてまた最も主要なる根據は、鋼筋コンクリート構造が單一體構造であることに基づく。即ち建築物又は橋梁等の床組織の構造は、版と之を支持する桁とによつて形成されるのが常であるが、此の場合版と桁とは各自獨立に働くものでなく、版と桁とが單一體として作られるが故に、第206圖に示すが如く、版の一部が桁の抗壓部分となつて作用する。即ち版の一部が抗壓突縁(Compressive flange)となる。此の様に考へれば版は二重に使はれて不合理の様に思はれるが、版及び桁としての應力は互に垂直であるから斯かる懸念はない。



第206圖

第207圖

上記第一の場合、即ち抗張部分のコンクリートを省略する丈けであつて、肋部の間隔が比較的に小である場合に、其の抗壓突縁の幅として全幅を探るべきは異論のない所であるが、第二の場合、即ち版と桁との結合に依る場合に、其の抗壓突縁幅を如何に探るべきやは重要な問題である。多くの實驗<sup>(1)</sup>に依れば充分に大なる幅の突縁に於ても其の壓應力又は變形は全幅に亘つて殆んど均等である。故に第206圖の様な場合には版の部分が相當に長い突縁として有効に働き得るものと考へられるが、然し此の場合突縁全部を有効とするのは危険である。之に関する二三の理論的解法<sup>(2)</sup>はあるが、何れも極めて複雑であつて實際の用には供し難く、且つすべての場合に一般的に適用されるものとは考へ得られない。また突縁の厚さが肋部の幅に比して小であつて、且つ突縁の幅が著しく大なる場合には、第207圖に於て断面a-aに於ける剪應力が断面b-bに於ける剪應力より大になつて、断面a-aに於て龜裂を生ずる虞れがある。此

(1) 例へば Handb. f. Eisenbetonbau I. Bd., 4. Aufl., 1930, S. 120~127.

(2) E. Melan, "Die Druckverteilung durch eine elastische Schicht" (B. u. E. 1919, S. 83).

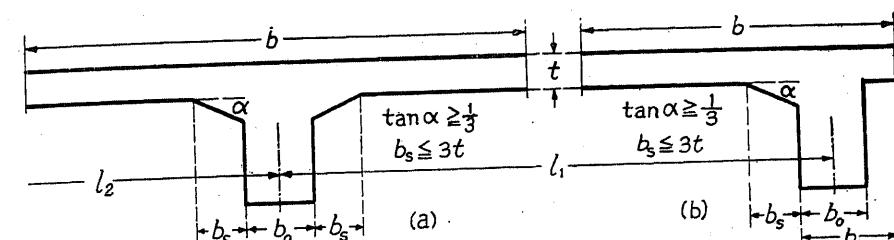
R. Bortsch, "Die mittragende Plattenbreite" (Der Bauingenieur 1921, S. 662).

Th. v. Kármán, "Die mittragende Breite" (Föppl-Festschrift 1924, S. 114).

W. Metzger, "Die mittragende Breite" (Luftfahrtforschung 1929, Heft 1, S. 1).

の意味に於て突縁と肋部との接續點に充分なる隅縁を設けることは至當であり、また之に依つても突縁の有効幅を餘り大にとることの出來ないことがわかる。

實際の設計に於てT形断面の有効突縁幅bを決定する場合には適當なる規定に従はねばならない。今第208圖の如く、b=有効突縁幅、t=突縁の厚さ、b<sub>0</sub>=腹部の幅、b<sub>s</sub>=隅縁の幅、l=版の支間即ち肋部の間隔、L=T桁の支間とすれば、土木學會の標準示方書の第85條に於ては



第208圖

$$\text{第208圖(a)の場合 } b \leq 10t + b_0 + 2b_s, \quad b \leq \frac{1}{2}(l_1 + l_2), \quad b \leq \frac{1}{2}L, \quad (264a)$$

$$\text{第208圖(b)の場合 } b \leq 4t + b_1 + b_s, \quad b \leq \frac{1}{2}l_1, \quad b \leq \frac{1}{4}L \quad (264b)$$

と規定して居る。之は大體に於て、1931年の獨逸の標準示方書の第17條の規定

$$\text{第208圖(a)の場合 } b \leq 12t + b_0 + 2b_s, \quad b \leq \frac{1}{2}(l_1 + l_2), \quad b \leq \frac{1}{2}L, \quad (265a)$$

$$\text{第208圖(b)の場合 } b \leq 4.5t + b_1 + b_s, \quad b \leq \frac{1}{2}(l_1 + b_1), \quad b \leq \frac{1}{4}L \quad (265b)$$

と同様である。更に獨逸の標準示方書では隅縁の寸法に關しては

$$\tan \alpha \geq 1:3, \quad b_s \leq 3t \quad (266)$$

と規定して居る。

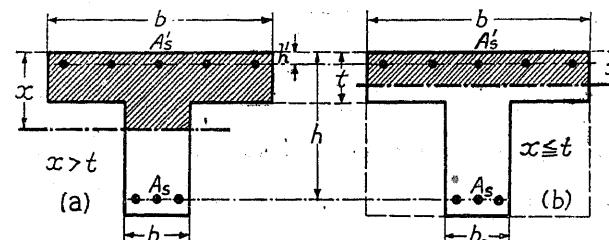
尙、土木學會の示方書に於ては一般に  $t > 10\text{ cm}$  とすべきこと、及び獨立せるT桁に於ては

$$t > \frac{1}{2}b_0, \quad b \leq 4b_0 \quad (267)$$

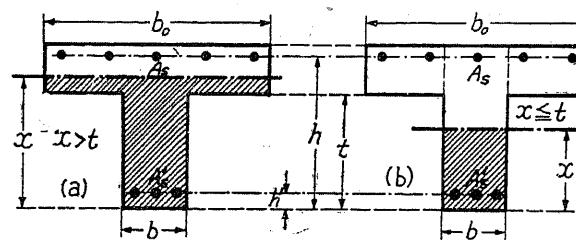
と規定して居る。

次にT形断面の算法であるが、T形断面は上下對稱でないから、之を正の曲モーメントを受ける場合と負の曲モーメントを受ける場合、そして此の兩者に於て中立軸が突縁中にある場合と中立軸が腹部にある場合、即ち4個の場合に區別しなければならない。

T桁が正の曲モーメントを受ける場合、即ち突縁に壓應力を生ずるのは第209圖の場合である。このうち中立軸が突縁中にある場合、即ち  $x \leq t$  の場合には、中立軸以下のコンクリートの



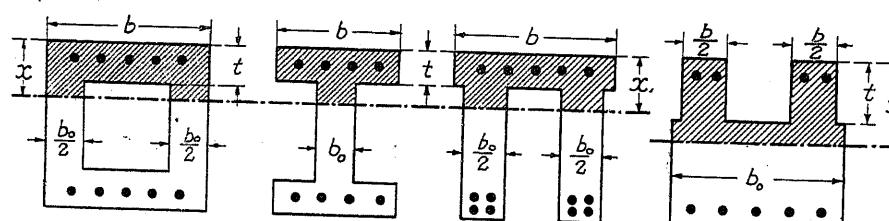
第 209 圖



第 210 圖

と反対に付ければ、全く第 209 圖の場合と同様になり、たゞ此の場合には  $b < b_0$  なる丈けであつて、式の上に於ては第 209 圖の場合と全然差異がない。従つて T 形断面のすべての場合に對して第 209 圖(a)の場合のみを考慮すればよいことになる。故に以下取扱ふのは突縁が張應力を受けて中立軸が腹部にある場合のみとする。之以外の場合には符号を付け更へるか、或は  $x \leq t$  の場合には矩形断面の公式に依つて計算することが出来る。

抗張部分のコンクリートの張應力を無視する關係上其の形狀の如何は問題にならない。従つて T 形断面の計算式は第 211 圖の如き断面に對して之を其のまゝ適用し得るものである。



第 211 圖

尚 T 形断面の腹部と突縁との境界にある隅縁は、以下の計算に於てはすべて之を省略する。何となれば隅縁は一般に中立軸の極く近傍にあつて、之に生すべき應力の値が零に近く、また其の面積も突縁断面積に比して小であり、従つて全體として隅縁の影響は極めて僅かであるからである。

張應力を無視する關係上、中立軸以下のコンクリートの断面形狀は無關係になる。即ち第 209 圖(b)の如く  $x \leq t$  の場合には、計算上全く矩形断面と同一のものになる。従つて T 形断面として特別なる計算を要するのは第 209 圖(a)の場合、即ち中立軸が腹部に來る場合丈けである。

T 柄が負の曲モーメントを受ける場合は第 210 圖であつて、圖に示すが如く符号を前

### § 92. 単 鋼 筋 T 形 断 面

#### 1) 腹部の張應力を考慮する場合

之は普通の鋼筋コンクリート柄の理論の假定に従ふ限り、嚴密なる解法であつて第 210 圖(a)及び第 211 圖の何れの何れの場合にも之を適用し得るものである。勿論茲に於て記述するのは  $x > t$  の場合である。

今第 212 圖に就て  $M$ ,  $b$ ,  $b_0$ ,  $h$ ,  $A_s$  及び  $n$  が與へられたる場合に  $x$ ,  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を求めんとする。

先づ幅りなる矩形断面として(221)式或は第 83 表より  $x$  を求め、其の値が  $t$  より大なることを必要とする。次に  $x > t$  なる場合に、 $A_c$  及び  $A_s$  の中立軸のまはりの一次モーメントを求めれば

$$G_c = \frac{b}{2} [x^2 - (x-t)^2] + \frac{b_0}{2} (x-t)^2 = \frac{b}{2} x^2 - \frac{(b-b_0)}{2} (x-t)^2, \quad \left. \right\} \quad (268)$$

$$G_s = A_s (h-x)$$

となり、中立軸の條件  $G_c - n G_s = 0$  より

$$\frac{b}{2} [x^2 - (x-t)^2] + \frac{b_0}{2} (x-t)^2 - n A_s (h-x) = 0 \quad (269)$$

$$\text{即ち } b_0 x^2 + 2 [(b-b_0)t + n A_s] x - [(b-b_0)t^2 + 2 n A_s h] = 0 \quad (269a)$$

を得、之を解けば

$$x = \frac{(b-b_0)t + n A_s}{b_0} \cdot \left[ \sqrt{1 + \frac{b_0[(b-b_0)t^2 + 2 n A_s h]}{[(b-b_0)t + n A_s]^2}} - 1 \right] \quad (270)$$

を得ることが出来る。

之に依つて  $x$  が決定されば有効等値断面積の中立軸のまはりの二次モーメント  $I_i$  は

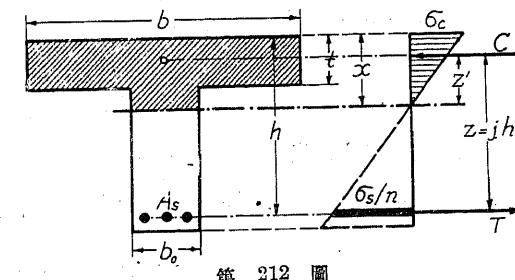
$$I_i = \frac{1}{3} [b x^3 - (b-b_0)(x-t)^3 + 3 n A_s (h-x)^2] \quad (271)$$

となり、従つて應力  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  は

$$\sigma_c = \frac{M}{I_i} x, \quad \sigma_s = n \sigma_c \frac{h-x}{x} = n \frac{M}{I_i} (h-x) \quad (203)$$

に依り求めることが出来る。

また場合に依つては  $C$  と  $T$  との距離  $z$  の必要なことがある。 $z$  は(205)或は(205a)式より



第 212 圖

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{I_t}{G_e} = \frac{2[bx^3 - (b-b_0)(x-t)^3 + 3nA_s(h-x)^2]}{3[bx^2 - (b-b_0)(x-t)^2]}, \\ z &= \frac{I_t}{nG_s} = \frac{bx^3 - (b-b_0)(x-t)^3 + 3nA_s(h-x)^2}{3nA_s(h-x)} \end{aligned} \right\} \quad (272)$$

となる。之は即ち  $C$  と中立軸との距離  $z'$  が

$$z' = \frac{2}{3} \cdot \frac{bx^3 - (b-b_0)(x-t)^3}{bx^2 - (b-b_0)(x-t)^2} = \frac{bx^3 - (b-b_0)(x-t)^3}{3nA_s(h-x)} \quad (272a)$$

なることを意味する。此の  $z$  の値を利用すれば  $\sigma_s$  は

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s z} \quad (206)$$

より計算することが出来る。

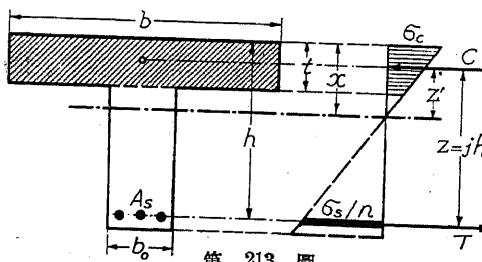
尚、 $\sigma_c = \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  が與へられたる場合の許容曲モーメントは

$$M_c = \frac{I_t}{x} \sigma_{ca}, \quad M_s = A_s \sigma_{sa} z \quad (273)$$

のうちの小なる方の値である。但し  $x$  は(209a)より計算しなければならない。

## 2) 腹部の圧應力を無視する場合(近似解法)

普通の構造物に於ける T形断面の中立軸は一般に其の突線の極く近傍にある。従つて腹部に生ずる圧應力は零に近く、また中立軸よりの距離が小なる上に其の面積も突線断面積に比して



第 213 圖  
び第 211 圖に示すが如く  $b_0 > b$  の場合には可成りの誤差を伴ふことを豫期しなければならない。

腹部に生ずる圧應力を無視することは  $b_0 = 0$  と假定することである。即ち 1) の場合の諸式に  $b_0 = 0$  と置けば次の結果を得る。

$$\left. \begin{aligned} G_e &= \frac{b}{2} [x^2 - (x-t)^2] = bt \left( x - \frac{t}{2} \right), \\ x &= \frac{bt^2 + 2nA_s h}{2(bt + nA_s)}, \\ I_t &= \frac{b}{3} [x^3 - (x-t)^3] + nA_s(h-x)^2 = \frac{bt^3}{12} + \frac{bt \cdot nA_s}{bt + nA_s} \left( h - \frac{t}{2} \right)^2, \end{aligned} \right\} \quad (274)$$

$$\left. \begin{aligned} z' &= \frac{2[x^3 - (x-t)^3]}{3[x^2 - (x-t)^2]} = x - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{12(x - \frac{t}{2})}, \\ z &= h - x + z' = h - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{12(x - \frac{t}{2})} \end{aligned} \right\}$$

となる。

**略算法。**今(274)のうち  $z$  の値に就て考ふるに、 $x$  が最小の場合、即ち  $x = t$  のときには  $z = h - \frac{t}{3}$  であり、 $x$  が最大の場合、即ち  $x = \infty$  のときには  $z = h - \frac{t}{2}$  であつて其の差は僅かに  $t/6$  である。それで簡単のために  $z = h - \frac{t}{2}$  と假定すれば、 $\sigma_s$  は(206)式より

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \left( h - \frac{t}{2} \right)} \quad (275)$$

となり、 $\sigma_c$  は次の如くになる。

$$\sigma_c = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{x}{h-x} = \frac{\sigma_s}{nbt} \cdot \frac{bt^2 + 2nA_s h}{2h-t} = \frac{bt^2 + 2nA_s h}{2bt \cdot nA_s \left( h - \frac{t}{2} \right)^2} \cdot M \quad (276)$$

或は

$$\sigma_c = \frac{\frac{M}{bt} h + \frac{\sigma_s t}{2n} \left( h - \frac{t}{2} \right)}{\left( h - \frac{t}{2} \right)^2} \quad (276a)$$

であつて、茲に於て  $n = 15$  とし且つ  $t^2$  を  $h^2$  に對して省略すれば

$$\sigma_c = \frac{\frac{M}{bt} + \frac{\sigma_s t}{30}}{h-t} \quad (276b)$$

となる。

## § 93. 単鋼筋 T 形断面の設計

### 1) 有効高さ及び鋼筋断面積の算定

之は  $M$ ,  $b$ ,  $b_0$ ,  $t$ ,  $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  が與へられたる場合に  $h$  及び  $A_s$  を求めるのであるが、 $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を同時に其の許容應力まで完全に利用することは、假令  $h$  が最小となつても、 $A_s$  が大となるから經濟上餘り有利でない。却つて  $\sigma_c$  を  $\sigma_{ca}$  より小に採つて、 $h$  を大に、 $A_s$  を小にする方が經濟的である。然し空間限界等に制限があつて出來得る限り  $h$  を小にせんとする場合には此の方法に依らなければならぬ。尚、以下の計算に於ては勿論  $x$  の値が  $t$  より大なることを豫想する。若し  $x$  が  $t$  に等しいか或は之より小なる場合には矩形断面と力學上同一のものになる。

$x$  の値は言ふまでもなく

$$x = kh, \quad k = \frac{n\sigma_e}{n\sigma_e + \sigma_s} \quad (209)$$

に依り決定されるものである。

此の場合、腹部の圧應力を省略しない厳密解法に依るときは、甚だ複雑なるものとなるから、次には腹部の圧應力を無視する前記 § 92, 2) の方法に従ふ。今モーメントの平衡條件より  $M = Cz$  である。然るに (274) に従つて

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{\sigma_e}{x} G_e = \frac{\sigma_e}{x} b t \left( x - \frac{t}{2} \right), \\ z &= h - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{12 \left( x - \frac{t}{2} \right)} \end{aligned} \right\} \quad (277)$$

であるから

$$M = \frac{\sigma_e b t}{x} \left( x - \frac{t}{2} \right) \left[ h - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{12 \left( x - \frac{t}{2} \right)} \right] \quad (278)$$

$$\text{即ち } h^2 - \left[ \frac{t}{2} \left( 1 + \frac{1}{k} \right) + \frac{M}{b t \sigma_e} \right] h + \frac{t^2}{3k} = 0 \quad (278a)$$

を得、此の式の解として

$$h = \frac{t}{4} \left( 1 + \frac{1}{k} \right) + \frac{M}{b t \sigma_e} + \sqrt{\left[ \frac{t}{4} \left( 1 + \frac{1}{k} \right) + \frac{M}{b t \sigma_e} \right]^2 - \frac{t^2}{3k}} \quad (279)$$

を得る。また略算としては (276b) 式を変化して

$$h = \frac{M}{b t \sigma_e} + \left( 1 + \frac{\sigma_s}{30 \sigma_e} \right) t \quad (279a)$$

で十分である。

何れにしても上式に依つて  $h$  が求めれば  $A_s$  は、(269) 式に於て  $b_0 = 0$  とすることに依つて得られる式:

$$A_s = \frac{b [x^2 - (x-t)^2]}{2n(h-x)}, \quad (280)$$

或は

$$A_s = \frac{M}{\sigma_s z} = \frac{M \left( x - \frac{t}{2} \right)}{\sigma_s \left[ \left( h - \frac{t}{2} \right) \left( x - \frac{t}{2} \right) + \frac{t^2}{12} \right]} \quad (280a)$$

に依つて計算することが出来る。また (280a) 式の分母に於て  $t^2/12$  を省略すれば略算式として

$$A_s = \frac{M}{\sigma_s \left( h - \frac{t}{2} \right)} \quad (280b)$$

を得る。此の式はまた (275) 式より直接に誘導することの出来る式である。

## 2) 有効高さが與へられたる場合の鋼筋断面積の算定

之は  $M, b, b_0, h, \sigma_e \leq \sigma_{ea}, \sigma_s \leq \sigma_{sa}$  を與へて  $A_s$  を求める場合であつて、勿論略算としては (280b) 式で十分なのであるが、より正確に  $A_s$  を求めるためには (280) 或は (280a) 式に依るか、更に厳密なる結果を得るには (269) 式を変化して

$$A_s = \frac{b x^2 - (b - b_0)(x - t)^2}{2n(h - x)} \quad (281)$$

に依らなければならぬ。

即ち  $A_s$  を求める式の形は前記 1) の場合と同様であるが、たゞ相違する點は 1) の場合に於ては  $\sigma_e$  及び  $\sigma_s$  が與へられるから  $x$  の値として (209) の値を採用し、且つ  $t$  を理論的に決定した値とするに反し、此の場合に於ては、 $h$  は既に與へられて居て  $\sigma_e$  及び  $\sigma_s$  を同時に與へられたるものとすることが出来ず、従つて  $x$  の値として次の方法に依つて求められる値を採用せねばならないことである。

### a. $\sigma_e$ が與へられたる場合

$$(268) \text{ 式より } C = \frac{\sigma_e}{x} G_e = \frac{\sigma_e}{2x} [b x^2 - (b - b_0)(x - t)^2],$$

$$(272a) \text{ 式より } z' = \frac{2}{3} \cdot \frac{b x^3 - (b - b_0)(x - t)^3}{b x^2 - (b - b_0)(x - t)^2}$$

であつて、之を平衡條件

$$M = Cz = C(h - x + z')$$

に代入して  $x$  の方程式を作れば

$$b_0 x^3 - 3 b_0 h x^2 - 3 \left[ t(b - b_0)(2h - t) - \frac{2M}{\sigma_e} \right] x + t^2 (b - b_0)(3h - 2t) = 0 \quad (282)$$

を得る。之に依つて  $x$  を決定するのであるが、3次方程式は不便であるので、腹部の圧應力を無視すれば、即ち上式に於て  $b_0 = 0$  とすれば、 $x$  は

$$x = \frac{t \left( h - \frac{2}{3} t \right)}{2h - t - \frac{2M}{b t \sigma_e}} \quad (282a)$$

となる。此の式はまた (278) 式を  $x$  に就て解くことに依つても求めることが出来る。 $x$  は之等の式に依つて決定するのであるが、之を無條件に  $A_s$  の式に代入することは出来ない。即ち此の  $x$  と  $\sigma_e = \sigma_{ea}$  とに依つて決定される  $\sigma_s$  の値が  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  なる場合に限り (282) 或は (282a) の  $x$  を (280), (280a) 或は (281) 式に代入して  $A_s$  を求め得るのであつて、若し  $\sigma_s > \sigma_{sa}$  となれば、之

は  $\sigma_c$  が  $\sigma_{ca}$  となるも  $\sigma_s$  は未だ  $\sigma_{sa}$  に達しない場合である。即ち之は次の  $\sigma_s$  が與へられたる場合になる。

### b. $\sigma_s$ が與へられたる場合

$\sigma_s = \sigma_{sa}$  として與へられたるものとすれば、此の時の平衡條件を満足する  $x$  の値は(282)或は(282a)式に於て  $\sigma_c = \sigma_s x/n(h-x)$  と置くことに依つて導かれる方程式:

$$\begin{aligned} b_0 x^3 - 3 b_0 h x^2 - 3 \left[ t(b-b_0)(2h-t) + \frac{2nM}{\sigma_s} \right] x \\ + t^2(b-b_0)(3h-2t) + \frac{6nhM}{\sigma_s} = 0 \end{aligned} \quad (283)$$

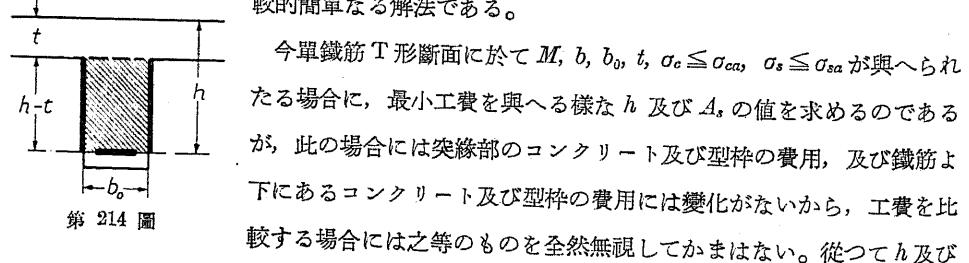
或は

$$x = \frac{t(h - \frac{2}{3}t) + \frac{2nhM}{b_0 t \sigma_s}}{2h - t + \frac{2nM}{b_0 t \sigma_s}} \quad (283a)$$

に依つて求めることが出来る。(283a)式は(283)式に於て  $b_0 = 0$  とした場合であり、また(278)式より直接に誘導することが出来る。何れにしても之等の式に依つて得らるゝ  $x$  の値を  $A_s$  の式に代入して  $A_s$  を計算し得るために、この  $x$  の値と  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  に依つて決定される  $\sigma_c$  の値が  $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$  なることを條件とする。

### 3) 経済的有効高さ及び鋼筋断面積の算定

單鋼筋 T 形断面の算定に於て  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  をして同時に其の許容應力に達せしめることは、假令有効高さ  $h$  を減少し得る利益があつても、鋼筋断面積が大となり、結局に於て經濟的断面を得る上に有利でないことは前に述べた通りである。單鋼筋 T 形断面の經濟的設計の方法に關しては、古來種々なるものが提案された。然し代數學的一般理論に依り、或る函数の極大値又は極小値附近に於ては該函数の値には殆んど變化がないと言ふことから考へれば、單鋼筋 T 形断面の經濟的設計に於て必ずしも其の理論的嚴密なる解法に依る必要なく、簡単なる近似解法に依つて十分に其の目的を達することが出来る。また實際の設計に於て計算値そのまゝを採用し得ることが殆んど稀であることより考へても近似解法で十分である。それで次に述べるのは比較的簡単なる解法である。



第 214 圖

今單鋼筋 T 形断面に於て  $M$ ,  $b$ ,  $b_0$ ,  $t$ ,  $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  が與へられたる場合に、最小工費を與へる様な  $h$  及び  $A_s$  の値を求めるのであるが、此の場合には突縁部のコンクリート及び型枠の費用、及び鋼筋より下にあるコンクリート及び型枠の費用には變化がないから、工費を比較する場合には之等のものを全然無視してかまはない。従つて  $h$  及び

$A_s$  に依つて變化を受けるものは第 214 圖に於て斜線を施した部分のコンクリート、及び太線で示した部分の型枠の費用と鋼筋費とである。即ち

$$B = B_c b_0 (h-t) + \beta B_s A_s + 2 B_f (h-t) \quad (284)$$

を最小にする様に  $h$  及び  $A_s$  を選定すればよいことになる。但し § 85 に於けると同様に、 $B_c$  及び  $B_s$  はコンクリート及び鋼筋の単位容積當りの工費、 $B_f$  は単位面積當りの型枠費であり、 $\beta$  は鋼筋の屈曲、端鉤及び肋筋等に依る増加係数であつて、大略  $\beta = 1.2 \sim 1.7$  である。§ 85 に於けると同様に

$$\alpha = \frac{B_c}{B_s}, \quad \gamma = \frac{B_f}{B_s}$$

とすれば(284)式は

$$B = B_s [\alpha b_0 (h-t) + \beta A_s + 2 \gamma (h-t)] \quad (284a)$$

となる。此の式に於て(280b)に従ひ

$$A_s = \frac{M}{\sigma_s \left( h - \frac{t}{2} \right)} \quad (280b)$$

とすれば

$$B = B_s \left[ (\alpha b_0 + 2 \gamma) (h-t) + \frac{\beta M}{\sigma_s \left( h - \frac{t}{2} \right)} \right] \quad (284b)$$

となり、之に依つて  $\sigma_s$  が大なる程有利であることがわかる。従つて實際の場合には  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  としなければならない。

$B$  を最小とする  $h$  を求めるために(284b)式を  $h$  に就て微分し  $dB/dh = 0$  とすれば

$$\frac{dB}{dh} = B_s \left[ \alpha b_0 + 2 \gamma - \frac{\beta M}{\sigma_s \left( h - \frac{t}{2} \right)^2} \right] = 0$$

即ち

$$h = \frac{t}{2} + \sqrt{\frac{\beta M}{\sigma_s (\alpha b_0 + 2 \gamma)}} \quad (285)$$

を得ることが出来る。之に依つて  $h$  が決定されば、2) の方法に従つて(280), (280a)或は(281)式に依つて  $A_s$  を計算すべきであるが、略算のためには(280b)式に(285)の  $h$  を代入して

$$A_s = \sqrt{\frac{\alpha b_0 + 2 \gamma}{\beta \sigma_s}} \cdot \sqrt{M} \quad (285a)$$

で十分である。

今 cm, kg 單位を使用すれば大略  $\gamma = 10 \alpha$  と見ることが出来るから、上式より

$$h = \frac{t}{2} + \mu \sqrt{\frac{M}{b_0 + 20}}, \quad A_s = \frac{\sqrt{M(b_0 + 20)}}{\sigma_s \mu}, \quad \mu = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha \sigma_s}} \quad (286)$$

となり、 $\beta/\alpha$  及び  $\sigma_s$  の種々なる値に就て計算した結果は第 215 圖である。

また cm, kg 單位を使用して普通の場合に對し

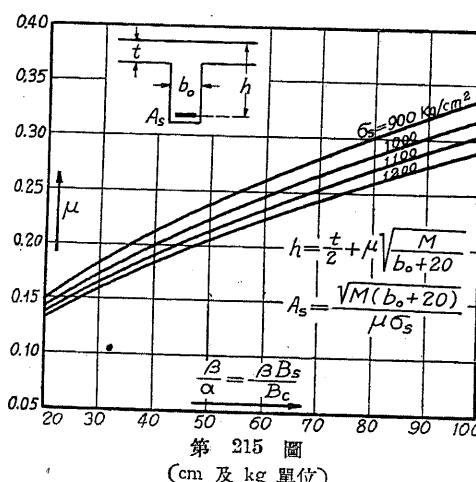
$$\alpha = 0.02, \quad \beta = 1.5, \quad \gamma = 0.20, \quad \sigma_s = 1200$$

とすれば上式より  $\mu \approx 0.25$  となり

$$h = \frac{t}{2} + 0.25 \sqrt{\frac{M}{b_0 + 20}}, \quad A_s = 0.0056 \sqrt{M(b_0 + 20)} \quad (287)$$

を得る。更に此の(287)式に於て普通に使用せらる  $b_0$  の平均値として  $b_0 = 30 \text{ cm}$  をとり、 $M$  を mt の單位で表はすものとすれば

$$h = \frac{t}{2} + 11.2 \sqrt{M} \quad (h, t \text{ は cm, } M \text{ は mt}) \quad (288)$$



を得ることが出来る。

之等の公式に依つて断面を決定した後には其の應力を § 92 の方法に依つて驗算しなければならない。殊に上記の方法に於ては、 $\sigma_c$  を全然考慮外に置いたから之を驗算することは是非必要であつて、若し  $\sigma_c > \sigma_{ca}$  となつたならば茲に述べた方法に依る  $h$  の値を採用することは出来ない。此の場合には勿論  $\sigma_c = \sigma_{ca}, \sigma_s = \sigma_{sa}$  として算定した断面が經濟的であることになる。

#### § 94. 単鐵筋 T 形断面の例題

##### 例題 1.

第 216 圖の如き T 桁中に生ずる最大曲應力を求む。但し床版上の荷重は  $800 \text{ kg/m}^2$ 、鋼筋コンクリートの重量は  $2400 \text{ kg/m}^3$ 、T 桁の間隔は  $3 \text{ m}$ 、T 桁の支間は  $9 \text{ m}$  とし、且つ  $n = 15$  とする。

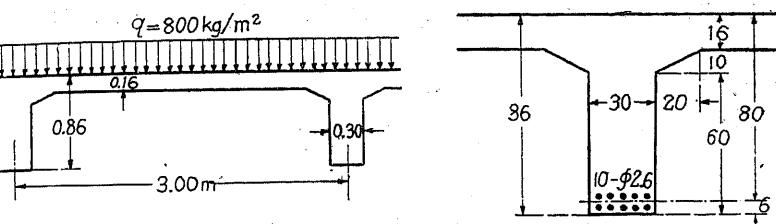
鋼筋コンクリートの重量を  $2400 \text{ kg/m}^3$  とすれば 1 個の T 桁の受けける自重は  $1 \text{ m}$  の長さに就き

$$2400 [3 \times 0.16 + 0.1 \times 0.2 + 0.3 (0.86 - 0.16)] = 1704 \text{ kg/m}$$

となるから、從つて 1 個の T 桁に作用する全荷重は T 桁の長さ  $1 \text{ m}$  に就て

$$3 \times 800 + 1704 = 4104 \text{ kg/m}$$

となる。今 T 桁を支間  $9 \text{ m}$  の單桁と考へれば 1 個の T 桁に作用する最大曲モーメント  $M$  は支間中央に於て生じ、其の値は



第 216 圖

$$M = \frac{1}{8} \times 4104 \times 9^2 = 41553 \text{ mkg} = 4155000 \text{ cmkg}$$

となる。即ち此の  $M$  に依つて生ずる  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  の値を求めればよい。

第 216 圖の寸法に従つて

$$b_0 = 30 \text{ cm}, \quad b_s = 20 \text{ cm}, \quad t = 16 \text{ cm}, \quad h = 80 \text{ cm}, \quad A_s = 53.1 \text{ cm}^2$$

であるが  $b$  として T 桁の間隔を採用することは出來ない。即ち(264a)式に従へば

$$b \leq 10t + b_0 + 2b_s = 10 \times 16 + 30 + 2 \times 20 = 230 \text{ cm},$$

$$b \leq l = 300 \text{ cm}, \quad b \leq L/2 = 900/2 = 450 \text{ cm}$$

であるから結局  $b = 230 \text{ cm}$  としてよいことになる。

之等の値を(270)式に代入して  $x$  の値を求むれば

$$x = \frac{200 \times 16 + 15 \times 53.1}{30} \left[ \sqrt{1 + \frac{30(200 \times 16^2 + 2 \times 15 \times 53.1 \times 80)}{(200 \times 16 + 15 \times 53.1)^2}} - 1 \right] = 20.74 \text{ cm}$$

となり、 $x > t$  であるから T 形断面の公式に依るべきことがわかる。 $x - t = 20.74 - 16 = 4.74 \text{ cm}$ ,  $h - x = 80 - 20.74 = 59.26 \text{ cm}$  であるから  $I_i$  は(271)式より

$$I_i = \frac{1}{3} [230 \times 20.74^3 - 200 \times 4.74^3 + 3 \times 15 \times 53.1 \times 59.26^2] = 3474000 \text{ cm}^4$$

となり、従つて應力は(203)式より

$$\sigma_c = \frac{M}{I_i} x = \frac{4155000}{3474000} \times 20.74 = 24.81 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_s = n \frac{M}{I_i} (h - x) = 15 \times \frac{4155000}{3474000} \times 59.26 = 1063.1 \text{ kg/cm}^2$$

となる。

此の結果は所謂嚴密解法に依る結果であるが、今腹部にある壓應力を無視する計算方法に従へば(274)式より

$$x = \frac{230 \times 16^2 + 2 \times 15 \times 53.1 \times 80}{2(230 \times 16 + 15 \times 53.1)} = 20.71 \text{ cm},$$

$$I_i = \frac{230 \times 16^3}{12} + \frac{230 \times 16 \times 15 \times 53.1}{230 \times 16 + 15 \times 53.1} \left( 80 - \frac{16}{2} \right)^2 = 3473000 \text{ cm}^4,$$

$$\sigma_c = 24.78 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_s = 1066.5 \text{ kg/cm}^2$$

を得て、所謂嚴密解法に依る結果と殆んど誤差がないことがわかる。

更に  $\sigma_s$  の略算式(275)に依れば

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \left( h - \frac{t}{2} \right)} = \frac{4155000}{53.1 \left( 80 - \frac{16}{2} \right)} = 1099.6 \text{ kg/cm}^2$$

であつて、其の誤差僅かに3%に過ぎない。故に實際の場合には(274)の近似解法或は(275)の略算式で充分である。

### 例題2.

例題1の場合に於て  $\sigma_c = 45 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$  にするためには  $A_s$  及び  $h$  を如何なる値とすべきや。

$h$  の些少の變化に依る自重の變化を無視すれば  $M$  は  $M = 4155000 \text{ cmkg}$  である。之に對して  $\sigma_c/\sigma_s = 45/1200$  とすれば(209)より  $k = 0.36$  となり、従つて  $h$  は(279)式より

$$h = \frac{16}{4} \left( 1 + \frac{1}{0.36} \right) + \frac{4155000}{230 \times 16 \times 45} + \sqrt{\left[ \frac{16}{4} \left( 1 + \frac{1}{0.36} \right) + \frac{4155000}{230 \times 16 \times 45} \right]^2 - \frac{16^2}{3 \times 0.36}} = 77.33 \text{ cm}$$

となる。従つて

$$x = 0.36 \times 77.33 = 27.84 \text{ cm}, h - x = 77.33 - 27.84 = 49.49 \text{ cm}$$

であるから、之を(280)に代入すれば

$$A_s = \frac{230 [27.84^2 - (27.84 - 16)^2]}{2 \times 15 \times 49.49} = 98.36 \text{ cm}^2$$

を得る。即ち此の結果に依れば例題1の場合と比較して  $h$  を約3cm減少し得るに反し、 $A_s$  は  $4.5 \text{ cm}^2$  増大して甚だ不經濟なることがわかる。

### 例題3.

例題1の場合に於て最も經濟的な有効高さを求む。

最も經濟的な有効高さ  $h$  は(287)式より

$$h = \frac{16}{2} + 0.25 \sqrt{\frac{4155000}{30+20}} = 80.07 \text{ cm}$$

となり、或は(288)式に於て  $M = 41.55 \text{ mt}$  を代入すれば

$$h = \frac{16}{2} + 11.2 \sqrt{41.55} = 80.40 \text{ cm}$$

を得る。此の結果より見れば第216図に與へられた断面の寸法は大體に於て最も經濟的な断面であることがわかる。

## § 95. 複鐵筋T形断面

T形断面に於ては抗壓突縁の面積が大であるから、普通の場合には之を特に抗壓鐵筋に依つて補強する必要はない。然し橋梁等に於て桁の間隔が小であつて  $\sigma_{ca}$  を低く規定する様な場合には抗壓鐵筋を必要とし、また同一断面に正負の曲モーメントが生ずる場合にも抗壓部分に鐵筋を必要とする。之等の理論的根據が無くても鐵筋組立或は筋筋の配置等のために抗壓部分に鐵筋を使用することが多い。それで複鐵筋T形断面の計算方法を全然無視することは出来ない。然し理論的に抗壓鐵筋を必要とする場合を除き、抗壓鐵筋を無視して單鐵筋断面として計算す

ることも出来る。

### 1) 腹部の圧應力を考慮する場合

計算方法は殆んど單鐵筋断面の場合と同様である。たゞ抗壓鐵筋  $A'_s$  に依る項を附加して考慮すればよい。(268)の如く  $A_c, A_s, A'_s$  の中立軸のまわりの一次モーメントは夫々

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \frac{b}{2} [x^2 - (x-t)^2] + \frac{b_0}{2} (x-t)^2 = \frac{b}{2} x^2 - \frac{(b-b_0)}{2} (x-t)^2, \\ G_s &= A_s (h-x), \quad G'_s = A'_s (x-h') \end{aligned} \right\} \quad (289)$$

であるから、 $G_c + n(G'_s - G_s) = 0$  より

$$\frac{1}{2} [bx^2 - (b-b_0)(x-t)^2] + nA'_s(x-h') - nA_s(h-x) = 0, \quad (290)$$

$$\text{或は } b_0 x^2 + 2[(b-b_0)t + n(A_s + A'_s)]x - [(b-b_0)t^2 + 2n(A_s h + A'_s h')] = 0, \quad (290a)$$

$$\text{即ち } x = -\frac{1}{b_0} [(b-b_0)t + n(A_s + A'_s)] + \frac{1}{b_0} \sqrt{[(b-b_0)t + n(A_s + A'_s)]^2 + b_0 [(b-b_0)t^2 + 2n(A_s h + A'_s h')]} \quad (291)$$

となる。次に中立軸のまわりの有効等価断面の二次モーメント  $I_i$  は

$$I_i = \frac{1}{3} [bx^3 - (b-b_0)(x-t)^3] + n[A_s(h-x)^2 + A'_s(x-h')^2] \quad (292)$$

であるから、應力は

$$\sigma_c = \frac{M}{I_i} x, \quad \sigma'_s = n \frac{M}{I_i} (x-h'), \quad \sigma_s = n \frac{M}{I_i} (h-x) \quad (203)$$

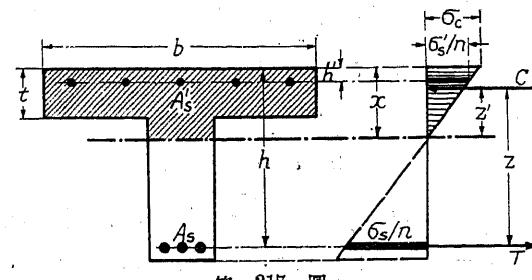
に依り計算することが出来る。尙  $C$  と  $T$  との距離  $z$  は(205)及び(205a)により

$$z = \frac{I_i}{G_c + nG'_s} = \frac{I_i}{nG'_s} \quad (293)$$

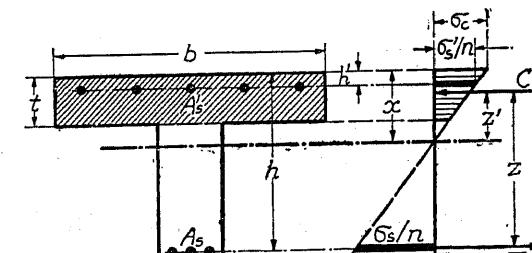
に依り計算する。

### 2) 腹部の圧應力を無視する場合

第218図に示すが如く腹部に作用する僅少の圧應力を無視することは、1)の場合に於て  $b_0 = 0$  することである。従つ



第217圖



第218圖

て前記諸式に於て  $b_0 = 0$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} G_c &= b t \left( x - \frac{t}{2} \right), \\ x &= \frac{b t^2 + 2 n (A_s h + A'_s h')}{2 [b t + n (A_s + A'_s)]}, \\ I_t &= \frac{b}{3} [x^3 - (x-t)^3] + n [A_s (h-x)^2 + A'_s (x-h')^2], \\ z' &= \frac{2}{3} \cdot \frac{b [x^3 - (x-t)^3] + 3 n A'_s (x-h')^2}{b [x^2 - (x-t)^2] + 2 n A'_s (x-h')} \\ &= \frac{b [x^3 - (x-t)^3] + 3 n A'_s (x-h')^2}{3 n A_s (h-x)}, \\ z &= h - x + z', \end{aligned} \right\} \quad (294)$$

を得る。

尚、此の場合に於ても略算式として

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \left( h - \frac{t}{2} \right)} \quad (295)$$

を用ひて大した誤差はない。

### § 96. 複鋼筋T形断面に於ける鋼筋断面積の算定

$M, b, b_0, t, h, h', \sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられたる場合に  $A_s$  及び  $A'_s$  を求める。先づ  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられるから中立軸の位置は

$$x = k h, \quad k = \frac{n \sigma_c}{n \sigma_c + \sigma_s} \quad (296)$$

であつて、此の  $x$  が  $x \leq t$  なる場合は複鋼筋矩形断面の公式に依つて設計される。故に次には  $x > t$  なる場合の方法であつて、最初に  $A'_s = 0$  の場合即ち單鋼筋断面として抵抗し得る曲モーメントの最大値  $M_1$  及び之に對して必要な抗張鋼筋断面積  $A_{s1}$  を求める。 $M_1$  は

$$M_1 = \frac{\sigma_c I_t}{x}$$

であるから、此の  $I_t$  に (271) の値を代入すれば

$$M_1 = \frac{\sigma_c}{3x} [b x^3 - (b-b_0)(x-t)^3 + 3n A_{s1} (h-x)^2]$$

となり、茲に於て (269) 式に依つて  $A_{s1}$  の項を消去すれば

$$M_1 = \frac{\sigma_c}{2x} \left[ b x^2 \left( h - \frac{x}{3} \right) - (b-b_0)(x-t)^2 \left( h - \frac{x+2t}{3} \right) \right] \quad (295)$$

を得る。之に對して必要な鋼筋量  $A_{s1}$  は (269) 式より

$$A_{s1} = \frac{b x^2 - (b-b_0)(x-t)^2}{2n(h-x)} = \frac{\sigma_c}{2x\sigma_s} [b x^2 - (b-b_0)(x-t)^2] \quad (296)$$

となる。與へられたる曲モーメントが  $M = M_1$  なる場合に限り (296) の  $A_{s1}$  の値が所要鋼筋量となるのであるが、 $M < M_1$  の場合には上記  $A_{s1}$  の値は過大であつて、實際の値は § 93, 2) の方法に依つて求めねばならない。

扱て  $M > M_1$  の場合には  $A'_s$  を必要とする。此の場合  $\sigma_s$  は既に  $M_1$  に依つて與へられたる値に達して居るから  $M_2 = M - M_1$  に對してはコンクリートを再び利用することは出來ない。それで  $M_2$  に對しては抗壓鋼筋  $A'_s$  と抗張鋼筋  $A_{s2}$  とに依つて抵抗しなければならない。即ち

$$M_2 = M - M_1 = \sigma_s A_{s2} (h - h') = \sigma'_s A'_s (h - h')$$

であるから

$$A_{s2} = \frac{M - M_1}{\sigma_s (h - h')}, \quad A'_s = \frac{M - M_1}{\sigma'_s (h - h')} \quad (297)$$

となる。從つて

$$\left. \begin{aligned} A_s &= A_{s1} + A_{s2} \\ &= \frac{1}{\sigma_s} \left[ \frac{\sigma_c}{2x} \{b x^2 - (b-b_0)(x-t)^2\} + \frac{M_2}{h-h'} \right] \\ &= \frac{\frac{2xM}{\sigma_c} + b x^2 \left( \frac{x}{3} - h' \right) - (b-b_0)(x-t)^2 \left( \frac{x+2t}{3} - h' \right)}{2n(h-h')(h-x)}, \end{aligned} \right\} \quad (298)$$

$$\left. \begin{aligned} A'_s &= \frac{M_2 x}{n \sigma_c (h-h')(x-h')} \\ &= \frac{\frac{2xM}{\sigma_c} - b x^2 \left( h - \frac{x}{3} \right) + (b-b_0)(x-t)^2 \left( h - \frac{x+2t}{3} \right)}{2n(h-h')(x-h')} \end{aligned} \right\} \quad (299)$$

となる。

上記の式はすべて腹部の壓應力を考慮した場合であるが、之を無視すれば  $b_0 = 0$  とすることに依り

$$M_1 = \sigma_c \frac{b t}{x} \left[ \left( h - \frac{x}{3} \right) \left( x - \frac{t}{2} \right) + \frac{1}{3} (x-t)^2 \right], \quad (295a)$$

$$A_{s1} = \frac{b [x^2 - (x-t)^2]}{2n(h-x)} = \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \cdot \frac{b t}{x} \left( x - \frac{t}{2} \right), \quad (296a)$$

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{1}{\sigma_s} \left[ \frac{b t \sigma_c}{x} \left( x - \frac{t}{2} \right) + \frac{M_2}{h-h'} \right] \\ &= \frac{\frac{xM}{\sigma_c} + b t \left[ \left( \frac{x}{3} - h' \right) \left( x - \frac{t}{2} \right) - \frac{1}{3} (x-t)^2 \right]}{n(h-h')(h-x)}, \end{aligned} \right\} \quad (298a)$$

$$A_s' = \frac{x M}{\sigma_c} - b t \left[ \left( h - \frac{x}{3} \right) \left( x - \frac{t}{2} \right) + \frac{1}{3} (x-t)^2 \right] \quad (299a)$$

を得ることが出来る。

### § 97. 複鐵筋T形断面の例題

#### 例題 1.

第219圖の如き凸形断面が30 mt の曲モーメントを受け場合の応力を求む。(但し  $n = 15$ )。

此の様な断面はコンクリートの張應力を無視する關係上 T形断面と力学上同一になる。そして T形断面としての寸法は

$$b = 80 \text{ cm}, \quad b_0 = 40 \text{ cm}, \quad b - b_0 = 40 \text{ cm}, \quad t = 20 \text{ cm}, \quad h' = 5 \text{ cm}, \quad h = 95 \text{ cm}$$

であるが、鐵筋が散在して居るから T形断面の公式其のまゝを適用することは出来ない。先づ中立軸の位置を求めるために  $x > t$  を豫想して、T形断面の公式(289)に依りコンクリートの抗壓断面の中立軸のまゝの一次モーメント  $G_c$  を求むれば

$$G_c = \frac{b}{2} x^2 - \frac{b - b_0}{2} (x - t)^2 = \frac{80}{2} x^2 - \frac{80 - 40}{2} (x - 20)^2 = 20 x^2 + 800 x - 8000 \quad (\text{cm}^3)$$

となり、鐵筋断面積の中立軸のまゝの一次モーメントの総和を  $G_s$  とすれば、1本の鐵筋の断面積は 3.14 cm<sup>2</sup> であるから

$$G_s = 3.14 [8(95-x) + 2\{(80-x)+(65-x)+(50-x)+(35-x) \\ + (20-x)\} + 8(5-x)] = 4082 - 81.6x \quad (\text{cm}^3)$$

となつて、中立軸の条件としては  $G_c - 15 G_s = 0$  であるから

$$20 x^2 + 2025 x - 69230 = 0,$$

即ち

$$x = 27.0 \text{ cm}$$

を得、之に依つて始めに豫想した如く  $x > t$ 、即ち上記の  $x$  の値が正しいことがわかる。次に此の  $x$  の値に依つて、中立軸のまゝの有効等価断面の二次モーメント  $I_i$  を求むれば

$$I_i = \frac{1}{3} [80 \times 27^3 - (80 - 40)(27 - 20)^3] \\ + 15 \times 3.14 [8 \times 68^2 + 2(58^2 + 38^2 + 28^2 + 8^2 + 7^2) + 8 \times 22^2] \\ = 2905900 \text{ cm}^4$$

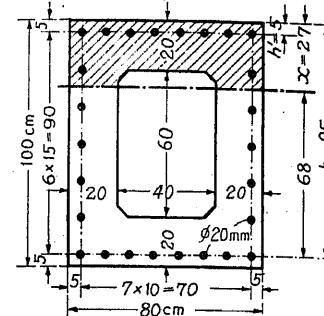
となり、從つて  $M = 30 \text{ mt} = 3000000 \text{ cmkg}$  に依る應力は

$$\sigma_c = \frac{M}{I_i} x = \frac{3000000}{2905900} \times 27 = 27.9 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{最大 } \sigma_s = n \frac{M}{I_i} (h - x) = \frac{15 \times 3000000}{2905900} (95 - 27) = 1068 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{最大 } \sigma_s' = n \frac{M}{I_i} (x - h') = \frac{15 \times 3000000}{2905900} (27 - 5) = 341 \text{ kg/cm}^2$$

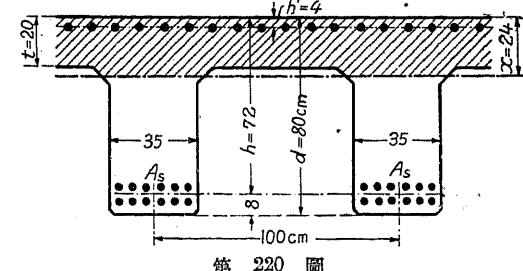
となる。



第 219 圖

#### 例題 2.

第220圖の如き橋梁の横断面に於て T形断面 1本當りの曲モーメントが 45 mt なる場合に必要な抗張及び抗壓鐵筋の断面積を求む。但し  $\sigma_{ca} = 40 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_s = 1200 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $n = 15$  とす。



第 220 圖

此の場合突縁の幅  $b$  として T形断面の間隔 100 cm をとつて差夫へないことは明かである。即ち

$$M = 45 \text{ mt} = 4500000 \text{ cmkg}, \quad \sigma_{ca} = 40 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{sa} = 1200 \text{ kg/cm}^2,$$

$$b = 100 \text{ cm}, \quad b_0 = 35 \text{ cm}, \quad t = 20 \text{ cm}, \quad h = 72 \text{ cm}, \quad h' = 4 \text{ cm}$$

に依つて  $A_s$  及び  $A_s'$  を求めんとする。

先づ  $\sigma_c/\sigma_s = 40/1200$  の場合には(209)式により

$$k = \frac{1}{3}, \quad x = k h = \frac{72}{3} = 24 \text{ cm}$$

即ち  $x > t$  であつて T形断面となる。それで(295a)式に依り  $M_1$  を計算すれば

$$M_1 = \frac{40 \times 100 \times 20}{24} \left[ \left( 72 - \frac{24}{3} \right) \left( 24 - \frac{20}{2} \right) + \frac{1}{3} (24 - 20)^2 \right] = 3004000 \text{ cmkg}$$

であつて、 $M > M_1$  となり、從つて  $A_s'$  を必要とする。故に此の場合に所要される鐵筋量は(298a)及び(299)に從つて

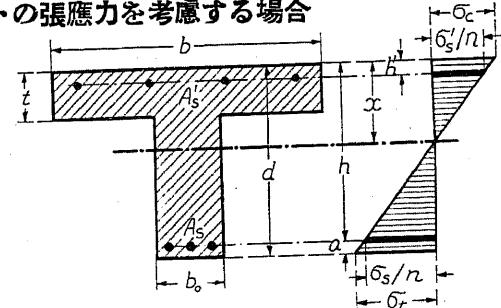
$$A_s = \frac{1}{1200} \left[ \frac{100 \times 20}{24} \left( 24 - \frac{20}{2} \right) + \frac{4500000 - 3004000}{72 - 4} \right] = 57.22 \text{ cm}^2,$$

$$A_s' = \frac{(4500000 - 3004000) \times 24}{15 \times 40 (72 - 4) (24 - 4)} = 44.00 \text{ cm}^2$$

となる。

#### § 98. コンクリートの張應力を考慮する場合

コンクリートの張應力が有効に働くものとする T形断面の計算方法は、既に § 75 に於て述べたのであるが、便宜上茲に再掲する。今、式を簡単にするために  $E_c = E_t$  とすれば第221圖の場合に對し、中立軸の位置の如何に拘はらず



第 221 圖

$$x = \frac{\frac{1}{2} b_0 d^2 + \frac{1}{2} (b - b_0) t^2 + n (A_s h + A_s' h')}{b_0 d + (b - b_0) t + n (A_s + A_s')} \quad (181)$$

$$I_i = \frac{1}{3} [b x^3 + b_0 (d - x)^3 - (b - b_0) (x - t)^3] \\ + n A_s (h - x)^2 + n A_s' (x - h')^2$$

となり、 $z$ は

$$x \geq t: z = \frac{I_i}{\frac{1}{2} b_0 (d - x)^2 + n A_s (h - x)}, \quad (181a)$$

$$x \leq t: z = \frac{I_i}{\frac{1}{2} b x^2 + n A'_s (x - h')}. \quad (181b)$$

特に  $A'_s = 0$  なる單鐵筋 T 形断面に對しては上式より

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\frac{1}{2} b_0 d^2 + \frac{1}{2} (b - b_0) t^2 + n A_s h}{b_0 d + (b - b_0) t + n A_s}, \\ I_i &= \frac{1}{3} [b x^3 + b_0 (d - x)^3 - (b - b_0) (x - t)^3] + n A_s (h - x)^2, \\ z \geq t: z &= \frac{I_i}{\frac{1}{2} b_0 (d - x)^2 + n A_s (h - x)}, \\ z \leq t: z &= \frac{2 I_i}{b x^2} \end{aligned} \right\} \quad (300)$$

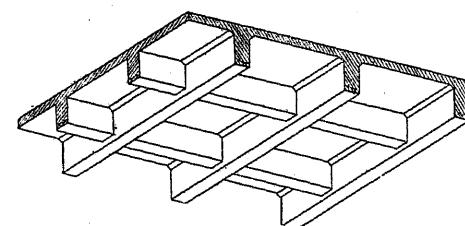
となり、應力は(177)に依り之を計算することが出来る。

### 第三節 T 形断面

#### § 99. 総 説

今までではすべて外力の作用面に平行なる軸に對して左右對稱なる断面に就て考慮したのであるが、建築構造或は橋梁等に於ては屢々第222圖のやうな片側にのみ突縁を有する鍔形の断面が生ずる。之は T 形断面、片縁 T 形断面或は片縁 T 桁 (Einseitiger Plattenbalken)、又は邊縁桁 (Randträger) と呼ぶべきものであつて、此の場合には勿論上記の對稱關係は成立しない。

然し此の様な T 形断面の桁が第222圖に示すが如く、之と直角なる横桁及び版等に依つて隣の桁と剛結せられて居る様な場合には、T 形断面の桁も獨自の變形をなすことが出来ず、横桁及び床版等の作用に依つて、中央部分の桁と同様の變形をする。従つて此の場合には第223圖に示すが如く、中立軸を外力の作用面に垂直と考へて、普通の T 形断面の公式に依ることが出来



第 222 圖

る。また第224圖の如く獨立の T 形断面の桁でも、其の不對稱性が著しくない場合には、之もまた普通の T 形断面の公式で計算することが出来る。尙之等の場合に採用すべき  $i$  の値に就ては、(264b) 或は (265b) の規定を参照しなければならない。

今 T 形断面の桁が單獨に存在する場合、或は假令第222圖の如き構造であつても、横桁が存在しないか、又は此の間隔が非常に大であつて横方向の支持が十分でない場合には、T 形断面の桁は獨自の變形をなし、其の中立軸は理論上及び實驗上<sup>(1)</sup> 第225圖の如き位置に来る。次に述べるのは此の様な場合の T 形断面の計算法であつて、勿論變形前平面であつた断面は變形後も平面であること、及び應力と變形率とは正比例することを假定し、且つコンクリートに作用する張應力を無視する。また抗張鐵筋  $A_s$  のみを有する断面に就てのみ考慮するが、抗壓鐵筋のある場合には之を無視すればよい。それは T 形断面に就て述べた如く、抗壓鐵筋量は一般に少量であり且つ抗壓突縁の面積が大であるからである。

#### § 100. ハーガーの理論

茲に述べるもののは T 形断面の曲曲理論に關しハーガー (Hager) が始めて公にした理論であつて<sup>(2)</sup>、抗張鐵筋  $A_s$  は唯一點に集中せるものと考へる。

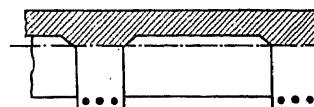
今第226圖及び第227圖に於て、外力及び反力がすべて一垂直面内にあるものと考へれば、コンクリートに作用する壓應力の合力  $C$  と、鐵筋の張力  $T$  とは、此の平面内になければならない。即ち  $C$  と  $T$  とは  $G-G$  線上に作用しなければならぬ。然るに中立軸が圖の如く  $B$  點に於て突縁を切るものとすれば、 $C$  は即ち三角錐  $ABDA'$  の體積に相當し、其の作用線は此の三角錐の重心を通じねばならず、三角錐の重心は其の高さの  $1/4$  の點にあるべきを以て、 $AB$  を  $b$  とすれば

$$b' = \frac{b}{4}, \quad b = 4b' \quad (301)$$

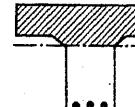
となる。

(1) Bach u. Graf, Mitt. über Forschungsarbeiten, Heft 90, 91, 1910; Handb. f. Eisenbetonbau, I. Bd., 4. Aufl., 1930, S. 132.

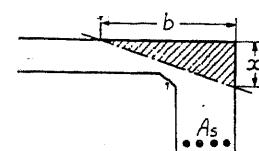
(2) Hager, Deutsche Bzg., Zementbeilage Nr. 15, 1914; Theorie des Eisenbetonbaues, 1616, S. 153 ~ 159.



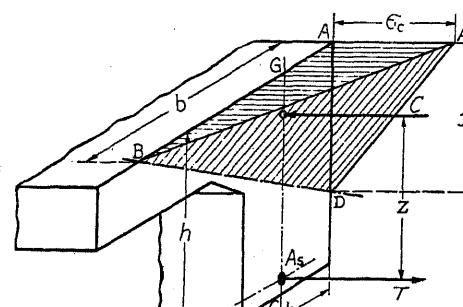
第 223 圖



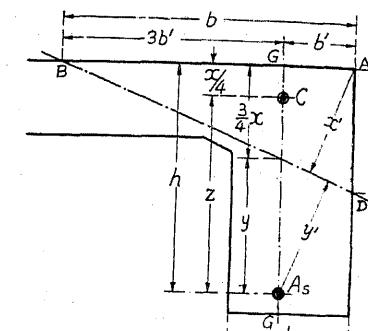
第 224 圖



第 225 圖

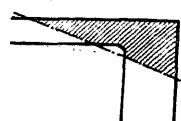


第 226 圖



第 227 圖

従つて突縁の有効幅  $b'$  が與へられたる場合には、鋼筋の集中すべき點は  $b/4$  にて與へられ、鋼筋の集中せる點が與へられたる場合の突縁の有効幅は  $4b'$  で與へられる。若し此の場合、實際の突縁幅が  $4b'$  より小ならば鋼筋の位置を變化すればよく、また鋼筋の位置を變化せずに其のまゝとして以下の解法を近似的に採用してもよい。尙、茲では中立軸と突縁の下邊とが交らないものと假定するが、假令第 228 圖の如くになつても其の影響は甚だ僅少であるから、以下の解法を其のまゝ採用して差支へない。



第 228 圖

今第 226 圖に於て  $A$  點に於けるコンクリートの圧應力を  $\sigma_c$  とすれば、 $C$  は三角錐  $ABDA'$  の體積に相當するから

$$C = \frac{1}{6} b x \sigma_c \quad (302)$$

であり、 $C$  と  $T = A_s \sigma_s$  とは相等しいから

$$\frac{1}{6} b x \sigma_c = A_s \sigma_s \quad (303)$$

を得る。然るに應力は中立軸からの距離に正比例すると言ふ假定に依り

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_s} = \frac{x'}{y'} = \frac{x}{y} \quad (304)$$

であるが、

$$y = h - \frac{3b'}{b} x = h - \frac{3}{4} x \quad (305)$$

なる關係により

$$\frac{n \sigma_c}{\sigma_s} = \frac{x}{h - \frac{3}{4} x} \quad (306)$$

となり、之を(303)式に代入すれば、 $x$  の方程式として

$$x^2 + \frac{9nA_s}{2b} x - \frac{6nA_sh}{b} = 0, \quad (307)$$

即ち

$$x = \frac{9nA_s}{4b} \left[ \sqrt{1 + \frac{32}{27} \cdot \frac{bh}{nA_s}} - 1 \right] \quad (307a)$$

を得て、之に依つて中立軸の位置を決定することが出来る。 $x$  が求まれば  $C$  と  $T$  との距離  $z$  は

$$z = h - \frac{x}{4} \quad (308)$$

に依り計算され、應力は

$$M = Cz: \quad \sigma_c = \frac{6M}{bx(h - \frac{x}{4})}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (309)$$

$$M = Tz: \quad \sigma_s = \frac{M}{A_s(h - \frac{x}{4})} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

となる。

以上の計算は、最初に假定せるが如く、  
鋼筋を唯1本とした結果であるが、 $A_s$  を  
數個の鋼筋  $a_1, a_2, \dots, a_m$  に分割する場  
合、即ち

$$A_s = a_1 + a_2 + \dots + a_m$$

とする場合には、次の2個の條件を満足  
しなければならない。其の第一の條件は、  
數個の鋼筋の張應力の總和が  $A_s \sigma_s$  に相  
等しきことである。即ち  $a_1, a_2, \dots, a_m$  に作用する張應力を夫々  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$  とすれば

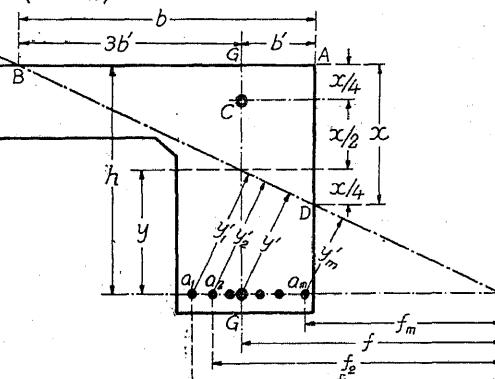
$$a_1 \sigma_1 + a_2 \sigma_2 + \dots + a_m \sigma_m = A_s \sigma_s \quad (310)$$

でなければならない。第二の條件は、個々の鋼筋に作用する張力  $a_1 \sigma_1, a_2 \sigma_2, \dots, a_m \sigma_m$  の合力  
が  $A_s$  に作用しなければならないこと、即ち之等の力の重心が  $A_s$  に一致しなければならないこ  
とである。此の條件は鋼筋軸上の任意の一點のまはりの  $a_1 \sigma_1, a_2 \sigma_2, \dots, a_m \sigma_m$  のモーメントの  
和が、該點のまはりの  $A_s \sigma_s$  のモーメントに相等しきことに依つて満足される。今中立軸と鐵  
筋軸線との交點  $R$  を此の原點とすれば、第 229 圖に從つて  $A_s$  と  $R$  との距離  $f$  は

$$f = \frac{b}{x} \left( h - \frac{3}{4} x \right) \quad (311)$$

で與へられ、第二の條件は

$$a_1 \sigma_1 f_1 + a_2 \sigma_2 f_2 + \dots + a_m \sigma_m f_m = A_s \sigma_s f \quad (312)$$



第 229 圖

で示される。然るに  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$  の関係は

$$\sigma_1 = \sigma_s \frac{y'_1}{y'} = \sigma_s \frac{f_1}{f}, \quad \sigma_2 = \sigma_s \frac{y'_2}{y'} = \sigma_s \frac{f_2}{f}, \dots$$

であるから (310) 及び (312) 式は

$$a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_m f_m = A_s f, \quad (310a)$$

$$a_1 f_1^2 + a_2 f_2^2 + \dots + a_m f_m^2 = A_s f^2 \quad (312a)$$

となる。

従つて  $A_s$  の位置即ち  $f$  が與へられたる場合には、上記兩式を満足する様に各個の鐵筋の斷面積及び其の位置を決定すればよい。即ち合計  $2m$  個の未知數  $a_m$  及び  $f_m$  のうち、任意の  $2m-2$  を任意に決定し、残りの 2 個の未知數を上記兩式に依つて決定すればよいのであるが、實際には求める  $a_m$  及び  $f_m$  の値に負の値或は實用上不可能な値を得る様なことがあつて、仲々簡単に之を求めることが出来ない。

上述のこととは  $f$  が與へられて居て  $a_m$  及び  $f_m$  を求める場合であるが、逆に各個の鐵筋の斷面積  $a_m$  及び其の位置  $f_m$  が與へられて  $A_s$  の位置  $f$  を求めるることは一般に不可能である。例へば

$$a_1 = a_2 = \dots = a_m = \frac{A_s}{m}$$

とすれば (310a) 及び (312a) より

$$f = \frac{1}{m} (f_1 + f_2 + \dots + f_m), \quad (310b)$$

$$f^2 = \frac{1}{m} (f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_m^2) \quad (312b)$$

となつて、1 個の未知數  $f$  のみを以て此の兩式を満足せしめることは一般に不可能である。之はハーガーの理論的一大缺點と見られて居るが、桁の高さが大であつて、鐵筋が可成り集中して配置されてある場合には、全鐵筋を其の重心に集中したものと考へて、ハーガーの理論を近似的に適用することが出来る。

### § 101. 均等に分布せる抗張鐵筋を有する T 形断面の解法

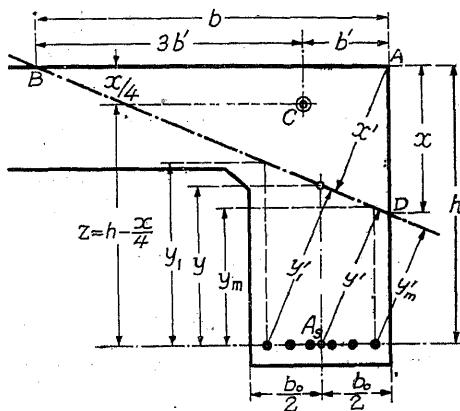
上記の如くハーガーの理論に於ては抗張鐵筋は唯一つ、しかも  $b' = b/4$  の點にあるものと假定したものであつて、従つて數個の鐵筋を使用する場合には、其の斷面積及び位置を此の假定を満足する様に選ぶ必要があり、また任意の數個の鐵筋を使用する場合に對しては近似的解法になる。それで一般に數個の鐵筋を使用した場合、殊に均等に分布せる鐵筋を有する T 形断面に對しては、既にメルシュ (Mörsch)<sup>(1)</sup> が其の圖式解法を示したのであるが、之に對し著者は以

(1) Mörsch, Der Eisenbetonbau, I. Bd., I. Hälfte, 6. Aufl., 1923, S. 383 ~ 388.

下の如き解析的解法を誘導した。

先づ  $M, h, b_0$  は與へられたるものとし、抗張鐵筋は第 230 圖に示すが如く、腹部の中心軸に對し對稱に且つ均等に分布し、 $m$  本の等断面積の鐵筋を使用するものとする。即ち鐵筋 1 本の断面積を  $A_s$  とすれば  $A_s = m a_s$  となる。コンクリートに作用する壓應力の合力を  $C$  とすれば、ハーガーの理論に於けると同様に

$$C = \frac{1}{6} b x \sigma_c \quad (302)$$



第 230 圖

であつて、其の作用點は第 230 圖に示すが如く  $b' = b/4$  であり、且つ抗張側表面より  $x/4$  の點になければならない。これはハーガーの理論に於けると同様に、 $C$  が三角錐の重心を通過すべきことより出て来る結果である。

次に  $m$  本の鐵筋に左より 1, 2, ...,  $m$  の番號を附し、之に作用する張應力を夫々  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$  とすれば、各鐵筋に作用する張力の總和  $T$  は

$$T = a_1 \sigma_1 + a_2 \sigma_2 + \dots + a_m \sigma_m$$

となる。今、各鐵筋全部の重心、即ち腹部の中央に鐵筋があるものと想像した場合、其の鐵筋に作用する張應力を  $\sigma_s$  とすれば、第 230 圖に從つて

$$\sigma_1 = \sigma_s \frac{y'_1}{y'} = \sigma_s \frac{y_1}{y}, \quad \sigma_2 = \sigma_s \frac{y'_2}{y'} = \sigma_s \frac{y_2}{y}, \dots \quad (313)$$

であるから  $T$  は

$$T = \frac{a_s \sigma_s}{y} (y_1 + y_2 + \dots + y_m) = \frac{a_s \sigma_s}{y} m y = A_s \sigma_s \quad (314)$$

となり、平衡條件  $C = T$  より、(303) 式と同じく

$$\frac{1}{6} b x \sigma_c = A_s \sigma_s \quad (315)$$

を得る。そして  $\sigma_c$  と  $\sigma_s$  の關係は第 230 圖より

$$\frac{n \sigma_c}{\sigma_s} = \frac{x'}{y'} = \frac{x}{y} \quad (316)$$

となる。之もまたハーガーの理論に於ける (304) 式と同形であるが、此の場合に於ける  $y$  の値が (305) 式と異なるのである。即ち第 230 圖に從つて

$$\frac{h-y}{x} = \frac{b - \frac{b_0}{2}}{b}, \quad y = h - \left(1 - \frac{b_0}{2b}\right)x \quad (317)$$

であつて、之を(316)に代入すれば

$$\frac{n\sigma_e}{\sigma_s} = \frac{x}{h - \left(1 - \frac{b_0}{2b}\right)x} \quad (316a)$$

となり、従つて(315)式より

$$b^2 x^2 + 3nA_s(b - b_0)x - 6nA_s h b = 0 \quad (318)$$

を得る。然しハーガーの理論と相違して、茲では  $b$  及び  $x$  を共に未知数としなければならない。それは單に  $b = 4b'$  なる關係を知つて居る丈で、 $b$  又は  $b'$  に關しては何等知る所がないからである。 $b$  と  $x$  とを未知数とする代りに

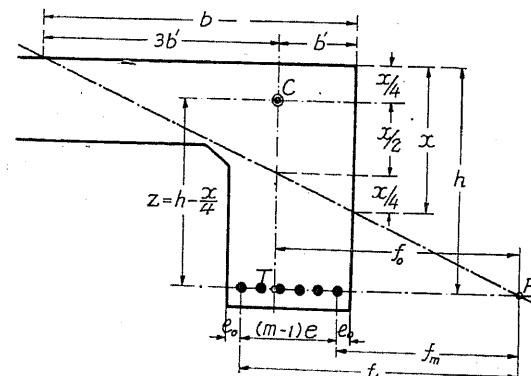
$$b = \alpha x \quad (319)$$

として、 $\alpha$  と  $x$  とを未知数とすれば(318)式は

$$x^3 + \frac{3nA_s}{\alpha}x - \frac{3nA_s}{\alpha}(2h + \frac{b_0}{\alpha}) \quad (318a)$$

となる。

次に  $x$  と  $b$ 、或は  $x$  と  $\alpha$  とに關する第二の方程式は、 $C$  の作用線と  $T$  の作用線とが同一平面内になければならないと言ふ平衡條件より之を求めることが出来る。ハーガーの理論に於ては鐵筋が1本であること、即ち鐵筋の重心と  $T$  の作用點とが相一致するものと假定したものであ



第 231 圖

るが、此の場合には數個の鐵筋より成り、且つ其の應力が一様でないから、鐵筋斷面積の重心、即ち腹部の中央點と  $a_1\sigma_1, a_2\sigma_2, \dots$  の重心、即ち  $T$  の作用點とは一般に相一致しない。今  $T$  の作用點と  $R$  との距離を第231圖の如く  $f_0$  とし、各鐵筋と  $R$  との距離を  $f_1, f_2, \dots, f_m$  とすれば(312a)式に於けると同じ理由に依り

$$f_0 = \frac{1}{m} (f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_m^2) \quad (320)$$

でなければならない。然るに  $f_0$  はまた  $C$  と  $R$  との水平距離に相等しいから

$$\frac{f_0}{h - \frac{3}{4}x} = \frac{b}{x} = \alpha, \quad f_0 = \frac{b}{x} \left(h - \frac{3}{4}x\right) = \alpha \left(h - \frac{3}{4}x\right) \quad (321)$$

であつて、鐵筋の間隔を  $e, e_0$  とすれば

$$f_r = f - b' + e_0 + (m-r)e = \frac{b}{x}(h-x) + e_0 + (m-r)e \quad (322)$$

であるから(320)式より

$$\begin{aligned} m\alpha^2 \left(h - \frac{3}{4}x\right)^2 &= \sum_{r=1}^m [\alpha(h-x) + e_0 + (m-r)e]^2 \\ &= m[\alpha(h-x) + e_0]^2 + m(m-1)[\alpha(h-x) + e_0] \\ &\quad + \frac{1}{6}m(m-1)(2m-1)e^2, \end{aligned}$$

$$\text{即ち } \frac{b^2}{4x} \left(2h - \frac{7}{4}x\right) - \frac{b b_0}{x}(h-x) = e_0(b_0 - e_0) + \frac{1}{6}(m-1)(2m-1)e^2 \quad (323)$$

$$\begin{aligned} \text{或は } \frac{7}{16}\alpha^2 x^2 - \left(b_0 + \alpha \frac{h}{2}\right)\alpha x + \alpha b_0 h + e_0(b_0 - e_0) \\ &\quad + \frac{1}{6}(2m-1)(b_0 - 2e_0)e = 0 \quad (323a) \end{aligned}$$

となる。之は  $x$  と  $b$ 、或は  $x$  と  $\alpha$  に關する第二の方程式であつて、之と(318)或は(318a)式とを聯立方程式として  $x$  と  $b$ 、或は  $x$  と  $\alpha$  とを求めることが出来、之に依つて中立軸の位置及び  $C$  と  $T$  の作用點の位置を決定することが出来る。

$b$  及び  $x$  が決定されれば、コンクリートの最大壓應力  $\sigma_c$  は

$$\begin{aligned} M = Cz, \quad C = \frac{1}{6}bx\sigma_c, \quad z = h - \frac{x}{4} \\ \text{より} \quad \sigma_c = \frac{6M}{bx(h - \frac{x}{4})} \end{aligned} \quad (324)$$

となり、 $r$  番目の鐵筋の張應力は

$$\sigma_r = n\sigma_e \frac{y_r}{x}, \quad y_r = \frac{x}{b}f_r = h - x + \frac{x}{b}[e_0 + (m-r)e]$$

であるから

$$\sigma_r = \frac{n\sigma_e}{x} \left[ h - x + \frac{x}{b} \{e_0 + (m-r)e\} \right], \quad (325)$$

従つて最大張應力は

$$\sigma_1 = \frac{n\sigma_e}{x} \left[ h - x + \frac{x}{b} \{e_0 + (m-1)e\} \right] = \frac{n\sigma_e}{x} \left[ h - x + \frac{x}{b}(b_0 - e_0) \right] \quad (325a)$$

となる。

## § 102. T形断面の例題

第232図に示すが如きT形断面に  $M = 36 \text{ mt}$  に依る应力を計算して見る。但し  $n = 15$  とする。鋼筋は径 26 mm の丸鋼 7 本を使用するから  $A_s = 7a_s = 7 \times 5.31 = 37.17 \text{ cm}^2$  である。

## 1) T形断面として計算する場合

先づ最初に普通のT形断面の公式に依つて应力を計算して見る。  
この場合、突線の有効幅  $b$  として(264b)の規定に従へば、 $b_1 = b_0 = 45 \text{ cm}$ ,  $t = 20 \text{ cm}$ ,  $b_s = 20 \text{ cm}$  であるから  
 $b \leq 4t + b_1 + b_0 = 4 \times 20 + 45 + 20 = 145 \text{ cm}$   
となる。故に  $b = 145 \text{ cm}$ ,  $b_0 = 45 \text{ cm}$ ,  $b - b_0 = 100 \text{ cm}$ ,  $t = 20 \text{ cm}$ ,  $h = 95 \text{ cm}$ ,  $A_s = 37.17 \text{ cm}^2$ ,  $n = 15$  として單鋼筋T形断面の中立軸の公式(270)に依れば

$$x = \frac{100 \times 20 + 15 \times 37.17}{45} \left[ \sqrt{1 + \frac{45[100 \times 20^2 + 2 \times 15 \times 37.17 \times 95]}{[100 \times 20 + 15 \times 37.17]^2}} - 1 \right] = 21.6 \text{ cm}$$

となり、(271)より

$$I_t = \frac{1}{3} [145 \times 21.6^3 - 100 \times (21.6 - 20)^3 + 3 \times 15 \times 37.17 (95 - 21.6)^2] = 3489000 \text{ cm}^4$$

となる。従つて应力は

$$\sigma_c = \frac{M}{I_t} x = \frac{3600000}{3489000} \times 21.6 = 22.3 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_s = n \frac{M}{I_t} (h - x) = 15 \times \frac{3600000}{3489000} \times (95 - 21.6) = 1140 \text{ kg/cm}^2$$

となる。

## 2) ハーガーの理論に依る場合

ハーガーの理論を應用するために、全鋼筋が其の断面積の重心に集中するものと考へる。即ち全鋼筋が腹部の中央に集中せるものと考へれば  $b' = b_0/2 = 22.5 \text{ cm}$  となつて

$$b = 4b' = 2b_0 = 2 \times 45 = 90 \text{ cm}$$

となる。従つて(307b)式より

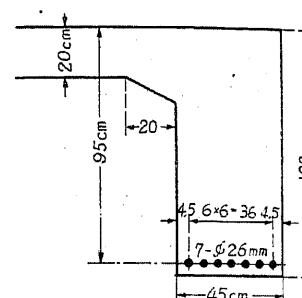
$$x = \frac{9 \times 15 \times 37.17}{4 \times 90} \left[ \sqrt{1 + \frac{32}{27} \cdot \frac{90 \times 95}{15 \times 37.17}} - 1 \right] = 43.2 \text{ cm}$$

となり、従つて应力は(309)式より

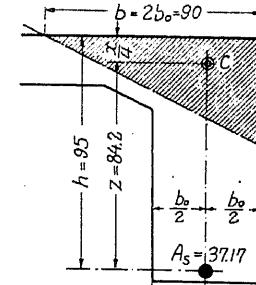
$$\sigma_c = \frac{6 \times 3600000}{90 \times 43.2 \left( 95 - \frac{43.2}{4} \right)} = 66.0 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_s = \frac{3600000}{37.17 \left( 95 - \frac{43.2}{4} \right)} = 1150 \text{ kg/cm}^2$$

となる。此の  $\sigma_c$  は勿論T形断面の凸角部に於ける値であり、普通のT形断面の計算方法に依る結果と比較すれば約3倍である。また  $\sigma_s$  の値は腹部の中央にある鋼筋の張应力であつて、全鋼筋の張应力の平均値と見ることが出来る。



第232図



第233図

## 3) 著者の解法に依る場合

最後に § 102 の解法に従つて計算して見る。先づ中立軸の位置を決定するために(318a)式に  $n = 15$ ,  $A_s = 37.17 \text{ cm}^2$ ,  $h = 95 \text{ cm}$ ,  $b_0 = 45 \text{ cm}$  を代入すれば

$$\alpha^2 x^3 - 1673 (190 - x) \alpha - 75269 = 0 \quad (I)$$

を得、同様に(323a)式より

$$x (760 - 7x) \alpha^2 - 720 (95 - x) \alpha - 10404 = 0 \quad (II)$$

を得る。此の兩式を  $x$  及び  $\alpha$  の聯立方程式として解くのは甚だ面倒であるから、 $x$  に適當な値を代入して(I), (II)兩式より  $\alpha$  を求め、此の  $\alpha$  の値を相等しくする  $x$  の値を求める。即ち

$$x = 50 \text{ cm}, \quad (I): \alpha = 2.153, \quad (II): \alpha = 1.812,$$

$$x = 55 \text{ cm}, \quad (I): \alpha = 1.643, \quad (II): \alpha = 1.658$$

であつて、(I)及び(II)の兩式を満足する  $x$  の値は 50 cm と 55 cm の間にあることがわかり、此の間に於て  $x$  及び  $\alpha$  が直線的に變化するものと考へれば、第235図に示すが如く(I)及び(II)式を同時に満足する値として

$$x = 54.6 \text{ cm}, \quad \alpha = 1.67$$

を得、従つて  $b$  は

$$b = \alpha x = 1.67 \times 54.6 = 91.18 \text{ cm}$$

となり、中立軸は第234図に示すが如きものになる。应力の値は(324)式より

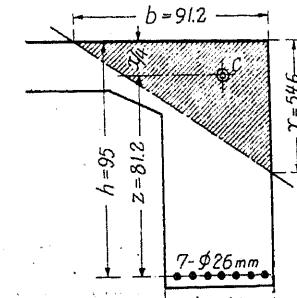
$$\sigma_c = \frac{6 \times 3600000}{91.18 \left( 95 - \frac{54.6}{4} \right) \times 54.6} = 53.3 \text{ kg/cm}^2$$

を得、 $e_0 = 4.5 \text{ cm}$  であるから(325a)式より鐵筋の最大应力として

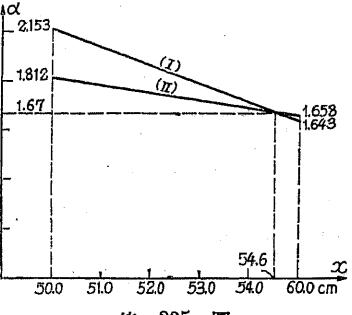
$$\sigma_s = \frac{15 \times 53.3}{54.6} \left[ 95 - 54.6 + \frac{45 - 4.5}{1.67} \right] = 829 \text{ kg/cm}^2$$

を得る。

之をハーガーの理論に依る結果と比較すれば、 $b$  の値には殆んど變化がないが、ハーガーの理論は  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  に對して 20~30% 過大なる値を與へることがわかる。何れにしてもT形断面の  $\sigma_c$  は普通のT形断面の算法に依るものに比し約2~3倍に達することを注意したい。



第234図

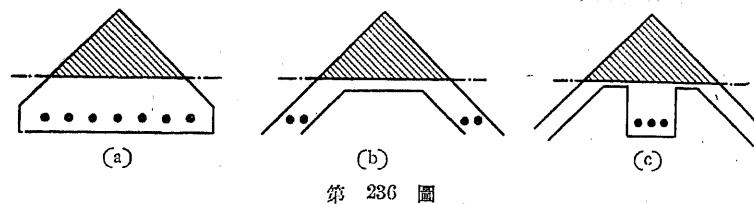


第235図

## 第四節 各種断面の解法

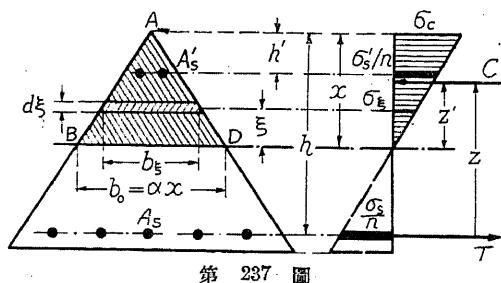
## § 103. コンクリートの抗壓断面が三角形なる場合(三角形断面)

第236図に示すが如く、コンクリートの抗壓断面が三角形である桁は、屋根の棟木或はサイロ等に於て屢々生ずる所である。此の場合、中立軸から下の部分、即ちコンクリートの抗張部



第 236 圖

分は、コンクリートの張應力を無視する關係上、必しも(a)の如くでなくとも差支へない。即ち(b), (c)の如き場合でも計算上(a)の場合と同様である。また(b), (c)に於て中立軸が圖に示す位置より下に來て三角形抗壓断面に些少の空隙が生じても、T形断面に於て腹部に作用する壓應力を無視し得ると同じ理由に依り、其の空隙の影響を無視すれば(a)の場合と同様に



第 237 圖

なる。

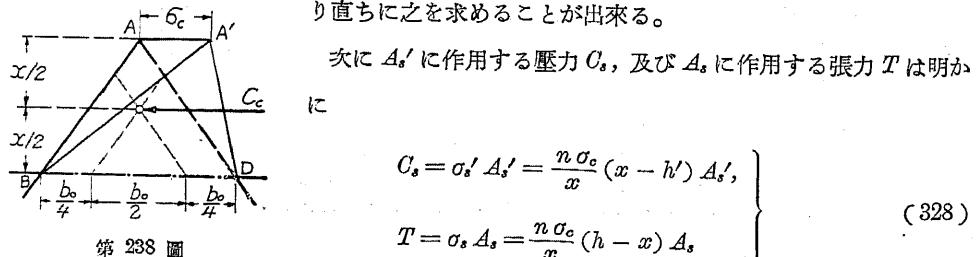
コンクリートの壓應力は勿論三角形の頂點 A に於て生じ之を  $\sigma_c$  とする。今 A 点に於ける断面の角を  $\phi$  とすれば、中立軸に於ける断面の幅  $b_0$  及び中立軸より  $\xi$  なる距離に於ける断面の幅  $b_\xi$  は夫々

$$b_0 = \alpha x, \quad b_\xi = \alpha(x - \xi), \quad \alpha = 2 \tan \frac{\phi}{2} \quad (326)$$

であつて、従つてコンクリートに作用する壓應力の合力  $C_c$  は

$$C_c = \int_{A_c} \sigma_\xi dA_c = \frac{\sigma_c}{x} \int_0^x \xi \cdot b_\xi d\xi = \frac{\alpha \sigma_c}{x} \int_0^x \xi(x - \xi) d\xi = \frac{\alpha \sigma_c x^2}{6} = \frac{\sigma_c b_0 x}{6} \quad (327)$$

となる。此の値はまた  $C_c$  が第 238 圖に示す三角錐  $ABDA'$  の體積に相等しいと言ふことに依り直ちに之を求めることが出来る。



$$\left. \begin{aligned} C_c &= \sigma_c' A_s' = \frac{n \sigma_c}{x} (x - h') A_s', \\ T &= \sigma_s A_s = \frac{n \sigma_c}{x} (h - x) A_s \end{aligned} \right\} \quad (328)$$

であるから  $C = C_c + C_s = T$  なる平衡條件より  $x$  の方程式として

$$x^3 + \frac{6n}{\alpha} (A_s + A_s') x - \frac{6n}{\alpha} (A_s h + A_s' h') = 0 \quad (329)$$

を得、其の解は稍々複雑ではあるが

$$p = \frac{2n}{\alpha} (A_s + A_s'), \quad q = \frac{3n}{\alpha} (A_s h + A_s' h')$$

とすれば

$$\left. \begin{aligned} x &= \sqrt[3]{q + \sqrt{p^3 + q^2}} + \sqrt[3]{q - \sqrt{p^3 + q^2}}, \\ \text{或は} \quad x &= 2 \sqrt{p} \cdot \sinh \left[ \frac{1}{3} \sinh^{-1} \left( \frac{q}{p \sqrt{p}} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (330)$$

となる。

コンクリートの抗壓断面の中立軸のまわりの二次モーメント  $I_c$  は

$$I_c = \int_{A_c} \xi^2 dA_c = \int_0^x \xi^2 b_\xi d\xi = \alpha \int_0^x \xi^2 (x - \xi) d\xi = \frac{\alpha x^4}{12} = \frac{b_0 x^3}{12} \quad (331)$$

であるから、有効等値断面の二次モーメント  $I_i$  は

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \frac{\alpha x^4}{12} + n A_s' (x - h')^2 + n A_s (h - x)^2 \\ &= \frac{\alpha x^3}{6} \left( h - \frac{x}{2} \right) + n A_s' (x - h') (h - h') \end{aligned} \right\} \quad (332)$$

となり、應力は

$$\sigma_c = \frac{M}{I_i} x, \quad \sigma_s' = n \frac{M}{I_i} (x - h'), \quad \sigma_s = n \frac{M}{I_i} (h - x) \quad (323)$$

に依り計算することが出来る。

特に  $A_s' = 0$  なる場合には

$$\left. \begin{aligned} x &= \sqrt[3]{r} \left[ \sqrt[3]{3 + \sqrt{9 + 8r}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{9 + 8r}} \right] h, \quad r = \frac{n A_s}{\alpha h^3}, \\ \text{或は} \quad x &= 2 \sqrt{\frac{2n A_s}{\alpha}} \cdot \sinh \left[ \frac{1}{3} \sinh^{-1} \left( \frac{3h}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{2n A_s}} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (333)$$

となり、 $I_i$  は

$$I_i = \frac{\alpha x^3}{6} \left( h - \frac{x}{2} \right) = \frac{b_0 x^2}{6} \left( h - \frac{x}{2} \right) = n A_s (h - x) \left( h - \frac{x}{2} \right) \quad (334)$$

となる。従つて  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  に對して

$$\sigma_c = \frac{6M}{\alpha x^2 \left( h - \frac{x}{2} \right)} = \frac{6M}{b_0 x \left( h - \frac{x}{2} \right)}, \quad \sigma_s = \frac{M}{A_s \left( h - \frac{x}{2} \right)} \quad (335)$$

を得る。此の結果は上述の方法に依らずとも、第 238 圖に示すが如く  $C_c$  は三角錐  $ABDA'$  の重心即ち  $x/2$  の點に作用すべきことに依り求めることが出来る。

即ち

$$z = h - \frac{x}{2}$$

であつて、モーメントの平衡条件

$$\left. \begin{aligned} M &= C_c z = \frac{1}{2} \sigma_c b_0 x \left( h - \frac{x}{2} \right) \\ &= T z = \sigma_s A_s \left( h - \frac{x}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (335a)$$

より求めることが出来る。

今  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられて  $h$  及び  $A_s$  を求める場合には中立軸の位置は

$$x = k h, \quad k = \frac{n \sigma_c}{n \sigma_c + \sigma_s} \quad (209)$$

に依つて決定され、 $h$  及び  $A_s$  は (335) 式より

$$\left. \begin{aligned} h &= \sqrt[3]{\frac{12}{\sigma_c k^2 (2-k)}} \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{\alpha}}, \\ A_s &= \frac{2}{\sigma_s (2-k)} \cdot \frac{M}{h} \end{aligned} \right\} \quad (336)$$

となる。上式より第 87 表が得られる。但し此の表に於ては  $n = 15$  とし、且つすべて cm, kg の単位である。

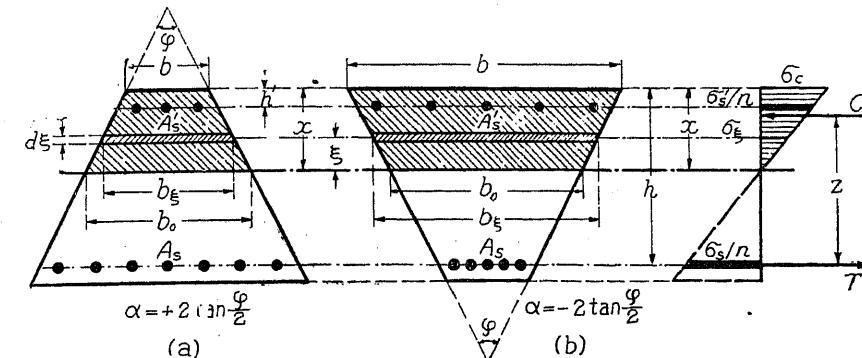
第 87 表

$$h = C_1 \sqrt[3]{M/x}, \quad A_s = C_2 M/h$$

$\sigma_c$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$		$\sigma_s = 1000 \text{ kg/cm}^2$	
	$C_1$	$C_2$	$C_1$	$C_2$
30	1.458	0.000964	1.351	0.001184
35	1.297	0.000982	1.205	0.001208
40	1.175	0.001	1.095	0.001231
45	1.079	0.001016	1.008	0.001253
50	1.0015	0.001177	0.9403	0.001273

#### § 104. コンクリートの抗圧断面が梯形なる場合(梯形断面)

之は第 239 図に示す様な断面であつて (a) は三角形断面の頂部を切り取った場合、(b) は三角形断面が負の曲モーメントを受けた場合とも考へることが出来る。殊に (b) の如く断面の幅が抗張部分に於て小であり、抗圧部分に於て大となることは、T 形断面と同様に經濟的であり、且つ幅の變化が直線的であつて T 形断面に於けるが如き不連續點がないから、型枠を作る上に於てもまた應力が集中しないことから見ても構造上甚だ有利である。從つて將來に於ては (b) の如き梯形断面が可成り廣く用ひられるに至るであらう。



第 239 圖

(a) の如く断面の幅が抗圧部より抗張部に於て大となる場合には  $\alpha = +2 \tan(\varphi/2)$ , (b) の如く抗張部に於て小となる場合には  $\alpha = -2 \tan(\varphi/2)$  とすれば、此の兩場合に對し同様に

$$b_0 = b + \alpha x, \quad b_{\xi} = b_0 - \alpha \xi = b + \alpha(x - \xi) \quad (337)$$

なる關係が成立し、從つて (a), (b) はすべて代數的に同一のものと考へることが出来る。

次にコンクリートに作用する圧應力の合力  $C_c$  は

$$\begin{aligned} C_c &= \int_{A_c} \sigma_c d A_c = \frac{\sigma_c}{x} \int_0^x \xi \cdot b_{\xi} d \xi = \frac{\sigma_c}{x} \int_0^x \xi [b + \alpha(x - \xi)] d \xi \\ &= \frac{\sigma_c x}{6} (3b + \alpha x) = \frac{\sigma_c x}{6} (2b + b_0) \end{aligned} \quad (338)$$

となり、 $C_c$  及び  $T$  に對しては (328) 式が成立し、從つて  $C_c + C_s = T$  の平衡條件より

$$\frac{x^2}{6} (3b + \alpha x) + n A_s' (x - h') = n A_s (h - x) \quad (339)$$

$$\text{即ち} \quad \alpha x^3 - 3b x^2 - 6n(A_s + A_s')x + 6n(A_s h + A_s' h') = 0 \quad (339a)$$

を得、之に依つて  $x$  を決定することが出来る。

次に  $A_c$  の中立軸のまわりの二次モーメントを  $I_c$  とすれば

$$\begin{aligned} I_c &= \int_{A_c} \xi^2 d A_c \\ &= \int_0^x \xi^2 [b + \alpha(x - \xi)] d \xi = \frac{x^3}{12} (4b + \alpha x) = \frac{x^3}{12} (3b + b_0) \end{aligned} \quad (340)$$

であるから有効等価断面の中立軸のまわりの二次モーメントは

$$I_i = \frac{x^3}{12} (4b + \alpha x) + n A_s' (x - h')^2 + n A_s (h - x)^2 \quad (341)$$

となり、之に (339) の關係を代入すれば

$$I_i = \frac{x^2}{12} \left[ 2b(3h-x) + \alpha x(2h-x) \right] + nA_s'(x-h')(h-h') \quad (341a)$$

$$= \frac{x^2}{2} \left[ b\left(h-\frac{x}{3}\right) - \frac{b-b_0}{3}\left(h-\frac{x}{2}\right) \right] + nA_s'(x-h')(h-h') \quad (341b)$$

を得、之等の  $I_i$  の値を使用することに依つて應力を

$$\sigma_c = \frac{M}{I_i} x, \quad \sigma_s' = n \frac{M}{I_i} (x-h'), \quad \sigma_s = n \frac{M}{I_i} (h-x) \quad (203)$$

に依つて計算することが出来る。

特に  $A_s' = 0$  の場合には  $\sigma_s$  は

$$\sigma_s = \frac{M}{\frac{x}{2} \left[ b\left(h-\frac{x}{3}\right) - \frac{b-b_0}{3}\left(h-\frac{x}{2}\right) \right]} \quad (342)$$

となり、また  $C$  と  $T$  との距離  $z$  は

$$z = \frac{I_i}{nG_s} = \frac{I_i}{nA_s(h-x)} = h - \frac{b+b_0}{2(2b+b_0)} x \quad (343)$$

であるから  $\sigma_s$  は

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s z} = \frac{M}{A_s \left[ h - \frac{b+b_0}{2(2b+b_0)} x \right]} \quad (344)$$

となる。勿論之等の式に於ける  $b_0$  の値は先づ  $x$  を決定したる後(337)式に依つて決定すべきことは言ふまでもない。

### § 105. 正六角形断面

第 240 図乃至第 242 図に示すが如き正六角形断面に曲モーメント  $M$  が作用する場合を考へる。鋼筋は其の断面積の総和が  $A_s$  であつて、半径  $r_s$  なる圆周上に圖に示すが如く對稱位置に配置せられたるものとすれば、鋼筋断面積の重心は全断面積の重心と一致し、從つて抗壓断面積の中に此の重心が含まれることはない。今一邊  $b$  なる正六角形断面の内接圆の半径を  $r$  とし其の全断面積を  $A_0$  とすれば、一般に

$$\begin{aligned} b &= \frac{2}{\sqrt{3}} r = 1.155 r, \quad r = \frac{\sqrt{3}}{2} b = 0.866 b, \\ A_0 &= 3b r = 2\sqrt{3} r^2 = 3.464 r^2 \\ &= \frac{3}{2} \sqrt{3} b^2 = 2.898 b^2 \end{aligned} \quad (345)$$

が成立し、尙正六角形の外接圆の半径は其の一邊の長さ  $b$  に相等しい。

また應力と曲モーメントとの關係は(203)式に從つて一般に

$$\sigma_c = \frac{M}{I_i} x, \quad \sigma_s = n \frac{M}{I_i} y = n \sigma_c \frac{y}{x} \quad (346)$$

で表はすことが出来る。但し  $\sigma_s$  は中立軸より  $y$  なる距離にある鋼筋の應力である。從つて以下の計算に於ては單に  $x$  と  $I_i$  に對する公式の誘導に止める。

#### 1) 中立軸が對向二邊に平行なる場合 (第 240 圖)

此の場合は梯形の抗壓断面であるから

$$\alpha = 2 \tan \frac{\pi}{6} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 0.866$$

として § 104 の公式を適用すればよい。從つて(337),

(388) 及び (340) 式より

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= b + \frac{2}{\sqrt{3}} x = b \left( 1 + \frac{x}{r} \right), \\ G_s &= \frac{x}{\sigma_c} C_s = \frac{x^2}{6} (2b+b_0) = \frac{b x^2}{6} \left( 3 + \frac{x}{r} \right), \\ I_c &= \frac{x^3}{12} (3b+b_0) = \frac{b x^3}{12} \left( 4 + \frac{x}{r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (347)$$

となる。鋼筋全断面積の中立軸のまわりの一次モーメント(抗張鋼筋に對するものを正とする)  
 $G_s$  と二次モーメント  $I_s$  とは

$$\left. \begin{aligned} G_s &= 2 \frac{A_s}{6} [(2r-a-x) + (r-x) - (x-a)] = A_s(r-x), \\ I_s &= 2 \frac{A_s}{6} [(2r-a-x)^2 + (r-x)^2 + (x-a)^2] = A_s[(r-x)^2 + \frac{1}{2} r_s^2] \end{aligned} \right\} \quad (348)$$

となる。之に依つて見れば  $G_s$  及び  $I_s$  の値は断面積が  $A_s$  であつて、其の固有二次モーメントが  $A_s r_s^2 / 2$  である鋼筋が断面の重心に集中した場合と異ならない。此の關係は圖に示すが如く必ずしも 6 本の  $A_s/6$  の鋼筋に分たれて居ることを必要條件とせず、唯鋼筋の總断面積が  $A_s$  であつて之が半径  $r_s$  なる圆周上に均等に配置されて居ればよい。從つて正六角形のみならず正八角形、圓形断面或は其他の場合にも上記の關係は眞である。

次て  $G_s = nG_s$  の條件より  $x$  に關する方程式として

$$\frac{b x^2}{6} \left( 3 + \frac{x}{r} \right) = n A_s(r-x), \quad (349)$$

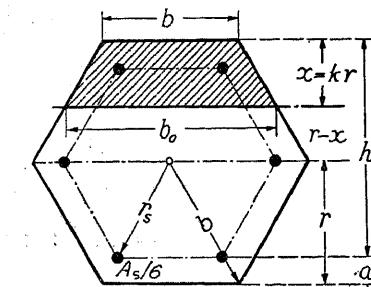


図 240 圖

$$\left. \begin{array}{l} \text{即ち} \\ x^3 + 3rx^2 + 6nA_s \frac{r}{b}x - 6nA_s \frac{r^2}{b} = 0, \\ \text{或は} \\ x^3 + 3rx^2 + 3\sqrt{3}nA_s x - 3\sqrt{3}nA_s r = 0, \\ x^3 + 3rx^2 + 5.196nA_s x - 5.196nA_s r = 0 \end{array} \right\} \quad (349a)$$

を得、有効等値断面の二次モーメント  $I_i$  は  $I_i = I_c + nI_s$  より

$$\left. \begin{array}{l} I_i = \frac{b}{12}x^3 \left(4 + \frac{x}{r}\right) + nA_s [(r-x)^2 + \frac{1}{2}r_s^2] \\ = \frac{b}{12}x^2 (6r^2 - x^2) + \frac{n}{2}A_s r_s^2 \\ = \frac{x^2}{6\sqrt{3}} (6r^2 - x^2) + \frac{n}{2}A_s r_s^2 \\ = 0.09623 (6r^2 - x^2) + \frac{n}{2}A_s r_s^2 \end{array} \right\} \quad (350)$$

となる。

今  $x$  と  $r$  の比を  $k$ ,  $A_s$  と  $A_0$  の比を  $p$ , 即ち

$$x = kr, \quad A_s = pA_0 = 2\sqrt{3}pr^2 = 3.464pr^2 \quad (351)$$

とすれば (349a) 及び (350) 式より

$$\left. \begin{array}{l} k^3 + 3k^2 + 18np \cdot k - 18np = 0, \\ I_i = r^4 \left[ 0.09623k^2(6 - k^2) + 1.732np \left(\frac{r_s}{r}\right)^2 \right] \end{array} \right\} \quad (352)$$

を得る。

## 2) 中立軸が対向二邊に垂直なる場合

### a. $x \leq b/2$ の場合 (第 241 圖)

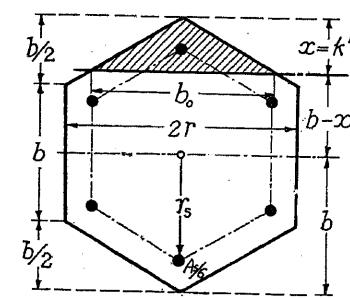
此の場合は第 241 圖に示すが如く三角形の抗圧断面になる。従つて

$$\alpha = 2 \tan \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} = 3.464$$

として § 103 の (326), (327) 及び (331) 式に従へば

$$\left. \begin{array}{l} b_0 = 2\sqrt{3}x = 3.464x, \\ G_c = \frac{x}{\sigma_c} C_c = \frac{b_0 x^2}{6} = \frac{x^3}{\sqrt{3}}, \\ I_c = \frac{b_0 x^3}{12} = \frac{x^4}{2\sqrt{3}} \end{array} \right\} \quad (353)$$

となり、 $G_s$  及び  $I_s$  は (348) と同様に



第 241 圖

$$G_s = A_s(b - x), \quad I_s = A_s \left[ (b - x)^2 + \frac{1}{2}r_s^2 \right] \quad (354)$$

であるから  $G_c = nG_s$  及び  $I_i = I_c + nI_s$  より

$$x^3 = \sqrt{3}nA_s(b - x), \quad (355)$$

即ち

$$x^3 + \sqrt{3}nA_s x - \sqrt{3}nA_s b = 0, \quad (355a)$$

或は

$$x^3 + \sqrt{3}nA_s x - 2nA_s r = 0, \quad (355a)$$

及び

$$I_i = \frac{x^4}{2\sqrt{3}} + nA_s \left[ (b - x)^2 + \frac{1}{2}r_s^2 \right] \quad (356)$$

及

$$= \frac{x^4}{2\sqrt{3}} (2b - x) + \frac{n}{2}A_s r_s^2 \quad (356)$$

及

$$= 0.2889(2b - x)x^3 + \frac{n}{2}A_s r_s^2 \quad (356)$$

を得る。今茲で

$$x = k'b, \quad A_s = pA_0 = \frac{3}{2}\sqrt{3}pb^2 = 2.858pb^2 \quad (357)$$

とすれば上式より

$$\left. \begin{array}{l} k'^3 + 4.5np \cdot k' - 4.5np = 0, \\ I_i = b^4 \left[ 0.2889(2 - k')k'^3 + 1.449np \left(\frac{r_s}{b}\right)^2 \right] \end{array} \right\} \quad (358)$$

を得る。

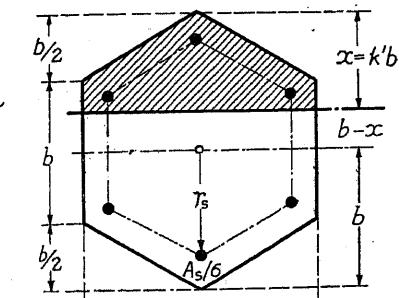
### b. $b \geq b/2$ の場合 (第 242 圖)

中立軸より  $\xi$  なる距離に於ける断面の幅を  $b_\xi$  とすれば

$$0 \leq x \leq x - \frac{b}{2}: \quad b_\xi = 2r = \sqrt{3}b,$$

$$x - \frac{b}{2} \leq \xi \leq x: \quad b_\xi = 2\sqrt{3}(x - \xi)$$

であるから、コンクリートの抗圧断面積の  $G_c$  及び  $I_c$  は夫々



第 242 圖

$$\left. \begin{array}{l} G_c = \int_0^x b_\xi \xi d\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ x^3 - \left(x - \frac{b}{2}\right)^3 \right], \\ I_c = \int_0^x b_\xi \xi^2 d\xi = \frac{1}{2\sqrt{3}} \left[ x^4 - \left(x - \frac{b}{2}\right)^4 \right] \end{array} \right\} \quad (359)$$

であつて、 $G_s$  及び  $I_s$  は (354) の値であるから

$$\begin{aligned} & x^2 - \left(x - \frac{b}{2}\right)^3 = \sqrt{3} n A_s (b - x), \quad (360) \\ \text{即ち} \quad & \left. \begin{aligned} & x^2 + \left(\frac{2nA_s}{\sqrt{3}b} - \frac{b}{2}\right)x - \frac{2nA_s}{\sqrt{3}} + \frac{b^2}{12} = 0, \\ & x^2 + \left(\frac{n}{r}A_s - \frac{b}{2}\right)x - \left(\frac{n}{r}A_s - \frac{b}{12}\right)b = 0, \end{aligned} \right\} \quad (306a) \\ \text{或は} \quad & \\ \text{及び} \quad & I_i = \frac{1}{2\sqrt{3}} \left[ x^4 - \left(x - \frac{b}{2}\right)^4 \right] + n A_s \left[ (b - x)^2 + \frac{1}{2} r_s^2 \right] \\ & = \frac{1}{4\sqrt{3}} \left[ 2x^3(2b - x) - \left(x - \frac{b}{2}\right)^3(3b - 2x) \right] + \frac{n}{2} A_s r_s^2 \quad (361) \end{aligned}$$

を得る。今 (357) と同様に

$$x = k'b, \quad A_s = p A_0$$

とすれば上式より

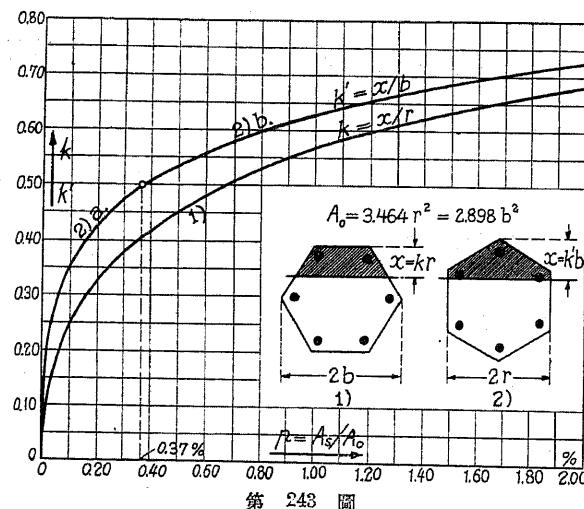
$$\begin{aligned} & k'^2 + (3np - 0.5)k' - 3np + 0.0833 = 0, \\ & I_i = b^4 \left[ 0.1443 \{2k'^3(2 - k') - (k' - 0.5)^3(3 - 2k')\} \right. \\ & \quad \left. + 1.449 np \left(\frac{r_s}{b}\right)^2 \right] \quad (362) \end{aligned}$$

となる。

上記の 3 場合に對する中立軸の位置を決定すべき

$$k = \frac{x}{r}, \quad k' = \frac{x}{b}$$

を (352), (357) 及び (361) 式より種々なる  $p = A_s/A_0$  の値に對し  $n = 15$  として計算した結果は第 243 圖である。尙、中立軸が 2 邊に垂直なる場合に於て  $p = 0.37\%$  が a の場合と b の場合との限界點になる。



### § 106. 正八角形断面

第 244 圖乃至第 248 圖に示すが如き正八角形断面に就て考へる。鋼筋は前述の如く必ずしも 8 本たることを必要としない。たゞ其の全断面積が  $A_0$  であつて、之が半径  $r_s$  なる圓形上に均等

に分布して居ればよい。正八角形の内接圓の半径  $r$ 、外接圓の半径  $d$ 、一邊の長さ  $b$  及び全断面積  $A_0$  の間には次の關係が成立する。

$$\begin{aligned} & r = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} b = 1.207 b, \quad r = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} d = 0.9242 d, \\ & b = 2(\sqrt{2} - 1)r = 0.8284 r, \quad b = \sqrt{2} - \sqrt{2}d = 0.7654 d, \\ & d = \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} = 1.082 r, \quad d = \sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} b = 1.307 b, \\ & A_0 = 4r^2 - b^2 = 2(1 + \sqrt{2})b^2 = 8(\sqrt{2} - 1)r^2 \\ & = 2\sqrt{2}d^2 = 4.8284 b^2 = 3.3137 r^2 = 2.8284 d^2, \end{aligned} \quad (363)$$

此の場合も中立軸の位置に依つて次の 4 場合が區別される。

#### I) 中立軸が對向二邊に平行なる場合

a.  $x \leq \frac{b}{\sqrt{2}} = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) r$  の場合 (第 244 圖)

此の場合は圖に示すが如く梯形の抗壓断面であつて

$$\alpha = 2 \tan \frac{\pi}{4} = 2$$

として § 104 の梯形断面の公式 (337), (338) 及び (340) を適用すれば

$$\begin{aligned} & b_\xi = b + 2(x - \xi), \quad b_0 = b + 2x, \\ & G_c = \frac{x}{\sigma_c} C_a = \frac{x^2}{6}(2x + 3b), \quad I_c = \frac{x^3}{6}(x + 2b) \end{aligned} \quad (364)$$

となり、之に對し  $G_s$  及び  $I_s$  は (348) と等しく

$$G_s = A_s(r - x), \quad I_s = A_s \left[ (r - x)^2 + \frac{1}{2} r_s^2 \right] \quad (365)$$

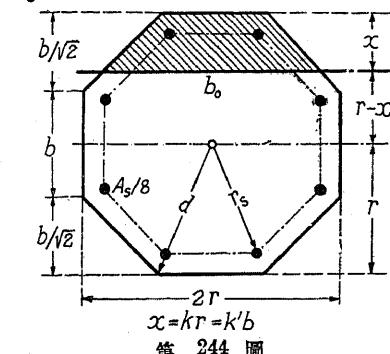
であるから  $G_s = n G_a$  及び  $I_s = I_a + n I_s$  より

$$x^2(2x + 3b) = 6n A_s(r - x), \quad (366)$$

即ち  $x^3 + \frac{3}{2}bx^2 + 3nA_sx - 3nA_sr = 0,$   $(366a)$

$$\begin{aligned} & \text{及び} \quad I_i = \frac{x^3}{6}(x + 2b) + n A_s \left[ (r - x)^2 + \frac{1}{2} r_s^2 \right] \\ & = \frac{x^2}{6} \left[ (2x + 3b)r - (x + b)x \right] + \frac{n}{2} A_s r_s^2 \end{aligned} \quad (367)$$

を得る。茲に於て正六角形断面と同様に



第 244 圖

$$\left. \begin{array}{l} x = k r, \quad A_s = p A_0 = 3.314 p r^2, \\ x = k' b, \quad A_s = p A_0 = 4.828 p b^2 \end{array} \right\} \quad (368)$$

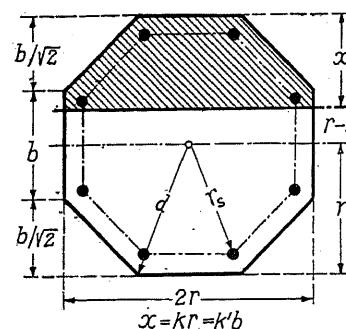
とすれば

$$\left. \begin{array}{l} k^3 + 1.243 k^2 + 9.941 n p \cdot k - 9.941 n p = 0, \\ k'^3 + 1.5 k'^2 + 14.485 n p \cdot k' - 17.485 n p = 0, \end{array} \right\} \quad (369)$$

$$\left. \begin{array}{l} I_i = r^4 \left[ \frac{k^2}{6} (2.485 + 1.172 k - k^2) + 1.657 n p \left( \frac{r_s}{r} \right)^2 \right] \\ = b^4 \left[ \frac{k'^2}{6} (3.621 + 1.414 k' - k'^2) + 2.414 n p \left( \frac{r_s}{b} \right)^2 \right] \end{array} \right\} \quad (370)$$

を得る。

b.  $x \geq \frac{b}{\sqrt{2}} = 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) r$  の場合(第245図)



第245図

此の場合、中立軸より  $\xi$  なる距離に於ける断面の幅  $b_\xi$  は

$$\begin{aligned} 0 \leq \xi \leq x - \frac{b}{\sqrt{2}}: \quad b_\xi = 2r, \\ x - \frac{b}{\sqrt{2}} \leq \xi \leq x: \quad b_\xi = b + 2(x - \xi) \end{aligned}$$

であるから、 $G_c$  及び  $I_c$  は

$$\left. \begin{array}{l} G_c = \int_0^x b_\xi \xi d\xi = \frac{x^2}{6} (2x + 3b) - \frac{1}{3} \left( x - \frac{b}{\sqrt{2}} \right)^3, \\ I_c = \int_0^x b_\xi \xi^2 d\xi = \frac{x^3}{6} (x + 2b) - \frac{1}{6} \left( x - \frac{b}{\sqrt{2}} \right)^4 \end{array} \right\} \quad (371)$$

であつて、 $G_c$  及び  $I_c$  は(365)の値であるから

$$x^2 (2x + 3b) - 2 \left( x - \frac{b}{\sqrt{2}} \right)^3 = 6n A_s (r - x), \quad (372)$$

即ち

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1+\sqrt{2}}{2} b x^2 + \left( n A_s - \frac{b^2}{2} \right) x - n A_s r + \frac{b^3}{6\sqrt{2}} = 0, \\ r x^2 + \left( n A_s - \frac{b^2}{2} \right) x - n A_s r + \frac{b^3}{6\sqrt{2}} = 0, \\ x^2 + \frac{1}{r} (n A_s - 0.3432 r^2) x - n A_s + 0.067 r^2 = 0 \end{array} \right\} \quad (372a)$$

及び

$$I_i = \frac{1}{6} \left[ x^3 (x + 2b) - \left( x - \frac{b}{\sqrt{2}} \right)^4 \right] + n A_s \left[ (r - x)^2 + \frac{1}{2} r_s^2 \right] \quad (373)$$

を得る。之に(368)の関係を考慮すれば

$$\left. \begin{array}{l} k^2 + (3.314 n p - 0.3432) k - (3.314 n p - 0.067) = 0, \\ k'^2 + (4 n p - 0.4142) k' - (4.828 n p - 0.0976) = 0, \end{array} \right\} \quad (374)$$

$$I_i = \frac{b^4}{6} \left[ k'^3 (k' + 2) - \left( k' - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^4 \right] + 3.314 n p r^4 \left[ (1 - k)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{r_s}{r} \right)^2 \right] \quad (375)$$

となる。

上記(369)及び(374)式よりわかるが如く、中立軸の値は単に鋼筋比  $p$  のみに依つて變化し、 $p$  と  $k$  或は  $k'$  の関係は第246圖の如きものである。そして a と b との場合の限界

$$k = 0.5858, \quad k' = 0.7071$$

に相當する  $p$  の値は約 1% である。

## 2) 中立軸が対角線に平行な場合

a.  $x \leq \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) d = 0.2929 d$  の場合

(第247圖)

此の場合は三角形抗圧断面であつて

$$\alpha = 2 \tan \frac{3\pi}{8} = 2(1 + \sqrt{2})$$

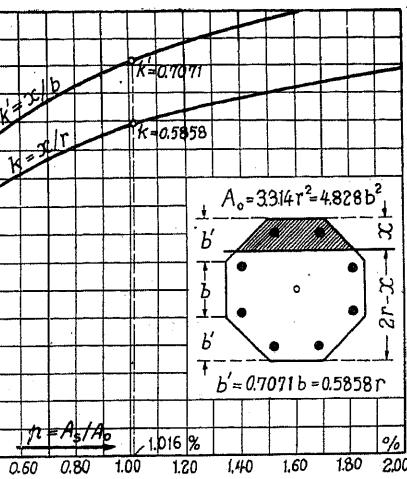
とすれば §103の(326), (327)及び(331)式より

$$\left. \begin{array}{l} b_\xi = 2(1 + \sqrt{2})(x - \xi), \\ G_s = \frac{1 + \sqrt{2}}{3} x^3, \\ I_s = \frac{1 + \sqrt{2}}{6} x^4 \end{array} \right\} \quad (376)$$

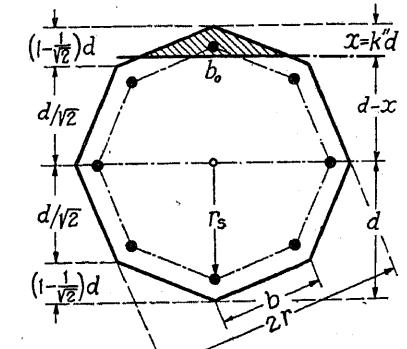
を得、之に對し  $G_c$  及び  $I_c$  は

$$G_c = A_s(d - x), \quad I_c = A_s \left[ (d - x)^2 + \frac{1}{2} r_s^2 \right] \quad (377)$$

であるから  $G_c = n G_s$  及び  $I_i = I_c + n I_s$  より



第246圖



第247圖

$$(1 + \sqrt{2})x^3 = 3nA_s(d - x), \quad (378)$$

即ち  $x^3 + 3(\sqrt{2} - 1)nA_s x - 3(\sqrt{2} - 1)nA_s d = 0,$   
或は  $x^3 + 1.243nA_s x - 1.243nA_s d = 0,$

及び  $I_i = \frac{1 + \sqrt{2}}{6}x^4 + nA_s[(d - x)^2 + \frac{1}{2}r_s^2]$   
 $= \frac{1 + \sqrt{2}}{6}x^3(2d - x) + \frac{n}{2}A_s r_s^2$   
 $= 0.4024x^3(2d - x) + \frac{n}{2}A_s r_s^2$

を得る。

$$x = k''d, \quad A_s = pA_0 = 2\sqrt{2}pd^2 = 2.8284pd^2 \quad (380)$$

とすれば上式より

$$\left. \begin{aligned} k'^3 + 3.515np \cdot k'' - 3.515np &= 0, \\ I_i = d^4 \left[ 0.4024k'^3(2 - k'') + 1.414np \left( \frac{r_s}{d} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (381)$$

となる。

b.  $x \geq \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)d = 2.2929d$  の場合

(第248図)

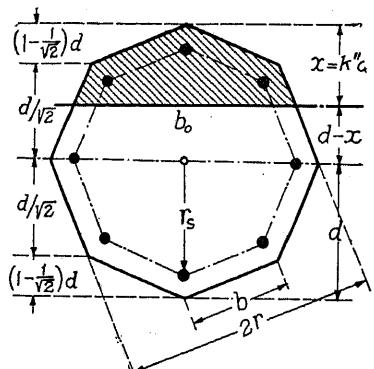
中立軸より  $\xi$  の距離に於ける断面の幅  $b_\xi$  は

$$0 \leq \xi \leq \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)d:$$

$$b_\xi = 2(\sqrt{2} - 1)[\sqrt{2}d + x - \xi],$$

$$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)d \leq \xi \leq x:$$

$$b_\xi = 2(\sqrt{2} + 1)(x - \xi)$$



第248図

であるから  $G_c$  及び  $I_c$  は

$$\left. \begin{aligned} G_c = \int_0^x b_\xi \xi d\xi &= \frac{1 + \sqrt{2}}{3}x^3 - \frac{2}{3}\left[x - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)d\right]^3, \\ I_c = \int_0^x b_\xi \xi^2 d\xi &= \frac{1 + \sqrt{2}}{6}x^4 - \frac{1}{3}\left[x - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)d\right]^4 \end{aligned} \right\} \quad (382)$$

であり、 $G_c$  及び  $I_c$  は (377) であるから

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{3}x^3 - \frac{2}{3}\left[x - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)d\right]^3 = nA_s(d - x), \quad (383)$$

即ち  $\left. \begin{aligned} x^3 + 3\sqrt{2}dx^2 - 3[\sqrt{2} - 1]d^2 - (\sqrt{2} + 1)nA_s x \\ + \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - 2\right)d^3 - 3(\sqrt{2} + 1)nA_sd = 0, \end{aligned} \right\} \quad (383a)$

或は  $\left. \begin{aligned} x^3 + 4.243dx^2 + (7.243nA_s - 1.243d^2)x \\ - (7.243nA_s - 0.1213d^2)d = 0, \end{aligned} \right\}$

及び  $\left. \begin{aligned} I_i = \frac{1 + \sqrt{2}}{6}x^4 - \frac{1}{3}\left[x - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)d\right]^4 + nA_s[(d - x)^2 + \frac{1}{2}r_s^2] \\ = 0.4024x^4 - \frac{1}{3}(x - 0.2929d)^4 + nA_s[(d - x)^2 + \frac{1}{2}r_s^2] \end{aligned} \right\} \quad (384)$

を得る。之等の式に於てもまた (380) の関係を考慮すれば

$$\left. \begin{aligned} k'^3 + 4.243k'^2 + (20.485np - 1.243)k'' - 20.485np + 0.1213 = 0, \\ I_i = d^4 \left[ 0.4024k'^4 - \frac{1}{3}(k'' - 0.2929)^4 + 2.828np \left\{ (1 - k'')^2 + \left(\frac{r_s}{d}\right)^2 \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (385)$$

となる。

今 (381) 及び (385) より  $p = 0$

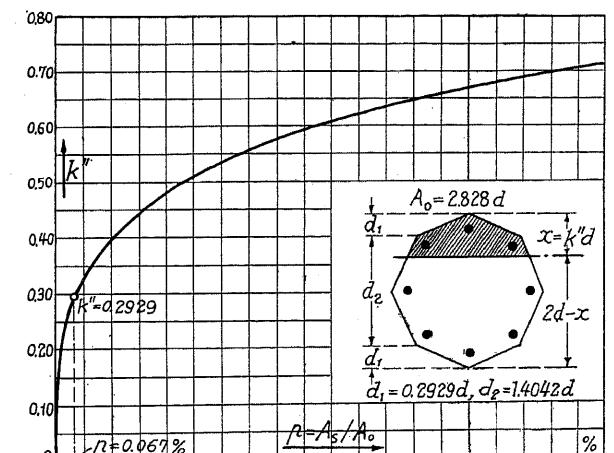
~2%に對して  $k''$  を計算した結果は第249圖であつて、aとbと  
の限界、即ち

$$k'' = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.2929$$

に相當する  $p$  の値は

$$p = 0.067\%$$

である。然し普通には  $p$  の値は 1%に近い程度であるから中立軸は  
一般に bの場合の位置になる。

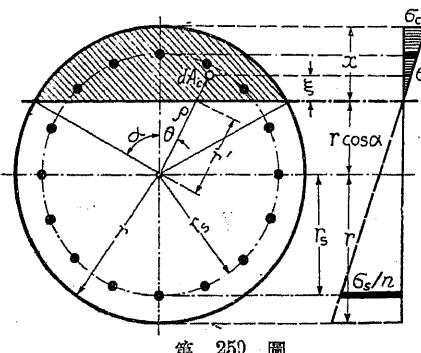


第249図

### § 107. 圓形断面

圓形断面の場合には極座標  $(\rho, \theta)$  を使用する方が便利である。そして中立軸の位置を決定するためには、 $x$  の代りに角  $\alpha$  を求むればよい。

今第250圖に従つて



第 250 圖

$$\left. \begin{aligned} x &= r(1 - \cos \alpha), \quad x = kr, \\ k &= 1 - \cos \alpha, \\ dA_e &= \rho d\theta \cdot d\rho, \\ \xi &= \rho \cos \theta - (r - x) \\ &= \rho \cos \theta - r \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (386)$$

であるから、コンクリートの中立軸のまはりの一次モーメント  $G_c$  は  $r_0 = r \cos \alpha / \cos \theta$  とすることに依り

$$\begin{aligned} G_c &= \int_{A_e} \xi dA_e = \int_{A_e} (\rho \cos \theta - r \cos \alpha) \rho d\theta \cdot d\rho \\ &= 2 \int_0^\alpha d\theta \int_{r_0}^r \rho (\rho \cos \theta - r \cos \alpha) d\rho \\ &= \frac{r^3}{3} [\sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - 3 \alpha \cos \alpha] \end{aligned} \quad (387)$$

となり、同様に其の二次モーメント  $I_c$  は

$$\begin{aligned} I_c &= \int_{A_e} \xi^2 dA_e = \int_{A_e} (\rho \cos \theta - r \cos \alpha)^2 \rho d\theta \cdot d\rho \\ &= 2 \int_0^\alpha d\theta \int_{r_0}^r \rho (\rho \cos \theta - r \cos \alpha)^2 d\rho \\ &= \frac{r^4}{12} [3 \alpha (1 + 4 \cos^2 \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha (13 + 2 \cos^2 \alpha)] \end{aligned} \quad (388)$$

となる。また鋼筋の  $G_s$  及び  $I_s$  は (348) と同様に

$$\left. \begin{aligned} G_s &= A_s(r - x) = A_s r \cos \alpha, \\ I_s &= A_s [(r - x)^2 + \frac{1}{2} r_s^2] = A_s [r^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} r_s^2] \end{aligned} \right\} \quad (389)$$

であるから、 $G_c = n G_s$  より

$$r^3 [\sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - 3 \alpha \cos \alpha] = 3 n A_s r \cos \alpha, \quad (390)$$

即ち

$$\tan \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - 3 \alpha = \frac{3 n A_s}{r^2} \quad (390a)$$

となる。今茲に於て鋼筋比  $p$  を

$$p = \frac{A_s}{A_0} = \frac{A}{\pi r^2} \quad (391)$$

とすれば (390a) 式より

$$\tan \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - 3 \alpha - 3 \pi n p = 0 \quad (390b)$$

を得る。

之等の式に依つて  $\alpha$  を解析的に解くことは一般に不可能である。然し實際の計算に於ては、 $\alpha$  に適當な値を代入して試算すれば容易に求める  $\alpha$  の値を得ることが出来る。また (390b) 式より  $\alpha$  は單に鋼筋比のみに依つて變化することがわたり、 $n = 15$  として  $p = 0 \sim 2.5\%$  に對して  $\alpha$  の値、従つて  $k$  の値を計算した結果は第 251 圖である。

次に有効等価断面の中立軸のまはりの二次モーメント  $I_i$  は  $I_i = I_c + n I_s$  より

$$I_i = \frac{r^4}{12} [3 \alpha (1 + 4 \cos^2 \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha (13 + 2 \cos^2 \alpha)] + n A_s \left[ r^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} r_s^2 \right] \quad (392)$$

であつて、之に (390) の關係を考慮すれば

$$I_i = \frac{r^4}{12} [3 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha (5 - 2 \cos^2 \alpha)] + \frac{n}{2} A_s r_s^2 \quad (392a)$$

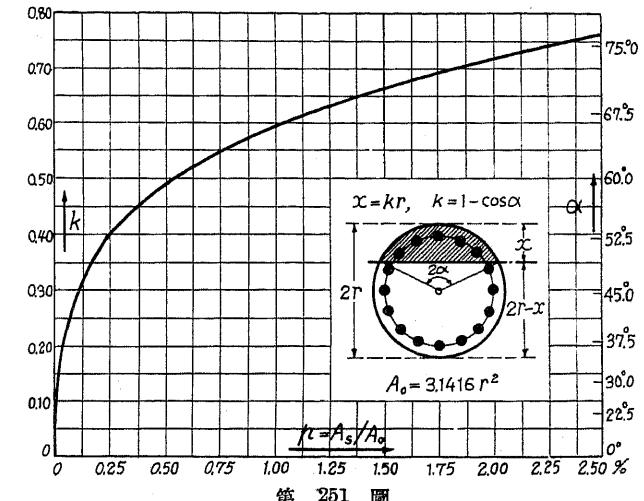
となり、更に (391) の鋼筋比を使用すれば

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \mu r^4 \\ \mu &= \frac{1}{12} [3 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha (5 - 2 \cos^2 \alpha) + 6 \pi n p \left( \frac{r_s}{r} \right)^2] \end{aligned} \right\} \quad (392b)$$

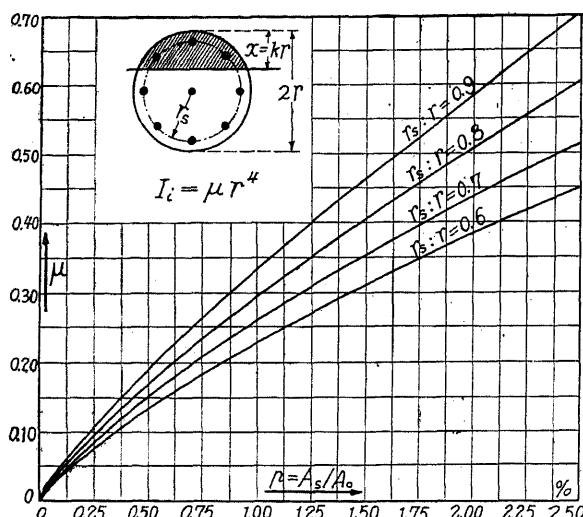
とすることが出来る。

前述の如く  $\alpha$  は鋼筋比  $p$  に依つてのみ變化するものであるから、(392b) に依つて  $\mu$  の値は  $p$  と  $r_s/r$  とに依つて變化することがわかる。 $n = 15$  として  $\mu$  の値を實際に計算した結果は第 252 圖である。

前述の方法に依つて  $\alpha$  及び  $I_i$  が決定されればコンクリートの最大圧應力  $\sigma_c$ 、鋼筋の最大張應力  $\sigma_s$  及び壓應力  $\sigma'_s$  は



第 251 圖



第 252 圖

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{M}{I_c} x = \frac{M}{I_c} r (1 - \cos \alpha) \\ &= \frac{k}{\mu r^3} M, \\ \sigma_s &= n \frac{M}{I_c} (r_s + r \cos \alpha) \\ &= \frac{n M}{\mu r^3} \left[ (1 + k) + \frac{r_s}{r} \right], \\ \sigma'_s &= n \frac{M}{I_c} (r_s - r \cos \alpha) \\ &= \frac{n M}{\mu r^3} \left[ \frac{r_s}{r} - (1 - k) \right] \end{aligned} \right\} \quad (393)$$

に依つて計算することが出来る。

尚、上記の計算はすべて断面が與へられて居ることを豫想したものであるが、今  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられる場合には

$$\left. \begin{aligned} k &= 1 - \cos \alpha = \frac{n \sigma_c}{n \sigma_c + \sigma_s} \\ \alpha &= \cos^{-1} \left( \frac{\sigma_s}{n \sigma_c + \sigma_s} \right) \end{aligned} \right\} \quad (394)$$

となるから、之に依つて断面の半径及び鐵筋量を求めることが出来る。即ち  $p$  は

$$p = \frac{\tan \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - 3 \alpha}{3 \pi n} \quad (395)$$

或は第 251 圖より求めることが出来、此の  $p$  の値と適當な  $r_s/r$  の比を (393b) の  $\mu$  の式の中に代入して  $\mu$  を計算すれば、所要断面半径  $r$  は (392) より

$$r = \sqrt[3]{\frac{k M}{\mu \sigma_c}} \quad (396)$$

より計算することが出来る。尚、 $\mu$  の値は之を第 252 圖より求めることが出来る。 $r$  及び  $p$  が求まれば所要鐵筋の全断面積は之を

$$A_s = p \cdot \pi r^2 \quad (391a)$$

より決定することが出来る。

### § 108. 環状断面

之は鐵筋コンクリート管の如きものが曲モーメントを受ける場合であつて、第 253 圖に従つて外徑を  $2r_0$ 、内徑を  $2r_i$ 、平均半径を  $r$ 、即ち

$$r = \frac{1}{2} (r_0 + r_i)$$

とし、鐵筋は其の全断面積が  $A_s$  であつて半徑  $r_s$  なる圓周上に等布せるものと考へる。

扱て中立軸の位置、即ち第 253 圖の  $x$  或は  $x'$  を求めるのであるが、之は

$$x = x' + \frac{t}{2} = r(1 - \cos \alpha) + \frac{t}{2}, \quad x' = r(1 - \cos \alpha) \quad (397)$$

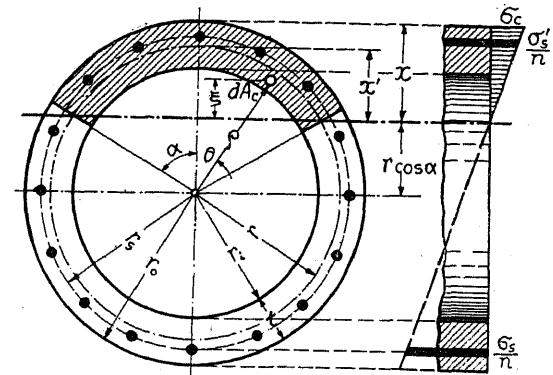
であるから、 $x$  或は  $x'$  の代りに  $\alpha$  を求めればよい。

先づコンクリートの抗壓断面積の中立軸のまわりの一次モーメント及び二次モーメントを計算するために極座標  $(\rho, \theta)$  に依れば

$$d A_c = \rho d\theta \cdot d\rho, \quad \xi = \rho \cos \theta - r \cos \alpha \quad (398)$$

であつて、厚さ  $t$  が  $r$  に比し可成り小であると假定すれば、實際の抗壓断面積の代りに第 253 圖に於て斜線を施せる面積を考慮して差支へない。このことはまた中立軸近傍の應力の値が極めて僅少である事實からも許容せらるべき事柄である。従つて  $G_c$  及び  $I_c$  は

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \int_{A_c} \xi d A_c = 2 \int_0^\alpha d\theta \int_{r_i}^{r_0} \rho (\rho \cos \theta - r \cos \alpha) d\rho \\ &= \frac{1}{3} [2(r_0^3 - r_i^3) \sin \alpha - 3r(r_0^2 - r_i^2) \alpha \cos \alpha] \\ &= \frac{2t}{3} [(4r^2 - r_0 r_i) \sin \alpha - 3r^2 \alpha \cos \alpha], \end{aligned} \right\} \quad (399)$$



第 253 圖

$$\left. \begin{aligned} I_o &= \int_{A_o} \xi^2 dA_o = 2 \int_0^\alpha d\theta \int_{r_i}^{r_o} (\rho \cos \theta - r \cos \alpha)^2 d\rho \\ &= \frac{1}{12} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \{3(r_o^4 - r_i^4) - 16r(r_o^3 - r_i^3)\} \right. \\ &\quad \left. + \alpha \{3(r_o^4 - r_i^4) + 12r^2(r_o^2 - r_i^2) \cos^2 \alpha\} \right] \\ &= \frac{tr}{6} \left[ 3\alpha(r_o^2 + r_i^2 + 4r^2 \cos^2 \alpha) - \sin 2\alpha(10r^2 - r_o r_i) \right] \end{aligned} \right\} \quad (400)$$

となる。之に對し  $G_s$  及び  $I_s$  は

$$G_s = A_s r \cos \alpha, \quad I_s = A_s \left[ r^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} r_s^2 \right] \quad (401)$$

であるから先づ中立軸を決定する式として

$$\frac{2t}{3} [(4r^2 - r_o r_i) \sin \alpha - 3r^2 \alpha \cos \alpha] = n A_s r \cos \alpha, \quad (402)$$

$$\text{即ち} \quad (4r^2 - r_o r_i) \tan \alpha - 3r^2 \alpha = \frac{3r}{2t} n A_s \quad (402a)$$

を得、有効等値断面の二次モーメントとして

$$\left. \begin{aligned} I_s &= \frac{tr}{6} \left[ 3\alpha(r_o^2 + r_i^2 + 4r^2 \cos^2 \alpha) - \sin 2\alpha(10r_o^2 - r_o r_i) \right] \\ &\quad + n A_s \left[ r^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} r_s^2 \right] \\ &= \frac{tr}{6} \left[ 3\alpha(r_o^2 + r_i^2) - \sin 2\alpha(2r^2 + r_o r_i) \right] + \frac{n}{2} A_s r_s^2 \end{aligned} \right\} \quad (403)$$

を得ることが出来る。

上式に依つて  $\alpha$  を決定し  $I_i$  を計算することは甚だ複雑の手數を必要とするから、今厚さ  $t$  を充分に小なるものとして

$$r_o^2 + r_i^2 = 2r^2, \quad r_o r_i = r^2 \quad (404)$$

なる關係が成立するものとすれば (402) 及び (403) 式より

$$\tan \alpha - \alpha = \frac{n}{2tr} A_s, \quad (405)$$

及び

$$I_i = tr^3 (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) + \frac{n}{2} A_s r_s^2 \quad (406)$$

なる簡単なる式を得ることが出来る。

茲に於て鐵筋比  $p$  を

$$p = \frac{A_s}{A_o} = \frac{A_s}{2\pi r t} = \frac{A_s}{6.283 r t} \quad (407)$$

とすれば (405), (406) 式より

$$\tan \alpha - \alpha = \pi n p, \quad (408)$$

$$\text{及び} \quad \left. \begin{aligned} I_i &= \mu t r^3, \\ \mu &= \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \pi n p \left( \frac{r_s}{r} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (409)$$

なる非常に簡単なる結果が得ら

れる。之に依つて  $\alpha$  は單に鐵筋

比  $p$  のみの函数であり、  $\mu$  は  $p$

と  $r_s/r$  の比に依る函数であるこ

とがわかる。それで  $n = 15$ ,

$p = 0 \sim 5\%$ ,  $r_s/r = 0.9, 1.0,$

1.1 として (408) 及び (409) 式

より  $\alpha$  及び  $\mu$  を計算した結果は

第 254 圖及び第 255 圖である。

何れにしても  $\alpha$  及び  $\mu$  が求めら

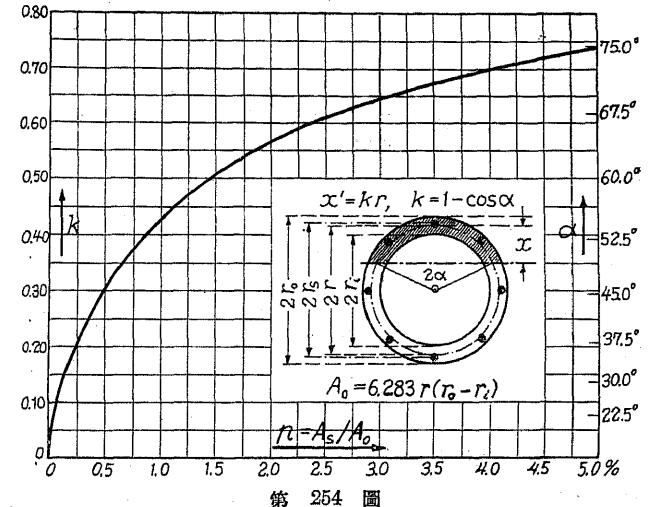
れば、 $\alpha$  或は  $\alpha'$  及び  $I_i$  は決定

され、従つてコンクリートの最

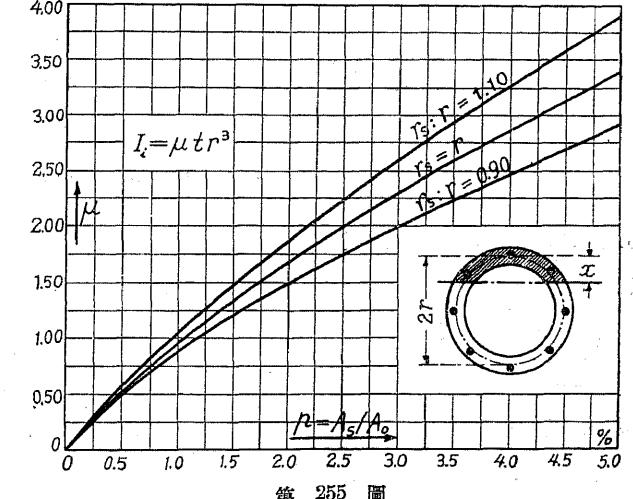
大應力  $\sigma_c$ 、鐵筋の最大張應力

$\sigma_s$  及び最大壓應力  $\sigma'_s$  は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{M}{I_i} x = \frac{M}{\mu t r^3} (r_o - r \cos \alpha), \\ \sigma_s &= n \frac{M}{I_i} (r_s + r \cos \alpha) = \frac{n M}{\mu t r^3} (r_s + r \cos \alpha), \\ \sigma'_s &= n \frac{M}{I_i} (r_s - r \cos \alpha) = \frac{n M}{\mu t r^3} (r_s - r \cos \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (410)$$



第 254 圖



第 255 圖

に依つて計算することが出来る。

また鋼筋が管の厚さの中心線にあるものとすれば、即ち $r_s = r$  とすれば、 $\alpha$ を求める式には変化はないが(409)式は

$$I_t = \mu t r^3, \quad \mu = \frac{\sin^3 \alpha}{\cos \alpha} \quad (411)$$

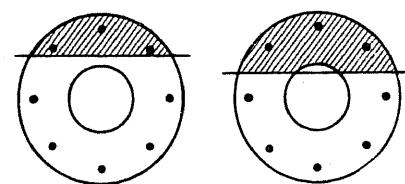
となり、 $\sigma_s$  及び  $\sigma'_s$  は

$$\sigma_s = \frac{n M}{\mu t r^3} (1 + \cos \alpha), \quad \sigma'_s = \frac{n M}{\mu t r^3} (1 - \cos \alpha) \quad (412)$$

となる。

上記の計算はすべて厚さ  $t$  を半径  $r$  に比し充分に小なるものと考へたのであるが、第256図

の如く厚さが可成り大であつて、中立軸が左の位置に來る場合には、勿論之を圓形断面として計算しなければならない。また假令第256図の右の様な位置に中立軸が來ても、中立軸近傍の僅少なる面積の影響を無視すれば之また圓形断面の公式に依つて計算することが出来る。



第 256 圖

## 第五節 高さ一定ならざる桁

### § 109. 総 説

今まですべて彎曲を受ける部材、即ち桁の高さが全長に亘つて一定不變であることを假定したが、橋梁、建築、擁壁及び其他の鋼筋コンクリート構造物に於ては理論上及び外觀上桁の高さを變化することが多い。此の様な場合でも、高さの變化の程度が餘り著しくない限り、勿論高さが一定なる桁の解法に依つて充分に信頼し得る結果を得ることが出来るが、高さの變化が割合に急であつて、之に對し相當に正確なる結果を得るために、桁の高さの變化を考慮する解法に従はねばならない。

言ふまでもなく完全彈性體の等質桁に於ては、此の問題に對して嚴密なる一般解法は未だ求められて居ない。況して鋼筋コンクリート桁に於て、此の問題を完全に解決することは殆んど不可能事に近い。

今、桁の高さが一定でない等質桁の任意の断面に沿つての垂面應力の分布は、大體第257圖(a)の如きものと想像される。即ち桁の表面に於ては剪應力が零であるから、垂面應力は其の

表面の方向に作用し、内部に於ては一般に之と異つた方向に作用する。茲に「断面に沿つての垂面應力」といふのは「断面に作用する垂面應力」の意味ではなく、該断面に沿へる主應力を意味することを注意しなければならない。鋼筋コンクリートに於て、鋼筋を線體と考へれば、鋼筋に作用する應力は勿論鋼筋の軸の方向に作用し、またコンクリートの張應力を無視すると言ふことにも異論を挙むべきものではないが、其の抗壓部に於ける應力の分布は大體第257圖(b)の如くに考へねばならない。

然し此の様に第257圖(a)若くは(b)の如くに考へることは、計算を非常に複雑にするであらうし、また其の應力分布の法則にも充分なる基準がないから、高さが變化する鋼筋コンクリート桁の垂面應力計算には、コンクリートに作用する壓應力が抗壓表面に平行であると假定するのが普通である。即ち桁に關する一般假定に上記の假定を追加する丈である。

また以下の計算に於ては、桁の高さの變化が直線的に變化するとの假定する。即ち「桁の軸の方向」に對して抗壓表面は  $\alpha$ 、抗壓鋼筋は  $\beta'$ 、抗張鋼筋は  $\beta$  なる角度を有するものとする。之等の角度の正負は、計算の結果には全然無關係である。それは、同一の變化に對し之を右から考へるか、左から考へるかに依つて正となりまた負とをすることによつても、また計算式の結果から見ても明かなることである。從つて高さの變化を示す角度は、すべて其の絶対値を考慮すればよいことになる。茲に注意すべきは之等の角の基準となる「桁の軸の方向」であつて、之は例へば第258圖に於て鎖線で示すが如く、構造物に作用する外力、曲モーメント、剪力、反力等の靜力學的計算に於て基準とする部材の軸の方向である。



第 258 圖

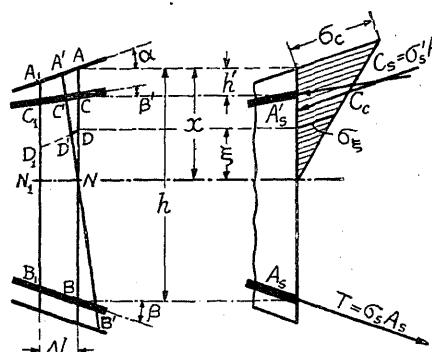
尙、桁の高さが直線的でなく曲線的に變化する場合でも、其の曲線の曲率が著しくない限り、其の一部分をとれば之を直線的變化と考へることが出来る。

### § 110. 高さが一定でない桁の曲應力の一般解法

第259圖に於て桁の横断面の形狀は左右對稱なるものとし、桁の軸の方向に對し抗壓表面は  $\alpha$ 、抗張鋼筋は  $\beta$ 、抗壓鋼筋は  $\beta'$  なる角度をなし、

$A_s, A'_s$  を抗張及び抗壓鋼筋の各自固有の軸に垂直なる横断面積、

$\sigma_c, \varepsilon_c$  を抗壓側表面に於て、之に平行に作用するコンクリートの壓應力及び壓變形率、



第 259 圖

が変形後  $A'B'$  なる平面に移るものとすれば(ベルヌーイ・オイラーの假定)

$$\varepsilon_c = \frac{AA'}{AA_1}, \quad \varepsilon_e = \frac{DD'}{DD_1}, \quad \varepsilon_s = \frac{BB'}{BB_1}, \quad \varepsilon'_s = \frac{CC'}{CC_1}$$

であつて

$$\frac{AA' \cos \alpha}{x} = \frac{DD' \cos \alpha}{\xi} = \frac{BB' \cos \beta}{h-x} = \frac{CC' \cos \beta'}{x-h'},$$

$$AA_1 \cos \alpha = DD_1 \cos \alpha = BB_1 \cos \beta = CC_1 \cos \beta' = \Delta l$$

であるから

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_e}{\xi} = \frac{\varepsilon_s}{h-x} = \frac{\varepsilon'_s}{x-h'}, \quad (413)$$

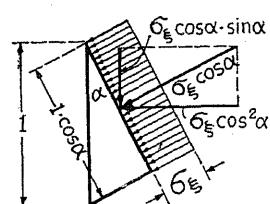
を得、従つて

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c, \quad \sigma_e = E_e \varepsilon_e, \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s, \quad \sigma'_s = E_s \varepsilon'_s$$

であるから(フックの法則)

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_e}{\xi} = \frac{\sigma_s}{n(h-x)} = \frac{\sigma'_s}{n(x-h')} \quad (414)$$

を得る。



第 260 圖

茲に注意すべきは、 $\sigma_c$  及び  $\sigma_e$  が横断面  $AB$  に  $\alpha$  なる角度を有する面に作用する應力であつて、第 260 圖に示すが如く横断面の微量面積  $dA_c$  中に働く  $\sigma_e$  の合力は  $\sigma_e \cos \alpha \cdot dA_c$ 、其の水平分力は  $\sigma_e \cos^2 \alpha \cdot dA_c$  である。従つてコンクリートの抗壓面積  $A_c$  中に働く  $\sigma_e$  の合力  $C_e$  及び其の水平分力  $C'_e$  は次の如くになる。

$$\left. \begin{aligned} C_e &= \int_{A_c} \sigma_e \cos \alpha \cdot dA_c = \cos \alpha \cdot \frac{\sigma_e}{x} \int_{A_c} \xi dA_c = \cos \alpha \cdot \frac{\sigma_e}{x} G_e, \\ C'_e &= \int_{A_c} \sigma_e \cos^2 \alpha \cdot dA_c = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sigma_e}{x} \int_{A_c} \xi dA_c = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sigma_e}{x} G_e, \\ C'_e &= C_e \cdot \cos \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (415)$$

但し  $G_e$  はコンクリートの抗壓面積  $A_c$  の中立軸のまわりの一次モーメントである。

次に鐵筋に作用する垂面應力の合力及び其の水平分力は

$$\left. \begin{aligned} C_s &= \sigma_s' A_s' = \frac{\sigma_s}{x} \cdot n A_s' (x - h') = \frac{\sigma_s}{x} \cdot n G_s', \\ C'_s &= C_s \cdot \cos \beta', \end{aligned} \right\} \quad (416)$$

$$\left. \begin{aligned} T &= \sigma_s A_s = \frac{\sigma_s}{x} \cdot n A_s (h - x) = \frac{\sigma_s}{x} \cdot n G_s, \\ T' &= T \cdot \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (417)$$

となる。但し  $G_s$  及び  $G'_s$  は中立軸のまわりの  $A_s$  及び  $A'_s$  の一次モーメントである。

然るに横断面中に作用する水平力の總和は零でなければならないから  $C'_e + C'_s = T'$  より

$$\cos^2 \alpha \int_{A_c} \xi dA_c + n A_s' (x - h') \cos \beta' = n A_s (h - x) \cos \beta, \quad (418)$$

$$\text{或は } G_e \cos^2 \alpha + n (G'_s \cdot \cos \beta' - G_s \cdot \cos \beta) = 0 \quad (418a)$$

を得る。之は即ち  $x$  を決定すべき式である。

次にコンクリートの壓應力  $\sigma_e$  の水平分力の中立軸のまわりのモーメントの總和は

$$\int_{A_c} \xi \cdot \sigma_e \cos^2 \alpha \cdot dA_c = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sigma_e}{x} \int_{A_c} \xi^2 dA_c = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sigma_e}{x} I_e \quad (419)$$

である。但し  $I_e$  は中立軸のまわりの  $A_c$  の二次モーメントである。また鐵筋に作用する張應力  $\sigma_s$  及び壓應力  $\sigma'_s$  の中立軸のまわりのモーメントの和は

$$\left. \begin{aligned} T' (h - x) &= \cos \beta \cdot \frac{\sigma_s}{x} \cdot n A_s (h - x)^2 = \cos \beta \cdot \frac{\sigma_s}{x} \cdot n I_s, \\ C'_s (x - h') &= \cos \beta' \cdot \frac{\sigma_s}{x} \cdot n A'_s (x - h')^2 = \cos \beta' \cdot \frac{\sigma_s}{x} \cdot n I'_s \end{aligned} \right\} \quad (420)$$

であつて、斷面に作用する應力の任意の軸のまわりのモーメントの總和は外力の曲モーメント  $M$  に相等しいから

$$\frac{\sigma_e}{x} \left[ I_e \cos^2 \alpha + n (I_s \cos \beta + I'_s \cos \beta') \right] = M \quad (421)$$

となり、従つて

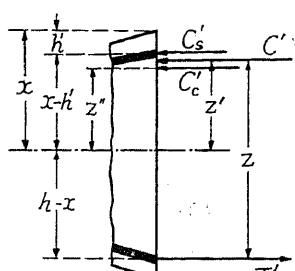
$$\sigma_e = \frac{Mx}{I_e \cos^2 \alpha + n (I_s \cos \beta + I'_s \cos \beta')} \quad (422)$$

となる。之に依つて  $\sigma_e$  が求められれば  $\sigma_s$  及び  $\sigma'_s$  は(414)式に依つて求めることが出来る。

茲に於て有効等値断面の二次モーメントとして

$$I_i = I_e \cos^2 \alpha + n (I_s \cos \beta + I'_s \cos \beta') \quad (423)$$

とすれば、全く等高術と同様に

第 261 圖  
C'\_c までの距離を z'' とすれば

$$C'_c \cdot z'' = \int_{A_c} \xi \cdot \sigma_c \cos^2 \alpha \cdot dA_c = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sigma_c}{x} I_c, \quad z'' = \frac{I_c}{G_c}; \quad (424)$$

$$\begin{aligned} C' \cdot z' &= C'_c \cdot z'' + C'_s (x - h') = \frac{\sigma_c}{x} [I_c \cos^2 \alpha + n I'_s \cos \beta'], \\ z' &= \frac{I_c \cos^2 \alpha + n I'_s \cos \beta'}{G_c \cos^2 \alpha + n G'_s \cos \beta'} = \frac{I_c \cos^2 \alpha + n I'_s \cos \beta'}{n G_s \cos \beta} \end{aligned} \quad (424a)$$

となるから、抵抗モーメントの臂長 z は(423)の関係を考慮することにより

$$z = h - x + z' = \frac{I_c}{G_c \cos^2 \alpha + n G'_s \cos \beta'} = \frac{I_c}{n G_s \cos \beta} \quad (425)$$

となる。

故に  $M = C' \cdot z = T' \cdot z$  の  $C'$  に

$$C' = C'_c + C'_s = \frac{\sigma_c}{x} [G_c \cos^2 \alpha + n G'_s \cos \beta']$$

と(425)の z の値を代入すれば、(203)式即ち  $\sigma_c = M/I_c \cdot x$  を得、 $T' = \sigma_s A_s \cos \beta$  とすれば

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s z \cos \beta} \quad (426)$$

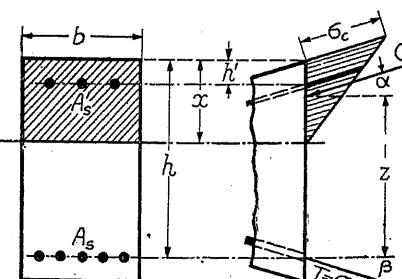
を得ることになる。

### § 111. 矩形断面

以下の計算に於てはすべて  $\beta' = \alpha$ 、即ち抗圧筋はコンクリートの抗圧表面に平行なるものとする。

#### I) 一般の場合

第 262 圖の矩形断面に於ては



第 262 圖

$$G_c = \int_0^x b \xi d\xi = \frac{b x^2}{2}, \quad I_c = \int_0^x b \xi^2 d\xi = \frac{b x^3}{3}$$

であるから(418)或は(418a)式より

$$\frac{b x^2}{2} \cos^2 \alpha + n A'_s (x - h') \cos \alpha = n A_s (h - x) \cos \beta, \quad (427)$$

即ち

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha \cdot x^2 + \frac{2n}{b} (A'_s \cos \alpha + A_s \cos \beta) x \\ - \frac{2n}{b} (A'_s h' \cos \alpha + A_s h \cos \beta) = 0 \end{aligned} \quad (427a)$$

を得る。之は x を決定する式である。次に  $I_c$  は(423)式より

$$\begin{aligned} I_c &= \frac{b x^3}{3} \cos^2 \alpha + n A'_s (x - h')^2 \cos \alpha + n A_s (h - x)^2 \cos \beta \\ &= \frac{b x^3}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos^2 \alpha + n A'_s (x - h') (h - h') \cos \alpha \\ &= \frac{b x^3}{2} \left( h' - \frac{x}{3} \right) \cos^2 \alpha + n A_s (h - x) (h - h') \cos \beta \end{aligned} \quad (428)$$

となり、従つて(325)式より

$$\begin{aligned} z &= \frac{\frac{b x^2}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos \alpha + n A'_s (x - h') (h - h')}{\frac{b x^2}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) + n A'_s (x - h')} \\ &= \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \cdot \frac{\frac{b x^2}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos \alpha + n A'_s (x - h') (h - h')}{n A_s (h - x)} \end{aligned} \quad (429)$$

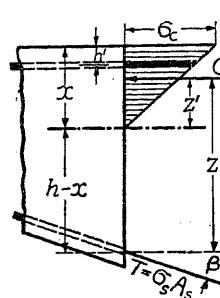
となる。

特に  $A'_s = 0$  の場合には

$$x = k h, \quad p' = \frac{\cos \beta}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{A_s}{b h}$$

すれば次の如き結果を得る。

$$\begin{aligned} x &= k h, \quad k = n p' [\sqrt{1 + 2/n p'} - 1], \quad z = h - \frac{x}{3} = \left( 1 - \frac{k}{3} \right) h, \\ z' &= \frac{2}{3} x = \frac{2}{3} k h, \quad I_c = \frac{b x^3}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos^2 \alpha = k^2 (3 - k) \cos^2 \alpha \frac{b h^3}{6}, \\ M &= \sigma_c \frac{b x}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos^2 \alpha = \sigma_c k (3 - k) \cos^2 \alpha \frac{b h^2}{6}, \\ &= \sigma_s A_s \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos \beta = \sigma_s p' (3 - k) \cos^2 \alpha \frac{b h^2}{3}, \\ \sigma_c &= \frac{M}{\frac{b x}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos^2 \alpha} = \frac{1}{k (3 - k) \cos^2 \alpha} \cdot \frac{6 M}{b h^2}, \\ \sigma_s &= \frac{M}{A_s \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos \beta} = \frac{1}{p' (3 - k) \cos^2 \alpha} \cdot \frac{3 M}{b h^2}. \end{aligned} \quad (430)$$

2)  $\alpha = 0$  の場合

第 263 図の如く抗圧表面が桁の軸の方向に平行であるときは  $\alpha = 0$  であるから、1) の諸式に於て  $\cos \alpha = 1$  とすればよい。即ち  $x$  の方程式は(427a)式より

$$x^2 + \frac{2n}{b} (A_s \cos \beta + A'_s) x - \frac{2n}{b} (A_s h \cos \beta + A'_s h') = 0 \quad (431)$$

第 263 図

となり  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  は夫々

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{Mx}{\frac{b}{3} x^3 + n A'_s (x - h')^2 + n A_s (h - x)^2 \cos \beta} \\ &= \frac{Mx}{\frac{b}{2} \left(h - \frac{x}{3}\right) + n A'_s (x - h')(h - h')} \\ \sigma_s &= \frac{n M(h - x)}{\frac{b}{2} \left(h - \frac{x}{3}\right) + n A'_s (x - h')(h - h')} \end{aligned} \right\} \quad (432)$$

となる。

特に  $A'_s = 0$  の場合には

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{n A_s \cos \beta}{b} \left[ \sqrt{1 + \frac{2b h}{n A_s \cos \beta}} - 1 \right], \\ \sigma_c &= \frac{M}{\frac{b}{2} \left(h - \frac{x}{3}\right)}, \quad \sigma_s = \frac{M}{A_s \left(h - \frac{x}{3}\right) \cos \beta} \end{aligned} \right\} \quad (433)$$

となり、茲に於て

$$x = kh, \quad \sigma_c = c \frac{M}{b h^2}, \quad \sigma_s = s \frac{M}{b h^2}, \quad p = \frac{A_s}{b h}$$

とすれば(433)式より

$$k = n p \cos \beta \left[ \sqrt{1 + \frac{2}{n p \cos \beta}} - 1 \right], \quad c = \frac{6}{k(3-k)}, \quad s = \frac{3}{p(3-k) \cos \beta} \quad (433a)$$

となる。

次て上記の如く高さの変化を考慮した場合と、之を考慮しない場合とに於て、何れ程の計算上の差があるかを見んが爲に、(433a)式より  $n = 15$  として  $\beta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  に對して計算した結果は、第 88 表及び第 264 圖である。茲に  $\beta = 0$  の場合は即ち高さの変化がない場合であつて、之に對する値は既に第 88 表に於て求められて居るものである。之に依つて見れば同一の鐵

第 88 表

$$p = \frac{A_s}{b h}, \quad x = kh, \quad \sigma_c = \frac{M}{b h^2}, \quad \sigma_s = s \frac{M}{b h^2}$$

$\beta$	$p(\%)$	$k$	$c$	$s$
0	0.5	0.320(100)	6.991(100)	223.7(100)
	1.0	0.418(100)	5.557(100)	116.1(100)
	1.5	0.483(100)	4.935(100)	79.5(100)
$15^\circ$	0.5	0.315(98)	7.094(102)	236.7(106)
	1.0	0.413(99)	5.632(102)	120.0(104)
	1.5	0.477(99)	4.985(101)	82.1(103)
$30^\circ$	0.5	0.301(94)	7.397(106)	256.8(115)
	1.0	0.396(93)	5.819(105)	133.0(115)
	1.5	0.459(94)	5.147(104)	90.9(114)
$45^\circ$	0.5	0.277(87)	7.955(114)	311.6(139)
	1.0	0.367(88)	6.216(112)	161.1(139)
	1.5	0.427(88)	5.459(110)	109.9(138)

筋比  $p$  に對しては  $\beta$  が大となる程  $\sigma_c$  も  $\sigma_s$  も共に大となるが、其の絶対値に就て考へずに、 $\beta = 0$  の場合の値に對する比率のみに就て見れば、此の比率は第 88 表の括弧中に示すが如く、鐵筋比  $p$  に依つては殆んど變化をしない。そして平均値としては  $\sigma_c$  の値は  $\beta = 0$  の場合に對し

$$\beta = 15^\circ: 1.02, \quad \beta = 30^\circ: 1.05,$$

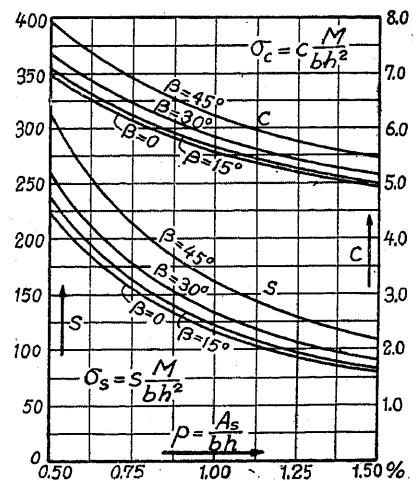
$$\beta = 45^\circ: 1.12$$

倍であり、同様に  $\sigma_s$  の値は

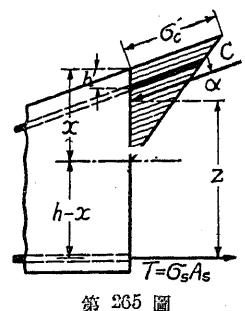
$$\beta = 15^\circ: 1.04, \quad \beta = 30^\circ: 1.15,$$

$$\beta = 45^\circ: 1.39$$

倍であることがわかる。斯の如く此の比率に對する鐵筋比の影響が極めて僅小である事實は注目すべきことであつて、之に依つて實際の計算の場合には、先づ高さの変化を無視して普通の計算方法に依つて  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を求め、次に  $\beta$  の値に相當する上記の係数を乗すればよいことになる。



第 264 圖

3)  $\beta = 0$  の場合

之は突桁又は片持梁に於て屢々遭遇する場合であつて、抗張鋼筋が軸に平行であり抗圧側が傾斜して居る場合である。即ち 1) の一般式より

$$x^2 \cos^2 \alpha + \frac{2n}{b} (A_s' \cos \alpha + A_s) x - \frac{2n}{b} (A_s' h' \cos \alpha + A_s h) = 0, \quad (434)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{Mx}{\frac{b x^3}{3} \cos^2 \alpha + n A_s' (x - h')^2 \cos \alpha + n A_s (h - x)^2} \\ &= \frac{Mx}{\cos \alpha \left[ \frac{b x^2}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos \alpha + n A_s' (x - h') (h - h') \right]}, \end{aligned} \right\} \quad (434a)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= \frac{n M (h - x)}{\cos \alpha \left[ \frac{b x^2}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos \alpha + n A_s' (x - h') (h - h') \right]} \end{aligned} \right\}$$

を得る。

特に  $A_s' = 0$  の場合には上式より

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{n A_s}{b \cdot \cos^2 \alpha} \left[ \sqrt{1 + \frac{2 b h \cdot \cos^2 \alpha}{n A_s}} - 1 \right], \\ \sigma_c &= \frac{M}{\frac{b x}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) \cos^2 \alpha}, \quad \sigma_s = \frac{M}{A_s \left( h - \frac{x}{3} \right)} \end{aligned} \right\} \quad (435)$$

となり、更に 2) と同様に

$$\left. \begin{aligned} x &= k h, \quad \sigma_c = c \frac{M}{b h^2}, \quad \sigma_s = s \frac{M}{b h^2}, \quad p = \frac{A_s}{b h}, \\ k &= \frac{n p}{\cos^2 \alpha} \left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cos^2 \alpha}{n p}} - 1 \right], \\ c &= \frac{6}{k (3 - k) \cos^2 \alpha}, \quad s = \frac{3}{p (3 - k)} \end{aligned} \right\} \quad (435a)$$

を得る。此の式に依つて 2) と同様に  $n = 15$  として計算した結果は、第 89 表及び第 266 図であつて、此の場合は 2) と反対に、 $\sigma_s$  は殆んど變化を示さないに反し、 $\sigma_c$  は  $\beta$  が大となると共に増大することがわかる。また普通の等高桁 ( $\alpha = 0$ ) に対する  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  の比率は、 $p$  の値の如何に拘はらず殆んど一定であつて、平均として  $\sigma_c$  の値は  $\alpha = 0$  の場合の値に對し

$$\alpha = 15^\circ: 1.05, \quad \alpha = 30^\circ: 1.23, \quad \alpha = 45^\circ: 1.63$$

倍であり、同様に  $\sigma_s$  の値は

第 89 表

$$x = k h, \quad \sigma_c = c \frac{M}{b h^2}, \quad \sigma_s = s \frac{M}{b h^2}, \quad p = \frac{A_s}{b h}$$

$\alpha$	$p (\%)$	$k$	$c$	$s$
0	0.5	0.320 (100)	6.991 (100)	223.7 (100)
	1.0	0.418 (100)	5.557 (100)	116.1 (100)
	1.5	0.483 (100)	4.935 (100)	79.5 (100)
$15^\circ$	0.5	0.328 (103)	7.343 (105)	225.9 (101)
	1.0	0.430 (103)	5.820 (105)	116.7 (101)
	1.5	0.494 (102)	5.195 (105)	79.8 (100)
$30^\circ$	0.5	0.358 (112)	8.458 (121)	227.1 (102)
	1.0	0.463 (111)	6.810 (123)	118.3 (102)
	1.5	0.531 (110)	6.102 (124)	80.1 (101)
$45^\circ$	0.5	0.431 (134)	10.830 (155)	235.5 (105)
	1.0	0.531 (127)	9.157 (164)	121.5 (105)
	1.5	0.600 (124)	8.333 (169)	83.3 (105)

$$\alpha = 15^\circ: 1.01, \quad \alpha = 30^\circ: 1.02,$$

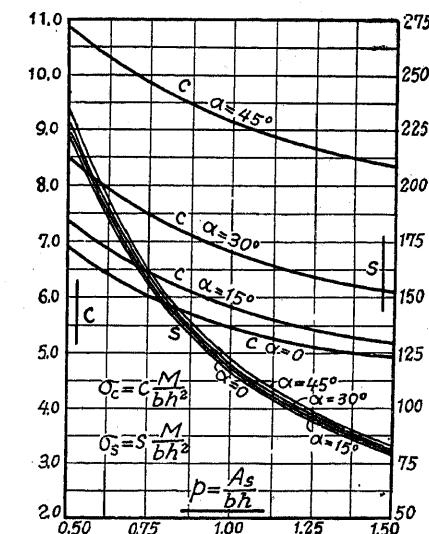
$$\alpha = 45^\circ: 1.05$$

倍である。従つて實際の計算の場合には、普通の等高桁の解法に依る結果に上記の係数を乘すればよい。

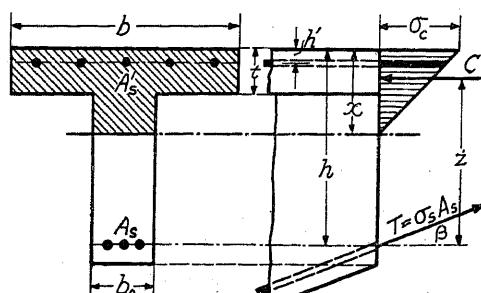
また  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を與へて断面を設計するには、 $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  の値を夫々上記の係数で除したものを許容應力として、普通の等高断面の計算方法に従へばよい。このことはまた 2) の場合にも其のまゝ適用される。

## § 112. T 形 断 面

T形断面の高さが變化するのは普通に支承の近傍に於てであつて、此の場合には突縁の厚さは變化せず腹部の高さが大となるのであるから、中立軸は突縁部に位置することは稀で、腹部にあるのが普通である。従つてまた腹部にある壓應力も、其の總和が普通の場合に比して大となるから之を省略することに依つて生ずる誤差は、一般に等高桁の場合より大となる。以下の計算に於



第 266 圖



第 267 圖

第 267 圖の如き場合には、コンクリートの抗圧断面積の中立軸のまはりの一次モーメント  $G_c$  及び二次モーメント  $I_c$  は

$$\left. \begin{aligned} G_c &= b \int_0^x \xi d\xi - (b - b_0) \int_0^{x-t} \xi d\xi = \frac{1}{2} [bx^2 - (b - b_0)(x - t)^2], \\ I_c &= b \int_0^x \xi^2 d\xi - (b - b_0) \int_0^{x-t} \xi^2 d\xi = \frac{1}{3} [bx^3 - (b - b_0)(x - t)^3] \end{aligned} \right\} \quad (436)$$

であるから、§110 の一般公式より  $\alpha = 0$  或は  $\cos \alpha = 1$  として

$$\frac{1}{2} [bx^2 - (b - b_0)(x - t)^2] + n A_s' (x - h') = n A_s (h - x) \cos \beta, \quad (437)$$

即ち  $b_0 x^2 + 2 [(b - b_0)t + n (A_s' + A_s \cos \beta)] x$

$$- 2 \left[ \frac{1}{2} (b - b_0)t^2 + n (A_s' h' + A_s h \cos \beta) \right] = 0 \quad (437a)$$

を得、 $I_i$  としては

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \frac{1}{3} [bx^3 - (b - b_0)(x - t)^3] + n [A_s'(x - h')^2 + A_s(h - x)^2 \cos \beta] \\ &= \frac{1}{3} [bx^2(3h - x) - (b - b_0)(x - t)^2(3h - x - 2t)] \\ &\quad + n A_s'(x - h')(h - h') \end{aligned} \right\} \quad (438)$$

を得、 $z$  としては

$$\left. \begin{aligned} z &= h - x + \frac{2}{3} \cdot \frac{bx^3 - (b - b_0)(x - t)^3 + 3n A_s'(x - h')^2}{bx^2 - (b - b_0)(x - t)^2 + 2n A_s'(x - h')} \\ &= h - x + \frac{1}{3} \cdot \frac{bx^3 - (b - b_0)(x - t)^3 + 3n A_s'(x - h')^2}{n A_s(h - x) \cos \beta} \end{aligned} \right\} \quad (439)$$

となり、應力は (203) 或は (426) に依つて計算することが出来る。

近似解法として腹部に作用する壓應力を無視すれば、上式より  $b_0 = 0$  とすることによつて、(437a) 式より

$$[bt + n(A_s' + A_s \cos \beta)]x - \left[ \frac{1}{2} bt^2 + n(A_s' h' + A_s h \cos \beta) \right] = 0,$$

ては單に突縁が壓應力を受ける場合に對してのみ之を行ふ。若し突縁が抗張部分になる場合、即ち負の曲モーメントの來る場合には矩形断面と力學上全く同一になるからである。

#### 1) 抗圧突縁が軸の方向に平行なる場合

第 267 圖の如き場合には、コンクリート

$$x = \frac{\frac{1}{2} bt^2 + n(A_s' h' + A_s h \cos \beta)}{bt + n(A_s' + A_s \cos \beta)} \quad (440)$$

即ち、 $I_i$  及び  $z$  は (438) 及び (439) 式より

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \frac{b}{3} [x^3 - (x - t)^3] + n [A_s'(x - h')^2 + A_s(h - x)^2 \cos \beta] \\ &= b t \left[ \left( h - \frac{x}{3} \right) \left( x - \frac{t}{2} \right) + \frac{1}{3} (x - t)^2 \right] + n A_s'(h - h')(x - h'), \end{aligned} \right\} \quad (438a)$$

$$\left. \begin{aligned} z &= h - x + \frac{2}{3} \cdot \frac{b[x^3 - (x - t)^3] + 3n A_s'(x - h')^2}{b[x^2 - (x - t)^2] + 2n A_s'(x - h')} \\ &= h - x + \frac{b[x^3 - (x - t)^3] + 3n A_s'(x - h')^2}{3n A_s(h - x) \cos \beta} \end{aligned} \right\} \quad (439a)$$

となる。

特に  $A_s' = 0$  なる場合には (440), (438a), (439a) 式より

$$x = \frac{\frac{1}{2} bt^2 + n A_s h \cos \beta}{bt + n A_s \cos \beta},$$

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \frac{b}{3} [x^3 - (x - t)^3] + n A_s (h - x)^2 \cos \beta \\ &= b t \left[ \left( h - \frac{x}{3} \right) \left( x - \frac{t}{2} \right) + \frac{1}{3} (x - t)^2 \right], \end{aligned} \right\} \quad (441)$$

$$\left. \begin{aligned} z &= h - x + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^3 - (x - t)^3}{x^2 - (x - t)^2} = h - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{12(x - \frac{t}{2})} \\ &= h - \frac{x}{3} + \frac{2(x - t)^2}{3(2x - t)} \end{aligned} \right\}$$

となり、從つて

$$\sigma_a = \frac{Mx}{bt \left[ \left( h - \frac{x}{3} \right) \left( x - \frac{t}{2} \right) + \frac{1}{3} (x - t)^2 \right]}, \quad (442)$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \left[ h - \frac{x}{3} + \frac{2(x - t)^2}{3(2x - t)} \right] \cos \beta}$$

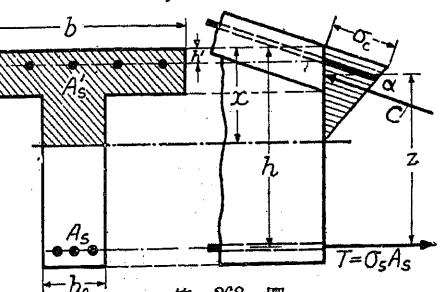
となる。

#### 2) 抗圧突縁が軸の方向に對して傾斜せる場合

第 268 圖の場合には  $\beta' = \alpha, \beta = 0$  即ち  $\cos$

$\beta = 1$  であつて、 $G_c$  及び  $I_c$  に對しては (436)

の値が成立するから、§110 の一般公式より



第 268 圖

$$\frac{1}{2} [b x^2 (b - b_0) (x - t)^2] \cos^2 \alpha + n A_s' (x - h') \cos \alpha = n A_s (h - x), \quad (443)$$

即ち

$$b_0 x^2 + 2 \left[ (b - b_0) t + \frac{n}{\cos^2 \alpha} (A_s + A_s' \cos \alpha) \right] x - 2 \left[ \frac{1}{2} (b - b_0) t^2 + \frac{n}{\cos^2 \alpha} (A_s h + A_s' h' \cos \alpha) \right] = 0, \quad (443a)$$

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{\cos^2 \alpha}{3} [b x^3 - (b - b_0)(x - t)^3] + n A_s' (x - h')^2 \cos \alpha + n A_s (h - x)^2 \\ &= \frac{\cos^2 \alpha}{6} [b x^2 (3h - x) - (b - b_0)(x - t)^2 (3h - x - 2t)] \\ &\quad + n A_s' (h - h') (x - h') \cos \alpha, \end{aligned} \quad (444)$$

$$z = h - x + \frac{2}{3} \cdot \frac{[b x^3 - (b - b_0)(x - t)^3] \cos \alpha + 3n A_s' (x - h')^2}{[b x^2 - (b - b_0)(x - t)^2] \cos \alpha + 2n A_s' (x - h')} \quad (445)$$

となる。

前と同様に  $b_0 = 0$  とすれば

$$x = \frac{\frac{1}{2} b t^2 \cos^2 \alpha + n (A_s' h' \cos \alpha + A_s h)}{b t \cos^2 \alpha + n (A_s' \cos \alpha + A_s)}, \quad (446)$$

となり、特に  $A_s' = 0$  の場合には

$$\begin{aligned} x &= \frac{\frac{1}{2} b t^2 \cos^2 \alpha + n A_s h}{b t \cos^2 \alpha + n A_s}, \\ \sigma_c &= \frac{M x}{b t \left[ \left( h - \frac{x}{3} \right) \left( x - \frac{t}{2} \right) + \frac{1}{3} (x - t)^2 \right] \cos^2 \alpha}, \\ \sigma_s &= \frac{M}{A_s \left[ h - \frac{x}{3} + \frac{2(x - t)^2}{3(2x - t)} \right]} \end{aligned} \quad (447)$$

となる。

## 第六節 鋼筋の固有二次モーメントが大なる場合の曲應力の算法

### § 113. 鋼筋の固有二次モーメントが大なる場合の曲應力

今までではすべて鋼筋を線體として、即ち鋼筋自身の固有二次モーメントを無視して論じたのである。此の假定は、普通の丸鋼又は角鋼を使用した場合には充分に近似的に満足せられるものと考へられるが、何等かの理由に依り、山形鋼、I形鋼又は軌條等の比較的に断面積の大なる

ものを鋼筋として使用する場合には、鋼筋夫自身の固有二次モーメントが大となつて、断面全體の二次モーメントに比べて之を無視することが出来ない様になる。然し茲に注意すべきことは此の固有二次モーメントを無視してよいか或はまた之を考慮すべきやが、單に鋼筋断面積の大小或は固有二次モーメント其のものゝ大小に依つて決定せらるべきものではなくて、鋼筋の固有二次モーメントと断面全體の二次モーメントとの比に依つて決定せらるべきことである。従つて鋼筋の断面積が大であつても、夫が各々線體と考へられる様な丸鋼の集合より成り立つ場合には、固有二次モーメントを考慮する必要はなく、また山形鋼或は工形鋼等を使用した場合でも、其の固有二次モーメントに比し断面全體の二次モーメントが著しく大なる場合には、普通の計算方法で充分である。そして鋼筋の固有二次モーメントを無視すべきや、或はまた之を考慮すべきやに就ての限界は、一に其の計算に所望せられる精度に依つて決定さるべき事柄である。

扱て山形鋼、工形鋼又は軌條等の如くコンクリート断面積に比して断面積の大なる鋼筋を使用した場合に、普通の計算に於て假定せられる種々なる假説が、果して實際に適當であるや否やは甚だ疑問である。然し今計算を簡単にする爲に之等の一般假定に従ふものとすれば、第269圖の如き断面の曲應力の分布は右方に示した如くになる。茲に  $\sigma_c$  は鋼筋中任意の一點に於ける應力であつて、 $\sigma_{s,1}$ 、 $\sigma_{s,2}$  は鋼筋の最大及び最小應力、 $\sigma_{s,0}$  は鋼筋自身の重心に於ける應力である。即ち断面の抗壓側表面より鋼筋の重心までの距離を  $h$  とすれば、其他第269圖に従つて

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_c}{\xi} = \frac{\sigma_{s,0}}{n(h - x)} = \frac{\sigma_{s,1}}{n(h - x + a_1)} = \frac{\sigma_{s,2}}{n(h - x - a_2)} = \frac{\sigma_s}{n(h - x + a)} \quad (448)$$

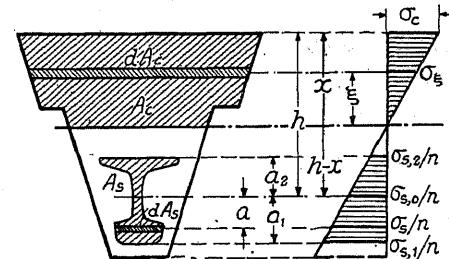
である。

断面には曲モーメント  $M$  のみが作用して軸方向力が作用しないものとすれば、先づ第一に断面に作用する全應力の代數的總和は零でなければならないから

$$\int_{A_c} \sigma_c d A_c - \int_{A_s} \sigma_s d A_s = 0$$

であつて、之に (448) の關係を代入すれば

$$\frac{\sigma_c}{x} \int_{A_c} \xi d A_c - \frac{n \sigma_s}{x} \int_{A_s} (h - x + a) d A_s = 0.$$



第 269 圖

即ち

$$\int_{A_c} \xi dA_c - n(h-x)A_s - n \int_{A_s} adA_s = 0$$

でなければならない。然るに上式の第一項は、中立軸のまはりのコンクリートの抗壓断面の一次モーメント  $G_c$  であり、第三項の積分は、鋼筋の重心軸のまはりの鋼筋の一次モーメントであるから、之は零である。従つて上式より

$$G_c - nA_s(h-x) = 0 \quad \text{或は} \quad G_c - nG_s = 0 \quad (449)$$

となり、之に依つて中立軸の位置を決定することが出来る。之は全く普通の場合の結果と同様であつて、中立軸の位置に関する限り、鋼筋自身の固有二次モーメントは何等の影響を有しないことがわかる。次に第二の平衡条件、任意の軸(例へば中立軸)のまはりの應力のモーメントの総和が、曲モーメント  $M$  に等しくなければならないことより

$$\begin{aligned} M &= \int_{A_c} \sigma_c \xi dA_c + \int_{A_s} \sigma_s (h-x+a) dA_s \\ &= \frac{\sigma_c}{x} \int_{A_c} \xi^2 dA_c + \frac{n\sigma_c}{x} \int_{A_s} (h-x+a)^2 dA_s \end{aligned}$$

となる。此のうち第二項の積分は

$$\int_{A_s} (h-x+a)^2 dA_s = (h-x)^2 \int_{A_s} dA_s + 2(h-x) \int_{A_s} adA_s + \int_{A_s} a^2 dA_s$$

であつて  $\int_{A_s} dA_s = A_s$ ,  $\int_{A_s} adA_s = 0$ ,  $\int_{A_s} a^2 dA_s = I_{s,0}$

但し  $I_{s,0}$  は鋼筋の固有二次モーメントであるから、上式より

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi^2 dA_c + nA_s(h-x)^2 + n \int_{A_s} a^2 dA_s \right] \\ &= \frac{\sigma_c}{x} \left[ I_c + nI_s + nI_{s,0} \right] \end{aligned} \right\} \quad (450)$$

となり、有効等価断面の二次モーメント  $I_i$  は

$$I_i = I_c + n(I_s + I_{s,0}), \quad (451)$$

即ち普通の考へ方に依るものに  $nI_{s,0}$  を加へたものになる。それで  $nI_{s,0}$  が  $I_c + nI_s$  に比較して小なる場合には之を無視してもよいことがわかる。今(451)の  $I_i$  の値を採用すれば應力は(450)及び(448)式より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{M}{I_i} x, \quad \sigma_{s,0} = n\sigma_c \frac{h-x}{x} = n \frac{M}{I_i} (h-x), \\ \sigma_{s,1} &= n\sigma_c \frac{h-x+a_1}{x} = \sigma_{s,0} \left( 1 + \frac{a_1}{h-x} \right) = n \frac{M}{I_i} (h-x+a_1), \\ \sigma_{s,2} &= n\sigma_c \frac{h-x-a_2}{x} = \sigma_{s,0} \left( 1 - \frac{a_2}{h-x} \right) = n \frac{M}{I_i} (h-x-a_2) \end{aligned} \right\} \quad (452)$$

となる。

上述の如く、此の場合の中立軸の決定は普通の計算方法と異なる所がなく、また應力の算定には  $I_i$  の値に  $nI_{s,0}$  を附加する丈けでよいのであるから、個々の形狀の断面に就て特に詳述する繁を避ける。

次に此種の計算の例題として、第270圖の如き矩形断面に曲モーメント  $M = 360\,000 \text{ cmkg}$  に依つて生ずる應力の値を計算して見る。但し鋼筋は日本標準規格の工形鋼  $200 \times 100$  であつて、 $A_s = 33.06 \text{ cm}^2$ ,  $I_{s,0} = 2175 \text{ cm}^4$  である。

先づ中立軸の位置は(449)式即ち矩形断面の(221)式に依つて

$$x = \frac{nA_s}{b} \left[ \sqrt{1 + \frac{2bh}{nA_s}} - 1 \right] = \frac{15 \times 33.06}{30} \left[ \sqrt{1 + \frac{2 \times 30 \times 30}{15 \times 33.06}} - 1 \right] = 19.04 \text{ cm}$$

となり、二次モーメント  $I_i$  は(451)式より

$$I_i = \frac{30}{3} \times 19.04^3 + 15 \times 33.06 (30 - 19.04)^2 + 15 \times 2175 = 161\,220 \text{ cm}^4$$

であつて、従つて(452)式より

$$\sigma_c = \frac{360\,000}{161\,220} \times 19.04 = 42.5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{s,0} = \frac{15 \times 360\,000}{161\,220} (30 - 19.04) = 367 \text{ kg/cm}^2,$$

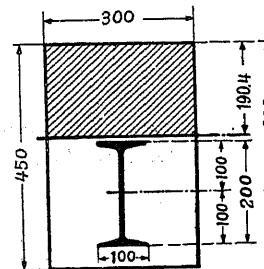
$$\sigma_{s,1} = \frac{15 \times 360\,000}{161\,220} (30 - 19.04 + 10) = 701 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{s,2} = \frac{15 \times 360\,000}{161\,220} (30 - 19.04 - 10) = 32 \text{ kg/cm}^2$$

となる。然るに之と比較するために  $I_{s,0}$  を無視して計算すれば  $I_i = 128\,590 \text{ cm}^4$  となり、従つて

$$\sigma_c = 53.3 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_s = 461 \text{ kg/cm}^2$$

となり、上記の値と多大の懸隔があることがわかる。



第270圖

## 第五章

### 桁に於ける剪應力、腹鐵筋及び附着應力の算法

#### 第一節 剪應力

##### § 114. 總說

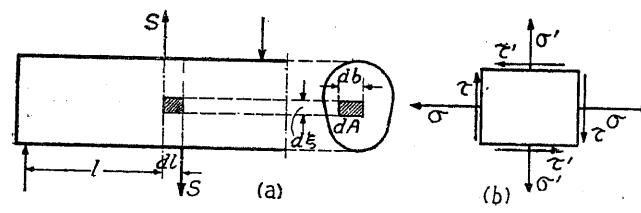
桁の断面には一般に曲モーメントの他に剪力が作用し、之に依つて垂面應力即ち曲應力の他に、接面應力即ち剪應力を生ずる。普通の鋼鐵構造物に於ては此の剪應力は第二義的な意味をしか有しないが、鐵筋コンクリート或はコンクリート桁に於ては、剪應力が甚だ重要なものになる。即ち第一編第二章に於て述べた如く、コンクリートの抗剪強度及自身の値は可成り大であつて、普通の鐵筋コンクリート桁若くはコンクリート桁が剪應力だけに依つて破壊することはないが、コンクリートの抗張強度が著しく小なるがために、剪應力の存在に依つて生ずる所謂斜張應力に依つて桁が破壊し、或は之に龜裂が生ずるからである。従つて理論的見地から見れば、上記の斜張應力を算出し、之に依つて桁を設計するのが合理的なのであるが、之は實際の場合可成り不便があるので、一般には桁の断面に作用する剪應力を以て斜張應力を判断する手段にし、また之に對する鐵筋即ち腹鐵筋の設計の基準とする。

さて鐵筋コンクリート桁の断面に作用する剪應力に就て考慮するに先立ち、先づ之に關する

一般の彈性理論を知る要がある。今第271圖(a)の桁の内部より  $db \cdot dl \cdot d\xi$  の任意の微量直六面體を取り出し、第271圖(b)に示すが如く此の直六面體の桁の横断面に平行なる  $db \cdot d\xi$  面に作用する垂面應力  $\sigma$ 、剪應力  $\tau$  と、桁の軸に平行なる  $db \cdot dl$  面に作用する  $\sigma'$  及び  $\tau'$  との平衡を考へる。之等の應力の  $l$  の方向及び  $\xi$  の方向の總和が零でなければならぬと言ふ平衡條件は、既に其まゝで満足せられるが、モーメントの平衡條件より

$$(\tau \cdot db \cdot d\xi) dl = (\tau' \cdot db \cdot dl) d\xi$$

の横断面に平行なる  $db \cdot d\xi$  面に作用する垂面應力  $\sigma$ 、剪應力  $\tau$  と、桁の軸に平行なる  $db \cdot dl$  面に作用する  $\sigma'$  及び  $\tau'$  との平衡を考へる。之等の應力の  $l$  の方向及び  $\xi$  の方向の總和が零でなければならぬと言ふ平衡條件は、既に其まゝで満足せられるが、モーメントの平衡條件より



第271圖

即ち

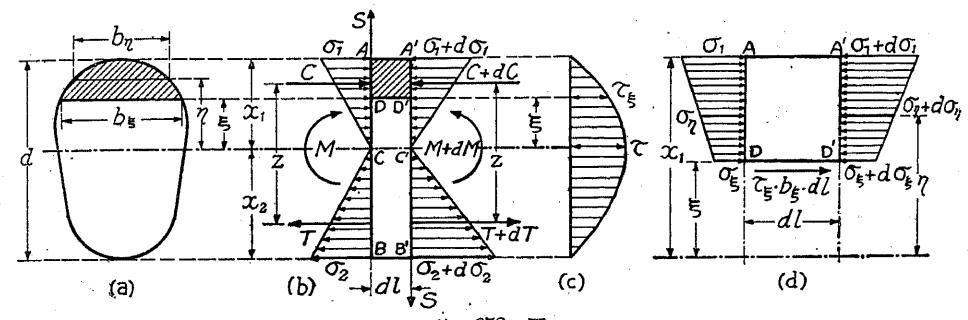
$$\tau = \tau'$$

となり、之に依つて任意の一点に於て互に直角なる面に互に直角の方向に作用する剪應力の値は相等しきこと、桁の横断面に就て言へば、横断面中任意の一點に作用する剪應力、所謂垂直剪應力(Vertical shearing stress)は此の點に於ける水平面に作用する所謂水平剪應力(Horizontal shearing stress)に相等しいと言ふ重要な定理が得られる。尚、以下すべての計算に於て剪力  $S$  及び剪應力  $\tau$  は第271圖(a)及び(b)に示せる方向に作用する場合を正と規約する。

第271圖の如く桁の任意の断面に  $S$  なる剪力が作用するものとすれば、断面に作用する剪應力の總和は  $S$  に相等しくなければならないから

$$\int \tau dA = S \quad (453)$$

なる平衡條件が成立する。然し之れ丈けでは剪應力の分布狀態を求めるることは出來ない。



第272圖

上述の如く、互に直角なる面内にあつて、互に直交する剪應力は常に相等しいから、桁の横断面に作用する垂直剪應力の代りに、之と直交する水平剪應力を求むればよい。今第271圖の等質桁より微小距離  $dl$  を有する二横断面  $A'B'$  及び  $A'D'$  にて限られる部分を取り出せば、此の兩面には § 72 で述べた如く第272圖(b)の様な垂面應力が作用する。次に此の兩断面の間にあつて、第272圖(b)或は(d)に示すが如く  $ADD'A'$  の部分の力の平衡に就て考へるに、此の部分の兩面即ち  $AD$  及び  $A'D'$  面に作用する垂面應力の差は、 $DD'$  面に作用する水平剪應力の和に等しい、即ち

$\xi$  中立軸より  $DD'$  面までの距離,

$\tau_\xi$   $DD'$  面に作用する水平剪應力、之はまた  $D$  或は  $D'$  に於て横断面に作用する垂直剪應力に等しい,

$b_\xi$   $DD'$  面の幅、 $\xi$  に於ける横断面の幅,

$\eta$  中立軸より任意の距離,

$\sigma_\eta$   $\eta$  に於ける  $AB$  面に作用する垂面應力,

$b_\eta$   $\eta$  に於ける横断面の幅

とすれば

$$\tau_\xi b_\xi d l = \int_{\xi}^{x_1} (\sigma_\eta + d\sigma_\eta) b_\eta d\eta - \int_{\xi}^{x_1} \sigma_\eta b_\eta d\eta = \int_{\xi}^{x_1} b_\eta d\sigma_\eta d\eta \quad (454)$$

即ち

$$\tau_\xi b_\xi = \int_{\xi}^{x_1} \left( \frac{d\sigma_\eta}{dl} \right) d\eta \quad (454a)$$

となる。然るに §72 の (151a) 式により  $\sigma_\eta = M/I \cdot \eta$  であつて、 $\eta$  及び  $I$  は断面の位置に無関係であるから

$$\frac{d\sigma_\eta}{dl} = \frac{\eta}{I} \cdot \frac{dM}{dl} = \frac{\eta}{I} S \quad (455)$$

となる。但し  $S$  は剪力であつて  $dM/dl = S$  なることは彈性理論より明かなることである。従つて (455) を (454a) に代入すれば

$$\tau_\xi = \frac{S}{b_\xi I} \int_{\xi}^{x_1} b_\eta \eta \cdot d\eta \quad (456)$$

となり、之に依つて桁の任意の點に於ける剪應力を計算することが出来る。茲に於て上式右邊の積分は明かに第 272 圖 (a) に於て斜線を施せる面積の中立軸のまはりの一次モーメント  $G_\xi$  であるから  $\tau_\xi$  は

$$\tau_\xi = \frac{SG_\xi}{Ib_\xi} \quad (456a)$$

となる。但し上式に於ける  $I$  は、横断面の中立軸のまはりの二次モーメントであることは言ふまでもない。また中立軸のまはりの横断面の一次モーメントは零であるから、今第 272 圖に於て斜線を施さない面積の中立軸のまはりの一次モーメントを  $G'_\xi$  とすれば

$$G_\xi + G'_\xi = \int_{\xi}^{x_1} b_\eta \eta d\eta + \int_{-x_2}^{\xi} b_\eta \eta d\eta = \int_{-x_2}^{x_1} b_\eta \eta d\eta = 0$$

であるから (456a) 式は

$$\tau_\xi = -\frac{SG'_\xi}{Ib_\xi} \quad (456b)$$

となる。尙ほ之は中立軸より上方を正、下方を負として  $G_\xi$  及び  $G'_\xi$  を代數的に考へた場合であるが、鐵筋コンクリートに於けるが如く、 $G_\xi$  及び  $G'_\xi$  に就て其の絶對値のみを考慮する場合には

$$\tau_\xi = \frac{SG_\xi}{Ib_\xi} = \frac{SG'_\xi}{Ib_\xi} \quad (456c)$$

でよい。

桁の横断面の上下の縁に於ては  $G_\xi = G'_\xi = 0$  であるから剪應力も零となり、また中立軸に於ては  $G_\xi$  は抗壓断面の一次モーメント  $G_c$  に等しく、 $G'_\xi$  は抗張断面の一次モーメント  $G_t$  に等しいから、代數的には

$$\tau = \frac{SG_c}{Ib_0} = -\frac{SG_t}{Ib_0}, \quad (457)$$

或は  $G_c$  及び  $G_t$  の絶對値に就て考へれば

$$\tau = \frac{SG_c}{Ib_0} = \frac{SG_t}{Ib_0} \quad (457a)$$

となる。但して  $\tau$  は中立軸に於ける剪應力、 $b_0$  は中立軸に於ける断面の幅である。然るに断面に作用する壓應力の總和を  $C$ 、張應力の總和を  $T$  とし、 $C$  と  $T$  との距離を  $z$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{I}{x_1} \sigma_1 = \frac{I}{x_2} \sigma_2 = Cz = Tz, \\ C &= \frac{\sigma_1}{x_1} \int_0^{x_1} b_\eta \eta d\eta = \frac{\sigma_1}{x_1} G_c, \quad T = \frac{\sigma_2}{x_2} \int_0^{x_2} b_\eta \eta d\eta = \frac{\sigma_2}{x_2} G_t \end{aligned} \right\} \quad (458)$$

であるから

$$z = \frac{I}{G_c} = \frac{I}{G_t} \quad (458a)$$

となり、従つて中立軸に於ける剪應力  $\tau$  は

$$\tau = \frac{S}{b_0 z} \quad (459)$$

と書き改めることが出来る。此の (459) 式は、上記の等質桁の場合のみならず、鐵筋コンクリート桁に於ても成立する重要な式である。

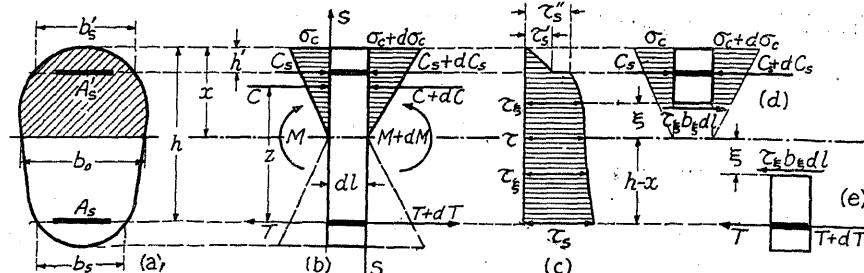
上式の結果より、一般に桁の横断面に於ける剪應力の分布として第 272 圖 (c) が得られる。特に  $b_\eta$  または  $b_\xi$  が一定なる場合には拋物線となり、 $\tau_\xi$  は中立軸に於て最大となるものである。

### § 115. 鐵筋コンクリート桁の剪應力の一般解法

上記のこととはすべて等質料材よりなる桁に就ての理論であるが、鐵筋コンクリート桁に於ては中立軸の位置、一次モーメント及び二次モーメントの計算に於て鐵筋の影響を加算し、且つコンクリートの張應力に關する假定を考慮すればよい。

今普通の鐵筋コンクリート桁の假定に従へば、垂面應力の分布は第 273 圖 (b) の如くになつて、之は既に第三章乃至第四章に於て詳細に論じた所である。尙剪應力の計算に於ては鐵筋は個々のものに獨立せず、第 273 圖 (a) に示すが如く幅全體に均等に分布せるものと考へる。普通の等質桁と異なり鐵筋コンクリート桁に於ては、 $\xi$  の位置に依つて之を一般に 3 場合に區別

しなければならない。



第 273 圖

#### a. $x \geq \xi \geq x - h'$ の場合

即ち抗圧鉄筋とコンクリートの抗圧表面との間の剪應力を求めるのであつて、此の場合には  $\xi$  より上の部分にはコンクリートの壓應力のみが作用するから

$$\tau_{\xi} b_{\xi} dl = \int_{\xi}^x b_{\eta} d\sigma_{\eta} d\eta$$

である。然るに

$$\sigma_{\eta} = \frac{M}{I_i} \eta, \quad \frac{d\sigma_{\eta}}{dl} = \frac{\eta}{I_i} \cdot \frac{dM}{dl} = \frac{S\eta}{I_i}. \quad (460)$$

であるから (456) 及び (456a) と同様に

$$\tau_{\xi} = \frac{S}{I_i b_{\xi}} \int_{\xi}^x b_{\eta} \eta d\eta = \frac{SG_{\xi}}{I_i b_{\xi}} \quad (461)$$

を得る。但し茲に  $I_i$  は有効等値断面の二次モーメントであつて  $I_i = I_c + nI_s + nI'_s$  である。

#### b. $x - h' \geq \xi \geq 0$ の場合

抗圧鉄筋と中立軸との間の剪應力を就て考慮する場合には、第 273 圖 (d) に示すが如く、コンクリートの壓應力の他に、抗圧鉄筋に作用する壓應力も考へねばならない。即ち此の場合には

$$\tau_{\xi} b_{\xi} dl = \int_{\xi}^x b_{\eta} d\sigma_{\eta} d\eta + dC_s$$

である。然るに

$$C_s = \sigma_s' A_s' = n \frac{M}{I_i} (x - h') A_s', \quad \frac{dC_s}{dl} = \frac{n A_s' (x - h')}{I_i} S \quad (462)$$

であるから  $\tau_{\xi}$  は

$$\tau_{\xi} = \frac{S}{I_i b_{\xi}} \left[ \int_{\xi}^x b_{\eta} d\eta + n A_s' (x - h') \right] \quad (463)$$

或は

$$\tau_{\xi} = \frac{S}{I_i b_{\xi}} (G_{\xi} + n G_s') \quad (463a)$$

となる。但し  $G_s'$  は抗圧鉄筋の中立軸のまわりの一次モーメントである。

#### c. 抗張部分に於ける剪應力

断面の抗張部分に於ては、第 273 圖 (e) に示すが如く、コンクリートに垂面應力が作用したものと假定するから、

$$\tau_{\xi} b_{\xi} dl = dT$$

であつて

$$T = \sigma_s A_s = n \frac{M}{I_i} (h - x) A_s, \quad \frac{dT}{dl} = \frac{n A_s (h - x)}{I_i} S \quad (464)$$

を考慮すれば

$$\tau_{\xi} = \frac{S \cdot n A_s (h - x)}{I_i b_{\xi}} = n \frac{SG_s}{I_i b_{\xi}} \quad (465)$$

となる。但し  $G_s$  は抗張鉄筋の中立軸のまわりの一次モーメントの絶対値である。

之等の式に依つて鐵筋コンクリート柱の断面に剪力  $S$  に依つて生ずる剪應力の値を計算し得るのであるが、特に中立軸に於ける剪應力を  $\tau$  とすれば、(463a) 或は (465) 式に於て

$$b_{\xi} = b_0, \quad G_{\xi} = G_c$$

とすることに依り

$$\tau = \frac{S(G_c + nG_s')}{I_i b_0}, \quad \tau = n \frac{SG_s}{I_i b_0} \quad (466)$$

となり、中立軸の條件に依り  $G_c + nG_s' = nG_s$  なることを考慮すれば、(466) の兩式は全く相等しい値を與へる。また (205) 或は (205a) に依つて

$$z = \frac{I_i}{G_c + nG_s'} = \frac{I_i}{nG_s} \quad (467)$$

なるに依り、(466) 式は § 114 の (459) 式と相等しく

$$\tau = \frac{S}{b_0 z} \quad (466a)$$

となる。此の  $\tau$  を利用すれば、中立軸より以下の部分に於ける剪應力は一般に

$$\tau_{\xi} = \frac{b_0}{b_{\xi}} \tau \quad (465a)$$

となる。

上記の如く中立軸に於ては (463) 或は (463a) 式と (465) 式とは同一の値  $\tau$  を與へるが、抗圧鉄筋の位置即ち  $\xi = x - h'$  に於ては、(461) 式と (463) 或は (463a) 式とは同一の値を與へない。即ち  $\xi = x - h'$ ,  $b_{\xi} = b_s'$  として (461) 式より得らるゝものを  $\tau_s'$ , (463) 或は (463a) 式より得らるゝものを  $\tau_s''$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} \xi = x - h' + 0: \quad \tau_s' &= \frac{S}{I_i b_s'} \int_{x-h'}^x b_n \eta d\eta = \frac{S G_{x-h'}}{I_i b_s'}, \\ \xi = x - h' - 0: \quad \tau_s'' &= \frac{S}{I_i b_s'} \left[ \int_{x-h'}^x b_n \eta d\eta + n A_s' (x - h') \right] \\ &= \frac{S (G_{x-h'} + n G_s')}{I_i b_s'} \end{aligned} \right\} \quad (468)$$

となり、此處で第273図(c)に示すが如くに剪應力は段階をなし、其の差

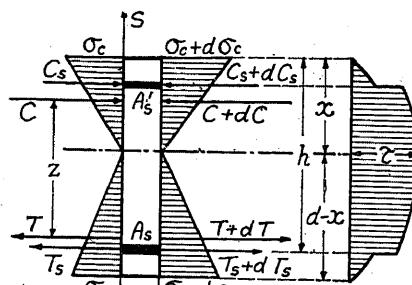
$$\tau_s'' - \tau_s' = n \frac{S G_s'}{I_i b_s'}$$

は即ち抗壓鋼筋の存在に依るものである。従つて抗壓鋼筋の無い場合には、剪應力は不連續點を示さず、(461)式が  $x \geq \xi \geq 0$  に對して成立するものである。

最後に抗張鋼筋の位置に於ける剪應力を  $\tau_s$  とし、此の位置に於ける幅を  $b_s$  とすれば、(465) 或は(465a)式より

$$\tau_s = n \frac{S G_s}{I_i b_s} = \frac{b_0}{b_s} \tau \quad (469)$$

となる。そして抗張鋼筋より下方の部分には何等の應力も存在しないものと假定するから、剪應力は第273図(c)に示すが如く、此の點に於て  $\tau_s$  より急に零になる。



第274図

上記諸式はすべて一般假定に従ひコンクリートの張應力を無視した場合であるが、之を考慮しても、抗壓部分及び中立軸に於ける剪應力の算式には何等の變化もない。たゞ  $I_i$  及び  $z$  の値に對して §75に於て與へられたる値を代入すればよい丈である。然し抗張部分の剪應力に對しては(465)或は(465a)式は適用されない。今第274図に従つて一般に  $E_t < E_c$ ,  $E_t = r E_c$  とすれば、中立軸より  $\xi$  なる距離に於けるコンクリートの張應力  $\sigma_\eta$  は

$$\sigma_\eta = r \frac{M}{I_i} \eta, \quad \text{従つて} \quad \frac{d\sigma_\eta}{dl} = \frac{r \eta}{I_i} \cdot \frac{dM}{dl} = \frac{r S}{I_i} \eta$$

であるから

$$\left. \begin{aligned} h - x \leq \xi \leq d - x: \quad \tau_\xi &= \frac{r S}{I_i b_\xi} \int_{\xi}^{d-x} b_n \eta d\eta, \\ 0 \leq \xi \leq h - x: \quad \tau_\xi &= \frac{S}{I_i b_\xi} \left[ r \int_{\xi}^{d-x} b_n \eta d\eta + n A_s (h - x) \right] \end{aligned} \right\} \quad (470)$$

となり、其の分布は第274図に示す如くになる。此の第二式に於て  $\xi = 0$  とすれば、中立軸に

於ける剪應力として

$$\tau = \frac{S}{I_i b_0} \left[ r \int_0^{d-x} b_n \eta d\eta + n A_s (h - x) \right] = \frac{S (r G_t + n G_s)}{I_i b_0} \quad (470a)$$

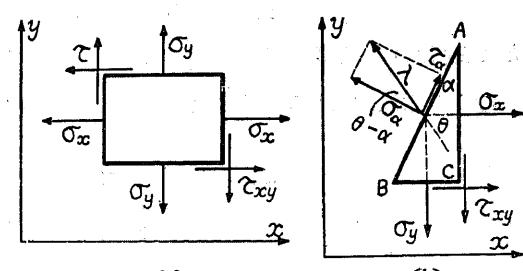
を得、(189)に依つて  $I_i = (r G_t + n G_s) z$

であるから上式は全く(466a)式と相等しきものになる。尙、 $E_c = E_t$  とする場合には  $r = 1$  とすればよい。

### § 116. 主應力及び最大剪應力

今迄はすべて柄の横断面に作用する垂面應力及び剪應力に就て論じたのであるが、部材の應力狀態をより詳細に検討するためには、柄のみならず他の種類の部材に於ても、其の中の一間に生ずる應力の最大値と其の方向とを知る必要がある。之は主應力及び最大剪應力の値と、其の方向とを求めることに依つて解決され、主應力に就ては之迄屢々論及した所であるが、柄に於ては之が特に重要であるから其の要旨を茲に要約する。

今、平面應力狀態の問題として、一般に部材内部の或一點に於ける微量直六面體に第275圖(a)に示すが如き應力が作用するものとすれば之等の應力は必ずしも此の點に作用する最大應力ではない。それで此の點に於て  $y$  軸と  $\alpha$  なる角度をなす面  $AB$  に、第275圖(b)の如く  $\lambda$  なる應力が作用するものとすれば、 $\lambda$  は  $AB$  に垂直なる垂面應力  $\sigma_\alpha$  、之に直角なる剪應力  $\tau_\alpha$  とに分たれる。即ち



第275圖

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\alpha &= \lambda \cos(\theta - \alpha) = \lambda \cos \theta \cos \alpha + \lambda \sin \theta \sin \alpha, \\ \tau_\alpha &= \lambda \sin(\theta - \alpha) = \lambda \sin \theta \cos \alpha - \lambda \cos \theta \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (471)$$

である。然るに第275圖(b)に於て  $AB$  の長さを 1 とすれば、 $AC = \cos \alpha$ ,  $BC = \sin \alpha$  であるから、三角形  $ABC$  に作用する力の水平分力の總和及び垂直分力の總和が零である條件より

$$\lambda \cos \theta = \sigma_x \cos \alpha + \tau_{xy} \sin \alpha, \quad \lambda \sin \theta = \sigma_y \sin \alpha + \tau_{xy} \cos \alpha$$

であつて、之を(471)に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\alpha &= \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + 2 \tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \\ &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha, \\ \tau_\alpha &= (\sigma_y - \sigma_x) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \\ &= \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (472)$$

となる。

茲に於て  $\sigma_a$  を最大或は最小にする様な  $\alpha$  の値を求めるために、(472) の  $\sigma_a$  を  $\alpha$  で微分し之を零と置けば

$$\frac{d\sigma_a}{d\alpha} = (\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\alpha + 2\tau_{xy} \cos 2\alpha = 2\tau_a = 0,$$

即ち  $\tau_a$  が零である様な面に於て  $\sigma_a$  は最大或は最小となる。此面は主應力面 (Principal plane) と呼ばれ、其の  $y$  軸に對する傾き  $\alpha$  は上式より

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (473)$$

となる。然るに (473) の方程式は  $2\alpha + 180^\circ$  に依つても満足せられるから、(473) の根は一般に  $\alpha_1$  及び  $\alpha_1 + 90^\circ$  の二つであつて、従つて主應力面は一般に 2 個あつて互に垂直である。そして  $\alpha_1$  面に作用する  $\sigma_a$  を  $\sigma_1$  とし、 $\alpha_1 + 90^\circ$  の面に作用する  $\sigma_a$  を  $\sigma_2$  とすれば、 $\sigma_1$  及び  $\sigma_2$  は此の場合に於ける最大及び最小値であつて、之を主應力 (Princical stress) と呼び、其の値は

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{array} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (474)$$

となる。此の  $\sigma_1$  及び  $\sigma_2$  は主應力面に垂直であつて、且つ互に垂直に作用することは勿論である。次に  $\tau_a$  を最大ならしめる様な  $\alpha$  を求めるために、(472) の  $\tau_a$  を  $\alpha$  にて微分し之を零と置けば

$$\frac{d\tau_a}{d\alpha} = (\sigma_y - \sigma_x) \cos 2\alpha - 2\tau_{xy} \sin 2\alpha = 0$$

即ち

$$\tan 2\alpha = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2\tau_{xy}} \quad (475)$$

となり、此の方程式を満足する面は主應力面と同様に互に垂直なる 2 個の面であつて、之を最大剪應力面 (Maximum shearing stress plane) と呼ぶ。最大剪應力面に作用する  $\tau_a$  は最大値であつて、其の値は

$$\tau_{max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (476)$$

である。尚上記 (473) 及び (475) より明かなるが如く最大剪應力面は主應力面と  $45^\circ$  の傾きを示すものである。

上記の理論を桁の彎曲の場合に適用するに、先づ等質材料の桁に於ては、横断面と垂直なる面に作用する垂面應力は一般に殆んど零に等しく、之を無視するのが常であるから  $\sigma_y = 0$  とし  $\sigma_x$  及び  $\tau_{xy}$  を桁の横断面に作用する垂面應力  $\sigma$  及び剪應力  $\tau$  とすれば

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{array} \right\} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}, \quad \tan 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma}, \quad (477)$$

$$\tau_{max} = \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}, \quad \tan 2\alpha = -\frac{\sigma}{2\tau} \quad (477a)$$

となる。然るに中立軸に於ては  $\sigma = 0$  なるにより

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1, \sigma_2 = \pm \tau, \\ \tau_{max} = \pm \tau, \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \tan 2\alpha = \infty, \\ \tan 2\alpha = 0, \end{array} \quad \begin{array}{l} \alpha = 45^\circ, 135^\circ, \\ \alpha = 0, 90^\circ, \end{array}$$

即ち主應力及び最大剪應力の絶対値はすべて中立軸に於て横断面に作用する剪應力  $\tau$  に等しく主應力の作用線は中立軸線と  $45^\circ$  の角度をなし、且つ  $\tau$  が自身が最大剪應力であることがわかる。また上下の桁の縁維に於ては、 $\tau = 0$  なるに依り

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 0, \\ \tau_{max} = \pm \sigma/2, \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \tan 2\alpha = 0, \\ \tan 2\alpha = \infty, \end{array} \quad \begin{array}{l} \alpha = 0, 90^\circ, \\ \alpha = 45^\circ, 135^\circ, \end{array}$$

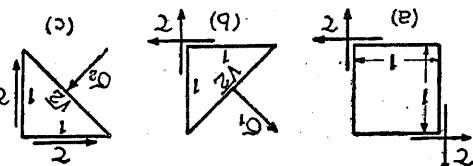
即ち桁の縁維に於ては  $\sigma$  が自身が主應力の一つとなり、之と直角なる主應力は零、最大剪應力の値は  $\sigma/2$  に等しく、最大剪應力面は軸の方向と  $45^\circ$  の角度をなすことがわかる。

鋼筋コンクリート桁の抗壓部分に對しては、上記の事項が其のまゝ適用される。即ち抗壓縁維に於ては  $\sigma$  が主應力の一であつて、之に直角なる主應力は零、 $\tau_{max}$  は  $\sigma/2$  に等しく、其の方向は  $\sigma$  と  $45^\circ$  の方向であり、中立軸に於ては主應力の値は  $\tau$  に等しく、其の方向は中立軸線と  $45^\circ$  の角度をなし、 $\tau_{max}$  は中立軸に於ける剪應力  $\tau$  に等しい。鋼筋コンクリート桁に於て其の抗張部分に作用する張應力を無視すれば、此の部分の横断面には剪應力が作用するだけであるから、抗張部分の各點に於て (477) 及び (477a) 式より

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1, \sigma_2 = \pm \tau, \\ \tau_{max} = \pm \tau, \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = 45^\circ, 135^\circ, \\ \alpha = 0, 90^\circ \end{array} \right\} \quad (478)$$

が成立する。即ち主應力  $\sigma_1, \sigma_2$  はすべて  $\tau$  に等しく、其の作用方向は桁の軸の方向と  $45^\circ$  の角度をなし、横断面及び之に垂直なる水平面に作用する剪應力が最大剪應力となる。

鋼筋コンクリート桁の抗張部分に於ける主應力  $\sigma_1, \sigma_2$  は之を第 276 圖の如くにして直接に求めることも出来る。即ち第 276 圖に於て



$$\sigma_1 \sqrt{2} = 2\tau \cos 45^\circ, \quad \sigma_1 = \tau,$$

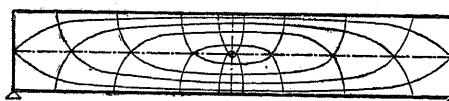
$$\sigma_2 \sqrt{2} = 2\tau \cos 45^\circ, \quad \sigma_2 = \tau$$

であるからである。

第 276 圖或は (478) 式より明かなるが如く、 $\sigma_1$  は張應力であつて、 $\sigma_2$  は壓應力となる。従つ

て  $\sigma_2$  はコンクリートに依つて充分に抵抗されるのであるが、 $\sigma_1$  に對してはコンクリートは充分でない。それはコンクリートの抗張强度が小であるからであつて、従つて  $\sigma_1$  に對しては鋼筋に依つて補強する必要がある。此の意味に於て、鋼筋コンクリート桁の主張應力  $\sigma_1$  は非常に重要な意味を有し、一般に之を斜張應力 (Diagonal tension) と呼び、剪應力に對する鋼筋即ち腹鋼筋の設計の基準をなすものである。

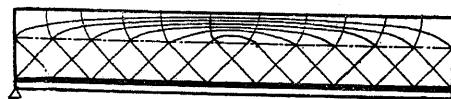
尙ほ上述の關係は第 277 圖及び第 278 圖に示すが如き主應力線及び最大剪應力線を描けば、之を最も明瞭に了解することが出来る。主應力線及び最大剪應力線とは、之等の曲線の任意の一點の切線が、此の點に於ける主應力或は最大剪應力の作用線と一致するやうな曲線である。第 277 圖は等質桁の場合、第 278 圖はコンクリートの張應力を無視せる鋼筋コンクリート桁に關するものであつて、そのうち (a) は主應力線、(b) は最大剪應力線を示す。



第 277 圖 (a)



第 277 圖 (b)



第 278 圖 (a)



第 278 圖 (b)

### § 117. 矩形断面の剪應力

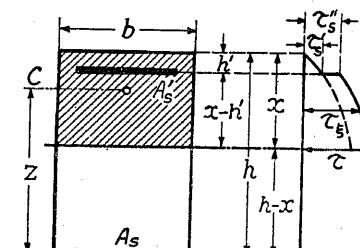
第 279 圖の複鋼筋矩形断面に於ては

$$b_0 = b_{\xi} = b_{\eta} = b,$$

$$G_{\xi} = \int_{\xi}^x b_{\xi} \gamma d\eta = \frac{b}{2} (x^2 - \xi^2)$$

であり、且つ第四章第一節の § 87 に依つて

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \frac{b x^3}{2}, & G'_s &= A_s' (x - h'), & G_s &= A_s (h - x), & G_c + n G'_s &= n G_s, \\ I_t &= \frac{b x^3}{3} + n A_s' (x - h')^2 + n A_s (h - x)^2 \\ &= \frac{b x^2}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) + n A_s' (h - h')(x - h'), \\ z &= \frac{I_t}{G_c + n G'_s} = \frac{I_t}{n G_s} \end{aligned} \right\} \quad (479)$$



第 279 圖

であるから、§ 115 の一般解に之等の値を代入すれば

$$x \geq \xi \geq x - h': \tau_{\xi} = \frac{S G_{\xi}}{b I_t} = \frac{S}{2 I_t} (x^2 - \xi^2), \quad (480)$$

$$x - h' \geq \xi \geq 0: \tau_{\xi} = \frac{S (G_{\xi} + n G'_s)}{b I_t} = \frac{S}{b I_t} \left[ \frac{b}{2} (x^2 - \xi^2) + n A_s' (x - h') \right], \quad (480a)$$

$\xi = 0$  及び抗張部分:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{S (G_c + n G'_s)}{b I_t} = \frac{S}{b I_t} \left[ \frac{b x^2}{2} + n A_s' (x - h') \right] \\ &= \frac{S \cdot n G_s}{b I_t} = \frac{S \cdot n A_s (h - x)}{b I_t} = \frac{S}{b z} \end{aligned} \right\} \quad (481)$$

となる。之等の式に依つて得らるゝ剪應力の分布は第 279 圖に示すが如く、抗張部分に於ける剪應力は  $\tau$  に等しく、抗壓部分では抗壓鋼筋の位置にて不連續なる拠物線を示し、殊に  $\xi = x - h'$  に於ける  $\tau_s'$  及び  $\tau_s''$  は

$$\left. \begin{aligned} \tau_s' &= \frac{S}{2 I_t} [x^2 - (x - h')^2] = \frac{S}{I_t} \left( x - \frac{h'}{2} \right) h', \\ \tau_s'' &= \tau_s' + \frac{S}{b I_t} n A_s' (x - h') \end{aligned} \right\} \quad (482)$$

となる。

單鋼筋矩形断面に對しては、前記諸式に於て  $A_s' = 0$  とすればよい。即ち

$$x = k h, \quad z = h - \frac{x}{3} = \left( 1 - \frac{k}{3} \right) h = j h$$

とすれば、中立軸及び抗張部分に對しては

$$\tau = \frac{S}{b z} = \frac{S}{b (h - \frac{x}{3})} = \frac{3}{3 - k} \cdot \frac{S}{b h} = \frac{1}{j} \cdot \frac{S}{b h}, \quad (483)$$

抗壓部分に對しては

$$\tau_{\xi} = \frac{S}{2 I_t} (x^2 - \xi^2) = \tau \left[ 1 - \left( \frac{\xi}{x} \right)^2 \right] \quad (483a)$$

となる。單鋼筋矩形断面に於ては、第 83 表に示すが如く  $j$  の値は大略  $7/8$  に等しい。それで中立軸に於ける剪應力の近似値は、(483) より

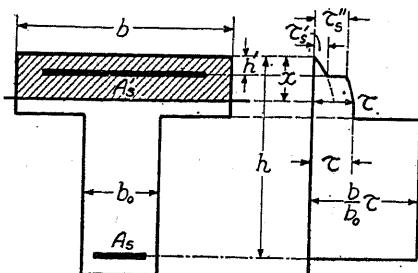
$$\tau = \frac{8}{7} \cdot \frac{S}{b h} \quad (483b)$$

に依つて求めることが出来る。

### § 118. T 形断面の剪應力

#### I) 中立軸が突縁内にある場合 ( $x \leq t$ , 第 280 圖)

剪應力の計算に於ては中立軸以下の断面の形狀を考慮するから、中立軸が突縁内にある場合



第 280 圖

適用されるのである。

抗張部分に於ては断面の幅が變化することを考へねばならない。即ち中立軸と突縁下邊との間では、剪應力は中立軸に於ける剪應力  $\tau = S/bz$  に等しく、突縁下邊と抗張鐵筋との間に於ては

$$\tau_s = \frac{b}{b_0} \tau = \frac{S}{b_0 z} \quad (484)$$

である。

## 2) 中立軸が腹部にある場合

( $x \geq t$ , 第 281 圖)

### a. 腹部の壓應力を考慮する嚴密解法

此の場合は § 95, 1) に従つて

$$G_o = \frac{b}{2} x^2 - \frac{(b-b_0)}{2} (x-t)^2,$$

$$G_s = A_s (h-x), \quad G_s' = A_s (x-h'),$$

$$I_i = \frac{1}{3} [b x^3 - (b-b_0)(x-t)^3] + n [A_s (h-x)^2 + A_s' (x-h')^2],$$

$$z = \frac{I_i}{G_o + n G_s'} = \frac{I_i}{n G_s} \quad (485)$$

であつて、断面の幅が變化することを考慮すれば、抗壓部分に於て、中立軸より  $\xi$  なる距離に於ける剪應力  $\tau_\xi$  は

$$\begin{aligned} x \geq \xi \geq x-h': & \quad \tau_\xi = \frac{S}{2 I_i} (x^2 - \xi^2), \\ x-h' \geq \xi \geq x-t: & \quad \tau_\xi = \frac{S}{b I_i} \left[ \frac{b}{2} (x^2 - \xi^2) + n A_s' (x-h') \right], \\ x-t \geq \xi \geq 0: & \quad \tau_\xi = \frac{S}{b_0 I_i} \left[ \frac{b}{2} \{x^2 - (x-t)^2\} + \frac{b_0}{2} \{(x-t)^2 - \xi^2\} \right. \\ & \quad \left. + n A_s' (x-h') \right], \\ \xi = 0: & \quad \tau = \frac{S}{b_0 I_i} \left[ \frac{b}{2} x^2 - \frac{b-b_0}{2} (x-t)^2 + n A_s' (x-h') \right] \\ & = \frac{S}{b_0 I_i} n A_s (h-x) = \frac{S}{b_0 z} \end{aligned} \quad (486)$$

に、之に對し矩形断面の公式をそのまま適用することは出來ない。然し中立軸が突縁部分にある場合には、其の垂面應力の分布は全く矩形断面と同一であるから、一次モーメント、二次モーメント及び  $z$  に對しては矩形断面の公式 (479) が適用され、また抗壓部分の剪應力に對しては全く矩形断面と同一の公式でよい。即ち (480) 乃至 (481) が

となる。其の分布の有様は第 281 圖に示すが如く、 $\xi = x - h'$ ,  $\xi = x - t$  で不連續であつて

$$\begin{aligned} \xi = x - h': & \quad \tau_{s'} = \frac{S}{2 I_i} [x^2 - (x-h')^2] = \frac{S}{I_i} \left( x - \frac{h'}{2} \right) h', \\ \tau_{s''} = \tau_{s'} + \frac{S}{b I_i} n A_s' (x-h'), \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (487)$$

$$\begin{aligned} \xi = x - t: & \quad \tau_t = \frac{S}{b I_i} \left[ b t \left( x - \frac{t}{2} \right) + n A_s' (x-h') \right], \\ \tau_t' = \tau_t \frac{b}{b_0}, \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (488)$$

である。

中立軸以下の抗張部分の剪應力は、中立軸に於ける剪應力  $\tau = S/b_0 z$  に等しいことは言ふまでもない。

**單鐵筋T形断面の場合には上式に於てすべて  $A_s' = 0$  とすればよい。**

### b. 腹部の壓應力を省略する近似解法

腹部に作用する壓應力を省略することは、前記諸式に於ける一次モーメント、二次モーメント及び  $z$  の計算に於て  $b_0 = 0$  とすることに等しい。それで (485) 式に於て  $b_0 = 0$  とすれば

$$\begin{aligned} G_o &= b t \left( x - \frac{t}{2} \right), \\ I_i &= \frac{b}{3} [x^3 - (x-t)^3] + n [A_s (h-x)^2 + A_s' (x-h')^2] \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (485a)$$

となり、剪應力は

$$\begin{aligned} x \geq \xi \geq x-h': & \quad \tau_\xi = \frac{S}{2 I_i} (x^2 - \xi^2), \\ x-h' \geq \xi \geq x-t: & \quad \tau_\xi = \frac{S}{b I_i} \left[ \frac{b}{2} (x^2 - \xi^2) + n A_s' (x-h') \right], \\ x-t \geq \xi: & \quad \tau_\xi = \frac{S}{b_0 I_i} \left[ \frac{b}{2} \{x^2 - (x-t)^2\} + n A_s' (x-h') \right], \\ & = \frac{S}{b_0 I_i} n A_s (h-x) = \frac{S}{b_0 z} = \tau \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (489)$$

となり、突縁中の剪應力に對しては (486) と同じ形の公式が適用されるが、突縁下邊より抗張鐵筋に至る間の剪應力は、すべて中立軸の剪應力と相等しくなることがわかる。

此の場合に於て單鐵筋断面に對して  $A_s' = 0$  とすれば

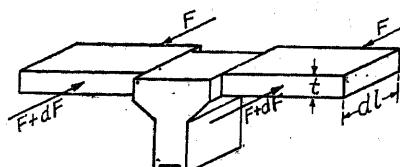
$$\tau = \frac{S}{b_0 z} = \frac{S}{I_i} \cdot \frac{b t}{b_0} \left( x - \frac{t}{2} \right) \quad (490)$$

となり、更に略算法として  $z = h - t/2$  とすれば

$$\tau = \frac{S}{b_0 \left( h - \frac{t}{2} \right)} \quad (491)$$

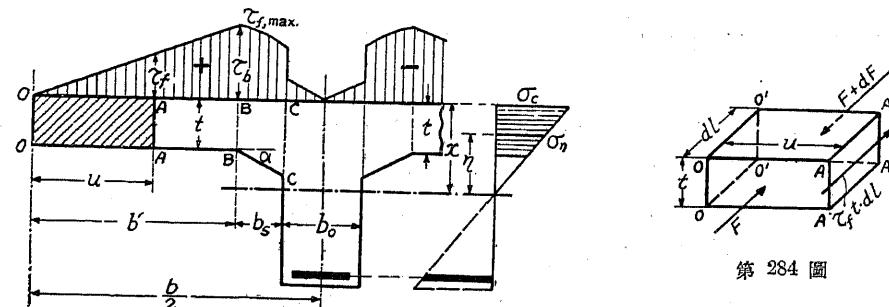
となる。

### § 119. T形断面の突縁に作用する剪應力



第 282 圖

T形断面の抗壓突縁の幅が  $b_0$  或は  $t$  に比して著しく大となれば、第四章第二節 § 91 に述べた如く、腹部に作用する剪應力  $\tau$  よりも、突縁と腹部との結合面に作用する剪應力の方が大となつて、第 282 圖に示す様に剪断する虞れがある。此の様に突縁の外方部分が中央部分に對して相對的に變移せんとする傾向は、第 282 圖に示す様に、此の部分の両面に作用する垂面力の差に基づく。



第 283 圖

今、中立軸が突縁中にない普通の場合に對し、抗壓鋼筋を省略して第 283 圖の AA' 面に作用する水平剪應力を  $\tau_f$  とすれば、第 284 圖より

$$\tau_f \cdot t \cdot dl = dF \quad \text{即ち} \quad \tau_f = \frac{1}{t} \cdot \frac{dF}{dl} \quad (492)$$

である。然るに  $F$  は第 283 圖の OA 間に作用する全壓應力であつて、中立軸より  $\eta$  なる距離に於ける壓應力  $\sigma_\eta$  は  $M/I_i \cdot \eta$  であるから

$$F = \int_{x-t}^x u \sigma_\eta dx = \frac{M u}{I_i} \int_{x-t}^x \eta dx = \frac{M u}{2 I_i} [x^2 - (x-t)^2] = \frac{M u t}{I_i} \left( x - \frac{t}{2} \right) \quad (493)$$

であるから、 $dM/dl = S$  なるにより

$$\frac{dF}{dl} = \frac{u}{2 I_i} [x^2 - (x-t)^2] S = \frac{u t}{I_i} \left( x - \frac{t}{2} \right) S, \quad (493a)$$

$$\tau_f = \frac{S}{I_i} \cdot \frac{u}{2 t} [x^2 - (x-t)^2] = \frac{S}{I_i} \left( x - \frac{t}{2} \right) u \quad (494)$$

となる。即ち  $\tau_f$  は  $u$  に正比例して増大し、其の最大値は第 283 圖の BB' 面に於て起る。故に (494) 式に於て  $u = b'$  とすれば

$$\tau_{f,\max} = \frac{S}{I_i} \cdot \frac{b'}{2 t} [x^2 - (x-t)^2] = \frac{S}{I_i} \left( x - \frac{t}{2} \right) b' \quad (494a)$$

を得る。

次に隅縁の部分に於ける  $\tau_f$  の値であるが、普通の場合には一般に  $\tau_{f,\max}$  より小になる。今第 285 圖に従つて  $\tan \alpha = \varphi$  とすれば、此の場合  $\tau_f$  の作用する面積は  $[t + \varphi(u - b')]dl$  であるから

$$\tau_f = \frac{1}{t + \varphi(u - b')} \cdot \frac{dF}{dl} \quad (495)$$

である。然るに此の隅縁部分に作用する僅少の壓應力を省略

すれば、 $dF/dl$  に對しては (439a) が適用されるから、此の場合には (494) の代りに

$$\tau_f = \frac{S}{I_i} \cdot \frac{u [x^2 - (x-t)^2]}{2[t + \varphi(u - b')]} = \frac{S \left( x - \frac{t}{2} \right)}{I_i} \cdot \frac{ut}{t + \varphi(u - b')} \quad (496)$$

となる。

今、隅縁部に於ける  $\tau_f$  の增加或は減少の程度を求めるために、(496) の  $\tau_f$  を  $u$  に就て微分すれば

$$\frac{d\tau_f}{du} = \frac{S \left( x - \frac{t}{2} \right)}{I_i} \cdot \frac{t(t - \varphi b')}{[t + \varphi(u - b')]^2}$$

となり、之に依つて  $t > \varphi b'$  ならば  $d\tau_f/du$  は正となつて、隅縁部の  $\tau_f$  が  $\tau_{f,\max}$  より大となる。

故に隅縁部に於ける  $\tau_f$  が  $\tau_{f,\max}$  より大ならざるためには

$$t \leq \varphi b', \quad \text{即ち} \quad \varphi = \tan \alpha \geq \frac{t}{b'} \quad (497)$$

でなければならない。土木學會の示方書では  $b' \leq 5t$  として居るから、之に對しては

$$\varphi = \tan \alpha \geq \frac{1}{5}$$

で充分である。また獨逸の示方書では  $b' \leq 6t$  であるから、 $\varphi \geq 1/6$  で充分なのであるが、之に對し  $\varphi \geq 1/3$  と規定して居る。 $\varphi = 1/3$  とすれば

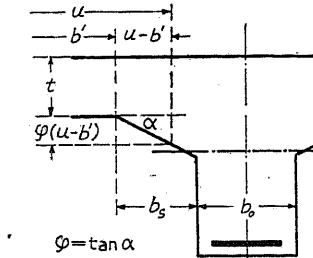
$$b' \geq 3t$$

で充分である。

更に突縁の剪應力  $\tau_{f,\max}$  が、腹部の最大剪應力  $\tau$  より大とならないためには、(490) 式と (494a) 式とを比較して

$$\frac{bt}{b_0} \geq b' \quad \text{即ち} \quad \frac{b}{b_0} \geq \frac{b'}{t} \quad (498)$$

なることが必要である。隅縁を無視して  $b = 2b' + b_0$  とすれば、上式より



第 285 圖

$$\left. \begin{array}{l} b_0 < 2t \text{ の場合: } b' \geq -\frac{b_0 t}{2t - b_0}, \\ b_0 \geq 2t \text{ の場合: } b' \leq +\frac{b_0 t}{b_0 - 2t} \end{array} \right\} \quad (498a)$$

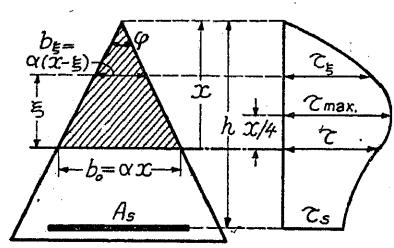
及び

$$b_0 \leq +\frac{2b't}{b'-t} \quad (498b)$$

を得る。(498a)式から見れば、土木學會の示方書の規定の如く  $b_0 \leq 2t$  の場合には、 $b'$  が如何に大であつても  $\tau_{f,max}$  は  $\tau$  より大なること、若し  $b_0 = 2.5t$  の場合には、上記の條件を満足するためには  $b' \leq 5t$  であるべきことがわかる。即ち  $b' \leq 5t$  の場合には  $b_0 \leq 2.5t$  とすることが出来る。これはまた(498b)式からも得られる。

上述の關係はすべて近似的理論的立場から考察したのであるが、實際の場合には突縁部に版としての鐵筋が多數配置せられるから、其の關係は非常に複雜となる。然し少くとも上記の關係を考慮してT形断面の桁を設計するのが至當であると思はれる。

### § 120. 三角形断面の剪應力



第 286 圖

第 286 圖の如き三角形断面の垂面應力に就ては既に §103 に於て詳述した所である。即ち §103 の (326), (332) 及び (335a) に従へば、單鐵筋断面に對しては

$$\left. \begin{array}{l} b_0 = \alpha x, \quad b_t = \alpha(x - \xi), \\ b_t = \alpha(x - \eta), \quad \alpha = 2 \tan \frac{\varphi}{2}, \\ I_i = \frac{\alpha x^3}{6} \left( h - \frac{x}{2} \right), z = h - \frac{x}{2} \end{array} \right\} \quad (499)$$

であつて、 $\xi$  より上の部分の一次モーメントは

$$G_\xi = \int_\xi^x b_t \eta d\eta = \alpha \int_\xi^x (x - \eta) \eta d\eta = \frac{b_t}{6} (x - \xi)(x + 2\xi)$$

であるから、抗壓部分の剪應力は

$$\xi \geq 0: \quad \tau_\xi = \frac{S G_\xi}{I_i b_\xi} = \frac{S}{6 I_i} (x - \xi)(x + 2\xi) \quad (500)$$

となり、特に中立軸に於ては  $\xi = 0$  であるから

$$\tau = \frac{S x^2}{6 I_i} = \frac{S}{\alpha x \left( h - \frac{x}{2} \right)} = \frac{S}{b_0 z} \quad (501)$$

となる。從つて抗張部分に於て中立軸より  $\xi$  なる距離の剪應力は

$$\tau_\xi = \tau \frac{b_\xi}{b_\xi} = \tau \frac{x}{x + \xi} = \frac{S}{b_\xi z}, \quad (502)$$

特に抗張鐵筋の位置に於ては  $\xi = h - x$  であるから

$$\tau_s = \tau \frac{x}{h} = \frac{S}{\alpha h z} \quad (503)$$

となる。

尚、 $\tau_\xi$  の最大値を求めるために、(500) の  $\tau_\xi$  を  $\xi$  にて微分し、之を零と置けば

$$\frac{d \tau_\xi}{d \xi} = \frac{S}{6 I_i} (x - 4\xi) = 0$$

即ち  $\xi = x/4$  に於て  $\tau_\xi$  は最大となり、其の値は

$$\tau_{max} = \frac{3}{16} \cdot \frac{S x^2}{I_i} = 1.125 \tau \quad (504)$$

である。

上式に於て特に注意すべきは、 $\alpha$  の値は勿論  $x$ ,  $I_i$  及び  $z$  等に影響を及ぼすものではあるが、剪應力の相對的變化に關しては  $\alpha$  は全然無關係であつて、たゞ  $\xi/x$  の比が影響を有するだけである。即ち  $\tau$  を基準とすれば(500) 及び(502) 式より

$$\left. \begin{array}{l} \text{抗壓部分: } \tau_\xi = \tau \left( 1 - \frac{\xi}{x} \right) \left( 1 + 2 \frac{\xi}{x} \right) \\ \text{抗張部分: } \tau_\xi = \frac{\tau}{1 + \frac{\xi}{x}} \end{array} \right\} \quad (505)$$

であつて、 $\tau_\xi$  は  $\alpha$  に全然無關係なることがわかる。(505) 式を計算した結果は第 90 表である。

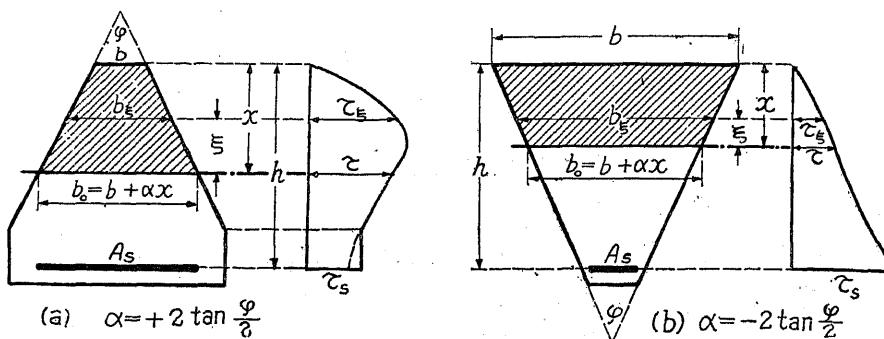
第 90 表 三角形断面の剪應力

$\xi/x$	抗壓部分	抗張部分	$\xi/x$	抗壓部分	抗張部分	$\xi/x$	抗張部分
0	$\tau$	$\tau$	0.5	$\tau$	$0.667 \tau$	1.1	$0.476 \tau$
0.1	$1.08 \tau$	$0.909 \tau$	0.6	$0.88 \tau$	$0.625 \tau$	1.2	$0.455 \tau$
0.2	$1.12 \tau$	$0.833 \tau$	0.7	$0.72 \tau$	$0.588 \tau$	1.3	$0.435 \tau$
0.25	$1.125 \tau$	$0.800 \tau$	0.8	$0.52 \tau$	$0.556 \tau$	1.5	$0.400 \tau$
0.3	$1.12 \tau$	$0.769 \tau$	0.9	$0.28 \tau$	$0.526 \tau$	1.75	$0.364 \tau$
0.4	$1.08 \tau$	$0.714 \tau$	1.0	0	$0.500 \tau$	2.0	$0.333 \tau$

### § 121. 梯形断面の剪應力

第 287 圖の如き梯形断面に於ては、(a), (b) の兩場合に對し同様に、抗壓部分に對し

$$b_0 = b + \alpha x, \quad b_\xi = b + \alpha(x - \xi) = b_0 - \alpha \xi$$



第 287 圖

であつて、 $G_c$ 、 $I_i$  及び  $z$  は § 104 より

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \frac{x^2}{6} (3b + \alpha x) = \frac{x^2}{6} (3b_0 - 2\alpha x) = \frac{x^2}{6} (2b + b_0), \\ I_i &= \frac{x^3}{12} (4b + \alpha x) + n A_s (h - x)^2 \\ &= \frac{x^2}{2} \left[ b \left( h - \frac{x}{3} \right) - \frac{b - b_0}{3} \left( h - \frac{x}{2} \right) \right], \\ z &= I_i/G_c \end{aligned} \right\} \quad (506)$$

である。然るに抗圧部分に於て、中立軸より  $\xi$  なる距離以上の部分の一次モーメントは

$$G_\xi = \int_{\xi}^x b_\xi \eta d\eta = \int_{\xi}^x (b_0 - \alpha \eta) \eta d\eta = \frac{1}{6} [3b_0(x^2 - \xi^2) - 2\alpha(x^3 - \xi^3)]$$

であるから、抗圧部分に於ける剪應力  $\tau_\xi$  は

$$\tau_\xi = \frac{S G_\xi}{I_i b_\xi} = \frac{S [3b_0(x^2 - \xi^2) - 2\alpha(x^3 - \xi^3)]}{6 I_i (b_0 - \alpha \xi)} \quad (507)$$

となり、中立軸に於ては  $\xi = 0$  であるから

$$\tau = \frac{S}{6 I_i} \cdot \frac{x^2 (3b_0 - 2\alpha x)}{b_0} = \frac{S}{6 I_i} \cdot \frac{x^2 (2b + b_0)}{b_0} = \frac{S}{b_0 z} \quad (508)$$

となる。

従つて抗張部分に於て、中立軸より  $\xi$  なる距離に於ける剪應力は

$$\tau_\xi = \tau \frac{b_0}{b_\xi} = \frac{b_0 \tau}{b_0 + \alpha \xi} = \frac{S}{(b_0 + \alpha \xi) z}, \quad (509)$$

抗張鐵筋の位置では

$$\tau_s = \tau \frac{b_0}{b_s} = \frac{b_0 \tau}{b + \alpha h} = \frac{S}{(b + \alpha h) z} \quad (509a)$$

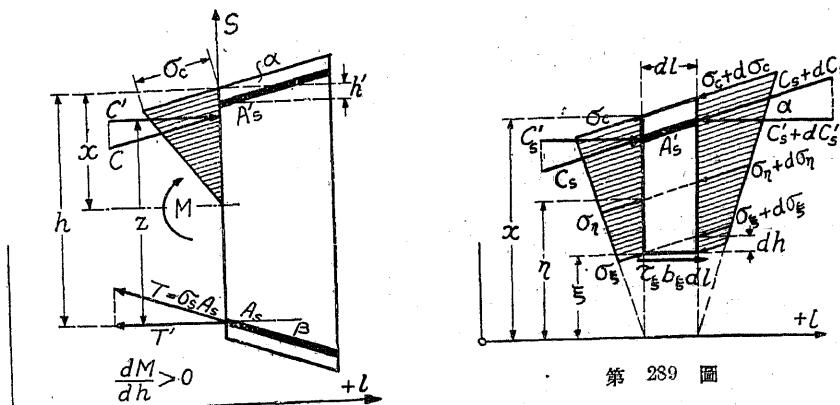
となる。

之等の式に依つて規定される剪應力の分布は、第 287 圖に示すが如く、 $\alpha$  の正負に依つて根本的に相違し、 $\alpha$  が正なる場合には三角形断面に於けると等しく、一般に抗圧部分に於て  $\tau_\xi$  の最

大値を生ずるが、然し之を求めるのは著しく複雑であるから、之に就て詳論することを省く。尙上記の諸式に於て  $\alpha = 0$  とすれば矩形断面の公式を得る。

### § 122. 高さが一定でない柱の横断面の剪應力

§ 109 乃至 § 112 に於て、柱の高さが変化する場合の横断面に作用する垂面應力を求めたと同様に、茲に於ては第 288 圖の如き柱の横断面に作用する垂直剪應力、即ち之と直角なる水平剪應力を求める。剪力  $S$  及び剪應力は、第 271 圖に示された方向を正とする。



第 288 圖

第 288 圖に示すが如く、柱の横断面に沿つて斜の應力が作用する。このうちコンクリートに作用する壓應力は、横断面に於て之と  $\alpha$  なる角度を有する面に作用する壓應力であるから、§ 110 の第 260 圖で示した如く、横断面の単位面積に作用する水平壓應力は、第 288 圖に示す壓應力に  $\cos^2 \alpha$  を乗じたものである。然し鐵筋に作用する力の計算に當つては、既に鐵筋軸に垂直な横断面積を考慮して居るから、之等の水平分力を考へる場合には、單に  $\cos \alpha$  若くは  $\cos \beta$  を乘すべきだ。

次に抗圧部分に於て中立軸より  $\xi$  なる距離に於ける剪應力  $\tau_\xi$  を求めるために、此の部分より上方の長さ  $dl$  なる部分に作用する内力の平衡を考へれば、第 289 圖に示すが如く

$$\tau_\xi b_\xi dl = \int_{\xi}^{\xi+dl} b_\eta d\sigma_\eta d\eta \cos^2 \alpha + \int_{\xi-dl}^{\xi} b_\eta (\sigma_\eta + d\sigma_\eta) d\eta \cos^2 \alpha + dC_s \cos \alpha \quad (510)$$

でなければならない。然るに上式右邊の第二項に於て、 $dl$  が極めて小なるときは  $dh$  及び  $d\sigma_\eta$  もまた極めて小となるから、 $b_\eta$  及び  $\sigma_\eta$  は  $b_\xi$  及び  $\sigma_\xi$  に相等しく、且つ  $d\sigma_\eta$  を  $\sigma_\xi$  に對して省略することが出来る。即ち

$$\int_{\xi-dl}^{\xi} b_\eta (\sigma_\eta + d\sigma_\eta) d\eta = b_\xi \sigma_\xi dh = b_\xi \sigma_\xi dl \tan \alpha$$

となる。また第三項は

$$C_s = A_s' \sigma_s', \quad dC_s = A_s' d\sigma_s'$$

であるから、(410)式は

$$\tau_{\xi} b_{\xi} = \cos^2 \alpha \int_{\xi}^z b_{\eta} \left( \frac{d\sigma_{\eta}}{dl} \right) d\eta + b_{\xi} \sigma_{\xi} \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \cdot A_s' \frac{d\sigma_s'}{dl} \quad (510a)$$

となる。

然るに此の場合には、(423)及び(425)式に依つて

$$\begin{aligned} I_t &= I_c \cos^2 \alpha + n(I_c \cos \beta + I_s' \cos \alpha), \\ z &= \frac{I_t}{G_c \cos^2 \alpha + n G_s' \cos \alpha} = \frac{I_t}{n G_s \cos \beta} \end{aligned} \quad (511)$$

であつて、従つて

$$\begin{aligned} \sigma_{\eta} &= \frac{M\eta}{I_t} = \frac{\eta}{G_c \cos^2 \alpha + n G_s' \cos \alpha} \cdot \frac{M}{z} = \frac{\eta}{n G_s \cos \beta} \cdot \frac{M}{z}, \\ \sigma_s' &= \frac{n M(x - h')}{I_t} = \frac{n(x - h')}{G_c \cos^2 \alpha + n G_s' \cos \alpha} \cdot \frac{M}{z} = \frac{x - h'}{G_s \cos \beta} \cdot \frac{M}{z} \end{aligned} \quad (512)$$

となる。此の式に於て、 $l$ の変化するに従つて変化するものは $M$ と $z$ だけであると考へれば、 $z$ と $h$ との比は $l$ には殆んど無関係であり、 $dM/dl$ は剪應力 $S$ に相等しいから

$$\begin{aligned} \frac{d}{dl} \left( \frac{M}{z} \right) &= \frac{1}{z} \cdot \frac{dM}{dl} - \frac{M}{z^2} \cdot \frac{dz}{dl} = \frac{S}{z} - \frac{M}{z^2} \cdot \frac{d}{dl} \left( \frac{z}{h} h \right) \\ &= \frac{S}{z} - \frac{M}{zh} \cdot \frac{dh}{dl} = \frac{1}{z} \left[ S - \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta) \right], \\ \frac{d\sigma_{\eta}}{dl} &= \frac{S - \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta)}{n G_s z \cos \beta} \eta, \\ \frac{d\sigma_s'}{dl} &= \frac{S - \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta)}{G_s z \cos \beta} (x - h') \end{aligned} \quad (513)$$

となる。之を(510a)に代入し  $G_{\xi} = \int_{\xi}^z b_{\eta} d\eta$ ,  $G_s' = A_s' (x - h')$  なることを考慮すれば

$$\tau_{\xi} = \frac{\left[ S - \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta) \right] (G_{\xi} \cos \alpha + n G_s') + M b_{\xi} \xi \sin \alpha}{b_{\xi} z \cdot n G_s \cos \beta \sec \alpha} \quad (514)$$

を得る。此の式の分母はまた  $b_{\xi} z [G_c \cos \alpha + n G_s']$  としてもかまはない。(514)は複鐵筋の場合に、 $x - h' \geq \xi \geq 0$  の間の剪應力に對して適用されるのであつて、 $\xi \geq x - h'$  或は單鐵筋の場合には、 $A_s' = 0$  即ち  $G_s' = 0$  とすればよい。

特に中立軸に於ては、 $\xi = 0$ ,  $b_{\xi} = b_0$ ,  $G_{\xi} = G_c$  であるから

$$\tau = \frac{S - \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta)}{b_0 z} \quad (515)$$

となる。

次に断面の抗張部分に於てコンクリートの張應力を無視すれば、第290圖に示すが如く

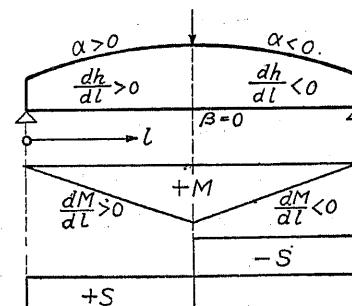
$$\begin{aligned} \tau_{\xi} b_{\xi} dl &= dT \cos \beta = dT', \\ T' &= \frac{M}{z}, \quad \frac{dT'}{dl} = \frac{1}{z} \left[ S - \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta) \right] \end{aligned} \quad (516)$$

故に

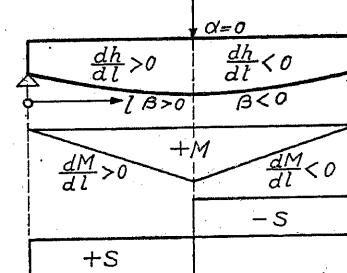
$$\tau_{\xi} = \frac{S - \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta)}{b_{\xi} z} = \frac{b_0 \tau}{b_{\xi}} \quad (517)$$

となる。

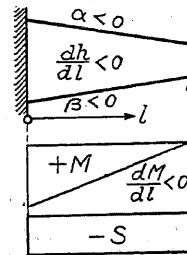
上記の公式に於ては $S$ ,  $M$ ,  $\alpha$  及び  $\beta$  に對して其の絶対値を使用することは出來ない。即ち第288圖のやうな場合を正と考へて、 $S$ ,  $M$ ,  $\alpha$  及び  $\beta$  に代數的値を與へねばならない。殊に  $S = dM/dl$ ,  $\tan(\alpha + \beta) = dh/dl$  なることを考慮する必要がある。之等の關係を圖示すれば第291圖乃至第295圖の如くになる。



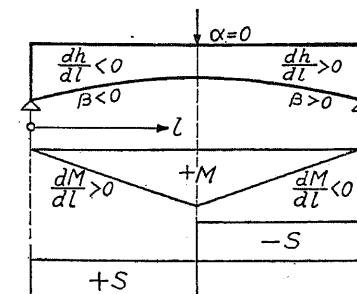
第 291 圖



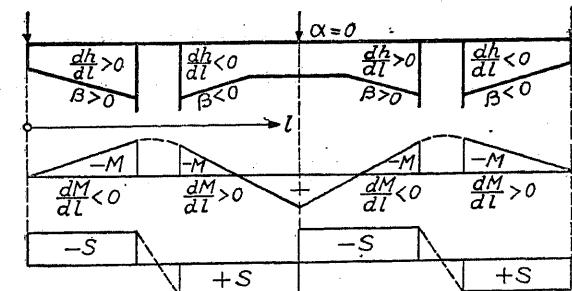
第 292 圖



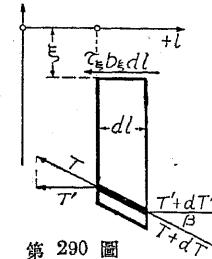
第 293 圖



第 294 圖



第 295 圖



第 290 圖

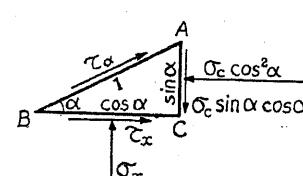
然し  $S$ ,  $M$ ,  $\alpha$  及び  $\beta$  を第 291 圖乃至第 295 圖に示すが如く代数的に考へることは、之等の正負に關する規定及び  $l$  の方向に依つて甚だ複雑であつて、實際上不便であるから、 $S$ ,  $M$ ,  $\alpha$  及び  $\beta$  に關してすべて其の絶對値のみを考へれば、 $M$  の絶對値と共に  $h$  が増大する場合には前記諸式其のまゝでよく、之に反し  $M$  の絶對値が大となるに従つて  $h$  が減少する場合(第 294 圖)には、すべて

$$S - \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta) \text{ の代りに } S + \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta)$$

とすればよい。此の方法に依つて得らるる  $h$  の値は勿論絶對値ではあるが、其の作用方向は簡単な推理に依つて、直ちに之を知ることが出来る。また之に依つて、 $M$  の絶對値が増加するに従つて桁の有効高さを大にすることは、桁の縁應力を小ならしめるのみならず、剪應力を輕減する上にも有効であることがわかる。

尚、最後に注意すべきは、(514) 式に依つて、桁の抗壓表面に於て横断面或は之と直角なる水平面に作用する剪應力  $\tau_x$  は

$$\tau_x = \frac{M x \sin \alpha \cos \alpha}{n A_s z \cos \beta} = \frac{M x}{I_i} \sin \alpha \cos \alpha = \sigma_c \sin \alpha \cos \alpha \quad (518)$$



第 296 圖

となつて、之が一般に零とはならないことである。この事實は理論上正當である。即ち第 296 圖に於て  $ABC$  を桁の抗壓表面に接する單位幅の微量三角彫とすれば、 $AC$  面には § 110 に於て説明せるが如く  $\sigma_c \cos^2 \alpha$  なる垂面應力と  $\sigma_c \sin \alpha \cos \alpha$  なる剪應力とが作用し、之に依つて  $AC$ ,  $BC$  面の剪應力が相等しくなければならないと言ふ條件が満足される。また  $BC$  面には一般に  $\tau_x$  の他に  $\sigma_z$  なる垂面應力が作用するが、抗壓表面には何等の應力も作用しない筈である。然し今抗壓表面に  $\tau_x$  なる剪應力があるものとすれば、 $AB = 1$ ,  $AC = \sin \alpha$ ,  $BC = \cos \alpha$  として、此の三角彫に作用する力の水平方向及び垂直方向の平衡を考へることに依り

$$\tau_x \cos \alpha + \tau_x \cos \alpha - \sigma_c \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha = 0,$$

$$\tau_x \sin \alpha + \sigma_z \cos \alpha - \sigma_c \sin \alpha \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 0,$$

即ち

$$\tau_x = 0, \quad \sigma_z = \sigma_c \sin^2 \alpha$$

となり、上述の抗壓表面に於ては剪應力が零であると言ふ邊縁條件が満足される。

## 第二節 腹鐵筋の理論

### § 123. 總 説

腹鐵筋 (Web reinforcement) とは、通常剪力に對する鐵筋と考へられて居るが、腹鐵筋を直接に剪應力に抵抗する鐵筋と考へることは大なる錯誤である。即ち腹鐵筋は剪力の存在する場合には是非必要なるものではあるが、然し之に依つてコンクリート中の剪應力を輕減するためではなく、剪應力に依つて生ずる斜張應力即ち主張應力に抵抗するためのものであつて、従つて嚴密に言へば斜張應力に對する抗張鐵筋である。而して此の斜張應力の最大値が一般にコンクリート桁の横断面に作用する剪應力  $\tau$  に等しく、且つ腹鐵筋の設計に於ては剪應力或は剪力圖を基準とする關係上、剪力に對する鐵筋と一般に考へられて居るに過ぎない。

鐵筋コンクリート部材の力学に於ては、常にコンクリートの抗張強度を無視する。そして桁の斷面に剪力が作用する場合には必ず斜張應力が伴ふものであるから、**桁の斷面に作用する剪應力の大小に拘はらず、腹鐵筋は理論上常に必要である**。然し土木學會の示方書、及び此の基準である獨逸の示方書に於ては

$$\tau = \frac{S}{b_0 z} \quad (459)$$

に依つて計算した値が、或る一定値即ちコンクリートの許容剪應力とも稱すべき  $\tau_a$  なる値を超過したる場合に於て、始めて全剪力に對して腹鐵筋を設計するやうに規定して居る。然し之に依つて  $\tau < \tau_a$  の場合に腹鐵筋が全然不要であると考へることは大なる誤謬であつて、上記の規定は單に  $\tau > \tau_a$  の場合に腹鐵筋を理論的に計算すべく、 $\tau < \tau_a$  の場合には腹鐵筋は必要ではあるが、之を理論的に計算しなくてもよいと規定して居るに過ぎない。また之に依つて、二三年前迄一般に行はれて居た様に、 $\tau > \tau_a$  の場合には  $\tau_a$  に相當する剪力をコンクリートに負擔せしめ、残りの  $\tau - \tau_a$  に相當する剪力に對してのみ腹鐵筋を設計することは、 $\tau < \tau_a$  の場合に腹鐵筋を全然不要と考へると同様に誤つた考へ方である。即ちこれはコンクリートに  $\tau_a$  なる張應力を許容するのと同義であるからである。

上記  $\tau_a$  の値は土木學會の示方書では  $4.5 \text{ kg/cm}^2$ 、獨逸の示方書では普通セメントに對し  $4 \text{ kg/cm}^2$ 、高級セメントに對し  $5.5 \text{ kg/cm}^2$  となつて居る。これは腹鐵筋を有せざる桁の多くの實驗の結果、(459) の  $\tau$  が約  $12 \sim 14 \text{ kg/cm}^2$  に達したときに傾斜龜裂が生ずる事實に依り、之に對し約  $2.5 \sim 3$  の安全率をとつたものである。

また腹鐵筋を有する桁に依る實驗の結果、腹鐵筋の存在は多少傾斜龜裂の發生を遲延せしめ

る効果はあるが、充分多量に腹鐵筋を使用した場合でも、(459)の  $\tau$  が  $15 \text{ kg/cm}^2$  位に達すれば傾斜亀裂が発生するものであるから、之を防ぐためと、また實際的に餘り多量の腹鐵筋を使用しない様にするために、土木學會及び獨逸の示方書では (459) の  $\tau$  の極大値として  $14 \text{ kg/cm}^2$  を規定して居る。即ち之に依れば  $\tau > 14 \text{ kg/cm}^2$  になつた場合には腹鐵筋とは全然無關係に桁の断面積を増大して  $\tau < 14 \text{ kg/cm}^2$  にする必要がある。

腹鐵筋即ち斜張應力鐵筋として今日一般に使用せらるゝものは曲鐵筋、肋筋及び此の兩者を併用せるものである。曲鐵筋 (Bent-up bar) とは、桁の軸方向に對して  $45^\circ$  或は之に近い角度の傾斜に配置せらるゝものであつて、一般には曲モーメントに對して不用になつた抗張主鐵筋を曲げて使用するのが普通である。肋筋 (Stirrup, 鑄鐵) とは、桁の軸の方向に垂直に近い角度を有するものであつて、之は主鐵筋とは全然別個の鐵筋に依つて形成せられるのが普通である。尙、以下述べる所のものは、主として矩形桁若しくはT桁に關するものである。それは之以外の断面のものは普通一般には使用せられず、殊にT桁に於ては腹部の幅が小である關係上  $\tau$  の値が大となつて、腹鐵筋が特に重要であるからである。

### § 124. 曲 鐵 筋 の 理 論

一般に腹鐵筋の設計に於ては斜張應力を基準とする方法と、トラスの理論を應用する方法とがあるが、其の結果は同じであるとしても前者の方が一般的であるので、茲には斜張應力に依る方法に就て述べる。此の場合、曲鐵筋の計算の基線としては從來一般に桁の中立軸が使用せられて居たが、曲鐵筋は中立軸に於ける斜張應力のみに抵抗すべきものではなく、桁の断面に作用する全斜張應力に抵抗すべきであるから、上記の基線は中立軸より多少下方に取るべきである。それで現今では一般に之を桁の全高の  $1/2$  の所にとるのであるが、之は土木學會或は獨逸の示方書に於て規定される所であり、また曲鐵筋をトラスの斜材と考へる理論から見ても至當であつて、且つ之に依つて實際設計上得る利便も少くない。

#### I) 曲鐵筋の張應力

コンクリートに張應力が作用しないものとすれば、§ 116 述べにた如く、桁の抗張部分には、桁の軸の方向に  $45^\circ$  の傾斜をなし且つ互に垂直なる主張應力即ち斜張應力と主壓應力とが作用し、其の値は横断面の抗張部分に作用する剪應力

$$\tau = \frac{S}{b_0 z}$$

に等しい。但し  $b_0$  は断面の幅であつて、矩形断面では  $b_0 = b$ 、T形断面では  $b_0$  は腹部の幅である。

従つて今第 297 圖に示すが如く、桁高の  $1/2$  の線に沿つて軸方向に  $45^\circ$  の傾斜をなす電光形断面を想像すれば、此の面のうち太線で示すものには  $\tau b_0 d s$  なる張應力が作用し、細線で示すものには之と同値の壓應力が作用する。此の壓應力は勿論コンクリートに依つて受けられるが、張應力の方は之を全部曲鐵筋に依つてとらねばならない。これはコンクリートが張應力に抵抗しえないと云ふ一般假定に基づくものであつて、此の假定に従ふ限り、 $\tau - \tau_a$  に對してのみ腹鐵筋を設計すること、或は  $\tau < \tau_a$  の場合に腹鐵筋を全然不必要とする事は誤りである。また上述の理由に依つて曲鐵筋の方向は、理論上桁の軸方向に對し  $45^\circ$  の傾斜でなければならないことがわかる。

今第 297 圖に於て  $l = 0$ 、 $l = w$  の間にある斜張應力の總和を  $T_a$  とすれば

$$T_a = \int_{l=0}^{l=w} b_0 \tau d s \quad (519)$$

である。然るに  $d s = d l \cos 45^\circ = d l / \sqrt{2}$  であるから

$$T_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^w b_0 \tau d l \quad (519a)$$

となり、矩形桁又はT形桁等に於けるが如く、断面が一様なる場合には  $b_0$  は常數であつて、從つて第 297 圖 (a) の斜張應力圖の面積を  $F$  とすれば

$$T_a = \frac{b_0}{\sqrt{2}} \int_0^w \tau d l = b_0 F \quad (519b)$$

となる。また  $\tau = S/b_0 z$  なる關係より (519a) 式は

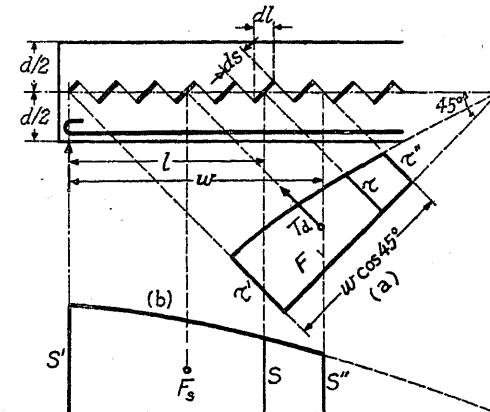
$$T_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^w \frac{S}{z} d l \quad (519c)$$

となり、茲に於て前記の如く桁の断面が一様なる場合には  $z$  を略々一定と考へ得るから

$$\tau_a = \frac{1}{\sqrt{2} z} \int_0^w S d l = \frac{F_s}{\sqrt{2} z} \quad (519d)$$

を得る。但し  $F_s$  は第 297 圖 (b) の剪力圖の面積であつて、 $b_0$  及び  $z$  が一定なる場合には (a) の斜張應力圖と相似になる。

普通の場合には、剪力圖及び斜張應力圖は矩形、三角形、若しくは梯形となるから、最も一般な

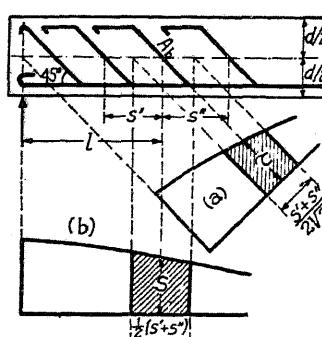


第 297 圖

の場合として梯形を假定し、 $l=0$ に於て $\tau=\tau'$ ,  $S=S'$ ,  $l=w$ に於て $\tau=\tau''$ ,  $S=S''$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{(\tau' + \tau'')w}{2\sqrt{2}}, & F_s &= \frac{(S' + S'')w}{2}, \\ T_d &= \frac{(\tau' + \tau'')b_0w}{2\sqrt{2}} = \frac{(S' + S'')w}{2\sqrt{2}z} \end{aligned} \right\} \quad (520)$$

となる。



第 298 圖

さて第 298 圖の如く、軸方向と  $45^\circ$  の傾斜を有する曲鐵筋の位置及び断面積が與へられたる場合に、或る任意の曲鐵筋の断面積を  $A_b$  とし、其の兩側の曲鐵筋の間隔を  $s'$  及び  $s''$  とすれば、此の曲鐵筋は  $(s' + s'')/2$  の間の斜張應力を受けるものと考へられる。即ち此の曲鐵筋の受ける張力は (519a), (519c) より

$$\Delta T_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{l-s'/2}^{l+s''/2} b_0 \tau dl = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{l-s'/2}^{l+s''/2} \frac{S}{z} dl \quad (521)$$

となるから、此の曲鐵筋の張應力  $\sigma_s$  は

$$\sigma_s = \frac{\Delta T_d}{A_b} \quad (522)$$

となる。此の部分に於ける斜張應力若くは剪力が直線的に變化する場合には

$$\sigma_s = \frac{b_0(s' + s'')\tau}{2\sqrt{2}A_b} = \frac{(s' + s'')S}{2\sqrt{2}A_bz} \quad (522a)$$

とすることが出来、従つて曲鐵筋が等間隔  $s$  に配置せられたる場合には

$$\sigma_s = \frac{b_0s\tau}{\sqrt{2}A_b} = \frac{Ss}{\sqrt{2}A_bz} \quad (522b)$$

となる。但し (522a) 及び (522b) 式に於ける  $\tau$  及び  $S$  は、 $\sigma_s$  を求むべき曲鐵筋と桁高の  $1/2$  線との交點に於ける剪應力及び剪力である。

次に  $l=0$ ,  $l=w$  の間に於てすべての曲鐵筋が全部同じ張應力を受ける様に配置されたとすれば

$$\sigma_s = \frac{T_d}{\sum A_b} \quad (523)$$

となる。上記の條件が満足されるためには、曲鐵筋の位置及び断面積は任意であり得ない。即ち全曲鐵筋の重心が  $T_d$  の作用線上にあることが必要である。

## 2) 曲鐵筋の設計

桁の斜張應力に對して曲鐵筋を設計するには、先づ任意の断面積の曲鐵筋を任意の位置に配置し、其の張應力  $\sigma_s$  を (522) 乃至 (522b) 式にて計算し、其の結果が鐵筋の許容張應力  $\sigma_{sa}$  より小であれば充分なのであるが、茲に述べるものは 1) の最後に於て記した如く、各曲鐵筋の張應力を相等しくなるために必要にして且つ充分なる曲鐵筋の配置に關するものである。

之に對しては先づ  $A_b$  を一定として其の位置を適當に擇ぶか、或は曲鐵筋の位置を任意に決定して  $A_b$  を適當に變化するかの二方法があるが、曲鐵筋としては普通に抗張主鐵筋を曲げ上げる關係上、後者の方法は實際には用ひられない。即ち前者の方法に従つて、断面積  $A_b$  なる曲鐵筋を  $m$  ケ所に於て使用し、其の張應力が全部相等しく、且つ鐵筋の許容張應力  $\sigma_{sa}$  より大ならざるためには

$$m A_b \sigma_s = T_d \quad (524)$$

であるから、 $A_b$  が與へられたる場合には

$$m \geq \frac{T_d}{A_b \sigma_{sa}} \quad (524a)$$

であり、 $m$  が與へられたる場合には

$$A_b \geq \frac{T_d}{m \sigma_{sa}} \quad (524b)$$

であることが絶対に必要である。

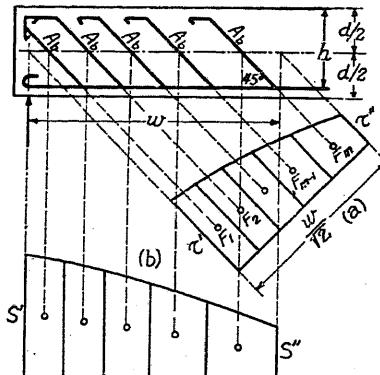
今之等の條件が先づ満足されたるものとして、 $\sigma_s$  が全部同一である場合に、各曲鐵筋に作用する張力は

$$A_b \sigma_s = \frac{T_d}{m} \quad (525)$$

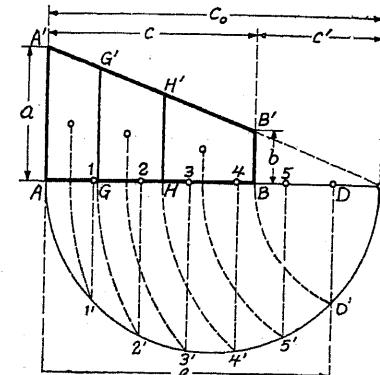
であるから、曲鐵筋の位置を決定するためには、第 299 圖に示すが如く、斜張應力圖 (a) の面積  $F$  を  $m$  個の等面積の部分に分割し、此の部分に重心を通る線上に曲鐵筋を配置すればよい。また桁の断面が一様なる場合には、(b) の剪力圖に就て同様の方法に依つて曲鐵筋の位置を決定しても同じ結果を得ることが出来る。

特に斜張應力圖又は剪力圖が梯形である場合には、其の面積を圖式解法に依つて  $m$  個の等面積に分割し、且つ其の部分の重心の位置を求めることが出来る。之を第 300 圖に就き  $ABB'A'$

なる梯形を 3 等分する場合に就て説明すれば、先づ  $AB$  及び  $A'B'$  を延長して其の交點  $C$  を求め、 $AC$  を直徑とする圓を描く。次に  $C$  を中心とし  $CB$  を半徑とする圓と  $AC$  圓との交點  $D'$  より  $AC$  に垂線を下して  $D$  點を求める。茲に於て  $AD$  を 6 等分し(梯形を  $m$  等分する場合には  $AD$  を  $2m$  等分する)、之等の點  $1, 2, \dots, 5$  を通る  $AC$  への垂線と  $AC$  圓との交點を  $1', 2', \dots,$



第 299 圖



第 300 圖

すれば、圖に示すが如く  $C$ を中心とし  $C1', C2', \dots, C5'$  を半径とする圓に依つて梯形を3等分し、且つ其の重心の位置を求めることが出来る。

此の證明は次の如くである。先づ第 300 圖に於て

$$c' = \frac{b}{a-b} c, \quad c_0 = \frac{a}{a-b} c, \quad e = \frac{a+b}{a} c$$

であつて、梯形  $AGG'A'$  の面積を  $F_1$  とすれば

$$F_1 = \triangle CAA' - \triangle CGG' = \frac{1}{2} (ac_0 - GG' \cdot CG)$$

である。然るに

$$GG' = \frac{a}{c_0} CG, \quad GG' \cdot CG = \frac{a}{c_0} CG^2$$

であつて

$$CG^2 = C2^2 = AC \cdot C2 = c_0 \left( c_0 - \frac{e}{3} \right) = c_0 \left( c_0 - \frac{a+b}{3a} c \right)$$

であるから

$$F_1 = \frac{1}{2} \left[ ac_0 - a \left( c_0 - \frac{a+b}{3a} c \right) \right] = \frac{a+b}{6} c = \frac{1}{3} (ABB'A')$$

即ち  $F_1$  は梯形  $ABB'A'$  の  $1/3$  となる。同様に梯形  $GHG'H'$  及び  $HBB'H'$  の面積が梯形  $ABB'A'$  の面積の  $1/3$  に等しいことも證明され、また之に依つて上記の如くにして求めたる重心が、各梯形を 2 等分する線上にあることがわかる。之は勿論梯形の重心の嚴密なる位置とは一致しないが、實際には近似的に充分なるものと考へられる。

曲鐵筋の設計に関する理論は上記の如くであるが、之のみに依つて曲鐵筋の設計を行ふことは、實際には往々危險なる結果を導くことがある。曲鐵筋として抗張主鐵筋を曲げ上げて使用する場合に最も注意を要することは、抗張主鐵筋を曲げ上げるに從つて桁の断面の受け得る曲

モーメントが減少するから、之が其の断面に生ずる外力の最大曲モーメントより大でなければならない。此の條件は、第 301 圖に示すが如く断面の抵抗モーメント圖が外力の最大曲モーメント圖を包むことに依つて満足される。また之に依つて、抗張主鐵筋全部を曲鐵筋として曲げ上げることが、支承附近の正の曲モーメントに對して危險であることがわかる。之に對して土木學會の示方書は其の第 78 條(3)に於て

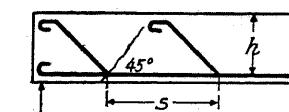
桁に於ける抗張主鐵筋は尠くとも其の數の  $1/3$  を曲げ上げずして支承上に達せしむべし

と規定して居る。此の規定に従へば、最大曲モーメントに對し  $r$  本の鐵筋を使用し、之を  $m$ ヶ所に於て  $r$  本づゝ曲げ上げる場合には

$$m \leq \frac{2r}{3r'} \quad (526)$$

であることが必要である。

最後に注意すべきは、腹鐵筋として曲鐵筋のみを使用する場合に、其の間隔を餘り大とならない様にすべきことである。それは曲鐵筋の間隔が大となると第 302 圖に示すが如く  $45^\circ$  の傾斜亀裂を防ぐことが出来ないためである。之に對しては大略曲鐵筋の水平間隔  $s$  が桁の有効高さの 1.5 倍以下であれば充分である。



第 302 圖

### 3) 曲鐵筋の傾斜が $45^\circ$ でない場合

主應力面に對し  $\alpha$  なる角度を有する面に作用する垂面應力を  $\sigma_\alpha$ 、剪應力を  $\tau_\alpha$  とすれば、第 303 圖に示すが如く

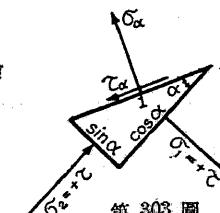
$$\begin{aligned} \sigma_\alpha \cos \alpha + \tau_\alpha \sin \alpha - \sigma_1 \cos \alpha &= 0, \\ \sigma_\alpha \sin \alpha - \tau_\alpha \cos \alpha + \sigma_2 \sin \alpha &= 0 \end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \sigma_1 \cos^2 \alpha - \sigma_2 \sin^2 \alpha = \tau \cdot \cos 2\alpha, \\ \tau_\alpha &= (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \alpha \cos \alpha = \tau \cdot \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (527)$$

である。

即ち此の理論に依れば、 $45^\circ$  に對して土  $\alpha$  なる角度の曲鐵筋は  $\tau \cdot \cos 2\alpha$  に相當する張力を受けることになる。そして  $\alpha = 0$  の場合には  $\cos 2\alpha$  は最大値 1 に達するから、 $45^\circ$  の方向の曲鐵筋が最も有効であることがわかり、 $\alpha = 45^\circ$  即ち腹鐵筋が水平若くは垂直なる場合には、之に生ずる應力は零となつて、腹鐵筋としては全然用をなさないことになる。從つて此の見地から



第 303 圖

見れば桁の軸方向に直角なる筋は全然腹筋として斜張應力に抵抗し得ないことになる。

これは然しコンクリートが恰も彈性材料の如くに働くものと假定したことであつて、コンクリートに傾斜龜裂が生じた様な場合には、上記の理論は成立しない。然るに鐵筋コンクリートの部材の計算は、すべて其の破壊に対する安全度を検討するものであると言ふ見地より考へれば、未だコンクリートに何等の傾斜龜裂も生じて居らないことを假定する上記の彈性理論は之を適用することが出来ない。

今、桁に軸方向と $45^\circ$ の角度を有する傾斜龜裂が生じても尚桁が安全であるためには、此の傾斜龜裂面に作用する張力と、之と $\alpha$ なる角度を有する曲筋の張力の傾斜龜裂面に垂直なる分力とが平衡を保たねばならない。それで $45^\circ$ の方向に對して $\alpha$ なる角度の曲筋の張力の $l=0, l=w$ の間の總和を $T_{d'}$ とすれば

$$T_{d'} \cos \alpha = T_d, \quad T_{d'} = \frac{T_d}{\cos \alpha} \quad (528)$$

となる。従つて

$$T_{d'} = \frac{1}{\sqrt{2} \cos \alpha} \int_0^w b_0 \tau dl = \frac{1}{\sqrt{2} \cos \alpha} \int_0^w \frac{S}{z} dl, \quad (528a)$$

桁の断面が一様なる場合には

$$T_{d'} = \frac{F_s}{\sqrt{2} \cos \alpha \cdot z} \quad (528b)$$

となり、曲筋の左右の間隔が $s'$ 及び $s''$ なる場合には

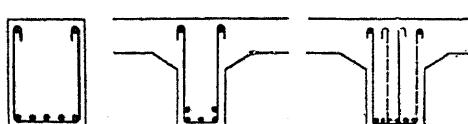
$$\sigma_s = \frac{b_0(s' + s'')\tau}{2\sqrt{2} \cos \alpha \cdot A_b} = \frac{(s' + s'')S}{2\sqrt{2} \cos \alpha \cdot A_b z} \quad (529)$$

となる。

此の場合の曲筋の設計は、先づ(524a)或は(524b)式の $T_d$ の代りに $T_{d'}$ を代入して $m$ 或は $A_b$ を定めれば、其の位置はすべて $45^\circ$ の曲筋と全く同一の方法に依つて之を決定するこことが出来る。

### § 125. 肋筋の理論

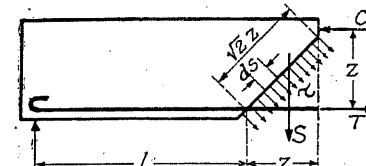
肋筋とは第304圖の如く桁の軸の方向に垂直なる腹筋であるから、§124の3)に於て述べ



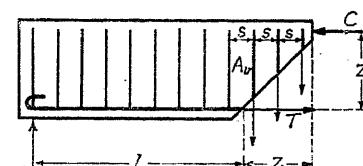
第304圖

た如く、彈性學上から考へれば、即ち未だ何等の傾斜龜裂が起らぬ間は筋は其の力を全然發揮しない。従つて筋の作用を考慮する場合には、先づ桁に傾斜龜裂の發

生じて居ることを前提としなければならない。



第305圖



第306圖

第305圖に示すが如く、桁の $45^\circ$ の断面には $\tau$ なる斜張應力が作用し、之に依つて傾斜龜裂が生じた後に於ても尚桁が安全であるためには、第306圖に示すが如く $45^\circ$ の面に作用する斜張應力の垂直分力と、該面を貫く筋の張力の總和とが平衡を保たねばならない。

今、第305圖及び第306圖に示すが如く、斜張應力の作用する $45^\circ$ の傾斜断面の水平射影長を、充分近似的に $z$ と相等しいものとすれば、此の傾斜断面に作用する斜張應力の總和の垂直分力は

$$\cos 45^\circ \int_{l-l}^{l+z} b_0 \tau ds = \int_l^{l+z} b_0 \tau dl = \int_l^{l+z} \frac{S}{z} dl$$

となる。

故に1ヶ所に於て全断面積 $A_v$ なる筋が $z$ の間に $m$ 個使用されるものとし、其の張應力を $\sigma_s$ とすれば

$$m A_v \sigma_s = \int_l^{l+z} b_0 \tau dl = \int_l^{l+z} \frac{S}{z} dl \quad (530)$$

となり、筋の間隔を $s$ とすれば $m = z/s$ であるから

$$A_v \sigma_s = s \int_l^{l+z} b_0 \tau dl = s \int_l^{l+z} \frac{S}{z} dl \quad (531)$$

となる。

之等の式に於て剪力 $S$ が $z$ の間に於て直線的に變化して、 $z$ の中點に於ける値が $S$ であるか、或は近似的に $z$ の間に於て $S$ が一定であるものとすれば

$$m A_v \sigma_s = S, \quad A_v \sigma_s = \frac{S \cdot s}{z} \quad (532)$$

となり、之が筋に關する基本式である。即ち之に依つて $A_v, s, m$ 或は $\sigma_s$ のうち何れか一つを決定することが出来る。

特に $A_v, \sigma_s \leq \sigma_{sa}$ が與へられて $m$ 或は $s$ を決定する場合には

$$m \geq \frac{S}{A_v \sigma_{sa}}, \quad s \leq \frac{A_v \sigma_{sa} z}{S} \quad (533)$$

となり、筋の間隔が與へられたる場合の筋の所要断面積は

$$A_v \geq \frac{S}{m \sigma_{sa}} = \frac{S \cdot s}{z \sigma_{sa}} \quad (534)$$

となる。

上述のことはすべて桁の或る一點に於ける筋筋に関するものであるが、§124の如く  $l=0, l=w$  の間の全斜張應力に對して筋筋を設計する場合には、先づ  $l=0, l=w$  の間の斜張應力の總和の垂直分力を知る要がある。之を  $T_v$  とすれば (530) より

$$\sum A_v \sigma_s = T_v, \quad T_v = \int_0^w b_0 \tau dl = \int_0^w \frac{S}{z} dl \quad (535)$$

となり、此の  $T_v$  の値は §124 の (528a) 式に於て  $\alpha = 45^\circ$  とした結果に一致する。特に断面が一様であつて、剪力圖或は斜張應力圖が梯形である場合には

$$T_v = \frac{b_0 w (\tau' + \tau'')} {2} = \frac{w (S' + S'')} {2z} \quad (535a)$$

となることは言ふまでもない。

上記の  $T_v$  に對して断面積  $A_v$  なる筋筋を使用し、其の張應力がすべて相等しく且つ  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  なる様にするためには  $l=0, l=w$  間の筋筋の總數  $m$  と  $A_v$  との關係は

$$m A_v \geq \frac{T_v}{\sigma_{sa}} \quad (536)$$

でなければならぬ。即ち  $m$  が與へられたるものとすれば

$$A_v \geq \frac{T_v}{m \sigma_{sa}}, \quad (536a)$$

$A_v$  が與へられたる場合には

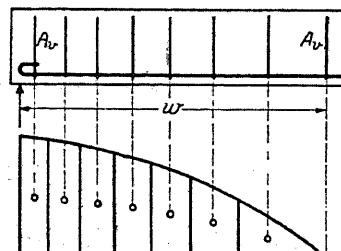
$$m \geq \frac{T_v}{A_v \sigma_{sa}} \quad (536b)$$

である。そして筋筋を配置すべき位置を決定するには、断面が一様なる場合を假定すれば、曲筋筋に於けると全く同様に、第 307 圖の如く剪力圖若くは斜張應力圖の面積を  $m$  等分して、此の部分の重心を通る線上に筋筋を配置すればよい。

尙、筋筋の設計に關する土木學會の示方書の規定は其の第 72 條の (4), 即ち

筋筋は抗張主筋筋に圍繞せしめ其の端を抗張部コンクリートに碇着せしむべし、桁には常に筋筋を配置し、其の間隔は桁の有効高さの  $1/2$  以下とすべし。但し計算上必要ならざる部分にては桁の有効高さを増大することを得、筋筋の直徑は  $6 \text{ mm}$  以上とすべし。

であつて、茲に於て筋筋を抗張主筋筋に圍繞し且つ之を抗張部分に碇着することは、筋筋の張

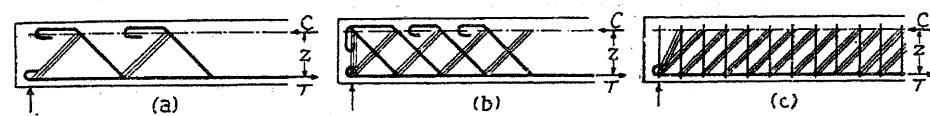


第 307 圖

力を充分に發揮せしめるためであり、また其の間隔を  $h$  の  $1/2$  としたのは、任意の  $45^\circ$  の傾斜筋筋が歎くとも一つの筋筋に交るためのものであつて、之は純理論的立場から見れば、筋筋の間隔は  $z$  より小であればよいことになる。

### § 126. トラスの腹部材としての腹筋

之は鋼筋コンクリート桁を第 308 圖に示すが如きトラスと考へることである。即ち言ふまでもなく抗張筋筋がトラスの抗張部材になり、中立軸以上の部分が其の抗張部材となり、筋筋或は曲筋筋が抗張腹部材、 $45^\circ$  の方向のコンクリートが抗張腹部材となるのである。そして此のトラスの高さとしては  $C$  と  $T$  との距離  $z$  をとるのである。次には此の様に考へて腹筋の應力を求める方法を述べる。



第 308 圖

先づ第 308 圖 (a) の場合に對して第 309 圖の如きトラスを考へ、 $D_m$  を任意の曲筋筋の張力とすれば、此のトラスの  $a-a$  断面に垂直及び平行なる内力及び外力の平衡に依り

$$D_m \sin \varphi = S,$$

$$D_m \cos \varphi = U_m - L_{m-1},$$

故に

$$D_m = \frac{S}{\sin \varphi} = \frac{U_m - L_{m-1}}{\cos \varphi} \quad (537)$$

を得る。茲に於てトラスの一般理論に依り

$$U_m = \frac{M_m}{z}, \quad L_{m-1} = \frac{M_{m-1}}{z}, \quad \frac{M_m - M_{m-1}}{\lambda} = S$$

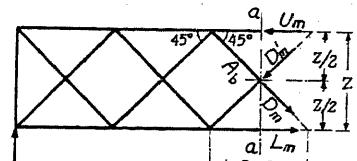
である。特に  $\varphi = 45^\circ$  の場合には

$$\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad s = 2z, \quad \lambda = z$$

であるから、(522b)式と全く同様に

$$A_b \sigma_s = D_m = \sqrt{2} S = \frac{S \cdot s}{\sqrt{2} z} \quad (537a)$$

を得ることが出来る。



第310圖

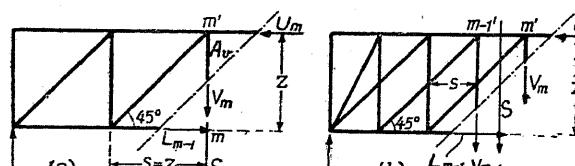
また第308圖(b)の如き場合に對し、曲鐵筋は45°の傾斜を有するものとし、第310圖に就て  $a-a$  斷面の力の平衡を考へれば

$$(D_m + D_{m'}) \sin 45^\circ = S,$$

$$(D_m - D_{m'}) \cos 45^\circ = U_m - L_m = 0$$

であるから  $D_m = D_{m'}$  となり、従つて

$$D_m = \frac{S}{\sqrt{2}} \quad (538)$$



第311圖

となり、此の場合には  $s = z$  であるから (522b) 若くは (537a) 式と全く同一の結果となる。

次に肋筋に對し第311圖の如きトラスを考へれば、(a) の場

合には明かに  $s = z$  であつて

$$A_v \sigma_s = V_m = S = \frac{S \cdot s}{z} \quad (539)$$

となり、(b) の場合には  $s = z/2$  であつて  $V_m = V_{m-1}$  と假定し平均剪力を  $S$  とすれば

$$A_v \sigma_s = V_m = \frac{S}{2} = \frac{S \cdot s}{z} \quad (539a)$$

となり、何れにしても §125 の (532) 式と全く同一の結果を得る。

### § 127. 腹鐵筋の設計に關する注意

上記 §124 及び §125 に於ては、曲鐵筋及び肋筋に就て其の理論を別々に記述したのであるが、實際曲鐵筋の設計に於て

- (1) 桁の抗張主鐵筋の1/3以上を曲げ上げずして支承上に達せしめること、
- (2) 桁の抵抗モーメントをすべての點に於て外力に依る最大曲モーメントより大とすること、
- (3) 曲鐵筋の水平間隔を餘り大としないこと

等の條件を考慮すれば、曲鐵筋のみに依つて桁の全斜張應力に對抗せしめることの不可能なる場合が多い。此の様な場合には、肋筋に依るか、或は之を併用するより他に道がなく、また桁の斷面には動荷重の位置に依つて符号の異なる剪力が作用する場合が多いから、此の意味に於ても曲鐵筋のみに依ることは出來ない。それは曲鐵筋は或る一方向の斜張應力のみに有効で

あつて、之と垂直の方向の斜張應力には全然用をなさないからである。従つて普通には腹鐵筋として曲鐵筋と肋筋とを併用するのが常であつて、土木學會の示方書に於ても其の第78條に於て「桁には常に肋筋を配置すべし」と規定して居る。

扱て肋筋と曲鐵筋とを併用する場合には、第312圖に示すが如く、肋筋の斷面積  $A_v$  及び其の間隔  $s$  を一定にして全斜張應力の一部  $\tau_v$  をとらしめ、残りの斜張應力  $\tau_b$  を曲鐵筋に依つてとらしめる。即ち或る一點に於て

$$\tau_v + \tau_b = \tau \quad (540)$$

であつて、 $\tau_v$  に相當する剪力を  $S_v$ 、 $\tau_b$  に相當する剪力を  $S_b$  とすれば

$$S_v + S_b = S \quad (540a)$$

となる。之等の式に於て  $S_v$  及び  $\tau_v$  は (532) 式より

$$S_v = \frac{A_v \sigma_s z}{s}, \quad \tau_v = \frac{S_v}{b_0 z} = \frac{A_v \sigma_s}{b_0 s} \quad (541)$$

であつて、 $A_v$  及び  $s$  が一定であり、且つ  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  で一定である場合には、 $S_v$  及び  $\tau_v$  は一定となり、曲鐵筋のとるべき斜張應力の總和は (519) 乃至 (519d) 式より

$$T_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{w'} b_0 \tau_b dl = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{w'} b_0 [\tau - \tau_v] dl \quad (542)$$

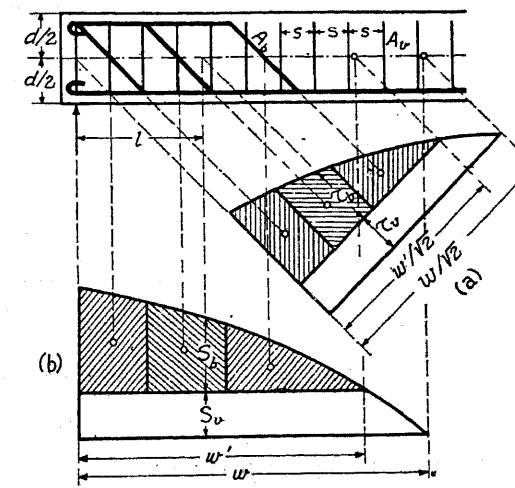
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{w'} \frac{S_b}{z} dl = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{w'} \frac{S - S_v}{z} dl, \quad (542a)$$

或は

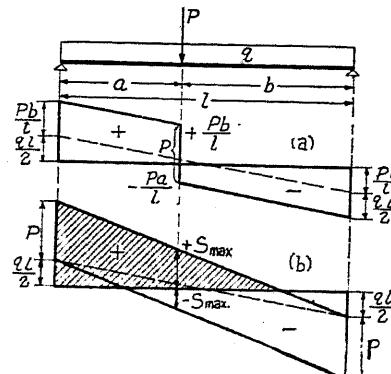
$$T_a = \frac{b_0}{\sqrt{2}} \int_0^{w'} \tau dl - \frac{A_v \sigma_s w'}{\sqrt{2} s} = \frac{1}{\sqrt{2} z} \int_0^{w'} S dl - \frac{A_v \sigma_s w'}{\sqrt{2} s} \quad (542b)$$

となり、此の  $T_a$  に就て §124 の方法に依つて曲鐵筋を設計すればよい。即ち第312圖(a)及び(b)に於て、斜線を施せる部分の  $\tau$  若くは  $S$  に對して曲鐵筋を設計すればよい。

今まで述べたことは、主として静荷重に對するものであるが、桁に動荷重が來る場合には、或る特定の荷重位置に依る剪力圖又は剪應力圖に依つて腹鐵筋を設計することは危險である。それは桁の任意の断面に對して最大剪力を與へる荷重の位置が、該断面の位置に依つて異なり、



第312圖

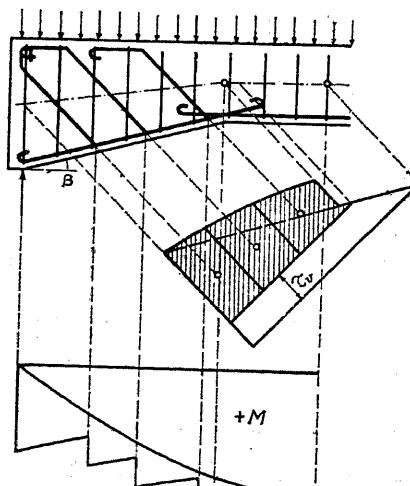


第 313 圖

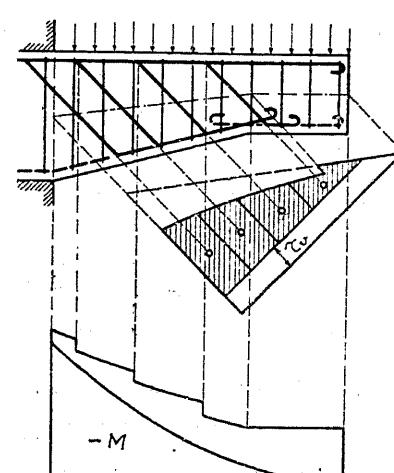
且つ同一断面に符号の異なる剪力が起り得るからである。例へば第 313 圖に於て (a) は  $P$  の特定位置に對する桁の各断面に生ずる剪力の分布であり、(b) は  $P$  が移動した場合に生ずる各断面の最大剪力を連ねたもの、即ち最大剪力圖である。また之に依つて桁の中央部分には正負の剪力が生ずることがわかる。此の様な動荷重を受ける桁の腹鐵筋は、之を如何なる荷重状態に對しても十分に安全である様に設計することが必要である。此の目的のためには今迄に述べた剪應力圖或は剪力圖の代りに、最大剪應力圖或は最大剪力圖を用ひて設計すれば充分である。

最後に注意すべきは、桁の高さが變化する場合である。此の時には § 122 に述べた如く  $\tau$  は  $S$  のみに依つて決まるものではないから、前述の桁の高さが一定なる場合の如く、剪力圖そのまゝに依つて腹鐵筋を設計することが出来ない。桁の高さが變化する場合も其の斜張應力と剪應力との關係が、桁の高さが一様である場合と同じとすれば、其の斜張應力は剪應力  $\tau$  に等しく (515) 式に依つて

$$\tau = \frac{S \pm \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta)}{b_0 z} \quad (543)$$

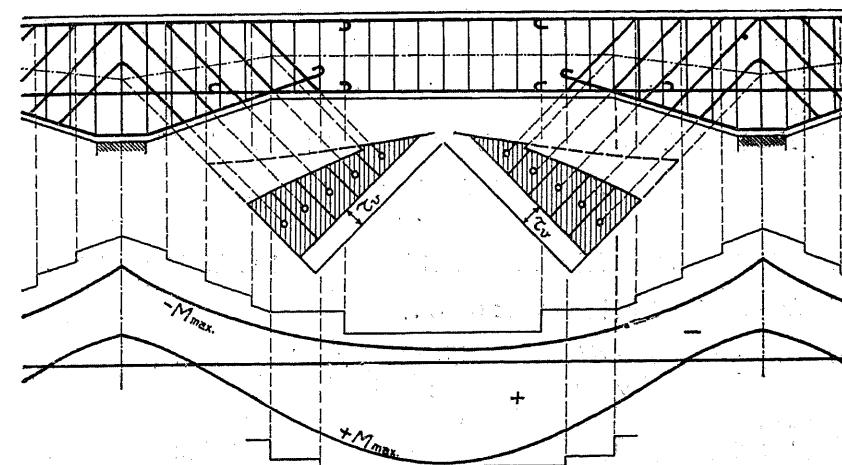


第 314 圖



第 315 圖

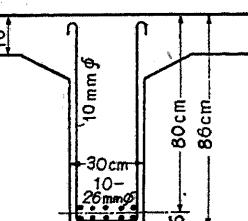
となり、腹鐵筋は之に依つて設計しなければならない。上式中  $S$ 、 $M$ 、 $\alpha$  及び  $\beta$  にはすべて其の絶対値を代入し、 $M$  と共に  $h$  が大となる場合には土の中負號を、之と反対の場合には正號を採用するものである。之に關する二三の例は第 314 圖乃至第 316 圖である。



第 316 圖

### § 128. 腹鐵筋設計の例題

腹鐵筋設計の例題として § 94、例題 1 (單鐵筋 T 形断面の例題) の T 形桁の腹鐵筋を設計せんとする。断面の形狀は第 216 圖及び第 317 圖に示すが如く、最大曲モーメントの断面に於て抗張鐵筋として徑 26 mm の丸鋼を 10 本使用するものである。此の桁に作用する荷重は自重を加算して桁長 1 m 当り 4104 kg の等布荷重であるから剪力は桁の支間の中央に於て零であつて、支點に近づくに従つて直線的に増大し、其の最大値は支點に於て



第 317 圖

$$4104 \times 4.5 = 18468 \text{ kg}$$

となる。故に此の點に於ける剪應力及び斜張應力は  $z = h - t/2 = 80 - 16/2 = 72 \text{ cm}$  とすることに依り

$$\tau = \frac{S}{b_0 z} = \frac{18468}{30 \times 72} = 8.55 \text{ kg/cm}^2$$

となる。此の場合  $\tau \geq 4.5 \text{ kg/cm}^2$  の部分に對して、全剪力に就て腹鐵筋を理論的に設計すべしと云ふ土木學會の規定に從へば

$$S \geq 4.5 b_0 z = 4.5 \times 30 \times 72 = 9720 \text{ kg}$$

の部分、即ち第318図に示すが如く支点より 214 cm の部分に對してのみ腹鉄筋を計算する必要があるのであるが、コンクリートに生ずる張應力は、すべて之を鐵筋にて受けると云ふ見地から、此處では桁のすべての部分に對して安全なる腹鉄筋を設計する。

先づ肋筋としては第317図の如く U形の 10 mm 丸鋼を使用し、其の間隔を 30 cm とすれば

$$A_r = 1.57 \text{ cm}^2, s = 30 \text{ cm}$$

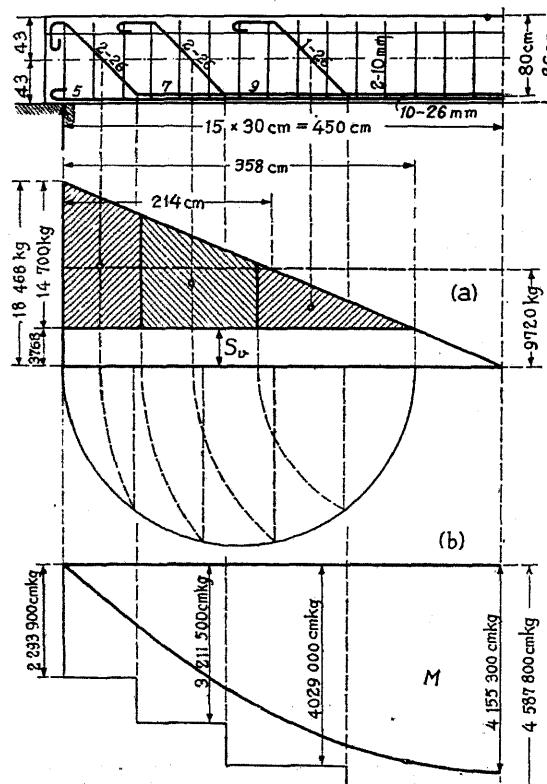
であるから、此の肋筋によつてとられる剪力  $S_r$  は(541)式より  $\sigma_s = 1000 \text{ kg/cm}^2$  とすることにより

$$S_r = \frac{A_r \sigma_s z}{s} = \frac{1.57 \times 1000 \times 72}{30} = 3768 \text{ kg}$$

となり、従つて第318図に於て斜線を以て示す部分の剪力に對して曲鉄筋を設計すればよい。

曲鉄筋に依つてとるべき全斜張力  $T_a$  は(520)より

$$T_a = \frac{(S' + S'') w}{2\sqrt{2}z} = \frac{(14700 + 0) \times 358}{2\sqrt{2} \times 72} = 25870 \text{ kg}$$



第318図

であつて、之に對し徑 26 mm の抗張主鉄筋(断面積 5.31 cm<sup>2</sup>)を曲上げて曲鉄筋とし、其の許容張應力を 1000 kg/cm<sup>2</sup> とすれば、曲鉄筋の所要本數は

$$\frac{25870}{5.31 \times 1000} = 4.87$$

となり、之に對し抗張主鉄筋を 5 本曲上げればよいことになる。此の中 1 本を中央に近い部分に於て、残りを 2 本づつ桁端の部分に曲げ上げるものとすれば、其の位置は第318図(a)の如く斜線を施せる面積を 2:2:1 の比に分割し、其の重心を求めることに依つて決定される。

尚  $M = \sigma_s A_s z$  に於て、 $\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $A_s = 5.31 \times 5 \text{ 本数}$ ,  $z = 72 \text{ cm}$  として計算せる桁の断面の抵抗

モーメントと荷重に依つて起る曲モーメントとの關係は(b)圖に示すが如くであつて、之に依つて上記の如く設計した腹鉄筋は曲モーメントに對しても充分に安全であることがわかる。

### 第三節 附着應力

#### § 129. 總 説

鐵筋コンクリート中より、第319圖に示すが如く微小長  $dl$  なる鐵筋を取り出して其の平衡を考へるに、鐵筋の断面積を  $A_s$ 、周邊長の總和を  $U$ 、兩端面に作用する直應力を夫々  $\sigma_s$  及び  $\sigma_s + d\sigma_s$  とし、鐵筋の微小表面積  $U dl$  に作用する接面應力即ち附着應力を一様なるものとして之を  $\tau_0$  とすれば

$$\tau_0 U dl = (\sigma_s + d\sigma_s) A_s - \sigma_s A_s = d\sigma_s \cdot A_s$$

即ち

$$\tau_0 = \frac{d\sigma_s \cdot A_s}{U dl} \quad (544)$$

を得る。之はコンクリート中にある鐵筋の附着應力  $\tau_0$  を與へる一般式であつて、桁に於てもまた他の種類の部材に於ても、抗張鐵筋或は抗壓鐵筋に對してもすべて同様に成立する式である。

特に抗張鐵筋に於て  $T_s = \sigma_s A_s$  とすれば

$$\tau_0 = \frac{1}{U} \cdot \frac{dT_s}{dl}, \quad (544a)$$

抗壓鐵筋に於て  $C_s = \sigma_s A_s$  とすれば

$$\tau_0 = \frac{1}{U} \cdot \frac{dC_s}{dl} \quad (544b)$$

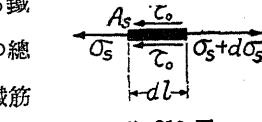
となる。之等の式より得らるゝ第一の結論は、鐵筋に作用する直應力に變化がない場合には、附着應力が零であることである。

#### § 130. 抗張主鐵筋の附着應力

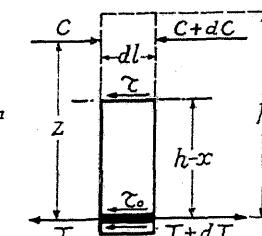
任意の形狀の断面の桁に於て、其の抗張主鐵筋の張應力  $\sigma_s$  は、コンクリートに作用する張應力を無視すると否に拘はらず、一般に

$$\sigma_s = \frac{nM}{I_i} (h - x)$$

であるから、 $dl$  に對する  $\sigma_s$  の變化  $d\sigma_s$  は



第319図



第320図

$$\frac{d\sigma_s}{dl} = \frac{n(h-x)}{I_i} \cdot \frac{dM}{dl} = \frac{n(h-x)}{I_i} S$$

となり、従つて附着應力  $\tau_0$  は(544)式より

$$\tau_0 = \frac{nA_s(h-x)}{U I_i} S = \frac{nG_s}{U I_i} S \quad (545)$$

となる。之はコンクリートの張應力を無視すると否に拘はらず常に成立する式であつて、 $S$  は断面に作用する剪力、 $I_i$  は有効等値断面の中立軸のまはりの二次モーメント、 $G_s$  は鐵筋断面積の中立軸のまはりの一次モーメントである。

普通の假定に従つてコンクリートの張應力を無視する場合には、 $I_i/nG_s$  は抵抗モーメントの臂長  $z$  に等しいから

$$\tau_0 = \frac{S}{Uz} \quad (546)$$

となり、之が普通鐵筋コンクリート桁の抗張鐵筋の附着應力の公式として一般に採用せられて居るものである。尙、(546)式は  $M = Tz$  なる関係より

$$\frac{dT}{dl} = \frac{1}{z} \cdot \frac{dM}{dl} = \frac{S}{z}$$

を(544a)式に代入して直接に求めることも出来る。

此の場合に、中立軸に於ける断面の幅を  $b_0$ 、剪應力を  $\tau$ 、抗張鐵筋の位置に於ける断面の幅を  $b_s$ 、剪應力を  $\tau_s$  とすれば

$$\tau = \frac{S}{b_0 z}, \quad \tau_s = \frac{S}{b_s z}$$

であるから

$$\tau_0 = \frac{b_0}{U} \tau = \frac{b_s}{U} \tau_s \quad (546a)$$

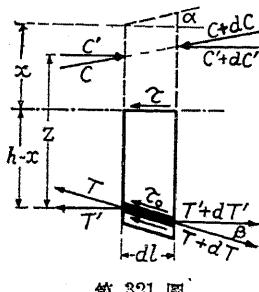
となる。(546)或は(546a)式を使用する場合には、コンクリートの張應力を無視し、且つ桁の断面が一様なるものと假定せることを忘れてはいけない。

桁の有効高さが一定でない場合の抗張鐵筋の附着應力  $\tau_0$  は第321圖に示すが如く

$$\frac{\tau_0 U dl}{\cos \beta} = dT \text{ 即ち } \tau_0 = \frac{dT \cos \beta}{U dl} = \frac{1}{U} \cdot \frac{dT'}{dl}$$

であつて §122 の(516)式に於ける  $dT'/dl$  の値を代入すれば

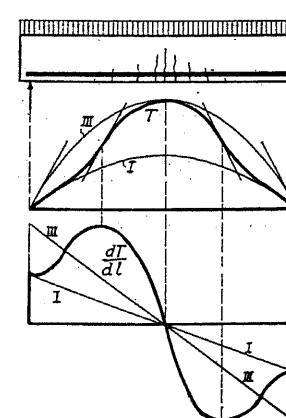
$$\tau_0 = \frac{S - \frac{M}{h} \tan(\alpha + \beta)}{Uz} \quad (547)$$



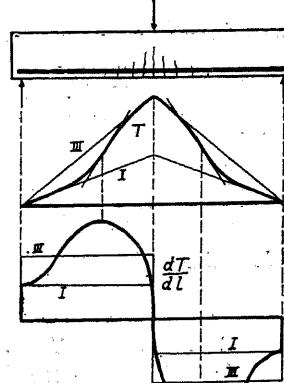
第321圖

となる。但しこれはコンクリートの張應力を無視し、且つ  $M$  が増大するに従つて  $n$  が増大する場合であつて、 $M$  が増大するに従つて  $n$  が減少する場合には(547)式の分子の負號を正號にしなければならない。何れにしても §122 に述べた所に依り、桁の断面が一様なる場合と同様に(546a)の關係が成立する。

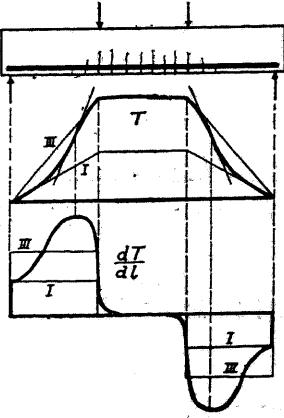
上記すべての公式に依れば、 $\tau_0$  は  $S$  に正比例するから  $S$  の最大値の點に於て  $\tau_0$  は最大となる。然しそは桁の全長に亘つて同一假定が成立すると云ふ假定に依る理論的歸結であつて、實際の  $\tau_0$  の分布は此の理論的結果と必ずしも一致しない。§74 に述べた如くコンクリートの張應力を無視することは、桁の断面に作用する曲モーメントが可成り大である場合に對してのみ許さるべきことであつて、同一の桁に於ても、曲モーメントの小なる断面に於てはコンクリートの張應力は有効に作用し、従つて此の場合の抗張鐵筋の張應力は、コンクリートの張應力を無視する計算に依る値より小である筈である。例へば第322圖乃至第324圖に於て I で示す曲線は桁の全長に亘り第一階程の假定、即ちコンクリートの張應力が有効に作用するものとした場合、III で示す曲線は第三階程の假定、即ちコンクリートの張應力を無視した場合の  $T$  及び  $dT/dl$  の變化を示す。此のうち I の場合は曲モーメントの小なる部分に、III の場合は曲モーメントが大なる部分に於て真であつて、其の中間に於ては I より III に移動するものであるから、實際の桁に於ける  $T$  の分布の有様は圖の太線で示すが如くになり、従つて  $dT/dl$  の變化、換言すれば  $\tau_0$  の變化は矢張り太線で示すが如くなるものと想像される。之等の考察の結論としては桁端に於ける附着應力は一般に(546)式にて與へらるゝ値より小であること、 $\tau_0$  の最大値は一般に  $S$  の最大の断面に於て生ぜざること、 $\tau_0$  の最大値は一般に(546)式にて與へらるゝ値よ



第322圖



第323圖



第324圖

り小なるものと考へられること等である。更に桁端に於ける鋼筋の鉤の影響等を考慮すれば、桁に於ける抗張鋼筋の附着應力の分布は甚だ複雑なるものとなる。

斯くの如く考へれば、 $S$ を基準として(546)式に依つて $\tau_0$ を計算することは、殆んど無意味に近いものになるが、然し§59に於て述べた如く、(546)式に依る $\tau_0$ の値が大略  $15 \sim 20 \text{ kg/cm}^2$  になつた時に鋼筋の滑動が起るものであるから、(546)式に依る限り安全率を3ととつて $\tau_0$ に對して  $5 \sim 7 \text{ kg/cm}^2$  の應力が許される。實際多くの示方書或は條令の規定はすべて(546)式に依るものとし、其の許容値は  $4.5 \sim 7 \text{ kg/cm}^2$  である。(§59 參照) 尚、鋼筋の端に鉤のある場合でも、鉤が有効に作用するのは§51に於て述べた如く、既に直線部分の鋼筋に滑動が生じた場合であるから、實際の設計に於ては鋼筋に滑動が生じないことを前提とする關係上、鉤の影響は無視しなければならない。要するに(546)式は桁に於ける抗張鋼筋の附着應力の値を與へる式ではなく、單に設計上の手段に過ぎないことを銘記する必要がある。

抗張鋼筋の附着應力の計算を必要とするのは、可成り大型の鋼筋を使用した場合であつて、細い鋼筋に於ては殆んど其の必要がない。それは鋼筋が細くなる程  $U$  が大となつて $\tau_0$  が著しく小となり、また實驗の結果から見ても、細い鋼筋は滑動が起るよりも早く其の張應力が彈性限度に達するからである。此の意味に於て、土木學會の示方書は支點を超えて鉤等に依り充分に碇着されたる徑  $20 \text{ mm}$  以下(獨逸では  $26 \text{ mm}$  以下)の鋼筋に對しては、特に其の附着應力を計算する必要なしと規定して居る。(§51 參照)。

最後に腹鋼筋の影響に就てであるが、多くの實驗結果に依るに、曲鋼筋を以て全部の斜張應力をとらしめる様に設計された桁の抗張鋼筋の附着強度を(446)式に依つて計算した値は、曲

筋のない場合の値の約2倍に近い。換言すれば(546)式は  
かゝる桁に對して約2倍の値を與へること、即ち實際には  
(546)式の値の約  $1/2$  を採用してよいことになる。今、此の  
事實の理論的根據を求めるために、桁の斜張應力は全部  $45^\circ$

の方向に配置された曲鋼筋に依つてとられ、此の曲鋼筋が數ヶ所に集中せずして均等に分布されたるものとすれば、第325圖に示すが如く  $dl$  の部分の水平力の平衡條件より

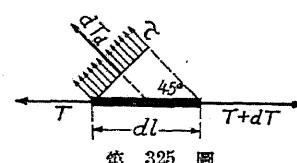
$$\tau_0 U dl = dT - dT_a \cos 45^\circ$$

を得る。然るに  $dT_a$  は

$$dT_a = \frac{1}{\sqrt{2}} b_0 \tau dl = \frac{S}{\sqrt{2} z} dl$$

であるから

$$\tau_0 = \frac{1}{U} \cdot \frac{dT}{dl} - \frac{1}{U} \cdot \frac{dT_a}{dl} \cos 45^\circ = \frac{S}{2 U z} \quad (548)$$



第325圖

即ち(546)に比し  $1/2$  の値となり、前記實驗的事實が理論的に證明される。實際の桁に於ては曲鋼筋は數ヶ所に集中され、且つ抗張鋼筋全部が一度に曲げ上げられるものでないから、(548)式は必ずしも眞なる値を與へ得ないが、然し大局より見て曲鋼筋を有する桁に對しては(546)式よりも眞に近いものと考へられる。

曲鋼筋が  $45^\circ$  に對して  $\pm \alpha$  なる傾きを有する場合には、水平距離  $dl$  の間に作用する此の曲鋼筋の張力  $dT_a'$  は、(528)式の關係に從つて

$$dT_a' = \frac{dT_a}{\cos \alpha} = \frac{S \cdot dl}{\sqrt{2} z \cos \alpha}$$

であり、 $dl$  なる部分の水平分力の平衡條件は

$$\tau_0 U dl = dT - dT_a' \cos (45^\circ \pm \alpha)$$

であつて、從つて  $\tau_0$  は

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{1}{U} \cdot \frac{dT}{dl} - \frac{1}{U} \cdot \frac{dT_a'}{dl} \cos (45^\circ \pm \alpha) = \frac{S}{U z} - \frac{S}{\sqrt{2} U z} \cdot \frac{\cos (45^\circ \pm \alpha)}{\cos \alpha} \\ &= \frac{S}{U z} - \frac{S}{\sqrt{2} U z} \cdot \frac{1 \mp \tan \alpha}{\sqrt{2}} = \frac{S}{2 U z} (1 \pm \tan \alpha) \end{aligned} \quad (549)$$

となる。故に  $\alpha = +45^\circ$  即ち肋筋は理論上抗張主鋼筋の附着應力を輕減するには全然役に立たず、從つて桁の斜張應力を肋筋と曲鋼筋との併用に依つてとる場合の  $\tau_0$  は、(548)式の値より大となる結果になる。然し肋筋は理論上  $\tau_0$  の輕減には全然無能力であるとするも、實際には肋筋と主鋼筋とが緊縛される事實に依つて、矢張り  $\tau_0$  は輕減されるものと考へねばならない。

此の意味に於て土木學會の示方書及び獨逸の示方書等に於ては、曲鋼筋及び肋筋の併用に依つて斜張應力全部を受ける様にした場合には、 $\tau_0$  を(546)式の代りに

$$\tau_0 = \frac{S}{2 U z} \quad (548)$$

式に依つて計算することを得と規定されて居る。

### § 131. 抗壓主鋼筋の附着應力

桁の抗壓主鋼筋の附着應力は一般に之を計算する必要のないものである。それは計算上附着應力が一般に僅少なる値となるのみならず、§48に於て述べた如く、抗張部分に於けるよりも、抗壓部分に於ける方が一般に附着強度が大であるからである。然しそれを計算するには次の式に依らねばならない。

一般に抗壓鋼筋の壓應力  $\sigma_s'$  は

$$\sigma_s' = \frac{nM}{I_t} (x - h')$$

であるから(444)式より

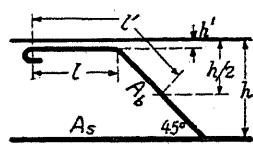
$$\tau_0 = \frac{A_s'}{U} \cdot \frac{d\sigma_s'}{dl} = \frac{n A_s' (x - h')}{U I_t} \cdot \frac{dM}{dl} = \frac{n A_s' (x - h')}{U I_t} \cdot \frac{S}{U} = \frac{n G_s'}{I_t} \cdot \frac{S}{U} \quad (550)$$

となる。

### § 132. 腹鐵筋の附着應力

腹鐵筋は桁の斜張應力に對抗するものであつて、之が有効に作用するためには、附着應力に依つて充分にコンクリートに碇着されることが必要であるが、之に對する適確なる算法はない。それで今次の如き略算法を掲げる。

#### 1) 曲鐵筋の附着應力



第326圖

鐵筋の鉤は直線部分の鐵筋の滑動が生じてから始めて有効に作用すると云ふ事から、端鉤の影響を無視し、第326圖に示すが如く、曲鐵筋の碇着長 $l'$ の部分に等布附着應力 $\tau_0$ が作用するものとし、 $A_b$ 、 $U$ を曲鐵筋断面の面積及び周邊長、 $\sigma_s$ を曲鐵筋に作用する張應力とすれば

$$\tau_0 U l' = A_b \sigma_s$$

である。今 $l'$ として有効高さの $1/2$ 以上にある部分をとり、曲鐵筋の水平部分の長さを $l$ として近似的に

$$l' = l + \frac{h}{\sqrt{2}}$$

とすれば

$$\tau_0 = \frac{A_b \sigma_s}{U \left( l + \frac{h}{\sqrt{2}} \right)} \quad (551)$$

となり、曲鐵筋として直徑 $d$ なる丸鋼或は一邊 $d$ なる角鋼を作用する場合には、 $A_b/U = d/4$ であるから

$$\tau_0 = \frac{\sigma_s d}{4(l + 0.707h)} \quad (551a)$$

となる。

曲鐵筋が最大の張力を受ける場合、即ち $\sigma_s = \sigma_{sa}$ となる場合に必要な $l$ の長さを求むれば、(551a)式に $\tau_0 = \tau_{0a}$ (許容附着應力)とすることに依り

$$l \geq \frac{\sigma_{sa} d}{4 \tau_{0a}} - 0.707h, \quad (551b)$$

或は

$$l' = l + 0.707h \geq \frac{\sigma_{sa} d}{4 \tau_{0a}} \quad (551c)$$

となり、例へば $\sigma_{sa} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\tau_{0a} = 5 \text{ kg/cm}^2$ の如く $\tau_{0a} = 0.005 \sigma_{sa}$ とすれば $l' \geq 50d$ を得る。

#### 2) 肋筋の附着應力

肋筋の場合も前と同様に其の碇着長を $h/2$ と假定すれば

$$\tau_0 U \frac{h}{2} = A_v \sigma_s, \quad \tau_0 = \frac{2 A_v \sigma_s}{U h} \quad (552)$$

となり、直徑或は一邊が $d$ なる丸鋼或は角鋼の場合には

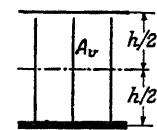
$$\tau_0 = \frac{\sigma_s d}{2h} \quad (552a)$$

となる。

従つて肋筋の張應力が $\sigma_{sa}$ になつた場合に $\tau_0 \leq \tau_{0a}$ なるためには

$$d \leq \left( \frac{2 \tau_{0a}}{\sigma_{sa}} \right) h \quad (552b)$$

であることが必要である。例へば $\tau_{0a} = 0.005 \sigma_{sa}$ の場合には $d \leq h/100$ 、即ち有効高さの100分の1以上の大なる肋筋を使用してはいけないことになる。然し(552b)式を満足するやうな肋筋の直徑は、一般に實際上使用不可能に近い程細いものであつて、普通には(552b)の制限を遙かに超過するやうな太いものが使用される。従つて此の場合には肋筋を抗壓鐵筋に圍繞するか、或は其他の方法に依つて充分に碇着せしめる必要がある。



第327圖

# 第六章

## 軸圧力及び曲モーメントを受ける部材 (偏心軸圧力を受ける部材)

### 第一節 総論

#### § 133. 総説

アーチ或はラーメン等の構造物に於ては、其の部材の横断面に曲モーメントと共に軸圧力が作用するのが常である。即ち第328図(a)に示すが如く、外力の合力 $R$ が断面の重心以外に作用

するのである。此の $R$ を断面に平行なる分力 $S$ と、断面に垂直なる分力 $N$ とに分ければ、 $S$ は即ち剪力であつて、之は断面に剪應力を惹起し、 $N$ は断面の重心より $e$ なる距離に作用する軸圧力、即ち偏心軸圧力(Eccentric compression)である。

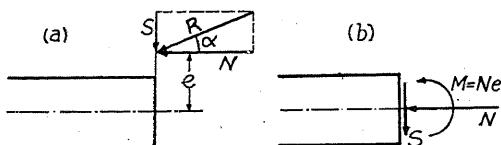
本章に於て取扱ふものは、此の偏心軸圧力に依る部材断面の應力算定、断面の決定法、及び此の場合の剪應力の解法である。

普通の力學的計算に於ては、第328図(a)の如く、断面に作用する外力の合力 $R$ の大きさ、方向及び其の作用點の3要素を求める代りに、第328図(b)の如く断面に作用する中心軸圧力 $N$ 、曲モーメント $M$ 、及び剪力 $S$ の三つを個々別々に求めるのが常であるが、此の場合には

$$R = \sqrt{N^2 + S^2}, \quad \tan \alpha = \frac{S}{N}, \quad e = \frac{M}{N} \quad (553)$$

となるから、曲モーメント $M$ と中心軸圧力 $N$ との影響は全く断面重心より $e = M/N$ なる距離に作用する偏心軸圧力 $N$ の影響に相等しい。尙剪力 $S$ の影響は此の場合に於ては桁の場合と多少異なる所があるが、之は本章の最後に於て説くこととし、先づ軸圧力 $N$ の影響に就て考慮する。

扱て等質にして且つ完全弾性體の部材の横断面に偏心軸圧力 $N$ が作用した場合にも、普通の桁に於けるが如く横断面は變形後も平面であると言ふベルヌーイ・オイラーの假定が許される。



第328図

従つて第329図の如き對稱断面に於て其の主軸を $x, y$ 軸とすれば、其の原點 $O$ は断面の重心となり、横断面に作用する垂面應力は $x, y$ 軸に對して等應力となり、任意の一點 $(x, y)$ に於ける應力 $\sigma_{xy}$ は

$$\sigma_{xy} = \sigma_0 + \frac{x}{u} (\sigma_u - \sigma_0) + \frac{y}{v} (\sigma_v - \sigma_0) \quad (554)$$

で表はされる。但し $\sigma_0$ は重心に作用する垂面應力である。(554)に依り $\sigma_{xy}$ を一意的に決定するには $\sigma_0, \sigma_u$ 及び $\sigma_v$ を求めることが必要である。之に對しては次の3個の平衡條件、即ち

$$N = \int_A \sigma_{xy} dA, \quad Ne_x = \int_A \sigma_{xy} x dA, \quad Ne_y = \int_A \sigma_{xy} y dA \quad (555)$$

が成立し、此の第一式に(554)を代入すれば

$$N = \sigma_0 A + \frac{\sigma_u - \sigma_0}{u} \int_A x dA + \frac{\sigma_v - \sigma_0}{v} \int_A y dA$$

を得るが、此の式の中の積分は夫々主軸のまわりの一次モーメントであるから§60, 4)に述べた如く零に等しく、従つて

$$N = \sigma_0 A \quad \text{或は} \quad \sigma_0 = \frac{N}{A} \quad (556)$$

を得る。之は全く中心軸圧力の場合と同様である。

次に(555)の第二式及び第三式よりは夫々

$$Ne_x = \sigma_0 \int_A x dA + \frac{\sigma_u - \sigma_0}{u} \int_A x^2 dA + \frac{\sigma_v - \sigma_0}{v} \int_A xy dA,$$

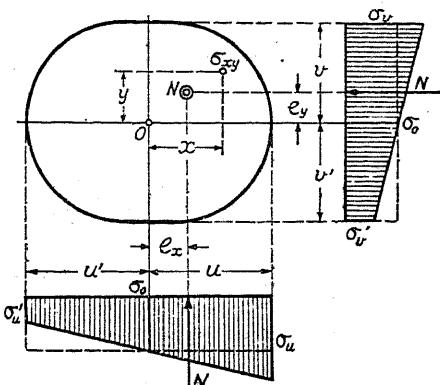
$$Ne_y = \sigma_0 \int_A y dA + \frac{\sigma_u - \sigma_0}{u} \int_A xy dA + \frac{\sigma_v - \sigma_0}{v} \int_A y^2 dA$$

となるが、このうち§60に依り

$$\int_A x dA = \int_A y dA = 0, \quad \int_A x^2 dA = I_x, \quad \int_A y^2 dA = I_y$$

であつて、 $\int_A xy dA$ は主軸に就ての相乘モーメント(Product of inertia)であつて、之も零に等しいから、

$$Ne_x = \frac{\sigma_u - \sigma_0}{u} I_y, \quad Ne_y = \frac{\sigma_v - \sigma_0}{v} I_x, \quad \sigma_u - \sigma_0 = \frac{Ne_x u}{I_y}, \quad \sigma_v - \sigma_0 = \frac{Ne_y v}{I_x} \quad (557)$$



第329図

となる。

故に(556)及び(557)を(554)に代入すれば

$$\sigma_{xy} = N \left( \frac{1}{A} + \frac{e_x x}{I_y} + \frac{e_y y}{I_x} \right) \quad (558)$$

となる。然るに  $N e_x$  及び  $N e_y$  は夫々  $y$  及び  $x$  軸のまわりの  $N$  のモーメントであるから

$$\begin{aligned} M_x &= N e_y, \quad M_y = N e_x \\ \sigma_{xy} &= \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} x + \frac{M_x}{I_x} y \end{aligned} \quad (558a)$$

とすることも出来る。また  $N$  が  $x$  軸上にある場合には

$$e_x = e, \quad e_y = 0, \quad I_y = I, \quad M_y = N e = M$$

とすれば、 $\sigma_{xy}$  は單に  $x$  のみの函数となり一般に

$$\sigma_x = N \left( \frac{1}{A} + \frac{e x}{I} \right) = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} x \quad (559)$$

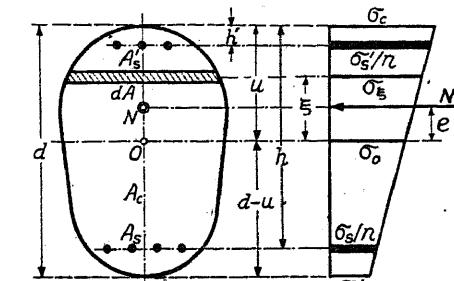
となる。

また上記の關係に依り  $N$  が  $x$  軸上にない場合に  $\sigma_{xy}$  を求めるには、(559)の  $\sigma_x$  の値に  $x$  軸に關する曲モーメント  $M_x = N e_y$  のみに依る應力の値を加へればよいことがわかる。それで以下の計算に於ては、すべて  $N$  が一對稱主軸上にある場合、例へば  $x$  軸上にある場合にのみ限定する。

上記の等質部材に關する一般理論が、直ちに其のまゝ鐵筋コンクリート部材に適用されないのは明かであるが、其の根本的觀念に於ては兩者の間に全然異なる所がない。ただ鐵筋コンクリート部材に於ては之に特有なる假定が設けられる丈である。偏心軸壓荷重を受ける鐵筋コンクリート部材に對する假定は、單純なる鐵筋コンクリート柱及び桁に對する假定と全く同じであつて、變形前平面であつた横斷面は變形後も平面であること、即ち横断面に作用する垂面應力は等變的であること、鐵筋の應力は其の點に於けるコンクリートの應力の  $n$  倍であること、斷面に張應力が生ずる場合にはコンクリートは張應力に抵抗し得ないと假定すること等である。此の最後の假定は甚だ重要であつて、之に依つて偏心軸壓力又は中心軸壓力と曲モーメントとを受ける鐵筋コンクリート部材に於ては、斷面全部に壓應力のみが生ずる場合と、斷面の一部に張應力を生ずる場合とを區別しなければならない。前者は偏心距離  $e$  が小なる場合、又は  $M$  が  $N$  に比して小なる場合であつて、後者は  $e$  が大なる場合、即ち  $N$  に比し  $M$  が大なる場合である。

### § 134. 斷面に張應力が生ぜざる場合の垂面應力の一般解法

鐵筋コンクリート部材の斷面の形狀及び寸法が與へられたる場合には、其の斷面の重心  $O$  は § 60 に依つて決定される。今第330圖の如く對稱斷面を假定し、此の對稱軸上重心  $O$  より  $e$  なる距離に偏心軸壓力  $N$  が作用し、之が爲に斷面に生ずる垂面應力が全部壓應力であるものとすれば、第330圖に示すが如く應力間の關係は



第 330 圖

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= \sigma_0 + (\sigma_e - \sigma_0) \frac{\xi}{u} = \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma'_0) \frac{\xi}{d-u}, \\ \sigma_s &= n \left[ \sigma_0 - (\sigma_e - \sigma_0) \frac{h-u}{u} \right] = n \left[ \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma'_0) \frac{h-u}{d-u} \right], \\ \sigma'_s &= n \left[ \sigma_0 + (\sigma_e - \sigma_0) \frac{u-h'}{u} \right] = n \left[ \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma'_0) \frac{u-h'}{d-u} \right] \end{aligned} \right\} \quad (560)$$

となり、之等を一意的に決定するためには、 $\sigma_0$ 、 $\sigma_e$ 、 $\sigma'_0$  のうち何れか二つを決定すれば充分である。之に對しては(555)と等しく

$$1. \int_{A_0} \sigma_s dA + A'_s \sigma'_s + A_s \sigma_s = N, \quad (561)$$

$$2. \int_{A_0} \sigma_s \xi dA + A'_s \sigma'_s (u-h') - A_s \sigma_s (h-u) = N e = M \quad (561a)$$

の平衡條件が役立つ。但し  $A_0$  はコンクリートの全斷面積である。

(561) 及び (561a) に (560) の關係を代入して整理すれば

$$\begin{aligned} 1. \quad N &= \sigma_0 [A_0 + n(A_s + A'_s)] \\ &+ \frac{\sigma_e - \sigma_0}{u} \left[ \int_{A_0} \xi dA + n A'_s (u-h') - n A_s (h-u) \right], \end{aligned} \quad (562)$$

$$\begin{aligned} 2. \quad M &= \sigma_0 \left[ \int_{A_0} \xi dA + n A'_s (u-h') - n A_s (h-u) \right] \\ &+ \frac{\sigma_e - \sigma_0}{u} \left[ \int_{A_0} \xi^2 dA + n A'_s (u-h')^2 + n A_s (h-u)^2 \right] \end{aligned} \quad (562a)$$

となる。然るに

$$A_i = A_0 + n(A_s + A'_s),$$

$$G_i = \int_{A_0} \xi dA + n A'_s (u-h') - n A_s (h-u),$$

$$I_i = \int_{A_0} \xi^2 dA + n A'_s (u - h')^2 + n A_s (h - u)^2$$

とすれば  $A_i$  はコンクリートの全断面積を考慮せる場合の有効値等断面積であり,  $I_i$  は此の有効等値断面積の重心軸のまはりの二次モーメントであり,  $G_i$  は同じく有効等値断面積の一次モーメントであつて之は § 60, 4) に述べた如くに零に等しい。それで (562), (562a) 式より

$$N = \sigma_0 A_i, \quad M = N e = (\sigma_c - \sigma_0) \frac{I_i}{u}$$

となり、之より

$$\sigma_0 = \frac{N}{A_i}, \quad \sigma_c = \frac{N}{A_i} + \frac{M}{I_i} u = N \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e u}{I_i} \right) \quad (563)$$

を得、更に (560) 式より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= \frac{N}{A_i} + \frac{M}{I_i} \xi = N \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e \xi}{I_i} \right), \\ \sigma'_c &= \frac{N}{A_i} - \frac{M}{I_i} (d - u) = N \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e (d - u)}{I_i} \right), \\ \sigma_s &= n \left( \frac{N}{A_i} - \frac{M}{I_i} (h - u) \right) = n N \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e (h - u)}{I_i} \right), \\ \sigma'_s &= n \left( \frac{N}{A_i} + \frac{M}{I_i} (u - h') \right) = n N \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e (u - h')}{I_i} \right) \end{aligned} \right\} \quad (563a)$$

となる。之等の結果は、其の組成に於て等質部材に對する (559) 式と全く同様であるが、ただ  $A_i$  及び  $I_i$  に對してコンクリートの全断面積と鋼筋断面積の  $n$  倍とに就て考慮するの差がある丈である。然し鋼筋コンクリートに於ては、之等の式を無條件に適用することは出來ない。即ちコンクリートが張應力を抵抗し得ないものと假定するから、(563a) の  $\sigma'_c$  が負の値、即ち張應力とならない場合にのみ之を適用し得るものである。但しコンクリートが張應力を對して壓應力に對すると同様に働くものと假定する場合には、上記の式は勿論  $\sigma'_c$  の如何なる値に對しても適用される。また  $\sigma'_c$  が假令負の値即ち張應力となつても、其の絶対値が極めて僅かの場合には、近似解法として上記の式を適用することが出来る。此の意味に於て土木學會の示方書では、 $\sigma'_c$  の絶対値がコンクリートの許容壓應力の  $1/5$  以下の場合に、上記の式を  $\sigma'_c$  の負の値に對して近似的に採用し得ることを規定して居る。

尙、此の場合には偏心距離  $e$  が可成り小なる場合、即ち偏心軸壓力が可成り断面重心の近くに作用する場合であるから、部材の長さ  $l$  が断面の最小回轉半径  $i$  に比して可成り大なる場合には、長柱としての挫折が起り得るものである。偏心軸壓力を受ける長柱の挫折に關する理論は複雑であるが、實用的には  $N/A_i$  のみに就て挫折の影響を考慮すればよい。之に對し土木學會の示方書では一般に

$$\sigma_i = \frac{N}{A_i \left( 1.45 - 0.01 \frac{l}{i} \right)} + \frac{M}{I_i} \xi, \quad (564)$$

獨逸の示方書では

$$\sigma_i = \frac{\omega N}{A_i} + \frac{M}{I_i} \xi, \quad (565)$$

となつて居る。之等の式の適用範囲は普通の長柱の場合と同様であつて、詳くは § 68 参照されたい。

### § 135. 断面に張應力が生ずる場合の垂面應力の一般解法

偏心軸壓力の偏心距離  $e$  が大なる場合、或は  $M$  が  $N$  に比して大なる場合には第 331 圖に示すが如く断面中に張應力を生じ、コンクリートに作用する張應力を無視する關係上、§ 134 の公式は使用することは出來ない。今断面中の應力が零なる線を中立軸とし、その抗壓側表面よりの距離を  $x$  とすれば、第 331 圖に從つて應力の間の關係は

$$\sigma_i = \sigma_c \frac{\xi}{x}, \quad \sigma_s = n \sigma_c \frac{h - x}{x}, \quad \sigma'_s = n \sigma_c \frac{x - h'}{x} \quad (566)$$

であつて、之は普通の軸に於けると同様である。また  $\sigma_i$  は  $N$  の作用線を基準とすれば

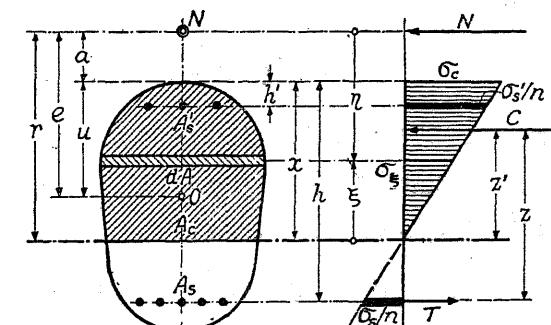
$$\sigma_i = \frac{\sigma_c}{x} (x + a - \eta) = \frac{\sigma_c}{x} (r - \eta) \quad (566a)$$

とすることが出来る。尙、以下すべての計算に於て、偏心距離  $e$  が抗壓側表面より全断面の重心  $O$  までの距離  $u$  より大なる場合、即ち  $N$  が断面外に作用する場合に  $a$  を正とする。従つて  $N$  が断面内に來る場合には  $a$  に負の値を代入すればよい。

扱てコンクリートの抗壓部分の断面積を  $A_c$  とし、 $A_c$  及び抗壓鋼筋断面  $A'_s$  に作用する壓應力の總和、即ち断面に作用する壓應力の總和を  $C$  とすれば

$$C = \int_{A_c} \sigma_i dA_c + \sigma'_s A'_s = \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi dA_c + n A'_s (x - h') \right] \quad (567)$$

であり、断面に作用する張應力の總和を  $T$  とすれば



第 331 圖

$$T = \sigma_s A_s = \frac{\sigma_c}{x} \cdot n A_s (h - x) \quad (568)$$

であつて  $N = C - T$  なる平衡條件より

$$\begin{aligned} N &= \int_{A_c} \sigma_\xi d A_c + \sigma_s' A_s' - \sigma_s A_s \\ &= \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi d A_c + n A_s' (x - h') - n A_s (h - x) \right] \end{aligned} \quad (569)$$

となる。軸壓力を伴はない彎曲の場合には  $N = 0$  であるから、上式に依つて中立軸の位置を決定することが出来るが、此の場合には  $N$  は零でなく、従つて上式のみに依つて  $\sigma_c$  と  $x$  の2個の未知数を決定することが出来ない。然し後述の方法に依つて  $x$  が決定されれば、上式より

$\sigma_c$  は

$$\sigma_c = \frac{N \cdot x}{\int_{A_c} \xi d A_c + n A_s' (x - h') - n A_s (h - x)} \quad (570)$$

に依つて求めることが出来、従つて他の應力は (566) に依つて之を決定することが出来る。

尚、中立軸に就てのコンクリートの抗壓断面、抗壓鐵筋断面及び抗張鐵筋断面の一次モーメントを夫々  $G_c$ 、 $G_s'$  及び  $G_s$  とすれば

$$G_c = \int_{A_c} \xi d A_c, \quad G_s' = A_s' (x - h'), \quad G_s = A_s (h - x) \quad (571)$$

であるから、上記諸式は夫々

$$C = \frac{\sigma_c}{x} (G_c + n G_s'), \quad (567a)$$

$$T = \frac{\sigma_c}{x} \cdot n G_s, \quad (568a)$$

$$N = \frac{\sigma_c}{x} [G_c + n G_s' - n G_s], \quad (569a)$$

$$\sigma_c = \frac{N \cdot x}{G_c + n G_s' - n G_s} \quad (570a)$$

となる。

次に  $x$  を決定する方法であるが、之は第二の平衡條件、即ち断面の中立軸に平行なる任意の軸のまわりの  $N$  のモーメントと、断面に作用する應力のモーメントの総和とが相等しいと云ふことから求める。之に對する軸は、たゞ中立軸に平行であれば、其の位置は全く任意であつて、何れにしても同じ結果が得られる。

最も簡単な方法は、 $N$  の作用點を通つて中立軸に平行なる軸を基準とする方法である。即ち此の場合  $N$  のモーメントは  $N \times 0 = 0$  であるから、第331圖に從つて

$$\int_{A_c} \sigma_\xi \eta d A_c + A_s' \sigma_s' (a + h') - A_s \sigma_s (a + h) = 0,$$

即ち (566) 及び (566a) の關係に依り

$$\int_{A_c} \eta (x + a - \eta) d A_c + n A_s' (a + h') (x - h') - n A_s (a + h) (h - x) = 0 \quad (572)$$

或は

$$\int_{A_c} (x + a - \xi) \xi d A_c + n A_s' (a + h') (x - h') - n A_s (a + h) (h - x) = 0 \quad (572a)$$

となり、之に依つて  $x$  を決定することが出来る。

また中立軸を基準とすれば

$$\left. \begin{aligned} N(x + a) &= \int_{A_c} \sigma_\xi \xi d A_c + A_s' \sigma_s' (x - h') + A_s \sigma_s (h - x) \\ &= \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi^2 d A_c + n A_s' (x - h')^2 + n A_s (h - x)^2 \right] \\ &= \frac{\sigma_c}{x} [I_c + n (I_s' + I_s)] = \frac{\sigma_c}{x} I_i \end{aligned} \right\} \quad (573)$$

となる。但し  $I_c$ 、 $I_s'$  及び  $I_s$  はコンクリートの抗壓断面積  $A_c$ 、抗壓鐵筋断面積  $A_s'$  及び抗張鐵筋断面積  $A_s$  の中立軸のまわりの二次モーメント、 $I_i$  はコンクリートの抗張部分を無視せる有効等値断面の中立軸のまわりの二次モーメントであつて、之等はすべて  $x$  の函数である。特に此の場合の  $I_i$  が § 134 に於けるが如く有効等値全断面積の其の重心軸に就ての二次モーメントに非ざることを注意しなければならない。即ち (573) 式中には  $\sigma_c$  が入つて居るから、(572) の如く此の式のみに依つて  $x$  を求めることは出来ない。それで (573) 式と (569) 或は (569a) 式より  $N$  と  $\sigma_c/x$  を消去すれば

$$x + a = \frac{\int_{A_c} \xi^2 d A_c + n A_s' (x - h')^2 + n A_s (h - x)^2}{\int_{A_c} \xi d A_c + n A_s' (x - h') - n A_s (h - x)}, \quad (574)$$

$$\text{或は } x + a = \frac{I_c + n (I_s' + I_s)}{G_c + n G_s' - n G_s} = \frac{I_i}{G_c + n G_s' - n G_s} \quad (574a)$$

を得、之に依つて  $x$  が決定される。

更に抗張鐵筋を通つて中立軸に平行なる軸を基準とすれば  $A_s \sigma_s$  のモーメントは零であるから

$$\left. \begin{aligned} N(h + a) &= \int_{A_c} \sigma_\xi (h - x + \xi) d A_c + A_s' \sigma_s' (h - h') \\ &= \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_c} \xi (h - x + \xi) d A_c + n A_s' (h - h') (x - h') \right] \\ &= \frac{\sigma_c}{x} [(h - x) G_c + I_c + n (h - h') G_s'] \end{aligned} \right\} \quad (575)$$

となり、之と(569)或は(569a)より  $N$  と  $\sigma_e/x$  を消去すれば

$$h+a = \frac{\int_{A_c} \xi (h-x+\xi) dA_c + n A_s' (h-h') (x-h')}{\int_{A_c} \xi dA_c + n A_s' (x-h') - n A_s (h-x)}, \quad (576)$$

或は  $h+a = \frac{(h-x) G_c + I_c + n(h-h') G_s'}{G_c + n G_s' - n G_s}$  (576a)

を得、同様に抗圧鋼筋を通る軸を基準とすれば

$$h'+a = \frac{\int_{A_c} \xi (h'-x+\xi) dA_c + n A_s (h-h') (h-x)}{\int_{A_c} \xi dA_c + n A_s' (x-h') - n A_s (h-x)}, \quad (577)$$

或は  $h'+a = \frac{-(x-h') G_c + I_c + n(h-h') G_s}{G_c + n G_s' - n G_s}$  (577a)

を得ることが出来る。

之等の式のうち其の便利なものに依つて  $x$  を決定すればよいのであるが、(572), (572a), (576), (576a), (577) 及び (577a) 式を變化すれば、何れも同様に

$$(x+a) \int_{A_c} \xi dA_c + n A_s' (h'+a) (x-h') - n A_s (h+a) (h-x) = \int_{A_c} \xi^2 dA_c \quad (578)$$

即ち  $(x+a) G_c + n(h'+a) G_s' - n(h+a) G_s = I_c$  (578a)

に一括することが出来る。

尚  $C$  と  $T$  の距離  $z$  を求めるために、先づ中立軸より  $C$  の作用線までの距離を  $z'$  とすれば

$$\begin{aligned} Cz' &= \int_{A_c} \sigma_e \xi dA_c + \sigma_s' A_s' (x-h') \\ &= \frac{\sigma_e}{x} \left[ \int_{A_c} \xi^2 dA_c + n A_s' (x-h')^2 \right] = \frac{\sigma_e}{x} (I_c + n I_s') \end{aligned}$$

であるから

$$\left. \begin{aligned} z' &= \frac{\int_{A_c} \xi^2 dA_c + n A_s' (x-h')^2}{\int_{A_c} \xi dA_c + n A_s' (x-h')} = \frac{I_c + n I_s'}{G_c + n G_s'}, \\ z &= h - x + z' \end{aligned} \right\} \quad (579)$$

となる。

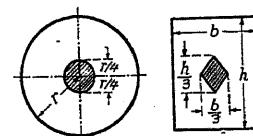
茲に注意すべきことは、中立軸の位置が断面のみに依つて決定することの出来ないことがある。即ち普通の桁の場合には、断面さへ與へられれば其の中立軸の位置は一定であるが、偏心

軸圧力の場合には、断面のみに依つて決まるものでなく、 $a$  の値、即ち偏心距離  $e$ 、或は  $M$  と  $N$  との比に依つて中立軸の位置が變化し、 $e = M/N$  が大なる程、中立軸は普通の桁の場合の位置に近づくものである。

尚、上記の諸式が  $x \leq d$  なる場合にのみ適用されることは勿論である。

### § 136. 断面の心

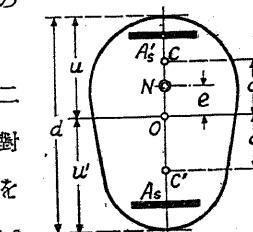
今まで § 134 と § 135 の場合を區別するのに、たゞ抽象的に漠然と偏心距離が小なる場合と、之が大なる場合としたが、此の兩者は断面の心に依つて明瞭に區別することが出来る。



第 332 圖

断面の心(Core)とは、断面に作用する垂面應力をして何れも  $N$  と同じ符号を有せしめ、且つ其の最小値を零ならしめる  $N$  の位置の軌跡に依つて囲まれた面積であつて、例へば断面の形狀が圓或は矩形である場合には、其の心は第 332 圖の如くになる。断面の心の特徴としては、 $N$  が心の中に作用する場合には、断面中の垂面應力はすべて  $N$  と同符号であり、 $N$  が心の外に作用する場合には、断面中に  $N$  と異符号の垂面應力が生ずる。

一般の偏心軸圧力を受ける鋼筋コンクリート断面に就て其の心を二次元的に求めることは甚だ厄介であるから、第 333 圖に示すが如く對稱断面の對稱軸上に  $N$  が作用するものとし、一次元的に  $\sigma_e'$  或は  $\sigma_e$  を零ならしむべき偏心距離  $e$  の値  $OC = c$  或は  $OC' = c'$  を求め、この  $c$  及び  $c'$  を心距(Core distance)と呼ぶことにする。



第 333 圖

コンクリートの全断面積を考慮した場合の有効等価断面積及び之の重心軸に就ての二次モーメントを  $A_i$  及び  $I_i$  とすれば、(563) 及び (563a) に依つて

$$\sigma_e = N \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e u}{I_i} \right), \quad \sigma_e' = N \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e w'}{I_i} \right)$$

であるから、 $\sigma_e' = 0$  とする  $e$  の値を  $c$  とすれば

$$c = \frac{I_i}{A_i u} \quad (580)$$

を得、 $N$  が第 333 圖の場合と反対側にあつて、即ち  $e$  が負となつて、 $\sigma_e = 0$  となる場合の  $e$  の絶対値を  $c'$  とすれば

$$c' = \frac{I_i}{A_i u} \quad (580a)$$

となる。即ち  $N$  が  $CC'$  の間に作用するときには、断面に張應力を生ぜず(§ 134 の場合),  $N$  が  $CC'$  の外にあるときには、断面に張應力が生することになる(§ 135 の場合)。

また上記の關係より心距  $c$  と  $c'$ , 及び  $u$  と  $u'$  との關係は

$$cu' = c'u = \frac{I_t}{A_i} \quad (580b)$$

となり、更に全有効等値断面の回転半径を  $i$  とすれば  $i = \sqrt{I_t/A_i}$  であるから

$$c = \frac{i^2}{u'}, \quad c' = \frac{i^2}{u}, \quad cu' = c'u = i^2 \quad (580c)$$

となる。

之を  $M$  と  $N$  との關係に轉化し、第 333 圖に相當する場合の  $M$  を正とすれば

$$\frac{+M}{N} \leq c = \frac{I_t}{A_i u'} \quad \text{或は} \quad \left| \frac{-M}{N} \right| \leq c' = \frac{I_t}{A_i u}$$

のときには § 134 の場合となり、之と反對の場合には § 135 の場合となる。

尚、心距  $c$  及び  $c'$  用ふれば(563)及び(563a)の  $\sigma_c$  及び  $\sigma_{c'}$  は夫々

$$\sigma_c = \frac{N}{A_i} \left( 1 + \frac{e}{c'} \right), \quad \sigma_{c'} = \frac{N}{A_i} \left( 1 - \frac{e}{c} \right) \quad (563b)$$

となる。

### § 137. 偏心軸壓力に対する断面の設計に就て

偏心軸壓力又は中心軸壓力と曲モーメントとが作用する場合は一般にアーチ及びラーメン等の不静定構造物(Statically indeterminate structure)であつて、不静定構造物の部材に作用する力を決定するためには、常に各部材の断面積及び其の二次モーメントが既知たることを必要とする。然るに此の部材の断面積及び二次モーメントは、部材に作用する力に依つて決定せらるべきものであるから、先づ最初は不静定構造物の各部材の断面積及び二次モーメントを適當に假定して各部材に作用する力を求め、之に對して断面を設計するのである。即ち断面の形狀を最初に假定したものに比して適當に變化するか、或は最初に假定したコンクリートの断面に對して鐵筋量を決定するものである。然る後、斯くして得られたる部材の断面に依つて再び不静定力を計算し、之に對して前述の断面が適當であるや否やを見ればよいのであるが、普通の場合には此の二度目の計算を略することが多い。

不静定鐵筋コンクリート構造物の計算に於て、最初に假定する部材の断面積及び二次モーメントは單にコンクリートのみに就て之を假定するのが常である。従つて之に依つて求められたる軸壓力及び曲モーメント等はすべて鐵筋を無視せるコンクリート全断面の重心を基準とする

ことになる。然し最初の計算に於て鐵筋を無視することは大なる誤差を伴はない。それは不静定力の計算に於て必要なものは一般に各部材の断面積或は二次モーメントの値其のものではなく、各部材の断面積或は二次モーメントの比であるからである。

上記の如く不静定構造物の計算に於ては可成りの不確實な點があるから、不静定構造物の部材に關する限り、計算の結果にのみ信頼し、或は理論的厳密性をのみ期することは當を得ないことである。また不静定構造物に於ては、其の性質上、各部材の各断面に生ずる最大應力をしてすべて許容應力に達する様に部材の断面を設計することは一般に不可能であつて、實際には各部材の最も危險と思はれる箇所に於て其の断面を設計すればよい。

扱て偏心軸壓力又は中心軸壓力と曲モーメントに對して断面を設計する場合に、断面に張力が生ずるか否かに依つて其の方法を異にする。然るに断面に張應力が生ずるか否かは、即ち偏心軸壓力が心距内に作用するか否かを正確に決定するためには、断面の形狀、殊に鐵筋断面積が既知たることを必要とする。それで實際の計算に於ては、断面に作用する不静定力を求める場合に假定すると同様に、無筋コンクリート断面を假定し、之に依つて心距を求め、此の心距を基準として断面に張應力が生ずるか否かを決定すればよい。蓋し心距は(580)式より明かなるが如く二次モーメントと断面積との比に依つて決まるものであるから、鐵筋を無視すると否とは大した影響を與へないからである。

### § 138. 断面に張應力が生ぜざる場合の鐵筋断面積の算定

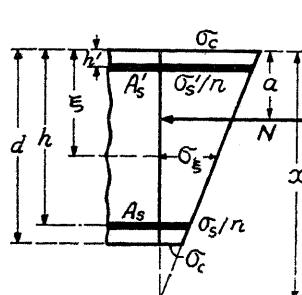
與へられたるコンクリート断面に作用する偏心軸壓力  $N$  の偏心距離  $e$  が心距  $c$  より小なる場合、或は曲モーメント  $M$  と中心軸壓力との比が  $c$  より小なる場合には、断面には張應力を生じない。それで断面に鐵筋がないものとし、コンクリートの断面積のみに對する  $A_i$  及び  $I_t$  を使用して(563)に依つて計算したコンクリートの最大壓應力  $\sigma_c$  が其の許容應力  $\sigma_{ca}$  より小なる場合には理論上鐵筋は全然不必要になる。然し此の場合でも、多くの示方書又は條令等に於ては鐵筋の最小使用量を規定して居るから、理論上不必要であつても多少の鐵筋を使用することが必要となり、之を有効にするためにはコンクリートの断面積を減少する必要がある。

之に反し  $\sigma_c$  が  $\sigma_{ca}$  より大となつた場合には、 $\sigma_c$  が  $\sigma_{ca}$  より大とならない様にすることが必要となり、 $\sigma_c$  を輕減するためには、コンクリートの断面積を増大するか、或は鐵筋を使用するかの二方法があるが、茲で述べるのは  $\sigma_c > \sigma_{ca}$  の場合に  $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$  となる様な鐵筋断面積を求める一般の方法であつて、次の種々なる場合が考慮される。何れにしても鐵筋の應力に就ては別に心配する必要がない。それは  $\sigma_c$  が  $\sigma_{ca}$  より大ならざる限り、鐵筋の應力は一般に其の許容應力配する必要がない。

より遙かに小であるからである。

### 1) $A_s$ が與へられたる場合に $A'_s$ を求めること

偏心軸圧力を依るコンクリートの最大圧應力  $\sigma_c$  を輕減するには、之に近い位置にある鐵筋即ち  $A'_s$  が最も有効であつて、之と反對側にある鐵筋即ち  $A_s$  は理論上不必要である。殊に  $A_s$  を使



第334圖

用することは断面の重心を  $A_s$  に近づかしめ、従つて偏心距離を益々大とする傾向がある。然し本問題の場合は僅小の曲モーメントを伴ふ鐵筋コンクリート支柱に相當し、従つて帶鐵筋若くは腹鐵筋の配置の關係上、又は實際的種々なる理由に依つて多少の  $A_s$  を使用する場合が多い。それで今  $A_s$  は與へられたるものとし、 $\sigma_c$  が或る與へられたる値になるために必要な  $A'_s$  を求める。

第334圖に於て

$$\sigma_\xi = \frac{\sigma_c}{x} (x - \xi), \quad \sigma_s = \frac{n \sigma_c}{x} (x - h), \quad \sigma'_s = \frac{n \sigma_c}{x} (x - h') \quad (581)$$

であつて、 $A_0$  をコンクリートの全断面積とすれば、断面に作用する圧應力の總和は  $N$  に等しいから

$$N = \int_{A_0} \sigma_\xi dA + A'_s \sigma'_s + A_s \sigma_s \\ = \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_0} (x - \xi) dA + n A'_s (x - h') + n A_s (x - h) \right] \quad (582)$$

を得、之より  $A'_s$  を求めれば

$$A'_s = \frac{\frac{N x}{\sigma_c} - \int_{A_0} (x - \xi) dA - n A_s (x - h)}{n (x - h')} \quad (583)$$

或は

$$A'_s = \frac{x \left( \frac{N}{\sigma_c} - A_0 - n A_s \right) + \int_{A_0} \xi dA + n A_s h}{n (x - h')}$$

となる。即ち  $x$  を決定すれば上式に依つて  $A'_s$  を求めることが出来る。

次て  $x$  を求めるために、 $A'_s$  のまゝの  $N$  のモーメントと應力のモーメントの總和とが相等しいと云ふ條件を書き表はせば

$$N(a - h') = \int_{A_0} \sigma_\xi (\xi - h) dA + A_s \sigma_s (h - h') \\ = \frac{\sigma_c}{x} \left[ \int_{A_0} (x - \xi) (\xi - h) dA + n A_s (h - h') (x - h) \right]$$

となり、之より  $x$  を解けば

$$x = \frac{\int_{A_0} \xi (\xi - h') dA + n A_s h (h - h')}{\int_{A_0} (\xi - h') dA + n A_s (h - h') - \frac{N}{\sigma_c} (a - h')} \quad (584)$$

を得る。

(583) 及び (584) に依つて  $A'_s$  を一般に求めることが出来るが、特に  $A_s = 0$  なる場合には

$$A'_s = \frac{\frac{N x}{\sigma_c} - \int_{A_0} (x - \xi) dA}{n (x - h')} = \frac{x \left( \frac{N}{\sigma_c} - A_0 \right) + \int_{A_0} \xi dA}{n (x - h')}, \quad (583a)$$

$$x = \frac{\int_{A_0} \xi (\xi - h') dA}{\int_{A_0} (\xi - h') dA - \frac{N}{\sigma_c} (a - h')} \quad (584a)$$

となる。(583a)及び(584a)は  $A_s = 0$  の場合でなくとも、 $A_s$  の使用量が僅少なる場合には(583)及び(584)の近似解法として之を使用することが出来る。

### 2) $A'_s$ が與へられたる場合に $A_s$ を求めること。

何等かの理由に依つて  $A'_s$  が與へられたる場合に對し、 $\sigma_c$  が或る與へられたる値になるために必要な  $A_s$  を求める。1) と同様に第334圖に従へば、此の場合にも(582)式は成立し、従つて之より  $A_s$  を解けば

$$A_s = \frac{\frac{N x}{\sigma_c} - \int_{A_0} (x - \xi) dA - n A'_s (x - h')}{n (x - h)} \quad (585)$$

或は

$$A_s = \frac{x \left( \frac{N}{\sigma_c} - A_0 - n A'_s \right) + \int_{A_0} \xi dA + n A'_s h'}{n (x - h)}$$

を得、之に代入すべき  $x$  の値は、 $A_s$  のまゝの内外力の平衡條件より(584)と同様に

$$x = \frac{\int_{A_0} \xi (h - \xi) dA + n A'_s h' (h - h')}{\int_{A_0} \xi (h - \xi) dA + n A'_s (h - h') - \frac{N}{\sigma_c} (h - a)} \quad (586)$$

となる。若し(585)に依り求めたる  $A_s$  の値が負となれば、 $A_s$  を使用せずとも  $\sigma_c$  は  $\sigma_{ca}$  より小なることを意味し、此の場合には  $A_s$  は理論上不必要である。

### 3) 對稱断面の場合

荷重の位置に依つて、偏心軸荷重が断面の重心を挟んで互に反対の位置に作用するとき、即

ち  $M = N e$  の符号が正負となり得るときには、一般に對稱の断面が使用される。即ちコンクリートの断面を左右上下對稱にし、且つ對稱の位置に  $A_s' = A_s$  なる鐵筋を配置する。此の場合には鐵筋量の如何に拘はらず断面の重心は常に其の全高の  $1/2$  の點にあつて、有効等値断面積  $A_e$  及び重心軸に就ての  $A_e$  の二次モーメント  $I_e$  は

$$A_e = A_0 + 2nA_s, \quad I_e = I_0 + \frac{n}{2}A_s(h - h')^2$$

となる。但し  $A_0$  及び  $I_0$  はコンクリートの全断面積及び其の二次モーメントである。従つて  $\sigma_c$  を或る既定の値とする  $A_s$  の値を求めるために上記の  $A_e$  及び  $I_e$  と  $u = d/2$  とを (563) 式に代入すれば

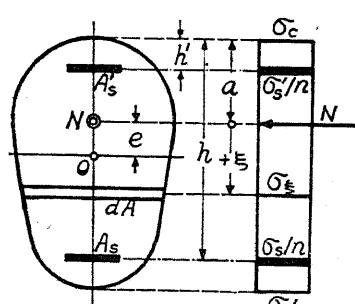
$$\sigma_{ce} = N \left( \frac{1}{A_0 + 2nA_s} + \frac{ed}{2I_0 + nA_s(h - h')^2} \right) \quad (587)$$

となり、之より  $A_s$  の方程式として

$$n^2 A_s^2 + nA_s \left( \frac{A_0 - \frac{N}{\sigma_c}}{2} + \frac{2I_0 - \frac{Ned}{\sigma_c}}{(h - h')^2} \right) + \frac{2I_0 A_0 - \frac{N}{\sigma_c}(2I_0 + A_0 ed)}{2(h - h')^2} = 0 \quad (588)$$

を得、之を解くことに依つて  $A_s = A_s'$  の値を求めることが出来る。

#### 4) 断面の應力を均等ならしめること



假令コンクリートの断面に對しては偏心軸壓力であつても、之に適當なる鐵筋を配置することに依つて断面に均等なる壓應力を生ぜしめること、即ち有効等値断面積の重心をして軸壓力の作用線に一致せしめることが一般に可能である。

今第335圖に就てコンクリート断面  $A_0$  の重心を  $O$  とし、其の原點を  $N$  の作用線にとり其の方向を  $N$  より  $O$  に向ふ場合を正とすれば、断面の平衡條件として一般に

$$\int_{A_0} \sigma_c dA + \sigma_s A_s + \sigma_{s'} A_s' = N,$$

$$\int_{A_0} \sigma_c \xi dA + \sigma_s A_s(h - a) - \sigma_{s'} A_s'(a - h') = 0$$

を得る。然るにコンクリートに作用する壓應力がすべて均等なる場合には

$$\sigma_c = \sigma_{c'} = \sigma_c = \frac{\sigma_s}{n} = \frac{\sigma_{s'}}{n}$$

であるから、上記兩式より

$$\sigma_c(A_0 + nA_s + nA_s') = N, \quad (589)$$

$$\int_{A_0} \xi dA + nA_s(h - a) - nA_s'(a - h') = 0 \quad (590)$$

を得る。

茲に於て先づ  $A_s = 0$  として上式より  $A_s'$  と  $\sigma_c$  とを解けば

$$\left. \begin{aligned} A_s' &= \frac{1}{n} \left( \frac{N}{\sigma_c} - A_0 \right) = \frac{\int_{A_0} \xi dA}{n(a - h')}, \\ \sigma_c &= \frac{N}{A_0 + nA_s'} = \frac{N(a - h')}{\int_{A_0} \xi dA + A_0(a - h')} \end{aligned} \right\} \quad (591)$$

となる。即ち (591) にて與へられる  $A_s'$  を使用すれば断面の應力はすべて均等となるが、實際上 (591) の  $\sigma_c$  が與へられたる値より大とならないことを必要條件とする。若し上記の  $\sigma_c$  が與へられたる値より大となつた場合には  $A_s$  が必要となり、(589) 及び (590) 式より

$$\left. \begin{aligned} A_s' &= \frac{\left( \frac{N}{\sigma_c} - A_0 \right)(h - a) + \int_{A_0} \xi dA}{n(h - h')}, \\ A_s &= \frac{\left( \frac{N}{\sigma_c} - A_0 \right)(a - h') - \int_{A_0} \xi dA}{n(h - h')} \end{aligned} \right\} \quad (592)$$

を得る。此の式に於て  $A_s'$  は常に正であつて、 $A_s$  も之に代入すべき  $\sigma_c$  の値が (591) の  $\sigma_c$  より小なる限り常に正である。然し一般には (592) の  $A_s$  が負となること也有つて、此の場合には  $A_s = 0$  として (591) 式に依ればよい。但しこの時の  $\sigma_c$  は明かに其の與へられたる値より小である。

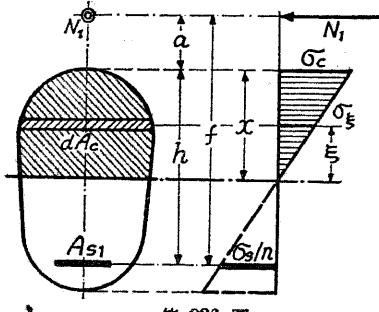
#### § 139. 断面に張應力が生ずる場合の鐵筋断面積の算定

断面に張應力が生ずる場合の鐵筋断面積の算定法は曲モーメントのみを受ける場合、即ち § 78 の方法と殆んど同様である。今コンクリートの断面積と偏心軸壓力の大きさ及び其の作用點、即ち  $N$  及び  $e = M/N$  が與へられ、且つ  $\sigma_c \leq \sigma_{ce}$ ,  $\sigma_s \leq \sigma_{sa}$  が與へられたる場合に必要にして且つ充分なる  $A_s$  及び  $A_s'$  の値を求める。此の場合は  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられるから中立軸の位置、即ち  $x$  の値は任意ではなく (209) に依つて與へられる値を採用しなければならない。尙、式を簡単にするために抗張鐵筋及び抗壓鐵筋より偏心軸壓力の作用線までの距離を夫々  $f$  及び  $f'$ 、即ち第341圖に就て

$$f = h + a, f' = h' + a$$

とする。

### 1) 抗圧鉄筋を使用せずして抵抗し得べき $N$ の最大値 ( $N_1$ )



今  $A_s' = 0$  なる場合にコンクリートと抗張鉄筋  $A_s$  のみに依つて抵抗し得る  $N$  の最大値を  $N_1$  とすれば (569a) 及び (573) より平衡條件として

$$N_1 = \frac{\sigma_c}{x} [G_c - n A_{s1} (h - x)],$$

$$N_1 (x + a) = \frac{\sigma_c}{x} [I_c + n A_{s1} (h - x)^2]$$

を得、此の兩式より  $N_1$  及び  $A_{s1}$  を解けば

$$N_1 = \frac{\sigma_c}{f x} [G_c (h - x) + I_c] = \frac{\sigma_c}{f x} \int_{A_c} \xi (h - x + \xi) d A_c \quad (593)$$

$$A_{s1} = \frac{G_c (x + a) - I_c}{n \cdot f (h - x)} = \frac{\int_{A_c} \xi (x + a - \xi) d A_c}{n \cdot f (h - x)} \quad (594)$$

となる。

### 2) 抗圧鉄筋を必要とする場合 ( $N > N_1$ )

$N > N_1$  の場合には抗圧鉄筋を必要とする。それで (569) 及び (573) 兩式より  $A_s$  及び  $A_s'$  を解けば

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{\frac{N}{\sigma_c} x f' - I_c + G_c (x - h')}{n (h - h') (h - x)}, \\ A_s' &= \frac{\frac{N}{\sigma_c} x f - I_c - G_c (h - x)}{n (h - h') (x - h')} \end{aligned} \right\} \quad (595)$$

となる。然るに上式に (593) 及び (594) の關係を代入すれば

$$A_s = \frac{(N - N_1) f'}{\sigma_s (h - h')} + A_{s1}, \quad A_s' = \frac{(N - N_1) f}{\sigma_s' (h - h')} \quad (596)$$

とすることが出来る。

此の結果はまた  $N_2 = N - N_1$  とし、 $N_1$  に對してはコンクリートと抗張鉄筋  $A_{s1}$  が對抗し、之に依つて  $\sigma_c$  は既に其の與へられたる値に達して居るから、 $N_2$  は抗張鉄筋  $A_{s2}$  と抗圧鉄筋  $A_s'$  とに依つて對抗せらるるものと考へることに依つて求めることも出来る。即ち此の様に考へれば

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (597)$$

であつて、第387圖より明かなるが如く

$$A_{s2} = \frac{N_2 f'}{\sigma_s (h - h')}, \quad A_s' = \frac{N_2 f}{\sigma_s' (h - h')} \quad (598)$$

であるからである。

### 3) 抗圧鉄筋を必要とせざる場合 ( $N \leq N_1$ )

$N$  が  $N_1$  に等しいか或は  $N_1$  より小なる場合には抗圧鉄筋は理論上不需要である。特に  $N = N_1$  なる場合には抗張鉄筋の所要断面積は (594) の  $A_{s1}$  の値其のままでよい。然し  $N < N_1$  の場合には此の  $A_{s1}$  は一般に過大であつて、此の場合の抗張鉄筋の所要断面積  $A_s$  は (569a) より

$$A_s = \frac{G_c - \frac{N x}{\sigma_c}}{n (h - x)} = \frac{G_c \sigma_c - N x}{\sigma_c x} \quad (599)$$

となるが、之に代入すべき  $\sigma_c$  及び  $x$  の値は任意とすることは出来ない。即ち上式は斷面に作用する内外力の平衡條件であるから、残りの平衡條件、即ち

$$N = \frac{\sigma_c}{f x} [G_c (h - x) + I_c] = \frac{\sigma_c}{f x} \int_{A_c} \xi (h - x + \xi) d A_c \quad (600)$$

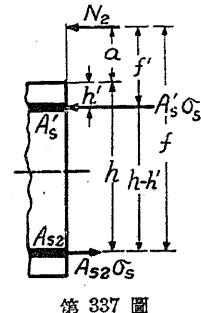
と、應力が直線的に分布すると云ふ條件即ち

$$x = \frac{n \sigma_c}{n \sigma_c + \sigma_s} h \quad (209)$$

の兩式を同時に満足する  $\sigma_c$  及び  $x$  の値を (599) に代入しなければならない。(209) に於ける  $\sigma_s$  の値としては  $\sigma_{sa}$  より小なる限り之を任意にとり得るから、従つて上記兩式を満足する  $\sigma_c$  及び  $x$  の値は無数にあることになる。故に最も理論的には、上記兩式を満足する  $\sigma_c$  及び  $x$  の値のうち、 $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$  であつて且つ  $A_s$  を最小にするものを採用すればよいのであるが、實際的には先づ  $\sigma_c = \sigma_{ca}$  として前記兩式より  $\sigma_c$  と  $x$  を求め、次に  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  として前記兩式より得らるる  $\sigma_c$  と  $x$  の値を (599) に代入して  $A_s$  を求め、この兩場合のうち小なる方の値を  $A_s$  とすればよい。

### § 140. 偏心軸壓力に對する圖式解法

上記の理論的公式は如何なる斷面に對しても真であるが、實際にはコンクリートの斷面の一次モーメント及び二次モーメントが積分に依つて求め得らるる場合に限られ、斷面が複雑であつて上記の積分が不可能の場合には圖式解法に依る外はない。また此の積分が可能であつても、矩形斷面以外の複雑なる斷面に對しては、圖式解法に依る方が早道である。次に述べる圖式解法に於ては、先づ斷面の形狀、寸法は既知であつて且つ少くとも一つの對稱軸を有し、此の對稱



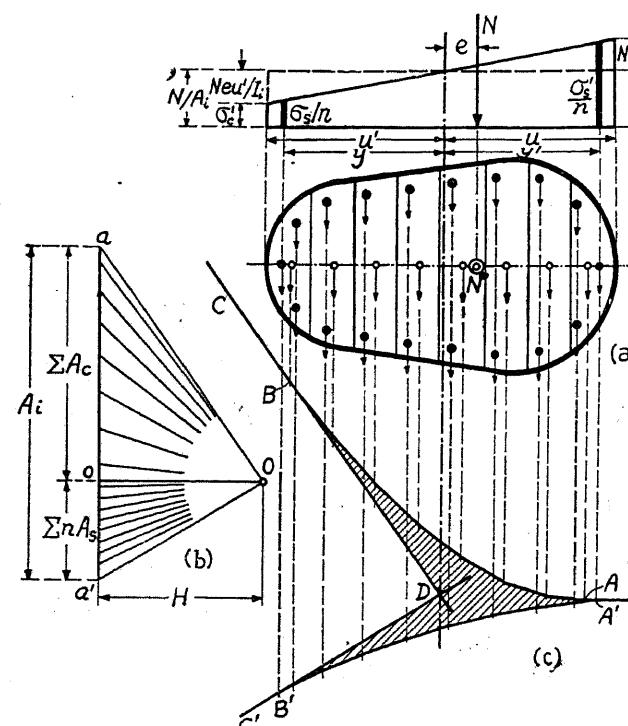
第337圖

軸上に軸圧力  $N$  が作用し、其の作用点は與へられたるものとする。断面の形状、寸法が未知であつて之を求める場合には次の解法を二三回反復することに依つて所期の目的を達することができる。

### 1) 断面に張應力が生ぜざる場合

断面に張應力が生じない場合には、断面中任意の點の應力は(563)及び(563a)に依つて計算されるのであつて、之に對しては有効等値断面積  $A$ 、重心軸の位置及び重心軸の周りの  $A_i$  の二次モーメントを圖式的に求むれば充分である。

今第338圖の如き任意の鋼筋コンクリート断面に就て説明すれば、先づコンクリート断面積を對稱軸に直角なる數個の帶状部分に分割して、各部分の面積に等しい力が對稱軸に直角に各



$$I_i = 2H \times \text{面積}(ABDB'A')$$

である。

即ち之に依つて重心の位置、 $A_i$  及び  $I_i$  が決定されるから(563)及び(563a)に依つて各點の應力が計算されるのであるが、此の方法は最初に假定せるが如く  $\sigma_c'$  が正である場合に限り應

部分の重心に作用するものと考へ、鋼筋に就ては其の断面積の  $n$  倍に等しい力を考へて、之等の力に依つて力多角形、即ち(b)圖の  $aa'$  を描けば、 $aa'$  は即ち有効等値断面積  $A$  である。次に任意の極距  $H$  に依つて(b)圖より(c)圖の如き索多角形を描けば、 $Oa$  に平行なる  $CBD$  線と  $Oa'$  に平行なる  $C'B'$  線との交點  $D$  に依つて重心軸が決定され、此の重心軸の周りの  $A_i$  の二次モーメント  $I_i$  は § 80 に説明した所により

$$(601)$$

用することができるが、 $\sigma_c'$  が負となる場合には次の2)の方法に依らねばならない。然しこンクリートの張應力を考慮して  $E_c = E_t$  とする場合には、偏心軸圧力の問題は常に此の方法に依るべきものである。

### 2) 断面に張應力が生ずる場合

#### a. モール(Mohr)の方法

之は曲應力に對する § 80 の方法と略々同様である。

先づ第339圖に就て  $N$  の作用點が與へられたるものとすれば中立軸の位置は  $x$  若くは  $r$  を知ることに依つて決定される。然るに(574)或は(574a)式に依つて

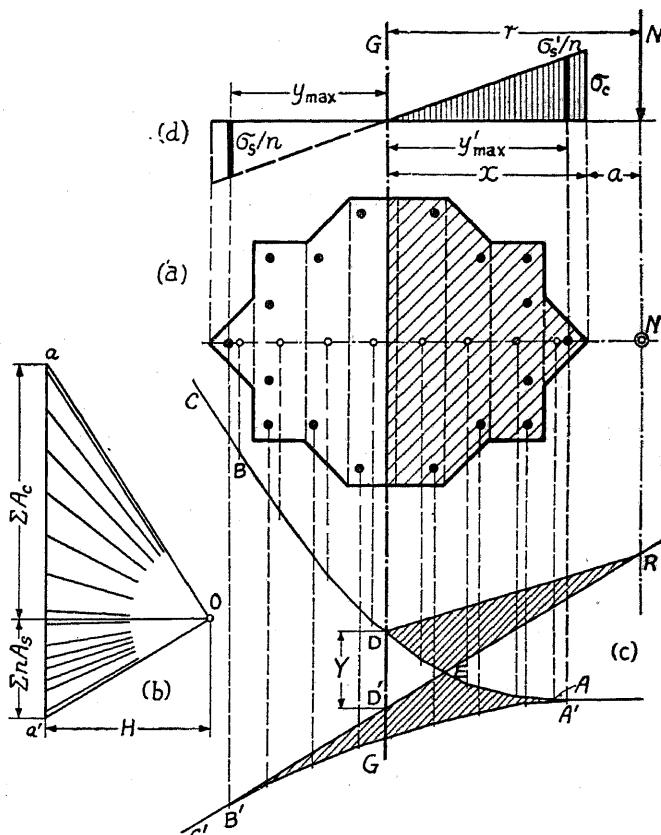
$$r = x + a = \frac{I_i}{G_i} \quad (602)$$

である。但し  $I_i$  及び  $G_i$  は中立軸のまはりの有効等値断面の二次モーメント及び一次モーメントであつて、勿論コンクリートの抗張斷面積を無視せるものである。今第338圖に就て説明せるが如く、第339圖に就て(b)

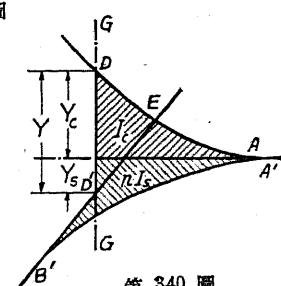
の力多角形と(c)の索多角形を描き、 $G-G$  軸が中立軸であるものと假定すれば、第340圖に示すが如く § 80 の理論に依り  $H \times Y_c$  はコンクリート抗壓断面積の一次モーメント、 $H \times Y_s$  は全鐵筋の一次モーメントの  $n$  倍であるから、 $DD' = Y$  に極距  $H$  を乗じたるものは有効等値断面の一次モーメント  $G_i$  である。即ち

$$G_i = H \times DD' = H \times Y \quad (603)$$

である。また有効等値断面の二次モーメント  $I_i$  は



第339圖



第340圖

$$I_i = 2H \times \text{面積}(ADD'B'A')$$

であるから、 $G - G$  軸が中立軸である場合には

$$r = \frac{I_i}{G_i} = \frac{2 \times \text{面積}(ADD'B'A')}{Y}$$

即ち

$$\frac{1}{2} Y \cdot r = \text{面積}(ADD'B'A')$$

でなければならない。然るに  $N$  の作用點を通つて對稱軸に直角なる線  $NR$  と  $C'B'$  の延長線との交點を  $R$  とすれば  $Y \cdot r/2 = \triangle RDD'$  であるから

$$\triangle RDD' = \text{面積}(ADD'B'A')$$

となり、上式兩邊より面積  $EDD'$  を引けば

$$\text{面積}(DER) = \text{面積}(AED'B'A') \quad (604)$$

を得る。故に中立軸の位置を決定するには  $R$  點より (604) の關係を満足する様に直線  $RD$  を引けばよいことになる。

之に依つて中立軸が求められれば  $\sigma_c$  は (570a) 式即ち

$$\sigma_c = \frac{N x}{G_i} = \frac{N x}{H \times Y} \quad (605)$$

に依り計算することが出来、他の應力は (566) 式に依つて直ちに求めることが出来る。

#### b. シュパンゲンベルグ (Spangenberg) の方法

上記のモールの方法に於ては、 $DER$  の面積を  $AED'B'A'$  の面積に等しくなる様に  $RD$  線を引く必要があつて、之は實際上可成り面倒であり、且つ精確なる結果を得難い。この不便を除くために考案されたのがシュパンゲンベルグの方法<sup>(1)</sup> であつて、此の方法に於ては (572) 若くは (572a) 式の如く、軸壓力  $N$  の作用點を通つて、對稱軸に直角なる軸の周りの有効等值斷面に作用する力のモーメントの代數的總和が零であると云ふことに依つて、中立軸の位置を求めるものである。

即ち第341圖及び第342圖に示すが如く、コンクリート斷面積を數個の帶狀部分に分け、各部分の面積を  $\Delta A_c$ 、 $N$  から  $\Delta A_c$  の重心までの距離を  $\eta$ 、中立軸から  $\Delta A_c$  までの距離を  $\xi$ 、 $\Delta A_c$  に作用する壓應力を  $\sigma_c$  とし、鐵筋に就ては任意の鐵筋の斷面積を  $\Delta A_s$ 、其の應力(壓應力を正とする)を  $\sigma_s$  とすれば、上記の理由に依つて

$$0 = \sum \sigma_c \Delta A_c \eta + \sum \sigma_s \Delta A_s \eta = \frac{\sigma_c}{x} [\sum \Delta A_c \eta \cdot \xi + \sum n \Delta A_s \eta \cdot \xi]$$

<sup>(1)</sup> Der Bauingenieur 1925, Heft 10.

$$\text{即ち} \quad \sum \Delta A_c \eta \cdot \xi + \sum n \Delta A_s \eta \cdot \xi = 0 \quad (606)$$

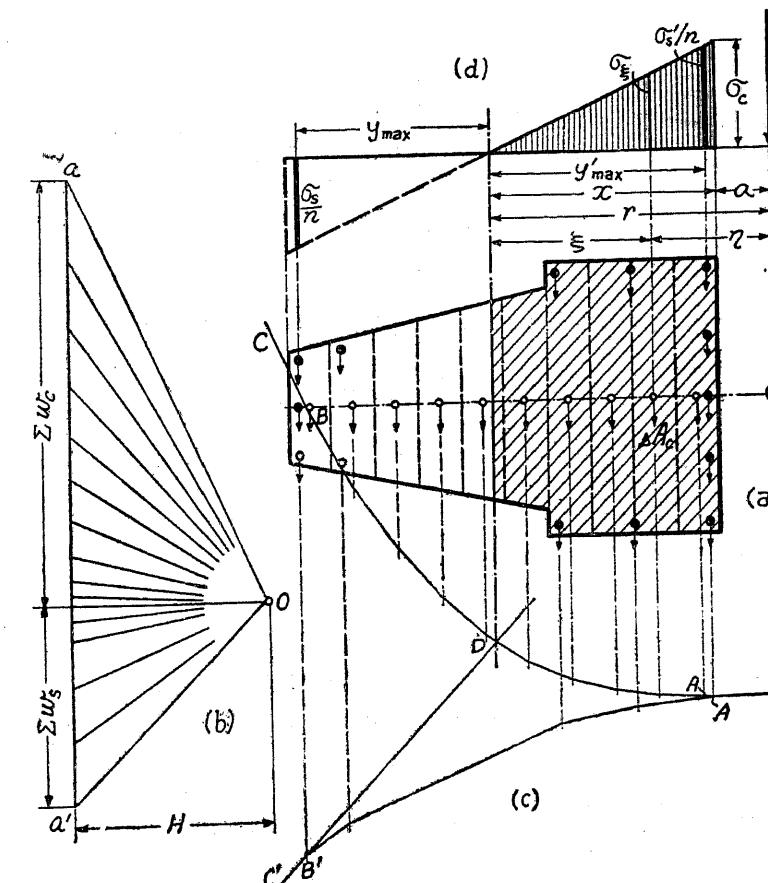
となる。然るに

$$w_c = \Delta A_c \eta, \quad w_s = n \Delta A_s \eta \quad (607)$$

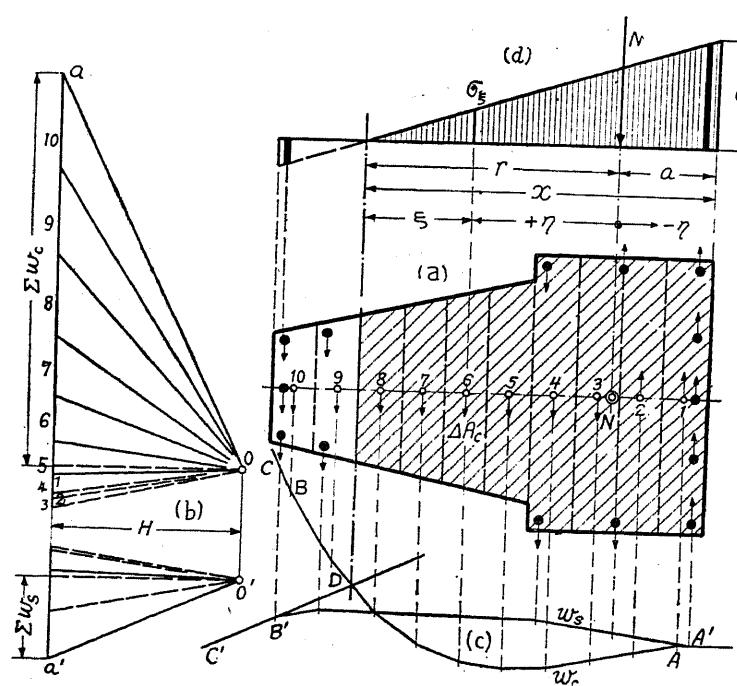
とすれば上式は

$$\sum w_c \xi + \sum w_s \xi = 0 \quad (608)$$

となる。即ち之はコンクリートの抗壓斷面積に關する  $w_c$  及び  $w_s$  の中立軸のまはりの一次モーメントが零であること、換言すれば  $w_c$  及び  $w_s$  を對稱軸に垂直なる平行力と考へた場合に之等の合力の作用線が中立軸であることを意味する。從つて之を圖解法に依つて求めるには、§80と全く同様に  $w_c$  及び  $w_s$  に就て素多角形を描き、 $Oa'$  に平行なる  $C'B'$  線の延長と  $w_c$  の素多角形  $ABC$  の交點  $D$  に依つて中立軸を決定することが出来る。



第 341 圖



第 342 圖

次に應力を求めるには

$$\begin{aligned} N &= \sum \sigma_e \Delta A_c + \sum \sigma_s \Delta A_s = \frac{\sigma_c}{x} [\sum \Delta A_c \xi + \sum n \Delta A_s \xi] \\ &= \frac{\sigma_c}{x} [\sum \Delta A_c (r - \eta) + \sum \Delta A_s n (r - \eta)] \\ &= \frac{\sigma_c}{x} [r (\sum \Delta A_c + n \sum \Delta A_s) - \sum \Delta A_c \eta - \sum n \Delta A_s \eta] \\ &= \frac{\sigma_c}{x} [r A_i - (\sum w_c + \sum w_s)] \end{aligned}$$

であるから、 $\sigma_c$  は

$$\sigma_c = \frac{N x}{A_i r - (\sum w_c + \sum w_s)} \quad (609)$$

に依つて求めることが出来、他の應力は (566) 式に依つて直ちに得られる。

上記の方法はたゞ  $w_c$  及び  $w_s$  を計算する手數を要するだけであつて、モールの方法に比すれば非常に簡単に且つ正確なる結果が得られる。但し  $w_c$  及び  $w_s$  の値が  $\eta$  の正負に依つて符号を異にすることを注意する必要がある。従つて第 342 圖の如く  $N$  が断面内にある場合には、 $w$  の方向を  $N$  の左右に於て反対としなければならない。

シュパンゲンベルグの方法は上記の場合のみならず、断面に張應力が生じない場合でも、ま

たコンクリートの張應力を考慮する場合でも、一般に之を應用することが出来る。即ち断面に張應力が生じない場合には、 $CB$  線と  $C'B'$  線の交點  $D$  が  $\sigma_e = 0$  なるべき位置を示し、従つて中立軸は断面外にあることになる。また断面の張應力を考慮して  $E_t = E_c$  とする場合の中立軸は、 $CB$  線の延長と  $C'B'$  の交點  $D$  に依つて決定され、 $E_t = n' E_c$  とする場合には、コンクリートの抗張部分に對してはたゞ

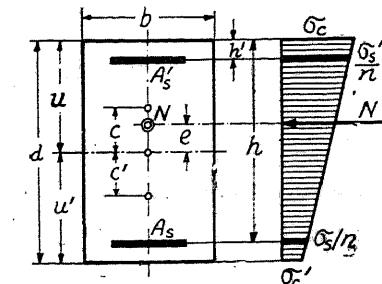
$$w_c = n' \Delta A_c \eta$$

とすれば、其の他は全く前と同様にして問題を解くことが出来る。

## 第二節 矩形断面

### § 141. 断面に張應力が生ぜざる場合の應力の解法

アーチ或はラーメン等の構造物に於て偏心軸壓力を受ける部材の断面としては矩形が最も一般的である。第 343 圖の如き矩形断面に於てコンクリートの全断面積を考慮すれば、有効等価断面の面積、重心の位置、重心軸の周りの二次モーメント及び心距は夫々



第 343 圖

$$\left. \begin{aligned} A_i &= b d + n (A_s + A'_s), \\ u &= \frac{\frac{b d^2}{2} + n (A_s h + A'_s h')}{b d + n (A_s + A'_s)}, \\ u' &= \frac{\frac{b d^2}{2} + n [A_s (d - h) + A'_s (d - h')]}{b d + n (A_s + A'_s)}, \\ G_i &= \frac{b}{2} (u^2 - u'^2) + n A'_s (u - h') - n A_s (h - u) = 0, \\ I_i &= \frac{b}{3} (u^3 + u'^3) + n A'_s (u - h')^2 + n A_s (h - u)^2, \\ c &= \frac{I_i}{A_i u'}, \quad c' = \frac{I_i}{A_i u} \end{aligned} \right\} \quad (610)$$

となり、偏心軸壓力  $N$  の偏心距離  $e$  が心距より小なる場合の應力は (610) の値を (563) 及び (563a) 式に代入することに依つて直ちに求められる。

特に對稱断面、即ち

$$A_s = A'_s = p b d, \quad h' = d - h = s d \quad (611)$$

なる場合には、(610)より

$$\left. \begin{aligned} A_s &= b d + 2 n A_s = b d (1 + 2 n p), \\ u = u' &= \frac{d}{2}, \\ I_s &= \frac{b d^3}{12} + 2 n A_s \left( h - \frac{d}{2} \right)^2 = \frac{b d^3}{12} [1 + 6 n p (1 - 2 s)^2], \\ c = c' &= \frac{d}{6} \cdot \frac{1 + 6 n p (1 - 2 s)^2}{1 + 2 n p} \end{aligned} \right\} \quad (610a)$$

となる。

(610) 或は (610a) 式より、鋼筋を無視すれば

$$c = c' = \frac{d}{6}$$

となることは明かであるが、鋼筋を考慮する場合には普通は

$$c = c' = \frac{d}{5}$$

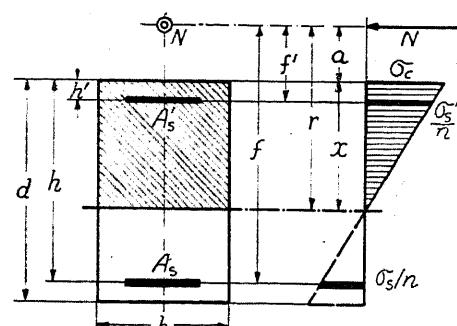
で充分に近似的な値を得ることが出来る。それで今  $A_s = p b d$ ,  $A'_s = p' b d$  とすれば (563b) 式より  $\sigma_o$  及び  $\sigma'_o$  の近似値として

$$\sigma_o = \frac{N}{b d} \cdot \frac{1 + 5 \frac{e}{d}}{1 + n(p + p')}, \quad \sigma'_o = \frac{N}{b d} \cdot \frac{1 - 5 \frac{e}{d}}{1 + n(p + p')} \quad (612)$$

とすることが出来る。

### § 142. 断面に張應力を生ずる場合の應力の解法

#### I) 中立軸の位置



第 344 圖

断面に張應力を生ずる場合には先づ中立軸の位置を求める必要がある。即ち  $x$  或は  $r$  を求めればよい。今第 344 圖に就て中立軸を基準とすれば

$$G_e = \frac{b x^2}{2}, \quad I_e = \frac{b x^3}{3},$$

$$G'_e = A'_s (x - h'), \quad I'_e = A'_s (x - h')^2,$$

$$G_s = A_s (h - x), \quad I_s = A_s (h - x)^2$$

であるから、之を (578a) 式に代入して變化すれば

$$\left. \begin{aligned} x^3 + 3 a x^2 + \frac{6 n}{b} [A_s (a + h) + A'_s (a + h')] x \\ - \frac{6 n}{b} [A_s h (a + h) + A'_s h' (a + h')] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (613)$$

$$\text{或は } x^3 + 3 a x^2 + \frac{6 n}{b} (A_s f + A'_s f') - \frac{6 n}{b} (A_s f h + A'_s f' h') = 0 \quad (613a)$$

なる  $x$  の 3 次方程式を得る。然し上式の中には  $x^2$  の項を含んで居るから之を避けるために

$$r = x + a$$

とすれば、上式より

$$r^3 + 3 \left[ \frac{2 n}{b} (A_s f + A'_s f') - a^2 \right] r - \frac{6 n}{b} (A_s f^2 + A'_s f'^2) + 2 a^3 = 0 \quad (614)$$

を得る。之も矢張り 3 次方程式であるが、根を求めるには (613) 若くは (613a) 式より樂である。

扱て之等の式を解くに當つて厳密解を求めるには、勿論カルダン(Cardan)の方法或は三角函數に依る解法に依ればよいのであるが、それでは實際計算上甚だ不便であるので、之に對し多くの圖表及び近似解法が發表せられて居る。圖表に依れば最も簡単ではあるが、 $A_s$ ,  $A'_s$ ,  $f$ ,  $f'$ ,  $a$ ,  $b$  等の多數の要素が存在するために、或る限定された範囲外に對する中立軸の位置を圖表に依つて一般的に求めることは不可能である。それで茲では次の近似解を記すこととする。

今 (614) 式を簡単に

$$r^3 + Ar - B = 0 \quad (614a)$$

とすれば、其の根は普通の場合には充分近似的に

$$r = \sqrt[3]{B} + \frac{A}{3 \sqrt[3]{B}} \quad (615)$$

で表はされる。

また (574a) 式より

$$x + a = r = \frac{I_e + n(I'_e + I_s)}{G_e + n(G'_e - G_s)} \quad (616)$$

であるから、先づ最初に  $x$  を適當に假定して(例へば  $x = d/2$  或は  $x = h/2$  として)上式の右邊を計算して左邊の  $x$  の値を求め、次に今求めたる  $x$  の値に依つて (616) 式の右邊を計算して左邊の  $x$  を求めれば、可成り正確なる値を得ることが出来る。

#### 2) 應 力

何れにしても上記の方法に依つて  $x$  が求まれば、コンクリートの最大壓應力  $\sigma_c$  は (570a) より

$$\sigma_c = \frac{Nx}{G_e + n(G'_e - G_s)} = \frac{Nx}{\frac{b x^2}{2} + n A'_s (x - h') - n A_s (h - x)} \quad (617)$$

或は(573)より

$$\sigma_c = \frac{Nx r}{I_c + n(I_s' + I_s)} = \frac{Nx(x+a)}{\frac{b x^3}{3} + n A_s'(x-h')^2 + n A_s(h-x)^2} \quad (617a)$$

となり、 $\sigma_s$ 及び $\sigma_s'$ は

$$\sigma_s = n \sigma_c \frac{h-x}{x}, \quad \sigma_s' = n \sigma_c \frac{x-h'}{x} \quad (566)$$

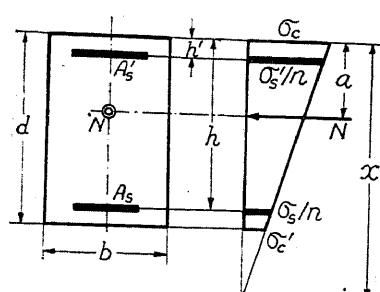
に依つて計算することが出来る。

### § 143. 断面に張應力が生ぜざる場合の鐵筋斷面積の算定

断面に張應力が生ずるか否かは、断面がすべて既知でなければ之を決定することは出来ない。それで軸壓力 $N$ の大さ及び其の作用線とコンクリートの断面が與へられて鐵筋の断面積を求める場合には、始めから断面に張應力が生ずるか否かを正確に知ることは出来ない。然し鐵筋コンクリート断面の心距が約 $d/5$ であるとすれば、コンクリートの重心よりの偏心距離 $e$ が $d/5$ 以内の場合には、大體に於て断面には張應力が生じないものと考へられる。

先づコンクリートの重心よりの偏心距離 $e$ が其の心距 $d/6$ より大ならざる場合に、無筋コンクリートとして算出した壓應力の最大値、即ち

$$\sigma_c = \left(1 + 6 \frac{e}{d}\right) \quad (618)$$



第 345 圖

が $\sigma_c$ の許容應力より大でなければ、理論上鐵筋は不要である。然し茲では鐵筋の必要なることを豫想し、§ 138 の一般公式を矩形断面に適用する。

#### 1) $A_s$ が與へられたる場合に $A_s'$ を求ること

$A_s$ が與へられたる場合に、 $\sigma_c$ が或る既定の値に達るために必要な $A_s'$ の値は、§ 138 の(583)式により求められる。第 345 圖に従つて  $\xi$  の原點を $\sigma_c$ が生ずる位置にとれば、矩形断面の場合には

$$\int_{A_0}^a (x-\xi) dA = b \int_0^a (x-\xi) d\xi = bd \left(x - \frac{d}{2}\right)$$

であるから、之を(583)の第一式に代入すれば

$$A_s' = \frac{\frac{Nx}{\sigma_c} - bd \left(x - \frac{d}{2}\right) - n A_s (x-h)}{n(x-h')} \quad (619)$$

となり、之に代入すべき $x$ の値は(584)式より

$$x = \frac{\frac{bd^2}{3} \left(d - \frac{3}{2}h'\right) + n A_s h (h-h')}{\frac{bd}{2} (d-2h') + n A_s (h-h') - \frac{N}{\sigma_c} (a-h')} \quad (620)$$

である。特に $A_s=0$ の場合には

$$\left. \begin{aligned} A_s' &= \frac{\frac{Nx}{\sigma_c} - bd \left(x - \frac{d}{2}\right)}{n(x-h')}, \\ x &= \frac{\frac{bd^2}{3} \left(d - \frac{3}{2}h'\right)}{\frac{bd}{2} (d-2h') - \frac{N}{\sigma_c} (a-h')} \end{aligned} \right\} \quad (621)$$

或は

$$A_s' = \frac{bd}{12n} \cdot \frac{\frac{N}{bd\sigma_c} \left(1 - \frac{3a}{2d}\right) - 1}{\frac{Nh'(a-h')}{bd^3\sigma_c} - \frac{h'}{d} \left(1 - \frac{h'}{d}\right) + \frac{1}{3}} \quad (621a)$$

となる。何れにしても之等の式が適用されるためには、 $x$ の値が $d$ より小とならないことが必要である。また $A_s'$ の計算値が負となつた場合には、與へられたる條件にては $A_s'$ が不必要的ことを意味し、この場合には $A_s'=0$ とすればよい。

#### 2) $A_s'$ が與へられたる場合に $A_s$ を求ること

$A_s'$ が與へられたる場合に、 $\sigma_c$ が或る既定の値となるために必要な $A_s$ は、前と同様(585)及び(586)式より

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{\frac{Nx}{\sigma_c} - bd \left(x - \frac{d}{2}\right) - n A_s' (x-h')}{n(x-h)}, \\ x &= \frac{\frac{bd^2}{3} \left(\frac{3}{2}h-d\right) + n A_s' h' (h-h')}{\frac{bd}{2} (2h-d) + n A_s' (h-h') - \frac{N}{\sigma_c} (h-a)} \end{aligned} \right\} \quad (622)$$

となる。此の場合に於ても、上式に依る $x$ が $d$ より小となつた場合には上式は適用不可能であり、また $A_s$ が負となつた場合には $A_s$ が不必要的ことを意味し、従つて $A_s=0$ で充分である。

#### 3) 対稱断面

断面がすべて對稱である場合には、重心は常に $d$ の $1/2$ の點にあつて、偏心距離 $e$ を以て $N$ の作用位置が與へられる。此の場合、コンクリートの最大壓應力が或る既定の値 $\sigma_c$ になるために必要な $A_s=A_s'$ の断面積は、 $A_0=bd$ 及び $I_0=bd^3/12$ を(588)式に代入して得らるる<sup>2</sup>

次方程式:

$$\begin{aligned} n^2 A_s^2 - \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{N}{\sigma_c} - b d \right) + \frac{1}{(h-h')^2} \left( \frac{N e d}{\sigma_c} - \frac{b d^3}{6} \right) \right] n A_s \\ + \frac{b d^3}{2(h-h')^2} \left[ \frac{b d^2}{6} - \frac{N}{\sigma_c} \left( \frac{d}{6} + e \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (623)$$

を解くことに依つて求められるが、此の計算は不便であるので、次の如き方法に依つて計算すればよい。即ち

$$\left. \begin{aligned} A_s = A'_s = p \cdot b d, \quad h - h' = s' d, \\ \frac{N}{\sigma_c b d} = c, \quad \frac{e}{d} = \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (624)$$

とすれば、(623)式を変化することに依り

$$p = \frac{1}{n s'^2} \left[ \frac{(1+2n)c\varepsilon}{1+2np-c} - \frac{1}{6} \right] \quad (625)$$

が得られるから、先づ最初は  $p$  を適當に假定して上式の右邊を計算して左邊の  $p$  を求め、次に此の  $p$  の値を用ひて右邊を計算すればよい。普通は 2, 3 回の反覆計算で充分である。

此の計算方法は圖表、數表又はノモグラフを利用するよりは面倒であるが、之等の表に於ては一般に或る特定の場合に對する結果のみしか與へられて居らぬから、一般的には上記の計算方法に依らねばならない。また場合に依つては、鐵筋断面積を適當に假定して  $\sigma_c$  を驗算し、適當に  $A_s$  を撰ぶ方法に依つてもよい。

#### 4) 壓應力の分布を均等ならしめること

斷面の壓應力を均等ならしめ、且つ其の値を與へられたる値  $\sigma_c$  とするためには、(492) より

$$\left. \begin{aligned} A'_s &= \frac{\left( \frac{N}{\sigma_c} - b d \right) (h-a) + b d \left( \frac{d}{2} - a \right)}{n(h-h')}, \\ A_s &= \frac{\left( \frac{N}{\sigma_c} - b d \right) (a-h') - b d \left( \frac{d}{2} - a \right)}{n(h-h')} \end{aligned} \right\} \quad (626)$$

の鐵筋が必要である。上式に於て  $A'_s$  は常に正であるが、 $A_s$  は場合に依つては負となる。 $A_s$  が負となる場合には、 $\sigma_c$  の値を小にとつて、丁度  $A_s$  が零となる様にすればよい。即ち此の場合には(591)式より

$$\left. \begin{aligned} A'_s &= \frac{1}{n} \left( \frac{N}{\sigma_c} - b d \right) = \frac{b d \left( \frac{d}{2} - a \right)}{n(a-h')}, \\ \sigma_c &= \frac{N}{b d + n A'_s} = \frac{N(a-h')}{b d \left( \frac{d}{2} - h' \right)} \end{aligned} \right\} \quad (627)$$

となる。(626) の  $A_s$  が負となつた場合には

$$\begin{aligned} \left( \frac{N}{\sigma_c} - b d \right) (a-h') - b d \left( \frac{d}{2} - a \right) &< 0 \\ \text{即ち} \quad \sigma_c &> \frac{N(a-h')}{b d \left( \frac{d}{2} - h' \right)} \end{aligned}$$

であるから、(627) に依つて與へられる  $\sigma_c$  の値は、(626) の計算に於て採用した  $\sigma_c$  の値より常に小である。

#### 5) 近似解法

(563b) 式より一般に

$$A_s = b d + n(A_s + A'_s) = \frac{N}{\sigma_c} \left( 1 + \frac{e}{c'} \right) \quad (628)$$

なる關係が成立し、§141 に述べた如く、鐵筋量の如何に拘はらず  $c'$  は近似的に  $d/5$  に等しいものと考へられるから

$$b d + n(A_s + A'_s) = \frac{N}{\sigma_c} \left( 1 + 5 \frac{e}{d} \right) \quad (629)$$

となり、茲に於て  $n = 15$  とすれば、次の如き諸種の近似解法が得られる。

$A_s$  が與へられたる場合:

$$A'_s = \frac{1}{15} \left[ \frac{N}{\sigma_c} \left( 1 + 5 \frac{e}{d} \right) - b d \right] - A_s, \quad (629a)$$

$A'_s$  が與へられたる場合:

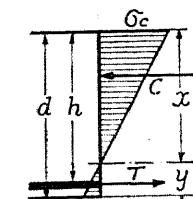
$$A_s = \frac{1}{15} \left[ \frac{N}{\sigma_c} \left( 1 + 5 \frac{e}{d} \right) - b d \right] - A'_s, \quad (629b)$$

對稱斷面の場合:

$$A'_s = A_s = \frac{1}{30} \left[ \frac{N}{\sigma_c} \left( 1 + 5 \frac{e}{d} \right) - b d \right] \quad (629c)$$

#### 6) 斷面の一部に張應力が生じ $\sigma_t \leq \sigma_{ct}/5$ なる場合

土木學會の規定(第 95 條)及び獨逸の規定(§18, 9)に於ては、斷面の一方に張應力が生ずる場合でも、其の絶對値が許容壓應力の  $1/5$  より大ならざる場合には、近似的に其の應力を(563)及び(563a)式、即ち §141 の方法に依つて計算し得ることを規定して居る。但し之は一つの便法であつて、理論的には斷面に張應力が生ずる場合の解法に從つて應力を計算し、或は斷面を設計しなければならない。今(563)及び(563a)式に依つて  $\sigma_c$  及び  $\sigma_t$  が計算されたものとすれば、第 346 圖に示すが如く、コンクリートには



第 346 圖

$$\frac{\sigma_t b y}{2} = \frac{b d}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{\sigma_c + \sigma_t}$$

なる張力が作用するが、コンクリートは張應力には抵抗し得ないと言ふ假定に従へば、上記の張力はすべて抗張鐵筋  $A_s$  に依つて受けられねばならない。従つて  $A_s$  の所要値は

$$A_s \geq \frac{b d}{2} \cdot \frac{\sigma_t^2}{\sigma_c (\sigma_c + \sigma_t)} \quad (630)$$

となる。但し此の式に於ては  $A_s$  の位置は近似的に張應力の作用線上にあること、即ち

$$h \cong d - y/3$$

なることを假定して居る。また  $\sigma_c$ ,  $\sigma_t$  は鐵筋の存在に依つて其の値を變化すべきことは勿論であるが、近似的には、 $A_s$  を無視して計算せる結果を (630) に代入して  $A_s$  を求めて充分である。更に正確なる結果を得るには、上記の  $A_s$  を用ひて  $\sigma_c$  及び  $\sigma_t$  を再計算し、之を (630) に代入すればよい。

茲に最も注意を要することは、(630) 式中の  $\sigma_s$  が任意の値ではないことである。即ち

$$\sigma_s = \frac{n \sigma_c}{x} (h - x) = n (\sigma_c + \sigma_t) \left( \frac{h}{d} - \frac{\sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \right) \quad (631)$$

であつて、 $n = 15$ ,  $\sigma_c = \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_t = \sigma_{ct}/5$  とすれば

$$\sigma_s = 3 \left( 6 \frac{h}{d} - 5 \right) \sigma_{ca}$$

となり、更に近似的に  $h \cong d$  とすれば

$$\sigma_s = 3 \sigma_{ca} \quad (631a)$$

となる。

#### § 144. 断面に張應力が生ずる場合の鐵筋断面積の算定

第344図及び第347図に就き、コンクリートの断面、鐵筋を配置すべき位置、コンクリートの抗壓縁維から軸壓力  $N$ までの距離、コンクリートの最大圧應力及び抗張鐵筋の張應力が與へられたる場合に必要な鐵筋断面積を求める。即ち  $b$ ,  $d$ ,  $h$ ,  $h'$  (或は  $f$ ,  $f'$ ),  $a$  (或は  $r$ ),  $N$ ,  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられたる場合に必要な  $A_s$  及び  $A'_s$  を求める。

扱て此の場合には  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられるから、中立軸の位置は(209)式、即ち

$$x = kh, \quad k = \frac{n \sigma_c}{n \sigma_c + \sigma_s} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_s}{n \sigma_c}} \quad (209)$$

に依つて與へられ、従つて  $x$  の値は既知である。以下の結果は一般に

$$G_c = \frac{b x^2}{2}, \quad I_c = \frac{b x^3}{3}$$

を § 139 の諸式に代入して得られるものであるが、式を簡単にするために

$$\begin{aligned} M_s &= N(h + a) = Nf, \\ M'_s &= N(h' + a) = Nf' \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (632)$$

とする。之等は鐵筋軸の周りの  $N$  のモーメントであつて、すべて既知と考へられる。

##### 1) 抗壓鐵筋を使用せずに抵抗し得る $N$ の最大値

第348図の如く  $A'_s = 0$  の場合に抵抗し得る  $N$  の最大値を  $N_1$  とし、之に必要な抗張鐵筋の断面積を  $A_{s1}$  とすれば、(593) 及び (594) の一般公式より

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{\sigma_c b x}{2} - A_{s1} \sigma_s = \frac{\sigma_c b x}{2 f} \left( h - \frac{x}{3} \right), \\ A_{s1} &= \frac{1}{\sigma_s} \left( \frac{\sigma_c b x}{2} - N_1 \right) = \frac{b x^2 \left( a + \frac{x}{3} \right)}{2 n f (h - x)} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (633)$$

となるが、 $N_1$  に相當する  $M_s$  を  $M_{s1}$  とすれば、即ち  $M_{s1} = N_1(h + a) = N_1 f$  とすれば

$$M_{s1} = \frac{\sigma_c b x}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right) = \frac{\sigma_c k (3 - k)}{6} b h^2 = \frac{b h^2}{C_1^2} \quad (634)$$

となる。但し  $C_1$  は矩形断面桁の設計の際に使用せる係数 (§ 83, (228a) 式) に等しく、従つて  $C_1$  の値は第84表より之を求めることが出来る。(634) を利用すれば

$$N_1 = \frac{M_{s1}}{f} = \frac{b h^2}{f C_1^2}, \quad A_{s1} = C_3 \sqrt{M_{s1} b} - \frac{N_1}{\sigma_s} \quad (635)$$

となる。但し上式中の  $C_3$  は、 $C_1$  と等しく § 83 に於て規定せる係数であつて、直ちに第84表より之を求めることが出来る。

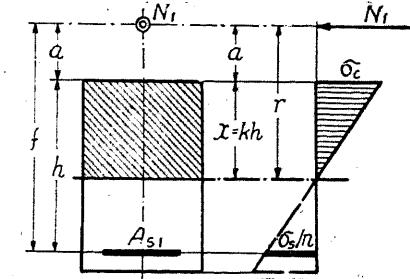
##### 2) 抗壓鐵筋を必要とする場合 ( $N > N_1$ )

$N$  が  $N_1$  より大なる場合、即ち

$$M_s = N(h + a) > \frac{b h^2}{C_1^2}$$

なる場合には抗壓鐵筋  $A'_s$  が必要である。此の場合の  $A_s$  及び  $A'_s$  の所要量は、(595) 式より

$$A_s = \frac{\frac{N f' x}{\sigma_c} + \frac{b x^2}{2} \left( \frac{x}{3} - h' \right)}{n(h - h')(h - x)}, \quad A'_s = \frac{\frac{N f x}{\sigma_c} - \frac{b x^2}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right)}{n(h - h')(x - h')} \quad (636)$$



第348図

で與へられるが、1)に依つて  $N_1$  及び  $A_{s1}$  を算出せる場合には、(636)式に依るよりも (596)式、即ち

$$A_s = \frac{(N - N_1)f'}{\sigma_s(h - h')} + A_{s1}, \quad A_{s'} = \frac{(N - N_1)f}{\sigma'_s(h - h')} \quad (596)$$

に依る方が遙かに簡単である。但し此の式に於て

$$\sigma'_s = n \sigma_s \frac{x - h'}{x} = \sigma_s \frac{x - h'}{h - x}$$

を代入すべきは言ふまでもない。

今、略算法として抗壓鐵筋がコンクリートの壓應力の合力の作用線にあるものと假定すれば

$$h' = \frac{x}{3}$$

となり、従つて  $n = 15$  とすれば (636)式より

$$A_s = \frac{M_s'}{\sigma_s(h - \frac{x}{3})}, \quad A_{s'} = \frac{M_s - M_{s1}}{10 \sigma_s(h - \frac{x}{3})} \quad (637)$$

となるが

$$h - \frac{x}{3} = \frac{h}{C_2 \sigma_s}, \quad C_2 = C_1 C_3 \quad (638)$$

なることを考慮すれば

$$\left. \begin{aligned} A_s &= C_2 \frac{M_s'}{h}, \\ A_{s'} &= C_2 \frac{\sigma_s}{10 \sigma_e} \cdot \frac{M_s - M_{s1}}{h} = \frac{\sigma_s}{10 \sigma_e} \left( C_2 \frac{M_s}{h} - \frac{C_3}{C_1} b h \right) \end{aligned} \right\} \quad (637a)$$

となり、第 84 表の數値を使用することに依り簡単に  $A_s$  及び  $A_{s'}$  を求めることが出来る。

### 3) 抗壓鐵筋を必要とせざる場合 ( $N \leq N_1$ )

$N \leq N_1$  の場合には勿論  $A_{s'}$  は理論上不要である。特に  $N = N_1$  の場合には、抗張鐵筋の所要斷面積は (633) 或は (635) の  $A_{s1}$  の値其のままでよいが、 $N < N_1$  の場合には此の  $A_{s1}$  は一般に過大である。此の場合に理論的に  $A_s$  を算出するのは甚だ面倒であるから、次の如く第 84 表に依つて之を求めればよい。即ち此の場合にも斷面の平衡條件

$$N = \frac{\sigma_e b x}{2} - A_s \sigma_s, \quad M_s = \frac{\sigma_e b x}{2} \left( h - \frac{x}{3} \right)$$

が成立し、之より 1) の場合と同様に

$$M_s = \frac{b h^2}{C_1^2}, \quad A_s = C_3 \sqrt{M_s b} - \frac{N}{\sigma_s} \quad (639)$$

が得られる。従つて實際の計算に於ては先づ

$$C_1 = \frac{h}{\sqrt{M_s/b}}$$

より  $C_1$  を算出し、此の  $C_1$  の値と、

(1)  $\sigma_e$  を與へられたるものとして(例へば  $\sigma_{ea}$ )、第 84 表より  $C_3$  と  $\sigma_s$  を求め、之を (639) に代入して  $A_s$  を計算するか、或は

(2)  $\sigma_s$  を與へられたるものとして(例へば  $\sigma_{sa}$ )、第 84 表より  $C_3$  と  $\sigma_e$  を求め、之を (639) に代入して  $A_s$  を計算し、此の兩場合のうち其の値の小なる方を  $A_s$  として採用すればよい。但し此の場合  $\sigma_e$  及び  $\sigma_s$  が共に其の許容應力より小でなければならないことは勿論である。

### 4) 抗壓鐵筋と抗張鐵筋の比率が與へられたる場合

コンクリートの斷面、即ち  $b$  及び  $h$  が既知であつて、或る與へられたる偏心軸壓力  $N$  に對して充分にして且つ必要な鐵筋量を、 $A_{s'} = \varphi A_s$  になる様に決定するためには、 $\sigma_e$  及び  $\sigma_s$  を共に與へられたるものと考へることは出來ない。何となれば斷面の平衡を規定する 2 個の條件に對し、此の場合には  $A_s$  若くは  $A_{s'}$  の 1 個の未知數のみが存在するからである。然るに (636) 式より、一般に  $\sigma_e$  が大なる程  $A_s$  及び  $A_{s'}$  は小となるから、茲では  $\sigma_e \leq \sigma_{ea}$  として與へられたるものと考へ、 $A_{s'} = \varphi A_s$  になる様に  $\sigma_s$  を撰ぶことにする。 $\sigma_s$  は

$$C_2 = n \sigma_e \frac{h - x}{x} = \frac{n(1 - k)}{k} \sigma_e$$

で與へられるから、 $\sigma_s$  を未知數とする代りに  $k$  を未知數とすればよい。

計算を簡単にするために

$$\left. \begin{aligned} x &= kh, & h' &= sh, \\ \frac{6Nf}{\sigma_e b h^2} &= \frac{6M_s}{\sigma_e b h^2} = \mu, & \frac{6Nf'}{\sigma_e b h^2} &= \frac{6M_s'}{\sigma_e b h^2} = \mu' \end{aligned} \right\} \quad (640)$$

とすれば  $k, s, \mu$  及び  $\mu'$  はすべて單位を有せざる數であつて、之を (636) に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{b h}{6n(1-s)} \cdot \frac{k}{1-k} [\mu' + k(k-3s)], \\ A_{s'} &= \frac{b h}{6n(1-s)} \cdot \frac{k}{k-s} [\mu - k(3-k)] \end{aligned} \right\} \quad (641)$$

となり、茲に於て  $A_{s'} = \varphi A_s$  なるためには、 $k$  は

$$(1 + \varphi)k^3 - 4(1 + \varphi)s k^2 + [\mu + \varphi \mu' + 3(1 + \varphi)s^2]k - (\mu + \varphi s \mu') = 0 \quad (642)$$

を満足しなければならない。然し此の 3 次方程式を解くことは面倒であるから、之を變化して

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{4(\mu + \varphi s \mu') + \varphi(1 - 4s) - 3 + R}{4(\mu + \varphi \mu') + \varphi(3 - 16s + 12s^2) - 1}, \\ R &= (1 - 2k)^2 [3 - \varphi(1 - 4s) - (1 + \varphi)k] \end{aligned} \right\} \quad (643)$$

とする。 $R$ は勿論 $k$ の函数ではあるが、 $k$ が一般に $1/2$ に近い値である關係上、 $R$ は普通は極めて小なる値であつて、従つて先づ最初は $R=0$ として(643)式をり $k$ を求め、其の値を $R$ に代入して之を計算し、此の $R$ を(643)の第一式に代入して $k$ を求めれば充分である。斯くして $k$ が決定されれば、夫を(641)に代入して $A_s$ 及び $A'_s = \varphi A_s$ が決定されるのであるが、實際に於ては、斯くして求められたる $k$ と與へられたる $\sigma_c$ とに依つて生ずる $\sigma_s$ が $\sigma_{sa}$ より大ならざることを必要とする。即ち $k$ は(642)を満足する外に

$$\frac{1-k}{k} \leq \frac{\sigma_{sa}}{n\sigma_c} \quad \text{即ち } k \geq \frac{n\sigma_c}{n\sigma_c + \sigma_{sa}}$$

なることを必要とする。若し此の條件が満足されない場合には、 $\sigma_c$ の値を減額しなければならない。

特に $A'_s = A_s$ とする場合には $\varphi = 1$ であるから

$$2k^3 - 4(1+s)k^2 + [\mu + \mu' + 3(1+s^2)]k - (\mu + \mu's) = 0, \quad (642a)$$

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{2(\mu + s\mu') - 1 - 2s + R}{2(\mu + \mu') + 1 - 8s + 6s^2}, \\ R &= (1-2k)^2(1+2s-k) \end{aligned} \right\} \quad (643a)$$

となり、此の場合の $R$ は一般に $0.2$ より小である。

### 5) 最小鐵筋斷面積

前記3)の場合、即ち $A_s$ 及び $A'_s$ を必要とする場合に於て、 $\sigma_c = \sigma_{ca}$ ,  $\sigma_s = \sigma_{sa}$ とすることは必ずしも $A_s + A'_s$ を最小とするものではない。然し一般に $\sigma_c$ は之を大にする程 $A_s$ 及び $A'_s$ は小となるから、今 $\sigma_c \leq \sigma_{ca}$ として與へられたる場合に、 $A_s + A'_s$ を最小にする様に $\sigma_s$ 即ち $k$ を撰ぶ。計算を簡単にするために4)に採用した記號を使用すれば、(641)式より

$$\left. \begin{aligned} A_s + A'_s &= \frac{bh}{6n(1-s)} \cdot f(k), \\ f(k) &= \frac{k}{1-k} [\mu' + k(k-3s)] + \frac{k}{k-s} [\mu - k(3-k)] \\ &= \frac{\mu' - 3s + 1}{1-k} + \frac{s(\mu - 3s + s^2)}{k-s} - 4(1-s)k + \mu - \mu' + s^2 - 1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (644)$$

を得る。それで $A_s + A'_s$ が最小となるためには、 $f(k)$ が最小とならねばならない。即ち $df/dk = 0$ でなければならない。故に $f(k)$ を $k$ にて微分し、夫を零と置けば

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mu' - 3s + 1}{(1-k)^2} - 4(1-s) - R &= 0, \\ R &= \frac{s(\mu - 3s + s^2)}{(k-s)^2} \end{aligned} \right\} \quad (645)$$

となる。之を $k$ の方程式として解くには4次方程式となり非常に面倒となる。然し $R$ は一般に $0.1$ より小なる値であるから、之を適當に假定すれば

$$k = 1 - \sqrt{\frac{\mu' - 3s + 1}{4(1-s) + R}} \quad (646)$$

に依つて $k$ が近似的に求められる。それで實際の計算に於ては先づ $R=0$ として $k$ を求め、此の値より(645)の $R$ を計算し、夫を(646)に代入して $k$ を求めれば充分である。

また函数の最大値或は最小値附近に於ては、其の函数の値に大なる變化がないと言ふ理由に依り

$$R = 0, \quad 1-s = 1$$

と假定しても大した誤差は生じない。即ち此の様に假定すれば、 $A_s + A'_s$ を最小ならしめる $k$ の近似値として

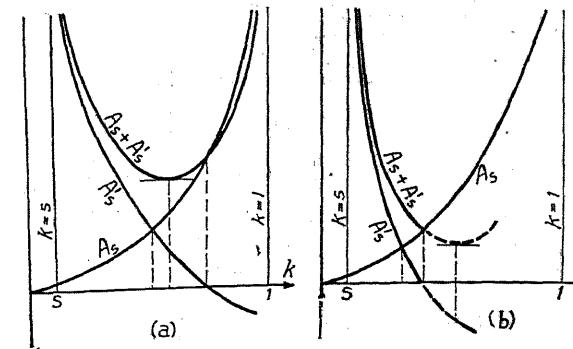
$$k = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{\mu' - 3s + 1} \quad (646a)$$

を得る。何れにしても $k$ の値が求められれば、夫を(641)式に代入すれば、 $A_s + A'_s$ を最小とする $A_s$ 及び $A'_s$ の値が得られる。勿論上記の $k$ の値に依つて規定される $\sigma_s$ が $\sigma_{sa}$ より小でなければならぬことは明かであつて、若し $\sigma_s > \sigma_{sa}$ となつた場合には、上記の方法は用ひられない。即ち最初に於て $\sigma_c$ を減額する必要がある。

(645), (646) 或は(646a)式に依つて求めた $k$ を(641)に代入して $A_s$ 及び $A'_s$ を算出した結果、 $A_s$ 及び $A'_s$ が共に正である場合(第349圖a)には其のまゝでよいが、第349圖(b)の如く $A'_s$ が負となつた場合には、 $A'_s = 0$ の場合に鐵筋量は最小となる。従つて此の場合の $k$ は前記の諸式に依つて決定することは出来ず、 $A'_s = 0$ 即ち

$$k = \frac{1}{2} [3 - \sqrt{9 - 4\mu}] = 1.5 - \sqrt{2.25 - \mu} \quad (647)$$

に依つて得らるゝ値を(641)の $A_s$ に代入すればよい。



第349圖

### 第三節 各種断面の解法

#### § 145. T 形 断 面

第350圖の如きT形断面に於てコンクリートの全断面積を考慮すれば、有効等価面の重心Oの位置、及び面積は

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{A_i} \left[ \frac{1}{2} b d^2 + \frac{1}{2} (b - b_0) t^2 + n (A_s h + A'_s h') \right], \\ u' &= d - u, \\ A_i &= b_0 d + (b - b_0) t + n (A_s + A'_s) \end{aligned} \right\} \quad (648)$$

であつて、重心軸のまわりの有効等価断面の二次モーメント $I_i$ 及び心距 $c, c'$ は

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \frac{b}{3} [u^3 - (u - t)^3] + \frac{b_0}{3} [(u - t)^3 + (d - u)^3] \\ &\quad + n A_s (h - u)^2 + n A'_s (u - h')^2, \\ c &= \frac{I_i}{A_i u'}, \quad c' = \frac{I_i}{A_i u} \end{aligned} \right\} \quad (649)$$

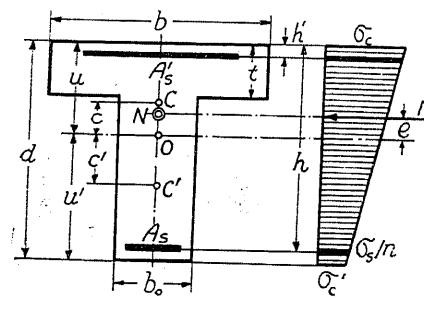
となる。

##### I) 断面に張應力が生ぜざる場合

第350圖の如く、偏心軸圧力 $N$ が $OC'$ 内に作用する場合には断面に張應力は生じない。従つて断面に生ずる應力は、(563)、(563a)或は(563b)に前記(648)及び(649)の値を代入することに依つて求められる。即ち

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= N \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e u}{I_i} \right), \quad \sigma'_c = N \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e u'}{I_i} \right), \\ \sigma_s &= n N \left[ \frac{1}{A_i} - \frac{e(h-u)}{I_i} \right], \quad \sigma'_s = n N \left[ \frac{1}{A_i} + \frac{e(u-h')}{I_i} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (650)$$

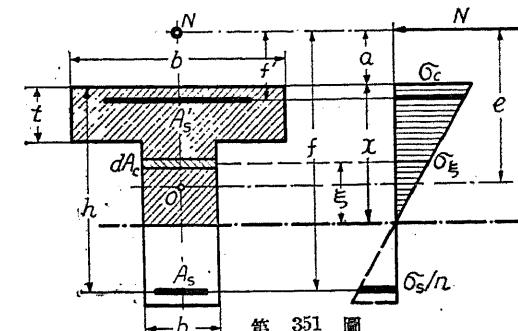
上記の式は $N$ が $OC'$ の間に作用する限り常に適用することが出来る。それは(648)及び(649)の関係が $N$ の位置に無關係であるからである。然し $N$ が $OC'$ の側に作用する場合には、(650)中の $e$ の符号を反対とする必要がある。尚、 $e$ が心距より大であつて、断面に張應力が生ずる場合でも、其の絶対値が $\sigma_{ca}/5$ 以下ならば、近似的に上記の式を用ふることが出来る。



第350圖

##### 2) 断面に張應力が生ずる場合

軸圧力の偏心距離が $c$ 又は $c'$ より大となれば、断面に張應力を生じ、1)の公式は一般に適用不可能となる。今第351圖に示すが如く $N$ が突縁側に作用し、且つ中立軸が腹部にあら場合には



$$\left. \begin{aligned} G_c &= \int_{A_c} \xi dA_c = \frac{1}{2} [bx^2 - (b - b_0)(x - t)^2], \\ I_c &= \int_{A_c} \xi^2 dA_c = \frac{1}{2} [bx^3 - (b - b_0)(x - t)^3] \end{aligned} \right\} \quad (651)$$

であるから、之を(578)に代入すれば $x$ の方程式として

$$\left. \begin{aligned} b_0 x^3 + 3a b_0 x^2 + 3[(b - b_0)(2a + t)t + 2n(A_s f + A'_s f')]x \\ - (b - b_0)(3a + 2t)t^2 - 6n(A_s f h + A'_s f' h') = 0 \end{aligned} \right\} \quad (652)$$

を得る。また $x$ の代りに $r = x + a$ とすれば、上式は

$$\left. \begin{aligned} b_0 r^3 + 3[(b - b_0)(a + t)^2 - b a^2 + 2n(A_s f + A'_s f')]r \\ - 2(b - b_0)(a + t)^3 + 2b a^3 - 6n(A_s f^2 + A'_s f'^2) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (652a)$$

となり、厳密に解く上に於て(652)式より(652a)式の方が便利である。何れにしても上式に依つて $x$ 若しくは $r$ が求められれば、 $\sigma_c$ は(570)又は(570a)式より

$$\sigma_c = \frac{N \cdot x}{\frac{1}{2} [bx^2 - (b - b_0)(x - t)^2] + n A'_s (x - h') - n A_s (h - x)} \quad (653)$$

となり、 $\sigma_s$ 及び $\sigma'_s$ は

$$\sigma_s = n \sigma_c \frac{h - x}{x}, \quad \sigma'_s = n \sigma_c \frac{x - h'}{x}$$

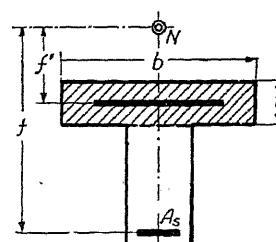
より計算される。

(952)若しくは(652a)の3次方程式より $x$ 若しくは $r$ を解くことは可成り面倒であるので、 $b$ に對して $b_0$ を無視すれば、即ち $b_0 = 0$ とすれば

$$x = \frac{b t^2 (3a + 2t) + 6n(A_s f h + A'_s f' h')}{3b t (2a + t) + 6n(A_s f + A'_s f')}, \quad (654)$$

$$r = \frac{2b [(a + t)^3 - a^3] + 6n(A_s f^2 + A'_s f'^2)}{3b [(a + t)^2 - a^2] + 6n(A_s f + A'_s f')}, \quad (654a)$$

$$\sigma_c = \frac{N \cdot x}{\frac{b}{2} [x^2 - (x - t)^2] + n A'_s (x - h') - n A_s (h - x)} \quad (655)$$



第352図

となる。

また第352圖に就て

$$M'_s = Nf' = N(a + h')$$

とし、近似的に抗壓鐵筋  $A'_s$  がコンクリートに作用する壓應力の合力の位置にあるものとすれば

$$M'_s = Nf' = A_s \sigma_s z$$

であつて、 $z$ を近似的に  $z = h - t/2$  に等しいものとすれば  $\sigma_s$

の略算公式として

$$\sigma_s = \frac{M'_s}{A_s(h - \frac{t}{2})} = \frac{N(a + h')}{A_s(h - \frac{t}{2})} \quad (656)$$

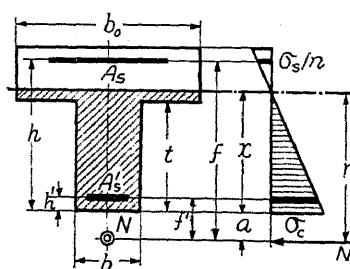
を得る。

上記の計算に於ては、すべて複鐵筋斷面としたのであるが、抗壓鐵筋のない場合即ち單鐵筋断面に對しては  $A'_s = 0$  とすればよい。

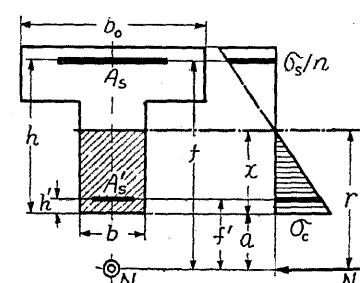
また  $a$  が著しく大であつて  $N$  が小なる場合には、時として中立軸が第353圖の如く抗壓突縁中に来る場合がある。此の場合に於ても  $\sigma_s$  の略算公式 (656) は勿論之を適用することが出来るが、他の公式は之を適用することが出来ず、應力其他すべて幅ひなる矩形斷面として計算しなければならない。此の兩場合の限界を求めるために、(654) 式に於て  $x = t$  として  $a$  を解けば

$$a = \frac{6n[A_s(h-t)h - A'_s(t-h')h'] - bt^3}{6n[A_s(h-t) - A'_s(t-h')] + 3bt^2} \quad (657)$$

が限界であつて、 $a$  が之より大なる場合には中立軸は抗壓突縁中に來ることになる。



第354図



第355図

第354圖又は第355圖の如く、 $N$  が突縁と反対側に作用する場合には腹部に壓應力が生ずる。此のうち第354圖の如く中立軸が突縁にある場合には、記號を圖の如くにすれば第351圖の場合と同様になり、従つて (652) 乃至 (653) 式に依つて應力を計算することが出来、また第355圖の如く中立軸が腹部に来る場合には、之を第353圖の場合の如く矩形斷面として計算することが出来る。

### 3) 鐵筋斷面積の算定

偏心軸壓力を受けるT形斷面の鐵筋を算定するには、§138或は§139の一般解法に従へばよいのであるが、其の計算は甚だ複雑であつて、實際には鐵筋斷面積を適當に假定して應力を驗算する方が簡単である。然しT形斷面の腹部に張應力が生ずる場合に、與へられたる  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  にする方が簡単である。然しT形斷面の腹部に張應力が生ずる場合に、與へられたる  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  にする方が簡単である。然しT形斷面の腹部に張應力が生ずる場合に、與へられたる  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  にする方が簡単である。然しT形斷面の腹部に張應力が生ずる場合に、與へられたる  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  にする方が簡単である。

即ちコンクリート斷面が一定であつて、 $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられたる場合に  $A_s$  を求めるには、(656) の近似解法より

$$A_s = \frac{M'_s}{\sigma_s(h - \frac{t}{2})} = \frac{N(a + h')}{\sigma_s(h - \frac{t}{2})} \quad (658)$$

となり、之と同様に腹部に作用する應力を無視し、且つ抗壓鐵筋  $A'_s$  が突縁の中央にあるものと假定すれば、斷面に作用する全應力  $C$  は

$$C = \frac{\sigma_c(x - \frac{t}{2})}{x} (bt + nA'_s)$$

となる。然るに

$$C(h - \frac{t}{2}) = N(a + h) = M_s$$

であるから、 $A'_s$  は

$$A'_s = \frac{M_s x}{n \sigma_c (h - \frac{t}{2}) (x - \frac{t}{2})} - \frac{bt}{n} \quad (659)$$

となる。但し  $x$  は (209) 式に依つて與へられる値であつて、之を上式に代入すれば

$$A'_s = \frac{M_s h}{(h - \frac{t}{2}) [n \sigma_c (h - \frac{t}{2}) - \sigma_s \frac{t}{2}]} - \frac{bt}{n} \quad (659a)$$

となり、更に  $t^2$  を  $h^2$  に對して無視すれば

$$A_s' = \frac{M_s}{n \sigma_c (h - t) - \sigma_s \frac{t}{2}} - \frac{b t}{n} \quad (659b)$$

なる近似公式を得る。

### § 146. 正六角形断面

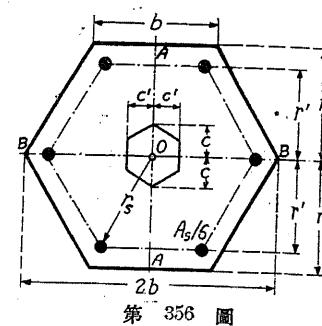
#### 1) 断面に張應力が生ぜざる場合

第356圖の如き正六角形断面に於ては一般に

$$2r = \sqrt{3}b, \quad 2r' = \sqrt{3}r_s.$$

であつて、コンクリートの全断面積に就て考へれば

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= 3br = 2\sqrt{3}r^2 = 3.464r^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}b^2 = 2.898b^2, \\ I_0 &= \frac{5\sqrt{3}}{9}r^4 = 0.9622r^4 = \frac{5\sqrt{3}}{16}b^4 = 0.5413b^4, \\ c &= \frac{5}{18}r = 0.2778r, \quad c' = \frac{5}{24}b = 0.2083b. \end{aligned} \right\} \quad (660)$$



第356圖

であつて、茲に注意すべきは、 $I_0$ が  $A-A$  軸及び  $B-B$  軸に對して相等しく、且つ心は第356圖に示すが如き正六角形であることである。

今、全断面積  $A_s$  なる鐵筋が半径  $r_s$  なる圓周上に均等に分布せるものとすれば、重心  $O$  を通る任意の軸に對して

$$I_s = \frac{1}{2} A_s r_s^2 = \frac{2}{3} A_s r'^2 \quad (661)$$

であるから、コンクリートの全断面積を考慮する場合の有効等値断面積  $A_i$ 、之の  $A-A$  軸及び  $B-B$  軸に就ての二次モーメント  $I_i$ 、心距  $c$  及び  $c'$  は

$$p = \frac{A_s}{A_0}, \quad \lambda = \frac{r_s}{b} = \frac{r'}{r}$$

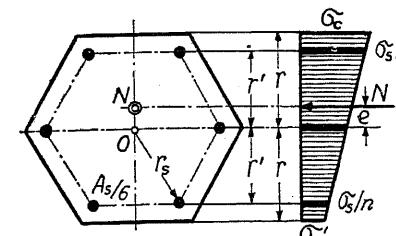
とすれば

$$\left. \begin{aligned} A_i &= A_0(1 + np), \quad I_i = I_0(1 + 2.4np\lambda^2), \\ c &= \frac{5}{18} \cdot \frac{1 + 2.4np\lambda^2}{1 + np} r, \quad c' = \frac{5}{24} \cdot \frac{1 + 2.4np\lambda^2}{1 + np} b. \end{aligned} \right\} \quad (662)$$

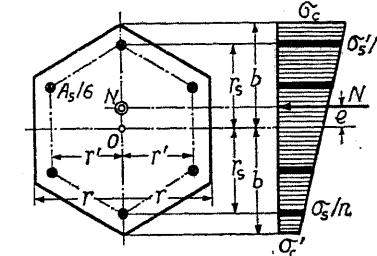
となる。但し  $c$  及び  $c'$  の値は普通の場合には鐵筋を無視した場合と殆んど差がない。従つて單に(660)に従つて  $c = \frac{5}{18}r$ ,  $c' = \frac{5}{24}b$  として充分である。

扱て偏心軸壓力  $N$  が心の中に作用する場合には、断面に張應力は生じないから、(563), (563)

a) 若くは(563b)式に前記の値を代入して應力を求めることが出来る。



第357圖



第358圖

#### a. $N$ が對邊線上に作用する場合 ( $e \leq c$ , 第357圖)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= 0.2887 \frac{N}{r^2} \left[ \frac{1}{1 + np} \pm \frac{3.6}{1 + 2.4np\lambda^2} \cdot \frac{e}{r} \right], \\ \sigma_s' &= 0.2887 \frac{nN}{r^2} \left[ \frac{1}{1 + np} \pm \frac{3.6\lambda}{1 + 2.4np\lambda^2} \cdot \frac{e}{r} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (663)$$

#### b. $N$ が對角線上に作用する場合 ( $e \leq c'$ , 第358圖)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= 0.3847 \frac{N}{b^2} \left[ \frac{1}{1 + np} \pm \frac{4.8}{1 + 2.4np\lambda^2} \cdot \frac{e}{b} \right], \\ \sigma_s' &= 0.3847 \frac{nN}{b^2} \left[ \frac{1}{1 + np} \pm \frac{4.8\lambda}{1 + 2.4np\lambda^2} \cdot \frac{e}{b} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (664)$$

#### 2) 断面に張應力が生ずる場合

偏心軸壓力が心の外に作用して断面に張應力を生ずる場合に於て、中立軸のまわりのコンクリートの抗壓断面積  $G_c$  の一次モーメントを  $G_c$ 、二次モーメントを  $I_c$  とし、全鐵筋  $A_s$  の一次モーメントを  $G_s$ 、二次モーメントを  $I_s$  とし、 $G_s$  は抗壓断面に對するものを正とすれば、(570a)及び(574a)式より

$$\sigma_c = \frac{Nx}{G_c + nG_s}, \quad x + a = \frac{I_c + nI_s}{G_c + nG_s} \quad (665)$$

を得、之に依つて應力を計算することが出来る。尙計算を簡単にするために

$$x = kr = k'b, \quad A_s = pA_0, \quad \frac{r'}{r} = \frac{r_s}{b} = \lambda \quad (666)$$

とする。

#### a. $N$ が對邊線上に作用する場合 ( $e > c$ )

之は第359圖及び第360圖の場合であつて、何れにしても  $a = e - r$  であるから、(665)の第二式より

$$e = \frac{I_c - (x - r)G_c + n[I_s - (x - r)G_s]}{G_c + nG_s}$$

となるが、 $G_s$  及び  $I_s$  は次々

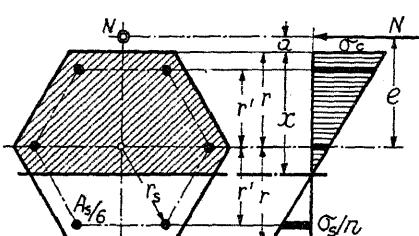
$$\left. \begin{aligned} G_s &= A_s(x - r) = 2\sqrt{3}(k-1)p r^3, \\ I_s &= A_s \left[ (x - r)^2 + \frac{2}{3}r'^2 \right] = 2\sqrt{3} \left[ (k-1)^2 + \frac{2}{3}\lambda^2 \right] p r^4 \end{aligned} \right\} \quad (667)$$

であるから、結局

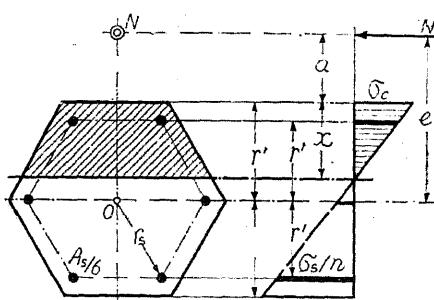
$$\frac{e}{r} = \frac{\frac{I_c}{r} - (k-1)G_c + \frac{4n}{\sqrt{3}}p\lambda^2 r^3}{G_c + 2\sqrt{3}(k-1)np r^3} \quad (668)$$

となる。

之等の式はすべて  $x$  と  $r$  の大小に關せず、即ち  $k$  が 1 より大であると否に拘はらず、一般に成立する式である。



第 359 圖



第 360 圖

$x \geq r$  ( $k \geq 1$ ) の場合 (第 359 圖)

$e$  が割合に小なるときは第 359 圖の如くになつて、此の場合、中立軸より  $\xi$  なる距離に於ける断面の幅を  $b_\xi$  とすれば

$$x \geq \xi \geq x - r: b_\xi = b + \frac{2}{\sqrt{3}}(x - \xi) = \frac{2}{\sqrt{3}}(x + r - \xi),$$

$$x - r \geq \xi \geq 0: b_\xi = b - \frac{2}{\sqrt{3}}(x - r - \xi) = \frac{2}{\sqrt{3}}(3r - x + \xi)$$

であるから、 $G_c$  及び  $I_c$  は次々

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \int_0^x b_\xi \xi d\xi = \frac{1}{3\sqrt{3}} [x^2(x+3r) - 2(x-r)^3] \\ &= \frac{r^2}{3\sqrt{3}} [k^2(k+3) - 2(k-1)^3], \\ I_c &= \int_0^x b_\xi \xi^2 d\xi = \frac{1}{6\sqrt{3}} [x^3(x+4r) - 2(x-r)^4] \\ &= \frac{r^4}{6\sqrt{3}} [k^3(k+4) - 2(k-1)^4] \end{aligned} \right\} \quad (669)$$

となり、之を (668) に代入すれば、 $k$  の方程式として

$$\left. \begin{aligned} \frac{e}{r} &= \frac{k^2(6-k^2) + 2(k-1)^4 + 24np\lambda^2}{2k^2(3+k) - 4(k-1)^3 + 36(k-1)np}, \\ \text{或は} \quad \frac{e}{r} &= \frac{k^4 - 8k^3 + 18k^2 - 8k + 2 + 24np\lambda^2}{2(2-6k+9k^2-k^3) + 36(k-1)np} \end{aligned} \right\} \quad (670)$$

を得、之に依つて  $k$  が求められれば、 $\sigma_c$  及び鋼筋の最大圧應力  $\sigma'_s$  並に最大張應力  $\sigma_s$  は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{3\sqrt{3}k}{k^2(3+k) - 2(k-1)^3 + 18(k-1)np} \cdot \frac{N}{r^2}, \\ \sigma'_s &= n\sigma_c \frac{\lambda \pm (k-1)}{k} \end{aligned} \right\} \quad (671)$$

となる。

$k \leq r$  ( $k \leq 1$ ) の場合 (第 360 圖)

此の場合には前と同様にして

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \frac{x^2}{3\sqrt{3}}(x+3r) = \frac{r^3}{3\sqrt{3}}k^2(k+3), \\ I_c &= \frac{x^3}{6\sqrt{3}}(x+4r) = \frac{r^4}{6\sqrt{3}}k^3(k+4). \end{aligned} \right\} \quad (672)$$

であるから、(668) より

$$\frac{e}{r} = \frac{k^2(6-k^2) + 24np\lambda^2}{2k^2(3+k) - 36(1-k)np} \quad (673)$$

となり、應力の値は次々

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{3\sqrt{3}k}{k^2(3+k) - 18(1-k)np} \cdot \frac{N}{r^2}, \\ \sigma'_s &= n\sigma_c \frac{\lambda \mp (1-k)}{k} \end{aligned} \right\} \quad (674)$$

となる。

上記兩場合の限界、即ち  $k = 1$  に對しては (670) 及び (673) 式より

$$\frac{e}{r} = \frac{5}{8} + 3np\lambda^2 \quad (675)$$

であつて、 $e/r$  が此の値より大なる場合には  $x < r$ 、即ち  $k < 1$  となる。普通の場合には此の限界で  $e/r = 1$  とすることが出来るから、大體に於て  $N$  が断面外に作用する場合には  $x < r$ 、 $N$  が断面内に作用する場合には  $x > r$  と考へてよい。

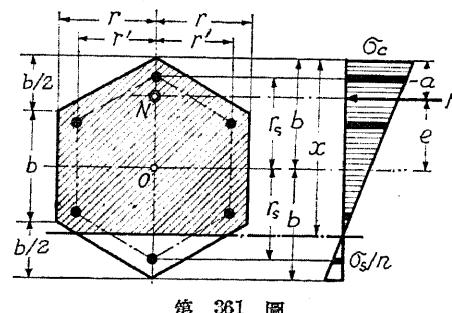
#### b. $N$ が對角線上に作用する場合 ( $e > c'$ )

之は第 361 圖乃至第 363 圖の場合であつて、何れにしても代數的に  $a = e - b$  であり、且つ

$$\left. \begin{aligned} G_s &= A_s(x-b) = \frac{3\sqrt{3}}{2}(k'-1)p b^3, \\ I_s &= A_s \left[ (x-b)^2 + \frac{1}{2}r_s^2 \right] = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left[ (k'-1)^2 + \frac{1}{2}\lambda^2 \right] p b^4 \end{aligned} \right\} \quad (676)$$

であるから、(665)の第二式より(668)と同様に

$$\frac{e}{b} = \frac{\frac{I_c}{b} - (k'-1)G_c + \frac{3\sqrt{3}}{4}np\lambda^2b^3}{G_c + \frac{3\sqrt{3}}{2}(k'-1)npb^3} \quad (677)$$



第361圖

を得る。之等の式は  $x$  と  $b$  の大小、即ち  $k'$  の値如何に拘らず一般に成立する式である。

$$x \geq \frac{3}{2}b \quad (k' \geq \frac{3}{2}) \text{ の場合 (第261圖)}$$

偏心距離  $e$  が可成り小なる場合には、中立軸の位置は第361圖の如くになり、此の場合中立軸より  $\xi$  なる距離に於ける断面の幅を  $b_\xi$  とすれば

$$x \geq \xi \geq x - \frac{b}{2}: \quad b_\xi = 2\sqrt{3}(x - \xi),$$

$$x - \frac{b}{2} \geq \xi \geq x - \frac{3}{2}b: \quad b_\xi = 2r = \sqrt{3}b,$$

$$x - \frac{3}{2}b \geq \xi \geq 0: \quad b_\xi = 2r - 2\sqrt{3}\left(x - \frac{3}{2}b - \xi\right) = 2\sqrt{3}(2b - x + \xi)$$

であるから、 $G_c$  及び  $I_c$  は夫々

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ x^3 - \left(x - \frac{b}{2}\right)^3 - \left(x - \frac{3}{2}b\right)^3 \right] \\ &= \frac{b^3}{\sqrt{3}} \left[ k'^3 - \left(k' - \frac{1}{2}\right)^3 - \left(k' - \frac{3}{2}\right)^3 \right], \\ I_c &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \left[ x^4 - \left(x - \frac{b}{2}\right)^4 - \left(x - \frac{3}{2}b\right)^4 \right] \\ &= \frac{b^4}{2\sqrt{3}} \left[ k'^4 - \left(k' - \frac{1}{2}\right)^4 - \left(k' - \frac{3}{2}\right)^4 \right] \end{aligned} \right\} \quad (678)$$

となり、之を(677)に代入すれば、 $k'$  の方程式として

$$\frac{e}{b} = \frac{k'^3(2-k') + \left(k' - \frac{1}{2}\right)^3 \left(k' - \frac{2}{3}\right) + \left(k' - \frac{1}{2}\right) \left(k' - \frac{3}{2}\right)^3 + 4.5np\lambda^2}{2 \left[ k'^3 - \left(k' - \frac{1}{2}\right)^3 - \left(k' - \frac{3}{2}\right)^3 \right] + 9(k'-1)np} \quad (679)$$

を得、之に依つて  $k'$  が求められれば、應力は

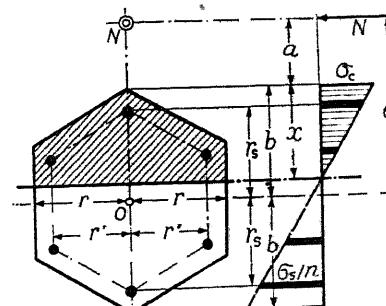
$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{\sqrt{3}k'}{k'^3 - \left(k' - \frac{1}{2}\right)^3 - \left(k' - \frac{3}{2}\right)^3 + 4.5(k'-1)np} \cdot \frac{N}{b^2}, \\ \sigma'_s &= n\sigma_c \frac{\lambda \pm (k'-1)}{k'} \end{aligned} \right\} \quad (680)$$

に依り計算することが出来る。

$$\frac{3}{2}b \geq x \geq \frac{b}{2} \quad \left(\frac{3}{2} \geq k' \geq \frac{1}{2}\right) \text{ の場合 (第362圖)}$$

中立軸が第362圖の如き位置に来る場合には前と同様にして

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ x^3 - \left(x - \frac{b}{2}\right)^3 \right] \\ &= \frac{b^3}{\sqrt{3}} \left[ k'^3 - \left(k' - \frac{1}{2}\right)^3 \right], \\ I_c &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \left[ x^4 - \left(x - \frac{b}{2}\right)^4 \right] \\ &= \frac{b^4}{2\sqrt{3}} \left[ k'^4 - \left(k' - \frac{1}{2}\right)^4 \right] \end{aligned} \right\} \quad (681)$$



第362圖

であるから

$$\frac{e}{b} = \frac{k'^3(2-k') - \left(k' - \frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{3}{2} - k'\right) + 4.5np\lambda^2}{2 \left[ k'^3 - \left(k' - \frac{1}{2}\right)^3 \right] + 9(k'-1)np} \quad (682)$$

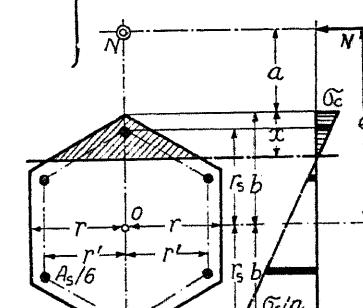
$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{\sqrt{3}k'}{k'^3 - \left(k' - \frac{1}{2}\right)^3 + 4.5(k'-1)np} \cdot \frac{N}{b^2}, \\ \sigma'_s &= n\sigma_c \frac{\lambda \pm (k'-1)}{k'} \end{aligned} \right\} \quad (683)$$

となる。

$$x \leq \frac{b}{2} \quad (k' \leq \frac{1}{2}) \text{ の場合 (第363圖)}$$

$A_s$  が小であつて  $e$  が大なる場合には、中立軸は第363圖の如くになつて、此の場合には

$$G_c = \frac{x^3}{\sqrt{3}}, \quad I_c = \frac{x^4}{2\sqrt{3}} \quad (684)$$



第363圖

$$\frac{e}{b} = \frac{k'^3(2-k') + 4.5np\lambda^2}{2k'^3 - 9(1-k')np}, \quad (685)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \frac{\sqrt{3}k'}{k'^3 - 4.5(1-k')np} \cdot \frac{N}{b^2}, \\ \sigma_s' &= n\sigma_a \frac{\lambda \mp (1-k')}{k'}, \end{aligned} \right\} \quad (686)$$

となる。

上記3場合の限界を求めるために、 $k' = \frac{3}{2}$  及び  $k' = \frac{1}{2}$  とすれば、(679), (682) 及び (685) 式より

$$\left. \begin{aligned} k' = \frac{3}{2} \text{に對し } \frac{e}{b} &= \frac{27+72np\lambda^2}{76+72np}, \\ k' = \frac{1}{2} \text{に對し } \frac{e}{b} &= \frac{3+72np\lambda^2}{4-72np}. \end{aligned} \right\} \quad (687)$$

を得る。即ち

$$\frac{e}{b} < \frac{27+72np\lambda^2}{76+72np}: \quad x > \frac{3}{2}b, \quad k' > \frac{3}{2};$$

$$\frac{3+72np\lambda^2}{4-72np} > \frac{e}{b} > \frac{27+72np\lambda^2}{76+72np}: \quad \frac{3}{2}b > x > \frac{b}{2}, \quad \frac{3}{2} > k' > \frac{1}{2};$$

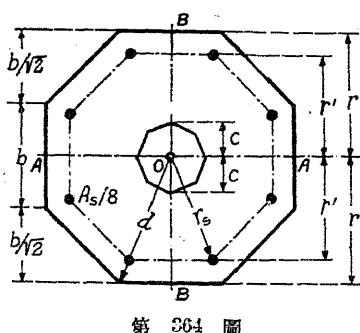
$$\frac{e}{b} > \frac{3+72np\lambda^2}{4-72np}: \quad x < \frac{b}{2}, \quad k' < \frac{1}{2}$$

となるのであるが、 $x$  が  $b/2$  より小となり得るためには、 $e/b$  の値如何に拘らず

$$4-72np > 0 \quad \text{即ち } p < \frac{1}{18n}$$

であることが必要である。今  $n = 15$  とすれば、 $p$  が 0.37% 以下でなければ、 $e/b$  が如何に大となるとも  $x$  は  $b/2$  より小とはならない。

### § 147. 正八角形断面



第 364 圖の如き正八角形断面に於ては、一般に

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{1+\sqrt{2}}{2}b = 1.2071b, \\ b &= 2(\sqrt{2}-1)r = 0.8284r, \\ r &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}d = 0.9242d, \\ d &= \sqrt{4-2\sqrt{2}}r = 1.0824r \end{aligned} \right\} \quad (688)$$

なる関係が成立する。以下斯かる正八角形断面の対邊線上に偏心軸圧力  $N$  が作用する場合のみを考察する。即ち第 364 圖の  $B-B$  軸上に  $N$  が作用

するものと考へる。

#### 1) 断面に張應力が生ぜざる場合 ( $e \leq c$ )

即て第 364 圖のコンクリートの全断面に就て考慮すれば

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= 4r^2 - b^2 = 8(\sqrt{2}-1)r^2 = 3.3137r^2, \\ I_0 &= \frac{r^3}{3}(r+2b) = \frac{4}{3}(4\sqrt{2}-5)r^4 = 0.8758r^4, \\ c &= \frac{I_0}{A_0 r} = \frac{3-\sqrt{2}}{6}r = 0.2643r \end{aligned} \right\} \quad (689)$$

であつて、心は矢張り正八角形である。

半径  $r_s$  なる圓周上に等布せる鐵筋の全断面積を  $A_s$ 、其の二次モーメントを  $I_s$  とすれば

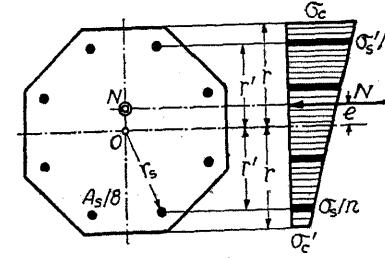
$$\left. \begin{aligned} r_s &= \sqrt{4-2\sqrt{2}}r', \quad \frac{r_s}{d} = \frac{r'}{r} = \lambda, \\ A_s &= pA_0 = 3.3137pr^2, \\ I_s &= \frac{1}{2}A_s r_s^2 = (2-\sqrt{2})A_s r'^2 = 0.5858A_s r'^2 \\ &= 8(3\sqrt{2}-4)p\lambda^2 r^4 = 1.9411p\lambda^2 r^4 \end{aligned} \right\} \quad (690)$$

であるから、コンクリートの全断面積を考慮する場合の有効等価断面積  $A_i$ 、之の  $A-A$  軸若くは  $B-B$  軸のまはりの二次モーメント  $I_i$  及び心距  $c$  は

$$\left. \begin{aligned} A_i &= A_0 + nA_s = A_0(1+np) = 3.3137(1+np)r^2, \\ I_i &= I_0 + nI_s = I_0 \left[ 1 + \frac{6}{7}(4-\sqrt{2})np\lambda^2 \right] \\ &= I_0(1+2.216np\lambda^2) = (0.8758+1.9411np\lambda^2)r^4, \\ c &= \frac{I_i}{A_i r} = \frac{0.2643+0.5858np\lambda^2}{1+np}r \end{aligned} \right\} \quad (691)$$

となる。

第 365 圖の如く、 $N$  が心の中に作用する場合には、断面に張應力は生ぜず、従つて應力は (563), (563a) 若くは (563b) より次の如くになる。



$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= 0.3018 \frac{N}{r^2} \left[ \frac{1}{1+np} \pm \frac{1}{0.2643+0.5858np\lambda^2} \cdot \frac{e}{r} \right], \\ \sigma_s' &= 0.3018 \frac{nN}{r^2} \left[ \frac{1}{1+np} \pm \frac{1}{0.2643+0.5858np\lambda^2} \cdot \frac{e}{r} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (692)$$

2) 断面に張應力が生ずる場合 ( $e > c$ )

$e$  が  $c$  より大となつて、断面に張應力を生ずる場合には、中立軸の位置に依つて第366図乃至第368図の場合を區別しなければならない。然し何れにしても (665) の關係は成立し、此の第二式に於て

$$a = e - r, \quad x = kr, \quad r' = \lambda r, \quad A_s = p A_0$$

であることと、中立軸のまゝの鋼筋全斷面積の一次モーメント及び二次モーメントが

$$G_s = (x - r) A_s = 8(\sqrt{2} - 1)(k - 1)p r^3,$$

$$I_s = A_s \left[ (x - r)^2 + \frac{1}{2} r_s^2 \right] = 8(\sqrt{2} - 1) [(k - 1)^2 + (2 - \sqrt{2})\lambda^2] p r^4$$

であることを考慮すれば、(668)式と同様に

$$\frac{e}{r} = \frac{\frac{I_c}{r} - (k - 1) G_s + 8(3\sqrt{2} - 4)n p \lambda^2 r^3}{G_s + 8(\sqrt{2} - 1)(k - 1)n p r^3} \quad (693)$$

となり、 $\sigma_e$  は

$$\sigma_e = \frac{1}{G_s + 8(\sqrt{2} - 1)(k - 1)n p} \cdot \frac{N}{r^2} \quad (694)$$

に依つて決定される。

a.  $k \geq 1.4142$  の場合

第366図に示すが如く

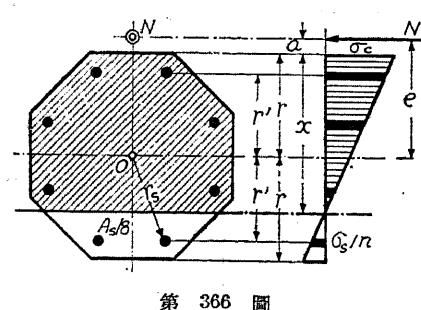
$$x \geq \sqrt{2}r = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)b$$

$$\text{即ち } k \geq \sqrt{2} = 1.4142$$

なる場合は、 $e$  が可成り小なるときに於て起り、此の場合の  $G_s$  及び  $I_s$  は

$$\begin{aligned} G_s &= \frac{r^3}{3} [k^2 \{k + 3(\sqrt{2} - 1)\} - (k - \sqrt{2})^3 - \{k - (2 - \sqrt{2})\}^3] \\ &= \frac{r^3}{3} [-k^3 + 3(\sqrt{2} + 1)k^2 - 12(2 - \sqrt{2})k + 4(5 - 3\sqrt{2})] \\ &= \frac{r^3}{3} [-k^3 + 7.2476k^2 - 7.0294k + 3.0294], \end{aligned} \quad (695)$$

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{r^4}{6} [k^3 \{k + 4(\sqrt{2} - 1)\} - (k - \sqrt{2})^4 - \{k - (2 - \sqrt{2})\}^4] \\ &= \frac{r^4}{6} [-k^4 + 4(\sqrt{2} + 1)k^3 - 24(2 - \sqrt{2})k^2 \\ &\quad + 16(5 - 3\sqrt{2})k - 24(3 - 2\sqrt{2})] \\ &= \frac{r^4}{6} [-k^4 + 9.6568k^3 - 14.0588k^2 + 12.1177k - 4.1177] \end{aligned} \quad (696)$$



第366図

となり、之を (693) 及び (694) に代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{e}{r} &= \frac{k^4 - 2(2 + \sqrt{2})k^3 + 6(1 + \sqrt{2})k^2 *}{2[-k^3 + 3(1 + \sqrt{2})k^2 - 12(2 - \sqrt{2})k]} \\ &\quad * \frac{-8k + 8(3\sqrt{2} - 4)(1 + 6np\lambda^2)}{+4(5 - 3\sqrt{2})] + 48(\sqrt{2} - 1)(k - 1)np} \end{aligned} \quad (697)$$

$$\begin{aligned} G_s &= \frac{k^4 - 6.8284k^3 + 14.4853k^2 - 8k + 1.9411(1 + 6np\lambda^2)}{2(-k^3 + 7.2426k^2 - 7.0294k + 3.0294) + 19.8823(k - 1)np} \\ &= \frac{3k}{-k^3 + 3(1 + \sqrt{2})k^2 - 12(2 - \sqrt{2})k} * \\ &\quad * \frac{+4(5 - 3\sqrt{2}) + 24(\sqrt{2} - 1)(k - 1)np}{r^2} \cdot \frac{N}{r^2} \end{aligned} \quad (698)$$

$$= \frac{3k}{-k^3 + 7.2426k^2 - 7.0294k + 3.0294 + 9.9411(k - 1)np} \cdot \frac{N}{r^2}$$

となる。

但し上式を適用し得るためには、 $2 \geq k \geq \sqrt{2}$  でなければならないから、(691) 及び (698) より

$$\frac{0.2643 + 0.5858np\lambda^2}{1 + np} \leq \frac{e}{r} \leq \frac{0.4514 + 1.2272np\lambda^2}{1 + 0.8678np} \quad (699)$$

なる場合にのみ上式が適用される。

b.  $1.4142 \geq x \geq 0.5858$  の場合

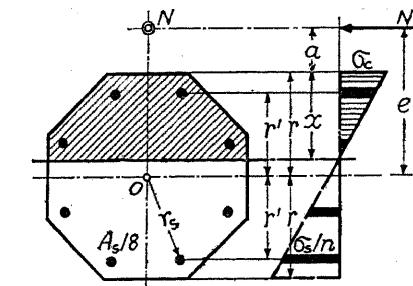
$e$  が (699) の最大限より大となれば、第367図

に示すが如く

$$\sqrt{2}r \geq x \geq (2 - \sqrt{2})r,$$

$$\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)b \geq x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}b,$$

$$1.4142 \geq k \geq 0.5858$$



第367図

となり、此の場合の  $G_s$  及び  $I_s$  は

$$\begin{aligned} G_s &= \frac{r^3}{3} [k^2 \{k + 3(\sqrt{2} - 1)\} - \{k - (2 - \sqrt{2})\}^3] \\ &= \frac{r^3}{3} [3k^2 - 6(3 - 2\sqrt{2})k + 2(10 - 7\sqrt{2})] \\ &= \frac{r^3}{3} [3k^2 - 1.0294k + 0.2010], \end{aligned} \quad (700)$$

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{r^4}{6} [k^3 \{k + 4(\sqrt{2} - 1)\} - \{k - (2 - \sqrt{2})\}^4] \\ &= \frac{2r^4}{3} [k^3 - 3(3 - 2\sqrt{2})k^2 + 2(10 - 7\sqrt{2})k - (17 - 12\sqrt{2})] \\ &= \frac{2r^4}{3} [k^3 - 0.5147k^2 + 0.2010k - 0.0294] \end{aligned} \quad (701)$$

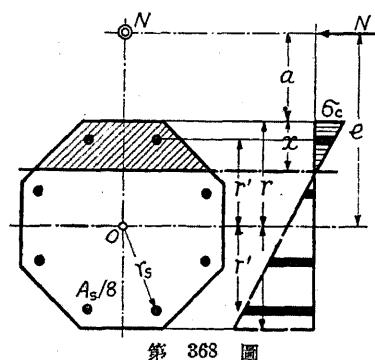
となり、従つて(693)及び(694)より

$$\left. \begin{aligned} \frac{e}{r} &= \frac{-k^3 + 3k^2 - 2(\sqrt{2}-1)k + 2(5\sqrt{2}-7) + 24(3\sqrt{2}-4)np\lambda^2}{3k^2 - 6(3-2\sqrt{2})k + 2(10-7\sqrt{2}) + 24(\sqrt{2}-1)(k-1)np} \\ &= \frac{-k^3 + 3k^2 - 0.8284k + 0.1421 + 5.3234np\lambda^2}{3k^2 - 1.0294k + 0.2010 + 9.9411(k-1)np}, \end{aligned} \right\} \quad (702)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{3k}{3k^2 - 6(3-2\sqrt{2})k + 2(10-7\sqrt{2}) + 24(\sqrt{2}-1)(k-1)np} \cdot \frac{N}{r^2} \\ &= \frac{3k}{3k^2 - 1.0294k + 0.2010 + 9.9411(k-1)np} \cdot \frac{N}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad (703)$$

を得る。但し上式が適用されるためには

$$\frac{0.4514 + 1.2272np\lambda^2}{1 + 0.8678np} \leq \frac{e}{r} \leq \frac{0.7735(1 + np\lambda^2)}{1 - 6.5630np} \quad (604)$$



第368圖

であることが必要である。

c.  $k \leq 0.5858$  の場合

$e$  が著しく大となれば、第368圖に示すが如く

$$x \leq (2 - \sqrt{2})r = \frac{1}{\sqrt{2}}b, \\ k \leq 0.5858$$

となる場合があつて、此のときの  $G_e$  及び  $I_e$  は

$$\left. \begin{aligned} G_e &= \frac{r^3}{3}k^2 [k + 3(\sqrt{2}-1)] = \frac{r^3}{3}k^2(k+1.2426), \\ I_e &= \frac{r^4}{6}k^3 [k + 4(\sqrt{2}-1)] = \frac{r^4}{6}k^3(k+1.6569) \end{aligned} \right\} \quad (705)$$

となり、従つて(693)及び(694)より

$$\left. \begin{aligned} \frac{e}{r} &= \frac{k^2 [-k^3 + 2(2-\sqrt{2})k + 6(\sqrt{2}-1)] + 48(3\sqrt{2}-4)np\lambda^2}{2k^2 [k + 3(\sqrt{2}-1)] - 48(\sqrt{2}-1)(1-k)np} \\ &= \frac{k^2 [-k^3 + 1.1716k + 2.4853] + 11.6467np\lambda^2}{2k^2(k+1.2426) - 19.8823(1-k)np}, \end{aligned} \right\} \quad (706)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{3k}{k^2 [k + 3(\sqrt{2}-1)] - 24(\sqrt{2}-1)(1-k)np} \cdot \frac{N}{r^2} \\ &= \frac{3k}{k^2(k+1.2426) - 9.9411(1-k)np} \cdot \frac{N}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad (707)$$

となる。

此の場合には(704)より明かなるが如く

$$\frac{e}{r} \geq \frac{0.7735(1 + 12np\lambda^2)}{1 - 6.5630np} \quad (708)$$

でなければならない。然し此の條件が成立し得るためには

$$1 - 6.5630np \geq 0, \text{ 即ち } p \leq \frac{1}{6.5630n} \quad (709)$$

であることが必要である。即ち  $n = 15$  とすれば、 $p$  は約 1% より小なることが必要であつて、 $p > 1\%$  の場合には、 $e$  が如何に大となつても  $k$  が 0.5858 より小となることはない。

## § 148. 圓形断面

### (1) 断面に張應力が生ぜざる場合

第369圖の如き圓形断面に於て、コンクリートの全斷面積  $A_0$ 、其の重心軸のまはりの二次モーメント  $I_0$  及び心距  $c$  は明かに

$$A_0 = \pi r^2, \quad I_0 = \frac{\pi r^4}{4}, \quad c = \frac{r}{4} \quad (709)$$

である。

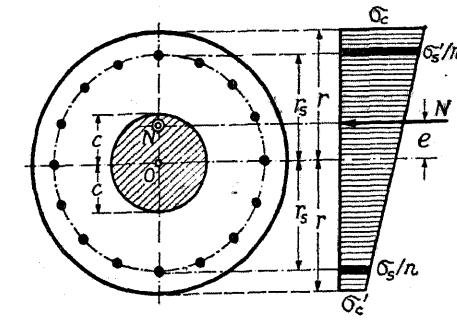
今、全斷面積  $A_s$  なる鐵筋が半径  $r_s$  なる圓周上に分布するものとし、其の重心軸のまはりの二次モーメントを  $I_s$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} A_s &= p A_0 = \pi p r^2, \quad r_s = \lambda r; \\ I_s &= \frac{1}{2} A_s r_s^2 = \frac{\pi}{2} p \lambda^2 r^4 \end{aligned} \right\} \quad (710)$$

であるから、有効等値断面に就ては

$$\left. \begin{aligned} A_i &= A_0 + n A_s = \pi r^2 (1 + np), \\ I_i &= I_0 + n I_s = \frac{\pi}{2} r^4 (1 + 2np\lambda^2), \\ c &= \frac{1 + 2np\lambda^2}{1 + np} \cdot \frac{r}{4} \end{aligned} \right\} \quad (711)$$

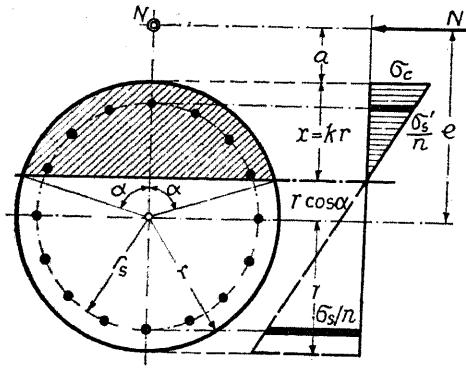
となる。但し  $c$  の値は一般に鐵筋を無視したものと大差がなく大略  $r/4$  とすることが出来る。何れにしても  $N$  が心の中に作用するときには、即ち  $e$  が  $c$  より大でなければ、断面に張應力は生ぜず、此の場合の應力は次の如くになる。



第369圖

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c' &= \frac{N}{\pi r^2} \left[ \frac{1}{1+n p} \pm \frac{4}{1+2 n p \lambda^2} \cdot \frac{e}{r} \right], \\ \sigma_s' &= \frac{n N}{\pi r^2} \left[ \frac{1}{1+n p} \pm \frac{4 \lambda}{1+2 n p \lambda^2} \cdot \frac{e}{r} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (712)$$

## 2) 断面に張應力が生ずる場合



第370圖

$e$  が  $c$  より大となれば、断面には張應力が生じ、此の場合に對しては、正六角形断面に對すると同様に (665) 式が成立する。

今、中立軸の位置を決定する  $x$  を求める代りに、第370圖に示すが如く角  $\alpha$  を求めることとすれば

$$\begin{aligned} x &= k r = r(1 - \cos \alpha), \\ k &= 1 - \cos \alpha \end{aligned}$$

であつて、 $\alpha$  は  $90^\circ$  よりも大となり得るか

ら、従つて  $k$  は 1 より大となり得る。之を (665) に代入し、更に  $e = r + a$  なることを考慮すれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{r(1 - \cos \alpha)}{G_c + n G_s} N, \\ e &= \frac{I_c + G_c r \cos \alpha + n [I_s + G_s r \cos \alpha]}{G_c + n G_s} \end{aligned} \right\} \quad (713)$$

を得る。但し  $G_c$ ,  $G_s$ ,  $I_c$  及び  $I_s$  は夫々中立軸のまわりのコンクリート抗壓断面積及び鋼筋断面積の一次モーメント及び二次モーメントであつて、 $G_c$  及び  $I_c$  は § 107 の (387) 及び (388) 式より

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \frac{r^3}{3} [\sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - 3 \alpha \cos \alpha], \\ I_c &= \frac{r^4}{12} [3 \alpha (1 + 4 \cos^2 \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha (13 + 2 \cos^2 \alpha)] \end{aligned} \right\} \quad (714)$$

であり、 $G_s$  及び  $I_s$  は

$$\left. \begin{aligned} G_s &= A_s (x - r) = -\pi p r^3 \cos \alpha, \\ I_s &= A_s \left[ (x - r)^2 + \frac{1}{2} r_s^2 \right] = \pi p r^4 \left[ \cos^2 \alpha + \frac{\lambda^2}{2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (715)$$

である。

故に之を (713) の第二式に代入して整理すれば、 $\alpha$  を決定する方式として

$$\frac{e}{r} = \frac{3 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha (5 - 2 \cos^2 \alpha) + 6 n \pi p \lambda^2}{4 [\sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - 3 \cos \alpha (\alpha + n \pi p)]} \quad (716)$$

を得、之に依つて  $\alpha$  が決定されれば、 $\sigma_c$  は (713) の第一式より

$$\sigma_c = \frac{3(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) - 3 \cos \alpha (\alpha + n \pi p)} \cdot \frac{N}{r^2} \quad (717)$$

となり、鋼筋の最大應力  $\sigma_s$  及び  $\sigma'_s$  は夫々

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= n \sigma_c \frac{\lambda \pm (1 - k)}{k}, \\ \sigma'_s &= n \sigma_c \frac{\lambda \pm \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (718)$$

に依つて計算される。

## § 149. 環状断面

## I) 断面に張應力が生ぜざる場合

第371圖の如き環状断面に於てコンクリートの全断面積のみに就ては

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \pi (r_0^2 - r_i^2), \\ I_0 &= \frac{\pi}{4} (r_0^4 - r_i^4), \\ c &= \frac{r_0^2 + r_i^2}{4 r_0} = \frac{r_0}{4} \left( 1 + \frac{r_i^2}{r_0^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (719)$$

となり、之に對し鋼筋  $A_s$  が半径  $r_s$  なる圓周上に等布せるものとすれば

$$\left. \begin{aligned} A_s &= p A_0 = \pi p (r_0^2 - r_i^2), \\ I_s &= \frac{1}{2} A_s r_s^2 = \frac{\pi}{2} p (r_0^2 - r_i^2) r_s^2 \end{aligned} \right\} \quad (720)$$

であるから、有効等値断面に就ては

$$\left. \begin{aligned} A_t &= \pi (r_0^2 - r_i^2) (1 + n p), \\ I_t &= \frac{\pi}{4} (r_0^2 - r_i^2) (r_0^2 + r_i^2 + 2 n p r_s^2), \\ c &= \frac{1 + \left( \frac{r_i}{r_0} \right)^2 + 2 n p \left( \frac{r_s}{r_0} \right)^2}{1 + n p} \cdot \frac{r_0}{4} \end{aligned} \right\} \quad (721)$$

となり、従つて  $N$  の偏心距離  $e$  が  $c$  より大ならざる場合の應力は次の如くになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c' &= \frac{N}{\pi (r_0^2 - r_i^2)} \left[ \frac{1}{1 + n p} \pm \frac{4 r_0 e}{r_0^2 + r_i^2 + 2 n p r_s^2} \right], \\ \sigma_s' &= \frac{n N}{\pi (r_0^2 - r_i^2)} \left[ \frac{1}{1 + n p} \pm \frac{4 r_s e}{r_0^2 + r_i^2 + 2 n p r_s^2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (722)$$

上記諸式に於て簡単のために

$$r_0 + r_i = 2r, \quad r_0 - r_i = t, \quad r_0 = \mu r, \quad r_s = \lambda r \quad (723)$$

とし、更に環の厚さ  $t$  が其の平均直徑  $r$  に比し充分に小なるものと假定し、 $t/2r$  を 1 に對して無視し、且つ  $r_0^2 + r_i^2 \approx 2r^2$  とすれば

$$\begin{aligned} A_i &= 2\pi tr(1+np), \quad I_i = \pi tr^3(1+n\lambda^2), \\ c &= \frac{1+n\lambda^2}{1+np} \cdot \frac{1}{1+\frac{t}{2r}} \cdot \frac{r}{2} = \frac{1+n\lambda^2}{1+np} \cdot \frac{r}{2}; \end{aligned} \quad (724)$$

及び

$$\begin{aligned} \sigma_c \} &= \frac{N}{2\pi tr} \left[ \frac{1}{1+np} \pm \frac{2\mu}{1+n\lambda^2} \cdot \frac{e}{r} \right], \\ \sigma'_c \} &= \frac{nN}{2\pi tr} \left[ \frac{1}{1+np} \pm \frac{2\lambda}{1+n\lambda^2} \cdot \frac{e}{r} \right]. \end{aligned} \quad (725)$$

を得る。

また此の場合に於て、 $r_s = r$  即ち  $\lambda = 1$  なるときには

$$\begin{aligned} A_i &= 2\pi tr(1+np), \\ I_i &= A_i \frac{r^2}{2}, \quad c = \frac{r}{2}, \\ \sigma_c \} &= \frac{N}{2\pi tr(1+np)} \left( 1 \pm 2\mu \frac{e}{r} \right), \\ \sigma'_c \} &= \frac{nN}{2\pi tr(1+np)} \left( 1 \pm 2\frac{e}{r} \right). \end{aligned} \quad (726)$$

となる。

## 2) 断面に張應力が生ずる場合

此の場合には、中立軸の位置に依つて、第372圖、第375圖及び第377圖の3場合を區別しなければならないが、何れの場合に對しても圓形断面に於ける(713)式と同様に

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{r_0(1-\cos\alpha_0)}{G_c + nG_s} N, \\ e &= \frac{I_c + G_c r_0 \cos\alpha_0 + n[I_s + G_s r_0 \cos\alpha_0]}{G_c + nG_s} \end{aligned} \quad (727)$$

が一般に成立する。然るに  $I_s$  及び  $G_s$  は一般に

$$\begin{aligned} G_s &= A_s(x-r_0) = -A_s r_0 \cos\alpha_0, \\ I_s &= A_s \left[ (x-r_0)^2 + \frac{1}{2}r_s^2 \right] = A_s \left[ r_0^2 \cos^2\alpha_0 + \frac{1}{2}r_s^2 \right] \end{aligned} \quad (728)$$

であるから、(727)の第2式は

$$e = \frac{I_c + G_c r_0 \cos\alpha_0 + \frac{n}{2}A_s r_s^2}{G_c - nA_s r_0 \cos\alpha_0} \quad (729)$$

となる。之等の式に於て  $r_0 \cos\alpha_0$  の代りに

$r_i \cos\alpha_i$  を代入してもよい。

a.  $2r_0 \geq x \geq r_0 + r_i$  の場合

第372圖に示すが如く

$$2r_0 \geq x \geq r_0 + r_i$$

即ち  $\pi \geq \alpha_0 \geq \pi - \cos^{-1} \frac{r_i}{r_0}$  の場合に  $G_c$  及び  $I_c$  を求めるには、半徑  $r_0$  なる缺圓に關するものより、半徑  $r_i$  なる全圓に關するものを差引けばよい。それで § 148 の(714)式の結果を利用すれば

$$\begin{aligned} G_c &= \frac{r_0^3}{3} [\sin\alpha_0(2+\cos^2\alpha_0) - 3\alpha_0 \cos\alpha_0] + \pi r_i^2 r_0 \cos\alpha_0 \\ &= \frac{r_0^3}{3} [\sin\alpha_0(2+\cos^2\alpha_0) + 3\cos\alpha_0 \left( \pi \frac{r_i^2}{r_0^2} - \alpha_0 \right)], \\ I_c &= \frac{r_0^4}{12} [3\alpha_0(1+4\cos^2\alpha_0) - \sin\alpha_0 \cos\alpha_0(13+2\cos^2\alpha_0)] \\ &\quad - \pi r_i^2 \left[ (r_0 \cos\alpha_0)^2 + \frac{1}{4}r_i^2 \right] \\ &= \frac{r_0^4}{12} \left[ 3 \left( \alpha_0 - \pi \frac{r_i^4}{r_0^4} \right) + 12\cos^2\alpha_0 \left( \alpha_0 - \pi \frac{r_i^2}{r_0^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \sin\alpha_0 \cos\alpha_0(13+2\cos^2\alpha_0) \right] \end{aligned} \quad (730)$$

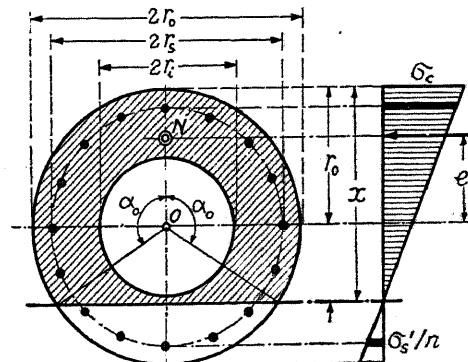
となり、従つて(729)式より  $\alpha_0$  の方程式として

$$\frac{e}{r_0} = \frac{3 \left( \alpha_0 - \pi \frac{r_i^4}{r_0^4} \right) - \sin\alpha_0 \cos\alpha_0(5-2\cos^2\alpha_0) + 6n \frac{A_s}{r_0^2} \cdot \frac{r_s^2}{r_0^2}}{4 \left[ \sin\alpha_0(2+\cos^2\alpha_0) - 3\cos\alpha_0 \left( \alpha_0 - \pi \frac{r_i^2}{r_0^2} + n \frac{A_s}{r_0^2} \right) \right]} \quad (731)$$

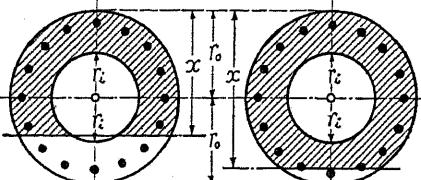
を得、之に依つて  $\alpha_0$  が求められれば、應力は

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{3(1-\cos\alpha_0)}{\sin\alpha_0(2+\cos^2\alpha_0) - 3\cos\alpha_0 \left( \alpha_0 - \pi \frac{r_i^2}{r_0^2} + n \frac{A_s}{r_0^2} \right)} \cdot \frac{N}{r_0^2}, \\ \sigma_s \} &= n\sigma_c \frac{\frac{r_s}{r_0} \pm \cos\alpha_0}{1-\cos\alpha_0} \end{aligned} \quad (732)$$

となる。之等の式に於て  $\alpha_0$  は  $90^\circ$  より大であるから  $\cos\alpha_0$  が負であることは注意すべきこと



第 372 圖



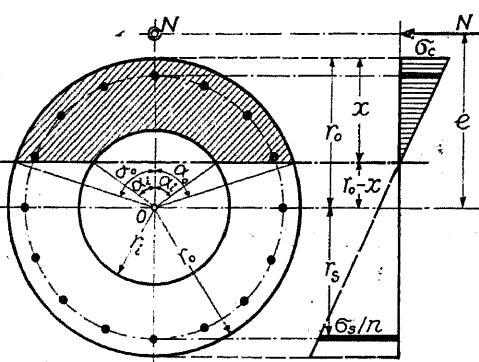
第373圖

第374圖

である。

假令  $x \geq r_o + r_i$  より小となつても、第373圖の如く其の差が僅少である場合には、之を上記の方法に依つて計算することが出来、また第374圖に示すが如く  $x$  が  $2r_o$  に近い場合には、1)の全断面を考慮する公式に依つても大なる誤差は起らない。但し之は土木學會の示方書に依れば  $\sigma_c'$  の絶対値が  $\sigma_{ca}/5$  以下の場合に限られる。

b.  $r_o + r_i \geq x \geq r_o - r_i$  の場合



第375圖

第375圖に示すが如く

$$r_o + r_i \geq x \geq r_o - r_i$$

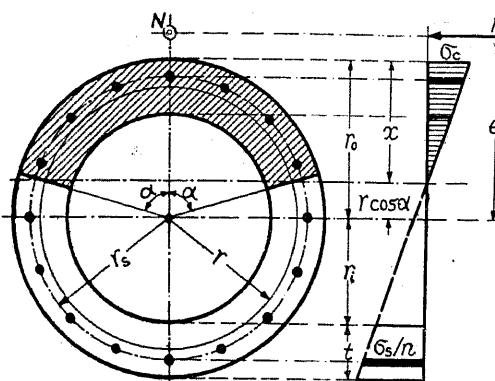
即ち

$$\pi - \cos^{-1} \frac{r_i}{r_o} \geq \alpha_0 \geq \cos^{-1} \frac{r_i}{r_o}$$

なる場合の  $G_c$  及び  $I_c$  を求めるには、圓形断面の公式を利用して  $r_o$  に関する部分より  $r_i$  に関する部分を差引けばよい。但し此の場合  $r_o \cos \alpha_0 = r_i \cos \alpha_i$  であつて (714) 式の結果より

$$G_c = \frac{r_o^3}{3} [\sin \alpha_0 (2 + \cos^2 \alpha_0) - 3 \alpha_0 \cos \alpha_0] \\ - \frac{r_i^3}{3} [\sin \alpha_i (2 + \cos^2 \alpha_i) - 3 \alpha_i \cos \alpha_i], \quad (733)$$

$$I_c = \frac{r_o^4}{12} [3 \alpha_0 (1 + 4 \cos^2 \alpha_0) - \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 (13 + 2 \cos^2 \alpha_0)] \\ - \frac{r_i^4}{12} [3 \alpha_i (1 + 4 \cos^2 \alpha_i) - \sin \alpha_i \cos \alpha_i (13 + 2 \cos^2 \alpha_i)] \quad (734)$$



第376圖

となり、之を(727)及び(729)に代入すれば  $\alpha_0$  及び  $\sigma_c$  を求めることが出来るのであるが、之は著しく面倒であつて實用に供することは出来ないから、普通には次の如き近似解法に依る。

即ち第376圖に示すが如く  $r$  を環の平均直径、 $t$  を其の厚さとすれば

$$r = \frac{1}{2} (r_o + r_i), \quad t = r_o - r_i$$

であつて、コンクリートの抗壓断面を近似的に第376圖に於て斜線を施せる部分と假定すれば、§108の(399)及び(400)式より

$$G_c = \frac{2t}{3} [(4r^2 - r_o r_i) \sin \alpha - 3r^2 \alpha \cos \alpha], \\ I_c = \frac{tr}{6} [3\alpha(r_o^2 + r_i^2) + 4r^2 \cos^2 \alpha - \sin 2\alpha (10r^2 - r_o r_i)] \quad (735)$$

であつて、之を(729)に代入し、其の際

$$A_s = p A_0 = \pi p (r_o^2 - r_i^2) = 2\pi p t r, \quad r_o \cos \alpha_0 = r \cos \alpha$$

なることを考慮すれば、 $\alpha$  の方程式として

$$\frac{e}{r} = \frac{3\alpha(r_o^2 + r_i^2) - 2r^2 \sin 2\alpha + 6n\pi p r s^3}{4[(4r^2 - r_o r_i) \sin \alpha - 3r^2(\alpha + n\pi p) \cos \alpha]} \quad (736)$$

を得、之に依つて  $\alpha$  が求められれば、應力は次の如くになる。

$$\sigma_c = \frac{(r_o - r \cos \alpha) \frac{3N}{2t}}{(4r^2 - r_o r_i) \sin \alpha - 3r^2(\alpha + n\pi p) \cos \alpha}, \\ \sigma_s \} = n \sigma_c \frac{r_s \pm r \cos \alpha}{r_o - r \cos \alpha}. \quad (737)$$

茲に於て環の厚さ  $t$  が半径  $r$  に比し充分に小なるものと假定して

$$r_o^2 + r_i^2 = 2r^2, \quad r_o r_i = r^2$$

とし、更に 1) の場合と等しく

$$r_s = \lambda r, \quad r_o = \mu r$$

と置けば、前記諸式より

$$\frac{e}{r} = \frac{3(\alpha + n\pi p \lambda^2) - \sin 2\alpha}{6[\sin \alpha - (\alpha + n\pi p) \cos \alpha]}, \\ \sigma_c = \frac{\mu - \cos \alpha}{\sin \alpha - (\alpha + n\pi p) \cos \alpha} \cdot \frac{N}{2tr}, \\ \sigma_s \} = n \sigma_c \frac{\lambda \pm \cos \alpha}{\mu - \cos \alpha}. \quad (738)$$

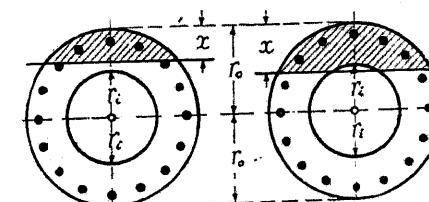
を得る。

c.  $x \leq r_o - r_i$  の場合

第377圖に示すが如く

$$x \leq r_o - r_i \text{ 即ち } \alpha_0 \leq \cos^{-1} \frac{r_i}{r_o}$$

となる場合は實際上極めて稀であるが、若し斯くの如くになつたとすれば、計算はすべて §148



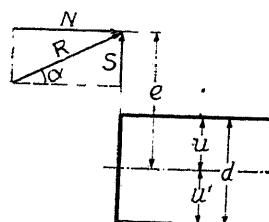
第377圖

第378圖

の圓形断面の公式に依ればよい。また第378圖の如き場合でも  $x - (r_0 - r_i)$  が小であれば、近似的に圓形断面の公式を適用することが出来る。

#### 第四節 剪應力及び附着應力

第379圖に示すが如く、部材断面に作用する力  $R$  が、部材の軸の方向と  $\alpha$ なる角度を持つ場合、之を分力  $N$  と  $S$ 、即ち



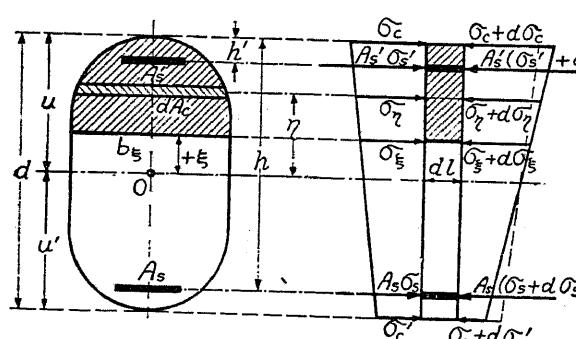
第379圖

$$\begin{aligned} N &= R \cos \alpha = S \cot \alpha, \\ S &= R \sin \alpha = N \tan \alpha \end{aligned} \quad (739)$$

に分ければ、 $S$  は偏心軸壓力であり、 $S$  は剪力である。 $N$  の影響に關しては既に論述した通りであるが、茲に於ては  $S$  に依つて生ずる剪應力及び附着應力に就て考慮する。偏心軸壓力を受ける鋼筋コンクリート断面の剪應力及び附着應力は、單に曲モーメントのみを受ける桁の場合と著しい相違があるものであるが、我國のみならず外國の書物に於ても多くは看過せられて居た問題である。但し剪應力及び附着應力を求めるための基本平衡條件は、兩場合とも全く同様である。

#### § 150. 断面に張應力が生ぜざる場合の剪應力及び附着應力の一般解法

##### I) 剪應力



第380圖

偏心距離  $e$  が僅少であつて、断面に張應力を生ぜざる場合には、微少距離  $dl$  を隔てる二つの横断面に第380圖の如き垂面應力が作用する。今、断面の重心軸より  $\xi$  なる距離に於ける剪應力を  $\tau_\xi$  とすれば、 $\tau_\xi$  は軸の方向及び之と直角なる方向に於て

値が等しく、 $b_\xi dl$ なる面積内に作用する剪應力の総和は、此の面より上部若くは下部に作用する壓應力の差の総和に等しい(第5章参照)。

##### a. $\xi \geq u - h'$ の場合

鐵筋  $A'_s$  より上部に於ては

$$\tau_\xi b_\xi dl = \int_{\xi}^u d\sigma_\eta b_\eta d\eta$$

である。然るに(563a)に依つて

$$\sigma_\eta = N \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e\eta}{I_i} \right)$$

であつて、 $A_i$  及び  $I_i$  は茲に於てはコンクリートの全断面を考慮した場合の有効等値断面積及び其の重心軸のまはりの二次モーメントであるから、断面の位置即ち  $l$  には無關係であり、 $\eta$  も勿論  $l$  には無關係である。更に第369圖の如く  $dl$  の間に於て  $N$  の値には變化がなく、ただ  $e$  のみが變化するものとすれば、 $de/dl = \tan \alpha$  であるから、 $\sigma_\eta$  を  $l$  で微分すれば

$$\frac{d\sigma_\eta}{dl} = \frac{N\eta}{I_i} \cdot \frac{de}{dl} = \frac{N\eta}{I_i} \tan \alpha = \frac{S\eta}{I_i} \quad (740)$$

となる。故に之を前記  $\tau_\xi$  の式に代入すれば

$$\tau_\xi = \frac{S}{I_i b_\xi} \int_{\xi}^u b_\eta \eta d\eta \quad (741)$$

を得る。此の式の右邊の積分は、即ち重心軸より  $\xi$  なる距離以上の断面部分の重心軸のまはりの一次モーメントである。尙  $A'_s = 0$  の場合には上式は  $\sigma_e$  の生ずる點から鐵筋  $A_s$  までの間に於て成立する。

##### b. $u - h' \geq \xi \geq -(h - u)$ の場合

$A'_s$  と  $A_s$  との間に於ては

$$\tau_\xi b_\xi dl = \int_{\xi}^u b_\eta d\sigma_\eta d\eta + A'_s \sigma'_s = - \left[ \int_{-\infty}^{\xi} b_\eta d\sigma_\eta d\eta + A_s \sigma_s \right]$$

である。然るに(563a)より

$$\sigma'_s = nN \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e(u - h')}{I_i} \right), \quad \sigma_s = nN \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e(h - u)}{I_i} \right)$$

であつて、(740)と同様に

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma'_s}{dl} &= \frac{nN(n - h')}{I_i} \cdot \frac{de}{dl} = \frac{nS(u - h')}{I_i}, \\ \frac{d\sigma_s}{dl} &= - \frac{nN(h - u)}{I_i} \cdot \frac{de}{dl} = - \frac{nS(h - u)}{I_i} \end{aligned} \right\} \quad (742)$$

であるから、 $\tau_\xi$  は

$$\left. \begin{aligned} \tau_\xi &= \frac{S}{I_i b_\xi} \left[ \int_{\xi}^u b_\eta \eta d\eta + nA'_s(u - h') \right] \\ &= \frac{S}{I_i b_\xi} \left[ - \int_{-\infty}^{\xi} b_\eta \eta d\eta + nA_s(h - u) \right] \end{aligned} \right\} \quad (743)$$

となる。上式に於て注意すべきは、 $\xi$ を代数的に考へること、即ち重心軸より $A'_s$ の側に於て $\xi$ を正とすれば $A_s$ の側に於て $\xi$ は負である。

### c. $\xi \leq -(h-u)$ の場合

此の場合には $\xi \geq (u-h')$ と同様に

$$\tau_\xi = -\frac{S}{I_t b_\xi} \int_{-u'}^{\xi} b_\eta \eta d\eta = \frac{S}{I_t b_\xi} \int_{\xi}^{-u'} b_\eta \eta d\eta \quad (744)$$

となる。

### 2) 附着應力

鋼筋 $A'_s$ の周邊長を $U'$ 、其の附着應力を $\tau_0'$ とすれば

$$\tau_0' U' dl = A'_s d \sigma_s'$$

であつて、(742)の關係より

$$\tau_0' = \frac{n A'_s (u - h')}{I_t} \cdot \frac{S}{U'} \quad (745)$$

となり、鋼筋 $A_s$ の附着應力 $\tau_0$ は同様にして

$$\tau_0 = \frac{n A_s (h - u)}{I_t} \cdot \frac{S}{U} \quad (746)$$

となる。

## § 151. 断面に張應力が生ずる場合の剪應力及び附着應力の一般解法

### 1) 剪 應 力

断面に張應力が生ずる場合の剪應力は、次の如くにして求められる。算式を簡単にせんが爲にコンクリートの抗壓断面積を $A_c$ とし、中立軸のまはりの $A_c$ 、 $A'_s$ 及び $A_s$ の一次モーメントを夫々 $G_c$ 、 $G'_s$ 及び $G_s$ とすれば

$$A_c = \int_0^x b_\eta d\eta = \int_{A_c}^x dA_c,$$

$$G_c = \int_0^x b_\eta \eta d\eta = \int_{A_c}^x \eta dA_c,$$

$$G'_s = A'_s (x - h'), \quad G_s = A_s (h - x)$$

であつて、更にコンクリートの抗壓断面積 $A_c$ のみを考慮した場合の有効等価断面積を $A_i$ 、中立軸のまはりの $A_i$ の一次モーメントを $G_i$ 、即ち

$$A_i = A_c + n(A'_s + A_s),$$

$$G_i = G_c + n(G'_s - G_s)$$

とする。普通の桁の場合には、 $x$ は曲モーメントの大小に無関係であるから、上記の値はすべて常数である。然るに偏心軸壓力を受ける断面に於ては、 $x$ は断面の形状のみならず偏心距離 $e$ 、即ち $a$ に依つて變化するから、上記の諸値はすべて $e$ 若くは $a$ の函数となつて、之が爲に偏心軸壓力の場合と普通の桁の場合とに於て、其の剪應力及び附着應力の算法に根本的の相違が生ずるのである。

### a. $x \geq \xi \geq (x - h')$ の場合

第381圖の如く抗壓側に於て、中立軸より $\xi$ なる距離に於ける剪應力 $\tau_\xi$ を求めるのであるが、抗壓鐵筋と抗壓繩維との間に於ては $x \geq \xi \geq (x - h')$ であつて、此の場合には

$$\tau_\xi b_\xi dl = \int_{\xi}^x b_\eta d\sigma_\eta d\eta$$

である。然るに(570)式より

$$\sigma_\eta = \sigma_c \frac{\eta}{x} = \frac{N \cdot \eta}{G_c + n(G'_s - G_s)} = \frac{N \cdot \eta}{G_i}$$

であるから、 $\eta$ 及び $G_i$ を $l$ に依つて變化するものと考へて $\sigma_\eta$ を $l$ にて微分すれば

$$\frac{d\sigma_\eta}{dl} = \frac{N}{G_i^2} \left[ G_i \frac{d\eta}{dl} - \eta \frac{dG_i}{dl} \right] = \frac{N}{G_i^2} \left[ G_i \frac{dx}{da} \cdot \frac{d\eta}{dx} - \eta \frac{dG_i}{dx} \right] \frac{dx}{da} \cdot \frac{da}{dl}$$

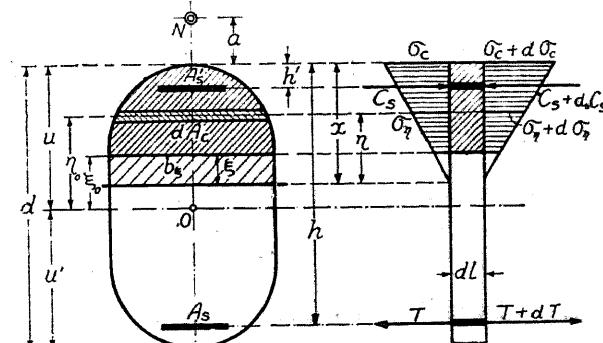
である。上式右邊の各要素のうち

$$\left. \begin{aligned} 1. \quad N \frac{da}{dl} &= N \tan \alpha = S, \\ 2. \quad \frac{d\eta}{dx} &= \frac{d(\xi_0 - u + x)}{dx} = 1, \\ 3. \quad \frac{dG_i}{dx} &= \frac{d}{dx} \int_{A_c}^x \eta dA_c + n A'_s \frac{d(x - h')}{dx} - n A_s \frac{d(h - x)}{dx} \\ &= \int_{A_c}^x dA_c + n A'_s + n A_s = A_i \end{aligned} \right\} \quad (747)$$

であつて、 $dx/da$ を求めるために(578)式の兩邊を $a$ にて微分し

$$\frac{d\xi}{da} = \frac{d\xi}{dx} \cdot \frac{dx}{da} = \frac{d(\xi_0 - u + x)}{dx} \cdot \frac{dx}{da} = \frac{dx}{da}$$

$= \frac{dx}{da}$



第381圖

なることを考慮すれば

$$\begin{aligned} \left( \frac{dx}{da} + 1 \right) G_c + (x+a) A_c \frac{dx}{da} + n A'_s \left[ (x-h') + (h'+a) \frac{dx}{da} \right] \\ - n A_s \left[ (h-x) - (h+a) \frac{dx}{da} \right] = 2 G_c \frac{dx}{da} \end{aligned}$$

となり、之を整理して  $r = x+a$  とすれば

$$4. \quad \frac{dx}{da} = \frac{G_i}{G_i - r A_i} \quad (748)$$

を得ることが出来る。(747) 及び (748) に依つて

$$\frac{d\sigma_i}{dl} = \frac{S}{G_i} \cdot \frac{G_i - \eta A_i}{G_i - r A_i} \quad (749)$$

となり、之を最初の  $\tau_{ti}$  の式に代入すれば

$$\tau_{ti} = \frac{S}{b_i G_i (G_i - r A_i)} \left[ G_i \int_{\xi}^x b_i b \eta - A_i \int_{\xi}^x b_i \eta d\eta \right] \quad (750)$$

となる。茲に於て

$$A_i = \int_{\xi}^x b_i d\eta, \quad G_i = \int_{\xi}^x b_i \eta d\eta$$

とすれば、(750) 式は

$$\tau_{ti} = \frac{S}{b_i G_i} \cdot \frac{G_i A_i - G_i A_i}{G_i - r A_i} \quad (750a)$$

となる。抗圧鋼筋のない場合には勿論  $A'_s = 0, G'_s = 0$  であつて、上記の公式はコンクリートの抗圧断面の全部に對して成立する。

### b. $(x-h') \geq \xi \geq 0$ の場合

抗圧鋼筋がある場合に、抗圧鋼筋と中立軸との間に於ては

$$\tau_{ti} b_i dl = \int_{\xi}^x b_i d\sigma_i d\eta + A'_s d\sigma'_s$$

である。然るに  $d\sigma'_s$  は (749) と同様にして

$$\sigma'_s = \frac{n N}{G_i} (x-h'), \quad \frac{d\sigma'_s}{dl} = \frac{n S}{G_i} \cdot \frac{G_i - (x-h') A_i}{G_i - r A_i} \quad (751)$$

であるから、此の場合の  $\tau_{ti}$  は

$$\tau_{ti} = \frac{S}{b_i G_i} \cdot \frac{G_i (A_i + n A'_s) - A_i (G_i + n G'_s)}{G_i - r A_i} \quad (752)$$

となる。

### c. 抗張部分に於ける剪應力

断面の抗張部分に於ては

$$\tau_{ti} b_i dl = A_s d\sigma_s$$

である。然るに  $d\sigma_s$  に就ては (751) と同様に

$$\sigma_s = \frac{n N}{G_i} (h-x), \quad \frac{d\sigma_s}{dl} = \frac{n S}{G_i} \cdot \frac{-G_i - (h-x) A_i}{G_i - r A_i} \quad (753)$$

であるから、従つて  $\tau_{ti}$  は

$$\tau_{ti} = - \frac{n S}{b_i G_i} \cdot \frac{G_i A_i + G_s A_i}{G_i - r A_i} \quad (754)$$

となる。

特に中立軸に於いて、剪應力を  $\tau$  とし、断面の幅を  $b_0$  とすれば、(752) 及び (754) 式より

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{S}{b_0 G_i} \cdot \frac{G_i (A_i + n A'_s) - A_i (G_i + n G'_s)}{G_i - r A_i}, \\ \tau &= - \frac{n S}{b_0 G_i} \cdot \frac{G_i A_i + G_s A_i}{G_i - r A_i} \end{aligned} \right\} \quad (755)$$

となり、此の兩式が等しい値を與へることは言ふまでもない。また之に依つて、抗張部分に對しては

$$\tau_{ti} = \frac{b_0}{b_i} \tau \quad (754a)$$

とすることも出来る。

### 2) 附着應力

抗張鋼筋の附着應力  $\tau_0$  及び抗壓鋼筋の附着應力  $\tau'_0$  は、(751) 及び (753) の關係を利用すれば

$$\tau_0 = - \frac{n A_s \cdot S}{U \cdot G_i} \cdot \frac{G_i + (h-x) A_i}{G_i - r A_i}, \quad (756)$$

$$\tau'_0 = \frac{n A'_s \cdot S}{U' \cdot G_i} \cdot \frac{G_i - (x-h') A_i}{G_i - r A_i} \quad (757)$$

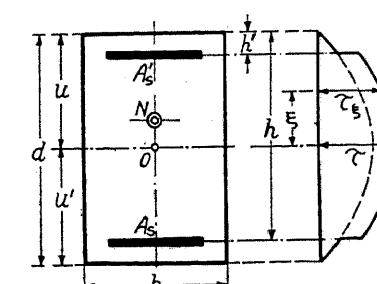
となる。

### § 152. 矩形断面（張應力が生ぜざる場合）

第 382 圖の如き矩形断面の重心  $O$  の位置及び重心軸のまわりの全有効等価断面の二次モーメント  $I$  は、(610) 式に依つて與へられる。また矩形断面の場合には、断面の幅は一定であつて

$$\int_{-\xi}^{\xi} b_i \eta d\eta = \frac{b}{2} (u^2 - \xi^2),$$

$$-\int_{-\xi}^{\xi} b_i \eta d\eta = \frac{b}{2} (u'^2 - \xi^2)$$



第 382 圖

である。之等のことを考慮すれば、断面に張應力が生じない場合の剪應力は、§ 150 の諸式より  
鐵筋  $A_s'$  より外方に於ては：

$$\tau_{\xi} = \frac{S}{2I_t} (u^2 - \xi^2), \quad (758)$$

鐵筋  $A_s'$  と鐵筋  $A_s$  との中間に於ては：

$$\left. \begin{aligned} \tau_{\xi} &= \frac{S}{I_t b} \left[ \frac{b}{2} (u^2 - \xi^2) + n A_s' (u - h') \right] \\ &= \frac{S}{I_t b} \left[ \frac{b}{2} (u'^2 - \xi^2) + n A_s (h - u) \right], \end{aligned} \right\} \quad (759)$$

鐵筋  $A_s$  の外方に於ては：

$$\tau_{\xi} = \frac{S}{2I_t} (u'^2 - \xi^2) \quad (760)$$

となる。

上式より明かなるが如く、剪應力は重心軸に於て最大値：

$$\tau = \frac{S}{I_t b} \left[ \frac{b}{2} u^2 + n A_s' (u - h') \right] = \frac{S}{I_t b} \left[ \frac{b}{2} u'^2 + n A_s (h - u) \right] \quad (761)$$

に達し、其の變化の有様は拋物線で示される。

特に對稱断面に於て

$$A_s = A_s' = p \cdot b d, \quad h' = d - h = s d, \quad h - h' = (1 - 2s)d = s' d$$

とすれば、(610a) より

$$u = u' = \frac{d}{2}, \quad I_t = \frac{b d^3}{12} (1 + 6 n p s'^2)$$

であるから、 $A_s'$  と  $A_s$  の外方に於ける剪應力は

$$\tau_{\xi} = \frac{3S}{2bd} \cdot \frac{1 - 4(\frac{\xi}{d})^2}{1 + 6nps'^2}, \quad (762)$$

$A_s'$  と  $A_s$  との中間部分に於ては

$$\tau_{\xi} = \frac{3S}{2bd} \cdot \frac{1 - 4(\frac{\xi}{d})^2 + 4nps'}{1 + 6nps'^2} \quad (762a)$$

となり、特に重心軸に於ては

$$\tau = \frac{3S}{2bd} \cdot \frac{1 + 4nps'}{1 + 6nps'^2} \quad (763)$$

となるが、普通の場合には  $s' \approx 2/3$  として

$$\tau = \frac{3S}{2bd} = 1.5 \frac{S}{bd} \quad (763a)$$

として大なる誤差はない。また此の場合の附着應力は、(745) 及び (746) より

$$\tau_0 = \frac{6S}{U \cdot d} \cdot \frac{nps'}{1 + 6nps'^2} \quad (764)$$

となる。

### § 153. 矩形断面（張應力を生ずる場合）

断面に張應力が生ずる場合に、第 383 圖に従つて

中立軸を基準とすれば

$$A_{\xi} = b(x - \xi),$$

$$A_c = bx,$$

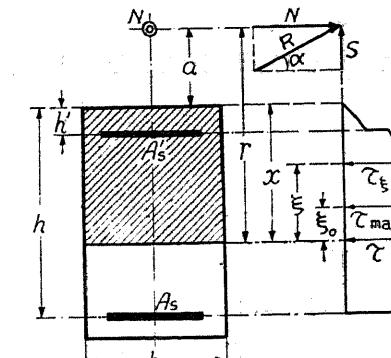
$$G_{\xi} = \frac{b}{2}(x^2 - \xi^2),$$

$$G_c = \frac{b}{2}x^2,$$

$$A_i = bx + n(A_s + A_s'),$$

$$G_i = \frac{b}{2}x^2 + nA_s'(x - h') - nA_s(h - x),$$

$$G_i - rA_i = - \left[ bx \left( \frac{x}{2} + a \right) + nA_s'(h' + a) + nA_s(h + a) \right]$$



第 383 圖

であつて、之等を § 151 の諸式に代入すれば、複鐵筋矩形断面の剪應力として

$x \geq \xi \geq x - h'$  :

$$\tau_{\xi} = \frac{S \cdot (x - \xi) \left[ \frac{1}{2}(x + \xi) A_i - G_i \right]}{G_i(rA_i - G_i)}, \quad (765)$$

$x - h' \geq \xi \geq 0$  :

$$\tau_{\xi} = S \cdot \frac{b(x - \xi) \left[ \frac{1}{2}(x + \xi) A_i - G_i \right] + nA_s'[(x - h')A_i - G_i]}{b \cdot G_i(rA_i - G_i)}, \quad (766)$$

中立軸及び抗張部分に於ては

$$\tau = \frac{S \cdot nA_s[(h - x)A_i + G_i]}{b \cdot G_i(rA_i - G_i)} \quad (767)$$

となる。

茲に於て注意すべきは、此の場合に剪は應力の最大値が普通の桁に於けるが如く中立軸に於ては起らないことである。それで最大剪應力を求めるために(766)式の右邊を  $\xi$  に就て微分したものを零と置き、其の解を  $\xi_0$  とすれば

$$\xi_0 = \frac{G_i}{A_i} \quad (768)$$

を得る。 $G_i$  及び  $A_i$  は共に常に正であるから、 $\xi_0$  も常に正であり、従つて最大剪力は常に断面の抗圧部分中に生ずることがわかる。此の  $\xi_0$  を (766) に代入すれば、最大剪應力  $\tau_{\max}$  として

$$\tau_{\max} = \frac{S}{A_i} \cdot \frac{\frac{b}{2}(x - \xi_0)^2 + n A_s'(x - h - \xi_0)}{b \xi_0(r - \xi_0)} \quad (769)$$

を得る。

單鐵筋矩形断面に於ては  $A_s' = 0$  であつて

$$A_s = p \cdot b h, \quad x = kh, \quad a = \varepsilon h, \quad \xi = vh$$

と置けば

$$A_i = (k + np)bh, \quad G_i = [k^2 - 2np(1-k)] \frac{bh^2}{2}$$

であつて、従つて (765) 乃至 (769) 式より

抗圧部分に於ては

$$\tau_t = \frac{S}{bh} \cdot \frac{2(k-v)[kv + np(2-k+v)]}{[k^2 - 2np(1-k)][k(k+2\varepsilon) + 2np(1+\varepsilon)]}, \quad (770)$$

中立軸及び抗張部分に於ては

$$\tau = \frac{S}{bh} \cdot \frac{2np \cdot k(2-k)}{[k^2 - 2np(1-k)][k(k+2\varepsilon) + 2np(1+\varepsilon)]} \quad (771)$$

となり、最大剪應力の値及び其の位置は

$$\tau_{\max} = \frac{S}{2bh} \cdot \frac{(k^2 + 2np)^2}{(k + np)[k^2 - 2np(1-k)][k(k+2\varepsilon) + 2np(1+\varepsilon)]}, \quad (772)$$

$$\xi_0 = \frac{k^2 - 2np(1-k)}{2(k + np)} h \quad (773)$$

となる。

抗張鐵筋の附着應力は、(756) 式より

$$\left. \begin{aligned} \tau_t &= \frac{S}{Uh} \cdot \frac{2np \cdot k(2-k)}{[k^2 - 2np(1-k)][k(k+2\varepsilon) + 2np(1+\varepsilon)]} \\ &= \frac{b\tau}{U} \end{aligned} \right\} \quad (774)$$

となる。

## 第七章

### 軸張力を受ける部材

鐵筋コンクリート部材が軸張力を受けることは極めて稀なことであるが然し絶無ではない。例へば鐵筋コンクリートの構橋、或は下路拱橋の吊材等に於ては中心軸張力を生じ、ラーメン或はフィレンデール (Vierendeel) 桁等に於ては、偏心軸張力即ち中心軸張力と曲モーメントとを生ずる場合がある。斯かる場合の計算方法は、大體に於て軸壓力を受ける部材に對すると同様であつて、一般にはベルヌーリ・オイラーの假定を基準とし、且つコンクリートの縦弾性係数は一定であつて鐵筋の其の  $1/n$  であること、及びコンクリートは張應力に抵抗しないことを假定する。

#### § 154. 中心軸張力を受ける場合

第384圖の如く、全鐵筋断面積  $A_s$  の重心に張應力  $N$  が作用する場合に、コンクリートは張應力に抵抗し得ざるものとすれば、鐵筋の張應力  $\sigma_s$  は

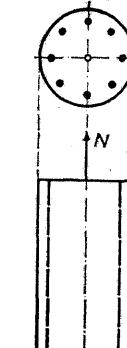
$$\sigma_s = \frac{N}{A_s} \quad (775)$$

となる。

然し  $N$  が極めて僅少であつて、コンクリートの張應力を考慮する場合に、コンクリートの全断面積を  $A_c$ 、其の張應力を  $\sigma_c$  とすれば

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c + nA_s}, \quad \sigma_s = \frac{nN}{A_c + nA_s} \quad (776)$$

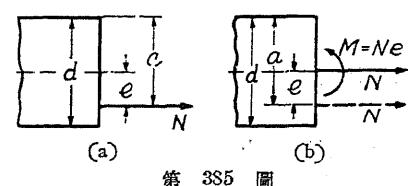
となる。但し此の式が成立するためには、 $N$  が鐵筋断面積の重心ではなく、有効等值断面積の重心に作用して居ることが必要であり、また  $n$  に關しては第一編に於て述べた事項を參照する必要がある。



第384圖

#### § 155. 偏心軸張力を受け、断面に圧應力が生ぜざる場合

之は第385圖に示すが如く、單獨に軸張力が作用する場合でも、また中心軸張力を伴ふ曲モーメントの場合でもよい（此の時は  $e = M/N$  である）。何れにしても、軸張力の作用位置が既知であることを前提とする。扱て第386圖に於て、 $O$  を鐵筋断面積の重心とし、 $O$  に対する  $N$



第385圖

の偏心距離  $e$  が小なる間は、断面には圧應力を生じない。此の場合にコンクリートの張應力を無視すれば、先づ鐵筋に作用する全張應力は  $N$  に等しくなければならないから

$$A_s \sigma_s + A_{s'} \sigma_{s'} = N$$

であり、次に  $N$  のまゝの鐵筋の張應力のモーメントの総和は零であるから

$$A_s \sigma_s (u_s - e) - A_{s'} \sigma_{s'} (u_{s'} + e) = 0$$

である。上記兩式より  $\sigma_s$  と  $\sigma_{s'}$  を解けば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= \frac{N(u_s' + e)}{A_s d_s}, \\ \sigma_{s'} &= \frac{N(u_s - e)}{A_{s'} d_s} \end{aligned} \right\} \quad (777)$$

第385圖

となる。然るに  $u_s$  及び  $u_{s'}$  は

$$u_s = \frac{A_{s'}}{A_s + A_{s'}} d_s, \quad u_{s'} = \frac{A_s}{A_s + A_{s'}} d_s \quad (778)$$

であるから

$$\sigma_s = N \left( \frac{1}{A_s + A_{s'}} + \frac{e}{A_s d_s} \right), \quad \sigma_{s'} = N \left( \frac{1}{A_s + A_{s'}} - \frac{e}{A_{s'} d_s} \right) \quad (779)$$

とすることが出来る。

上記の公式が適用されるためには、断面に壓應力が生ぜざることを必要とし、之がためには第386圖に従つて

$$n \sigma_c = \frac{1}{d_s} [\sigma_{s'}(u' + u_s) - \sigma_s(u' - u_{s'})] \geq 0,$$

$$\text{或は } n \sigma_c' = \frac{1}{d_s} [\sigma_s(u + u_{s'}) - \sigma_{s'}(u - u_s)] \geq 0$$

であることを必要とする。此の條件に(777)乃至(779)の結果を代入し、偏心距離  $e$  の最大極限、即ち心距  $c$  及び  $c'$  を求めれば

$$\left. \begin{aligned} c &= \frac{d_s^2}{u'} \cdot \frac{A_s A_{s'}}{(A_s + A_{s'})^2} = \frac{u_s u_{s'}}{u'}, \\ c' &= \frac{d_s^2}{u} \cdot \frac{A_s A_{s'}}{(A_s + A_{s'})^2} = \frac{u_s u_{s'}}{u} \end{aligned} \right\} \quad (780)$$

を得る。然し近似的には  $c = u_s$ ,  $c' = u_{s'}$  として大なる誤差はない。即ち  $N$  が  $A_s$  と  $A_{s'}$  との間に作用する場合に(777)或は(779)式が適用されるものと考へることが出来る。

上記の公式はすべてコンクリートの張應力を無視した場合であるが、若しコンクリートの張

應力を有効なるものとすれば、§134と全く同様にして

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= N \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e u'}{I_i} \right), & \sigma_c' &= N \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e u}{I_i} \right), \\ \sigma_s &= n N \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e u_s}{I_i} \right), & \sigma_{s'} &= n N \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e u_{s'}}{I_i} \right) \end{aligned} \right\} \quad (781)$$

となる。但し此の場合には、有効等値断面積の重心を基準として、 $e$ ,  $u_s$ ,  $u_{s'}$ ,  $u$  及び  $u'$  を定めることが必要であり、 $A_i$  及び  $I_i$  は有効等値断面積及びその重心軸のまゝの二次モーメントである。尚(781)式は  $N$  の位置如何に拘はらず常に成立する。然しそれが大となつて  $\sigma_c$  或は  $\sigma_{s'}$  が負となつた場合には、夫は之等が壓應力であることを意味する。

上述の理論より明かるが如く、コンクリートの張應力を無視する場合には、コンクリートの断面の形狀及び寸法は、全然影響を及ぼさないが、コンクリートの張應力を考慮する場合には、コンクリートの断面の形狀及び寸法が計算の上に必要となつて来る。

### § 156. 偏心軸張力を受け、断面に壓應力が生ずる場合

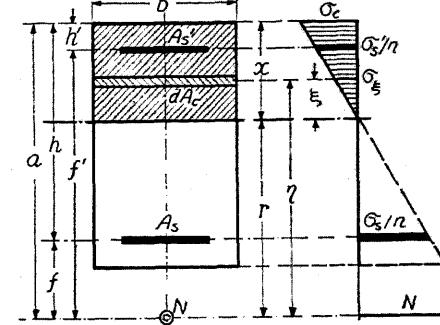
偏心距離が大であつて断面に壓應力が生ずる場合に、コンクリートの張應力を考慮すれば、應力は(781)式に依つて求められる。故に茲に於て特に述べるものは、普通の計算方法、即ちコンクリートの張應力を無視する解法であつて、殆んど §135 の偏心軸圧力の場合と同様である。

第387圖に示すが如き記號に依れば、應力の關係は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= \sigma_c \frac{\xi}{x} = \frac{\sigma_c}{x} (\eta - r) = \frac{\sigma_c}{x} (\eta - a + x), \\ \sigma_s &= n \sigma_c \frac{h - x}{x}, \quad \sigma_{s'} = n \sigma_c \frac{x - h'}{x} \end{aligned} \right\} \quad (782)$$

であるから、之等を求めるためには、一般に  $\sigma_c$  と  $x$  を求めれば充分である。以下の計算に於ては式を簡単にするために、中立軸を基準とし

$$\left. \begin{aligned} G_c &= \int_{A_c} \xi d A_c, \quad G_s' = A_{s'} (x - h'), \quad G_s = A_s (h - x), \\ I_c &= \int_{A_c} \xi^2 d A_c, \quad I_s' = A_{s'} (x - h')^2, \quad I_s = A_s (h - x)^2, \\ G_t &= n G_s - n G_s' - G_c, \quad I_t = I_c + n I_s' + n I_s \end{aligned} \right\} \quad (783)$$



第387圖

とする。

扱て断面に作用する圧應力の總和  $C$  及び張應力の總和  $T$  は、(567), (568) 或は (567a), (568a) より

$$\left. \begin{aligned} C &= \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \sigma_s' A_s' = \frac{\sigma_c}{x} (G_c + n G_s'), \\ T &= \sigma_s A_s = \frac{\sigma_c}{x} \cdot n A_s (h - x) = \frac{\sigma_c}{x} \cdot n G_s \end{aligned} \right\} \quad (784)$$

であつて、 $N = T - C$  なる平衡條件より

$$N = \frac{\sigma_c}{x} [n G_s - n G_s' - G_c] = \frac{\sigma_c}{x} G_i, \quad (785)$$

即ち

$$\sigma_c = \frac{N \cdot x}{n G_s - n G_s' - G_c} = \frac{N \cdot x}{G_i}, \quad (786)$$

を得、 $x$  が決定されれば、之に依つて  $\sigma_c$  及び其他の應力を決定することが出来る。

次に  $x$  を決定するために、 $N$  の作用點を通つて中立軸に平行なる軸のまはりの断面に作用する應力のモーメントの總和を求むれば、之は  $N \times 0$  即ち零に等しいから、(572) 若くは (572a) と同様に

$$\int_{A_c} (a - x + \xi) \xi dA_c + n A_s' (x - h') f' - n A_s (h - x) f = 0, \quad (787)$$

即ち

$$\int_{A_c} (a - x + \xi) \xi dA_c + n (A_s f + A_s' f') x - n (A_s h f + A_s' h' f') = 0 \quad (787a)$$

或は

$$J_c + (a - x) G_c + n G_s' f' - n G_s f = 0 \quad (787b)$$

を得る。此の最後の式は、軸壓力の場合の (578a) 式と同形であつて、前述以外の如何なる軸のまはりのモーメントを求めても、結局に於て之と同じものが得られる。何れにしても (787) 乃至 (787b) 式は  $x$  を決定する方程式である。

また中立軸のまはりの内外力のモーメントを計算すれば、(573) と同様に

$$\begin{aligned} N(a - x) &= \int_{A_c} \sigma_c \xi dA_c + A_s' \sigma_s' (x - h') + A_s \sigma_s (h - x), \\ N \cdot r &= \frac{\sigma_c}{x} [I_c + n (I_s + I_s')] = \frac{\sigma_c}{x} I_i, \end{aligned} \quad (788)$$

即ち

$$\sigma_c = \frac{N \cdot r \cdot x}{I_c + n (I_s + I_s')} = \frac{N \cdot r \cdot x}{I_i} \quad (789)$$

を得、(788) 式と (785) 式とより  $N$  を消去すれば、 $x$  を決定する方程式の一變形として

$$r = a - x = \frac{I_i}{G_i} \quad (790)$$

を得ることが出来る。

特に幅が  $b$  なる矩形断面に於ては

$$G_c = \frac{b x^2}{2}, \quad I_c = \frac{b x^3}{3}$$

であるから、(787b) 式より中立軸を決定すべき方程式として

$$b x^3 - 3 a b x^2 - 6 n (A_s f + A_s' f') x + 6 n (A_s h f + A_s' h' f') = 0, \quad (791)$$

或は  $r$  を未知数とすれば

$$b r^3 - 3 [a^2 b + 2 n (A_s f + A_s' f')] r + 2 [a^3 b + 3 n (A_s f^2 + A_s' f'^2)] = 0 \quad (791a)$$

となり、 $\sigma_c$  は (786) 或は (789) より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{N \cdot x}{n A_s (h - x) - n A_s' (x - h') - \frac{b x^3}{2}}, \\ \sigma_c &= \frac{N \cdot r \cdot x}{n A_s (h - x)^2 + n A_s' (x - h')^2 + \frac{b x^3}{3}} \end{aligned} \right\} \quad (792)$$

となる。

### § 157. 偏心軸張力に対する圖式解法

偏心軸張力又は中心軸張力と曲モーメントを受ける断面に於て、圧應力が生じない場合には、コンクリートの張應力を無視すれば、コンクリートの断面の形状及び寸法等は無影響であるから、計算は如何なる場合に對しても至極簡単である。之に反し軸張力の偏心距離が大であつて、或は曲モーメントの影響が大であつて断面の一部に圧應力が生ずる場合には、矩形以外の断面に對しては中立軸を求めることが甚だ面倒になり、此の様な場合には次の圖式解法に依ればよい。其の方法は § 140 に記述した偏心軸壓力に對する圖式解法と大同小異である。

#### (1) モールの方法

第 388 圖に於て  $N$  の作用點は與へられたるものとし、先づ断面を任意に區分し、(b) なる力多角形を描き、之に依つて (c) の素多角形を描く。今  $G-G$  軸が中立軸であると假定すれば、中立軸のまはりの有効等値断面積の一次モーメント及び二次モーメントは

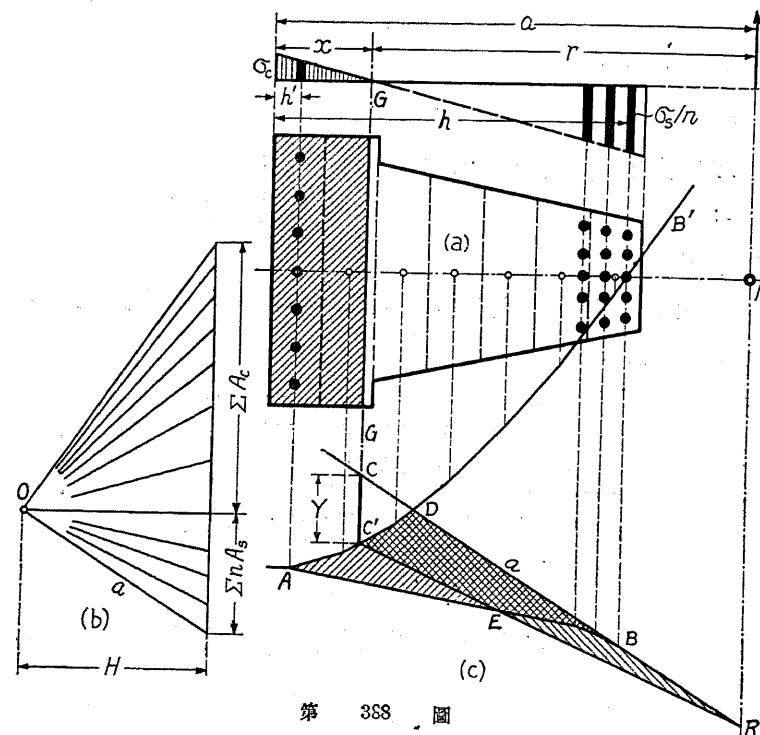
$$G_i = H \times \overline{CJ'} = H \cdot Y, \quad I_i = 2 H \times \text{面積}(ABDC'C'A)$$

であつて、從つて (790) 式より

$$r = \frac{I_i}{G_i} = \frac{2 \times \text{面積}(ABDC'C'A)}{Y}$$

即ち

$$\frac{1}{2} Y \cdot r = \text{面積}(ABDC'C'A)$$



第 388 圖

でなければならない。然るに  $DB$  線の延長と  $N-N$  軸との交點を  $R$  とすれば、 $Y \cdot r/2 = \triangle RCC'$  であるから

$$\triangle RCC' = \text{面積}(ABDO'C'A),$$

$$\text{面積}(ABD) = \text{面積}(RCD)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{或は} \\ \text{面積}(ACE) = \text{面積}(RBE) \end{array} \right\}$$

(793)

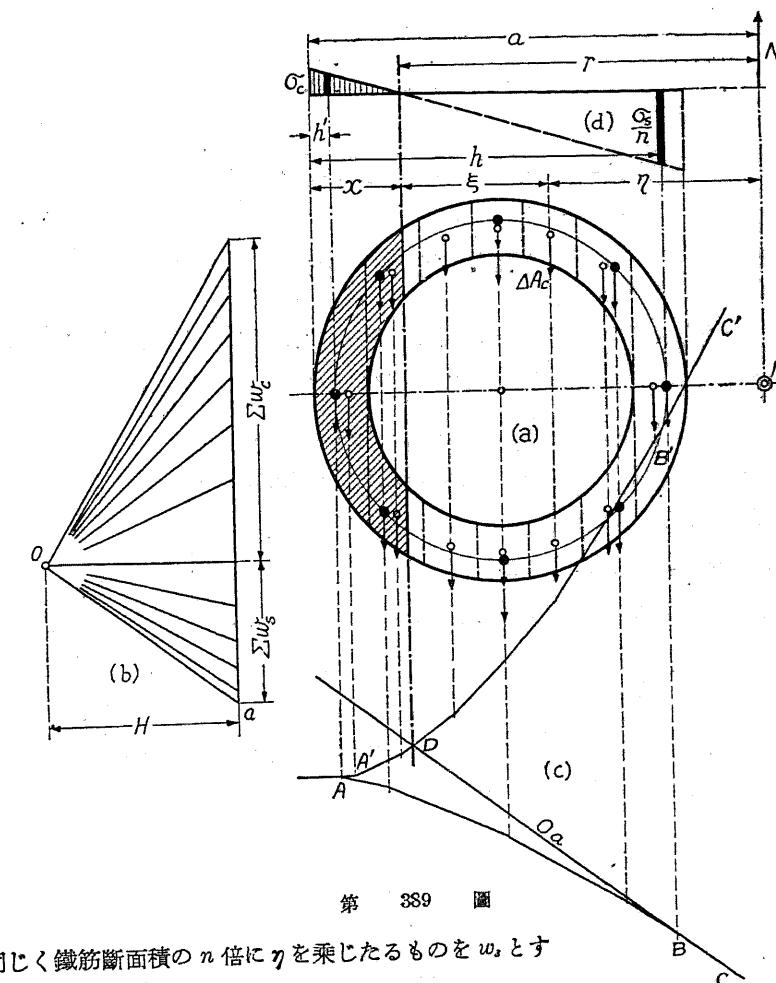
でなければならない。故に中立軸を求めるには、上記の等式が成立する様に  $RC$  線を引き、 $AB'$  との交點  $C$  に依つて中立軸が決定され、 $\sigma_c$  は(786)より

$$\sigma_c = \frac{N \cdot x}{G_s} = \frac{N \cdot x}{H \cdot Y} \quad (794)$$

となり、他の應力は(782)式に依つて求められる。

## 2) シュパンゲンベルグの方法

§140 の偏心軸壓力に對するシュパンゲンベルグの方法は、偏心軸張力に對しても其のまゝ適用され、此の方法に依れば、モールの方法の如く面積を等しくする様な不便はなく、著しく簡単である。先づコンクリートの断面の帶狀部分  $\Delta A_c$  に  $N$  よりの距離  $\eta$  を乗じたものを  $w_c$  と



第 389 圖

し、同じく鐵筋斷面積の  $n$  倍に  $\eta$  を乗じたものを  $w_s$  とすれば、(787)式より(608)式と等しく

$$\sum w_c \xi + \sum w_s \xi = 0$$

となり、從つて  $w_c$  及び  $w_s$  の重心、即ち第 389 圖に於て  $w_c$  及び  $w_s$  に依る多角形 (c) を描き、 $A'B'C'$  と  $ABC$  との交點  $D$  に依つて中立軸が決定される。次に  $\sigma_c$  は(609)と同様に

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_c = \frac{N \cdot x}{\sum w_c + \sum w_s - r(\sum \Delta A_c + n \sum \Delta A_s)} \\ = \frac{N \cdot x}{\sum w_s + \sum w_c - r(A_c + n A_s)} \end{array} \right\} \quad (795)$$

に依つて求められる。但し上式に於て  $\sum w_c$  及び  $\sum \Delta A_c$  に關しては、單にコンクリートの抗壓部分のみを考慮しなければならない。

## 第八章 捩モーメントを受ける部材

### § 158. 総 説

鐵筋コンクリート部材又はコンクリート部材が、第一義的に捩モーメント(Torsion moment 又は Torque)を受けることは甚だ稀ではあるが、然し第二義的に、即ち副應力若くは二次應力の問題として捩モーメントを受ける場合は多い。例へば單純なる桁であつても、荷重が正確に部材断面の重心を含む面内に作用しない場合、或は断面が對稱でない様な場合には捩モーメントが生ずる。また橋梁若くは建築物等の床部構造に於て、互に直交する桁が剛結せられた場合、或は剛節架構(ラーメン)の面に垂直なる外力(例へば風壓、地震力、遠心力等)が作用する場合等に於ては、部材のうちに捩モーメントを生ずるのは明かなことである。普通の場合、此の種の捩モーメントの値は小であるから、之を無視して計算するのであるが、時としては可成り大なる捩モーメントを生ずる場合もあり、また假令捩モーメントの値其のものは小であつても、之がために斯かる構造物の或一點に作用する外力の影響が構造物全體に傳播して、實際に生ずる最大應力の値が捩モーメントを無視して計算せる結果より可成り小となる場合がある。従つて此の様な場合には、普通の計算方法に依るよりも、捩モーメントの影響を考慮する方が結局に於て經濟的な構造物を設計し得ることになる<sup>(1)</sup>。之等のことを考へれば、コンクリート又は鐵筋コンクリート部材の捩モーメントに依る變形、若くは之に對する設計を度外視することは出来ない。單に曲モーメントを受ける部材を桁(又は梁)と稱すると同様に、本書に於ては捩モーメントを受ける部材を軸(Shaft)と稱することにする。

均等質の彈性材料の軸に関する理論は、既にサン・ヴナン(Saint Venant)或はフップル(Föppl)

<sup>(1)</sup> 著者：“Theorie der Roste und ihre Anwendungen”(土木學會誌、第17卷第5號、第10號、1931、第18卷第6號、1932、第19卷第7號、第9號、1933)；「一層ラーメンの面に垂直なる外力の影響」(應用力學聯合大會、東京 1931)等。

<sup>(2)</sup> 之等の實驗のうち主要なるものは次の如し。

Mörsch: “Schub- und Scherfestigkeit des Betons”(Schweizerische Bauzeitung, Bd. XLIV, 1904); Föppl: “Verdrehungsversuche mit Wellen aus Eisenbeton”(Mitt. a. d. mech.-tech. Lab. d. technischen Hochschule München, Heft 32, 1912); Bach u. Graf: “Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Beton und Eisenbeton” D. Aussch. f.

等に依つて確立せられたのであるが、之を其のまゝ鐵筋コンクリート軸又はコンクリート軸に應用し得るや否や、或は之等に對する理論の根據を求めるために、古來鐵筋コンクリート軸の特性に關して多くの詳細なる實驗が行はれた<sup>(2)</sup>。之等多くの實驗の結果より、コンクリート軸及び鐵筋コンクリート軸の特性及び其の理論的計算の根據として次の事項が歸納される。

(1) 無筋コンクリート軸の破壊及び鐵筋コンクリート軸の龜裂は、例外なく軸と45°の角度を有する螺旋(Spiral)状に起る。之は即ち軸の破壊若くは龜裂が、軸の横断面中に作用する剪應力に依つてではなく、軸と45°の方向に作用する主張應力に依つて生ずることを意味し、更にコンクリートの眞の抗剪強度が其の抗張強度より遙かに大なることを意味する。(§31 及び §33 參照)。

(2) コンクリート軸の捩モーメントに對する抵抗力は、軸と平行の方向に挿入された鐵筋、即ち軸鐵筋に依つては殆んど増加しない。軸鐵筋は單に螺旋筋の位置を保つ上に於て有効である。

(3) 軸と直角の方向に(即ち横断面中に)挿入された環狀鐵筋と軸鐵筋とを併用すれば、軸鐵筋のみの場合より遙かに有効であるが、然し螺旋筋には及ばない。

(4) 等量の鐵筋を使用した場合には、軸と45°の方向に挿入された螺旋筋が最も有効であり、其の効果は一般に螺旋筋量の大なる程著しい。

(5) 無筋コンクリート軸の破壊は、最初の龜裂と殆んど同時に起るが、上記45°の螺旋筋を有する軸は、龜裂が生じたる後に於ても、尙更に大なる捩モーメントに抵抗することが出来る。此の最大捩モーメントは、普通は、螺旋筋の張應力が其の屈伏點に達した時に於て起る。

(6) 無筋コンクリート軸の破壊若くは鐵筋コンクリート軸の最初の龜裂は、コンクリートのみに對し、普通の彈性體公式に依つて算出された軸横断面の最大剪應力  $\tau$  が、 $\tau = 20 \sim 40$  kg/cm<sup>2</sup> に達したる時に於て起り、充分に補強された場合の破壊は、大體  $\tau = 60 \sim 80$  kg/cm<sup>2</sup> の時に於て起る。

(7) コンクリートに龜裂が生ずる迄は、コンクリート軸の捩角(又は捩力角)は、鐵筋の挿入

Eisenbeton, Heft 16, 1912);

宮本武之輔：“Verdrehungsversuche mit unbewehrten und bewehrten Betonkörpern”(土木學會誌第13卷第1號、1927)等。

尙、宮本氏の論文「扭力論」(土木學會誌第11卷第4號及び第6號所載)には、上記の實驗結果のみならず、其の他の實驗結果、捩モーメントに關する一般理論、コンクリート又は鐵筋コンクリート軸に關する諸種の理論及び之に對する氏の見解が廣汎に且つ詳細に記述されて居るから、簡単に捩モーメントに關する概念を得んとするには絶好の資料である。本書に於ても本章を草するに當つて、同氏の上記論文より得る處妙くなつたので、茲に謝意を表する次第である。

に依つて殆んど變化しない。

之等の結果より考へれば、先づ無筋コンクリート軸、又は軸鉄筋のみを有するコンクリート軸の設計又は計算には、すべて彈性體公式を準用し、普通のコンクリートに對しては安全率を6~7ととつて、所謂許容剪應力を $\tau = 4 \sim 5 \text{ kg/cm}^2$ とすることが出来る。また螺旋筋若くは軸鉄筋と環状鉄筋とを有する鋼筋コンクリート軸の設計又は計算に於ては、其の破壊に對する安全度を基準とする關係上、コンクリートには既に龜裂が生じたるものとして、コンクリート中に生ずる主張應力の全部を鉄筋で受ける様にしなければならない。此の場合に於ても安全率を6~7とすれば、鉄筋を無視して彈性體公式に依つて算出した剪應力 $\tau$ が、大略 $15 \text{ kg/cm}^2$ を超過しない様にしなければならない。最後に、捩モーメントに依る軸の變形若くは不靜定應力の計算の際には、すべて實際の荷重狀態に就て考慮すべきであるから、上記の實驗の結果に依れば、鉄筋の影響を無視して彈性體公式を準用すればよい。然し此の場合にはコンクリートの剪彈性係數 $G_c$ の値を§38に従つて適當に採用しなければならない。

コンクリート軸及び鋼筋コンクリート軸の計算に就ては古來色々な方法が提案せられたが、たゞ1932年の獨逸の標準示方書に於て、簡単に「部材に捩モーメントが作用する場合には、之に依つて生ずる張應力に對して適當なる鉄筋を設計すべし」と規定せるの他は、之に關する規定は未だ何れの示方書又は條令にも記載されて居ない。然し今假りに之に對する示方書を制定するものとすれば、著者は次の如きものが適當であらうと信する。

#### 捩モーメントを受くる無筋コンクリート軸及び鋼筋コンクリート軸の 示方書に對する著者の私案

(1) 無筋コンクリート軸及び鋼筋コンクリート軸に於ける剪應力、不靜定應力若くは彈性變形の計算には、すべて彈性體公式を準用すべし。

特に不靜定應力若くは彈性變形の計算に使用すべきコンクリートの剪彈性係數 $G_c$ に關しては、コンクリートの品質に應じて適當なる値を採用すべし。

但し前項の場合に於て $G_c = E_c/3.2$ と假定することを得、茲に $E_c$ はコンクリートの壓彈性係數とする。

(2) 無筋コンクリート軸に於て、彈性體公式に依り算出せられたる剪應力は $4.5 \text{ kg/cm}^2$ を超過すべからず。

(3) 鋼筋コンクリート軸に於て、鉄筋を無視して彈性體公式に依り算出せられたる剪應力が $4.5 \text{ kg/cm}^2$ より大ならざる場合には、特に鉄筋を理論的に計算する必要なし。

(4) 鋼筋コンクリート軸に於て、鉄筋を無視して彈性體公式に依り算出せられたる剪應力が $4.5 \text{ kg/cm}^2$ を超過せる場合には、軸に生ずる主張應力の全部を鉄筋に負擔せしむべく計算を行ふべし。

前項の場合に於て使用すべき鉄筋は、軸の方向と $45^\circ$ 若くは $45^\circ$ に近き角度を有する螺旋筋とし、場合に依つては軸鉄筋と環状鉄筋との併用に依ることを得。

(5) 軸鉄筋と環状鉄筋とを併用する場合と雖も、其の間隔が大なる場合には、鉄筋を無視し、無筋

コンクリート軸として設計すべし。

(6) 適當なる鉄筋に依つて充分に補強せられたる鋼筋コンクリート軸に於ても、鉄筋を無視して彈性體公式に依りて算出せられたる剪應力は $14 \text{ kg/cm}^2$ を超過すべからず。

之は勿論著者の私案に過ぎないが、大體に於て桁及び版の剪應力及び腹鉄筋に關する土木學會標準示方書の規定に準據したものである。若しコンクリートの品質に依る強度の變化を考慮すれば、上記のコンクリートの許容剪應力として $4.5 \text{ kg/cm}^2$ の代りに、コンクリートの許容壓應力 $\sigma_{ca}$ の $1/10$ とし、剪應力の最大値 $14 \text{ kg/cm}^2$ の代りの $\sigma_{ca}$ の $1/3$ とすれば適當であらう。

#### § 159. 弹性軸に關する一般理論

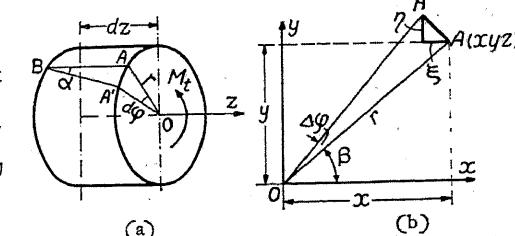
完全彈性材料の構體が捩モーメントを受けた場合の嚴密なる一般理論は、サン・ヴァナン(Saint Venant)に依つて求められて居る。サン・ヴァナンは所謂變位方程式(Displacement equation)

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = 0 \quad (796)$$

に依つて種々の断面に就て其の解を求めたが、茲ではフェップル(Föppl)或はプラントル(Plandtl)等の所謂應力方程式(Stress equation)を用ふることにする。

今第390圖(a)に示すが如く、軸の長さ $dz$ なる部分に於て、捩モーメント $M_t$ のために、軸の方向に平行なる線 $AB$ が $A'B$ に傾いたものとすれば、即ち $A$ が $A'$ に移動したものとすれば

$$dz \cdot \alpha = r \cdot d\varphi$$



第390圖

である。故に、軸の単位長の間に於ける捩られたる中心角を $\theta$ とし、之を單位捩角(Specific torsional angle)と呼べば、 $d\varphi = \theta \cdot dz$ であるから

$$\alpha = r \cdot \theta \quad (797)$$

となる。

また第390圖(b)に示すが如く、直交座標( $x, y, z$ )をとつて、 $z$ を軸の中心線に一致せしめ、軸の任意の一點 $A$ が、原點に對し $x, y$ 及び $z$ の方向に夫々 $\xi, \eta$ 及び $\zeta$ なる變位を起したものとすれば、 $\xi$ 及び $\eta$ は

$$\begin{aligned} \xi &= -r \Delta\varphi \cdot \sin \beta = -\theta \cdot z \cdot r \sin \beta = -\theta \cdot z \cdot y, \\ \eta &= r \Delta\varphi \cdot \cos \beta = \theta \cdot z \cdot r \cos \beta = +\theta \cdot z \cdot x \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (798)$$

であるから、 $x$ 及び $y$ の方向の $A$ 點に於ける剪變形率 $\gamma_x$ 及び $\gamma_y$ は夫々

$$\left. \begin{aligned} \gamma_x &= \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\theta \cdot y + \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \\ \gamma_y &= \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \theta \cdot x + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (799)$$

となる。

次に軸の任意の横断面に於て、 $x$  及び  $y$  の方向に作用する剪應力を  $\tau_x$  及び  $\tau_y$  とすれば、フックの法則に依つて

$$\left. \begin{aligned} \tau_x &= G \cdot \gamma_x = G \left( -\theta \cdot y + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right), \\ \tau_y &= G \cdot \gamma_y = G \left( \theta \cdot x + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (800)$$

となる。但し  $G$  は材料の剪彈性係数である。上式より直ちに

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial y} - \frac{\partial \tau_y}{\partial x} = -2G \cdot \theta \quad (801)$$

が得られる。但し  $\theta$  を與へられたるものとすれば、上式右邊は常數である。茲に於て  $F(x,y)$  を  $x$  及び  $y$  の函数とし

$$\tau_x = -\frac{\partial F}{\partial y}, \quad \tau_y = +\frac{\partial F}{\partial x} \quad (802)$$

と置けば、(801)式より

$$\nabla^2 F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 2G \theta \text{ (常數)} \quad (803)$$

を得る。之は即ち捩モーメントに對する應力方程式であつて、 $F$  は捩り應力函數 (Torsional stress-function) と呼ばれる。

斷面の邊縁を表す方程式を  $y = f(x)$  若くは  $f(x,y) = 0$  とすれば、 $\tau_x$  と  $\tau_y$  の合成應力  $\tau$  が、此の邊縁に於て其の切線の方向に作用すべきであるから

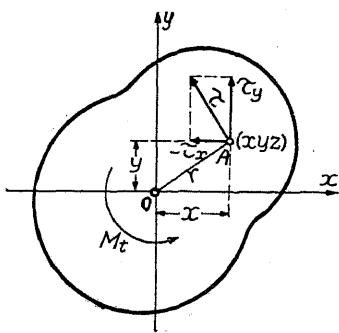
$$\frac{\tau_y}{\tau_x} = \frac{dy}{dx} \quad \text{或は} \quad \tau_y dx = \tau_x dy$$

でなければならない。故に(802)の關係を考慮すれば、 $F$  の満足すべき邊縁條件として

$$\frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy = 0 \quad (804)$$

を得る。之は即ち邊縁に沿つては應力函數  $F$  の値が一定なることを意味して居る。

故に捩モーメントの問題は(803)の偏微分方程式及び(804)の邊縁條件を満足する  $F$  を求めることになる。何となれば  $F$  が求められれば、剪應力は(802)より得られ、捩モーメント  $M_t$



第 391 圖

及び捩角との關係は次の如くにして得られるからである。

横断面に作用する剪應力の任意の一點のまゝのモーメントの總和は  $M_t$  に相等しいから

$$M_t = \iint (\tau_x x - \tau_y y) dx dy \quad (805)$$

となり、之に(802)を代入すれば

$$M_t = \iint \left( \frac{\partial F}{\partial x} x + \frac{\partial F}{\partial y} y \right) dx dy \quad (806)$$

となる。茲に於て  $F$  が  $x$  及び  $y$  の函数であり且つ  $G \theta$  に正比例することを考慮すれば、一般に

$$M_t = K G \cdot \theta \quad \text{或は} \quad \theta = \frac{M_t}{K G} \quad (807)$$

と置くことが出来る。茲に  $K$  は捩り係数 (Torsion constant, 独: Drillungswiderstand) と呼ばれ、單に横断面の形狀にのみ依る常數であつて、彎曲の場合の二次モーメントに相當し、之と同じダイメンションを有するものである。

§ 158 に於て述べた如く、無筋コンクリート軸及び鋼筋コンクリート軸に於ける剪應力、不靜定應力若くは彈性變形の計算、及び無筋コンクリート軸或は軸鋼筋コンクリート軸の設計等は、今日の狀態に於ては先づ彈性體公式に依る外はない。此の目的のために、次に上記の一般解法より導かれる各種斷面の嚴密解並びに近似解法を要約する。

### § 160. 圓形斷面軸

第 392 圖の如く、半径  $a$  なる圓形斷面の軸の捩り應力函數は

$$F = \frac{1}{2} G \cdot \theta \cdot (x^2 + y^2) \quad (808)$$

である。何となれば周邊に於ては  $x^2 + y^2 = a^2$  であるから、 $F$  は

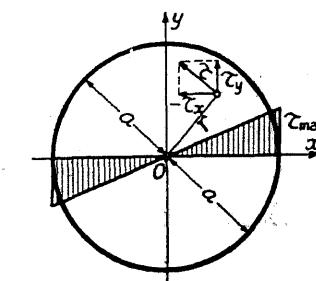
$$F = \frac{1}{2} G \cdot \theta \cdot a^2 \text{ (常數)}$$

であつて、且つ上記の  $F$  は(803)式を満足するからである。之を基として(806)式より  $M_t$  と  $\theta$  との關係を求むれば

$$M_t = G \theta \iint (x^2 + y^2) dx dy = G \theta \iint r^2 dA = \frac{1}{2} G \theta \cdot \pi a^4$$

$$\text{即ち} \quad M_t = K \cdot G \cdot \theta, \quad \theta = \frac{M_t}{K G}, \quad K = \frac{\pi a^4}{2} \quad (809)$$

を得、從つて(802)式より剪應力は



第 392 圖

$$\left. \begin{aligned} \tau_x &= -G \cdot \theta \cdot y = -\frac{M_t}{K} y = -\frac{2 M_t}{\pi a^4} y, \\ \tau_y &= G \cdot \theta \cdot x = \frac{M_t}{K} x = \frac{2 M_t}{\pi a^4} x, \\ \tau &= \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} = \frac{M_t}{K} r = \frac{2 M_t}{\pi a^4} r \end{aligned} \right\} \quad (810)$$

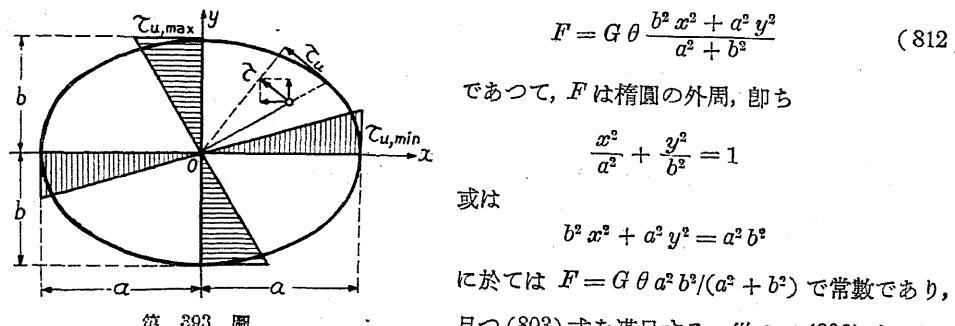
となる。之に依り剪應力はすべて中心に於て零、且つ直線的に變化し、 $\tau$ は常に  $r$  と直角の方向に作用することがわかる。 $\tau$  の最大値は外周即ち  $r = a$  に於て起り

$$\tau_{\max} = \frac{2 M_t}{\pi a^3} \quad (811)$$

である。上記の圓形断面の公式は、すべて極く近似的に正八角形断面に之を適用することが出来る。

### § 161. 楕圓形断面軸

第393圖の如く、長軸  $2a$ 、短軸  $2b$  なる椭圓形断面の捩り應力函数は



$$F = G \theta \frac{b^2 x^2 + a^2 y^2}{a^2 + b^2} \quad (812)$$

であつて、 $F$  は椭圓の外周、即ち

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

或は

$$b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$$

に於ては  $F = G \theta a^2 b^2 / (a^2 + b^2)$  で常數であり、

且つ(803)式を満足する。従つて(806)式より

$$M_t = K \cdot G \cdot \theta, \quad \theta = \frac{M_t}{KG}, \quad K = \frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2} \quad (813)$$

を得、剪應力は

$$\left. \begin{aligned} \tau_x &= -\frac{2 G \theta \cdot a^2}{a^2 + b^2} y = -\frac{2 M_t}{\pi a^3 b^3} y, \\ \tau_y &= \frac{2 G \theta \cdot b^2}{a^2 + b^2} x = \frac{2 M_t}{\pi a^3 b^3} x, \\ \tau &= \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} = \frac{2 M_t}{\pi a^3 b^3} \sqrt{b^4 x^2 + a^4 y^2} \end{aligned} \right\} \quad (814)$$

となる。剪應力はすべて中心に於て零、且つ直線的に變化し、或る任意の半徑上では

$$\tau_x : \tau_y = y : x$$

であるから、 $\tau$  は常に同方向に、即ち該半徑の端に於ける剪應力  $\tau_u$  の方向に作用する。 $\tau_u$  は椭圓の外周の切線の方向に作用し、 $\tau_u$  の最小は長軸上に於て起り、最大は短軸上に於て起る。即ち

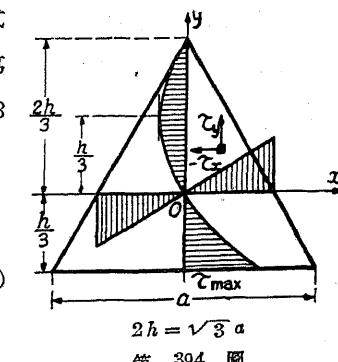
$$\tau_{u,\max} = \frac{2 M_t}{\pi a b^2}, \quad \tau_{u,\min} = \frac{2 M_t}{\pi a^2 b} \quad (815)$$

である。此の、 $\tau_{u,\max}$  は椭圓軸に於ける絶對最大剪應力である。尚上記諸式に於て  $a = b$  とすれば、圓形断面軸の公式と同一になる。

### § 162. 正三角形断面軸

正三角形断面軸は、§ 159 の嚴密一般解法より單純なる形式の解法を導き得る唯一の直線で囲まれたる断面である。第394圖の如き座標軸に依れば、正三角形断面の邊縁をなす3直線の方程式は

$$\left. \begin{aligned} y - \sqrt{3} x - \frac{2h}{3} &= 0, \\ y + \sqrt{3} x - \frac{2h}{3} &= 0, \\ y + \frac{h}{3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (816)$$



であつて、之に對する捩り應力函数は

$$\left. \begin{aligned} F &= -\frac{G \theta}{2h} \left( y - \sqrt{3} x - \frac{2h}{3} \right) \left( y + \sqrt{3} x - \frac{2h}{3} \right) \left( y + \frac{h}{3} \right) \\ &= -\frac{G \theta}{2h} \left( y^3 - h y^2 - 3 x^2 y - h x^2 + \frac{4}{27} h^3 \right) \end{aligned} \right\} \quad (817)$$

である。何となれば三角形の邊縁に於ては、(816)の關係に依り  $F$  は常に零、即ち常數であり、且つ上式の  $F$  が(803)式を満足するからである。之を(806)式に代入して計算を行へば

$$M_t = K \cdot G \cdot \theta, \quad \theta = \frac{M_t}{KG}, \quad K = \frac{a h^3}{30} = \frac{\sqrt{3}}{45} h^4 = \frac{\sqrt{3}}{80} a^4 \quad (818)$$

を得、(802)式からは、 $G \theta = M_t / K$  を代入して

$$\left. \begin{aligned} \tau_x &= -\frac{M_t}{2 K h} (3x^2 + 2hy - 3y^2), \\ \tau_y &= +\frac{M_t}{K h} (3y + h)x \end{aligned} \right\} \quad (819)$$

となる。

此のうち  $\tau_y$  は三角形の底邊、即ち  $y = -h/3$  及び  $x = 0$  に於て零であり、 $x$  軸に平行なる

直線上では圖に示すが如く直線的に變化する。 $\tau_x$ は三角形の頂部では零であるが、底邊に於ては零でなく、特に其の中央即ち $x=0, y=-h/3$ に於ては、斷面中の絶對最大剪應力

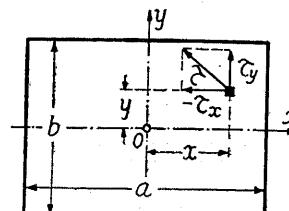
$$\tau_{\max} = \frac{G \theta \cdot h}{2} = \frac{15 M_t}{a h^3} = \frac{20 M_t}{a^3} \quad (820)$$

に達する。

### § 163. 矩形断面軸

#### 1) サン・ヴァンの嚴密解

之はサン・ヴァンの有名なる解法であつて、サン・ヴァンが $z$ の方向の變位 $z$ に與へた式から $a \times b$ なる矩形断面軸の捩り應力函数を誘導すると、次の2種の式が得られる。即ち其の第一解は



第395圖

$$F = G \theta \cdot x^2 + \frac{8 G \theta \cdot a^2}{\pi^3} \left[ \cos \frac{\pi x}{a} \cdot \frac{\cosh \frac{\pi y}{a}}{\cosh \frac{\pi b}{2a}} - \frac{1}{3^3} \cos \frac{3\pi x}{a} \cdot \frac{\cosh \frac{3\pi y}{a}}{\cosh \frac{3\pi b}{2a}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{5^3} \cos \frac{5\pi x}{a} \cdot \frac{\cosh \frac{5\pi y}{a}}{\cosh \frac{5\pi b}{2a}} - + \dots \right] \quad (821)$$

であつて、其の第二解は

$$F = G \theta \cdot y^2 + \frac{8 G \theta \cdot b^2}{\pi^3} \left[ \cos \frac{\pi y}{b} \cdot \frac{\cosh \frac{\pi x}{b}}{\cosh \frac{\pi a}{2b}} - \frac{1}{3^3} \cos \frac{3\pi y}{b} \cdot \frac{\cosh \frac{3\pi x}{b}}{\cosh \frac{3\pi a}{2b}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{5^3} \cos \frac{5\pi y}{b} \cdot \frac{\cosh \frac{5\pi x}{b}}{\cosh \frac{5\pi a}{2b}} - + \dots \right] \quad (822)$$

である。此の兩者は共に邊縁に於て $F$ が常數であるといふ條件と(803)の微分方程式とを満足する。之に依り(802)式に従つて $\tau_x$ 及び $\tau_y$ を求むれば、先づ(821)式より

$$\tau_x = -\frac{8 G \theta \cdot a}{\pi^2} \left[ \cos \frac{\pi x}{a} \cdot \frac{\sinh \frac{\pi y}{a}}{\cosh \frac{\pi b}{2a}} - \frac{1}{3^2} \cos \frac{3\pi x}{a} \cdot \frac{\sinh \frac{3\pi y}{a}}{\cosh \frac{3\pi b}{2a}} + \dots \right], \\ \tau_y = 2 G \theta \cdot x - \frac{8 G \theta \cdot a}{\pi^2} \left[ \sin \frac{\pi x}{a} \cdot \frac{\cosh \frac{\pi y}{a}}{\cosh \frac{\pi b}{2a}} - \frac{1}{3^2} \sin \frac{3\pi x}{a} \cdot \frac{\cosh \frac{3\pi y}{a}}{\cosh \frac{3\pi b}{2a}} + \dots \right] \quad (823)$$

を得、(822)式よりは

$$\left. \begin{aligned} \tau_x &= -2 G \theta \cdot y + \frac{8 G \theta \cdot b}{\pi^2} \left[ \sin \frac{\pi y}{b} \cdot \frac{\cosh \frac{\pi x}{b}}{\cosh \frac{\pi a}{2b}} - \frac{1}{3^2} \sin \frac{3\pi y}{b} \cdot \frac{\cosh \frac{3\pi x}{b}}{\cosh \frac{3\pi a}{2b}} + \dots \right], \\ \tau_y &= \frac{8 G \theta \cdot b}{\pi^2} \left[ \cos \frac{\pi y}{b} \cdot \frac{\sinh \frac{\pi x}{b}}{\cosh \frac{\pi a}{2b}} - \frac{1}{3^2} \cos \frac{3\pi y}{b} \cdot \frac{\sinh \frac{3\pi x}{b}}{\cosh \frac{3\pi a}{2b}} + \dots \right] \end{aligned} \right\} \quad (824)$$

となる。之等の式の中にはすべて $\theta$ が含まれて居るが、實際の場合には $M_t$ のみが與へられて $\theta$ は與へられないから、 $M_t$ と $\theta$ との關係を求めるために、(806)式に依つて計算すれば

$$\left. \begin{aligned} M_t &= K \cdot G \cdot \theta, \quad \theta = \frac{M_t}{K \cdot G}, \\ K &= \frac{a^3 b}{3} - \frac{64 a^4}{\pi^5} \left( \tanh \frac{\pi b}{2a} + \frac{1}{3^5} \tanh \frac{3\pi b}{2a} + \frac{1}{5^5} \tanh \frac{5\pi b}{2a} + \dots \right) \\ &= \frac{a b^3}{3} - \frac{64 b^4}{\pi^5} \left( \tanh \frac{\pi a}{2b} + \frac{1}{3^5} \tanh \frac{3\pi a}{2b} + \frac{1}{5^5} \tanh \frac{5\pi a}{2b} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \quad (825)$$

となる。上記の式はすべて2種類あるが、何れに依るも同結果が得られるから、實際の計算に於ては收斂の早い方を使用すればよい。尙注意すべきことは $b < a$ の場合の最大剪應力が、長邊の中點、即ち $x=0, y=\pm b/2$ の點に生ずることである。

#### 2) 近似解法

a. 上記の厳密解法に依つて計算することは可成り面倒なことである。それで今 $b$ が $a$ よりも小なるものとすれば、大なる數の $\tanh$ は1に近いから、(825)の第三式に於て $\tanh$ をすべて1と置けば

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{a b^3}{3} - \frac{64 b^4}{\pi^5} \left( 1 + \frac{1}{243} + \frac{1}{15625} + \dots \right) \\ &= \frac{b^3}{3} (a - 0.63 b) \end{aligned} \right\} \quad (826)$$

となり、従つて

$$M_t = \frac{b^3}{3} (a - 0.63 b) G \theta, \quad \theta = \frac{3 M_t}{G b^3 (a - 0.63 b)} \quad (827)$$

となる。此の場合の最大剪應力を求めるために、(824)の第一式に $x=0, y=\pm b/2$ を代入すれば

$$\tau_{x,\max} = \mp G \theta \cdot b \pm \frac{8 G \theta \cdot b}{\pi^2} \left[ \frac{1}{\cosh \frac{\pi a}{2b}} + \frac{1}{3^2 \cosh \frac{3\pi a}{2b}} + \dots \right]$$

であるが、 $b$ が $a$ に比して小なる場合には、上記括弧の中の値は第一項に比して小であるから

$$\tau_{\max} = \pm G \theta \cdot b = \mp \frac{3 M_t}{b^2(a - 0.63b)} \quad (828)$$

とすることが出来る。

更に  $b$  が  $a$  に比し充分に小なる場合に、 $0.63b$  を  $a$  に對して省略すれば

$$K = \frac{ab^3}{3}, \quad M_t = \frac{ab^3}{3}G\theta, \quad \theta = \frac{3M_t}{Ga^3b^3} \quad (829)$$

となる。

b. バッハ (Bach) が  $a > b$  なる矩形断面に對して與へたる式は次の如くである。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{\max} &= \psi \frac{M_t}{ab^3}, \quad \psi = 3 + \frac{2.6}{0.45 + \frac{a}{b}}, \\ G\theta &= \psi_0 \frac{a^2 + b^2}{a^3b^3} M_t, \quad \psi_0 = 3.645 - 0.06 \frac{a}{b}, \end{aligned} \right\} \quad (830)$$

即ち

$$K = \frac{1}{\psi_0} \cdot \frac{a^3b^3}{a^2 + b^2} = \frac{ab^3}{(3.645 - 0.06 \frac{a}{b})(1 + \frac{b^2}{a^2})} \quad (830a)$$

となる。之等の式は可成り良くサン・ヴァナンの解と一致する結果を與へる。

c. 今捩り應力函数を

$$F = \frac{18M_t}{a^3b^3} \left( \frac{a^2}{4} - x^2 \right) \left( \frac{b^2}{4} - y^2 \right) \quad (831)$$

と假定すれば、之は (804) の邊縁條件及び (806) の平衡條件を完全に満足するが、(803) の微分方程式を満足しない。それで此の應力函数より誘導される結果はすべて厳密なるものではないが、之に依つて得らるゝ剪應力のうち、座標軸に沿つて之と直角に作用するものが直線的に變化し、其の計算が簡単であるので、厳密を要しない場合には略算として屢々用ひらるゝものである。

(831) の應力函数を使用すれば、剪應力は (802) より

$$\tau_x = -\frac{32M_t}{a^3b^3} \left( \frac{a^2}{4} - x^2 \right) y, \quad \tau_y = \frac{32M_t}{a^3b^3} \left( \frac{b^2}{4} - y^2 \right) x \quad (832)$$

となり、 $a > b$  なる場合の絶対最大剪應力は、 $x = 0, y = \pm b/2$  の點に於て

$$\tau_{\max} = \mp \frac{9M_t}{2ab^2} \quad (833)$$

となり、此の結果は  $a:b = 1.2 \sim 1.5$  の場合にはよく厳密解と一致する。

#### § 164. 正方形断面軸

一邊  $a$  なる正方形断面の捩り係数  $K$  は、(825) 式より

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{a^4}{3} - \frac{64a^4}{\pi^5} \left( \tanh \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3^5} \tanh \frac{3\pi}{2} + \frac{1}{5^5} \tanh \frac{5\pi}{2} + \dots \right) \\ &= 0.1426 a^4 \end{aligned} \right\} \quad (834)$$

となり、従つて

$$M_t = 0.1426 G \theta \cdot a^4, \quad \theta = 7.014 \frac{M_t}{G a^4} \quad (835)$$

となる。

剪應力は、(823) 及び (824) 式に於て  $a = b$  とすればよいのであるが、其の最大値は各邊の中點に於て起り、其の絶対値は

$$\left. \begin{aligned} \tau_{\max} &= G \theta \cdot a - \frac{8G\theta \cdot a}{\pi^2} \left[ \frac{1}{\cosh \frac{\pi}{2}} + \frac{1}{3^2 \cosh \frac{3\pi}{2}} + \dots \right] \\ &= 0.675 G \theta \cdot a = 4.73 \frac{M_t}{a^3} \end{aligned} \right\} \quad (836)$$

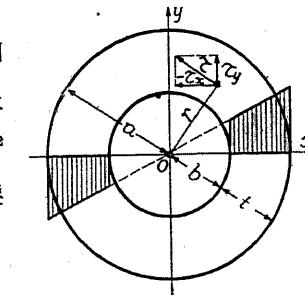
となる。

#### § 165. 中空軸

##### I) 中空圓形断面軸

第 396 圖の如き中空圓形断面軸に對する捩り應力函数は、圓形断面軸に對するもの、即ち (808) 式其のまゝでよい。何となれば外周に於ては  $F = \frac{1}{2} G\theta a^2$ 、内周に於ては  $F = \frac{1}{2} G\theta b^2$  であるからである。故に中空圓形断面軸に於ける捩り係数、捩角及び捩モーメント間の關係は

$$M_t = K \cdot G \cdot \theta, \quad \theta = \frac{M_t}{KG}, \quad K = \frac{\pi}{2} (a^4 - b^4) \quad (837)$$



第 396 圖

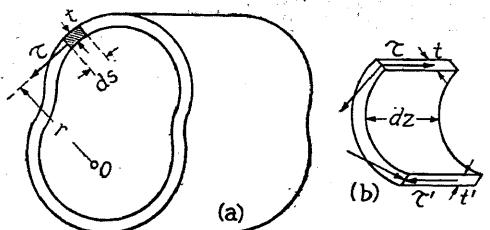
であつて、剪應力は

$$\left. \begin{aligned} \tau_x &= -G\theta \cdot y = -\frac{2M_t y}{\pi(a^4 - b^4)}, \quad \tau_y = G\theta \cdot x = \frac{2M_t x}{\pi(a^4 - b^4)}, \\ \tau &= G\theta \cdot r = \frac{2M_t r}{\pi(a^4 - b^4)}, \quad \tau_{\max} = \frac{2M_t a}{\pi(a^4 - b^4)} \end{aligned} \right\} \quad (838)$$

となる。

##### 2) 薄壁中空軸

第 397 圖の如く非常に薄い壁より成る中空軸が捩モーメントを受けた場合、壁の中に作用する剪應力は壁の厚さの方向に均等であつて、且つ壁の面に平行して作用するものと考へることが出来る。今 (b) に示すが如く壁の微少部分をとり、厚さ  $t$  なる點の剪應力を  $\tau$ 、厚さ  $dz$  なる點



第397圖

の剪應を  $\tau'$  とすれば、此の部分の平衡條件に依り

$$\tau \cdot t \cdot dz = \tau' \cdot t' \cdot dz$$

即ち  $\tau \cdot t = \tau' \cdot t' = C$  (常數)

である。言ひ換えれば、 $\tau$  と  $t$  の相乘積は其の位置に無關係に一定である。

次に (a) に於て  $t \cdot ds$  なる壁の断面の部分に作用する剪應力の或る任意の一一點のまわりのモーメントは

$$dM_t = \tau \cdot t \cdot ds \cdot r$$

である。但し  $r$  は断面中の任意の一一點より  $\tau$  の作用線に下した垂線の長さである。然るに  $\tau \cdot t$  は前述の如く常數であるから、振モーメント  $M_t$  は

$$M_t = \tau \cdot t \int_s r \cdot ds \quad (839)$$

でなければならない。茲に  $s$  は壁の中心線の全長である。今、此の中心線に囲まれた面積を  $A$  とすれば、 $\int_s r \cdot ds = 2A$  であるから

$$M_t = \tau \cdot t \cdot 2A, \quad \tau = \frac{M_t}{2A \cdot t} \quad (840)$$

となり、若し厚さが一定ならば、 $\tau$  は常に一定である。

単位振角  $\theta$  又は振り係数  $K$  を求めるために、長さ  $ds$  の間の振モーメントに依る弾性變形の勢力  $dW$  を求むれば

$$dW = \frac{1}{2} M_t \cdot \theta \cdot ds = \frac{1}{2} \int_s \frac{\tau^2}{G} t \cdot ds \cdot dz$$

であるから、 $\theta$  は

$$\theta = \frac{1}{M_t} \int_s \frac{\tau^2}{G} t \cdot ds = \frac{M_t}{4G \cdot A^2} \int_s \frac{ds}{t} \quad (841)$$

となり、従つて振り係数は

$$K = \frac{4A^2}{\int_s ds/t} \quad (842)$$

となる。

厚さ  $t_1$  中心線の半径  $a$  なる薄壁環状断面軸に對しては、 $A = \pi a^2$ ,  $\int_s ds = 2\pi a$  なるにより上記諸式より

$$\tau = \frac{M_t}{2\pi t a^2}, \quad \theta = \frac{M_t}{2\pi t a^2 G}, \quad K = 2\pi t a^2 \quad (843)$$

を得る。

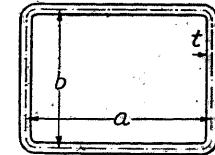
第398圖の如き薄壁矩形断面に於ては

$$A = ab, \quad \int_s ds = 2(a+b)$$

なるにより、一般式より直ちに

$$\tau = \frac{M_t}{2abt}, \quad \theta = \frac{(a+b)M_t}{2G \cdot a^2 b^2 t}, \quad K = \frac{2a^2 b^2 t}{a+b} \quad (844)$$

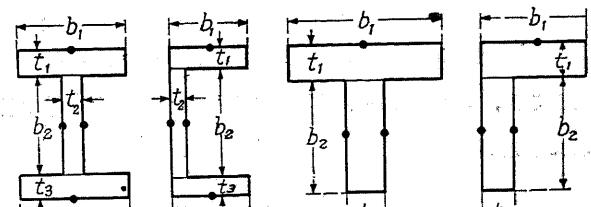
を得る。



第398圖

### § 166. 工形, 山形, 溝形, T形等の断面

工形, 山形, 溝形或はT形断面の如く數個の矩形より成立する断面を有する軸の振り係数が各個の矩形の振り係数の総和に相等しいことはフェップル及びウエーバー(Weber)等に依つて理論的に證明されて居る。故に第399圖の如き断面を夫々要素の矩形に分割し、其の厚さ  $t$  が長さ  $b$  に比して小なるものと假定すれば、全断面の



第399圖

振り係数は、各要素の矩形の振り係数に(829)の値を採用することに依り

$$K = \frac{1}{3} \sum b_i t_i^3, \quad (845)$$

従つて

$$\theta = \frac{M_t}{GK} = \frac{3M_t}{G \sum b_i t_i^3} \quad (846)$$

となる。但し此の關係が中空軸に於ては成立しないことを注意しなければならない。

一般に矩形の最大剪應力は其の長邊の中點に於て起るから、厚さ  $t'$  なる要素の矩形の最大剪應力  $\tau'_{max}$  は其の長邊の中點に於て起り、其の値は

$$\tau'_{max} = G \theta t' = \frac{3M_t}{\sum b_i t_i^3} t' \quad (847)$$

であつて、之等の生ずる位置は、例へば第399圖に於て圓點を以て示すが如きものである。

故に全断面中の絶対最大剪應力  $\tau_{max}$  は、厚さが最大なる要素の矩形の長邊の中央に於て起り

$$\tau_{max} = \frac{3M_t}{\sum b_i t_i^3} t_{max} \quad (847a)$$

とすることが出来る。然し此處に於て注意を要することは、上記の諸式が、 $t$  が  $b$  に比し充分に

小であると云ふ假定から出發して居るから、 $t$ が可成り大なる場合には誤差が大となることである。また上記の  $\tau_{\max}$  の他に、要素の矩形の接合部にある凹角に、理論上無限大の剪應力が生ずることも注意すべきことであつて、實際の場合には、此の部分に隅縫を設けて應力の値の減少を圖らねばならない。

故にフェップル (A. Föppl) は、(845) の代りに一般に

$$K = \frac{\mu}{3} \sum b t^3 \quad (848)$$

と置いた。フェップルが形鋼に就て行つた實驗の結果に依れば、 $\mu$  の値は

山形鋼	$\mu = 0.86 \sim 1.08$	平均 $\mu = 1.03$
溝形鋼	$\mu = 0.98 \sim 1.25$	" $\mu = 1.12$
丁形鋼	$\mu = 0.92 \sim 1.25$	" $\mu = 1.15$
Z形鋼	$\mu = 1.13$ 及び $1.20$	
I形鋼	$\mu = 1.16 \sim 1.44$	" $\mu = 1.31$
廣縫工形鋼	$\mu = 1.21 \sim 1.47$	" $\mu = 1.29$

であるが、コンクリート軸若くは鋼筋コンクリート軸に於て、 $\mu$  が何程になるかは未だ實驗されて居ない。

### § 167. 鋼筋コンクリート軸に就て

フェップル (A. Föppl)<sup>(1)</sup> は軸鋼筋のみを有する鋼筋コンクリート軸に於て、軸鋼筋は單に軸の横断面に作用する剪應力にのみ抵抗すると言ふ假定から、次の理論を發表した。之を特に第 400 圖の如き圓形斷面の軸に就て説明すれば次の如くである。即ち

$M_t$  = 軸に作用する捩モーメント,

$\theta = M_t$  に依る単位捩角,

$A_c$  = コンクリートの全断面積,

$A_s$  = 鋼筋の全断面積,

$A_0 = A_c + A_s = \pi r^2$ ,

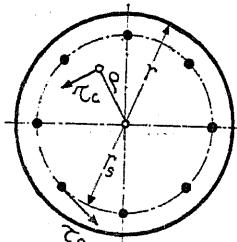
$\tau_c$  = 中心より  $r$  なる距離に於いてコンクリートに作用する剪應力,

第 400 圖  $\tau_s$  = 鋼筋に作用する剪應力

とする。但し  $\tau_c$  及び  $\tau_s$  は  $r$  又は  $r_s$  に直角の方向に作用する剪應力である。

$G_c$  及び  $G_s$  を夫々コンクリート及び鋼筋の剪彈性係数とし、 $n'$  を  $G_s$  と  $G_c$  との比、即ち剪彈性係数比とし、軸の横断面は捩モーメントに依る變形後も平面であるものと假定すれば、(810)

(1) 前出。



の第三式より

$$\tau_c = G_c \theta \cdot p, \quad \tau_s = G_s \theta \cdot r_s = n' \cdot G_c \theta \cdot r_s \quad (849)$$

であつて、斷面の平衡條件より

$$M_t = \int_{A_c} \tau_c p \cdot dA + \tau_s r_s A_s = G_c \theta \left[ \int_{A_c} p^2 dA + n' r_s^2 A_s \right] \quad (850)$$

を得る。然るに

$$\int_{A_c} p^2 dA = \int_{A_0} p^2 dA - r_s^2 A_s = \frac{\pi}{2} r^4 - r_s^2 A_s$$

であるから

$$p = \frac{A_s}{A_0} = \frac{A_s}{\pi r^2}, \quad \lambda = \frac{r_s}{r}$$

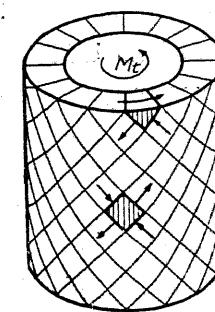
とすれば、(850) 式より

$$\left. \begin{aligned} M_t &= G_c \theta \left[ \frac{1}{2} \pi r^4 + (n' - 1) A_s r_s^2 \right] = G_c \theta \cdot \frac{\pi r^4}{2} [1 + 2(n' - 1) p \lambda^2], \\ G_c \theta &= \frac{M_t}{\frac{1}{2} \pi r^4 + (n' - 1) A_s r_s^2} = \frac{2 M_t}{\pi r^4 [1 + 2(n' - 1) p \lambda^2]} \end{aligned} \right\} \quad (851)$$

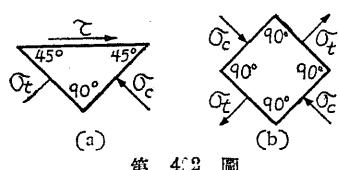
となる。 $n'$  は普通は 7 乃至 10 位であるから、上記のフェップルの理論を肯定する限り、軸鋼筋はコンクリート軸の強度を高め、且つ其の捩角を輕減する上に於て可成り著しき効果を發揮することになるが、之は多くの實驗結果と一致しない。即ち實驗の結果から見れば、軸鋼筋の効果は殆んど皆無に近い。フェップルの理論が實驗結果と一致しないと言ふことは、第一に、軸の横断面が變形後も平面であると言ふ假定が此の場合に不適當なることにも起因するが、其の主なる理由は、軸鋼筋が剪應力にのみ抵抗すると言ふ考へ方が正當でないことに依る。即ちコンクリートの抗剪强度は抗張强度に比して大であるから、コンクリート軸及び鋼筋コンクリート軸の破壊は常に軸の方向と  $45^\circ$  なる主張應力に依つて生じ、此の主張應力が鐵筋に依つて抵抗せられないならば其の鐵筋の影響は皆無であるからである。従つて實驗の結果と一致せず、且つ理論上の缺陷を含む上記のフェップルの理論に依つて、鋼筋コンクリート軸の計算を行ふことは不可であり且つ危險である。

第 401 圖は圓形斷面軸の端面上の主應力線であつて、主壓應力線と主張應力線とは常に直交する。そして主壓應力  $\sigma_c$ 、主張應力  $\sigma_t$  及び剪應力  $\tau$  との關係は第 402 圖の如く、其の絶對值のみに就て考へれば

$$\tau = \sigma_c = \sigma_t$$



第 401 圖



第 402 圖

である。さて上記の主張應力がコンクリートの抗張強度を超過しない間は、即ちコンクリートに龜裂が生じない間は、コンクリートに彈性を假定する限り、上記の如き應力分布に依つて平衡狀態が保たれる。然し一旦コンクリートに龜裂が生じて、コンクリートに張應力が作用しなくなつた場合には、上記の主張應力は全部鐵筋に依つて受けられねばならない。故に鐵筋が此の張應力に抵抗し得ないならば、鐵筋コンクリート軸とコンクリート軸との強度には、全然相異がないことになる。従つて鐵筋の効果を發揮するためには上記の張應力に抵抗し得る様に之を配置し、また軸に於ける鐵筋を設計するには、コンクリートに龜裂を生じた場合を基準とすべきである。

コンクリートに龜裂が生じた場合の軸鐵筋の効果に就て考へるに、此の場合には  $\sigma_t$  は既に消滅して居るから、 $\sigma_t$  は鐵筋の張力と平衡を保たねばならない。之に對し、軸鐵筋の張力は、 $\sigma_t$  の軸の方向の分力と平衡を保つことは出来るが、 $\sigma_t$  の軸に直角なる分力には抵抗することは出来ない。即ち  $\sigma_t$  はすべて一平面内に作用するものでなく、第 401 圖に示すが如き曲面内に作用するものであつて、 $\sigma_t$  の軸に直角なる分力は、内より外に向ふ輻射狀張力を生じ、之に對して軸鐵筋は何等の抵抗力を有しないからである。此の理由に依つて、コンクリート軸の強度を高める上に於て軸鐵筋が何等の効果をも示さないと言ふ實驗結果が説明され、且つ前記フェップルの理論が正鵠を得て居ることがわかる。

また軸の横斷面内に配置された環状鐵筋は、軸鐵筋と反対に、前記の輻射狀張力に抵抗することは出来るが、 $\sigma_t$  の軸の方向の分力には全然抵抗することが出来ない。従つて環状鐵筋のみを有する鐵筋コンクリート軸の強度は、無筋コンクリート軸の強度に比して全然増加しないことになる。

上述の理由に依り、鐵筋コンクリート軸の強度を無筋コンクリート軸の強度より増大せしめるためには、軸鐵筋と環状鐵筋とを併用するか、或は軸の方向と約  $45^\circ$  の傾きを有する螺旋筋を使用しなければならないことがわかる。

### § 168. 圓形斷面軸に於ける鐵筋の計算<sup>(1)</sup>

#### 1) 螺 旋 筋

軸の方向と  $45^\circ$  の角度を有する螺旋筋を軸の主張應力の方向に配置すれば、コンクリートに龜裂が生じた後にもコンクリートの主張應力と同様の効果を發揮することが出来て、理論

(1) 著者、「捩モーメントを受ける圓形斷面部材の解法に就て」(土木學會誌、第 19 卷第 4 號、昭和 8 年)

上及び實驗上最も有効である。今第 403 圖に示すが如く、横断面積  $A_s$  なる螺旋筋を  $m$  本使用し螺旋筋に作用する張應力を  $\sigma_t$  (張力  $T = \sigma_t A_s$ ) とし、螺旋筋は半径  $r_s$  の圓盤上に均等に分布するものと假定する。

軸横断面と  $45^\circ$  の角度を有する任意の微分面積  $dA$  に作用する主張應力を  $\sigma_t$  とすれば、先づ螺旋筋は此の主張應力全部をとらねばならない。即ち螺旋筋の張力の總和  $mT$  と  $\sigma_t dA$  の總和とは相等しくなければならないから

$$\int d\sigma_t dA = mT = m\sigma_t A_s \quad (853)$$

である。次に第二の平衡條件としては、 $T$  の軸横断面に平行な分力のモーメントの總和と、 $\sigma_t dA$  の軸横断面に平行なる分力のモーメントの總和と相等しくなければならないから

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \int \sigma_t \rho dA = \frac{1}{\sqrt{2}} mTr_s = \frac{1}{\sqrt{2}} m\sigma_t A_s r_s \quad (854)$$

でなければならない。然るに第 403 圖の如き半径  $r$  なる圓形斷面軸とすれば、 $\sigma_t$  は  $\tau$  に等しいから、(810) 式に依り

$$\sigma_t = \tau = \frac{2M_t}{\pi r^4} \rho \quad (855)$$

であつて、 $dA$  は第 402 圖 (a) に示すが如く

$$dA = \rho d\varphi \cdot d\rho / \sqrt{2} \quad (855a)$$

であるから、(853) 及び (854) に之等の關係を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} mT &= \frac{\sqrt{2} M_t}{\pi r^4} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^r \rho^2 d\rho = \frac{2\sqrt{2} M_t}{3r}, \\ mTr_s &= \frac{\sqrt{2} M_t}{\pi r^4} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^r \rho^3 d\rho = \frac{M_t}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \quad (856)$$

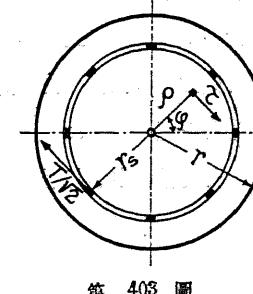
を得、此の兩式より  $r_s$  と  $T$  を求むれば

$$\left. \begin{aligned} r_s &= \frac{3}{4} r, \\ mT &= m\sigma_t A_s = \frac{2\sqrt{2} M_t}{3r} = 0.9428 \frac{M_t}{r_s} \end{aligned} \right\} \quad (857)$$

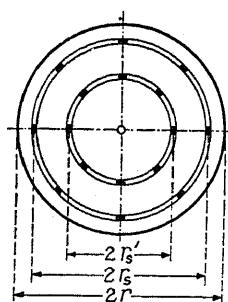
となる。即ち、上記の理論に依れば、 $r_s$  は  $r$  の  $3/4$  でなければならないことがわかり、螺旋筋が此の位置にあれば、 $m$ 、 $\sigma_t$  及び  $A_s$  のうち何れか一つを (857) の第二式より求めることが出来る。

また  $r_s = 3r/4$  とすれば、(857) の第二式は

$$mT = m\sigma_t A = \frac{M_t}{\sqrt{2} r_s} = 0.7071 \frac{M_t}{r_s} \quad (858)$$



となり、普通に採用せられて居るメルシユの解法と全く同一の結果となる。然しメルシユが此の結果を求めた場合には、 $r_s$  の大小如何に拘はらず、單にモーメントの平衡條件、即ち(854)式或は(856)の第二式のみを考慮したものであつて、(853)の關係に就ては全然考慮して居ない。即ち螺旋筋の位置如何に拘はらず常に(858)式が適用されるものとしたのであるが、著者の制定した上記の理論に依れば、(858)式が適用されるためには、 $r_s$  が  $r$  の  $3/4$  たることを必要とする。勿論軸の中心部附近に於ける剪應力  $\tau$ 、従つて主張應力  $\sigma_s$  の値は零に近く、之を鐵筋に依



第 404 圖

つて受ける必要はないから、 $r_s$  は  $r$  の  $3/4$  より大としてもかまはないが、少くとも理論的にはメルシユの考へ方より著者の考へ方の方が正當であることを信ずる。

また第 404 圖の如く、大なる捩モーメントに對抗するために、螺旋筋を  $r_s, r_s', r_s'', \dots$  なる圓墻面上に配置する場合に、最外側の螺旋筋の員數、1 本の横断面積、張應力を夫々  $m, A_s, \sigma_s$  とし、夫より内方にある螺旋筋に對しては同様に  $m', A_s', \sigma_s'; m'', A_s'', \sigma_s'' \dots$

とすれば、コンクリートに生ずる主張應力を全部螺旋筋に依つて受けるためには、(856)の第一式と同様に

$$m A_s \sigma_s + m' A_s' \sigma_s' + m'' A_s'' \sigma_s'' + \dots = \frac{2\sqrt{2} M_t}{3r} \quad (859)$$

でなければならない。またモーメントの平衡條件よりは、(856)の第二式と同様に

$$m A_s \sigma_s r_s + m' A_s' \sigma_s' r_s' + m'' A_s'' \sigma_s'' r_s'' + \dots = \frac{M_t}{\sqrt{2}} \quad (860)$$

を得る。然るに螺旋筋の張應力は中心からの距離に正比例するから

$$\sigma_s' = \frac{r_s'}{r_s} \sigma_s, \quad \sigma_s'' = \frac{r_s''}{r_s} \sigma_s, \dots$$

であつて、従つて(859)及び(860)式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r_s} [m A_s r_s + m' A_s' r_s' + \dots] &= \frac{2\sqrt{2} M_t}{3 \sigma_s r}, \\ \frac{1}{r_s} [m A_s r_s^2 + m' A_s' r_s'^2 + \dots] &= \frac{M_t}{\sqrt{2} \sigma_s} \end{aligned} \right\} \quad (861)$$

を得る。

故に此の場合に螺旋筋を設計するには、 $m, A_s, r_s, m', A_s', r_s', \dots$  のうち何れか 2 個を除くのは全部之を任意に決定し、残りの 2 個を未知數として之を(861)の兩式より求めればよい。然し場合に依つては、求むる未知數の解が負數或は虛數となることがあり、此のときには試算を繰返す必要がある。

また各螺旋筋の群に同員數、等断面積のものを用ふる場合には

$$A_s = A_s' = A_s'' = \dots, \quad m = m' = m'' = \dots$$

であるから、(861)の 2 條件は

$$\left. \begin{aligned} r_s + r_s' + r_s'' + \dots &= \frac{2\sqrt{2} M_t r_s}{3 m A_s \sigma_s r}, \\ r_s^2 + r_s'^2 + r_s''^2 + \dots &= \frac{M_t r_s}{\sqrt{2} m A_s \sigma_s} \end{aligned} \right\} \quad (862)$$

となる。

特に半徑  $r_s$  及び  $r_s'$  なる圓墻面上に 2 群の螺旋筋を配置する場合には、(861)式より

$$m A_s r_s + m' A_s' r_s' = \frac{2\sqrt{2} M_t r_s}{3 \sigma_s r}, \quad m A_s r_s^2 + m' A_s' r_s'^2 = \frac{M_t r_s}{\sqrt{2} m A_s \sigma_s} \quad (863)$$

の兩式を満足する様に鐵筋を設計する必要がある。尙、宮本武之輔博士が其の「扭力論」中に於て、之と同じ場合に對して掲げられた式<sup>(1)</sup>は、上記の(863)の第二式のみを考慮し、第一式の關係は之を無視せられた結果に基づくものである。

此の場合に於て  $m = m', A_s = A_s'$  とすれば、(863)式より

$$r_s + r_s' = \frac{2\sqrt{2} M_t r_s}{3 m A_s \sigma_s r}, \quad r_s^2 + r_s'^2 = \frac{M_t r_s}{\sqrt{2} m A_s \sigma_s} \quad (864)$$

を得、之より  $M_t$  の項を消去すれば、鐵筋の位置に對する 1 條件として

$$\frac{r_s^2 + r_s'^2}{r_s + r_s'} = \frac{3}{4} r \quad (865)$$

を得、此の條件を満足する様に鐵筋の位置が決定されば、鐵筋の數量に對しては

$$\begin{aligned} m A_s \sigma_s &= \frac{2\sqrt{2} M_t r_s}{3 r (r_s + r_s')} \\ &= \frac{M_t r_s}{\sqrt{2} (r_s^2 + r_s'^2)} \end{aligned} \quad (866)$$

が成立する。

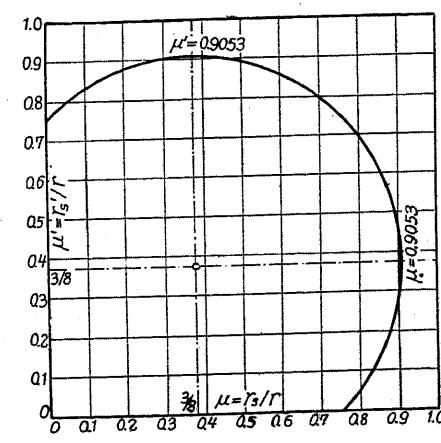
尙、(865)式に於て

$$r_s = \mu r, \quad r_s' = \mu' r$$

とすれば

$$\frac{\mu^2 + \mu'^2}{\mu + \mu'} = \frac{3}{4} \quad (867)$$

となり、 $\mu$  或は  $\mu'$  のうち何れか一つが與へられたる場合に、残りのものが虛數とならない爲には、簡



第 405 圖

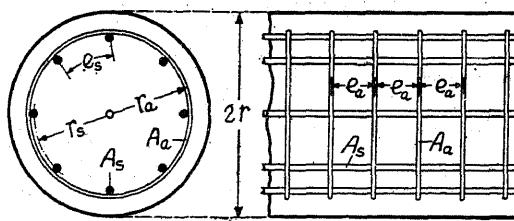
(1) 扭力論、後編(土木學會第 11 卷第 6 號、1416 頁)。

單なる計算に依つて

$$\mu \text{ 或は } \mu' \leq \frac{3}{8} (\sqrt{2} + 1) = 0.9053$$

でなければならぬことがわかる。即ち如何なる場合でも  $r_s$  を  $0.9053 r$  より大にすることは出来ない。第 405 圖は (867) 式を圖示したものであつて、之は  $\mu = \mu' = 3/8$  の點を中心として半径が  $3\sqrt{2}/8 = 0.5303$  なる圓を示すものである。

## 2) 軸鐵筋及び環狀鐵筋



第 406 圖

第 406 圖に示すが如く、断面積  $A_s$  なる軸鐵筋を半径  $r_s$  なる圓周上に  $m$  本、等間隔  $e_s = 2\pi r_s / m$  に配置し、直径  $2r_a$  なる圓形環狀鐵筋（断面積  $A_a$ ）を等間隔  $e_a$  に配置して捩モーメントに對抗する場合、軸鐵筋及び環狀鐵筋の張應力を  $\sigma_s$  及び  $\sigma_a$  とする。

軸鐵筋と環狀鐵筋との併用に依つてコンクリートの主張應力  $\sigma_t$  を受けるために、先づ軸鐵筋に就て考へれば、軸鐵筋に作用する張力の總和は  $\sigma_t \cdot dA$  の軸方向の分力の總和に等しく、且つ軸鐵筋の張力のモーメントの總和は  $\sigma_t \cdot dA$  の軸方向の分力のモーメントの總和に等しくなければならない。即ち

$$\left. \begin{aligned} m \sigma_s A_s &= \frac{2\pi r_s}{e_s} \sigma_s A_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \sigma_t dA, \\ m \sigma_s A_s r_s &= \frac{2\pi r_s^2}{e_s} \sigma_s A_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \sigma_t \rho dA \end{aligned} \right\} \quad (868)$$

でなければならない。茲に於て  $\sigma_t$  及び  $dA$  に對して (855) 及び (855a) の關係を代入すれば、

$$\text{上式より} \quad r_s = \frac{3}{4} r, \quad (869)$$

及び

$$m \sigma_s A_s = \frac{M_t}{2r_s} = \frac{2M_t}{3r}, \quad (870)$$

或は

$$\sigma_s A_s = \frac{M_t e_s}{4\pi r_s^2} = \frac{4M_t e_s}{9\pi r^2} \quad (871)$$

を得る。

次に環狀鐵筋に就て考へるに、環狀鐵筋 1 本の張力は、第 407 圖に於いて横斷面中  $OAB$  に相當する部分の主張應力の合力の軸に直角なる分力に等しく、且つ環狀鐵筋は此の分力の作用線を通じなければならない。故に、今角  $AOB$  を小なるものと假定すれば、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a A_a &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{OAB} \sigma_t dA, \\ \sigma_a A_a r_a &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{OAB} \sigma_t \rho dA \end{aligned} \right\} \quad (871)$$

であつて、 $\sigma_t$  及び  $dA$  に (855) 及び (855a) の値を代入して積分を行へば

$$\sigma_a A_a = \frac{M_t e_a}{3\pi r_a r}, \quad \sigma_a A_a r_a = \frac{M_t e_a}{4\pi r_a} \quad (872)$$

$$r_a = \frac{3}{4} r,$$

$$\text{及び} \quad \sigma_a A_a = \frac{M_t e_a}{4\pi r_a^2} = \frac{4M_t e_a}{9\pi r^2} \quad (873)$$

を得る。上式の結果より、軸鐵筋及び環狀鐵筋は、共に半径が  $r$  の  $3/4$  なる圓墻面上になければならないことになるが、之は鐵筋の銘接でも行はない限り、實行不可能であるから、實際的には環狀鐵筋を軸鐵筋の外側に密接して配置するか、或は大小 2 種の環狀鐵筋を交互に軸鐵筋の内側と外側とに配置すればよい。

鐵筋を設計するには、(870) 式及び (873) 式に依ればよいのであるが、軸鐵筋と環狀鐵筋との間には、常に

$$\frac{A_s \sigma_s}{A_a \sigma_a} = \frac{e_s}{e_a} \quad (874)$$

なる關係がある。故に軸鐵筋及び環狀鐵筋に生ずる張應力を相等しくするためには

$$A_s : e_s = A_a : e_a \quad (874a)$$

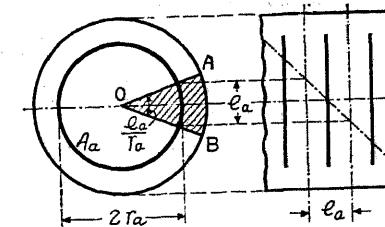
としなければならない。從つて  $A_s = A_a$  である場合には、 $e_s = e_a$ 、即ち各鐵筋の間隔を相等しくしなければならない。

## § 169. 中空圓形断面軸に於ける鐵筋の計算

第 408 圖或は第 409 圖の如き中空の圓形断面軸に於ける鐵筋の計算方法は、其の根本に於て前記の圓形断面軸に於けるものと異なる所はない。たゞ中空軸に對しては、圓形軸に對する (855) 式の代りに、(888) 式より

$$\sigma_t = \tau = \frac{2M_t}{\pi(r_o^4 - r_i^4)} \rho \quad (875)$$

とし、積分を  $\rho = r_i$  から  $\rho = r_o$  の間に就て行へばよいだけである。



第 407 圖

## 1) 螺旋筋(第408図)

軸の方向と $45^\circ$ の角度を有する螺旋筋を使用する場合に、 $A_s$ を螺旋筋1本の断面積、 $m$ を其の員数とすれば、(853)及び(854)の2個の平衡条件より

$$\left. \begin{aligned} m \sigma_s A_s &= \frac{2\sqrt{2} M_t}{3} \cdot \frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^4 - r_i^4}, \\ m \sigma_s A_s r_s &= \frac{M_t}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \quad (876)$$

第408図

を得、此の2式より鋼筋を配置すべき位置として

$$r_s = \frac{3}{4} \cdot \frac{r_0^4 - r_i^4}{r_0^3 - r_i^3} \quad (877)$$

となるが、若し厚さ( $r_0 - r_i$ )が充分に小である場合には、 $r_s$ は近似的に

$$r_s = \frac{1}{2} (r_0 + r_i) \quad (877a)$$

となり、鋼筋を中空軸の平均直徑の位置に配置してよいことになる。

螺旋筋が上述の如き位置にあるものとすれば、其の断面積、員数或は張應力の計算は

$$m \sigma_s A_s = \frac{2\sqrt{2} M_t}{3} \cdot \frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^4 - r_i^4} = \frac{M_t}{\sqrt{2} r_s} \quad (878)$$

に依つて行ふことが出来る。

## 2) 軸鋼筋及び環状鋼筋

第409図に示すが如く、環状鋼筋 $A_a$ 及び軸鋼筋 $A_s$ を併用する場合に、軸鋼筋の員数を $m$ 、其の間隔を $e_a$ 、環状鋼筋の間隔を $e_s$ 、之等の鋼筋を含む圓周の平均半径を $r_s$ とすれば、(868)の平衡条件より、軸鋼筋に對し

$$\left. \begin{aligned} m \sigma_s A_s &= \frac{2 M_t}{3} \cdot \frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^4 - r_i^4} = \frac{M_t}{2 r_s}, \\ \sigma_s A_s &= \frac{M_t e_s}{3 \pi r_s} \cdot \frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^4 - r_i^4} = \frac{M_t e_s}{4 \pi r_s^2} \end{aligned} \right\} \quad (879)$$

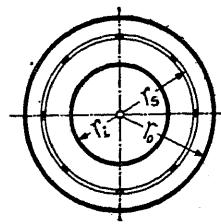
第409図

を得、環状鋼筋に對しては、(871)と同様の平衡条件より

$$\sigma_a A_a = \frac{M_t e_a}{3 \pi r_s} \cdot \frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^4 - r_i^4} = \frac{M_t e_a}{4 \pi r_s^2} \quad (880)$$

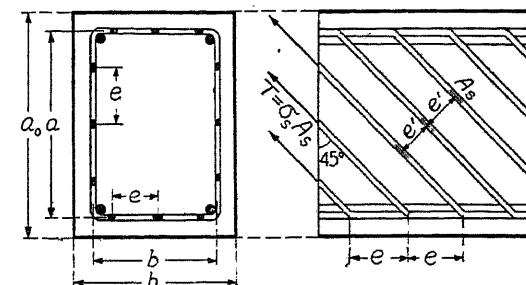
を得る。

尙、此の場合の $r_s$ の値には(877)若くは(877a)式が適用され、且つ圓形断面に於ける(874)或は(874a)の關係は、中空断面の場合にも其のまゝ適用される。



## § 170. 矩形断面軸に於ける鋼筋の計算

矩形断面の鋼筋コンクリート軸に於ける鋼筋の理論を、圓形軸又は中空圓形軸に於けると同様な方法で求めることは甚だ困難である。それで茲には第410図に示すが如き場合に對するヘーガー(Hager)又はメルシユ等の近似解法に就て述べる<sup>(1)</sup>。



第410図

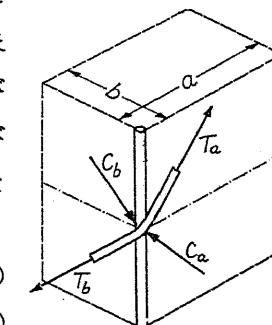
之等の理論に於ては、コンクリートに生ずる主張應力を螺旋筋に依つて受けと言ふ見地からではなく、單に軸の破壊又は之に近い状態に於て、軸に作用する振モーメントが、螺旋筋の張力とコンクリートの壓應力とに依つて平衡を保たれると言ふ見地から出發し、且つコンクリートの壓應力が螺旋筋の位置に集中して作用するものと假定する。

即ち軸に作用する振モーメントが著しく大となつて、螺旋筋の外側のコンクリートが既に剝落し或は殆んど剝落に近い状態に達したものと假定し、且つ螺旋筋とコンクリートとの間には何等の附着應力が作用しないものと假定すれば、螺旋筋の直線部分の張力は一定になり、之を長邊 $a$ に平行なる部分に於ては $T_a$ 短邊 $b$ に平行なる部分に於ては $T_b$ とする。故に第411図に示すが如く、任意の稜に於て $T_a$ 及び $T_b$ と平衡を保つために、此の點にコンクリートの壓力 $C_a$ 及び $C_b$ が集中して $45^\circ$ の方向に作用するものとすれば、 $T_a$ と $C_a$ 及び $T_b$ と $C_b$ とは共に互に直角であつて、之等の力が空間的に平衡を保つためには

$$T_a = C_a, \quad T_b = C_b, \quad T_a + C_a = T_b + C_b, \quad (881)$$

$$\text{即ち } T_a = T_b = T = \sigma_s A_s, \quad C_a = C_b = T \quad (882)$$

でなければならない。上記の關係より、振モーメント $M_t$ の半分はコンクリートの壓應力に依つて平衡を保たれ、残りの半分は螺旋筋の張力に依つて平衡を保たれることになる。



第411図

(1) K. Hager, Theorie des Eisenbetons, 1916, S. 214.

E. Mörsch, Der Eisenbetonbau, 1922, I. Bd., 2. Hälfte, S. 281.

Eisenbetonbau (Deutscher Beton-Verein), 1926, I. Bd., S. 364.

今螺旋筋の横断面に於ける間隔及び軸の方向に於ける間隔を  $e$  とし、螺旋筋間の垂直間隔を  $e'$  とし、且つ螺旋筋の員数を  $m$ 、このうち長邊  $a$  に現はれる員数を  $m_a$ 、短邊  $b$  に現はれる員数を  $m_b$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} e &= \sqrt{2} e' = \frac{2(a+b)}{m}, \\ m_a &= \frac{a}{e} = \frac{m \cdot a}{2(a+b)}, \quad m_b = \frac{b}{e} = \frac{m \cdot b}{2(a+b)} \end{aligned} \right\} \quad (883)$$

であつて、横断面の方向の  $T$  の分力  $T/\sqrt{2}$  のモーメントの総和が前述の如く  $M_t/2$  に等しいから

$$\frac{M_t}{2} = \frac{T}{\sqrt{2}} (m_a b + m_b a) = \frac{T}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m a b}{a+b}$$

であつて、従つて

$$T = \sigma_s A_s = \frac{M_t}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a+b}{m a b} = \frac{M_t e}{2 \sqrt{2} a b} \quad (884)$$

となり、此の式に依つて矩形断面軸に於ける螺旋筋のすべての計算を近似的に行ふことが出来る。然し之等の結果は、すべて前述の種々なる假定に立脚せるものであるから、可成りの誤謬を招來することを銘記しなければならない。

## 第九章

### 雜論

#### 第一節 コンクリートの収縮或は膨脹に依る應力

##### § 171. 總說

コンクリートは其の硬化作用の進行するに伴ひ、§ 40 に述べた如く、一般に温潤養生の場合には膨脹し、乾燥養生の場合には収縮する。また § 41 に述べた如く、温度の変化に依つてもコンクリートは膨脹し或は収縮する。

先づ温度の変化の影響に就て考へるに、コンクリートの温度變化に依る膨脹係数は鐵筋の膨脹係数と殆んど相等しく、一般には此の兩者を同一のものと假定するのが普通である。従つて此の假定に従ふ限り、鐵筋コンクリート部材が完全に自由に變形し得る場合には、如何に温度が變化しても之に依つて特殊の應力は一般に發生しない。また部材の變形が自由でない場合には、温度變化の影響をすべて構造力学に依つて部材に作用する軸方向力、曲モーメント或は捩モーメントとして表すことが出来るから、従つて此の場合には今までに論述した理論に依つて温度變化に依る應力を算出することが出来る。また假令コンクリート及び鐵筋の膨脹係数が完全に同一でないとしても、其の差は極めて僅かであるから、之のみに依つて生ずる特殊の應力の値は極めて僅少である。故に單に温度變化のみの影響に就ては、茲に於て特に論述する必要はない。

本節に於て特に論述せんとするものは、コンクリートの硬化に伴ふ膨脹又は収縮の影響である。即ちコンクリートの硬化に伴ふ膨脅又は収縮は、鐵筋とは無關係に生ずるものであるから、コンクリートが膨脅する場合には、後述の如く鐵筋に張應力を、コンクリートに壓應力を生じ、コンクリートが収縮する場合には、鐵筋に壓應力を、コンクリートに張應力を生ずる。温潤養生に依つて生ずるコンクリートの膨脅は普通に餘り著しくなく、且つ之に依つてコンクリート中に生ずる應力は壓應力であるから、此の問題は餘り重要なことではないが、乾燥養生に依つて生ずるコンクリートの収縮は可成り大であつて、且つ之に依つてコンクリート中に張應力を生ずるから、龜裂の發生等を考慮する場合には、コンクリートの収縮は可成り重要視されてよい問題である。

### § 172. 部材の両端が固定せられたる場合

埋込枠に於けるが如く、両端固定の鐵筋コンクリート部材に於て、コンクリートが收縮或は膨脹しても、部材の軸が直線であつて、收縮或は膨脹が部材中一様である場合には、見掛上部材には何等の変形も起らない。それで第412図に示すが如く、部材の変形が完全に自由である場合に、コンクリートが長さ $l$ に對して $\Delta l$ なる收縮(或は膨脹)をするものとすれば、両端が埋込で固定された場合には、 $\Delta l/l$ なる張變形率(或は壓變形率)が生ずることになる。即ちコンクリート中には張應力(或は壓應力)が生ずる。

今コンクリートの硬化に依る變形の割合、即ち $\Delta l/l$ を $\varepsilon$ とすれば、コンクリートに生ずる應力は

$$\sigma_c = \varepsilon E_c \quad (885)$$

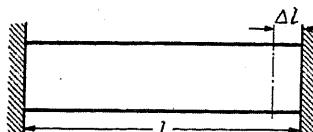
である。但しコンクリートが收縮する場合には、 $\varepsilon$ は張變形率に相當し、従つて $\sigma_c$ は張應力となり、 $E_c$ にはコンクリートの張彈性係數を代入すべく、コンクリートが膨脹する場合には、 $\varepsilon$ は壓變形率に相當し、従つて $\sigma_c$ は壓應力となり、 $E_c$ にはコンクリートの壓彈性係數を代入せねばならない。

尚、此の場合には鐵筋とコンクリートとの接觸面に何等の附着應力を生ぜず、従つて鐵筋の位置如何に拘はらず、理論上鐵筋には應力が生じない。

### § 173. 部材が自由に變形し得る場合

コンクリートが收縮或は膨脹するも、部材の変形が完全に自由である場合には、若し鐵筋がなければコンクリート中には何等の應力も生じないが、鐵筋が存在する場合には、鐵筋がコンクリートの變形に抵抗して、コンクリート及び鐵筋の中に應力を生ずる。此の場合に対する計算としては、先づコンクリートと鐵筋との間には充分なる附着應力が作用し、之に依つて兩者の間の應力の傳達が行はれること、及び變形前平面であつた部材の横斷面は變形後も平面であるものと假定する。

尚以下すべての計算に於ては、コンクリートが一様に收縮するものとする。それは此の場合には一般にコンクリート中に張應力を生じ、コンクリートに對して最も危険なるのみならず、コンクリートが膨脹する場合には、單に變形率及び應力の符號を反対とするだけで、其の算式には何等の變更をも必要としないからである。またコンクリートの彈性係數を一定と假定する



第412図

ことは言ふまでもない。

#### (1) コンクリート及び鐵筋の断面重心が一致する場合

コンクリート及び鐵筋の断面重心が一致する場合に、コンクリートの變形が一様であるものとすれば、部材には彎曲が起らない。第413図に示すが如く、鐵筋が無い場合に長さ $l$ のコンクリートが $\Delta l$ だけ收縮し、即ちIの断面がIIの位置に来るが、鐵筋がある場合には部材全體が $\Delta l$ だけ收縮し、即ちIの断面がIIIの位置に来るものとする。今

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (\text{無筋コンクリートの收縮率}),$$

$$\varepsilon_s = \frac{\Delta l_s}{l} \quad (\text{鐵筋コンクリートの收縮率, 即ち鐵筋の壓變形率}),$$

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta l_c}{l} \quad (\text{コンクリートの張變形率})$$

であるから、コンクリートに生ずる張應力 $\sigma_c$ 及び鐵筋に生ずる壓應力 $\sigma_s$ は、夫々

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c = E_c (\varepsilon - \varepsilon_s), \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s (\varepsilon - \varepsilon_c) \quad (886)$$

となる。然るに該部材断面には何等の外力も作用しないから

$$A_c \sigma_c = A_s \sigma_s, \quad \text{即ち} \quad A_c E_c (\varepsilon - \varepsilon_s) = A_s E_s \varepsilon_s$$

でなければならない。茲に $A_c$ 、 $E_c$ 、 $A_s$ 及び $E_s$ は夫々コンクリート及び鐵筋の断面積及び彈性係數であつて、此の關係を

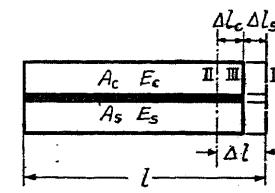
$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad p = \frac{A_s}{A_c}$$

とすれば、上式より

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_c &= \frac{n p \varepsilon}{1 + n p} = n p \varepsilon_s = \varepsilon - \varepsilon_s, \\ \varepsilon_s &= \frac{\varepsilon}{1 + n p} = \frac{1}{n p} \varepsilon_c = \varepsilon - \varepsilon_c, \end{aligned} \right\} \quad (887)$$

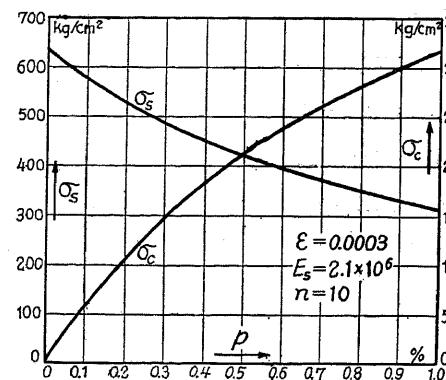
$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{n p \cdot E_c \varepsilon}{1 + n p} = \frac{p \cdot E_s \varepsilon}{1 + n p} = p \sigma_s, \\ \sigma_s &= \frac{E_s \varepsilon}{1 + n p} = \frac{1}{p} \sigma_c \end{aligned} \right\} \quad (888)$$

となる。但し上式に於て $\sigma_c$ は張應力、 $\sigma_s$ は壓應力である。若しコンクリートが膨脹する場合には $\sigma_c$ は壓應力、 $\sigma_s$ は張應力となる。何れにしても $\sigma_c$ の小なる場合であるから、大略 $n = 10$ とすべきである。上記の式より明かなるが如く、 $A_s$ が $A_c$ に比して大となる程コンクリートに生すべきである。

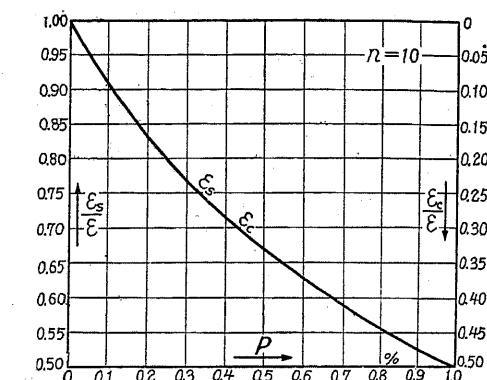


第413図

する変形率及び應力が大となる。今コンクリートの收縮に對して  $\varepsilon = 0.0003$ ,  $E_s = 2100000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $n = 10$  として  $\varepsilon_c$ ,  $\varepsilon_s$ ,  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を圖示すれば、第 414 圖及び第 415 圖となる。



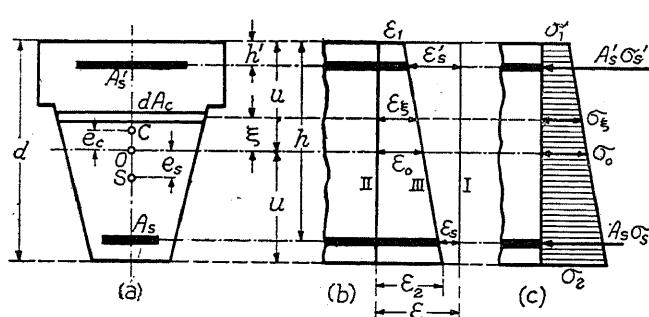
第 414 圖



第 415 圖

之等の結果は、骨頭に假定せるが如く、變形前平面であつた横断面が變形後も平面となるものと考へて、即ち  $s_c + \varepsilon_s = \varepsilon$  として算出したのであるが、實際に於ては變形前平面であつた横断面は變形後平面とはならず、其の平均に就て考へても、 $\varepsilon_c$  及び  $\varepsilon_s$  は共に (887) 式の値より小となり、從つて  $\sigma_c$  も  $\sigma_s$  も共に (888) 式の値より小となる。之に關する理論的の解法は第二節に於て述べることにする。

## 2) コンクリート及び鐵筋の斷面重心が一致せざる場合



第 416 圖

までの距離  $e_c$  及び  $e_s$  は

$$\left. \begin{aligned} e_c &= \frac{\int_{A_c} \xi dA_c}{A_c} = \frac{G_c}{A_c}, \\ e_s &= \frac{A_s(h-u) - A'_s(u-h')}{A_s + A'_s} = \frac{G_s - G'_s}{A_s + A'_s} \end{aligned} \right\} \quad (889)$$

第 416 圖に於て、 $C$  をコンクリート断面  $A_c$  の重心、 $S$  を鐵筋断面  $A_s + A'_s$  の重心、 $O$  を有効等価断面  $A_i = A_c + n(A_s + A'_s)$  の重心とすれば、 $C$  と  $S$  とは一般に  $O$  に對して反対の側にあつて、 $O$  より  $C$  或は  $S$

に依つて計算される。茲に  $G_c$ ,  $G_s$  及び  $G'_s$  は夫々  $A_c$ ,  $A_s$  及び  $A'_s$  の  $O$  の周りの一次モーメントであつて、上記の計算の結果  $e_c$  及び  $e_s$  が負となることは、 $C$  と  $S$  が  $O$  に對して第 416 圖とは反対の位置にあることを意味する。尙  $O$  の位置は、§ 60, 4) に依つて之を決定することが出来る。

今、鐵筋が存在せざる場合には、コンクリートの收縮  $\varepsilon$  に依つて断面 I が II の位置に來るが、鐵筋の存在する場合には III の位置に來るものとすれば、一般にコンクリートに張變形率、鐵筋に壓變形率を生じ、從つてコンクリートに張應力、鐵筋に壓應力を生ずる。之等を第 416 圖 (b) の  $\varepsilon_0$  及び  $\varepsilon_1$  を基準として表はせば、次の如くになる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_t &= \varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{u} \xi, & \varepsilon_s &= \varepsilon - \varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{u}(h-u), \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{u}(d-u), & \varepsilon'_s &= \varepsilon - \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{u}(u-h'), \\ \sigma_0 &= E_c \varepsilon_0, & \sigma_1 &= E_c \varepsilon_1, & \sigma_2 &= E_c \varepsilon_2, & \sigma_t &= E_c \varepsilon_t, \\ \sigma_s &= E_s \varepsilon_s, & \sigma'_s &= E_s \varepsilon'_s, & \sigma'_s &= E_s \varepsilon'_s = n E_c \varepsilon_s. \end{aligned} \right\} \quad (890)$$

之等の値を決定するためには、 $\varepsilon_0$  と  $\varepsilon_1$  を決定すればよい。此のためには次の 2 個の平衡條件を利用する。即ち單にコンクリートの收縮のみの影響を考慮すれば、断面には何等の外力も作用しないから、第一に断面に作用する應力の總和は零でなければならない。第二には断面に作用する應力の任意の軸(例へば  $O$  軸)の周りのモーメントの總和は零でなければならない。故に此の 2 條件より

$$\left. \begin{aligned} \int_{A_c} \sigma_t dA_c - A'_s \sigma'_s - A_s \sigma_s &= 0, \\ \int_{A_c} \sigma_t \xi dA_c - A'_s \sigma'_s (u-h') + A_s \sigma_s (h-u) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (891)$$

を得、之に (890) の關係を代入し、 $O$  軸のまはりの有効等価断面の一次モーメントが零であること、即ち

$$\int_{A_c} \xi dA_c + n A'_s (u-h') - n A_s (h-u) = 0$$

$$G_c + n(G'_s - G_s) = 0$$

或は

なることを考慮すれば

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 (A_c + n A_s + n A'_s) &= \varepsilon \cdot n (A_s + A'_s), \\ \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{u} (I_c + n I_s + n I'_s) &= \varepsilon \cdot n (G_s - G'_s), \end{aligned} \right\} \quad (892)$$

或は

$$\left. \begin{aligned} (\varepsilon - \varepsilon_0) (A_c + n A_s + n A'_s) &= \varepsilon A_c, \\ \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{u} (I_c + n I_s + n I'_s) &= \varepsilon G_c. \end{aligned} \right\} \quad (892a)$$

を得る。但し  $I_c$ ,  $I_s$  及び  $I'_s$  は夫々  $O$  軸のまわりの  $A_c$ ,  $A_s$  及び  $A'_s$  の二次モーメントである。

$$\left. \begin{array}{l} A_i = A_c + n(A_s + A'_s), \quad I_i = I_c + n(I_s + I'_s), \\ N_s = \varepsilon E_s (A_s + A'_s), \quad N_c = \varepsilon E_c A_c, \\ e_s = \frac{G_s - G'_s}{A_s + A'_s}, \quad e_c = \frac{G_c}{A_c} \end{array} \right\} \quad (893)$$

とすれば、(892) 及び (892a) より

$$\varepsilon_0 = \frac{N_s}{E_c A_i}, \quad \varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{N_c}{E_s A_i}, \quad \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{u} = \frac{N_s e_s}{E_c I_i} = \frac{N_c e_c}{E_s I_i} \quad (894)$$

を得、従つて (890) より変形率及び應力は

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \frac{N_s}{E_c} \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e_s u}{I_i} \right), \quad \varepsilon_2 = \frac{N_s}{E_c} \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e_s u'}{I_i} \right), \\ \sigma_1 = N_s \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e_s u}{I_i} \right), \quad \sigma_2 = N_s \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e_s u'}{I_i} \right); \end{array} \right\} \quad (895)$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_s = \frac{N_c}{E_s} \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e_c(h-u)}{I_i} \right), \quad \varepsilon'_s = \frac{N_c}{E_s} \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e_c(u-h')}{I_i} \right), \\ \sigma_s = N_c \left( \frac{1}{A_i} - \frac{e_c(h-u)}{I_i} \right), \quad \sigma'_s = N_c \left( \frac{1}{A_i} + \frac{e_c(u-h')}{I_i} \right) \end{array} \right\} \quad (896)$$

となる。即ちコンクリートに生ずる変形率及び應力は、鐵筋の断面重心に  $N_s = \varepsilon E_s (A_s + A'_s)$  なる軸方向力が作用する場合と同様であり、鐵筋に生ずる変形率及び應力は、コンクリートの断面重心に作用する  $N_s = \varepsilon E_s A_c$  に依つて惹起されるものに等しい。但しコンクリートが收縮する場合には  $N_s$  は張力、 $N_c$  は壓力であり、コンクリートが膨脹する場合には  $N_s$  は壓力、 $N_c$  は張力である。

従つてコンクリートが收縮する場合には、コンクリートに張應力を、鐵筋には壓應力を生じ、コンクリートが膨脹する場合には、コンクリートに壓應力を、鐵筋には張應力を生ずるのが普通であるが、(895) より明かなるが如く

$$e_s > \frac{I_i}{A_i u} \quad \text{或は} \quad -e_s > \frac{I_i}{A_i u'}$$

の場合には、 $\varepsilon_1$  と  $\varepsilon_2$  及び  $\sigma_1$  と  $\sigma_2$  は互に符号が反対となり、更に (896) より

$$e_s > \frac{I_i}{A_i(h-u)} \quad \text{或は} \quad -e_s > \frac{I_i}{A_i(u-h')}$$

の場合には、 $\varepsilon_s$  と  $\varepsilon'_s$  及び  $\sigma_s$  と  $\sigma'_s$  は互に符号が反対となる。

尚  $e_s = e_c = 0$  の場合に、(895) 及び (896) 式が (887) 及び (888) 式に一致することは言ふまでもない。

### § 174. 矩形断面

第 417 圖の如き複鐵筋矩形断面の重心  $O$  の位置は、(82a) に依り

$$u = \frac{\frac{b d^3}{2} + n(A_s h + A'_s h')}{b d + n(A_s + A'_s)}$$

で決定され、 $e_c$  及び  $e_s$  は夫々

$$\left. \begin{array}{l} e_c = u - \frac{d}{2} = \frac{n \left[ A_s \left( h - \frac{d}{2} \right) - A'_s \left( \frac{d}{2} - h' \right) \right]}{b d + n(A_s + A'_s)}, \\ e_s = \frac{A_s(h-u) - A'_s(u-h')}{A_s + A'_s} \\ = \frac{b d}{A_s + A'_s} \cdot \frac{A_s \left( h - \frac{d}{2} \right) - A'_s \left( \frac{d}{2} - h' \right)}{b d + n(A_s + A'_s)} = \frac{b d}{n(A_s + A'_s)} e_c \end{array} \right\} \quad (897)$$

となる。此の値と共に

$$\left. \begin{array}{l} A_i = b d + n(A_s + A'_s), \\ I_i = \frac{b}{3} [u^3 + (d-u)^3] + n A_s (h-u)^2 + n A'_s (u-h')^2, \\ N_s = \varepsilon E_s (A_s + A'_s), \quad N_c = \varepsilon E_c \cdot b d \end{array} \right\} \quad (898)$$

を (895) 及び (896) に代入すれば、コンクリートの收縮或は膨脹に依つて生ずる変形率及び應力を計算することが出来る。

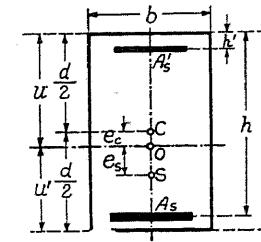
特に第 418 圖の如き單鐵筋矩形断面に於て、 $A_s = p \cdot b d$  とすれば

$$\left. \begin{array}{l} u = \frac{\frac{d}{2} + n p h}{1 + n p}, \\ e_c = \frac{n p \left( h - \frac{d}{2} \right)}{1 + n p}, \quad e_s = \frac{h - \frac{d}{2}}{1 + n p}, \end{array} \right\} \quad (899)$$

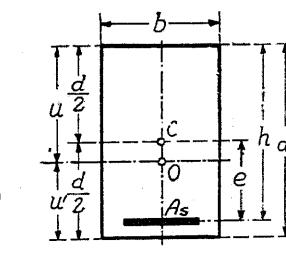
$$\left. \begin{array}{l} N_c = \varepsilon E_s b d, \quad N_s = p N_c, \quad A_i = (1 + n p) b d, \\ I_i = \left[ 1 + \frac{12 n p}{1 + n p} \left( \frac{h}{d} - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \frac{b d^3}{12} \end{array} \right\} \quad (900)$$

であつて、之等を一般式に代入し、且つ

$$e = e_c + e_s = h - \frac{d}{2}$$



第 417 圖



第 418 圖

とすれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= E_c \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon E_s p \left(1 \mp \frac{6e}{d}\right)}{1 + np \left(1 + \frac{12e^2}{d^2}\right)}, \\ \sigma_2 &= E_c \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon E_s}{1 + np \left(1 + \frac{12e^2}{d^2}\right)} = \frac{\sigma_2}{p \left(1 + \frac{6e}{d}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (901)$$

を得ることが出来る。

## 第二節 附着應力に關聯する二三の問題の理論的解法

### § 175. 總 説

鋼筋とコンクリートとの接觸面に作用する附着應力及び附着強度に關する實驗的事實は、既に § 48 乃至 § 50 に於て記述した通である。其の際また引抜試験或は押込試験の場合の附着應力の分布に關する二三の想像的解釋を附記した。即ち (68) 式及び第 86 圖、第 87 圖等が夫れである。然し之等はすべて各部分の附着應力を直接に測定して得たる結果ではなく、單に所謂附着強度が鋼筋の埋込長に依つて變化すると言ふ實驗結果を基準とし、之に或種の假定を設けて想像せられた結果に過ぎない。故に第 86 圖、第 87 圖或は (68) 式が如何なる場合にも成立すると考へることは出來ない。即ち之等はすべて鋼筋の一端に力が加へられた場合、他の一端が將に滑動を開始せんとする時を基準として居り、從つて鋼筋全體に就ては事實上相當の滑動が生じて居り、コンクリートと鋼筋との附着が事實上既に破れて居る狀態を基準として居るからである。そこで著者はアルノヴリエヴィチ (Arnovljevic)<sup>(1)</sup> が發表した此の種問題の解法に從つて、之を今少しく一般的にし、鋼筋とコンクリートとの間の附着應力及び應力傳達に關する二三の問題に就て、以下記述するが如き理論的解法を試みた<sup>(2)</sup>。勿論此の種の理論的解法には多くの假定が設けられるから、其の結果を直ちに真であるとは主張しないが、然し之に依つて少くとも百尺竿頭一步を進め得るものと考へる。特に此の解法の結果と、上記 § 48 に記述したものと根本的に相違するものがあるが、夫は此の解法に於てはすべて彈性を假定し、且つコン

(1) Arnovljevic, "Das Verteilungsgesetz der Haftspannungen bei axial beanspruchten Verbundstäben" (Zeitschr. f. Arch.- u. Ingenieurwesen, 1909, S. 413).

(2) 「軸方向力を受ける鋼筋コンクリート部材に於ける應力の分布に關する二三の理論的問題に就て」(土木學會誌、第 19 卷第 3 號、昭和 8 年)。

クリートと鋼筋との附着が完全である場合を基準とするのに反し、§ 48 に記述したものでは、前述の如く鋼筋とコンクリートとの附着が破れて居る場合を基準とするからである。

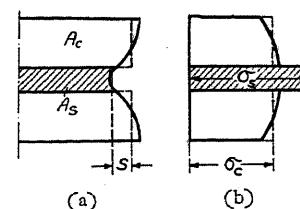
以下の理論的解法の基準となす假定は次の如きものである。

- (1) コンクリート及び鋼筋の断面重心は一致し、部材に彎曲を生ぜざるものとする。
- (2) 問題をすべて彈性の成立する範圍に限定する。從つてコンクリート及び鋼筋の縦弾性係数  $E_c$  及び  $E_s$  を夫々一定値とし、 $E_s$  と  $E_c$  の比を  $n$  とする。

(3) 縦變形のみを考慮し、横變形は之に對して省略する。

即ちボアソン數を無限大とする。

- (4) 部材の横断面は變形後は一般に第 419 圖 (a) の如く曲面となるが、コンクリートの平均變形と鋼筋の平均變形との差を  $s$  で以て表はす。



第 419 圖

- (5) コンクリートに作用する垂面應力及び鋼筋に作用する

垂面應力は共に横断面中一様ではないが、第 419 圖 (b) に示すが如く、其の平均値を  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  とする。

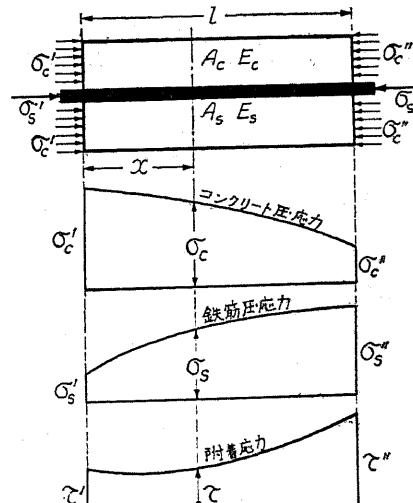
- (6) 附着應力  $\tau$  はコンクリート及び鋼筋の平均變形の差  $s$  に正比例するものと假定する<sup>(1)</sup>。  
即ち

$$s = k \cdot \tau.$$

- (7) 垂面應力はすべて壓縮の場合を正とし、  
鋼筋がコンクリートに對して左方に移動せんとする場合に  $s$  及び  $\tau$  を正とする。

### § 176. 部材兩端の垂面應力が與へられたる場合の一般解法

第 420 圖に示すが如く、部材の長さを  $l$  とし、左端を  $x$  の原點とする。 $x = 0$  に於てはコンクリートに  $\sigma'_c$ 、鋼筋に  $\sigma'_s$  なる應力が作用し、 $x = l$  に於てはコンクリートに  $\sigma''_c$ 、鋼筋に  $\sigma''_s$  なる應力が作用する場合に、部材内部に生ずる  $\sigma_c$ 、 $\sigma_s$  及



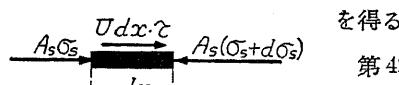
第 420 圖

(1) 此の假定は實に本問題に於ける重要な假定の一つではあるが、之が果して適當であるや否やを判斷するに足る實驗結果は今までの所見當らない。從つて本假定の實驗的批判は之を後日に保留する。

び $\tau$ の変化の有様を求めるとする。

先づ部材の各断面に於ける垂面力の平衡より

$$A_c \sigma_c + A_s \sigma_s = A_c \sigma'_c + A_s \sigma'_s = A_c \sigma''_c + A_s \sigma''_s \quad (903)$$



第421圖

を得る。

第421圖に示すが如く、長さ $dx$ なる鉄筋に作用する力の平衡より

$$A_s \cdot d \sigma_s = U \cdot d x \cdot \tau \text{ 或は } \frac{d \sigma_s}{d x} = \frac{U}{A_s} \tau, \quad (904)$$

但し $U$ は鉄筋の周邊長の総和である。

次に $dx$ の間に於ける $s$ の変化を $ds$ とすれば、之は第422圖に示すが如く $dx$ 間に於けるコンクリート及び鉄筋の変形の差に等しいから

$$ds = k \cdot d \tau = \left( \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\sigma_a}{E_a} \right) dx,$$

即ち

$$\frac{d \tau}{d x} = \frac{1}{k} \left( \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\sigma_a}{E_a} \right). \quad (905)$$

茲に於て(903), (904)及び(905)の3式より $\sigma_c$ と $\sigma_s$ とを消去すれば、 $\tau$ に關して

$$\frac{d^2 \tau}{d x^2} - a^2 \tau = 0 \quad (906)$$

なる微分方程式を得る。但し係数 $a^2$ は、 $A_s = p A_c$ とすれば

$$a^2 = \frac{U(A_c E_c + A_s E_s)}{k \cdot A_c E_c \cdot A_s E_s} = \frac{U(1 + np)}{k \cdot A_s E_s} = \frac{U(1 + \frac{1}{np})}{k \cdot A_c E_c} \quad (907)$$

であつて、微分方程式(906)の一般解は

$$\tau = A \cosh \alpha x + B \sinh \alpha x \quad (908)$$

で表はされる。茲に $A$ 及び $B$ は邊縁條件に依り決定すべき常数である。

$A$ 及び $B$ を決定するには(905)式に依るのが便利である。即ち(908)式の兩邊を $x$ にて微分すれば

$$\frac{d \tau}{d x} = \alpha (A \sinh \alpha x + B \cosh \alpha x) \quad (909)$$

となり、 $x = 0$ に於て $\sigma_c = \sigma'_c$ ,  $\sigma_s = \sigma'_s$ なるが故に

$$\left( \frac{d \tau}{d x} \right)_{x=0} = \alpha B = \frac{1}{k} \left( \frac{\sigma'_s}{E_s} - \frac{\sigma'_a}{E_a} \right),$$

同様に $x = l$ に於て $\sigma_c = \sigma''_c$ ,  $\sigma_s = \sigma''_s$ なるが故に

$$\left( \frac{d \tau}{d x} \right)_{x=l} = \alpha (A \sinh \alpha l + B \cosh \alpha l) = \frac{1}{k} \left( \frac{\sigma''_s}{E_s} - \frac{\sigma''_a}{E_a} \right)$$

を得、此の兩式より $A$ 及び $B$ を解けば

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{\alpha k E_s \sinh \alpha l} [(\sigma''_s - n \sigma''_a) - (\sigma'_s - n \sigma'_a) \cosh \alpha l], \\ B &= \frac{1}{\alpha k E_s} (\sigma'_s - n \sigma'_a), \end{aligned} \right\} \quad (910)$$

となり、之を(908)に代入すれば、 $\tau$ は次の如くになる。

$$\tau = \frac{1}{\alpha k E_s \sinh \alpha l} [(\sigma''_s - n \sigma''_a) \cosh \alpha x - (\sigma'_s - n \sigma'_a) \cosh \alpha(l-x)]. \quad (911)$$

特に $x = 0$ 及び $x = l$ に於ける附着應力を $\tau'$ 及び $\tau''$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \tau' &= \frac{1}{\alpha k E_s \sinh \alpha l} [(\sigma''_s - n \sigma''_a) - (\sigma'_s - n \sigma'_a) \cosh \alpha l], \\ \tau'' &= \frac{1}{\alpha k E_s \sinh \alpha l} [(\sigma''_s - n \sigma''_a) \cosh \alpha l - (\sigma'_s - n \sigma'_a)]. \end{aligned} \right\} \quad (911a)$$

次に $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ を求むれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \sigma'_c - \frac{U}{A_c} \int_0^x \tau d x = \sigma''_c + \frac{U}{A_c} \int_x^l \tau d x, \\ \sigma_s &= \sigma'_s + \frac{U}{A_s} \int_0^x \tau d x = \sigma''_s - \frac{U}{A_s} \int_x^l \tau d x \end{aligned} \right\} \quad (912)$$

なる關係に依つて

$$\sigma_c = \frac{1}{(1+np) \sinh \alpha l} [(\sigma'_c + p \sigma'_s) \sinh \alpha l - p (\sigma''_s - n \sigma''_a) \sinh \alpha x - p (\sigma'_s - n \sigma'_a) \sinh \alpha(l-x)], \quad (913)$$

$$\sigma_s = \frac{1}{(1+np) \sinh \alpha l} [n (\sigma'_c + p \sigma'_s) \sinh \alpha l + (\sigma''_s - n \sigma''_a) \sinh \alpha x + (\sigma'_s - n \sigma'_a) \sinh \alpha(l-x)] \quad (914)$$

となる。

上記の解法は、言ふまでもなく鉛接或は銲結せられたる部材に於ける應力分布の解法<sup>(1)</sup>と殆

(1) Arnovljevic, Zur Kraftverteilung in genieteten Stäben (Österr. Wochenschrift f. d. öffentl. Baudienst, 1908, H. 34),  
Inanspruchnahme der Anschlussnieten elastischer Stäbe (Zeitsch. f. Arch.- u. Ing.-Wesen, 1909, H. 2),  
Fillunger, Über die Festigkeit von Löt-, Leim- und Nietverbindungen (Österr. Wochenschrift f. d. öffentl. Baudienst, 1919, H. 7/8),  
Hovgaard, Die Spannungsverteilung in Schweißungen (Zeitsch. f. angewandte Math. u. Mech., Bd. 11, 1931, H. 5) etc.

んど同様であるが、之と相違する點は、部材を形成する2材料の弾性係数が異なるものと考へたことである。従つて上記の理論は鐵筋コンクリートを其の対象としたのであるが、一般に弾性係数の異なる2材料を接着した場合にも之を應用することが出来る。

### § 177. 押込試験の場合

第423図の如く鐵筋の一端に $P$ なる壓力を加へ、之をコンクリート中に押込む場合には

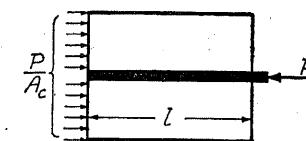
$$x=0 \text{ に於て } \sigma_e' = \frac{P}{A_e}, \quad \sigma_s' = 0,$$

$$x=l \text{ に於て } \sigma_e'' = 0, \quad \sigma_s'' = \frac{P}{A_s}$$

である。従つて § 176 の一般解より、直ちに次の結果を得る。

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\alpha P [\cosh \alpha x + n p \cosh \alpha (l-x)]}{U(1+n p) \sinh \alpha l}, \\ \tau' &= \frac{\alpha P [1 + n p \cosh \alpha l]}{U(1+n p) \sinh \alpha l}, \\ \tau'' &= \frac{\alpha P [\cosh \alpha l + n p]}{U(1+n p) \sinh \alpha l}; \end{aligned} \quad (915)$$

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \frac{P [\sinh \alpha l - \sinh \alpha x + n p \sinh \alpha (l-x)]}{A_e (1+n p) \sinh \alpha l}, \\ \sigma_s &= \frac{P [n p \sinh \alpha l + \sinh \alpha x - n p \sinh \alpha (l-x)]}{A_s (1+n p) \sinh \alpha l}. \end{aligned} \quad (916)$$



第423図

### § 178. 引抜試験の場合

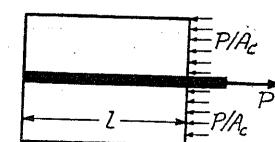
第424図の如く、鐵筋の一端に $P$ なる張力を加へて鐵筋を引抜かんとする場合には

$$x=0 \text{ に於て } \sigma_e' = \sigma_s' = 0,$$

$$x=l \text{ に於て } \sigma_e'' = +\frac{P}{A_e}, \quad \sigma_s'' = -\frac{P}{A_s} \text{ (張應力)}$$

であつて、之を § 176 の一般解に代入すれば、次の結果を得ることが出来る。

$$\begin{aligned} \tau &= -\frac{\alpha P \cdot \cosh \alpha x}{U \cdot \sinh \alpha l} = \tau' \cosh \alpha x, \\ \tau' &= -\frac{\alpha P}{U \cdot \sinh \alpha l}, \quad \tau'' = \tau' \cosh \alpha l, \\ \sigma_e &= +\frac{P \cdot \sinh \alpha x}{A_e \cdot \sinh \alpha l} = -p \sigma_s, \quad \sigma_s = -\frac{P \cdot \sinh \alpha x}{A_s \cdot \sinh \alpha l} = -\frac{1}{p} \sigma_e. \end{aligned} \quad (917)$$

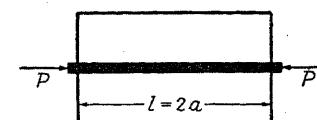


第424図

### § 179. 鐵筋の兩端に壓力を加へる場合

第425図に示すが如く、鐵筋の兩端に $P$ なる壓力を加へた場合、其の中間に於て生ずる附着應力、コンクリートの壓應力及び鐵筋の壓應力の分布を求める。此の場合

$$\sigma_e' = \sigma_s'' = \frac{P}{A_s}, \quad \sigma_e'' = \sigma_s' = 0$$



第425図

であるから、§ 176 の一般解より

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{\alpha P [\cosh \alpha x - \cosh \alpha (l-x)]}{U(1+n p) \sinh \alpha l}, \\ \sigma_e &= \frac{P [\sinh \alpha l - \sinh \alpha x - \sinh \alpha (l-x)]}{A_e (1+n p) \sinh \alpha l}, \\ \sigma_s &= \frac{P [n p \sinh \alpha l + \sinh \alpha x + \sinh \alpha (l-x)]}{A_s (1+n p) \sinh \alpha l} \end{aligned} \right\} \quad (918)$$

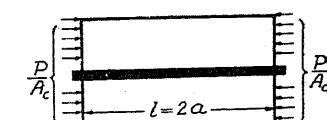
となり、 $l = 2a$  とすれば次の結果となる。

$$\left. \begin{aligned} \tau &= -\frac{\alpha P \cdot \sinh \alpha (a-x)}{U(1+n p) \cosh \alpha a}, \\ \tau' &= -\tau'' = -\frac{\alpha P \cdot \tanh \alpha a}{U(1+n p)}, \\ \sigma_e &= \frac{2 P \cdot \sinh \frac{\alpha x}{2} \cdot \sinh \alpha \left(a - \frac{x}{2}\right)}{A_e (1+n p) \cosh \alpha a}, \\ \sigma_s &= \frac{P [n p \cosh \alpha a + \cosh \alpha (a-x)]}{A_s (1+n p) \cosh \alpha a}. \end{aligned} \right\} \quad (918a)$$

### § 180. コンクリートの兩端に壓力を加へる場合

第426図の如く、コンクリートの兩端にのみ $P$ なる壓力を加へる場合には

$$\sigma_e' = \sigma_s'' = \frac{P}{A_c}, \quad \sigma_e'' = \sigma_s' = 0$$



第426図

であつて、§ 176 の一般解より直ちに

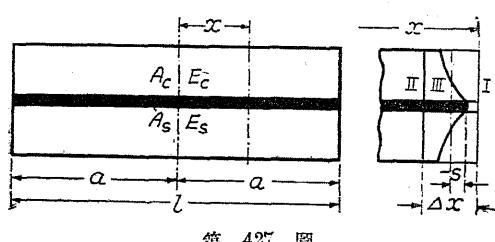
$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{\alpha n p P [-\cosh \alpha x + \cosh \alpha (l-x)]}{U(1+n p) \sinh \alpha l}, \\ \sigma_e &= \frac{P [\sinh \alpha l + n p \sinh \alpha x + n p \sinh \alpha (l-x)]}{A_e (1+n p) \sinh \alpha l}, \\ \sigma_s &= \frac{n p P [\sinh \alpha l - \sinh \alpha x - \sinh \alpha (l-x)]}{A_s (1+n p) \sinh \alpha l} \end{aligned} \right\} \quad (919)$$

を得、之に  $l = 2a$  とすれば次の如くになる。

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{\alpha n p P \cdot \sinh \alpha (a - x)}{U(1 + np) \cosh \alpha a}, \\ \tau' &= -\tau'' = \frac{\alpha n p P \tanh \alpha a}{U(1 + np)}, \\ \sigma_c &= \frac{P [\cosh \alpha a + np \cosh \alpha (a - x)]}{A_c (1 + np) \cosh \alpha a}, \\ \sigma_s &= \frac{2np P \cdot \sinh \frac{\alpha x}{2} \cdot \sinh \alpha \left(a - \frac{x}{2}\right)}{A_s (1 + np) \cosh \alpha a}. \end{aligned} \right\} \quad (919a)$$

### § 181. コンクリートの収縮或は膨張に依る應力分布の理論的解法

既に第一節に於て、コンクリートの収縮或は膨張に依つて鐵筋コンクリート部材に生ずる應力の解法を記述したが、それはすべて變形前平面であつた横斷面は變形後も平面であると言ふ假定に基いたものである。然し此の假定は實際に於ては成立し難く、第 419 圖の如く考へるのが至當である。それで茲に於ては § 175 に述べた假定に従つて、§ 173, 1) の場合の理論的解法を試みる。即ち鐵筋及びコンクリートの斷面重心は一致し、部材の變形が完全に自由なる場合に、コンクリートの収縮或は膨張に依つて生ずる應力の分布を求める。以下單にコンクリート



第 427 圖

が収縮する場合を考へるが、膨張する場合にはたゞ符號を反對にすればよい。  
第 427 圖に示すが如く、部材の中央を  $x$  の原點とし、 $x$  に於けるコンクリート及び鐵筋の平均垂面應力を  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$ 、コンクリート及び鐵筋の平均變形の差を  $s$ 、附着應力を  $\tau$  とし、之等の正負の方向はすべて § 175, (7) に従ふものとする。

部材に軸方向力が作用しないものとすれば、すべての斷面に就て

$$A_c \sigma_c + A_s \sigma_s = 0 \quad (920)$$

でなければならない。また長さ  $dx$  なる鐵筋に作用するすべての力の平衡より、(904) と全く同様に

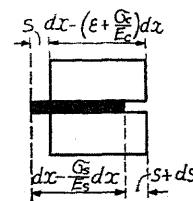
$$\frac{d \sigma_s}{dx} = \frac{U}{A_s} \tau \quad (921)$$

を得る。

次に無筋コンクリートが單位長に就いて  $\varepsilon$  なる收縮をするものとすれば、 $dx$  なる部分に於けるコンクリート及び鐵筋の變形の關係は第 428 圖の如くであるから

$$ds = k \cdot d\tau = \left( \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\sigma_c}{E_c} - \varepsilon \right) dx,$$

$$\text{即ち} \quad \frac{d\tau}{dx} = \frac{1}{k} \left( \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\sigma_c}{E_c} - \varepsilon \right) \quad (922)$$



第 428 圖

を得、(920), (921) 及び (922) の 3 式より  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を消去すれば、 $\tau$  の微分方程式として (906) と全く同一の式が導かれ、従つて其の一般解は (908) :

$$\tau = A \cosh \alpha x + B \sinh \alpha x \quad (908)$$

となる。

然るに部材の中央、即ち  $x = 0$  に於ては左右對稱である關係上  $s = 0$ 、従つて  $\tau = 0$  でなければならぬ。故に

$$(\tau)_{x=0} = A = 0, \quad \text{従つて} \quad \tau = B \sinh \alpha x \quad (923)$$

となる。之を  $x$  にて微分すれば

$$\frac{d\tau}{dx} = \alpha B \cosh \alpha x$$

となり、部材の端面、即ち  $x = a$  に於ては  $\sigma_c = \sigma_s = 0$  なるが故に (922) 式より

$$\left( \frac{d\tau}{dx} \right)_{x=a} = \alpha B \cosh \alpha a = -\frac{\varepsilon}{k}, \quad \text{即ち} \quad B = -\frac{\varepsilon}{\alpha k \cdot \cosh \alpha a} \quad (923a)$$

$$\text{従つて} \quad \tau = -\frac{\varepsilon \cdot \sinh \alpha x}{\alpha k \cdot \cosh \alpha a} \quad (924)$$

を得る。之は即ち部材中に於ける附着應力を與へるものであつて、部材中央に於て  $\tau = 0$ 、部材の兩端に於て  $\tau =$  最大、即ち左端に於て  $\tau'$ 、右端に於て  $\tau''$  とすれば

$$\tau' = -\tau'' = \frac{\varepsilon}{\alpha k} \tanh \alpha a \quad (924a)$$

となる。

次に  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を求むれば、(912) と同様に

$$\sigma_c = +\frac{U}{A_c} \int_x^a \tau dx, \quad \sigma_s = -\frac{U}{A_s} \int_x^a \tau dx \quad (925)$$

であるから

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= + \frac{E_s \varepsilon (\cosh \alpha a - \cosh \alpha x)}{(1+n)p \cosh \alpha a}, \\ \sigma_c &= - p \sigma_s \end{aligned} \right\} \quad (926)$$

を得る。上式より明かなるが如く、 $x = \pm a$ に於て  $\sigma_c = \sigma_s = 0$  となり、 $x = 0$  即ち部材の中央に於て  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  は其の最大値に達する。之を夫々  $\sigma_{c,0}$  及び  $\sigma_{s,0}$  とすれば

$$\sigma_{s,0} = + \frac{E_s \varepsilon}{1+n} \left( 1 - \frac{1}{\cosh \alpha a} \right), \quad \sigma_{c,0} = - p \sigma_{s,0} \quad (926a)$$

であつて、之に依つて見れば、 $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  は常に (888) の與へる値より小なることがわかる。

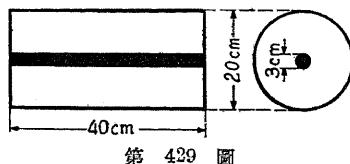
### § 182. 計算例

前述の如く、本節の理論の基準である諸種の假定、殊に (902) 式で表はされる假定が、果して實用上妥當であるや否や、或はまた (902) の關係が成立するものとすれば、 $k$  の値が如何程であるかに就ては未だ充分なる實驗はない。然しエラムス (Abrams) の實驗<sup>(1)</sup>、エドワーズ (Edwards) 及びグリーンリーフ (Greenleaf) の實驗<sup>(2)</sup>等の結果から見れば、大體に於て

$$k = 0.00005 \sim 0.0005 \text{ cm}^3/\text{kg}$$

の範囲であつて、平均として  $k = 0.0001 \text{ cm}^3/\text{kg}$  と考へて大なる誤はないであらう。

本節の理論に従へば果して如何なる應力分布が生ずるかを示すために、次に  $k = 0.0001 \text{ cm}^3/\text{kg}$



第 429 圖

$E_s = 2100000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $n = 10$  として、第 429 圖に示すが如き部材に就て計算を行つて見る。即ち此の場合には

$$l = 2a = 40 \text{ cm},$$

$$A_c = \frac{\pi}{4} (20^2 - 3^2) = 307 \text{ cm}^2, \quad A_s = \frac{\pi}{4} 3^2 = 7.07 \text{ cm}^2,$$

$$U = \pi \times 3 = 9.425 \text{ cm}, \quad p = 0.023$$

であるから (907) 式より

$$\alpha^2 = \frac{9.425 (1 + 10 \times 0.023)}{0.0001 \times 7.07 \times 2.1 \times 10^6} = 0.00781 \text{ cm}^{-2}$$

即ち

$$\alpha = 0.08837 \text{ cm}^{-1}$$

を得る。

#### 1) 押込試験の場合 ( $P = 2000 \text{ kg}$ )

鐵筋の一端に  $P = 2000 \text{ kg}$  なる壓力を加へて、鐵筋をコンクリート中に押込まんとする場合

(1) 前出 (§ 48), (2) 前出 (§ 49).

には

$$\sigma'_c = \frac{2000}{307} = 6.514 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma''_c = \frac{2000}{7.07} = 282.9 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma''_s = \sigma'_s = 0$$

であつて、§ 177 の (915) 及び (916) 式より

第 430 圖に示すが如き應力分布を得る。特に注意すべきは、鐵筋の加壓端に於て附着應力は最大値  $15.48 \text{ kg/cm}^2$  になり、之に對し附着應力が鐵筋全長に等布するものと假定すれば

$$\tau = \frac{2000}{9.425 \times 40} = 5.305 \text{ kg/cm}^2$$

となることである。

#### 2) 引抜試験の場合 ( $P = 2000 \text{ kg}$ )

鐵筋の一端に  $P = 2000 \text{ kg}/\text{cm}^2$  なる張力を加へ、之をコンクリートより引抜かんとする場合には

$$\sigma'_c = \sigma'_s = 0,$$

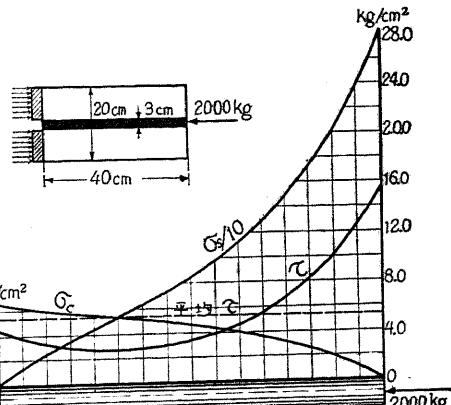
$$\sigma''_c = \frac{2000}{307} = 6.514 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma''_s = - \frac{2000}{7.07} = - 282.9 \text{ kg/cm}^2$$

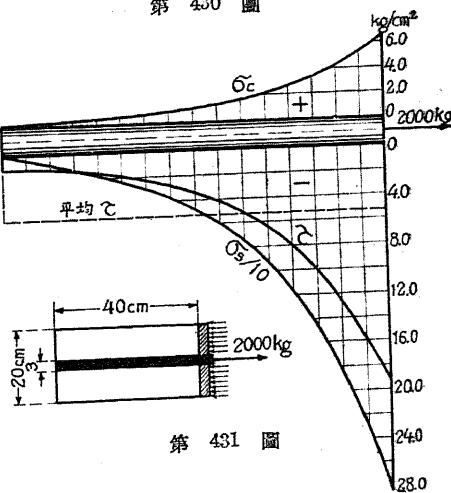
であつて、§ 178 の (917) 式より、第 431 圖に示すが如き應力分布を得る。之に依れば、附着應力は荷重の作用しない端に於て殆んど零に近く、夫より荷重の作用する端に行くに従つて急激に増大し、遂に  $-19.14 \text{ kg/cm}^2$  の最大値に達する。此の有様を第 86 圖乃至第 88 圖に比較すれば、兩者が根本的に相違することがわかる。然し之は § 175 に於て述べた理由に依つて説明し得るものと思ふ。尚此の場合の附着應力の平均値は、前同様  $5.305 \text{ kg/cm}^2$  である。

#### 3) 鐵筋の兩端に壓力を加へる場合 ( $P = 3535 \text{ kg}$ )

鐵筋の兩端に  $P = 3535 \text{ kg}$ 、即ち  $\sigma'_c = \sigma''_c = 500 \text{ kg}/\text{cm}^2$  なる壓力を作用せしめた場合を、§ 179 の (918) 或は (918a) に依つて計算すれば、第 432 圖に示すが如き結果になる。之に依れば鐵筋の應力がコンクリートに傳はり、從つて中央部に於て鐵筋の應力が著しく輕減されること

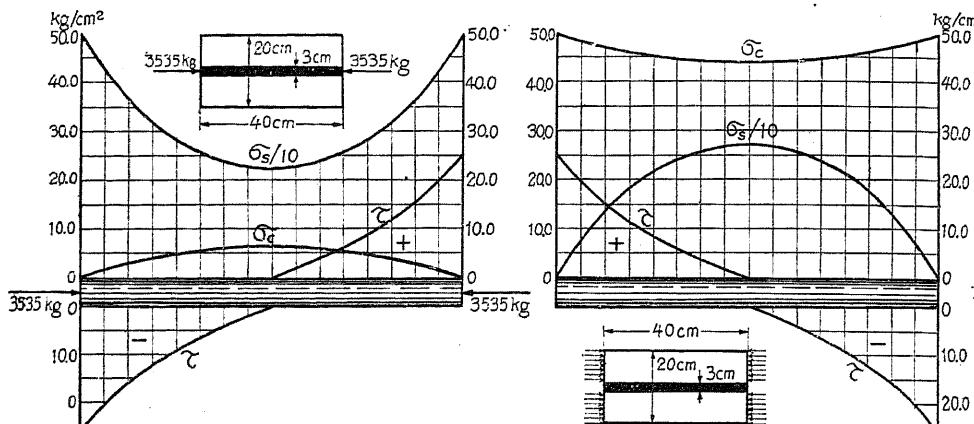


第 430 圖



第 431 圖

を数量的に知ることが出来る。此の例の場合には、 $\sigma_s$  は中央部分に於て兩端の約 1/2 となる。



第 432 圖

第 433 圖

#### 4) コンクリートの兩端に壓力を加へる場合 ( $P = 15350 \text{ kg}$ )

コンクリートの兩端に  $P = 15350 \text{ kg}$ , 即ち  $\sigma_e' = \sigma_e'' = 50 \text{ kg/cm}^2$  なる壓力が作用する場合には、§ 180 の (919) 或は (919a) 式より、第 433 圖に示すが如き應力分布が得られる。此の場合にも前と同様に、附着應力の作用に依り、コンクリートの應力が鐵筋に傳達される有様を数量的に知ることが出来る。

#### 5) コンクリートが收縮する場合 ( $\varepsilon = 0.0003$ )

コンクリートが硬化作用に依つて收縮し、其の割合を  $\varepsilon = 0.0003$  とすれば、§ 181 の (924)

及び (926) 式に依つて第 434 圖に示すが如き應力が生ずる。 $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  の最大値  $\sigma_{c,0}$  及び  $\sigma_{s,0}$  は夫々部材の中央に於て起り、其の値は

$$\sigma_{c,0} = -8.10 \text{ kg/cm}^2,$$

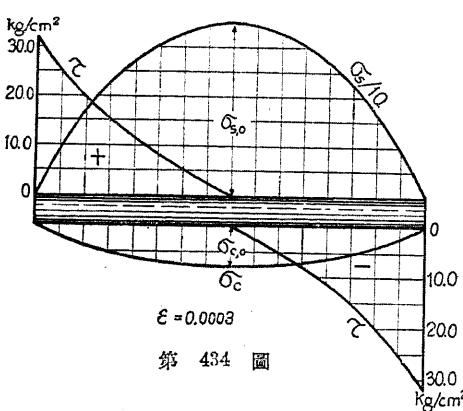
$$\sigma_{s,0} = 352.2 \text{ kg/cm}^2$$

であるが、之を (888) の解法に依つて計算すれば、部材の全長に亘つて一様に

$$\sigma_c = -11.78 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_s = 512.2 \text{ kg/cm}^2$$

なる應力となり、其の差の可成り大なることがわかる。



第 434 圖

### 第三節 彎曲せる部材に就て

今までではすべて部材の軸が直線であるものと假定した。然るに實際の構造物に於ては、拱或はラーメン等に於けるが如く曲線部材を使用することが甚だ多い。勿論拱橋に於けるが如く部材の断面寸法に比し其の曲率半径が著しく大なる場合には、之を直線部材と考へて断面の設計若くは計算を行つても大した誤差は伴はないが、部材の断面寸法に比し曲率半径が大でない場合に、之を直線部材と考へることは可成りの誤差を伴ひ、且つ此の誤差は一般に危險側にある。それで本節に於ては、此の種の問題に對する近似解法に就て記述する。勿論之等の理論には少からざる缺點が含まれて居るが、然し之等の問題に就て暗中摸索したり、或はまた想像的判断を下すよりは、假令近似解法とは言へば之を根據として考慮を回すべきであると考へる。

#### § 183. 平面應力問題としての曲柄の理論

曲線部材と言つても普通に用ひられるのは、其の軸が圓周に沿つて曲つて居る場合である。故に次にはすべて此の場合に就て論述するが、部材の軸が任意の曲線である場合にも其の一部分のみに就ては、之を圓と考へることが出来る。

鋼筋コンクリート部材に關する理論に先だち、先づ軸が圓形に曲れる部材、所謂曲柄に曲モーメントのみが作用する場合の、平面應力狀態としての解法を簡単に紹介する。蓋し之に依つて此の種の部材に生ずる應力に就て的一般概念を最も明瞭に把握し得ると考へるからである。

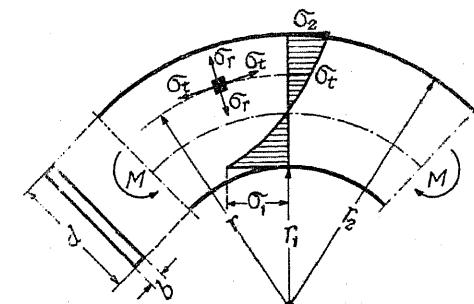
總て平面應力の問題は、一般にエアリーの應力函数 (Airy's stress-function) を求めることに依つて其の目的を達することが出来る。

エアリーの應力函数  $F$  は、極座標  $(r, \theta)$  に依れば

$$\Delta \Delta F = \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right)^2 F = 0, \quad (927)$$

及び與へられたる邊緣條件を満足する函数であつて、 $F$  が求められれば、 $r$  と直角の方向の應力  $\sigma_t$ ,  $r$  の方向の應力  $\sigma_r$  及び剪應力  $\tau$  は

$$\sigma_t = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, \quad \sigma_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r}, \quad \tau = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) \quad (928)$$



第 435 圖

に依つて之を求めることが出来る。

次て第435図に示すが如く、曲モーメント  $M$  のみを受ける厚さ  $b$  なる曲柄に於ては、應力の分布はすべての断面に於て同一であるから、 $F$  は  $r$  のみの函数となり、従つて(927)及び(928)式は次々

$$\Delta \Delta F = \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right)^2 F = 0, \quad (927a)$$

$$\sigma_t = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, \quad \sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r}, \quad r = 0 \quad (928a)$$

となる。(927a)式の一般解は

$$F = C_0 + C_1 \log r + C_2 r^2 + C_3 r^2 \log r \quad (929)$$

であつて、 $C$  は邊縁條件に依つて決定すべき常数である。但し  $C_0$  は應力には無関係であるから、應力を求めるには  $C_1$ 、 $C_2$  及び  $C_3$  を決定すればよい。

第435図の場合には、邊縁條件及び平衡條件として

1.  $r = r_1$  に於て  $\sigma_r = 0$ 、即ち  $\left( \frac{\partial F}{\partial r} \right)_{r=r_1} = 0$ ,
2.  $r = r_2$  に於て  $\sigma_r = 0$ 、即ち  $\left( \frac{\partial F}{\partial r} \right)_{r=r_2} = 0$ ,
3.  $\int_{r_1}^{r_2} \sigma_t b dr = 0$ 、即ち  $\left( \frac{\partial F}{\partial r} \right)_{r=r_2} - \left( \frac{\partial F}{\partial r} \right)_{r=r_1} = 0$ ,
4.  $\int_{r_1}^{r_2} \sigma_t r b dr = M$

を得る。然るに上記の3条件は既に1及び2に依つて満足せられるから、1、2及び4の条件に依つて  $C_1$ 、 $C_2$  及び  $C_3$  を決定すればよい。即ち

$$\frac{C_1}{r_1^2} + 2C_2 + C_3 (2 \log r_1 + 1) = 0,$$

$$\frac{C_1}{r_2^2} + 2C_2 + C_3 (2 \log r_2 + 1) = 0,$$

$$(C_2 + C_3)(r_2^2 - r_1^2) - C_1 \log \frac{r_2}{r_1} + C_3(r_2^2 \log r_2 - r_1^2 \log r_1) = \frac{M}{b}$$

の3式を聯立方程式として  $C_1$ 、 $C_2$  及び  $C_3$  を求むれば

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{M}{D} \cdot 4r_1^2 r_2^2 \log \frac{r_2}{r_1}, \\ C_2 &= \frac{M}{D} [r_2^2 - r_1^2 + 2(r_2^2 \log r_2 - r_1^2 \log r_1)], \\ C_3 &= \frac{M}{D} \cdot 2(r_2^2 - r_1^2), \\ D &= b \left[ (r_2^2 - r_1^2)^2 - 4 \left( r_1 r_2 \log \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (930)$$

となり、之を(929)式に代入して  $F$  を求め、更に(928a)式に依つて應力を求むれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= \frac{4M}{D} \left[ r_2^2 - r_1^2 - r_1^2 \log \frac{r}{r_1} - r_2^2 \log \frac{r_2}{r} - \left( \frac{r_1 r_2}{r} \right)^2 \log \frac{r_2}{r_1} \right], \\ \sigma_r &= \frac{4M}{D} \left[ -r_1^2 \log \frac{r}{r_1} - r_2^2 \log \frac{r_2}{r} + \left( \frac{r_1 r_2}{r} \right)^2 \log \frac{r_2}{r_1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (931)$$

を得、特に  $r = r_1$  及び  $r = r_2$  に於ける縁應力  $\sigma_1$  及び  $\sigma_2$  は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= (\sigma_t)_{r=r_1} = \frac{4M}{D} \left[ r_2^2 - r_1^2 - 2r_2^2 \log \frac{r_2}{r_1} \right], \\ \sigma_2 &= (\sigma_t)_{r=r_2} = \frac{4M}{D} \left[ r_2^2 - r_1^2 - 2r_1^2 \log \frac{r_2}{r_1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (932)$$

となる。茲に於て

$$\left. \begin{aligned} r_2 - r_1 &= d, \quad \frac{r_1}{d} = \mu, \quad \frac{r - r_1}{d} = \rho, \quad \frac{b d^2}{6} = W, \\ D' &= \frac{3}{2} \left[ (1+2\mu)^2 - 4 \left\{ \mu (1+\mu) \log \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (933)$$

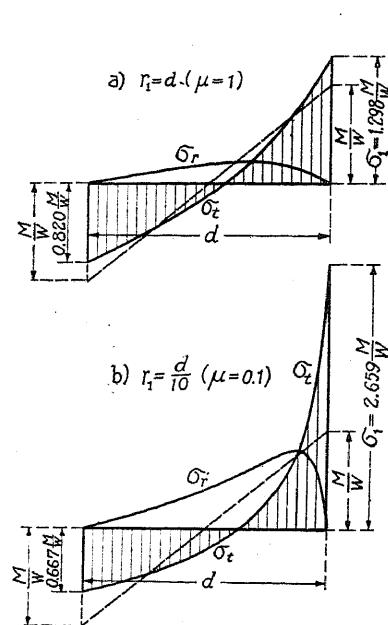
と置けば、(931)及び(932)の兩式より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= \frac{M}{WD'} \left[ (1+2\mu) \left( 1 - \log \frac{1+\mu}{\rho+\mu} \right) - \mu^2 \left\{ 1 + \left( \frac{1+\mu}{\rho+\mu} \right)^2 \right\} \log \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right], \\ \sigma_r &= \frac{M}{WD'} \cdot (1+2\mu) \left[ -\log \frac{1+\mu}{\rho+\mu} + \frac{\mu^2 (1-\rho)}{(\rho+\mu)^2} \log \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (934)$$

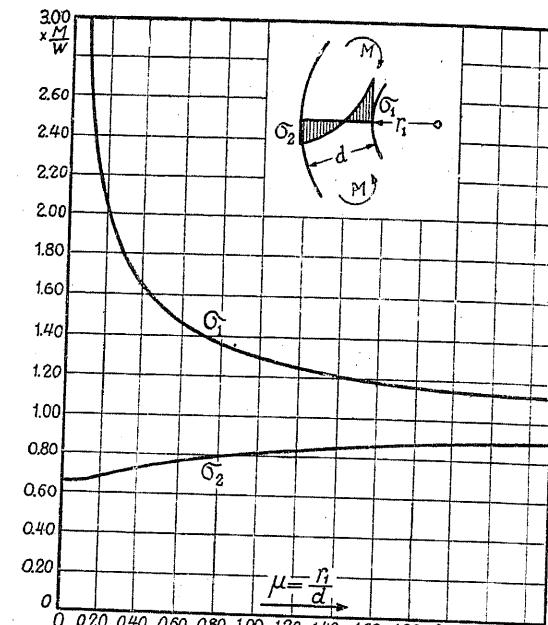
$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{M}{WD'} \left[ 1 + 2\mu - 2(1+\mu)^2 \log \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right], \\ \sigma_2 &= \frac{M}{WD'} \left[ 1 + 2\mu - 2\mu^2 \log \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (935)$$

を得る。

(934)式に依つて、 $r = d$  ( $\mu = 1$ ) 及び  $r = 0.1d$  ( $\mu = 0.1$ ) の兩場合に於ける  $\sigma_t$  及び  $\sigma_r$  の分布状態を求むれば、第436図に示すが如くになり、 $\sigma_r$  が常に  $\sigma_t$  と同符号の應力であること、及び  $\sigma_t$  は常に普通の理論に依る値、即ち  $M/W$  より大であり、 $\sigma_r$  は常に  $M/W$  より小であることがわかる。また(935)式に依つて  $\mu$  に對する  $\sigma_1$  及び  $\sigma_2$  の變化の有様を圖示すれば、第437圖を得る。之に依れば、大略  $\mu > 3$  即ち  $r > 3d$  の場合には、普通の直線部材の理論に從つても大なる誤差はないが、 $r$  が小となるに従つて  $\sigma_1$  が急激に増大することがわかる。特に  $r = 0$  とすれば、 $\sigma_1 = \infty$ 、 $\sigma_2 = 2M/3W$  となり、尙此の場合には  $\sigma_r$  も曲柄の内側に於て無限大となる。之は勿論彈性を假定せる理論の結果ではあるが、然し之に依つてラーメンの隅角部若くは部材の結合點等に於て直線隅縁を設け、或は適當なる丸味を付すことの必要なることが了解される。



第 436 圖



第 437 圖

### § 184. 曲モーメントを受け内側に圧應力を生ずる場合

さて之から鐵筋コンクリートの曲げに關する理論を記述するのであるが、之を前記 § 183 と同様な嚴密な方法で解くことは甚だ困難である。それで鐵筋コンクリート曲げに於ては、通常の軸に於けると同様に、變形前平面であつた横断面は變形後も平面であると言ふ假定を基準とし、且つコンクリートの張應力を無視することにする。

今第 438 圖に示すが如く曲モーメントのみに依つて曲げの内側に圧應力が生ずる場合に就て考へるに、變形前平面であつた横断面  $A'B'$  が變形後横断面  $AB$  に對して相對的に平面  $A''B''$  になつたものとすれば、任意の纖維の變形率  $\varepsilon$  及び曲げの内側縁維の變形率は、夫々

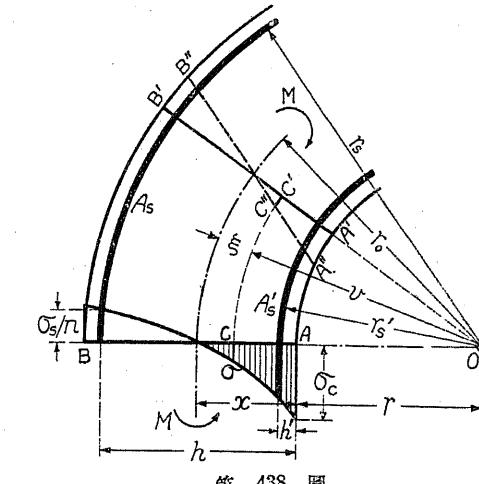
$$\varepsilon = \frac{O' O''}{O O'}, \quad \varepsilon_c = \frac{A' A''}{A A'}$$

で表はされる。然るに第 438 圖に就て

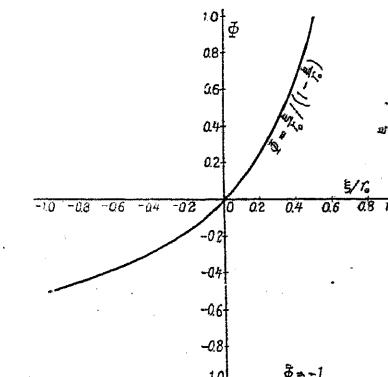
$$O' C'' = \frac{\xi}{x} A' A'', \quad O C' = \frac{v}{r} A A'$$

であるから

$$\varepsilon = \frac{\xi}{x} \cdot \frac{r}{v} \varepsilon_c$$



第 438 圖



第 439 圖

となり、コンクリートの縦彈性係数  $E_c$  を一定とすれば、任意の纖維の壓應力  $\sigma$  は

$$\sigma = E_c \varepsilon = \sigma_c \frac{\xi}{x} \cdot \frac{r}{v} \quad (936)$$

となる。同様にして抗張鐵筋  $A_s$  の張應力  $\sigma_s$ 、抗壓鐵筋  $A'_s$  の壓應力  $\sigma'_s$  は夫々

$$\sigma_s = n \sigma_c \frac{h - x}{x} \cdot \frac{r}{r_s}, \quad \sigma'_s = n \sigma_c \frac{x - h'}{x} \cdot \frac{r}{r'_s} \quad (936a)$$

となる。但し  $n$  は鐵筋とコンクリートとの彈性係数比である。

(936) 式の規定する應力分布狀態が如何なるものであるかを見るために、 $v = r_0 - \xi$  なることを考慮すれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_c \frac{r}{x} \cdot \Phi\left(\frac{\xi}{r_0}\right), \\ \Phi\left(\frac{\xi}{r_0}\right) &= \frac{\xi}{r_0} / \left(1 - \frac{\xi}{r_0}\right) \end{aligned} \right\} \quad (937)$$

となり、 $\sigma$  は  $\xi$  に正比例することになる。然るに第 439 圖に示すが如く、横軸に  $\xi/r_0$  をとり、縦軸に  $\sigma$  をとつて  $\sigma$  の曲線を描けば、之は  $\Phi = -1$  及び  $\xi/r_0 = +1$  を漸近線とする双曲線となる。従つて (937) 式に依つて  $\sigma$  は双曲線的に變化することがわかる。今  $\xi/r_0$  の種々なる値に對する  $\Phi$  の値を計算すれば第 91 表を得る。

次に斷面の平衡條件に就て考へるに、先づ断面に作用する垂面應力の總和は零でなければならぬ。故にコンクリートの抗壓斷面積を  $A_c$  とすれば

$$\int \sigma d A_c + \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s = 0 \quad (938)$$

を得る。また断面に作用する垂面應力のモーメントは外力のモーメント、即ち曲モーメントに

第 91 表

$\frac{\xi}{r_0}$	$\Phi\left(\frac{\xi}{r_0}\right)$	$\Phi\left(-\frac{\xi}{r_0}\right)$	$\frac{\xi}{r_0}$	$\Phi\left(\frac{\xi}{r_0}\right)$	$\Phi\left(-\frac{\xi}{r_0}\right)$
0	0	0	0.55	1.2222	-0.3548
0.05	0.0526	-0.0476	0.60	1.5000	-0.3750
0.10	0.1111	-0.0909	0.65	1.8572	-0.3939
0.15	0.1765	-0.1304	0.70	2.3333	-0.4118
0.20	0.2500	-0.1667	0.75	3.0000	-0.4286
0.25	0.3333	-0.2000	0.80	4.0000	-0.4444
0.30	0.4286	-0.2308	0.85	5.6667	-0.4595
0.35	0.5385	-0.2593	0.90	9.0000	-0.4737
0.40	0.6667	-0.2857	0.95	19.0000	-0.4872
0.45	0.8181	-0.3103	1.00	$\pm \infty$	-0.5000
0.50	1.0000	-0.3333	$\infty$	-1.0000	-1.0000

等しくなければならない。然るに垂面應力のモーメントを求めるには任意の軸を基準としてよいから、先づ中立軸を基準とすれば

$$\int \sigma \xi dA_c + \sigma_s' A_s' (x - h') + \sigma_s A_s (h - x) = M \quad (939)$$

を得、O 點を基準とすれば

$$-\int \sigma v dA_c - \sigma_s' A_s' r_s' + \sigma_s A_s r_s = M \quad (939a)$$

を得る。上記 3 式のうち 2 式のみが独立せる式であつて、残りの 1 式は他の 2 式より導き得るものである。従つて應力の計算或は鐵筋の斷面積を算定する場合には、2 個の未知數を選定し、之を上記 3 式中のうち任意の 2 式より求むればよい。次には矩形断面に對して此の計算を行ふ。

### I) 應力の算定

#### a. 中立軸の位置

$x$  を求めるには (938) 式に依ればよい。幅  $b$  なる矩形断面に於ては、 $v = r + x - \xi$ 、

$$\begin{aligned} \sigma dA_c &= \int_0^x \sigma_c \frac{\xi r}{x v} b d\xi = \frac{\sigma_c b r}{x} \int_0^x \frac{\xi}{v} d\xi \\ &= \frac{\sigma_c b r}{x} \int_0^x \frac{\xi d\xi}{r + x - \xi} = \frac{\sigma_c b r}{x} \left[ (r + x) \log \left( 1 + \frac{x}{r} \right) - x \right] \end{aligned}$$

であるから、(936a) と (938) の兩式より  $x$  の方程式として

$$(r + x) \log \left( 1 + \frac{x}{r} \right) - x + \frac{n A_s'}{b r_s'} (x - h') - \frac{n A_s}{b r_s} (h - x) = 0 \quad (940)$$

を得、之に依つて  $x$  を決定することが出来る。然し上式中には對數函數が含まれて居て、實際計算上に不便を感じる場合には、次の近似式で充分である。即ち、定積分を求めるシンプソン (Simpson) の法則に従つて

$$\int_0^x \frac{\xi d\xi}{r + x - \xi} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} \left[ 0 + \frac{4 \frac{x}{2}}{r + x - \frac{x}{2}} + \frac{x}{r + x - x} \right] = \frac{x^2}{2} \cdot \frac{r + \frac{x}{6}}{r \left( r + \frac{x}{2} \right)}$$

とすれば (940) 式の代りに

$$\frac{b x^2}{2} \cdot \frac{r + \frac{x}{6}}{r \left( r + \frac{x}{2} \right)} + \frac{n A_s'}{r_s'} (x - h') - \frac{n A_s}{r_s} (h - x) = 0 \quad (940a)$$

を得ることが出来る。之は  $x$  の 3 次方程式であるから、(940) 式よりも容易に其の根を求めることが出来る。尙  $r = \infty$  の場合には  $r_s = r_s' = r = \infty$  であるから、(940a) 式は直線部材の公式に一致する。また (940) 式が  $r = \infty$  に於て直線部材の公式に一致することも容易に證明することが出来る。

#### b. 應力

上記の如くにして  $x$  が求められれば、(939) 或は (939a) 式に依つて  $\sigma_c$  を求めることが出来る。即ち (939) 或は (939a) 式に (936) 及び (936a) を代入し

$$\begin{aligned} \int \sigma \xi dA_c &= \frac{\sigma_c b r}{x} \int_0^x \frac{\xi^2 d\xi}{r + x - \xi} \\ &= \frac{\sigma_c b r}{x} \left[ (r + x)^2 \log \left( 1 + \frac{x}{r} \right) - \frac{x}{2} (3x + 2r) \right], \end{aligned}$$

$$\int \sigma v dA_c = \frac{\sigma_c b r}{x} \int_0^x \xi d\xi = \frac{\sigma_c b r}{x} \cdot \frac{x^2}{2}$$

であることを考慮すれば

$$\sigma_c = \frac{M \frac{x}{r}}{b \left[ (r + x)^2 \log \left( 1 + \frac{x}{r} \right) - \frac{x}{2} (3x + 2r) \right] + n \left[ \frac{A_s'}{r_s'} (x - h')^2 + \frac{A_s}{r_s} (h - x)^2 \right]}, \quad (941)$$

$$\sigma_c = \frac{M \frac{x}{r}}{-\frac{b x^2}{2} - n A_s' (x - h') + n A_s (h - x)} \quad (941a)$$

を得る。(941a) 式は (940) 及び (941) の兩式より導き得るものであるが、實際の計算の場合には (941a) 式に依る方が計算が簡単である。また  $r = \infty$  に於て (941) 式が普通の直線部材の公式に一致することは容易に之を證明することが出来る。

$\sigma_c$ が求められれば、 $\sigma_c$ 、 $\sigma_s$ 及び $\sigma'_s$ は(936)及び(936a)に依つて之を求めることが出来る。

### c. 單鋼筋の場合

抗張鋼筋 $A_s$ のみを有する場合、或は抗圧鋼筋を無視して計算を行ふ場合には、前記諸式に於て $A'_s = 0$ と置けばよいのであるが、特に此の場合に

$$x = k \cdot h, \quad r = \rho \cdot h, \quad A_s = p \cdot b \cdot h$$

と置けば、中立軸の位置を決定する方程式及び其の近似方程式は

$$(\rho + k) \log \left( 1 + \frac{k}{\rho} \right) + k \left( \frac{np}{1+\rho} - 1 \right) - \frac{np}{1+\rho} = 0, \quad (942)$$

$$k^3 + 6\rho \left( 1 + \frac{np}{1+\rho} \right) k^2 + \frac{6np\rho}{1+\rho} (2\rho - 1) k - \frac{12np\rho^2}{1+\rho} = 0 \quad (942a)$$

となり、之に依つて $k$ が求められれば、 $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ は(941a)及び(936a)より

$$\sigma_c = \frac{\frac{k}{\rho}}{-\frac{k^2}{2} + np(1-k)} \cdot \frac{M}{bh^2}, \quad \sigma_s = \frac{n \frac{1-k}{1+\rho}}{-\frac{k^2}{2} + np(1-k)} \cdot \frac{M}{bh^2} \quad (943)$$

を得、 $\rho$ 及び $p$ の二三の値に對し、 $n = 15$ として(942)及び(943)式より $k$ 、 $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ を計算した結果は第92表である。

第 92 表

$$r = \rho h, \quad x = kh, \quad A_s = pbh, \quad \sigma_c = c \frac{M}{bh^2}, \quad \sigma_s = s \frac{M}{bh^2}$$

$\rho = r/h$	$p = 0.005$			$p = 0.010$			$p = 0.015$		
	$k$	$c$	$s$	$k$	$c$	$s$	$k$	$c$	$s$
0.5	0.211	11.47	214	0.289	8.91	110	0.345	7.84	74.4
1.0	0.247	9.49	217	0.333	7.47	112	0.392	6.54	76.0
1.5	0.265	8.74	219	0.354	6.90	113	0.416	6.15	77.0
2.0	0.275	8.34	220	0.366	6.56	113	0.428	5.66	77.3
2.5	0.282	8.11	221	0.375	6.39	114	0.437	5.63	77.7
3.0	0.288	7.91	221	0.381	6.25	114	0.444	5.53	78.0
3.5	0.292	7.77	221	0.385	6.15	114	0.448	5.40	78.1
4.0	0.294	7.68	221	0.389	6.08	114	0.452	5.38	78.2
$\infty$	0.320	6.99	223	0.418	5.56	116	0.483	4.94	79.4

此の結果より見れば、 $\sigma_s$ は $\rho$ の変化には殆んど無関係であるが、 $\sigma_c$ は $\rho$ の小となるに従つて著しく増大する。然るに第92表に示した範囲に於ては、 $\rho$ が一定なる場合の $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ と、之等を夫々直線部材の公式に依つて算出した値との比率は、殆んど鋼筋比 $p$ には無関係であつて、

大略第440圖の如くになる。故に簡単に $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ の近似値を求めるには、 $p$ の如何に拘はらず、之を直線部材として計算した値に第440圖より得らるゝ係数を乗すればよいことになる。

### 2) 鋼筋断面積の算定

之は $M$ 、 $b$ 、 $h$ 、 $h'$ 、 $r$ 、 $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ が與へられたる場合に、必要にして且つ充分なる $A_s$ 及び $A'_s$ を求める事である。此の場合には $\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ の値が與へられるから、中立軸は任意であり得ない。即ち(936a)式の第1式より $x$ を未知数として解けば

$$x = \frac{h}{1 + \frac{r_s}{r} \cdot \frac{\sigma_s}{n \sigma_c}} = \frac{h}{1 + \left( 1 + \frac{h}{r} \right) \frac{\sigma_s}{n \sigma_c}} \quad (944)$$

でなければならない。或は $r_0 = x + r$ とすれば

$$r_0 = \frac{\left( 1 + \frac{h}{r} \right) \left( 1 + \frac{\sigma_s}{n \sigma_c} \right) r}{1 + \left( 1 + \frac{h}{r} \right) \frac{\sigma_s}{n \sigma_c}} \quad (944a)$$

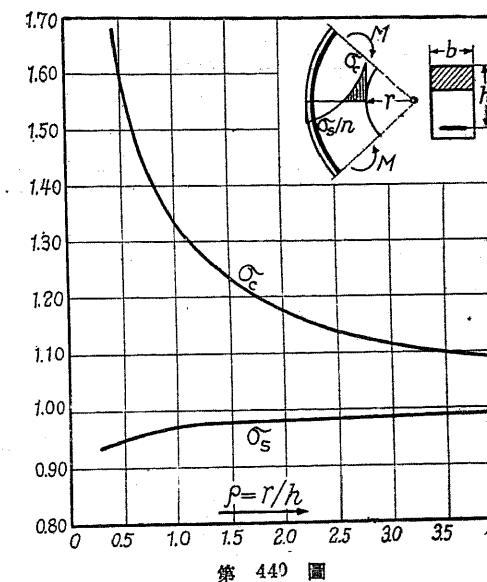
を得る。(944)式は直線部材に於ける(209)式に相當するものであつて、断面の形状如何に拘はらず、また曲モーメントに軸方向力を伴ふ場合にも、一般に成立する關係である。

次て矩形断面の場合に $A_s$ 及び $A'_s$ を求めるには、(940)及び(941a)の兩式を聯立方程式と考へて、之より $A_s$ 及び $A'_s$ を解けばよい。即ち $r_0 = x + r$ として

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{r_s x}{n(h-h')(h-x)} \left[ \frac{M}{\sigma_c r} + \frac{b}{2} (x + 2r_s') - b r_s' \frac{r_0}{x} \log \frac{r_0}{r} \right], \\ A'_s &= \frac{r'_s x}{n(h-h')(x-h')} \left[ \frac{M}{\sigma_c r} + \frac{b}{2} (x + 2r_s) - b r_s \frac{r_0}{x} \log \frac{r_0}{r} \right] \end{aligned} \right\} \quad (945)$$

を得る。また(940)式の代りに其の近似式(940a)を使用すれば、(945)の近似値として

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{r_s x}{n(h-h')(h-x)} \left[ \frac{M}{\sigma_c r} + \frac{b x}{2} \cdot \frac{\frac{x}{3} \left( 1 - \frac{h'}{2r} \right) - h'}{r + \frac{x}{2}} \right], \end{aligned} \right\} \quad (946)$$



$$A'_s = \frac{r'_s x}{n(h-h')(x-h')} \left[ \frac{M}{\sigma_e r} - \frac{bx}{2} \cdot \frac{h - \frac{x}{3}(1 - \frac{h}{2r})}{r + \frac{x}{2}} \right]$$

を得る。

### § 185. 曲モーメントを受け外側に圧應力を生ずる場合

曲モーメント  $M$  の符号が § 184 の場合と反対であれば、曲げの外側に圧應力が起り、内側にある

鐵筋が抗張鐵筋となる。此の場合にも第 441 圖の如くに記號を付けることに依つて、§ 184 の (936) 及び (936a) 式を導來したと全く同様の推論に依り、任意の纖維の圧應力  $\sigma$ 、鐵筋の應力  $\sigma_s, \sigma'_s$  の關係として

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_e \frac{\xi}{x} \cdot \frac{r'}{v}, \\ \sigma_s &= n \sigma_e \frac{h-x}{x} \cdot \frac{r'}{r_s}, \\ \sigma'_s &= n \sigma_e \frac{x-h'}{x} \cdot \frac{r'}{r'_s} \end{aligned} \right\} \quad (947)$$

を得る。此のうち  $\sigma$  は  $v = r_0 + \xi$  なる關係を考慮することに依り

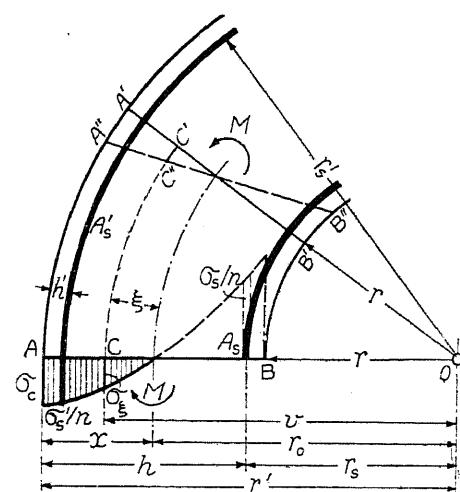
$$\sigma = \sigma_e \frac{r'}{x} \cdot \frac{\xi/r_0}{1 + \xi/r_0} = -\sigma_e \frac{r'}{x} \cdot \Phi \left( -\frac{\xi}{r_0} \right) \quad (948)$$

となる。茲に  $\Phi$  は (937) に於て規定せる函數であつて、其の値は第 91 表に示すが如く、従つて此の場合の  $\sigma$  の分布は第 439 圖の左半分の如き有様となる。

斷面の平衡に關しては此の場合にも § 184 と同様の式が成立する。即ち

$$\left. \begin{aligned} \int \sigma dA_e + \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s &= 0, \\ \int \sigma \xi dA_e + \sigma'_s A'_s (x-h') + \sigma_s A_s (h-x) &= M, \\ \int \sigma v dA_e + \sigma'_s A'_s r'_s - \sigma_s A_s r_s &= M \end{aligned} \right\} \quad (949)$$

であつて、之等のうち任意の 2 式が互に無關係なる式である。故に之等に (947) の關係を代入することに依り 2 個の未知量を求めることが出来る。次には幅  $b$  なる矩形斷面に就て計算を行ふ。



第 441 圖

### 1) 應力の算定

先づ第一に  $x$  を求める。此の場合には  $v = r' - x + \xi$  であるから

$$\int \sigma dA_e = \frac{\sigma_e b r'}{x} \int_0^x \frac{\xi d\xi}{r' - x + \xi} = \frac{\sigma_e b r'}{x} \left[ (r' - x) \log \left( 1 - \frac{x}{r'} \right) + x \right]$$

となり、従つて (949) の第 1 式より  $x$  の方程式として

$$(r' - x) \log \left( 1 - \frac{x}{r'} \right) + x + \frac{n A'_s}{b r'_s} (x - h') - \frac{n A_s}{b r_s} (h - x) = 0 \quad (950)$$

を得る。上式に於て對數函數を回避するためには、§ 184 に於けると同様に、シンプソンの法則に依ればよい。即ち

$$\int_0^x \frac{\xi d\xi}{r' - x + \xi} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} \left[ 0 + \frac{4 \frac{x}{2}}{r' - x + \frac{x}{2}} + \frac{x}{r' - x + x} \right] = \frac{x^2}{2} \cdot \frac{r' - \frac{x}{6}}{r' \left( r' - \frac{x}{2} \right)}$$

であるから、(950) 式の代りに

$$\frac{b x^2}{2} \cdot \frac{r' - \frac{x}{6}}{r' \left( r' - \frac{x}{2} \right)} + \frac{n A'_s}{r'_s} (x - h') - \frac{n A_s}{r_s} (h - x) = 0 \quad (950a)$$

とすることが出来る。斯くして  $x$  が求められれば

$$\int \sigma \xi dA_e = \frac{\sigma_e b r'}{x} \int_0^x \frac{\xi^2 d\xi}{r' - x + \xi} = \frac{\sigma_e b r'}{x} \left[ -(r' - x)^2 \log \left( 1 - \frac{x}{r'} \right) + \frac{x}{2} (3x - 2r') \right],$$

$$\int \sigma v dA_e = \frac{\sigma_e b r'}{x} \int_0^x \xi d\xi = \frac{\sigma_e b r'}{x} \cdot \frac{x^2}{2}$$

であるから、(949) の第 2 式及び第 3 式より夫々

$$\sigma_e = \frac{M \frac{x}{r'}}{b \left[ -(r' - x)^2 \log \left( 1 - \frac{x}{r'} \right) + \frac{x}{2} (3x - 2r') \right] + n \left[ \frac{A'_s}{r'_s} (x - h')^2 + \frac{A_s}{r_s} (h - x)^2 \right]}, \quad (951)$$

$$\sigma_e = \frac{M \frac{x}{r'}}{\frac{b x^2}{2} + n A'_s (x - h') - n A_s (h - x)} \quad (951a)$$

を得、之に依つて  $\sigma_e$  が求められれば、 $\sigma, \sigma_s$  及び  $\sigma'_s$  は直ちに (947) 式に依つて之を求めることが出来る。

特に  $A'_s = 0$  なる單鐵筋斷面とすれば

$$x = k \cdot h, \quad r' = \rho' \cdot h, \quad A_s = p \cdot b h$$

と置くことに依り

$$(\rho' - k) \log \left(1 - \frac{k}{\rho'}\right) + k \left(\frac{np}{\rho' - 1} + 1\right) - \frac{np}{\rho' - 1} = 0, \quad (952)$$

$$k^3 - 6\rho' \left(1 - \frac{np}{\rho' - 1}\right) k^2 - \frac{6np\rho'}{\rho' - 1} (1 + 2\rho') k + \frac{12np\rho'^2}{\rho' - 1} = 0 \quad (952a)$$

となり、之に依つて  $k$  が求められれば

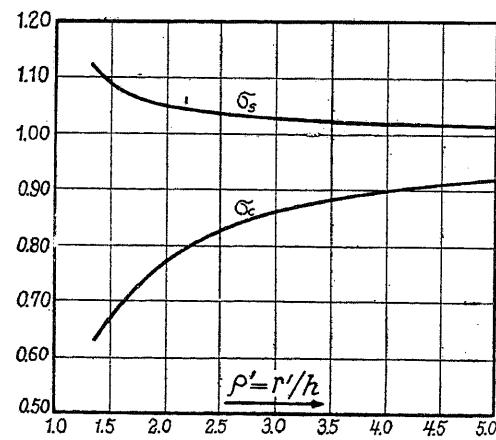
$$\sigma_c = \frac{k}{\rho'} \cdot \frac{M}{bh^2}, \quad \sigma_s = \frac{n \frac{1-k}{\rho' - 1}}{\frac{k^2}{2} - np(1-k)} \cdot \frac{M}{bh^2} \quad (953)$$

に依つて  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を計算することが出来る。上式に依り  $\rho'$  及び  $p$  の二三の値に對し  $n = 15$

第 93 表

$$r' = \rho' h, \quad x = kh, \quad A_s = p b h, \quad \sigma_c = c \frac{M}{bh^2}, \quad \sigma_s = s \frac{M}{bh^2}$$

$\rho' = r'/h$	$p = 0.005$			$p = 0.010$			$p = 0.015$		
	$k$	$c$	$s$	$k$	$c$	$s$	$k$	$c$	$s$
1.5	0.464	4.55	239	0.575	3.78	126	0.640	3.44	86.9
2.0	0.407	5.32	233	0.515	4.32	122	0.581	3.88	83.8
2.5	0.382	5.78	231	0.488	4.60	121	0.555	4.12	82.6
3.0	0.368	6.03	230	0.473	4.77	120	0.540	4.27	81.9
3.5	0.360	6.14	229	0.464	4.90	119	0.530	4.37	81.4
4.0	0.354	6.24	228	0.457	5.02	119	0.523	4.44	81.1
4.5	0.349	6.32	227	0.452	5.05	118	0.518	4.50	80.9
5.0	0.346	6.38	226	0.448	5.10	118	0.514	4.55	80.7
$\infty$	0.320	6.99	223	0.418	5.56	116	0.483	4.94	79.4



第 442 圖

として  $k$ ,  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  を計算した結果は第 93 表である。

此の結果より見れば、 $\sigma_s$  は  $\rho'$  の小となると共に少しだけ増大するが、第 437 図或は第 440 図より想像される程度には大とならず、大體に於て直線部材に於ける値と殆んど大差がない。然るに  $\sigma_c$  は之と反対に  $\rho'$  の小となると共に著しく減少する。何れにしても、上記の計算の範囲に於ては、 $\rho'$  が一定なる場合の  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  と、之等を夫々直線部材と

して算出した値との比率は殆んど鐵筋比  $p$  には無關係であつて、大略第 442 圖の如くになる。従つて簡単に  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  の近似値を求めるには、 $p$  の値如何に拘はらず之を直線部材の公式に依つて算出し、其の値に第 442 圖より得らるゝ係数を乗すればよいことになる。

## 2) 鐵筋断面積の算定

今  $M$ ,  $b$ ,  $h$ ,  $h'$ ,  $r'$ ,  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられたる場合に必要にして且つ充分なる  $A_s$  及び  $A'_s$  を求める。此の場合には  $\sigma_c$  及び  $\sigma_s$  が與へられるから、中立軸の位置は既知になる。即ち (947) の第 2 式より  $x$  を未知数として解けば

$$x = \frac{h}{1 + \frac{r_s}{r'} \cdot \frac{\sigma_s}{n\sigma_c}} = \frac{h}{1 + \left(1 - \frac{h}{r'}\right) \frac{\sigma_s}{n\sigma_c}} \quad (954)$$

を得る。また  $r_0 = r' - x$  とすれば

$$r_0 = \frac{\left(1 - \frac{h}{r'}\right) \left(1 + \frac{\sigma_s}{n\sigma_c}\right) r'}{1 + \left(1 - \frac{h}{r'}\right) \frac{\sigma_s}{n\sigma_c}} \quad (954a)$$

となる。之等は § 184 に於ける (944), (944a) 式、或は直線部材に於ける (209) 式に相當するものであつて、断面の形狀如何に拘はらず、また軸方向力を伴ふ場合に於ても、曲柄の外側に壓應力が生ずるときに一般に成立する關係である。

次て矩形断面に就て  $A_s$  及び  $A'_s$  を求めるには、(950) 及び (951a) 式より之を解けばよい。即ち  $r_0 = r' - x$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{r_s x}{n(h-h')(h-x)} \left[ \frac{M}{\sigma_c r'} + \frac{b}{2} (2r_s - x) + b r_s \frac{r_0}{x} \log \frac{r_0}{r'} \right], \\ A'_s &= \frac{r'_s x}{n(h-h')(x-h')} \left[ \frac{M}{\sigma_c r'} + \frac{b}{2} (2r_s - x) + b r_s \frac{r_0}{x} \log \frac{r_0}{r'} \right] \end{aligned} \right\} \quad (955)$$

を得、また (950) 式の代りに其の近似式 (950a) を使用すれば (955) の近似値として

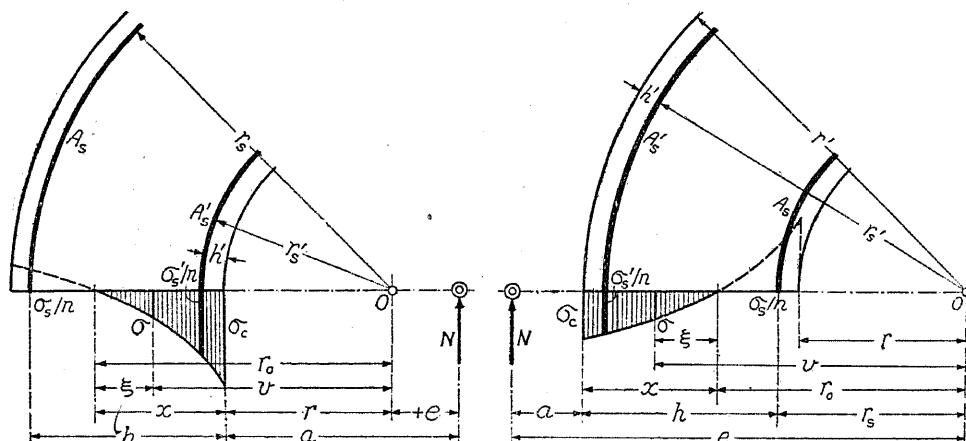
$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{r_s x}{n(h-h')(h-x)} \left[ \frac{M}{\sigma_c r'} + \frac{bx}{2} \cdot \frac{\frac{x}{3} \left(1 + \frac{h'}{2r'}\right) - h'}{r' - \frac{x}{2}} \right], \\ A'_s &= \frac{r'_s x}{n(h-h')(x-h')} \left[ \frac{M}{\sigma_c r'} - \frac{bx}{2} \cdot \frac{h - \frac{x}{3} \left(1 + \frac{h}{2r'}\right)}{r' - \frac{x}{2}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (955a)$$

を得る。

## § 186. 偏心軸圧力を受ける場合

## I) 内側に圧應力を生ずる場合(第443図)

曲げ横断面に偏心軸圧力  $N$  が作用し、内側に圧應力、外側に張應力が生ずる場合の應力分布状態は、全く § 184 の (936) 及び (936a) 式と同一になり、其の有様は大體第443図の如くになる。尙、以下の計算に於ては  $N$  が圓の如き位置にある場合、即ち  $a$  が  $r$  より大なる場合に  $e = a - r$  を正と規約する。従つて  $N$  が  $O$  に對して圖と反對の位置にある場合には  $e$  を負とすればよい。



此の場合の平衡條件に就て考へるに、先づ第一に斷面に作用する内力即ち垂面應力の總和は外力  $N$  に等しくなければならない。故に

$$\int \sigma dA_c + \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s = N \quad (956)$$

を得る。第二の平衡條件はモーメントの平衡である。即ち任意の軸の周りの内外力のモーメントの總和は零に等しくなければならない。例へば中立軸を基準とすれば

$$\int \sigma \xi dA_c + \sigma'_s A'_s (x - h') + \sigma_s A_s (h - x) = N(a + x) \quad (957)$$

となり、 $O$  點を基準とすれば

$$\int \sigma v dA_c + \sigma'_s A'_s r'_s - \sigma_s A_s r_s = -N e, \quad (957a)$$

$N$  の作用線を基準とすれば  $N$  のモーメントは零であるから

$$\int \sigma (v + e) dA_c + \sigma'_s A'_s (r'_s + e) - \sigma_s A_s (r_s + e) = 0 \quad (957b)$$

を得る。之等のうち (957a) 及び (957b) は共に (956) 及び (957) の兩式より導き得るものであるから、(956) 乃至 (957b) の 4 式のうち 2 式のみが互に無關係なる式である。従つて問題を解くに當つては、之等のうち任意の 2 式に (936) 及び (936a) の關係を代入して 2 個の未知數を求むればよい。次には幅  $b$  なる矩形断面に就て其の計算を行ふ。

## a. 應力の算定

§ 184 に於て既に求められた積分の値を利用すれば、(956) 乃至 (957b) 式は夫々

$$\frac{\sigma_c b r}{x} \left[ (r + x) \log \left( 1 + \frac{x}{r} \right) - x + \frac{n A'_s}{b r'_s} (x - h') - \frac{n A_s}{b r_s} (h - x) \right] = N, \quad (958)$$

$$\frac{\sigma_c b r}{x} \left[ (r + x)^2 \log \left( 1 + \frac{x}{r} \right) - \frac{x}{2} (2r + 3x) + \frac{n A'_s}{b r'_s} (x - h')^2 + \frac{n A_s}{b r_s} (h - x)^2 \right] = N(a + x), \quad (959)$$

$$\frac{\sigma_c b r}{x} \left[ \frac{x^2}{2} + \frac{n A'_s}{b} (x - h') - \frac{n A_s}{b} (h - x) \right] = -N e, \quad (960)$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{n A'_s}{b} (x - h') - \frac{n A_s}{b} (h - x) + e \left[ (r + x) \log \left( 1 + \frac{x}{r} \right) - x + \frac{n A'_s}{b r'_s} (x - h') - \frac{n A_s}{b r_s} (h - x) \right] = 0 \quad (961)$$

となる。之等のうち最後の (961) 式は  $x$  を決定する方程式である。之は勿論 (958) 乃至 (960) の 3 式中の任意の 2 式より導き得るものである。

(961) に於て積分をシンプソンの法則に依つて行へば (961) の近似式として

$$\frac{b x^2}{2} + n A'_s (x - h') - n A_s (h - x) + e \left[ \frac{b x^2}{2} \cdot \frac{6r + x}{3r(2r + x)} + \frac{n A'_s}{r'_s} (x - h') - \frac{n A_s}{r_s} (h - x) \right] = 0 \quad (961a)$$

を得る<sup>①</sup>。尙  $N$  が丁度  $O$  點に作用すれば  $e = 0$  であるから、此の場合には

$$\frac{b x^2}{2} + n A'_s (x - h') - n A_s (h - x) = 0 \quad (961b)$$

となり、直線部材の場合と同一になる。

上式に依つて  $x$  が求められゝば、 $\sigma_c$  は

<sup>①</sup> (961a) 式は O. Domke が "Spannungen in Eisenbetonstäben mit gekrümmter Achse" (B. u. E., 1930, S. 12) 及び Handb. f. Eisenbetonbau, 4. Aufl., I. Bd., S. 376 に示した式と同一である。尙 H. Marcus, "Untersuchungen über die Beanspruchung scharf gekrümmter Stäbe im Eisenbetonbrückenbau" (Brückenbau, 1912, S. 295) に於ても之と同様の問題が取扱はれて居る。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{N x}{r \left[ b(r+x) \log \left(1 + \frac{x}{r}\right) - b x + \frac{n A_s'}{r_s'} (x-h') - \frac{n A_s}{r_s} (h-x) \right]}, \\ \sigma_c &= - \frac{N x (a+x)}{r \left[ b(r+x)^2 \log \left(1 + \frac{x}{r}\right) - \frac{b x}{2} (2r+3x) + \frac{n A_s'}{r_s'} (x-h')^2 + \frac{n A_s}{r_s} (h-x)^2 \right]}, \\ \sigma_c &= \frac{-N e x}{r \left[ \frac{b x^2}{2} + n A_s' (x-h') - n A_s (h-x) \right]} \end{aligned} \right\} \quad (962)$$

のうち何れか一つに依つて求められ、他の應力は(936)及び(936a)に依つて決定される。

一般には(962)の第3式に依るのが便利であるが、 $e=0$ の場合には0/0の不定形になるから、第1式或は第2式に依らねばならない。上記第1、第2式の近似式は次の如くである。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{N x}{\frac{b x^2}{6} \cdot \frac{6r+x}{2r+x} + \frac{n A_s' r}{r_s'} (x-h') - \frac{n A_s r}{r_s} (h-x)}, \\ \sigma_c &= \frac{N x (a+x)}{\frac{b x^3}{6} \cdot \frac{4r+x}{2r+x} + \frac{n A_s' r}{r_s'} (x-h')^2 + \frac{n A_s r}{r_s} (h-x)^2} \end{aligned} \right\} \quad (962a)$$

### b. 鋼筋断面積の算定

$\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ が與へられたるものとすれば、中立軸の位置即ち $x$ は(944)で決定される。此の場合に必要にして且つ充分なる鋼筋量 $A_s$ 及び $A'_s$ は、(958)乃至(961)式のうち任意の2式より之を求めることが出来る。其の結果は次の如くになる。但し簡単のために $r_0 = x+r$ とする。

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{r_s x}{n(h-h')(h-x)} \left[ \frac{N(a+h')}{\sigma_c r} + \frac{b}{2}(x+2r_s') - b r_s' \frac{r_0}{x} \log \frac{r_0}{r} \right], \\ A'_s &= \frac{r'_s x}{n(h-h')(x-h')} \left[ \frac{N(a+h)}{\sigma_c r} + \frac{b}{2}(x+2r_s) - b r_s \frac{r_0}{x} \log \frac{r_0}{r} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (963)$$

またシンプソンの法則を利用する近似式に依れば次の結果になる。

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{r_s x}{n(h-h')(h-x)} \left[ \frac{N(a+h')}{\sigma_c r} + \frac{b x}{2} \cdot \frac{\frac{x}{3} \left(1 - \frac{h'}{2r}\right) - h'}{r + \frac{x}{2}} \right], \\ A'_s &= \frac{r'_s x}{n(h-h')(x-h')} \left[ \frac{N(a+h)}{\sigma_c r} - \frac{b x}{2} \cdot \frac{h - \frac{x}{3} \left(1 - \frac{h}{2r}\right)}{r + \frac{x}{2}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (963a)$$

### 2). 外側に壓應力を生ずる場合(第444圖)

此の場合の應力分布の關係に就ては(947)式が成立し、1)の場合と同様に

$$\left. \begin{aligned} \int \sigma dA_c + \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s &= N, \\ \int \sigma \xi dA_c + \sigma'_s A'_s (x-h') + \sigma_s A_s (h-x) &= N(a+x), \\ \int \sigma v dA_c + \sigma'_s A'_s r'_s - \sigma_s A_s r_s &= Ne, \\ \int \sigma(e-v) dA_c + \sigma'_s A'_s (e-r'_s) - \sigma_s A_s (e-r_s) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (964)$$

の諸式が得られる。之等に(947)の關係を代入し、幅 $b$ なる矩形斷面に就て解けば、次の諸結果を得ることが出来る。

#### a. 應力の算定

先づ中立軸の位置に對しては(964)の第4式より

$$\frac{b x^2}{2} + n A'_s (x-h') - n A_s (h-x) - e \left[ b(r'-x) \log \left(1 - \frac{x}{r'}\right) + b x + \frac{n A'_s}{r'_s} (x-h') - \frac{n A_s}{r_s} (h-x) \right] = 0, \quad (965)$$

或は其の近似式

$$\frac{b x^2}{2} + n A'_s (x-h') - n A_s (h-x) - e \left[ \frac{b x^2}{2} \cdot \frac{6r'-x}{3r'(2r'-x)} + \frac{n A'_s}{r'_s} (x-h') - \frac{n A_s}{r_s} (h-x) \right] = 0 \quad (965a)$$

が成立し、之に依つて $x$ が決定されば、 $\sigma_c$ は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{N x}{r' \left[ b(r'-x) \log \left(1 - \frac{x}{r'}\right) + b x + \frac{n A'_s}{r'_s} (x-h') - \frac{n A_s}{r_s} (h-x) \right]}, \\ \sigma_c &= \frac{N x (a+x)}{r' \left[ -b(r'-x)^2 \log \left(1 - \frac{x}{r'}\right) + \frac{b x}{2} (3x-2r') + \frac{n A'_s}{r'_s} (x-h')^2 + \frac{n A_s}{r_s} (h-x)^2 \right]}, \\ \sigma_c &= \frac{N e x}{r' \left[ \frac{b x^2}{2} + n A'_s (x-h') - n A_s (h-x) \right]} \end{aligned} \right\} \quad (966)$$

のうち何れか一つに依つて之を求めることが出来、他の應力は(947)式に依つて決定することが出来る。實際の場合には(966)の第3式が便利である。

#### b. 鋼筋断面積の算定

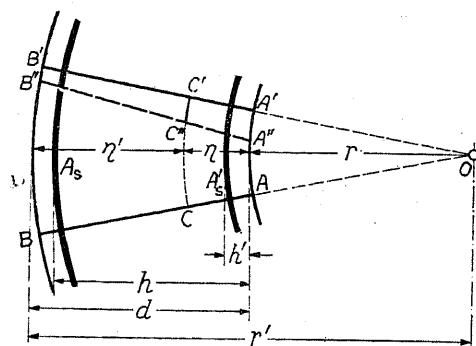
$\sigma_c$ 及び $\sigma_s$ が與へられたるものとすれば、中立軸の位置は(954)或は(954a)に依つて決定される。此の場合に必要にして且つ充分なる鋼筋量 $A_s$ 及び $A'_s$ は次の如くになる。但し $r_0 = r' - x$ である。

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{r_s x}{n(h-h')(h-x)} \left[ \frac{N(a+h')}{\sigma_c r'} + \frac{b}{2}(2r'_s - x) + b r'_s \frac{r_0}{x} \log \frac{r_0}{r'} \right], \\ A'_s &= \frac{r'_s x}{n(h-h')(x-h')} \left[ \frac{N(a+h)}{\sigma_c r'} + \frac{b}{2}(2r_s - x) + b r_s \frac{r_0}{x} \log \frac{r_0}{r'} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (967)$$

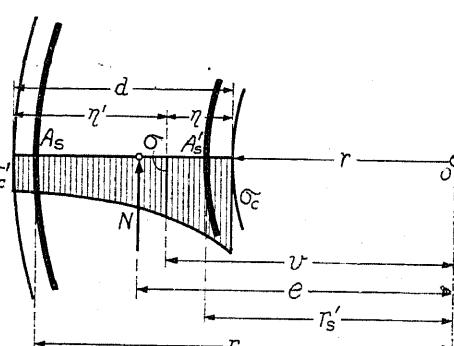
$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{r_s x}{n(h-h')(h-x)} \left[ \frac{N(a+h')}{\sigma_c r'} + \frac{bx}{2} \cdot \frac{\frac{x}{3}(1+\frac{h'}{2r'}) - h'}{r' - \frac{x}{2}} \right], \\ A'_s &= \frac{r'_s x}{n(h-h')(x-h')} \left[ \frac{N(a+h)}{\sigma_c r'} - \frac{bx}{2} \cdot \frac{h - \frac{x}{3}(1+\frac{h}{2r'})}{r' - \frac{x}{2}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (967a)$$

### 3) 断面に張應力を生ぜざる場合

軸壓力の偏心距離が小なる場合には、断面中に張應力を生じない。此の場合に第445圖に示す如く、断面  $A'B'$  が變形後断面  $AB$  に對して相對的に  $A''B''$  になるものと假定すれば



第445圖



第446圖

$$\varepsilon_c = \frac{A' A''}{A A'}, \quad \varepsilon'_c = \frac{B' B''}{B B'}, \quad \varepsilon = \frac{C' C''}{C C''},$$

$$C C' = A A' \frac{v}{r} = B B' \frac{v}{r'}, \quad C' C'' = \frac{1}{d} (A' A'' \eta' + B' B'' \eta)$$

であるから

$$\varepsilon = \frac{1}{d v} [\varepsilon_c r \eta' + \varepsilon'_c r' \eta]$$

となり、従つて應力間の關係として

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{d v} [\sigma_c r \eta' + \sigma'_c r' \eta], \\ \sigma_s &= \frac{n}{d r_s} [\sigma_c r (d-h) + \sigma'_c r' h], \\ \sigma'_s &= \frac{n}{d r'_s} [\sigma_c r (d-h') + \sigma'_c r' h'] \end{aligned} \right\} \quad (968)$$

を得る。次に此の場合の平衡條件より

$$\left. \begin{aligned} \int \sigma d A_c + \sigma'_s A'_s + \sigma_s A_s &= N, \\ \int \sigma v d A_c + \sigma'_s A'_s r'_s + \sigma_s A_s r_s &= N e \end{aligned} \right\} \quad (969)$$

の2式を得ることは説明を要しないであらう。故に問題を解くには、(968)の關係を(969)に代入し、之より2個の未知數を求むればよいのである。

今、断面を幅  $b$  なる矩形とすれば

$$\begin{aligned} \int \sigma d A_c &= \frac{b}{d} \left[ \sigma_c r \int_0^a \frac{\eta' d \eta'}{r' - \eta'} + \sigma'_c r' \int_0^a \frac{\eta d \eta}{r + \eta} \right] \\ &= \frac{b}{d} \left[ \sigma_c r \left( r' \log \frac{r'}{r} - d \right) + \sigma'_c r' \left( d - r \log \frac{r'}{r} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\int \sigma v d A_c = \frac{b}{d} \left[ \sigma_c r \int_0^a \eta' d \eta' + \sigma'_c r' \int_0^a \eta d \eta \right] = \frac{b d}{2} (\sigma_c r + \sigma'_c r')$$

であるから、(969)の2式は夫々次の如き形になる。

$$\frac{A r}{d} \sigma_c + \frac{B r'}{d} \sigma'_c = N, \quad \frac{C r}{d} \sigma_c + \frac{D r'}{d} \sigma'_c = N e, \quad (970)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= b r' \log \frac{r'}{r} - b d + \frac{n A_s (d-h)}{r_s} + \frac{n A'_s (d-h')}{r'_s}, \\ B &= b d - b r \log \frac{r'}{r} + \frac{n A_s h}{r_s} + \frac{n A'_s h'}{r'_s}, \\ C &= \frac{b d^2}{2} + n A_s (d-h) + n A'_s (d-h'), \\ D &= \frac{b d^2}{2} + n A_s h + n A'_s h'. \end{aligned} \right\} \quad (971)$$

故に  $\sigma_c$  及び  $\sigma'_c$  は夫々

$$\sigma_c = \frac{D - B e}{A D - B C} \cdot \frac{N d}{r}, \quad \sigma'_c = \frac{A e - C}{A D - B C} \cdot \frac{N d}{r'} \quad (972)$$

に依つて計算することが出来、従つて  $\sigma$ ,  $\sigma_s$  及び  $\sigma'_s$  は(968)式に依つて決定される。

上記の式が適用され得る爲には  $\sigma_c$  及び  $\sigma'_c$  が共に同符号であることが必要條件である。今1) 2) 及び3) の場合の限界を求むるに、先づ第446圖に就て  $N$  の作用點が右方に移行するに従つて、即ち  $e$  が小となるに従つて  $\sigma'_s$  は段々と小となり、或點に於て  $\sigma'_s$  が零となる。此の場合には  $\sigma'_s = 0$ 、即ち  $A e - C = 0$  であるから

$$e = \frac{C}{A} = \frac{\frac{b d^2}{2} + n A_s (d-h) + n A'_s (d-h')}{b r' \log \frac{r'}{r} - b d + \frac{n A_s (d-h)}{r_s} + \frac{n A'_s (d-h')}{r'_s}} \quad (973)$$

である。故に  $N$  が上式に依つて規定される位置より右方に作用すれば、曲柄の外側に張應力を生じ、従つて 1) の場合の解法に依らねばならない。

また  $N$  の作用點が左方に移動すれば、 $\sigma_c$  は段々と小になり、遂には

$$e = \frac{D}{B} = \frac{\frac{b d^2}{2} + n A_s h + n A'_s h'}{b d - b r \log \frac{r'}{r} + \frac{n A_s h}{r_s} + \frac{n A'_s h'}{r'_s}} \quad (974)$$

に於て  $\sigma_c = 0$  となる。故に  $N$  が上式に依つて規定される位置より左方に作用すれば、曲柄の内側に張應力を生じ、従つて 2) の場合の解法に依らねばならないことになる。

即ち之を換言すれば、(968) 乃至 (972) の諸式が適用される爲には、 $e$  の値が (973) の値より大であつて、且つ (974) の値より小なることを必要とする。

尚シングソンの法則に依つて近似的に

$$\int_0^d \frac{\eta d\eta'}{r' - \eta'} = \frac{d}{6} \left[ 0 + \frac{4 \frac{d}{2}}{r' - \frac{d}{2}} + \frac{d}{r' - d} \right] = \frac{d^2}{6} \cdot \frac{6r + d}{r(2r + d)},$$

$$\int_0^d \frac{\eta d\eta}{r + \eta} = \frac{d}{6} \left[ 0 + \frac{4 \frac{d}{2}}{r + \frac{d}{2}} + \frac{d}{r + d} \right] = \frac{d^2}{6} \cdot \frac{6r' - d}{r'(2r + d)}$$

なることを考慮し、(971) に於ける  $A$  及び  $B$  の代りに

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{b d^2}{6} \cdot \frac{6r + d}{r(2r + d)} + \frac{n A_s(d - h)}{r_s} + \frac{n A'_s(d - h')}{r'_s}, \\ B &= \frac{b d^2}{6} \cdot \frac{6r' - d}{r'(2r + d)} + \frac{n A_s h}{r_s} + \frac{n A'_s h'}{r'_s} \end{aligned} \right\} \quad (971a)$$

とすれば、之に依つて對數函数の計算を略くことが出来る。

### § 187. 偏心軸張力を受ける場合

#### 1) 断面中に壓應力を生ずる場合

曲柄の横断面に偏心軸張力  $N$  が作用し、之が爲に横断面の一部に壓應力を生ずる場合、即ち偏心距離が大であつて、断面中に中立軸が来る場合の應力及び鐵筋断面積の算定に對する公式は、之をすべて前記 § 186 の偏心軸壓力の場合と同様にして求めることが出来る。

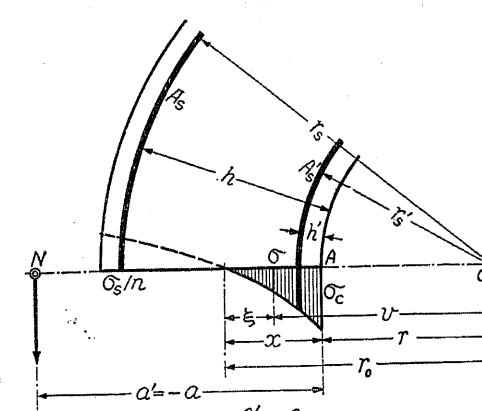
即ち第 447 圖及び第 448 圖に示すが如く  $AN$  の距離を  $a'$ 、 $ON$  の距離を  $e'$  とし

$$a = -a' = -|AN|, \quad e = -e' = -|ON|$$

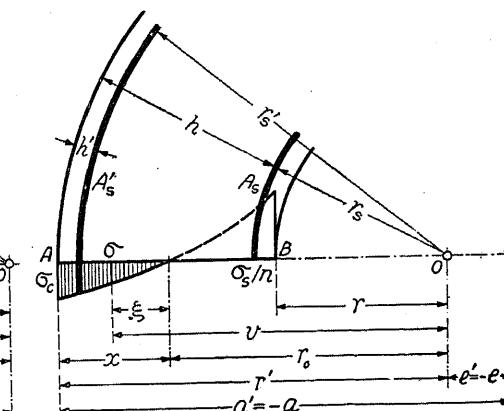
とし、且つ  $N = -N$  として § 186 の諸公式に代入すれば、第 447 圖の場合に對しては § 186, 1) の公式が適用され、第 448 圖の場合に對しては § 186, 2) の公式が適用される。但し第 448 圖の場合に於て  $N$  が  $O$  と  $A$  の間に作用する場合には  $e'$  を負としなければならない。即ち

$$e = -e' = +|ON|$$

とすればよいのである。



第 447 圖



第 448 圖

#### 2) 断面中に壓應力を生ぜざる場合

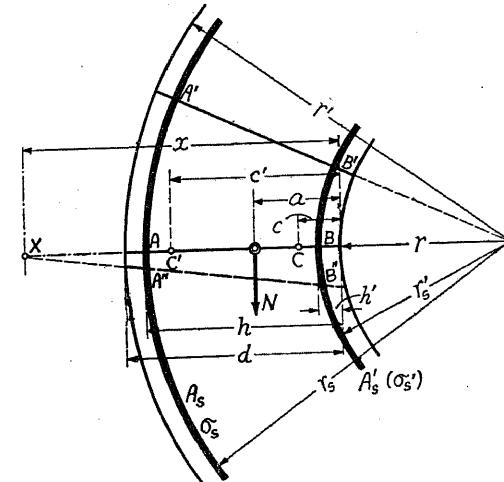
$N$  の偏心距離が小であつて断面に壓應力を生じない場合に、コンクリートの張應力を有効であると考へれば、§ 186, 3) の公式が其の儘適用される。然しコンクリートの張應力を無視する場合には、之と全然異なるものになる。

即ち第 449 圖に就て、横断面の内外力の平衡を考へれば、断面に作用する應力は、鐵筋  $A_s$  及び  $A'_s$  の張應力  $\sigma_s$  及び  $\sigma'_s$  のみであるから

$$\sigma_s A_s + \sigma'_s A'_s = N,$$

$$\sigma_s A_s (h - a) - \sigma'_s A'_s (a - h') = 0$$

の 2 條件を得、之より直ちに



第 449 圖

$$\sigma_s = \frac{N(a - h')}{A_s(h - h')}, \quad \sigma'_s = \frac{N(h - a)}{A'_s(h - h')}, \quad (975)$$

$$A_s = \frac{N(a - h')}{\sigma_s(h - h')}, \quad A'_s = \frac{N(h - a)}{\sigma'_s(h - h')} \quad (976)$$

を得ることが出来る。之は直線部材の場合と同一である。

次に上式の適用範囲に就て考へるに、第449圖に示すが如く、断面ABが断面A'B'に對して相対的に一つの平面A''B''に變位するものとすれば、A''B''の延長線とABの延長線との交點Xは變形率の零なる點、即ち中立軸に相當する點であるから、断面中に壓應力を生じない爲には、Xが断面の外にあることを必要とする、即ち断面の右端からXまでの距離をxとすれば

$$x \geq d \quad \text{或は} \quad x \leq 0 \quad (977)$$

であることが必要である。然るに

$$x = \frac{BB'' \cdot h - AA'' \cdot h'}{BB'' - AA''}, \quad (978)$$

$$\frac{AA''}{AA'} = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{N(a - h')}{E_s A_s(h - h')}, \quad \frac{BB''}{BB'} = \frac{\sigma'_s}{E'_s} = \frac{N(h - a)}{E'_s A'_s(h - h')}$$

$$AA':r_s = BB':r'_s$$

であるから、(978)より

$$x = \frac{A_s(h - a)r'_s h - A'_s(a - h')r_s h'}{A_s(h - a)r'_s - A'_s(a - h')r_s} \quad (979)$$

となる。茲に於て  $x = d$  なるときの  $a$  の値を  $c$ 、 $x = 0$  なるときの  $a$  の値を  $c'$  とすれば、上式より直ちに

$$c = \frac{A_s(d - h)r'_s h + A'_s(d - h')r_s h'}{A_s(d - h)r'_s + A'_s(d - h')r_s}, \quad c' = \frac{A_s h^2 r'_s + A'_s h'^2 r_s}{A_s h r'_s + A'_s h' r_s} \quad (980)$$

を得る。故に  $a$  が

$$c' \geq a \geq c \quad (981)$$

なる場合、即ち第449圖に於て  $N$  が  $C$  と  $C'$  との間に作用する場合にのみ (975) 或は (976) 式を適用することが出来、 $a > c$  のときは第447圖に示す場合となり、 $a < c'$  のときには第448圖に示す場合となる。