第 三 編

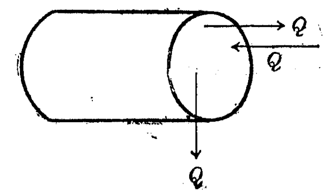
彈 體 靜 力 學

第一章

物體ノ强弱

80. 張力,壓力及裁力. 物體ノ面ニ垂直ニ面ヨリ外ニ向ヘル方

第 48 圖

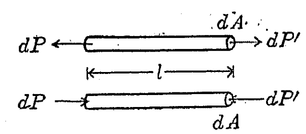


向,又ハ外ヨリ面ニ向ヘル方向ニ働クカヲソレゾレニ張力又ハ壓力ト謂ヒ,面内ニ於テ之ニ切觸シテ働クカヲ裁力ト謂フ. 張力又ハ壓力ハ垂面力ノ一種ニシテ裁力ハ切面力ナリ(第 50 節).

上記ノ力應力ナルトキハソレゾレノ場合ニ之ヲ應張力,應壓力及應裁力ト謂フ

81. 應變率. 第 49 圖ノ如ク長サ l ヲ有スル物體ニ張力又ハ壓力ヲ加フルトキハ物體ハソレゾレノ場合ニ於テ延伸又ハ短縮サ

第 49 圖



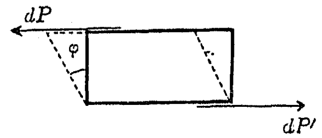
ルベシ. 此伸縮セル長サヲ Δl トスルトキハ

$$\frac{\Delta l}{l}$$

ヲ物體ノ伸縮率ト謂フ.

第50圖ノ如キ物體ニ裁力ヲ加フルトキハ物體ハ點線ニテ示セル如キ形ヲナスベシ. φ ナル角ヲ物體ノ歪率ト謂フ.

第50圖



伸縮率ト歪率トヲ總稱シテ應變率ト謂フ.

82. 應力强度ト應變率トノ關係. 前節ノ場合ニ於テ物體靜止ノ狀態ニアルトキハ dP, dP' ノ大サハ相等シカルベシ. 今此等ノ力ヲ應力ナリト考ヘ其働ク面ノ面積ヲ dA トスルトキハ應力强度 p ハ

$$p=\frac{dP}{dA}$$

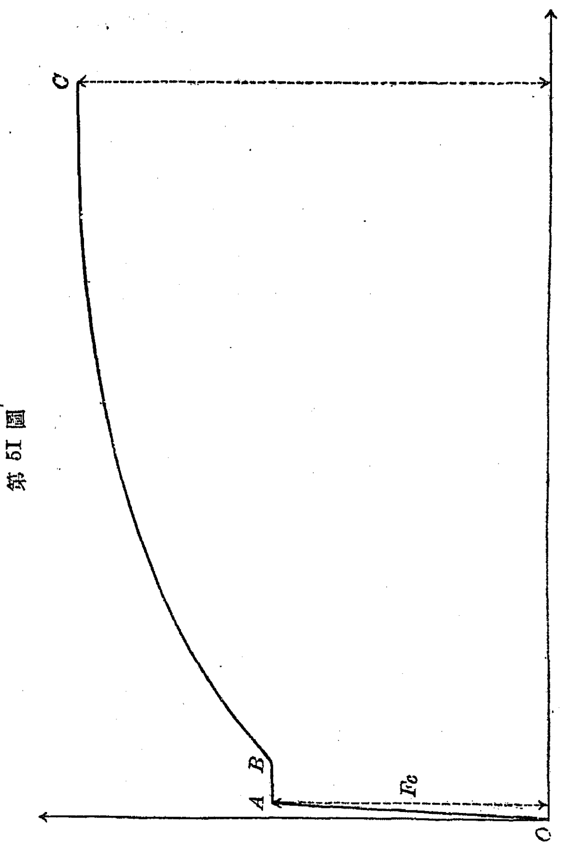
ナリ.

矩坐標軸ヲ取リ其一軸ニ沿ヒテ應力强度ヲ計リ,他軸ニ沿ヒテ應變率ヲ計ルトキハ其關係ヲ示セル線ヲ應力强度對應變率線ト謂フ.

鋼又ハ錬鐵ノ如キ物體ニ於テハ應力强度對應變率線ハ第51圖ノ如キ形ヲナシ其中 OA ハ直線, ABC ハ曲線ナリ. 應力强度ノ値 F_e 以下ニ於テハ若シ該應力ヲ去ルトキハ Δl 又ハ φ ハ全ク消失シテ物體ハ完全ナル舊態ニ復スベク,應力强度ノ値或ル一定ノ値 F ニ達スルトキハ物體ハ遂ニ破壞スベシ. F ヲ破壞强度ト謂ヒ大凡

65) $$F=2F_e$$

ナリ。



第51圖

鑄鐵,木材,石材ノ如キ物體ニ於テハ $OABC$ ハ總テ曲線ニシテ又應力强度ノ如何ナル値タルニ拘ラズタトヒ該應力ヲ去ルモ Δl 又ハ φ ハ其一部分ヲ消失スルニ止マリ從テ物體ハ完全ナル舊態ニ復歸スルコトナシ。

83. ふっくノ法則. 鋼又ハ錬鐵ニ於テハ第51圖ノ OA 直線ナルガ故ニ此間ニ於テハ

$$\frac{\text{應力强度}}{\text{應變率}}=\text{常數}$$

ナリ。此關係ヲふっくノ法則ト謂フ。

應力應張力又ハ應壓力ニシテ應變率伸縮率ナルトキハ上記ノ常數ヲ伸縮系數ト謂ヒ,應力應裁力ニシテ應變率歪率ナルトキハ之ヲ歪系數ト謂フ. E,μ ヲ以テソレソレニ之ヲ示ストキハ

66) $$\frac{p}{\frac{\Delta l}{l}} = E \qquad p \leqq F_e$$

67) $$\frac{p}{\varphi} = \mu \qquad p \leqq F_e$$

ヲ得。

應力强度對應變率線ノ此ノ如キ區間 OA ニ於テハ應力ト共ニ Δl 又ハ φ ノ消失シ去ルコト恰モ彈條ノ如キ働ヲナスガ故ニ此ノ如キ物體ヲ彈體ト謂フ。

鋼又ハ錬鐵ハ

$$p \leqq F_e$$

ナルトキハ彈體ニシテ,鑄鐵,木材,石材等ハ前節ニ於テ述ベタル如ク常ニ彈體タルコトヲ得ザレドモ工學上ニ於テハ應力强度小ナルトキハ亦彈體ナリト假定スルヲ常トス。

ふっくノ法則ハ第76節ノ原理及第78,79節ノ二公理ト相俟テ彈體靜力學ノ基礎ヲナセルモノナリ。

84. 物體ノ破壞强度。第82節ニ於ケル破壞强度 F ハ其應力ノ應張力タルト應壓力又ハ應裁力タルトニヨリソレソレニ之ヲ破壞抗張强度,破壞抗壓强度,破壞抗裁强度ト謂フ。從來行ハレタル諸種ノ實驗ニヨルニ此等ノ値ハ大凡次ノ如シ:—

W = 物體 1 立方呎ノ重量(听)

E = 伸縮系數(听／平方吋)

μ = 歪系數(听／平方吋)

F_t = 破壞抗張强度(听／平方吋)

F_c = 破壞抗壓强度(听／平方吋)

F_s = 破壞抗裁强度(听／平方吋)

F_b = 破壞抗曲强度(听／平方吋)

F_o = 破壞長柱强度(听／平方吋)

破壞抗曲强度及破壞長柱强度ノ意義ハ第103及129節ニ於テ明ナルニ至ルベシ。

材　料	W	E	μ	F_t	F_c	F_s	F_b	F
中　鋼	490	29,000,000	13,000,000	65,000		60,000	80,000	52,500
錬　鐵	480	28,000,000	12,500,000	50,000	55,000	40,000	55,000	42,000
鑄　鐵	450	14,000,000	6,500,00	20,000	80,000	20,000	50,000	80,000
杉	25	900,000		7,000	4,000	800	8,000	
檜	30	1,100,000		13,000	6,000	900	10,000	
松	35	1,200,000		15,000	7,000	1,200	11,000	
栗	45	1,200,000		15,000	8,000	1,200	11,000	
をーく								5,400
花崗石	170				12,000		2,000	
石灰石	160				7,000		1,500	
砂　石	150				5,000		1,500	
煉　瓦	125			200	2,500			
煉瓦工	120				1,500			
膠　灰	80			500				
膠泥1:1				350				
膠泥1:2				300				
膠泥1:3				250				
膠泥1:4				150				
混凝土 1:2–3:5–6	140			300	3,500	500		

註. F_0 ヲ定ムベキ實驗未ダ我國ニ於テ施行サレタルモノナキガ故ニ姑ク米國產ノたーくニ關スルモノヲ示ス。たーくノ强サハ大凡我國ノ檜松等ノ者ト相伯仲セリ。

其他ノ木材ニ關スルモノハ我國產ノモノニ於テハ實驗ノ結果ニシテ F_s ハ木ノ纖維ニ沿ヘルモノヲ示ス。

膠泥1:2ノ如ク記セルモノハ容積ニ於テ膠灰1,砂2ノ割合ニテ製セルモノナルヲ示シ,混凝土1:2—3:5—6ト記セルモノハ容積ニ於テ膠灰1,砂2乃至3,砂利5乃至6ノ割合ニテ製セルモノナリ。

85. 物體破壞ノ原因。物體破壞ノ原因ハ未ダ確知サルヽニ至ラズ從來此點ニ關シ諸種ノ理論及實驗ノ世ニ公ニサレタルモノアレドモ本書ノ程度ニ於テ之ヲ說クコト稍々困難ナルノミナラズ實地上之ヲ確定セザルモ甚シキ不便ナキガ故ニ故ラニ其巨細ニ涉ルヲ忌避スベシ。

86. 急激ナル外力ノ物體ニ及ボス影響。或ル外力ヲ極メテ急激ニ物體ニ加フルトキハ其極メテ靜カニ加ハル時ニ比シ二倍ノ影響ヲ與フベク,又現ニ Q ナル外力ノ加ハレル物體ニ $-Q$ ナル外力ヲ極メテ急激ニ加フルトキハ初ヨリ Q ノ極メテ靜カニ加ハレル時ニ比シ三倍ノ影響ヲ與フベシ。此事實ヲ完全ニ證センニハ非常ニ複雜ナル理論ヲ要スルガ故ニ之ヲ省略スベシ。

橋上ニ疾走シ來レル鐵道列車ノ重量又ハ蒸汽機械ノ動部ニ加ハレル力ノ如キハ上記ノ如キ急激ナルモノニアラズト雖モ極メテ靜カニ加ハレル同大ノ力ニ比スレバ其以上ノ影響ヲ與フベシ。

87. 反覆セル外力ノ物體ノ破壞强度ニ及ボス影響。ゔぇーれるノ有名ナル實驗ニヨルニ一定ノ外力ヲ一タヒ靜カニ加フルトキト反覆シテ加フルトキトハ其物體ノ破壞强度ニ及ボス影響ニ大差

アリ。Q ナル外力ヲ一タヒ靜カニ加フルトキノ物體ノ破壞强度ヲ F トスルトキハゔぇーれるノ實驗ノ結果次ノ如シ:—

第一。Q ハ物體ノ破壞ヲ生ズベキ外力ナルガ故ニ $Q'<Q$ ノ如キ Q' ナル外力ヲ一タビ靜カニ加フルトキハ物體ハ破壞スルコトナカルベシ。然レドモ Q' ヲ非常ノ度數(數百萬回)ニ反覆シテ加フルトキハ該物體ハ亦破壞スベク此際ニ於ケル破壞强度ヲ F' トスレバ大凡

$$F=2F'$$

ナリ。

第二。$Q''<Q'<Q$ ノ如キ Q'' ナル外力ヲ取リ Q'' ト $-Q''$ ナル外力ヲ交互ニ反覆シテ加フルトキハ該物體ハ亦破壞スベク此際ニ於ケル破壞强度ヲ F'' トスレバ大凡

$$F=3F''$$

ナリ。

第三。一般ニ $R, S, |R|\leqq|S|<|Q|$ (第一ノ場合ニ於テハ $R=0$, $S=Q'$, 第二ノ場合ニ於テハ $R=-Q''$, $S=Q''$) ノ如キ R, S ナル二外力ヲ取リ之ヲ交互ニ反覆シテ加フルトキハ該物體ハ遂ニ破壞スベク此際ニ於ケル破壞强度ヲ F''' トシ,R, S ノ一タビ靜カニ加ハル時ニ於ケル應力强度ヲソレソレニ $A, B, |A|\leqq|B|<|F|$ トスレバ $B-A$ ナル差ノ增加スルニ從ヒ F''' ノ値ハ減少シ大凡

$$68)\qquad F'''=F'\left(1+\frac{F-F'}{F'}\frac{A}{B}\right)\qquad A, B \text{同號ナルトキ}$$

$$69)\qquad F'''=F'\left(1-\frac{F'-F''}{F'}\frac{A}{B}\right)\qquad A, B \text{異號ナルトキ}$$

ナル關係ヲ有ス。68)式ヲらうんはるとノ公式ト謂ヒ,69)式ヲわい

らうふノ公式ト謂フ。

ヴぇーれるノ上記ノ實驗ニ於テハ$Q',Q''.R,S$等ノ力ハ一分間ニ約百囘ノ割合ヲ以テ物體ニ加ヘタルガ故ニ稍々急激ナル外力ノ性質ヲ有セリ。

88. 物體ノ保安。安全率。外力ヲ受クル物體ニ於ケル應力强度ハ一般ニ物體ノ各所ニ於テ相異ルベク而シテ該物體ヲシテ該外力ノ爲メニ破壞サルヽコトナカラシメンニハ其最大應力强度ヲシテ該物體ノ破壞强度ヲ超過セシムベカラズ。然ルニ第84節ノ表ニ於ケル如キ物體ノ破壞强度ノ値ハ極メテ佳良ナル材料ニ對セルモノニシテ吾人ノ日常用ユルモノハ常ニ此ノ如キ良好ナルモノヽミニアラズ又此破壞强度ハ第86,87節等ノ狀況ノ下ニ於テハ相當ノ減値ヲ要スベキガ故ニ物體保安ノ途トシテ$m>1$ノ如キmナル或ル數ヲ以テ物體ノ破壞强度ヲ除シタル商ヲ求メ物體ニ於ケル最大應力强度ヲシテ少クモ此商以下ニアラシメザルベカラズ

mナル數ヲ安全率ト稱シ,之ヲ以テ物體ノ破壞强度ヲ除シタル商ヲ其物體ノ許容强度ト謂ヒ,各種ノ破壞强度ニ對シ許容抗張强度,許容抗壓强度等ノ語ヲ用ユ。

以上ノ語ヲ用ユレバ物體保安ノ途ヲ次ノ如ク述ブルコトヲ得ベシ:—

物體ノ最大應力强度ハ少クモ其許容强度以下ニアラシムベシ.

安全率ヲ確定センニハ特殊ノ事項例ヘバ家屋,橋梁,機械等ノ各論ノ詳細ニ涉ラサルベカラズ。此ノ如キハ本書ノ如キ一般概括セル事項ニ關セルモノヽ能クスベキニアラズ次ニ示セルモノハ

今日用ヒラルヽ標準安全率ノ一例ナリ:—

材 料	家 屋	橋 梁	機 械
中 鋼	5	7	15
錬 鐵	4	6	10
鑄 鐵	6	15	20
木 材	8	10	15
煉瓦及石	15	25	30

第二章

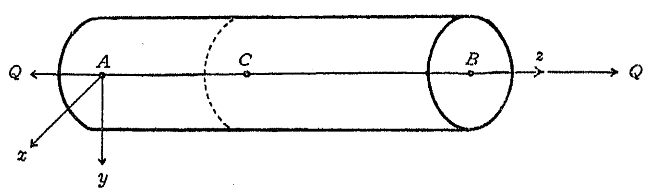
抗張材及短柱

89. 抗張材及短柱。張力ヲ受クル物體ヲ抗張材ト謂ヒ,壓力ヲ受クル短カキ物體ヲ短柱ト謂フ。

90. 斷面ノ圖心ヲ通過セル張力又ハ壓力ヲ受クル抗張材又ハ短柱。

第一. 應力强度。第52圖ニ於テ抗張材(又ハ短柱)靜止ノ狀態ニ

第52圖



アルトキハ之ニ働ク張力(又ハ壓力)Q, Q'ノ大サハ相等シ。任意ノ斷面Cハ此等ノ外力ヲ受クルノ後尙之ニ平行ナル平面ナリト假定シ。

$AC = z$

Δz =外力又ハ應力ニヨリテ生セルzノ伸縮ノ長サ

A =斷面σノ面積

p =斷面ノ一點(x, y, z)ニ於ケル應力强度

トスルトキハpハ此斷面ニ垂直ニシテ66)式ニヨリ

$$p = E\frac{\Delta z}{z}$$

ナルガ故ニpハ一定ノ斷面內ニ於テハ常數ナリ。

矩坐標軸ノz軸ヲシテ斷面ノ圖心ヲ通過セシメ,x, y軸ヲA端ノ斷面內ニ取リ,AC部ニ對シCニ於ケル應力ヲ外力ナリト考フルトキハ此部分ハ靜止ノ狀態ニアルベキガ故ニ64)式ト第52節ノ第二ノ場合ニヨリ

$$\mathfrak{N}_z = -Q + \int_{(\sigma)} p\,dA = -Q + pA = 0$$

$$\mathfrak{M}_x = \int_{(\sigma)} p\,y\,dA = p\,G_x = 0$$

$$-\mathfrak{M}_y = \int_{(\sigma)} p\,x\,dA = p\,G_y = 0$$

從テ

70) $$p = \frac{Q}{A}$$

ヲ得。故ニ求ムルpノ値ハ總テノ斷面ノ總テノ點ニ於テ常數ナリ。

第二。應變率。此場合ニ於ケル應變率ハ伸縮率ニシテ66),70)式ニヨリ

71) $$\frac{\Delta z}{z} = \frac{p}{E} = \frac{Q}{AE}$$

ナリ。

91. 斷面ノ圖心ヲ通過セザル張力又ハ壓力ヲ受クル抗張材又ハ短柱。x, y軸ヲ斷面Aノ主軸トシ,張力(又ハ壓力)ノ働ク點ヲ(x_0, y_0)トシ,任意ノ斷面Cハ外力ヲ受クルノ後尙一ノ平面ヲナシ

$$\Delta z = \alpha + \beta x + \gamma y, \quad \alpha, \beta, \gamma \text{ハ常數}$$

ナル伸縮ヲナセルモノトセバ總テ前節ト同樣ノ方法ニヨリ

$$p=\frac{E}{z}\,\varDelta z=\frac{E}{z}\,(\alpha+\beta x+\gamma y)$$

$$=p_0+mx+ny,\quad p_0, m, n \text{ ハ常數}$$

從テ64)式ト第53節ノ第一ノ場合ノ其二ニヨリ

$$\mathfrak{N}_z=-Q+\int_{(\sigma)} p\,dA=-Q+p_0A=0$$

$$\mathfrak{M}_x=-Qy_0+\int_{(\sigma)} py\,dA=-Qy_0+nI_x=0$$

$$-\mathfrak{M}_y=-Qx_0+\int_{(\sigma)} px\,dA=-Qx_0+mI_y=0$$

ヲ得ベシ。故ニ

$$p=\frac{Q}{A}\left(1+\frac{x_0x}{r_y^2}+\frac{y_0y}{r_x^2}\right) \tag{72}$$

ヲ得。

92. 抗張材及短柱ノ設計　抗張材及短柱ハ第88節ニ從ヒテ設計スルヲ常トス。故ニ今

p' ＝70)式ノp,又ハ72)式ノpノ値ノ最大ナルモノ

p'' ＝72)式ノ $-p$ ノ數値ノ最大ナルモノ

f_t ＝許容抗張强度

f_c ＝許容抗壓强度

トレスバ抗張材及短柱ノ設計ニ用ユル一般公式ハ

$$\begin{cases} p'\leqq f_t, & p''\leqq f_c \quad \text{抗張材ニ對シ} \\ p'\leqq f_c, & p''\leqq f_t \quad \text{短柱ニ對シ} \end{cases} \tag{73}$$

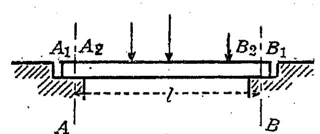
ナリ。

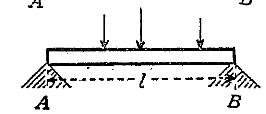
第三章

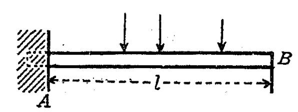
單桁

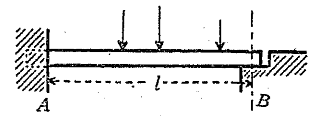
1. 總説。

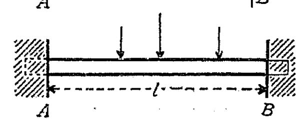
93. 桁。第53圖ノ如ク其兩端ヲ支ヘ圖ノ如キ荷重(第94節)ヲ加

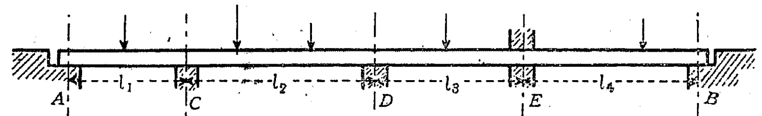
第53圖


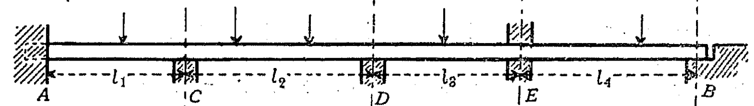
第54圖


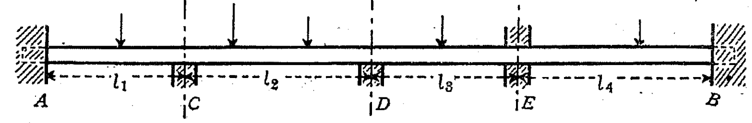
第55圖


第56圖


第57圖


第58圖


第59圖


第60圖


ヘタル物體ヲ單桁ト謂ヒ,其兩端ヲ各支端ト謂フ。

第55圖ノ如ク其一端Aヲ確固不動ノモノニ固定シ,他端Bニハ何等ノ支承ヲ與ヘズ,而シテ圖ノ如キ荷重ヲ加ヘタル物體ヲ突桁

ト謂ヒ,Aヲ定端Bヲ放端ト謂フ。

第56, 57圖ノ如ク一定端及一支端又ハ兩定端ヲ有シ,及ビ第58 59, 60圖ノ如ク兩支端,一定端及一支端,又ハ兩定端ト其間ニ一個以上ノC, Dノ如キ單純ナル支承又ハEノ如キ確固不動ノモノニ固定サレタル支承ヲ有シ,而シテ圖ノ如キ荷重ヲ受クル物體ヲ總テ連桁ト謂ヒ,C, Dヲ放支點,Eヲ定支點ト稱シ,放支點,定支點ヲ總稱シテ支點ト謂フ。

單桁,突桁及連桁ヲ總稱シテ桁ト謂フ。

第53及第55ヨリ60圖ニ示セル如ク一支端又ハ一支點ノ中央又ハ一定端,一放端ヨリ次ノ一支端又ハ一支點ノ中央又ハ一定端一放端ニ至ルl, l_1, l_2, l_3, l_4ノ如キ距離ヲ徑間ト謂ヒ,第53圖ノ如キ桁ハ第54圖ノ如キモノトシテ之ヲ研究スルヲ常トス其他亦類推スベシ。

桁ノ支端及支點ハ常ニ平滑(第152節第四ノ末項)ナリト假定スルヲ常トス。

94. 集中荷重及等布荷重。 鐵道列車ノ重量ハ其車輪ニヨリテ支ヘラルヽガ故ニ列車桁ノ上ニ來ルトキハ其重量ハ車輪ニヨリテ桁ニ加ヘラルベシ。 列車ノ各車輪ニ來ルベキ重量ハ或ル方法ニヨリテ一々之ヲ定ムルコトヲ得ベキモノニシテ此ノ如キ重量桁ニ働クトキハ之ヲ集中荷重ト謂フ。

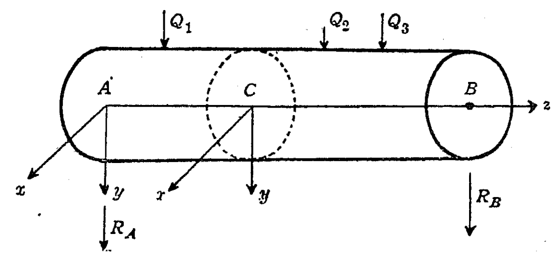
橋上ニ一樣ニ積レル雪ノ重量ノ如キハ之ヲ等布荷重ト謂ヒ,橋上ニ於ケル人ノ密集ニヨリテ生ズル荷重ハ實ハ吾人個々ノ重量ニヨリテ生ズルモノナレドモ之ヲ平均シテ亦一ノ等布荷重ナリトスルヲ常トス。 桁ノ長サノ單位ニ於ケル等布荷重ノ値ヲ其ノ

強度ト謂フ。

2. 單桁ニ於ケル外力.

95. 彎曲率及裁力。 第61圖ニ於テ矩坐標軸ノz軸ヲシテ單桁

第61圖



ノ斷面ノ圖心ヲ通過セシメ,x, y軸ヲ一端Aノ主軸トシ,單桁ノ中途ニ於テ任意ノ斷面Cト其圖心C點ヨリx, y軸ニ平行セルCx, Cy線ヲ取ルトキハAC(又ハBC)間ニアル總テノ外力ノCx線ニ對スル力率ノ和ヲCニ於ケルAC(又ハBC)側ノ彎曲率ト謂ヒ,Cy線ニ於ケル分力ノ和ヲCニ於ケルAC(又ハBC)側ノ裁力ト謂フ。

今Cニ於テ

$M = AC$側ノ彎曲率

$M' = BC$側ノ彎曲率

$S = AC$側ノ裁力

$S' = BC$側ノ裁力

トスルトキハ64)式ニヨリ

$$\mathfrak{M}_{Cx} = M + M' = 0$$

$$\mathfrak{N}_y = S + S' = 0$$

ナルガ故ニ

$$
74)\quad \begin{cases} M = -M' \\ S = -S' \end{cases}
$$

ヲ得ベク,又力率及分力ナルモノヽ定義ニヨリ

$$
75)\quad \begin{cases} \dfrac{dM}{dz} = S \\[2ex] \dfrac{dM'}{dz} = S' \end{cases}
$$

ヲ得ベシ。

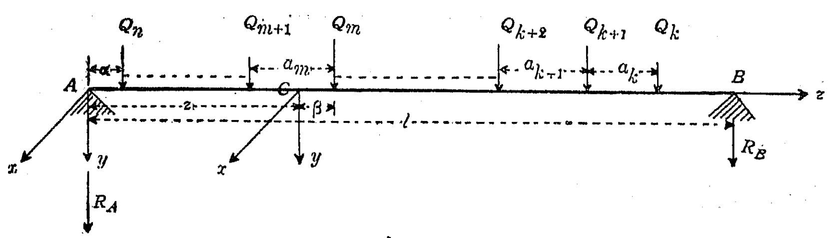
75)式ニヨリ裁力零ナル斷面ニ於ケル彎曲率ハ最大,最小又ハ常數ナリ。

96. 集中荷重ニ對スル反力,彎曲率及裁力

第一。 解析解法。

其一° 反力。 第62圖ニ於テ集中荷重 $Q_1, Q_2, \cdots, Q_k, \cdots, Q_m, \cdots, Q_n, \cdots$

第 62 圖



ノ中單桁 AB ニ加ハレルモノヲ $Q_k, \cdots, Q_m, \cdots, Q_n$ トシ, A, B ニ於ケル反力ヲソレゾレニ R_A, R_B トストキハ 64)式ニヨリ

$$
-\mathfrak{M}_{Ax} = R_B\, l + Q_k(a_k + a_{k+1} + \cdots + a) + Q_{k+1}(a_{k+1} + \cdots + a) + \cdots + Q_n\, a = 0
$$

$$
\mathfrak{N}_y = R_A + R_B + Q_k + Q_{k+1} + \cdots + Q_n = 0
$$

ナルガ故ニ

$$
76)\quad \begin{cases} R_B = -\dfrac{1}{l}\left[a_k Q_k + a_{k+1}\sum_k^{k+1} Q + a_{k+2}\sum_k^{k+2} Q + \cdots + a\sum_k^n Q\right] \\[2ex] R_A = -\sum_k^n Q - R_B \end{cases}
$$

ヲ得;但シ $\sum_k^{k+1} Q$ ノ如ク記セルモノハ $Q_k + Q_{k+1}$ ノ意ナリ。

R_A, R_B ハ共ニ負數ナルガ故ニ A 又ハ B ニ於ケル反力ハ上ニ向ヘリ。

總テノ a ヲ常數,a ヲ變數ナリトスルトキハ R_A ハ Q_n ガ A ニアリ, R_B ハ Q_k ガ B ニアルトキ其數値最大ナリ,但シ集中荷重ガ此位置ニ來ル爲メ前ノ場合ニ於テ Q_k ヨリ前ノ荷重後ノ場合ニ於テ Q_n ヨリ後ノ荷重ガ桁 AB ニ加ハルコトアルベシ。 此等ノ最大數値ヲ有スル R_A 又ハ R_B ヲソレゾレニ A 又ハ B ニ於ケル最大反力ト謂ヒ,最大 R_A,最大 R_B ヲ以テ之ヲ示ストキハ

$$
77)\quad \begin{cases} \text{最大 } R_A = -\sum_k^n Q + \dfrac{1}{l}\left[a_k Q_k + a_{k+1}\sum_k^{k+1} Q + \cdots + a_{n-1}\sum_k^{n-1} Q\right] \\[2ex] \text{最大 } R_B = -\dfrac{1}{l}\left[a_k Q_k + a_{k+1}\sum_k^{k+1} Q + \cdots + \left(l - \sum_k^{n-1} a\right)\sum_k^n Q\right] \end{cases}
$$

ヲ得。

A 又ハ B ニ於ケル最大反力ノ數ハ一般ニ數多アリ。 其總體ニ於テ最大數値ヲ有スル反力ヲ桁ノ絕對最大反力ト謂フ。

其二。 彎曲率。 前節ト同一ノ記號ヲ用ユルトキハ

$$
-M' = R_B(l - z) + Q_k(a_k + a_{k+1} + \cdots + \beta) + Q_{k+1}(a_{k+1} + \cdots + \beta) + \cdots + Q_m\beta
$$

ヲ得。 然ルニ

$$
M' = -M \qquad\qquad 74)\text{式ニヨリ}
$$

$$
R_B = -\frac{1}{l}\left[a_k Q_k + a_{k+1}\sum_k^{k+1} Q + \cdots + a\sum_k^n Q\right] \qquad 76)\text{式ニヨリ}
$$

$$
\beta = \sum_m^{n-1} a + a - z
$$

ナルガ故ニ之ヲ上式ニ代用シテ

$$78)\quad M=-\frac{l-z}{l}\left[a_k Q_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+a\sum_k^n Q\right]+\left[a_k Q_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+\left(\sum_m^{n-1}a+a-z\right)\sum_k^m Q\right]$$

ヲ得,尙

$$79)\quad \begin{cases} M<0 \\ M=0, & A\text{及}B\text{ニ於テ} \end{cases}$$

ヲ得。

z 及總テノ a ヲ常數,a ヲ變數ナリトスルトキハ

$$M=-C+\frac{a}{l}\left[-(l-z)\sum_k^n Q+l\sum_k^m Q\right]\qquad C\text{ハ常數}$$

ナルガ故ニ

$$80)\quad \frac{\sum_k^n Q}{l}=\frac{\sum_k^m Q}{l-z}$$

ナルトキハ M ハ荷重ノ位置ノ變化ニヨリテ其値ヲ變化サルヽコトナシ。

Q_{m-1} ヲ BC 間ノ終リノ荷重トスルトキハ

$$M=-C'+\frac{a'}{l}\left[-(l-z)\sum_k^n Q+l\sum_k^{m-1}Q\right]\qquad \begin{matrix}C'\text{ハ常數}\\ a'\text{ハ此時ノ}a\end{matrix}$$

ナルガ故ニ

$$-(l-z)\sum_k^n Q+l\sum_k^m Q>0\quad \text{卽}\quad \frac{\sum_k^n Q}{l}<\frac{\sum_k^m Q}{l-z}$$

$$-(l-z)\sum_k^n Q+l\sum_k^{m-1}Q<0\quad \text{卽}\quad \frac{\sum_k^n Q}{l}>\frac{\sum_k^{m-1}Q}{l-z}$$

從テ

$$81)\quad \frac{\sum_k^{m-1}Q}{l-z}<\frac{\sum_k^n Q}{l}<\frac{\sum_k^m Q}{l-z}$$

ナルトキハ a 最小ニシテ a' 最大ナルトキ卽 Q_m ガ C ニアルトキ M ノ數値最大ナリ。此 M ヲ C ニ於ケル AC 側ノ最大彎曲率ト謂ヒ M_1 ヲ以テ之ヲ示ストキハ

$$a=z-\sum_m^{n-1}a$$

ヲ 78)式ニ代用シテ

$$82)\quad M_1=-\frac{l-z}{l}\left[a_kQ_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+\left(z-\sum_m^{n-1}a\right)\sum_k^n Q\right]+\left[a_k Q_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+a_{m-1}\sum_k^{m-1}Q\right]$$

ヲ得。

更ニ z ヲ變數ナリトスルトキハ

$$\frac{d M_1}{d z}=0$$

從テ

$$83)\quad \begin{cases} z=\dfrac{-a_k Q_k-a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q-\cdots-a_{n-1}\sum_k^{n-1}Q+\left(l+\sum_m^{n-1}a\right)\sum_k^n Q}{2\sum_k^n Q} \\ \sum_m^{n-1}a\leqq z\leqq l-\sum_k^{m-1}a \end{cases}$$

ナルトキ M_1 ノ數値最大ニシテ Q_m ハ C ニアリ。此 M_1 ヲ桁ノ AC 側ノ最大彎曲率ト謂ヒ,M_0 ヲ以テ之ヲ示ストキハ 82), 83)式ニヨリ

$$84)\quad \begin{cases} M_0=-\dfrac{\left[a_k Q_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+\left(l-\sum_m^{n-1}a\right)\sum_k^n Q\right]^2}{4l\sum_k^n Q}+\left[a_k Q_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+a_{m-1}\sum_k^{m-1}Q\right] \\ \quad =-\dfrac{(l-z)^2}{l}\sum_k^n Q+\left[a_k Q_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+a_{m-1}\sum_k^{m-1}Q\right] \end{cases}$$

ヲ得　83)式ノ第一式ニヨリ

$$z=\frac{-a_kQ_k-a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q-\cdots+(l-a)\sum_k^nQ}{\sum_k^nQ}$$

$$=\frac{Q_k(l-a_k-a_{k+1}-\cdots-a)+Q_{k+1}(l-a_{k+1}-\cdots-a)+\cdots+Q_n(l-a)}{\sum_k^nQ}$$

ナルガ故ニ荷重ノ總代力ノ働線ハ B 端ヨリ z ナル距離ニアリ。

83)式ノ第一式ニヨリテ求メタル z ノ値第二式ヲ滿足セザルトキハ新シキ荷重ニ對シ同樣ノ方法ヲ反覆スベシ。

M_1,M_0 ノ數ハ一般ニ數多アリテ其數値ノ最大ナルモノヲソレゾレニ C ニ於ケル AC 側ノ絕對最大彎曲率及桁ノ AC 側ノ絕對最大彎曲率ト謂フ。

其三。裁力。前節ト同一ノ記號ヲ用ユルトキハ

$$S'=R_B+Q_k+Q_{k+1}+\cdots+Q_m$$

ナルガ故ニ74), 76)式ニヨリ

$$S=\frac{1}{l}\left[a_kQ_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+a\sum_k^nQ\right]-\sum_k^mQ \qquad 85)$$

ヲ得。

z 及總テノ a ヲ常數, a ヲ變數ナリトシ,

$$S>0$$

ナルトキハ a 最大ナルトキ卽 Q_{m+1} ガ C ニ極近ク AC 內ニアルトキ(集中荷重此位置ニ來ル爲メ新荷重 AC ニ入リ,現荷重 BC ヨリ出ヅルモ妨ナシ) S ノ値最大ニシテ,

$$S<0$$

ナルトキハ a 最小ナルトキ卽 Q_m ガ C ニ極近ク BC 內ニアルトキ(集中荷重此位置ニ來ル爲メ新荷重 BC ニ入リ,現荷重 AC ヨリ出ヅルモ妨ナシ) S ノ數値最大ナリ. 此等ノ S ノ値ヲ C ニ於ケル AC 側ノ最大裁力ト謂ヒ, S_1 ヲ以テ之ヲ示ストキハ85)式ニヨリ

$$86)\quad\begin{cases}S_1=\dfrac{1}{l}\left[a_kQ_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+\left(z-\sum_{m+1}^{n-1}a\right)\sum_k^nQ\right]-\sum_k^mQ, \\ \qquad\qquad S>0\text{ナルトキ} \\ S_1=\dfrac{1}{l}\left[a_kQ_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+\left(z-\sum_{m}^{n-1}a\right)\sum_k^nQ\right]-\sum_k^mQ, \\ \qquad\qquad S<0\text{ナルトキ}\end{cases}$$

ヲ得.

更ニ z ヲ變數ナリトシ,

$$S_1>0$$

ナルトキハ z 最大ナルトキ卽 C ハ B ト相合シ Q_k ハ B ニ極近ク AB 內ニアルトキ S_1 ノ値最大ニシテ,

$$S_1<0$$

ナルトキハ z 最小ナルトキ卽 C ハ A ト相合シ Q_n ハ A ニ極近ク AB 內ニアルトキ S_1 ノ數値最大ナリ. 此等ノ S_1 ヲ桁ノ AC 側ノ最大裁力ト謂ヒ, S_0 ヲ以テ之ヲ示ストキハ86)式ニヨリ

$$87)\quad\begin{cases}S_0=\dfrac{1}{l}\left[a_kQ_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+\left(l-\sum_k^{n-1}a\right)\sum_k^nQ\right] \\ \qquad\qquad B\text{ニ於テ,}\quad S_0>0\text{ナルトキ} \\ S_0=\dfrac{1}{l}\left[a_kQ_k+a_{k+1}\sum_k^{k+1}Q+\cdots+a_{n-1}\sum_k^{n-1}Q\right]-\sum_k^nQ \\ \qquad\qquad A\text{ニ於テ,}\quad S_0<0\text{ナルトキ}\end{cases}$$

ヲ得,尙之ヲ77)式ト比較スルトキハ

$$
88)\quad \begin{cases} S_0 = -\text{最大}\,R_B & S_0 > 0\ \text{ナルトキ} \\ S_0 = \text{最大}\,R_A & S_0 < 0\ \text{ナルトキ} \end{cases}
$$

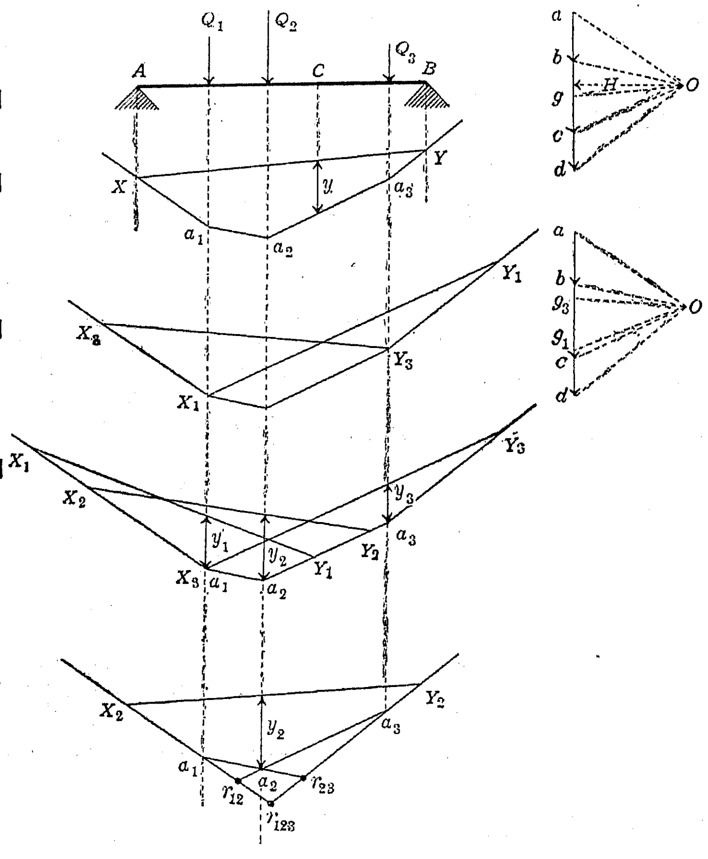
ヲ得.

S_1, S_0 ノ數ハ一般ニ數多アリテ其値又ハ數値ノ最大ナルモノヲソレゾレニCニ於ケルAC側ノ絶對最大裁力及桁ノAC側ノ絶對最大裁力ト謂フ.

第二. 彎曲率圖及裁力圖ヲ用ユル圖式解法.

其一. 反力. Q_1, Q_2, Q_3 ヲ與ヘラレタル集中荷重トスルトキハ第64圖ニ於テ

第63圖 第64圖 第65圖 第66圖 第67圖 第68圖 第69圖



$$
ab = Q_1,\quad bc = Q_2,\quad cd = Q_3
$$

トシテ $abcd$ ナル力ノ多角形ヲ得,任意ノ極 O ヲ取リ第65圖ニ於テ、

$$
Xa_1 // Oa,\quad a_1a_2 // Ob,\quad a_2a_3 // Oc,\quad a_3Y // Od
$$

トシ, $Og // XY$ トスルトキハ第28節第二ノ場合ニヨリ

$$
ga = R_A,\quad dg = R_B
$$

ナリ.

更ニ第66圖ニ於テ例ヘバ

$AB = X_1$ ト Y_1 トノ水平距離

$= X_3$ ト Y_3 トノ水平距離

トシ,第67圖ニ於テ

$$
Og_1 // X_1Y_1,\quad Og_3 // X_3Y_3
$$

トスルトキハ

$g_1a =$ 一ノ最大 R_A, $dg_3 =$ 一ノ最大 R_B

ニシテ,此ノ如キモノヽ中其數値最大ナルモノハ桁ノ絶對最大反力ナリ.

其二. 彎曲率. 第64,65圖ニ於テ8)式ニヨリ

$$
M = -yH
$$

ヲ得, $Xa_1a_2a_3Y$ ナル圖ヲ彎曲率圖ト謂フ.

第68圖ニ於テ

$AC = X_1$ ト a_1 トノ水平距離, $BC = Y_1$ ト a トノ水平距離

$= X_2$ ト a_2 トノ水平距離, $= Y_2$ ト a_2 トノ水平距離

$= X_3$ ト a_3 トノ水平距離, $= Y_3$ ト a_3 トノ水平距離

トシテ X_1Y_1, X_2Y_2, X_3Y_3 ヲ引クトキハ $-y_1H, -y_2H, -y_3H$ ハ何レモ

一ノM_1ニシテ,此ノ如キモノヽ中其數値最大ナルモノハCニ於ケルAC側ノ絕對最大彎曲率ナリ.

更ニ第69圖ニ於テ例ヘバr_{123}ハQ_1, Q_2, Q_3ノ總代力ノ働線ノ一點ナルガ故ニ

X_2トY_2トノ水平距離$=AB$

X_2トa_2トノ水平距離$=r_{123}$トY_2トノ水平距離

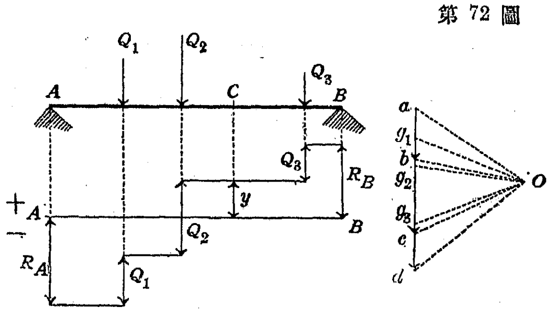
トシテX_2Y_2ヲ引キ(此X_2Y_2線中ニハQ_1, Q_2, Q_3,ノ働線ヲ含マザルベカラズ)y_2ノ如キモノヲ求ムルトキハCハa_2ニ相當シ$-y_2H$ハ一ノM_0ニシテ,此ノ如キモノヽ中其數値最大ナルモノハ桁ノAC側ノ絕對最大彎曲率ナリ.

其三. 裁力. 第71圖ニ於テ水平線ABヨリ上ニ正號ヲ有スルS,之ヨリ下ニ負號ヲ有スルSヲ表ハスモノトシ第71圖(之ヲ裁

第72圖

第70圖

第71圖



力圖ト謂フ)ノ如キモノヲ作ルトキハ

$$S=y$$

ナリ.

第72圖ニ於テ第68圖ト對照シ

$$Og_1 /\!/ X_1Y_1,\quad Og_2 /\!/ X_2Y_2,\quad Og_3 /\!/ X_3Y_3$$

トスルトキハg_1b, g_2c, g_3dハ何レモ正號ヲ有スル一ノS_1ニシテ,g_1a, g_2bハ何レモ負號ヲ有スル一ノS_1ナリ. 此等ノS_1ノ中其數値最大ナルモノハCニ於ケルAC側ノ絕對最大裁力ナリ.

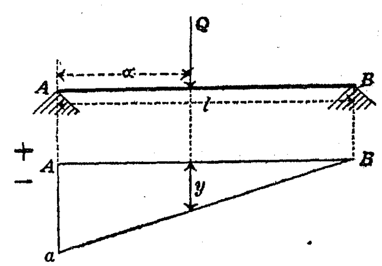
S_o從テ桁ノAC側ノ絕對最大裁力ハ88)式ニヨリ上記ノ反力ニ關スル方法ヲ以テ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ.

第三. 影響線ヲ用ユル圖式解法.

其一. 反力. 第73圖ニ於テQナル集中荷重ニヨリテ生ズルR_Aハ

第73圖

第74圖



$$R_A=-\frac{Q(l-\alpha)}{l}$$

ニシテ$Q=1$トスルトキハ

$$R_A'=-\frac{l-\alpha}{l}$$

ナルガ故ニ第74圖ニ於テ$Aa=1$トスルトキハ

$$R'_A=-y$$

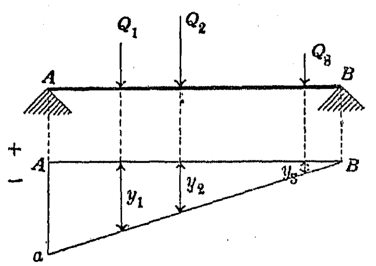
$$R_A=-Qy$$

ナリ.

此理ニヨリ第75圖ノ如キ集中荷重アルトキハ

$$R_A=-Q_1y_1-Q_2y_2-Q_3y_3$$

第 75 圖



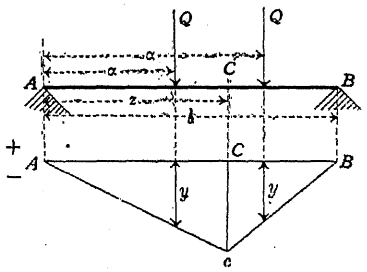
第 76 圖

ニシテ最大R_A,R_B,最大R_B,從テ桁ノ絶對最大反力モ同理ニヨリテ求ムルコトヲ得ベシ.

aBナル線ヲAニ於ケル反力ニ對スル影響線ト謂フ.

其二. 彎曲率. 第77圖ニ於テ

第 77 圖



第 78 圖

$$M=-\frac{Q\,a\,(l-z)}{l}\qquad Q\ \ AC\text{ノ間ニアルトキ}$$

$$=-\frac{Q\,(l-a)\,z}{l}\qquad Q\ \ BC\text{ノ間ニアルトキ}$$

ニシテ$Q=1$トスルトキハ此等ノ彎曲率ハソレゾレニ

$$M'=-\frac{a(l-z)}{l}$$

$$=-\frac{(l-a)\,z}{l}$$

ナルガ故ニ第78圖ニ於テ

$$Cc=\frac{z\,(l-z)}{l}$$

トスルトキハ

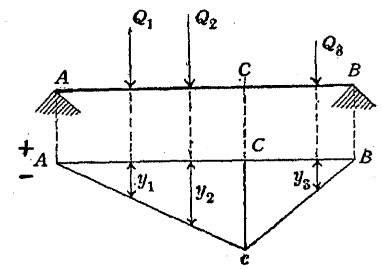
$$M'=-y$$

$$M=-Q\,y$$

ナリ.

此理ニヨリ第79圖ノ如キ集中荷重アルトキハ

第 79 圖



第 80 圖

$$M=-Q_1y_1-Q_2y_2-Q_3y_3$$

ニシテM_1從テCニ於ケルAC側ノ絶對最大彎曲率モ同理ニヨリテ求ムルコトヲ得ベク,更ニM_0從テ桁ノAC側ノ絶對最大彎曲率ハ第64, 69, 78圖ヲ併用シテ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ.

AcBナル線ヲCニ於ケルAC側ノ彎曲率ニ對スル影響線ト謂フ.

其三. 裁力. 第81圖ニ於テ

$$S=\frac{Q\,a}{l}\qquad Q\ \ AC\text{ノ間ニアルトキ}$$

$$=-\frac{Q\,(l-a)}{l}\qquad Q\ \ BC\text{ノ間ニアルトキ}$$

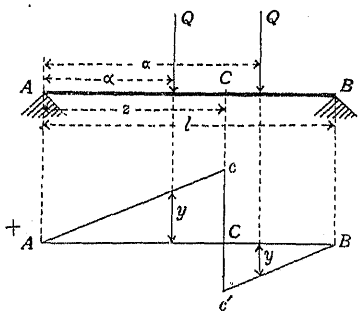
ニシテ$Q=1$トスルトキハ此等ノ裁力ハソレゾレニ

$$S'=\frac{a}{l}$$

$$= -\frac{l-a}{l}$$

第81圖

第82圖



ナルガ故ニ第82圖ニ於テ

$$Cc = \frac{z}{l}, \qquad Cc' = \frac{l-z}{l}$$

トスルトキハ

$$S' = y$$

$$S = Q\,y$$

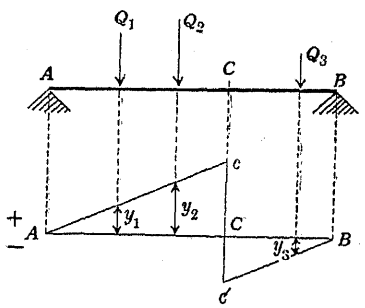
yハ代數的

ナリ.

此理ニヨリ第83圖ノ如キ集中荷重アルトキハ

第83圖

第84圖



$$S = Q_1 y_1 + Q_2 y_2 - Q_3 y_3$$

ニシテS_1, S_0, Cニ於ケルAC側ノ絶對最大裁力,及桁ノAC側ノ絶對

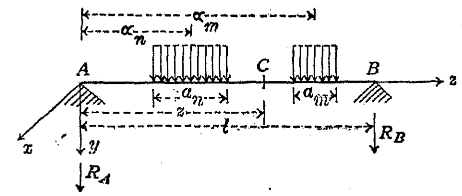
最大裁力モ同理ニヨリテ求ムルコトヲ得ベシ.

$Acc'B$ナル線ヲCニ於ケルAC側ノ裁力ニ對スル影響線ト謂フ.

97. 等布荷重ニ對スル反力,彎曲率及裁力.

第一. 反力. 等布荷重ノ强度ヲqトスルトキハ第85圖ニ於テ

第85圖



89)
$$\begin{cases} R_A = -\dfrac{q}{l}\left[a_m(l-\alpha_m) + a_n(l-\alpha_n)\right] \\ R_B = -\dfrac{q}{l}\,(a_m\,\alpha_m + a_n\,\alpha_n) \end{cases}$$

ニシテ桁ノ絶對最大反力ヲR_0トスレバR_0ハ等布荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキA及Bニ於テ起リ

90) $$R_0 = -\frac{q\,l}{2}$$

ナリ.

第二. 彎曲率. M_1, M_0ヲソレゾレニCニ於ケルAC側ノ絶對最大彎曲率及桁ノAC側ノ絶對最大彎曲率トスルトキハ容易ク次ノ結果ヲ得ベシ:—

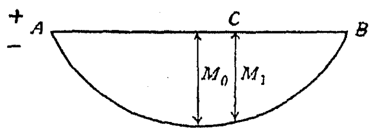
91) $$M = -\frac{q}{l}\left[a_m(l-\alpha_m)\,z + a_n\,\alpha_n(l-z)\right]$$

92) $$M_1 = -\frac{q\,z\,(l-z)}{2}$$

$$M_0 = -\frac{q\,l^2}{8} = -\frac{Q\,l}{8}, \quad Q = q\,l. \tag{93}$$

M_1及M_0ハ共ニ等布荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキニシテM_0ニ對

第 86 圖



スルCハ桁ノ中央ニアリ. 92), 93)式ニヨリM_1, M_0ハ第86圖ノ如キ一ノ抛物線ニヨリテ示スコトヲ得ベシ.

<u>第三</u> <u>裁力</u>. S_1, S_0ヲソレゾレCニ於ケルAC側ノ絶對最大裁力及桁ノAC側ニ於ケル絶對最大裁力トスルトキハ容易ニ次ノ結果ヲ得ベシ:—

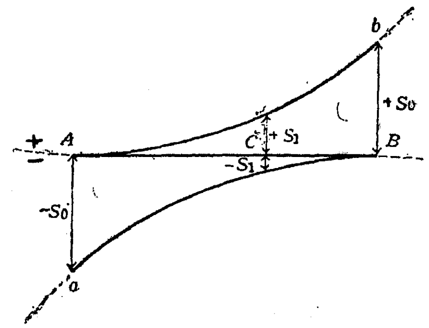
$$S = \frac{q}{l}\left[-a_m(l-a_m) + a_n a_n\right] \tag{94}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} S_1 = \dfrac{q\,z^2}{2\,l} & S_1 > 0 \text{ナルトキ} \\[2ex] \quad = -\dfrac{q\,(l-z)^2}{2\,l} & S_1 < 0 \text{ナルトキ} \end{array}\right. \tag{95}$$

$$\left\{\begin{array}{lll} S_0 = \dfrac{q\,l}{2} = \dfrac{Q}{2} & & S_0 > 0 \text{ナルトキ} \\[2ex] & Q = q\,l & \\[2ex] \quad = -\dfrac{q\,l}{2} = -\dfrac{Q}{2} & & S_0 < 0 \text{ナルトキ} \end{array}\right. \tag{96}$$

正號ヲ有スルS_1ハ等布荷重ガACノ全長ニ渉リテBCノ間ニ存在セズ,負號ヲ有スルS_1ハ等布荷重ガBCノ全長ニ渉リテACノ間ニ存在セザルトキニ起リ,又S_0ハ等布荷重ガABノ全長ニ渉レル時ニ起リ其正號ヲ有スルモノハB端ニ於ケルモノ,負號ヲ有スルモノハA端ニ於ケルモノナリ. 95), 96)式ニヨリS_1, S_0ハ第87圖ノ如キ二個ノ抛物線Ab, Baニヨリテ示スコトヲ得ベクA, Bハソレ

第 87 圖



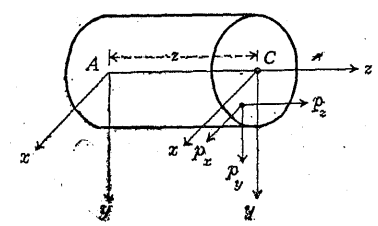
ソレニ此等ノ抛物線ノ頂點ニシテAB線ハ此等ニ切觸セリ.

3. 單桁ニ關スル其他ノ各論.

98. 單桁ニ於ケル應力强度.

<u>第一</u>. <u>總説</u> 第61圖ノ如キ單桁ノAC部第88圖ヲ取リ斷面ニ於ケル應力ヲ此部分ニ對シテ外力ナリト考フルトキハ第78, 79節ニヨリ64)式ヲ適用スルコトヲ得ベシ. 故ニ今斷面Cノ一點

第 88 圖



(x, y, z)ニ於ケル應力ノx, y, z軸ニ平行セル分力ヲ求メ其分力ノ强度ヲソレゾレp_x, p_y, p_zトシ斷面Cヲσトスルトキハ

$$\mathfrak{N}_x = \int_{(\sigma)} p_x \, dA = 0$$

$$\mathfrak{N}_y = \int_{(\sigma)} p_y \, dA + S = 0$$

$$\mathfrak{N}_z = \int_{(\sigma)} p_z \, dA = 0$$

$$\mathfrak{M}_{Cx} = \int_{(\sigma)} y p_z \, dA + M = 0$$

$$\mathfrak{M}_{Cy} = -\int_{(\sigma)} x p_z \, dA = 0$$

$$\mathfrak{M}_{Cz} = \int_{(\sigma)} (x p_y - y p_x) \, dA = 0$$

ヲ得.

p_z ハ垂面應力强度ニシテ, p_x, p_y ハ切面應力强度ナリ(第50節參照).

第二. 垂面應力强度. 斷面 C ハ外力ヲ受クルノ後尙一ノ平面ヲナシ

$$\Delta z = \alpha + \beta x + \gamma y, \qquad \alpha, \beta, \gamma \text{ ハ常數}$$

ナル伸縮ヲナセルモノトセバ66)式ニヨリ

$$p_z = \frac{E}{z} \Delta z = \frac{E}{z} (\alpha + \beta x + \gamma y)$$

$$= p_0 + m x + n y \qquad p_0, m, n \text{ ハ常數}$$

ヲ得,從テ上記ノ第三,第四,第五ノ三式ニヨリ第53節ノ第二ノ場合ノ其三ノ如ク

$$\begin{cases} p_0 A = 0 \\ m I_y = 0 \\ n I_x = -M \end{cases} \qquad \text{卽} \quad \begin{cases} p_0 = 0 \\ m = 0 \\ n = -\dfrac{M}{I_x} \end{cases}$$

從テ

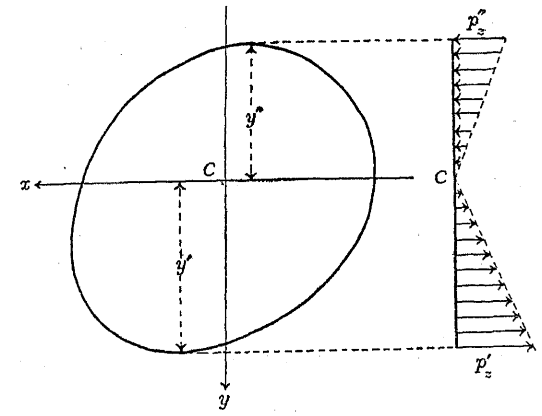
97) $$p_z = -\frac{M}{I_x} y$$

ヲ得. 此式ニヨリ次ノ結論ヲ得ベシ:—

1. 斷面 C ノ中 Cx 線ハ外力ヲ受クル後其位置ヲ變セズ,此線上ノ各點ニ於ケル p_z ノ値ハ零ナリ. 此線ヲ斷面 C ノ中立軸ト謂フ

2. 79)式ニヨリ $M < 0$ ナルガ故ニ第89圖ノ如ク $y > 0$ ナル點卽中立軸 Cx ヨリ下ニ位セル點ニ於テハ $p_z > 0$ ニシテ應張力强度

第89圖



ヲナシ, $y < 0$ ナル點卽中立軸 Cx ヨリ上ニ位セル點ニ於テハ $p_z < 0$ ニシテ應壓力强度ヲナス. 中立軸ヲ界トシテ p_z ハ x 軸ノ兩側ニ於テ等變面力强度トナリテ恰モ第53節ノ第二ノ場合ノ其三ニ相當シ其總代偶力率 M_x ハ特ニ之ヲ抵抗率ト謂ヒ

$$M_x = -M$$

ナル關係ヲ有ス.

3. 與ヘラレタル斷面 C ニ於テハ M ガ C ニ於ケル A C側ノ絕對

最大彎曲率(之ヲ M_1 トス)ナルトキ p_x ノ値又ハ數値最大ニシテ之ヲ p_1 ヲ以テ示ストキハ

98) $$p_1 = -\frac{M_1}{I_x}y$$

ナリ。

4. 與ヘラレタル斷面ニ於テハ應張力强度ハ正 y ノ値最大ナルトキ卽 $y = y'$ ナルトキ其値最大ニシテ,應壓力强度ハ負 y ノ數値最大ナルトキ卽 $y = -y''$ ナルトキ其數値最大ナリ。此等ノ應力强度ヲソレゾレ p_x', p_x'' トシ, $M = M_1$ ナルトキノ p_x', p_x'' ヲソレゾレ p_1', p_1'' トスレバ

99) $$\begin{cases} p_x' = -\dfrac{M}{I_x}y' & p_1' = -\dfrac{M_1}{I_x}y' \\ p_x'' = +\dfrac{M}{I_x}y'' & p_1'' = +\dfrac{M_1}{I_x}y'' \end{cases}$$

ヲ得。$p_1' p_1''$ ヲソレゾレ斷面 C ノ絕對最大應張力强度及絕對最大應壓力强度ト謂フ。

5. 桁ノ AC 側ノ絕對最大彎曲率(之ヲ M_0 トス)ヲ與フベキ斷面ニ於ケル p_x ヲ p_0 ヲ以テ示ストキハ

100) $$p_0 = -\frac{M_0}{I_x}y$$

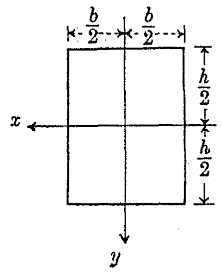
ニシテ,此斷面ニ於ケル p_x', p_x'' ヲソレゾレ p_0', p_0'' トスレバ

101) $$\begin{cases} p_0' = -\dfrac{M_0}{I_x}y' \\ p_0'' = +\dfrac{M_0}{I_x}y'' \end{cases}$$

ヲ得。p_0', p_0'' ヲソレゾレ桁ノ絕對最大應張力强度及絕對最大應壓力强度ト謂フ。

例 1. 斷面矩形ナル單桁. 第90圖ヲ單桁ノ斷面トスルトキハ一般ニ

第 90 圖

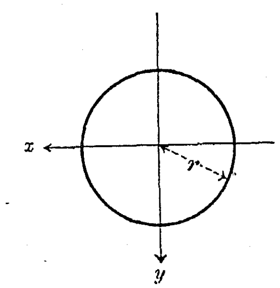


102) $$\begin{cases} p_x = -\dfrac{12\,M}{b\,h^3}y \\ p_x' = -\dfrac{6\,M}{b\,h^2}, \quad p_x'' = +\dfrac{6\,M}{b\,h^2} \end{cases}$$

ヲ得.

例 2. 斷面圓形ナル單桁. 第91圖ヲ單桁ノ斷面トスルトキハ一般ニ

第 91 圖



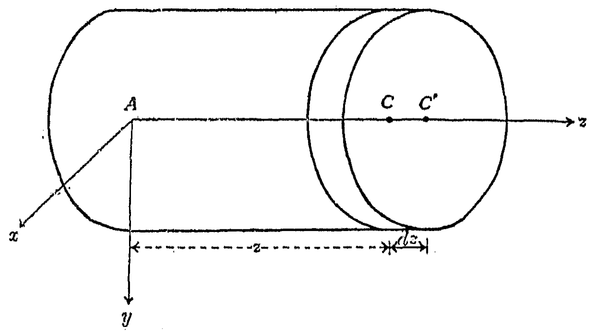
103) $$\begin{cases} p_x = -\dfrac{4\,M}{\pi\,r^4}y \\ p_x' = -\dfrac{4\,M}{\pi\,r^3}, \quad p_x'' = +\dfrac{4\,M}{\pi\,r^3} \end{cases}$$

ヲ得.

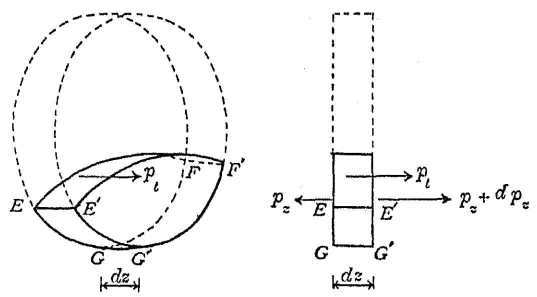
第三. 切面應力强度. 切面應力强度 p_x, p_y ニ關スル方程式ハ第一ノ總說ノ下ニ揭ゲタル第一,第二及第六式ナレドモ此等ノ式ヨリ p_x, p_y ヲ定ムルコト難シ.

今第92圖ノ如ク斷面Cトdzヲ距ツル他ノ斷面C'トニヨリテ作ラレタル單桁ノ一部分第93圖ニ於テ更ニ其一部分 $EFGG'F'E'$

第 92 圖



第 93 圖



ヲ取リ,面$EFF'E'$ニ於ケル切面力ノzノ方向ニ於ケル分力ノ强度ヲp_tトシ,此$EFGG'F'E'$ナル部分ニ對シテ第78,79節ニヨリ 64)式ノ第三式ヲ適用スルニ,面EFG又ハ$E'F'G'$ヲσ'トシ,線EF又ハ$E'F'$ヲsトスルトキハ

$$\Re_z = \int_{(\sigma')} (p_z + dp_z)\,dA - \int_{(\sigma')} p_z\,dA + \int_{(s)} p_t\,ds\,dz = 0$$

即 $$dz\int_{(s)} p_t\,ds = -\int_{(\sigma')} dp_z\,dA$$

從テ

$$\int_{(s)} p_t\,ds = -\int_{(\sigma')} \frac{dp_z}{dz}\,dA = \int_{(\sigma')} \frac{d}{dz}\left(\frac{M}{I_x}y\right)dA \qquad \text{97)式ニヨリ}$$

$$= \frac{1}{I_x}\frac{dM}{dz}\int_{(\sigma')} y\,dA$$

$$= \frac{S}{I_x}\int_{(\sigma')} y\,dA \qquad \text{75)式ニヨリ}$$

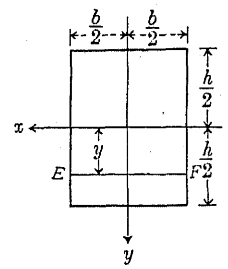
ヲ得. 故ニG_x'ヲ以テσ'ノCx軸ニ對スル一次率スルトキハ

104) $$\int_{(s)} p_t\,ds = \frac{SG_x'}{I_x}$$

ヲ得.

例. 斷面矩形ナル單桁. 第94圖ヲ單桁ノ斷面トシEFヲ圖ノ如ク取ルトキ

第 94 圖



ハp_tヲyノミノ函數ナリト假定スルヲ常トス. 從テ

$$\int_{(s)} p_t\,ds = b\,p_t$$

$$G_x' = \frac{b\,(h^2 - 4\,y^2)}{8}, \qquad \text{10)式ニヨリ}$$

ナル關係ニヨリ 104)式ヨリ

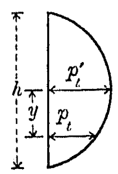
105) $$p_t = \frac{S}{8\,I_x}\,(h^2 - 4\,y^2)$$

ヲ得. p_t'ヲ以テp_tノ最大値ヲ示ストキハp_t'ハp_tノ$y=0$ナルトキニシテ

106) $$p_t' = \frac{3}{2}\frac{S}{b\,h}$$

ナリ. 105),106)式ニヨリp_t, p_t'ハ第95圖ノ如キ一ノ拋物線ニヨリテ示スコトヲ得ベシ.

第95圖



上記ノp_tハ第143節ニ述ブベキ定理ニヨリ

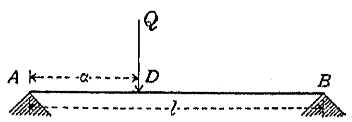
$$p_t = p_y$$

ナル關係ヲ有ス.

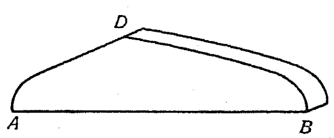
99. **等强單桁.** 單桁ノ各斷面ニ於ケル絕對最大應力强度(例ヘバ99)式ノp_1', p_1'')ハ一般ニ相異ルベシ. 斷面ヲ適當ニ變化セシメ之ヲシテ單桁ノ全長ニ渉リテ常數ナラシムルガ如キ單桁ヲ該應力强度ニ對スル等强單桁ト謂フ.

例. 1 斷面矩形ニシテ荷重一個ノ集中荷重ナルトキノ垂面應力强度ニ對スル等强單桁. 第96圖ニ於テ

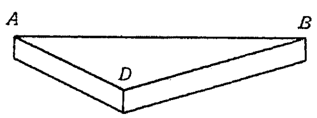
第96圖



第97圖



第98圖



$$M = -\frac{Q(l-\alpha)z}{l} \qquad C\ AD\text{ノ間ニアルトキ}$$

$$= -\frac{Q\alpha(l-z)}{l} \qquad C\ BD\text{ノ間ニアルトキ}$$

ナルガ故ニp_z', p_z''ノ數値ヲpヲ以テ示ストキハ102)式ニヨリ

$$p\,(\text{常數}) = \frac{6Q(l-\alpha)}{l}\frac{z}{bh^2} \qquad AD\text{ノ間ニ於テ}$$

$$= \frac{6\,Q\alpha}{l}\frac{l-z}{bh^2} \qquad BD\text{ノ間ニ於テ}$$

ヲ得.

b = 常數トスレバ

$$z = k_1 h^2, \quad l - z = k_1' h^2 \qquad k_1, k_1'\text{ハ常數}$$

ナルガ故ニ單桁ノ形狀ハ第97圖ノ如クAD, BDハソレゾレニA, Bヲ頂點トセル拋物線タルベシ.

h = 常數トスレバ

$$z = k_2 b, \quad l - z = k_2' b \qquad k_2, k_2'\text{ハ常數}$$

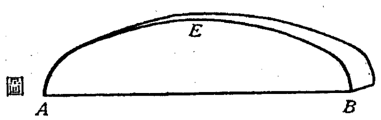
ナルガ故ニ單桁ノ形狀ハ第98圖ノ如クAD, BDハ直線タルベシ,

例 2. 斷面矩形ニシテ荷重單桁ノ全長ニ渉レル等布荷重ナルトキノ垂面應力强度ニ對スル等强單桁. 92)式ヲ用ユルトキハ前例ト同樣ノ方法ニヨリ

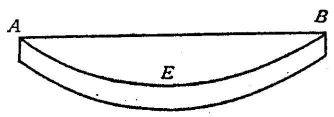
$$p = 3q\,\frac{z\,(l-z)}{bh^2}$$

ヲ得.

第99圖



第100圖



b = 常數トスレバ

$$z\,(l-z) = k_1 h^2 \qquad k_1\text{ハ常數}$$

ナルガ故ニ單桁ノ形狀ハ第99圖ノ如ク, AEB ハ AB ヲ軸トセル半楕圓タルベシ
h＝常數トスレバ

$$z(l-z)=k_2 b \qquad k_2 \text{ハ常數}$$

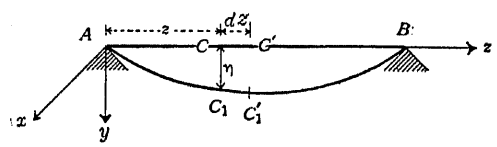
ナルガ故ニ單桁ノ形狀ハ第100圖ノ如ク, AEB ハ中點 E ヲ頂點トセル抛物線タルベシ.

100. 單桁ノ經濟的形狀. 斷面定マリタル形狀ヲ有スベキ單桁ノ經濟的形狀ハ單純ナル理論ノ上ニ於テハ明ニ前節ニ述ベタル等强單桁ノモノタルベシト雖モ實地上ニ於テハ製作ノ難易,工費ノ多少ノ如キ數多ノ他ノ關係ニヨリ此形ヲ用ヒザルコト多シ.

斷面ノ形狀ヲシテ經濟的ナラシメンニ,垂面應力强度ニ對スル關係ヨリシテハ97)式ノ I_x ヲ最大ナラシムル爲メ中立軸ヨリ遠キ所ニ於テ材料ヲ集中セシムベク,切面應力强度ニ對スル關係ヨリシテハ多クノ場合ニ於テ105), 106)式ノ如ク中立軸ニ沿フテ該應力强度最大ナルガ故ニ該軸ニ近キ所ニ於テ材料ヲ集中セシムベシ. 此相矛盾セル要求ニ對シ此等ノ應力强度ノ大小及之ニ抵抗スル物體ノ抵抗力ノ優劣ヲ比較シ,其他上下左右ニ於ケル單桁彎曲ノ大小,製作ノ難易,工費ノ多少等ノ關係ヲ彼此斟酌シ,木材,石材ノ如キモノニ於テハ矩形又ハ圓形,鐵,鋼ノ如キモノニ於テハ工字形,凵字形,乙字形等ヲ用ユルヲ常トス.

101. 單桁ノ彎曲量,傾斜角及曲率半徑. 第101圖ニ於ケル單桁

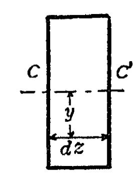
第 101 圖

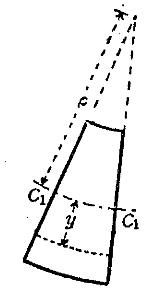


ACB ニ荷重ヲ加フルトキハ AC_1B ノ如ク彎曲スベシ. CC_1 ヲ C ニ於ケル彎曲量, AC_1B ノ C_1 ニ於ケル切線ト z 軸トノ間ノ角ヲ C ニ於ケル傾斜角ト謂ヒ, AC_1B ノ C_1 ニ於ケル曲率半徑ヲ C ニ於ケル曲率半徑ト謂フ.

任意ノ所ニ於テ dz ヲ距ツル二斷面 C, C' ニヨリテ界サレタル單

第 102 圖　　第 103 圖





桁ノ一部第102圖ヲ取リ,荷重ヲ加ヘタル後第103圖ノ如クナリタルモノトスレバ

$$\frac{\rho+y}{\rho}=\frac{dz+\dfrac{p_z}{E}dz}{dz} \qquad \text{66)式ニヨリ}$$

$$\therefore\ 1+\frac{y}{\rho}=1-\frac{M}{EI_x}y \qquad \text{97)式ニヨリ}$$

$$\therefore\ \frac{1}{\rho}=-\frac{M}{EI_x}$$

ヲ得. 然ルニ單桁ノ彎曲量ハ極メテ小ナルガ故ニ C_1 ヲ (η, z) トスレバ

$$\frac{1}{\rho}=-\frac{d^2\eta}{dz^2}$$

トスルコトヲ得,從テ

$$-\frac{1}{\rho}=\frac{d^2\eta}{dz^2}=\frac{M}{EI_x} \tag{107}$$

ヲ得, $i=\dfrac{d\eta}{dz}$ トスルトキハ

$$i-i_0=\frac{d\eta}{dz}-\left(\frac{d\eta}{dz}\right)_0=\int_{z_0}^{z}\frac{M}{EI_x}dz \tag{108}$$

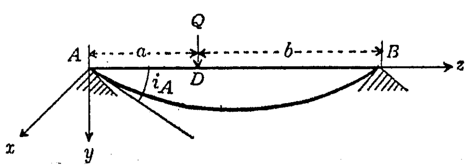
$$\eta-\eta_1-\left(\frac{d\eta}{dz}\right)_0(z-z_1)=\int_{z_1}^{z}dz\int_{z_0}^{z}\frac{M}{EI_x}dz \tag{109}$$

ヲ得, 但シ $i_0=\left(\dfrac{d\eta}{dz}\right)_0$ ハ $z=z_0$ ナル所ノ $\dfrac{d\eta}{dz}$ ノ値ニシテ, η_1 ハ $z=z_1$ ナル所ノ η ノ値ナリ.

$\eta, i=\dfrac{d\eta}{dz}, \rho$ ハソレソレニ彎曲量,傾斜角及曲率半徑ニシテ EI_x ヲ x 軸ニ對スル彎曲剛率ト謂フ.

例 1. 一個ノ集中荷重ヲ受ケ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル單桁. 第104圖ニ於テ $l=a+b$ トスルトキハ

第 104 圖



$$M=-\frac{Qb}{l}z \qquad 0\leqq z\leqq a$$

$$=-\frac{Qa}{l}(l-z) \qquad a\leqq z\leqq l$$

ナルカ故ニ

$$EI_x\frac{d^2\eta}{dz^2}=M=-\frac{Qb}{l}z \qquad AD\ ニ對シ$$

$$=-\frac{Qa}{l}(l-z) \qquad BD\ ニ對シ$$

ヲ得. i_A, i_B ヲ以テソレソレニ A, B ニ於ケル傾斜角スルトキハ

$$\begin{cases} EI_x\left(\dfrac{d\eta}{dz}-i_A\right)=-\dfrac{Qb}{l}\displaystyle\int_0^z z\,dz=-\dfrac{Qb}{2l}z^2 & AD\ ニ對シ \\ EI_x\left(\dfrac{d\eta}{dz}-i_B\right)=-\dfrac{Qa}{l}\displaystyle\int_l^z (l-z)\,dz=\dfrac{Qa}{2l}(l-z)^2 & BD\ ニ對シ \end{cases}$$

$$\begin{cases} EI_x(\eta-i_A z)=-\dfrac{Qb}{2l}\displaystyle\int_0^z z^2dz=-\dfrac{Qb}{6l}z^3 & AD\ ニ對シ \\ EI_x\Big[\eta-i_B(z-l)\Big]=\dfrac{Qa}{2l}\displaystyle\int_l^z (l-z)^2dz=-\dfrac{Qa}{6l}(l-z)^3 & BD\ ニ對シ \end{cases}$$

ニシテ尙之ヨリ

$$\begin{cases} EI_x\left(\dfrac{d\eta}{dz}\right)_D=EI_x i_A-\dfrac{Qb}{2l}a^2=EI_x i_B+\dfrac{Qa}{2l}b^2 \\ EI_x\eta_D=EI_x i_A a-\dfrac{Qb}{6l}a^3=-EI_x i_B b-\dfrac{Qa}{6l}b^3 \end{cases}$$

ナルガ故ニ

$$i_A=\frac{Qab(a+2b)}{6\,EI_x l}, \qquad i_B=-\frac{Qab(2a+b)}{6\,EI_x l}$$

ヲ得,之ヲ上ノ諸式ニ代用シテ次ノ諸式ヲ得ベシ:—

$$\begin{cases} \eta=\dfrac{Qb}{6\,EI_x l}\Big[a(a+2b)z-z^3\Big] & AD\ ニ對シ \\ \quad=\dfrac{Qa}{6\,EI_x l}\Big[b(2a+b)(l-z)-(l-z)^3\Big] & BD\ ニ對シ \\ \dfrac{d\eta}{dz}=\dfrac{Qb}{6\,EI_x l}\Big[a(a+2b)-3z^2\Big] & AD\ ニ對シ \\ \quad=\dfrac{Qa}{6\,EI_x l}\Big[-b(2a+b)+3(l-z)^2\Big] & BD\ ニ對シ \\ \dfrac{d^2\eta}{dz^2}=-\dfrac{1}{\rho}=-\dfrac{Qb}{EI_x l}z & AD\ ニ對シ \\ \quad=-\dfrac{Qa}{EI_x l}(l-z) & BD\ ニ對シ \\ \eta_D=\dfrac{Qa^2b^2}{3EI_x l} & \\ i_A=\dfrac{Qab(a+2b)}{6\,EI_x l} & \\ i_B=-\dfrac{Qab(2a+b)}{6\,EI_x l} & \end{cases} \tag{110}$$

例 2. 全長ニ渉レル等布荷重ヲ受ケ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル單桁

此場合ニ於テハ

$$M=-\frac{qz(l-z)}{2}$$

ニシテ前例ト同樣ノ方法ニヨリ

$$111)\quad \begin{cases} \eta = \dfrac{q}{24\,EI_x}\,z\,(l-z)(l^2+lz-z^2) \\ \dfrac{d\eta}{dz} = \dfrac{q}{24\,EI_x}\,(l^3-6\,lz^2+4\,z^3) \\ \dfrac{d^2\eta}{dz^2} = -\dfrac{1}{\rho} = -\dfrac{q}{2\,EI_x}\,z\,(l-z) \\ \eta_0 = \dfrac{5}{384\,EI_x}\,ql^4 \\ i_A = -\,i_B = \dfrac{ql^3}{24\,EI_x} \end{cases}$$

ヲ得ベシ；但シη_0ハ桁ノ中央ニ於ケルηノ値ニシテ其最大値ナリ.

102. 單桁ニ於ケル働. 第102圖ノ如キ單桁ノ一部荷重ノ爲メニ第103圖ノ如クナルトキハCナル斷面σノ一點ニ於テ荷重ノ存在セザル時零ナル强度ヨリ荷重ヲ加ヘタル後

$$p_z = -\frac{M}{I_x}\,y$$

ナル强度ニ增加セル應力ヲ生ジ,之ト共ニ66)式ニヨリ

$$\frac{p_z}{E}\,dz$$

ナル變位ヲ伴フベキガ故ニ之ニヨリテ

$$d\,W = \int_{(\sigma)} \frac{1}{2}\,p_z dA.\,\frac{p_z}{E}\,dz = \int_{(\sigma)} \frac{M^2}{2\,EI_x^2}\,y^2 dA\,dz = \frac{M^2}{2\,EI_x}\,dz$$

ナル働ヲ爲スベシ. 故ニ荷重ノ加ハルガ爲メニ單桁全部ニ於テ

$$112)\qquad W = \int_0^l \frac{M^2}{2\,EI_x}\,dz$$

ナル働ヲ爲スベク,此働ハ單桁ノ各分子ノ爲セルモノナルガ故ニ之ヲ單桁ニ於ケル內働ト謂フ. 切面應力ニヨリテ爲セル働ハ垂面應力ノモノニ比シテ極メテ小ナルガ故ニ通常之ヲ考フルノ要ナシ.

單桁ノ彎曲ノ爲メ荷重ノ爲セル働ヲ單桁ニ於ケル外働ト謂ヒ，Uヲ以テ之ヲ示ストキハ

$$113)\qquad U = W$$

ナル關係ヲ有ス.

例. 一個ノ集中荷重ヲ受ケ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル單桁　第104圖ヲ用ヒ

$$M = -\frac{Qb}{l}\,z \qquad 0 \leqq z \leqq a$$

$$= -\frac{Qa}{l}\,(l-z) \qquad a \leqq z \leqq l$$

ナルガ故ニ112)式ニヨリ

$$2\,EI_x\,W = \int_0^a \left(\frac{Qb}{l}\,z\right) dz + \int_a^l \left[\frac{Qa}{l}\,(l-z)\right]^2 dz = \frac{Q^2a^2b^2}{3\,l}$$

從テ

$$114)\qquad W = \frac{Q^2a^2b^2}{6\,EI_x l}$$

ヲ得.

又

$$U = \frac{1}{2}\,Q\,\eta_D$$

ナルガ故ニ113)式ニヨリ

$$\eta_D = \frac{Q\,a^2b^2}{3\,EI_x}$$

ヲ得；之レ110)式ノ第七式ト同一ノモノナリ.

103. 單桁ノ設計. 單桁ハ第88節ニ從ヒテ設計スルヲ常トシ此場合ニ於ケル許容强度ハ許容抗曲强度f_b(第84節ノF_bヲ安全率mニテ除シタル商)ナリ. 殆ンド總テノ場合ニ於テ第98節ノy'及y''ハ相等シク從テ99)式ノp_1'ハp_1''ト,101)式ノp_0'ハp_0''ト其數値相等シキガ故ニ單桁ノ設計ニ用ユル一般公式ハ

$$115)\quad \begin{cases} p_1'\ \text{又ハ}\ p_1'' = -\dfrac{M_1}{I_x}(y'\ \text{又ハ}\ y'') \leqq f_b \\ p_0'\ \text{又ハ}\ p_0'' = -\dfrac{M_0}{I_x}(y'\ \text{又ハ}\ y'') \leqq f_b \end{cases}$$

ナリ. 又(殊ニ $y' \neq y''$ ナルトキ)時トシテ

$$
116) \quad \begin{cases} p_1' = -\dfrac{M_1}{I_x} y' \leqq f_t & p_1'' = +\dfrac{M_1}{I_x} y'' \leqq f_c \\ p_0' = -\dfrac{M_0}{I_x} y' \leqq f_t & p_0'' = +\dfrac{M_0}{I_x} y'' \leqq f_c \end{cases}
$$

ナル公式ヲ用ユルコトアリ.

此外 106)式ノ如キ p_t' ヲシテ常ニ

$$p_t' \leqq f_s$$

ナラシムルヲ要スレドモ特殊ノ場合ノ外之ヲ考フルノ要ナシ.

單桁ハ又其最大彎曲量ヲシテ一定ノ極限以下ニアラシムルガ如ク設計スルコトアリ.

第 四 章

突 桁

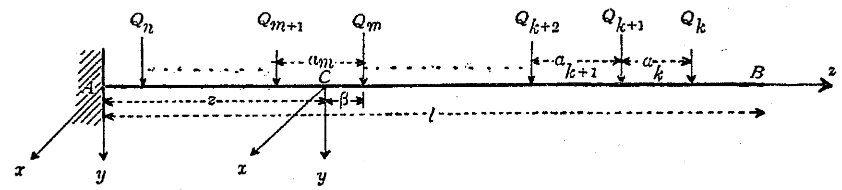
1. 突桁ニ於ケル外力.

104. 集中荷重ニ對スル彎曲率及裁力. 第96節ト同樣ノ方法ニヨリ次ノ諸結果ヲ得ベシ

第一. 解析解法.

其一. 彎曲率. 突桁第105圖ノ如キ集中荷重ヲ受クルトキハ

第 105 圖



$$
117) \quad M = a_k Q_k + a_{k+1} \sum_k^{k+1} Q + \cdots\cdots + \beta \sum_k^m Q.
$$

此公式ヨリ次ノ結論ヲ得:—

1. $M > 0$.
2. 放端 B ニ於テハ $M = 0$.
3. M_1 ハ Q_k カ放端 B ニ來ルトキニ於テ起ルベシ.
4. M_0 ハ定端 A ニ於テ Q_k カ放端 B ニ來ルトキニ起ルベシ.

其二. 裁力.

$$
118) \quad S = -\sum_k^m Q
$$

此公式ヨリ次ノ結論ヲ得:—

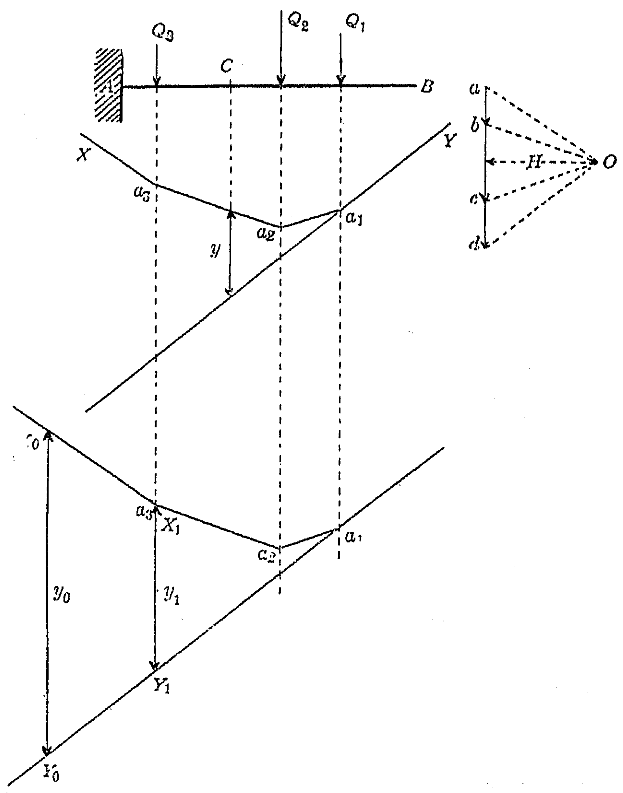
1. $S<0$.
2. 放端 B ニ於テハハ $S=0$.
3. S_1 ハ BC ニ於ケル荷重同一ナル以上其位置ニ關係スルコトナシ.
4. S_0 ハ定端 A ニ於テ起リ AB ニ於ケル荷重同一ナル以上其位置ニ關係スルコトナシ.

第二. 彎曲率圖及裁力圖ヲ用ユル圖式解法.

其一. 彎曲率. 第 107, 108 圖ニ於テ

$$M=yH$$

第 106 圖



第 107 圖

第 108 圖

第 109 圖

ニシテ,第 109 圖ニ於テ

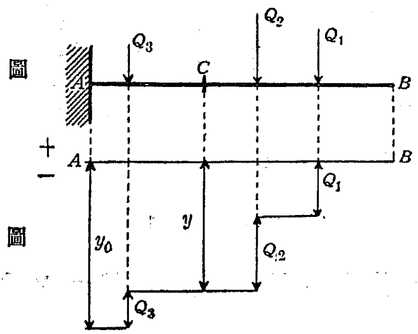
$BC=a_1$ ト X_1 トノ水平距離

$AB=a_1$ ト X_0 トノ水平距離

トスレバ y_1H ハ一ノ M_1 ニシテ, y_0H ハ一ノ M_0 ナリ。

其二. 裁力. 第 111 圖ニ於テ

第 110 圖



第 111 圖

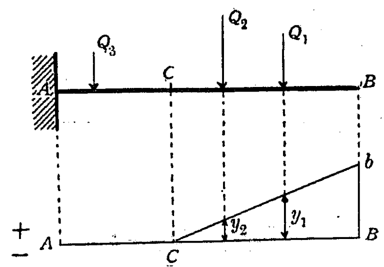
$$S=-y$$

ニシテ $-y$ ハ又一ノ S_1, $-y_0$ ハ一ノ S_0 ナリ。

第三. 影響線ヲ用ユル圖式解法.

其一. 彎曲率. 第 113 圖ニ於テ

第 112 圖



第 113 圖

$$Bb=l-z$$

トスレバ bCA ハ彎曲率ニ對スル影響線ニシテ

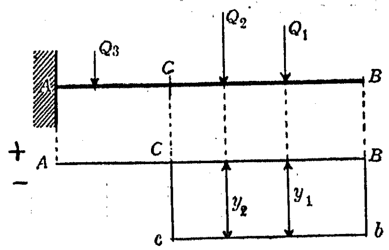
$$M = Q_1y_1 + Q_2y_2$$

ナリ．M_1, M_0 モ同様ニ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ．

其二．裁力．第 115 圖ニ於テ

第 114 圖

第 115 圖



$$Bb = Cc = 1$$

トスレバ $BbcCA$ ハ裁力ニ對スル影響線ニシテ

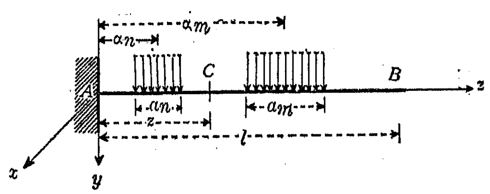
$$S = -Q_1y_1 - Q_2y_2 = -Q_1 - Q_2$$

ナリ．S_1, S_0 モ同様ニ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ．

105. 等布荷重ニ對スル彎曲率及裁力．第 97 節ト同様ノ方法ニヨリテ次ノ諸結果ヲ得ベシ．

第一　彎曲率．第 116 圖ニ於テ

第 116 圖



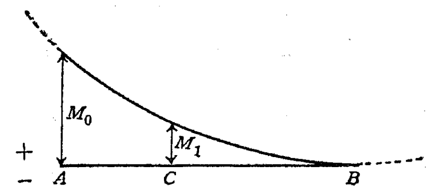
119)　$$M = q\,a_m(a_m - z)$$

120)　$$M_1 = \frac{q\,(l-z)^2}{2}$$

121)　$$M_0 = \frac{ql^2}{2} = \frac{Ql}{2},\quad Q = ql.$$

M_1 ハ等布荷重 BC ノ全長ニ渉リ，M_0 ハ AB ノ全長ニ渉レル時ニシテ M_0 ハ定端 A ニ於テ起ルベシ．120)，121)式ニヨリ M_1, M_0 ハ第 117 圖ノ如キ B ニ頂點ヲ有シ AB ヲ切線トセル一ノ拋物線ニヨ

第 117 圖



リテ示スコトヲ得ベシ．

第二．裁力．

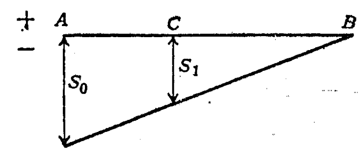
122)　$$S = -q a_m$$

123)　$$S_1 = -q\,(l - z)$$

124　$$S_0 = -ql = -Q,\quad Q = ql.$$

S_1 ハ等布荷重 BC ノ全長ニ渉リ，S_0 ハ AB ノ全長ニ渉レル時ニシテ S_0 ハ定端 A ニ於テ起ルベシ．123)，124)式ニヨリ S_1, S ハ第 118 圖

第 118 圖



ノ如キ一ノ直線ニヨリテ示スコトヲ得ベシ．

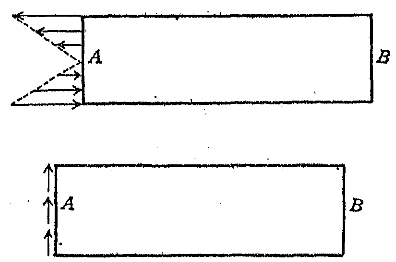
2. 突桁ニ關スル其他ノ各論．

106. 突桁ニ於ケル應力強度．第 98 節ニ於ケル諸式ノ彎曲率

及裁力ヲ第 104, 105 節ノモノトセバ此等ノ公式ハ突桁ニ關スルモノト考フルコトヲ得ベク,唯突桁ニ於テハ彎曲率ハ常ニ正數ナルガ故ニ中立軸ヨリ下ニ位セル各點ニ於ケルp_xハ應壓力強度ニシテ,之ヨリ上ニ位セル各點ニ於ケルp_xハ應張力強度タルノ差アルノミ.

玆ニ定端ナルモノヽ力學的性質ニ就テ注意スベキ最モ重要ナル事項アリ. 單桁ノ支端ニ於テハ彎曲率ノ値零(79)式)ナレドモ突桁ノ定端ニ於テハ然ラズ,突桁ノ定端ニ於ケル各分子ハ之ガ爲メニ第 119 圖ノ如キ應力ヲ出シテ之ニ抵抗シ各分子ノ此等ノ應力

第 119 圖



ノ總代力及總代偶力率(第 98 節ノ第二ノ 2 ノ M_x ノ如キモノ)ヲソレソレニR_A及M_Aトスレバ第 98 節ノ第一總說ノ下ニ揭ゲタル六式ノ第二及第四ノ如キ式ニヨリ

$$R_A = -(A\text{ニ於ケル右側ノ裁力})$$
$$= A\text{ニ於ケル左側ノ裁力}$$
$$M_A = -(A\text{ニ於ケル右側ノ彎曲率})$$
$$= A\text{ニ於ケル左側ノ彎曲率}$$

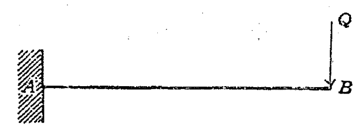
ナル關係ヲ有スベシ. 實ニ突桁ハ其一端定端ナルガ爲メ此端ニ於テ他物ヨリ切斷シテ考フルニアラズンバ之ヲ獨立セル一個ノ

物體ナリトスルコト能ハズ而シテ此切斷ノ必然ノ結果トシテ斷口ニ於ケル應力ハ突桁ニ加ハレル外力ナリト考ヘザルベカラズ. 上記ノ結果ハ此ノ如キ應力ヨリ脫化セル外力ハ一ノ總代力R_A及總代偶力率M_Aナルモノヲ有スルコトヲ示スモノニシテ此見地ヨリ觀察シタルR_A及M_Aナル偶力率ヲ有スル偶力ヲソレソレニ反力及反偶力ト謂フ. 後章連桁ノ場合ニ於テモ其定端又ハ支點ニ於テハ常ニ此ノ如キ反力及反偶力アルモノトス,若シ實際ニ於テ此假定ニ反シ此等ノモノ存在セザルトキハ此假定ヨリ起レル演繹ノ結果トシテ其値零ナルコトヲ知リ得ベキガ故ニ此ノ如キモノノ存在ノ假定ハ毫モ理論ノ精確ヲ破壞スルコトナシ.

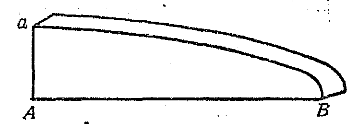
107. 等强突桁. 第 99 節ト同樣ノ方法ニヨリ次ノ結果ヲ得ベシ.

例 1. 斷面矩形ニシテ荷重放端ニ於ケル一個ノ集中荷重ナルトキノ垂面應力強度ニ對スル等强突桁. b＝常數ナルトキハ突桁ノ形狀ハ第 121 圖ノ如ク,

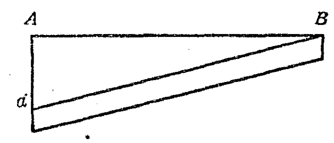
第 120 圖



第 121 圖



第 122 圖

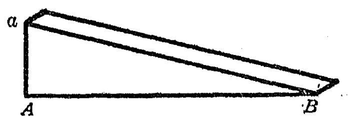


Ba ハ B ニ頂點ヲ有スル一ノ拋物線タルベシ.

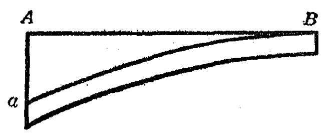
h＝常數ナルトキハ第 122 圖ノ如ク Ba ハ一ノ直線タルベシ.

例 2. 斷面矩形ニシテ荷重突桁ノ全長ニ渉レル等布荷重ナルトキノ垂面應力强度ニ對スル等强突桁. b＝常數ナルトキハ突桁ノ形狀ハ第 123 圖ノ如ク

第 123 圖



第 124 圖



Ba ハ一ノ直線タルベシ.

h＝常數ナルトキハ第 124 圖ノ如ク Ba ハ B ヲ頂點, BA ヲ切線トセル一ノ拋物線タルベシ.

108. 突桁ノ經濟的形狀. 突桁ノ經濟的形狀ハ第 100 節ニ述ベタルモノト異ルコトナシ.

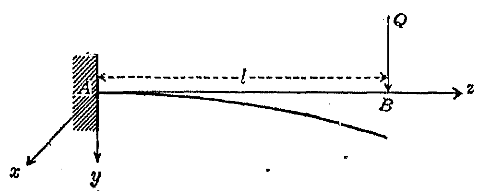
109. 突桁ノ彎曲量,傾斜角及曲率半徑. 第 101 節ニ於ケル 107), 108), 109) 式ハ亦突桁ニ適用スルコトヲ得ベク唯

$$\frac{1}{\rho} = +\frac{d^2\eta}{dz^2} = +\frac{M}{EI_x}$$

タルノ差アルノミ.

例 1. 放端ニ於テ一個ノ集中荷重ヲ受ケ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル突桁. 125 圖ニ於テ

第 125 圖



$$M = Q(l - z)$$

ニシテ

$$EI_x \frac{d^2\eta}{dz^2} = M = Q(l - z)$$

ナルカ故ニ次ノ諸式ヲ得ベシ:—

$$\text{125)}\quad \left\{\begin{aligned} \eta &= \frac{Q}{6\,EI_x} z^2 (3\,l - z) \\ \frac{d\eta}{dz} &= \frac{Q}{2\,EI_x} z\,(2\,l - z) \\ \frac{d^2\eta}{dz^2} &= \frac{1}{\rho} = \frac{Q}{EI_x}(l - z) \\ \eta_B &= \frac{Ql^3}{3\,EI_x} \\ i_B &= \frac{Ql^2}{2\,EI_x} \end{aligned}\right.$$

例 2. 全長ニ渉レル等布荷重ヲ受ケ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル突桁.

此場合ニ於テハ

$$M = \frac{q\,(l - z)^2}{2}$$

ナルガ故ニ次ノ諸式ヲ得ベシ:—

$$\text{126)}\quad \left\{\begin{aligned} \eta &= \frac{q}{24\,EI_x} z^2 (6\,l^2 - 4\,lz + z^2) \\ \frac{d\eta}{dz} &= \frac{q}{6\,EI_x} z\,(3\,l^2 - 3\,lz + z^2) \\ \frac{d^2\eta}{dz^2} &= \frac{1}{\rho} = \frac{q}{2EI_x}(l - z)^2 \\ \eta_B &= \frac{ql^4}{8\,EI_x} \\ i_B &= \frac{ql^3}{6\,EI_x} \end{aligned}\right.$$

110. 突桁ニ於ケル働. 第 102 節ニ於ケル諸式ハ亦突桁ニ適用スルコトヲ得ベシ.

例. 放端ニ於テ一個ノ集中荷重ヲ受ケ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル突桁. 此場合ニ於テハ

$$M = Q(l - z)$$

ナルガ故ニ

$$\text{127)}\qquad W = \frac{Q^2 l^3}{6\,EI_x}$$

ヲ得．又

$$U=\frac{1}{2}Q\eta_B$$

ナル爲メ113)式ニヨリ

$$\eta_B=\frac{Ql^3}{3EI_x}$$

ヲ得；是レ125)式ノ第四式ト同一ノモノナリ．

111. 突桁ノ設計．突桁ハ第103節ト同樣ノ方法ニヨリテ設計ス．

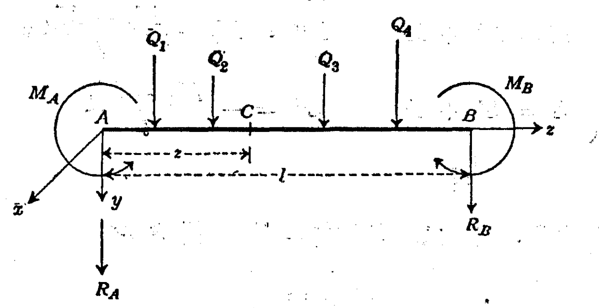
第五章

連桁

1. 總說

112. 豫備定理．其一．第58,59,60圖ノ如キ連桁ノ一徑間第126圖ヲ取リA, B端ニ於ケル反力及反偶力率ヲソレゾレ$R_A, M_A; R_B,$

第126圖



M_Bトシ,總テノ荷重Qノ和ヲΣQトシ,總テノQノAx線ニ對スル力率ノ和ヲΣm_Aトスルトキハ

$$\mathfrak{N}_y = R_A + R_B + \Sigma Q = 0$$

$$\mathfrak{M}_{Az} = M_A - M_B + \Sigma m_A - R_B l = 0$$

ナルガ故ニ

$$R_A = -\Sigma Q - \frac{\Sigma m_A}{l} - \frac{M_A - M_B}{l}$$

$$R_B = \frac{\Sigma m_A}{l} + \frac{M_A - M_B}{l}$$

ヲ得從テAC間ニ於ケル總テノQノ和ヲ$\sum_A^C Q$, Cx線ニ對スル力率ノ和ヲ$\sum_A^C m_C$トスルトキハ

$$M = \sum_A^C m_C + M_A + R_A z$$

$$S = \sum_A^C Q + R_A$$

ヲ得.

此理ニヨリ R'_A, R'_B, M', S' ヲ以テソレゾレニ AB 單桁ナルトキ Q ニヨリテ生ズル反力,彎曲率及裁力トスルトキハ

$$128)\quad \begin{cases} R_A = R'_A + R''_A & R''_A = -\dfrac{M_A - M_B}{l} \\ R_B = R'_B + R''_B & R''_B = \dfrac{M_A - M_B}{l} \\ M = M' + M'' & M'' = M_A - \dfrac{M_A - M_B}{l} z \\ S = S' + S'' & S'' = -\dfrac{M_A - M_B}{l} \end{cases}$$

ヲ得.

113. 豫備定理. 其二. 107)式ニ於テ得タル

$$\frac{M}{EI_x} = \frac{d^2\eta}{dz^2}$$

ナル關係ハ一般ニ連桁ノ場合ニモ亦之ヲ適用スルコトヲ得ベク此式ニヨリ

$$\int \frac{M}{EI_x} z dz = \int_0^l \frac{d^2\eta}{dz^2} z dz = l\left(\frac{d\eta}{dz}\right)_B - (\eta_B - \eta_A)$$

$$\int_0^l \frac{M}{EI_x} (l - z)\, dz = \int_0^l \frac{d^2\eta}{dz^2} (l - z)\, dz = -l\left(\frac{d\eta}{dz}\right)_A + (\eta_B - \eta_A)$$

ヲ得. 然ルニ128)式ニヨリ

$$\int_0^l M z dz = M_A \frac{l^2}{2} - (M_A - M_B)\frac{l^2}{3} + \int_0^l M' z dz$$

$$\int_0^l M (l - z)\, dz = M_A \frac{l^2}{2} - (M_A - M_B)\frac{l^2}{6} + \int_0^l M' (l - z)\, dz$$

ナルガ故ニ連桁ノ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナルトキハ

$$129)\quad l(M_A + 2M_B) = -\frac{6}{l}\int_0^l M' z dz + 6\,EI_x\left[\left(\frac{d\eta}{dz}\right)_B - \frac{\eta_B - \eta_A}{l}\right]$$

$$130)\quad l(2M_A + M_B) = -\frac{6}{l}\int_0^l M'(l - z)\, dz + 6EI_x\left[-\left(\frac{d\eta}{dz}\right)_A + \frac{\eta_B - \eta_A}{l}\right]$$

ヲ得.

特ニ荷重第104圖ノ如キ集中荷重ナルトキハ

$$M' = -\frac{Qb}{l} z \qquad 0 \leqq z \leqq a$$

$$= -\frac{Qa}{l}(l - z) \qquad a \leqq z \leqq l$$

ニシテ從テ

$$\int_0^l M' z dz = -\int_0^a \frac{Qb}{l} z^2 dz - \int_a^l \frac{Qa}{l}(l - z) z dz$$

$$\int_0^l M' (l - z)\, dz = -\int_0^a \frac{Qb}{l} z (l - z)\, dz - \int_a^l \frac{Qa}{l}(l - z)^2 dz$$

ナルガ故ニ

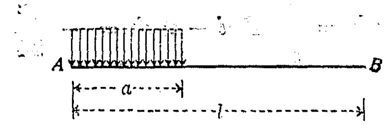
$$131)\quad \int_0^l M' z dz = -\frac{1}{6} Qab(2a + b)$$

$$132)\quad \int_0^l M' (l - z)\, dz = -\frac{1}{6} Qab(a + 2b)$$

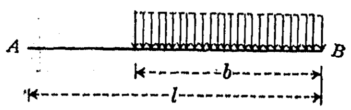
ヲ得.

更ニ荷重第127圖ノ如クナルトキハ

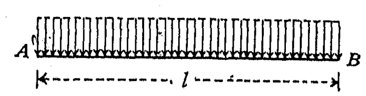
第 127 圖



第128圖



第129圖



$$M' = -\frac{qa(2l-a)}{2l}z + \frac{qz^2}{2} \qquad 0 \leqq z \leqq a$$

$$= -\frac{qa^2}{2l}(l-z) \qquad a \leqq z \leqq l$$

ヨリ

133) $$\int_0^l M' z\,dz = -\frac{qa^2}{24}(2l^2-a^2)$$

134) $$\int_0^l M'(l-z)\,dz = -\frac{qa^2}{24}(2l-a)^2$$

ヲ得; 第128圖ノトキハ

$$M' = -\frac{qb^2}{2l}z \qquad 0 \leqq z \leqq l-b$$

$$= -\frac{qb^2}{2l}z + \frac{q[z-(l-b)]^2}{2} \qquad l-b \leqq z \leqq l$$

ヨリ

135) $$\int_0^l M' z\,dz = -\frac{qb^2}{24}(2l-b)^2$$

136) $$\int_0^l M'(l-z)\,dz = -\frac{qb^2}{24}(2l^2-b^2)$$

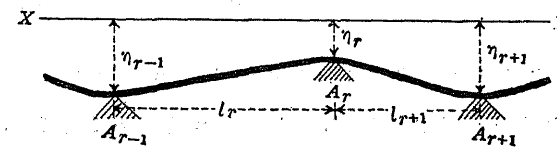
ヲ得; 第129圖ノトキハ 133), 134)又ハ 135), 136)式ニヨリ

137) $$\int_0^l M' z\,dz = \int_0^l M'(l-z)\,dz = -\frac{ql^4}{24}$$

ヲ得.

114. 三個反偶力ノ定理. 連桁 XY ノ相隣セル二徑間 l_r, l_{r+1} 第130

第130圖



圖ノ如ク荷重ヲ受クルノ後 $A_{r-1}A_rA_{r+1}$ ナル位置ニ來リタリトス但シ $\eta_{r-1}, \eta_r, \eta_{r+1}$ ハ l_r, l_{r+1} ニ比シ極メテ小ナリトス. 連桁ノ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナリトシ 129)式ヲ l_r ニ, 130)式ヲ l_{r+1} ニ適用スルトキハ

$$l_r(M_{r-1}+2M_r) = -\frac{6}{l_r}\int_0^{l_r} M'_r z\,dz + 6EI_r\left[\left(\frac{d\eta}{dz}\right)_{A_r} - \frac{\eta_r-\eta_{r-1}}{l_r}\right]$$

$$l_{r+1}(2M_r+M_{r+1}) = -\frac{6}{l_{r+1}}\int_0^{l_{r+1}} M'_{r+1}(l_{r+1}-z)\,dz + 6EI_r\left[-\left(\frac{d\eta}{dz}\right)_{A_r} + \frac{\eta_{r+1}-\eta_r}{l_{r+1}}\right]$$

ナルガ故ニ此等ノ二式ノ和ヲ求ムルトキハ

138) $$l_rM_{r-1} + 2(l_r+l_{r+1})M_r + l_{r+1}M_{r+1}$$

$$= -\frac{6}{l_r}\int_0^{l_r} M'_r z\,dz - \frac{6}{l_{r+1}}\int_0^{l_{r+1}} M'_{r+1}(l_{r+1}-z)\,dz - 6EI_r\left(\frac{\eta_r-\eta_{r-1}}{l_r} - \frac{\eta_{r+1}-\eta_r}{l_{r+1}}\right)$$

ヲ得. 之ヲ三個反偶力ノ定理ト謂フ.

例1. 兩端及支點常ニ一直線上ニアリテ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル連桁. 此場合ニ於テハ

$$\frac{\eta_r-\eta_{r-1}}{l_r} = \frac{\eta_{r+1}-\eta_r}{l_{r+1}}$$

ナルガ故ニ

139) $$l_rM_{r-1}+2(l_r+l_{r+1})M_r + l_{r+1}M_{r+1} = -\frac{6}{l_r}\int_0^{l_r} M'_r z\,dz - \frac{6}{l_{r+1}}\int_0^{l_{r+1}} M'_{r+1}(l_{r+1}-z)\,dz$$

ナリ.

例2. 兩端及支點常ニ一直線上ニアリ, 中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ニシテ

集中荷重ヲ受クル連桁. 此場合ニ於テハ 131), 132), 133), 139) 式ニヨリ

$$140)\quad l_r M_{r-1} + 2(l_r + l_{r+1})M_r + l_{r+1} M_{r+1} = \frac{1}{l_r} \sum^{l_r} Qab\,(2a+b) + \frac{1}{l_{r+1}} \sum^{l_{r+1}} Qab(a+2l$$

ヲ得.

例 3. 兩端及支點常ニ一直線上ニアリ,中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ニシテ全長ニ涉レル等布荷重ヲ受クル連桁. 此場合ニ於テハ 137), 138), 139) 式ニヨリ

$$141)\quad l_r M_{r-1} + 2(l_r + l_{r+1})M_r + l_{r+1} M_{r+1} = \frac{1}{4}(q_r l_r^3 + q_{r+1} l_{r+1}^3)$$

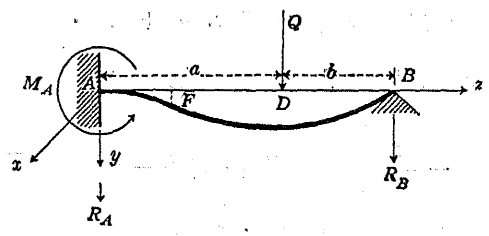
ヲ得.

2. 一端定端,他端支端ニシテ常ニ同高ニアリ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル一徑間ノ連桁.

115. 一個ノ集中荷重ニ對スル反力,反偶力,彎曲率,裁力,彎曲量及傾斜角.

第一. 反力及反偶力率. 第 131 圖ニ於テ $l = a + b$ トスルトキハ 130), 132) 式ニヨリ

第 131 圖



$$M_A = -\frac{3}{l^2}\int_0^l M'(l-z)\,dz = \frac{1}{2l^2} Qab\,(a+2b)$$

ナルガ故ニ 128)式ノ第一乃至第四式ニヨリ

$$142)\quad \begin{cases} R_A = -\dfrac{1}{2l^3} Qb\,(3a^2 + 6ab + 2b^2) = -\dfrac{1}{2l^3} Q\; 2l^3 - 3la^2 + a^3) \\ M_A = \dfrac{1}{2l^2} Qab\,(a+2b) = \dfrac{1}{2l^2} Q\,a(2l^2 - 3la + a^2) \\ R_B = -\dfrac{1}{2l^3} Qa^2\,(2a + 3b) = -\dfrac{1}{2l^3} Qa^2\,(3l - a) \end{cases}$$

ヲ得.

特ニ $a = b$ ナルトキハ

$$143)\quad \begin{cases} R_A = -\dfrac{11}{16} Q \qquad M_A = \dfrac{3}{16} Ql \\ R_B = -\dfrac{5}{16} Q \end{cases}$$

ナリ.

第二. 彎曲率. 128)式ノ第五第六式ニ 142)式ノ第二式ヲ適用シテ

$$144)\quad \begin{cases} M = -\dfrac{1}{2l^3} Q(l - a\Big[2l^2 + 2la - a^2)z - la(2l - a)\Big] & 0 \leqq z \leqq a \\ \quad = -\dfrac{1}{2l^3} Qa^2(3l - a)(l - z) & a \leqq z \leqq l \end{cases}$$

ヲ得.

$z = \zeta l$ トスレバ 144)式ノ第二式ハ常ニ負數ニシテ第一式ハ

$$(2l^2 + 2la - a^2)\zeta - a(2l - a) \gtreqqless 0$$

卽
$$a \gtreqqless \frac{\sqrt{1-\zeta} - \sqrt{1-3\zeta}}{\sqrt{1-\zeta}}\, l$$

ナルトキ M 正,零又ハ負ナルガ故ニ

$$145)\quad AO = \frac{\sqrt{1-\zeta} - \sqrt{1-3\zeta}}{\sqrt{1-\zeta}}\, l \qquad BO = \frac{\sqrt{1-3\zeta}}{\sqrt{1-\zeta}}\, l$$

トセバ $0 \leqq \zeta \leqq \dfrac{1}{3}$ ニ對シテハ D ガ BO ノ間ニアルトキハ M ハ正トナリ,O ト一致スルトキハ零トナリ,AO ノ間ニアルトキハ負トナルベク; $\dfrac{1}{3} \leqq \zeta \leqq 1$ ニ對シテハ M ハ常ニ負トナルベシ.

第三. 裁力. 128)式ノ第七第八式ニ 142)式ノ第二式ヲ適用シテ

$$
146)\quad \begin{cases} S = -\dfrac{1}{2l^3}Q(2l^3 - 3la^2 + a^3) & 0 \leqq z \leqq a \\ \quad = +\dfrac{1}{2l^3}Qa^2(3l - a) & a \leqq z \leqq l \end{cases}
$$

ヲ得.

第四. 彎曲量及傾斜角. 144)式ヲ

$$
\frac{d^2\eta}{dz^2} = \frac{M}{EI_x}
$$

ニ適用シテ積分スルトキハ

$$
147)\quad \begin{cases} \eta = \dfrac{Q(l-a)}{12EI_x l^3} z^2\left[+3la(2l-a) - (2l^2 + 2la - a^2)z\right] & 0 \leqq z \leqq a \\ \quad = \dfrac{Qa^2}{12EI_x l^3}(l - z)\left[+3l^2(l-a) - (3l-a)(l-z)^2\right] & a \leqq z \leqq l \\ \eta_D = \dfrac{Q}{12EI_x l^3} a^3(l-a)^2(4l-a) = \dfrac{Q}{12EI_x l^3} a^3b^2(3a + 4b) & \\ i_B = -\dfrac{Q}{4EI_x l} a^2(l - a) = -\dfrac{Qa^2b}{4EI_x l} & \\ AF = \dfrac{a(2l - a)}{2l^2 + 2la - a^2} l = \dfrac{a(a + 2b)}{3a^2 + 6ab + 2b^2} l & F \text{ハ反曲點} \end{cases}
$$

ヲ得,

特ニ $a = b$ ナルトキハ

$$
148)\quad \begin{cases} \eta = \dfrac{Q}{96EI_x} z^2(9l - 11z) & 0 \leqq z \leqq \dfrac{l}{2} \\ \quad = \dfrac{Q}{96EI_x}(l - z)(-2l^2 + 10lz - 5z^2) & \dfrac{l}{2} \leqq z \leqq l \\ \eta_D = \dfrac{7Ql^3}{768EI_x} & \\ i_B = -\dfrac{Ql^2}{32EI_x} & \\ AF = \dfrac{3}{11} l & \end{cases}
$$

ナリ.

116. 等布荷重ニ對スル反力,反偶力,彎曲率,裁力,彎曲量及傾斜角.

第一. 反力及反偶力率. 等布荷重ガ桁ノ全長ニ涉レルトキ反力及反偶力率ハ最大ニシテ130), 137)式ニヨリ

$$
M_A = -\frac{3}{l^2}\int_0^l M'(l - z)\,dz = \frac{ql^2}{8}
$$

ナルガ故ニ128)式ノ第一乃至第四式ニヨリ

$$
149)\quad \begin{cases} R_A = -\dfrac{5}{8}ql \quad M_A = \dfrac{1}{8}ql^2 \\ R_B = -\dfrac{3}{8}ql \end{cases}
$$

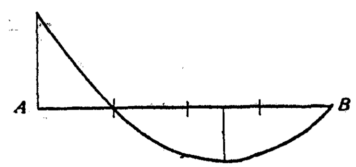
ヲ得.

第二. 彎曲率. 等布荷重ガ桁ノ全長ニ涉レルトキハ149)式ノ第二式ヲ128)式ノ第五第六式ニ適用シ

$$
150)\quad M = -\frac{(4\zeta - 1)(1 - \zeta)}{8} ql^2
$$

ヲ得,彎曲率圖ハ第132圖ノ如キ拋物線ヲナスベシ. ql^2 ノ此系數

第132圖



ヲ x ヲ以テ示ストキハ x ハ次ノ値ヲ有ス:—

ζ	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	1
x	$+\frac{1}{8}$	0	$-\frac{9}{128}$	0
M	正最大		負最大	

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ $0\leqq\zeta\leqq\frac{1}{3}$ ニ對シテハ最大$(+M)$ハ荷重ガ145)式ニヨリテ與ヘラレタルBOノ全長ニ渉リテAOノ間ニ存在セズ,最大$(-M)$ハ荷重ガAOノ全長ニ渉リテBOノ間ニ存在セザルトキニ起リ130),134),136)式ヲ128)式ノ第五第六式ニ適用シ145)式ヲ用ヒテ

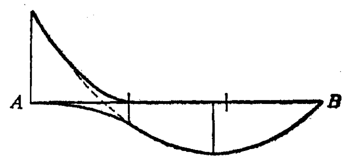
151) $$\begin{cases} \text{最大}(+M)=+\dfrac{(1-3\zeta)^2}{8(1-\zeta)}ql^2 \\ \text{最大}(-M)=-\dfrac{\zeta^3}{2(1-\zeta)}ql^2 \end{cases}$$

ヲ得; $\frac{1}{3}\leqq\zeta\leqq1$ ニ對シテハ最大$(+M)$ヲ生ズルコト能ハズ,最大$(-M)$ハ荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキニ起リ

152) $$\begin{cases} \text{最大}(+M)=0 \\ \text{最大}(-M)=-\dfrac{(4\zeta-1(1-\zeta)}{8}ql^2 \end{cases}$$

ヲ得. 151),152)式ニヨリテ與ヘラレタル彎曲率圖ハ第133圖ノ如

第133圖



キ形ヲナシ, ql^2 ノ最大$(+M)$ノ係數ヲ$\varkappa$, 最大$(-M)$ノ係數ヲ$\varkappa'$ヲ以テ示ストキハ$\varkappa,\varkappa'$ハ次ノ値ヲ有ス:—

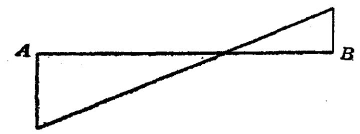
ζ	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{8}$	1
$\varkappa$	$+\frac{1}{8}$	0		
$\varkappa'$	0	$-\frac{1}{36}$	$-\frac{9}{128}$	0
M	正最大		負最大	

第三. 裁力. 等布荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキハ149)式ノ第二式ヲ128)式ノ第七第八式ニ適用シ

153) $$S=-\frac{5-8\zeta}{8}ql$$

ヲ得,裁力圖ハ第134圖ノ如キ直線ヲナスベシ, ql ノ此係數ヲ$\varkappa$

第134圖



ヲ以テ示ストキハ$\varkappa$ハ次ノ値ヲ有ス:—

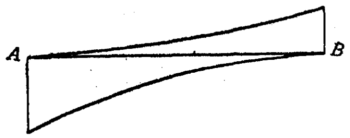
ζ	0	$\frac{5}{8}$	1
$\varkappa$	$-\frac{5}{8}$	0	$+\frac{3}{8}$
S	負最大		正最大

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ $z=\zeta l$ ナルCニ對シテハ最大$(+S)$ハ荷重ガACノ全長ニ渉リテBCノ間ニ存在セズ,最大$(-S)$ハ荷重ガBCノ全長ニ渉リテACノ間ニ存在セザルトキニ起リ130),134),136)式ヲ128)式ノ第七第八式ニ適用シテ

154) $$\begin{cases} \text{最大}(+S)=+\dfrac{(4-\zeta)\zeta^3}{8}ql \\ \text{最大}(-S)=-\dfrac{(1-\zeta)^3(5+2\zeta-\zeta^2)}{8}ql \end{cases}$$

ヲ得,裁力圖ハ第135圖ノ如キ四次曲線ヲナスベシ. ql ノ最大$(+S)$

第 135 圖



ノ系數ヲ $\varkappa$, 最大$(-S)$ノ系數ヲ $\varkappa'$ ヲ以テ示ストキハ $\varkappa, \varkappa'$ ハ次ノ値ヲ有ス:—

ζ	0	1
$\varkappa$	0	$+\frac{3}{8}$
$\varkappa'$	$-\frac{5}{8}$	0
S	負最大	正最大

第四. 彎曲量及傾斜角. 等布荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキハ 150)式ヲ

$$\frac{d^2\eta}{dz^2} = \frac{M}{EI_x}$$

ニ適用シテ積分スルトキハ

$$155)\quad \begin{cases} \eta = \dfrac{q}{48EI_x} z^2(l-z)(3l-2z) \\ i_B = -\dfrac{ql^3}{48EI_x} \\ AF = \dfrac{l}{4} \qquad F \text{ハ反曲點} \end{cases}$$

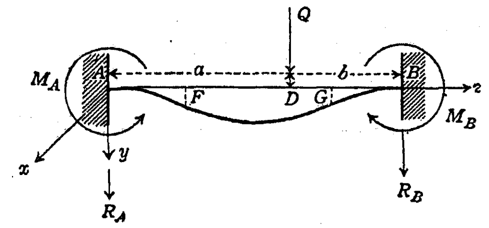
ヲ得.

3. 兩端定端ニシテ常ニ同高ニアリ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル一徑間ノ連桁.

117. 一個ノ集中荷重ニ對スル反力,反偶力,彎曲率裁力及彎曲量.

第一. 反力及反偶力率. 第136圖ニ於テ $l=a+b$ トスルトキハ 129), 130), 131), (132)式ニヨリ

第 136 圖



$$M_A + 2M_B = -\frac{6}{l^2}\int_0^l M'z\,dz = \frac{1}{l^2}Qab(2a+b)$$

$$2M_A + M_B = -\frac{6}{l^2}\int_0^l M'(l-z)\,dz = \frac{1}{l^2}Qab(a+2b)$$

ナルガ故ニ128)式ノ第一乃至第四式ニヨリ

$$156)\quad \begin{cases} R_A = -\dfrac{1}{l^3}Qb^2(3a+b) = -\dfrac{1}{l^3}Q(l^3-3la^2+2a^3) \\ M_A = \dfrac{1}{l^2}Qab^2 = \dfrac{1}{l^2}Qa(l-a)^2 \\ R_B = -\dfrac{1}{l^3}Qa^2(a+3b) = -\dfrac{1}{l^3}Q(3la^2-2a^3) \\ M_B = \dfrac{1}{l^2}Qa^2b = \dfrac{1}{l^2}Qa^2(l-a) \end{cases}$$

ヲ得.

特ニ $a=b$ ナルトキハ

$$157)\quad \begin{cases} R_A = R_B = -\dfrac{1}{2}Q \\ M_A = M_B = \dfrac{1}{8}Ql \end{cases}$$

ナリ.

第二. 彎曲率. 128)式ノ第五第六式ニ156)式ノ第二第四式ヲ適用シテ

$$
158)\quad
\begin{cases}
M = -\dfrac{1}{l^3} Q(l-a)^2\Big[-la + (l+2a)z\Big] & 0 \leqq z \leqq a \\[2mm]
\quad = -\dfrac{1}{l^3} Qa^2\Big[l(2l-a) - (3l-2a)z\Big] & \\[2mm]
\quad = -\dfrac{1}{l^3} Qa^2\Big[(l-a)(l-2z) + l(l-z)\Big] & a \leqq z \leqq l
\end{cases}
$$

ヲ得.

$z = \zeta l$ トスレバ $0 \leqq \zeta \leqq \dfrac{1}{2}$ ニ對シテ 158)式ノ第二式ハ常ニ負數ニシテ第一式ハ

$$(l+2a)\zeta - a \gtreqqless 0$$

卽　$$a \gtreqqless \frac{\zeta}{1-2\zeta} l$$

ナルトキM正,零又ハ負ナルガ故ニ

$$159)\qquad AO = \frac{\zeta}{1-2\zeta} l \qquad BO = \frac{1-3\zeta}{1-2\zeta} l$$

トセバ $0 \leqq \zeta \leqq \dfrac{1}{3}$ ニ對シテハDガBOノ間ニアルトキハMハ正トナリ,Oト一致スルトキハ零トナリ,AOノ間ニアルトキハ負トナルベク; $\dfrac{1}{3} \leqq \zeta \leqq \dfrac{1}{2}$ ニ對シテハMハ常ニ負トナルベシ.

第三. 裁力. 128)式ノ第七第八式ニ156)式ノ第二第四式ヲ適用シテ

$$
160)\quad
\begin{cases}
S = -\dfrac{1}{l^3} Q(l^3 - 3la^2 + 2a^3) & 0 \leqq z \leqq a \\[2mm]
\quad = +\dfrac{1}{l^3} Q(3la^2 - 2a^3) & a \leqq z \leqq l
\end{cases}
$$

ヲ得.

第四. 彎曲量. 158)式ヲ

$$\frac{d^2\eta}{dz^2} = \frac{M}{EI_x}$$

ニ適用シテ積分スルトキハ

$$
161)\quad
\begin{cases}
\eta = \dfrac{Q(l-a)^2}{6EI_x l^3} z^2\Big[3la - (l+2a)z\Big] & 0 \leqq z \leqq a \\[2mm]
\quad = \dfrac{Qa^2}{6EI_x l^3}(l-z)^2\Big[3l(l-a) - (3l-2a)(l-z)\Big] & a \leqq z \leqq l \\[2mm]
\eta_D = \dfrac{Q}{3EI_x l^3} a^3(l-a)^3 = \dfrac{Qa^3b^3}{3EI_x l} & \\[2mm]
AF = \dfrac{a}{l+2a} l = \dfrac{a}{3a+b} l & \\[2mm]
BG = \dfrac{l-a}{3l-2a} l = \dfrac{b}{a+3b} l & F, G \text{ ハ反曲點}
\end{cases}
$$

ヲ得.

特ニ $a = b$ ナルトキハ

$$
162)\quad
\begin{cases}
\eta = \dfrac{Q}{48EI_x} z^2(3l-4z) & 0 \leqq z \leqq \dfrac{l}{2} \\[2mm]
\quad = \dfrac{Q}{48EI_x}(l-z)^2(-l+4z) & \dfrac{l}{2} \leqq z \leqq l \\[2mm]
\eta_D = \dfrac{Ql^3}{192EI_x} & \\[2mm]
AF = BG = \dfrac{l}{4} &
\end{cases}
$$

ナリ.

118. 等布荷重ニ對スル反力,反偶力,彎曲率,裁力及彎曲量.

第一. 反力及反偶力率. 等布荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキ反力及反偶力率ハ最大ニシテ 129), 130), 137)式ニヨリ

$$M_A + 2M_B = -\frac{6}{l^2}\int_0^l M' z\,dz = \frac{ql^2}{4}$$

$$2M_A + M_B = -\frac{6}{l^2}\int_0^l M'(l-z)\,dz = \frac{ql^2}{4}$$

ナルガ故ニ 128) 式ノ第一乃至第四式ニヨリ

$$163)\qquad \begin{cases} R_A = R_B = -\dfrac{1}{2}ql \\ M_A = M_B = \dfrac{1}{12}ql^2 \end{cases}$$

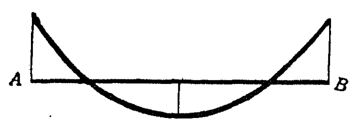
ヲ得.

第二. 彎曲率. 等布荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキハ 163) 式ノ第三第四式ヲ 128)式ノ第五第六式ニ適用シ

$$164)\qquad M = \frac{1-6\zeta+6\zeta^2}{12}ql^2$$

ヲ得,彎曲率圖ハ第 137 圖ノ如キ拋物線ヲナスベシ. ql^2 ノ此系數

第 137 圖



ヲ κ ヲ以テ示ストキハ κ ハ次ノ値ヲ有ス;—

ζ	0	$\frac{3-\sqrt{3}}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3+\sqrt{3}}{6}$	1
κ	$+\frac{1}{12}$	0	$-\frac{1}{24}$	0	$+\frac{1}{12}$
M	正最大		負最大		正最大

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ $0\leqq\zeta\leqq\frac{1}{3}$ ニ對シテハ最大$(+M)$ハ荷重ガ159)式ニヨリテ與ヘラレタル BO ノ全長ニ渉リテ AO ノ間ニ存在セズ,最大 $(-M)$ ハ荷

重ガ AO ノ全長ニ渉リテ BO ノ間ニ存在セザルトキニ起リ 129), 130), 133), 134), 135), 136)式ヲ 128)式ノ第五第六式ニ適用シ 159)式ヲ用ヒテ

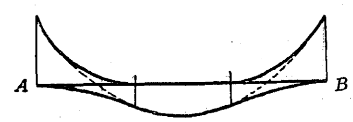
$$165)\qquad \begin{cases} 最大(+M) = +\dfrac{(1-3\zeta)^4}{12(1-2\zeta)^3}ql^2 \\ 最大(-M) = -\dfrac{(8-39\zeta+48\zeta^2)\zeta^3}{12(1-2\zeta)^3}ql^2 \end{cases}$$

ヲ得; $\frac{1}{3}\leqq\zeta\leqq\frac{1}{2}$ ニ對シテハ最大$(+M)$ヲ生ズルコト能ハズ,最大$(-M)$ハ荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキニ起リ

$$166)\qquad \begin{cases} 最大(+M) = 0 \\ 最大(-M) = \dfrac{1-6\zeta+6\zeta^2}{12}ql^2 \end{cases}$$

ヲ得. 165), 166)式ニヨリテ與ヘラレタル彎曲率圖ハ第138圖ノ如

第 138 圖



キ形ヲナシ ql^2 ノ最大$(+M)$ノ系數ヲ κ, 最大$(-M)$ノ系數ヲ κ' ヲ以テ示ストキハ κ, κ' ハ次ノ値ヲ有ス:—

ζ	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
κ	$+\frac{1}{12}$	0		0	$+\frac{1}{12}$
κ'	0	$-\frac{1}{36}$	$-\frac{1}{24}$	$-\frac{1}{36}$	0
M	正最大		負最大		正最大

$\frac{1}{2}\leqq\zeta\leqq1$ ニ對スル M ハ $0\leqq\zeta\leqq\frac{1}{2}$ ニ對スル M ト, $\zeta=\frac{1}{2}$ ニ對

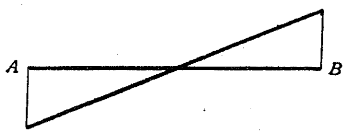
シテ對稱ナル値ヲ有ス.

第三. 裁力. 等布荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキハ 156)式ノ第二第四式ヲ 128)式ノ第七第八式ニ適用シ

$$S = -\frac{1-2\zeta}{2}ql \tag{167}$$

ヲ得,裁力圖ハ第139圖ノ如キ直線ヲナスベシ. ql ノ此系數ヲ $\varkappa$ ヲ

第 139 圖



以テ示ストキハ $\varkappa$ ハ次ノ値ヲ有ス:—

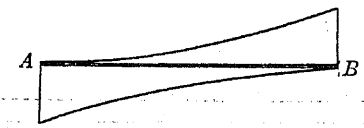
ζ	0	$\frac{1}{2}$	1
$\varkappa$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$
S	負最大		正最大

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ $z=\zeta l$ ナル C ニ對シテハ最大$(+S)$ハ荷重ガ AC ノ全長ニ渉リテ BC ノ間ニ存在セズ,最大$(-S)$ハ荷重ガ BC ノ全長ニ渉リテ AC ノ間ニ存在セザルトキニ起リ 129), 130), 133), 134), 135), 136) 式ヲ 128)式ノ第七第八式ニ適用シテ

$$\left\{\begin{aligned} &最大(+S) = +\frac{(2-\zeta)\zeta^3}{2}ql \\ &最大(-S) = -\frac{(1+\zeta)(1-\zeta)^3}{2}ql \end{aligned}\right. \tag{168}$$

ヲ得,裁力圖ハ第140圖ノ如キ四次曲線ヲナスベシ. ql ノ最大$(+S)$

第 140 圖



ノ系數ヲ $\varkappa$, 最大$(-S)$ノ系數ヲ $\varkappa'$ 以テ示ストキハ $\varkappa, \varkappa'$ ハ次ノ値ヲ有ス:—

ζ	0	1
$\varkappa$	0	$+\frac{1}{2}$
$\varkappa'$	$-\frac{1}{2}$	0
S	負最大	正最大

第四. 彎曲量. 等布荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキハ 164)式ヲ

$$\frac{d^2\eta}{dz^2} = \frac{M}{EI_x}$$

ニ適用シテ積分スルトキハ

$$\left\{\begin{aligned} &\eta = \frac{q}{24EI_x}z^2(l-z)^2 \\ &AF = BG = \left(1-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\frac{l}{2} \end{aligned}\right. \tag{169}$$

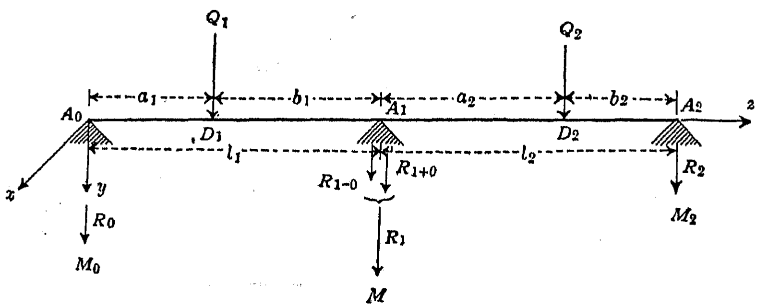
ヲ得.

4. 兩端支端ニシテ兩端及支點常ニ一直線上ニアリ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ニシテ相等シキ二徑間ノ連桁.

119. 一個ノ集中荷重ニ對スル反力,反偶力彎曲率及裁力.

第一. 反力及反偶力率. 第141圖ニ於テ $l_1 = l_2 = l$ トスレバ

第 141 圖



$$170)\qquad M_0 = 0, \qquad M_2 = 0$$

ニシテ 140) 式ニヨリ

$$4M_1 = \frac{1}{l^2}\Big[Q_1a_1b_1(2a_1 + b_1) + Q_2a_2b_2(a_2 + 2b_2)\Big]$$

トナリ $R'_0, R'_{1-0}, R'_{1+0}, R'_2$ ヲ l_1, l_2 ガ單桁ナルトキノ反力トセバ 128) 式ノ第一乃至第四式ニヨリ

$$R_0 = R'_0 + \frac{M_1}{l}$$

$$R_{1-0} = R'_{1-0} - \frac{M_1}{l}$$

$$R_{1+0} = R'_{1+0} - \frac{M_1}{l} \qquad R_1 = R_{1-0} + R_{1+0}$$

$$R_2 = R'_2 + \frac{M_1}{l}$$

ナルガ故ニ

$$\left\{\begin{aligned}
R_0 &= \frac{1}{4l^3}\Big[-Q_1b_1(2a_1^2 + 7a_1b_1 + 4b_1^2) + Q_2a_2b_2(a_2 + 2b_2)\Big] \\
&= \frac{1}{4l^3}\Big[-Q_1(4l^3 - 5l^2a_1 + a_1^3) + Q_2a_2(2l^2 - 3la_2 + a_2^2)\Big] \\
R_{1-0} &= \frac{1}{4l^3}\Big[-Q_1a_1(4a_1^2 + 10a_1b_1 + 5b_1^2) - Q_2a_2b_2(a_2 + 2b_2)\Big]
\end{aligned}\right.$$

$$171)\quad \left\{\begin{aligned}
&= \frac{1}{4l^3}\Big[-Q_1a_1(5l^2 - a_1^2) - Q_2a_2(2l^2 - 3la_2 + a_2^2)\Big] \\
R_{1+0} &= \frac{1}{4l^3}\Big[-Q_1a_1b_1(2a_1 + b_1) - Q_2b_2(5a_2^2 + 10a_2b_2 + 4b_2^2)\Big] \\
&= \frac{1}{4l^3}\Big[-Q_1a_1(l^2 - a_1^2) - Q_2(4l^3 - 2l^2a_2 - 3la_2^2 + a_2^3)\Big] \\
R_1 &= \frac{1}{2l^3}\Big[-Q_1a_1(2a_1^2 + 6a_1b_1 + 3b_1^2) - Q_2b_2(3a_2^2 + 6a_2b_2 + 2b_2^2)\Big] \\
&= \frac{1}{2l^3}\Big[-Q_1a_1(3l^2 - a_1^2) - Q_2(2l^3 - 3la_2^2 + a_2^3)\Big] \\
R_2 &= \frac{1}{4l^3}\Big[Q_1a_1b_1(2a_1 + b_1) - Q_2a_2(4a_2^2 + 7a_2b_2 + 2b_2^2)\Big] \\
&= \frac{1}{4l^3}\Big[Q_1a_1(l^2 - a_1^2) - Q_2a_2(2l^2 + 3la_2 - a_2^2)\Big] \\
M_1 &= \frac{1}{4l^2}\Big[Q_1a_1b_1(2a_1 + b_1) + Q_2a_2b_2(a_2 + 2b_2)\Big] \\
&= \frac{1}{4l^2}\Big[Q_1a_1(l^2 - a_1^2) + Q_2a_2(2l^2 - 3la_2 + a_2^2)\Big]
\end{aligned}\right.$$

ヲ得.

第二. 彎曲率. 徑間 l_1 ニ對シテ 171) 式ノ第六式及 170) 式ヲ 128) 式ノ第五第六式ニ適用シテ Q_1 ニヨリテ生ズル彎曲率ヲ $M_{\prime}$, Q_2 ニヨリテ生ズルモノヲ $M_{\prime\prime}$ トスレバ

$$172)\quad \left\{\begin{aligned}
M &= M_{\prime} + M_{\prime\prime} \\
M_{\prime} &= -\frac{1}{4l^3}Q_1(l - a_1)(4l^2 - la_1 - a_1^2)z \qquad 0 \leqq z \leqq a_1 \\
&= -\frac{1}{4l^3}Q_1a_1[4l^3 - (5l^2 - a_1^2)z] \qquad a_1 \leqq z \leqq l \\
M_{\prime\prime} &= \frac{1}{4l^3}Q_2a_2(2l^2 - 3la_2 + a_2^2)z
\end{aligned}\right.$$

ヲ得.

$z = \zeta l$ トスレバ 172) 式ノ第二式ハ常ニ負數, $M_{\prime\prime}$ ハ常ニ正數ニシテ第三式ハ

$$4l^2-(5l^2-a_1^2)\zeta \gtreqless 0$$

卽 $$a_1 \gtreqless \sqrt{\frac{5\zeta-4}{\zeta}}\,l$$

ナルトキ M_I 正,零又ハ負ナルガ故ニ

173) $$A_0O=\frac{\sqrt{5\zeta-4}}{\sqrt{\zeta}}\,l \qquad A_1O=\frac{\sqrt{\zeta}-\sqrt{5\zeta-4}}{\sqrt{\zeta}}$$

トセバ Q_1 ノ爲メニ $0\leqq\zeta\leqq\frac{4}{5}$ ニ對シテハ M_I ハ常ニ負トナリ; $\frac{4}{5}\leqq\zeta\leqq 1$ ニ對シテハ D_1 ガ A_0O ノ間ニアルトキハ M_I ハ正トナリ. O ト一致スルトキハ零トナリ, A_1O ノ間ニアルトキハ負トナルベシ.

徑間 l_2 ニ對スル M ハ徑間 l_1 ニ對スル M ト A_1 ニ對シテ對稱ナル値ヲ有ス.

第三. 裁力. 徑間 l_1 ニ對シテ 171) 式ノ第六式及 170) 式ヲ 128) 式ノ第七第八式ニ適用シ Q_1 ニヨリテ生ズル裁力ヲ S_I, Q_2 ニヨリテ生ズルモノヲ S_{II} トスレバ

174) $$\begin{cases} S=S_I+S_{II} & \\ S_I=-\frac{1}{4l^3}Q_1(l-a_1)(4l^2-la_1-a_1^2) & 0\leqq z\leqq a_1 \\ \quad =\frac{1}{4l^3}Q_1a_1(5l^2-a_1^2) & a_1\leqq z\leqq l \\ S_{II}=\frac{1}{4l^3}Q_2a_2(2l^2-3la_2+a_2^2) & \end{cases}$$

ヲ得.

徑間 l_2 ニ對スル S ハ徑間 l_1 ニ對スル S ト左右反對ニ考フベシ.

120. 等布荷重ニ對スル反力,反偶力,彎曲率及裁力.

第一. 反力及反偶力率. 等布荷重ガ l_1 及 l_2 ノ全長ニ渉レルトキハ

175) $$M_0=0, \qquad M_2=0$$

ニシテ 141) 式ニヨリ

$$4M_1=\frac{ql^2}{2}$$

ナルガ故ニ 128) 式ノ第一乃至第四式ニヨリ

176) $$\begin{cases} R_0=-\frac{3}{8}ql & \\ R_{1-0}=-\frac{5}{8}ql & \\ R_{1+0}=-\frac{5}{8}ql & R_1=-\frac{5}{4}ql \\ R_2=-\frac{3}{8}ql & \\ M_1=\frac{1}{8}ql^2 & \end{cases}$$

ヲ得.

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ 171) 式ニヨリ最大 $(+R_0)$ 又ハ最大 $(-R_2)$ ハ荷重ガ A_1A_2 ノ全長ニ渉リテ A_0A_1 ノ間ニ存在セズ;最大 $(-R_2)$ 又ハ最大 $(+R_2)$ ハ荷重ガ A_0A_1 ノ全長ニ渉リテ A_1A_2 ノ間ニ存在セザルトキニ起リ; R_1 ハ常ニ負, M_1 ハ常ニ正ニシテ共ニ荷重ガ桁ノ全長ニ渉レルトキ最大ニシテ; 139), 137) 式ヲ 128) 式ノ第一乃至第四式ニ適用シテ

177) $$\begin{cases} 最大\,(+R_0)=+\frac{1}{16}ql & 最大\,(-R_0)=-\frac{7}{16}ql \\ 最大\,(+R_1)=0 & 最大\,(-R_1)=-\frac{5}{4}ql \\ 最大\,(+R_2)=+\frac{1}{16}\,l & 最大\,(-R_2)=-\frac{7}{16}ql \\ 最大\,M_1=\frac{1}{8}ql^2 & \end{cases}$$

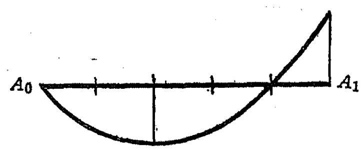
ヲ得.

第二. 彎曲率. 徑間 l_1 ニ對シ等布荷重ガ l_1 及 l_2 ノ全長ニ渉レルトキハ 176)式ノ第六式ヲ 128)式ノ第五第六式ニ適用シ

178)
$$M=-\frac{(3-4\zeta)\zeta}{8}ql^2$$

ヲ得,彎曲率圖ハ第 142 圖ノ如キ抛物線ヲナスベシ. pl^2 ノ此系數

第 142 圖



ヲ x ヲ以テ示ストキハ x ハ次ノ値ヲ有ス:—

ζ	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	1
x	0	$-\frac{9}{128}$	0	$+\frac{1}{8}$
M		負最大		正最大

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルキハ

$0\leqq\zeta\leqq\frac{4}{5}$ ニ對シテハ最大$(+M)$ハ荷重ガ A_1A_2 ノ全長ニ渉リテ A_0A_1 ノ間ニ存在セズ,最大$(-M)$ハ荷重ガ A_0A_1 ノ全長ニ渉リテ A_1A_2 ノ間ニ存在セザルトキニ起リ 175), 139), 137)式ヲ 128)式ノ第五第六式ニ適用シテ

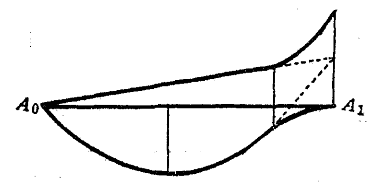
179)
$$\begin{cases}\text{最大}(+M)=+\dfrac{\zeta}{16}ql^2\\ \text{最大}(-M)=-\dfrac{(7-8\zeta)\zeta}{16}ql^2\end{cases}$$

ヲ得; $\frac{4}{5}\leqq\zeta\leqq1$ ニ對シテハ最大$(+M)$ハ荷重ガ A_1A_2 及 173)式ニヨリテ與ヘラレタル A_0O ノ全長ニ渉リテ A_1O ノ間ニ存在セズ,最大$(-M)$ハ荷重ガ A_1O ノ全長ニ渉リテ A_0O 及 A_1A_2 ノ間ニ存在セザルトキニ起リ 175), 139), 133), 134), 135), 136)式ヲ 128)式ノ第五第六式ニ適用シ 173)式ヲ用ヒテ

180)
$$\begin{cases}\text{最大}(+M)=\dfrac{\zeta^2+(5\zeta-4)^2}{16\zeta}ql^2\\ \text{最大}(-M)=-\dfrac{(2-\zeta)(1-\zeta)^2}{2\zeta}ql^2\end{cases}$$

ヲ得. 179), (180)式ニヨリテ與ヘラレタル彎曲率圖ハ第143圖ノ如

第 143 圖



キ形ヲナシ ql^2 ノ最大$(+M)$ノ系數ヲ x, 最大$(-M)$ノ系數ヲ x' ヲ以テ示ストキハ x, x' ハ次ノ値ヲ有ス;—

ζ	0	$\frac{7}{16}$	$\frac{4}{5}$	1
x	0		$+\frac{1}{20}$	$+\frac{1}{8}$
x'	0	$-\frac{49}{512}$	$-\frac{3}{100}$	0
M		負最大		正最大

徑間 l_2 ニ對スル M ハ徑間 l_1 ニ對スル M ト A_1 ニ對シテ對稱ナル値ヲ有ス.

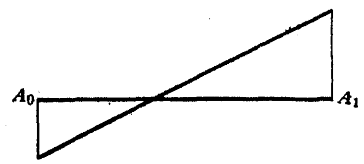
第三. 裁力. 徑間 l_1 ニ對シ等布荷重ガ l_1 及 l_2 ノ全長ニ渉レル

トキハ 176) 式ノ第六式ヲ 128) 式ノ第七第八式ニ適用シ

181) $$S=-\frac{3-8\zeta}{8}ql$$

ヲ得,裁力圖ハ第144圖ノ如キ直線ヲナスベシ. ql ノ此系數ヲ $\varkappa$

第144圖



ヲ以テ示ストキハ $\varkappa$ ハ次ノ値ヲ有ス;—

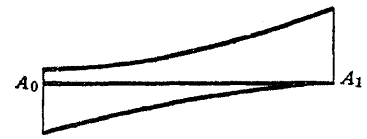
ζ	0	$\frac{3}{8}$	1
$\varkappa$	$-\frac{3}{8}$	0	$+\frac{5}{8}$
S	負最大		正最大

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ $z=\zeta l$ ナル C ニ對シテハ最大$(+S)$ハ荷重ガ A_0C ト A_1A_2 トノ全長ニ渉リテ A_1C ノ間ニ存在セズ,最大$(-S)$ハ荷重ガ A_1C ノ全長ニ渉リテ A_0C ト A_1A_2 トノ間ニ存在セザルトキニ起リ 175), 139), 133), 134), 135), 136)式ヲ 128)式ノ第七第八式ニ適用シテ

182) $$\begin{cases} \text{最大}(+S)=\dfrac{1+10\zeta^2-\zeta^4}{16}ql \\ \text{最大}(-S)=-\dfrac{(7-2\zeta-\zeta^2)(1-\zeta)^2}{16}ql \end{cases}$$

ヲ得,裁力圖ハ第145圖ノ如キ四次曲線ヲナスベシ. ql ノ最大$(+S)$ノ系數ヲ $\varkappa$, 最大$(-S)$ノ系數ヲ $\varkappa'$ ヲ以テ示ストキハ $\varkappa, \varkappa'$ ハ次ノ値

第145圖



ヲ有ス:—

ζ	0	1
$\varkappa$	$+\frac{1}{16}$	$+\frac{5}{8}$
$\varkappa'$	$-\frac{7}{16}$	0
S	負最大	正最大

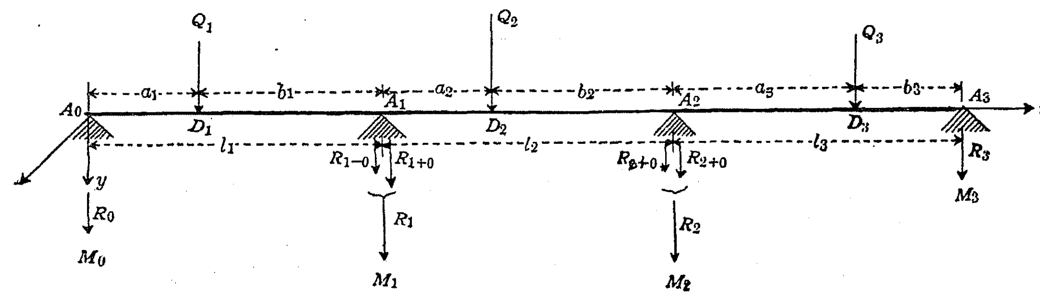
徑間 l_2 ニ對スル S ハ徑間 l_1 ニ對スル S ト左右反對ニ考フベシ

5. 兩端支端ニシテ兩端及支點常ニ一直線上ニアリ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ニシテ相等シキ三徑間ノ連桁.

121. 一個ノ集中荷重ニ對スル反力,反偶力,彎曲率及裁力.

第一. 反力及反偶力率. 第146圖ニ於テ $l_1=l_2=l_3=l$ トスレバ

第146圖



$$M_0 = 0, \qquad M_3 = 0 \tag{183}$$

ニシテ 140)式ニヨリ

$$4M_1 + M_2 = \frac{1}{l^2}\Big[Q_1a_1b_1(2a_1 + b_1) + Q_2a_2b_2(a_2 + 2b_2)\Big]$$

$$M_1 + 4M_2 = \frac{1}{l^2}\Big[Q_2a_2b_2(2a_2 + b_2) + Q_3a_3b_3(a_3 + 2b_3)\Big]$$

トナリ $R'_0, R'_{1-0}, R'_{1+0}, R'_{2-0}, R'_{2+0}, R'_3$ ヲ l_1, l_2, l_3 ガ單桁ナルトキノ反力トセバ 128)式ノ第一乃至第四式ニヨリ

$$\begin{aligned}
R_0 &= R'_0 + \frac{M_1}{l} \\
R_{1-0} &= R'_{1-0} - \frac{M_1}{l} \qquad\qquad R_1 = R_{1-0} + R_{1+0} \\
R_{1+0} &= R'_{1+0} - \frac{M_1 - M_2}{l} \\
R_{2-0} &= R'_{2-0} + \frac{M_1 - M_2}{l} \qquad\qquad R_2 = R_{2-0} + R_{2+0} \\
R_{2+0} &= R'_{2+0} - \frac{M_2}{l} \\
R_3 &= R' + \frac{M_2}{l}
\end{aligned}$$

ナルガ故ニ

$$\left\{\begin{aligned}
R_0 &= \frac{1}{15l^3}\Big[-Q_1b_1(7a_1^2+26a_1b_1+15b_1^2)+Q_2a_2b_2(2a_2+7b_2)-Q_3a_3b_3(a_3+2b_3)\Big] \\
&= \frac{1}{15l^3}\Big[-Q_1(15l^3-19l^2a_1+4a_1^3)+Q_2a_2(7l^2-12la_2+5a_2^2)-Q_3a_3(2l^2-3la_3+a_3^2)\Big] \\
R_{1-0} &= \frac{1}{15l^3}\Big[-Q_1a_1(15a_1^2+38a_1b_1+19b_1^2)-Q_2a_2b_2(2a_2+7b_2)+Q_3a_3b_3(a_3+2b_3)\Big] \\
&= \frac{1}{15l^3}\Big[-Q_1a_1(19l^2-4a_1^2)-Q_2a_2(7l^2-12la_2+5a_2^2)+Q_3a_3(2l^2-3la_3+a_3^2)\Big] \\
R_{1+0} &= \frac{1}{3l^3}\Big[-Q_1a_1b_1(2a_1+b_1)-Q_2b_2(2a_2^2+7a_2b_2+3b_2^2)+Q_3a_3b_3(a_3+2b_3)\Big]
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned}
&= \frac{1}{3l^3}\Big[-Q_1a_1(l^2-a_1^2)-Q_2(3l^3-2l^2a_2-3la_2^2+2a_2^3)+Q_3a_3(2l^2-3la_3+a_3^2)\Big] \\
R_1 &= \frac{1}{5l^3}\Big[-Q_1a_1(5a_1^2+16a_1b_1+8b_1^2)-Q_2b_2(4a_2^2+14a_2b_2+5b_2^2)+2Q_3a_3b_3(a_3+2b_3)\Big] \\
&= \frac{1}{5l^3}\Big[-Q_1a_1(8l^2-3a_1^2)-Q_2(5l^3-l^2a_2-9la_2^2+5a_2^3)+2Q_3a_3(2l^2-3la_3+a_3^2)\Big] \\
R_{2-0} &= \frac{1}{3l^3}\Big[Q_1a_1b_1(2a_1+b_1)-Q_2a_2(3a_2^2+7a_2b_2+2b_2^2)-Q_3a_3b_3(a_3+2b_3)\Big] \\
&= \frac{1}{3l^3}\Big[Q_1a_1(l^2-a_1^2)-Q_2a_2(2l^2+3la_2-2a_2^2)-Q_3a_3(2l^2-3la_3+a_3^2)\Big] \\
R_{2+0} &= \frac{1}{15l^3}\Big[Q_1a_1b_1(2a_1+b_1)-Q_2a_2b_2(7a_2+2b_2)-Q_3b_3(19a_3^2+38a_3b_3+15b_3^2)\Big] \\
&= \frac{1}{15l^3}\Big[Q_1a_1(l^2-a_1^2)-Q_2a_2(2l^2+3la_2-5a_2^2)-Q_3(15l^3-7l^2a_3-12la_3^2+4a_3^3)\Big] \\
R_2 &= \frac{1}{5l^3}\Big[2Q_1a_1b_1(2a_1+b_1)-Q_2a_2(5a_2^2+14a_2b_2+4b_2^2)-Q_3b_3(8a_3^2+16a_3b_3+5b_3^2)\Big] \\
&= \frac{1}{5l^3}\Big[2Q_1a_1(l^2-a_1^2)-Q_2a_2(4l^2+6la_2-5a_2^2)-Q_3(5l^3+l^2a_3-9la_3^2+3a_3^3)\Big] \\
R_3 &= \frac{1}{15l^3}\Big[-Q_1a_1b_1(2a_1+b_1)+Q_2a_2b_2(7a_2+2b_2)-Q_3a_3(15a_3^2+26a_3b_3+7b_3^2)\Big] \\
&= \frac{1}{15l^3}\Big[-Q_1a_1(l^2-a_1^2)+Q_2a_2(2l^2+3la_2-5a_2^2)-Q_3a_3(7l^2+12la_3-4a_3^2)\Big] \\
M_1 &= \frac{1}{15l^2}\Big[4Q_1a_1b_1(2a_1+b_1)+Q_2a_2b_2(2a_2+7b_2)-Q_3a_3b_3(a_3+2b_3)\Big] \\
&= \frac{1}{15l^2}\Big[4Q_1a_1(l^2-a_1^2)+Q_2a_2(7l^2-12la_2+5a_2^2)-Q_3a_3(2l^2-3la_3+a_3^2)\Big] \\
M_2 &= \frac{1}{15l^2}\Big[-Q_1a_1b_1(2a_1+b_1)+Q_2a_2b_2(7a_2+2b_2)+4Q_3a_3b_3(a_3+2b_3)\Big] \\
&= \frac{1}{15l^2}\Big[-Q_1a_1(l^2-a_1^2)+Q_2a_2(2l^2+3la_2-5a_2^2)+4Q_3a_3(2l^2-3la_3+a_3^2)\Big]
\end{aligned}\right. \tag{184}$$

ヲ得.

第二. 彎曲率.

其一, 徑間 l_1. 184)式ノ最後ノ二式ト 183)式トヲ 128)式ノ第五

第六式ニ適用シテ Q_1 ニヨリテ生ズル彎曲率ヲ $M_{,}$, Q_2 ニヨリテ生ズルモノヲ $M_{,,}$, Q_3 ニヨリテ生ズルモノヲ $M_{,,,}$ トスレバ

$$
185)\quad \begin{cases}
M = M_{,} + M_{,,} + M_{,,,} \\
M_{,} = -\dfrac{1}{15l^3} Q_1(l - a_1)(15l^2 - 4la_1 - 4a_1^2)\,z & 0 \leqq z \leqq a_1 \\
\quad = -\dfrac{1}{15l^3} Q_1 a_1[15l^3 - (19l^2 - 4a_1^2)\,z] & a_1 \leqq z \leqq l \\
M_{,,} = \dfrac{1}{15l^3} Q_2 a_2(7l^2 - 12la_2 + 5a_2^2)\,z \\
M_{,,,} = -\dfrac{1}{15l^3} Q_3 a_3(2l^2 - 3la_3 + a_3^2)\,z
\end{cases}
$$

ヲ得.

$z = \zeta l$ トスレバ185)式ノ第二及第五式ハ常ニ負數,第四式ハ常ニ正數ニシテ第三式ハ

$$15l^2 - (19l^2 - 4a_1^2)\,\zeta \gtreqqless 0$$

即 $$a_1 \lesseqqgtr \sqrt{\frac{19\zeta - 15}{4\zeta}}\,l$$

ナルトキ $M_{,}$ 正,零又ハ負ナルガ故ニ

$$186)\qquad A_0O = \frac{\sqrt{19\zeta - 15}}{\sqrt{4\zeta}}\,l \qquad A_1O = \frac{\sqrt{4\zeta} - \sqrt{19\zeta - 15}}{\sqrt{4\zeta}}\,l$$

トセバ Q_1 ノ爲メニ $0 \leqq \zeta \leqq \frac{15}{19}$ ニ對シテハ $M_{,}$ ハ常ニ負トナリ; $\frac{15}{19} \leqq \zeta \leqq 1$ ニ對シテハ D_1 ガ A_0O ノ間ニアルトキハ $M_{,}$ ハ正トナリ, O ト一致スルトキハ零トナリ, A_1O ノ間ニアルトキハ負トナルベシ,

其二. 徑間 l_2. 185)式ヲ得タルト同樣ノ方法ニヨリ

$$
187)\quad \begin{cases}
M = M_{,} + M_{,,} + M_{,,,} \\
M_{,} = \dfrac{1}{15l^3} Q_1 a_1(l^2 - a_1^2)(4l - 5z) \\
M_{,,} = \dfrac{1}{15l^3} Q_2(l - a_2)[la_2(7l - 5a_2) - 5(3l^2 + la_2 - 2a_2^2)z] & 0 \leqq z \leqq a_2 \\
\quad = -\dfrac{1}{15l^3} Q_2 a_2[l(8l^2 + 12la_2 - 5a_2^2) - 5(2l^2 + 3la_2 - 2a_2^2)z] & a_2 \leqq z \leqq l \\
M_{,,,} = -\dfrac{1}{15l^3} Q_3 a_3(2l^2 - 3la_3 + a_3^2)(l - 5z)
\end{cases}
$$

ヲ得.

$z = \zeta l$ トスレバ $0 \leqq \zeta \leqq \frac{1}{5}$ ニ對シテハ $M_{,}$ ハ常ニ正トナリ; Q_2 ノ爲メニハ

$$
\begin{aligned}
&l(8l^2 + 12la_2 - 5a_2^2) - 5(2l^2 + 3la_2 - 2a_2^2)\,z \\
&\qquad = l[(8 - 10\zeta)\,l^2 + (7 - 5\zeta)\,la_2 + (5 - 10\zeta)\,a_2(l - a_2)] > 0
\end{aligned}
$$

ニシテ

$$a_2(7l - 5a_2) - 5(3l^2 + la_2 - 2a_2^2)\,\zeta \gtreqqless 0$$

即 $$a_2 \gtreqqless \frac{7 - 5\zeta - \sqrt{(49 - 125\zeta)(1 - 5\zeta)}}{10(1 - 2\zeta)}\,l$$

ナルトキ $M_{,,}$ 正,零又ハ負ナルガ故ニ

$$
188)\quad \begin{cases}
A_1O = \dfrac{7 - 5\zeta - \sqrt{(49 - 125\zeta)(1 - 5\zeta)}}{10(1 - 2\zeta)}\,l \\
A_2O = \dfrac{3 - 15\zeta + \sqrt{(49 - 125\zeta)(1 - 5\zeta)}}{10(1 - 2\zeta)}\,l
\end{cases}
$$

トセバ D_2 ガ A_2O ノ間ニアルトキハ $M_{,,}$ ハ正トナリ, O ト一致スルトキハ零トナリ, A_1O ノ間ニアルトキハ負トナルベク; $M_{,,,}$ ハ常ニ負トナルベシ. $\frac{1}{5} \leqq \zeta \leqq \frac{1}{2}$ ニ對シテハ $M_{,}$ 及 $M_{,,,}$ ハ常ニ正トナリ,

$M_{\prime\prime}$ ハ常ニ負トナルベシ.

<u>其三.</u> <u>徑間 l_3.</u> 徑間 l_3 ニ對スル M ハ徑間 l_1 ニ對スル M ト徑間 l_2 ニ對シテ對稱ナル値ヲ有ス.

<u>第三.</u> <u>裁力.</u>

<u>其一.</u> <u>徑間 l_1.</u> 184)式ノ最後ノ二式ト 183)式トヲ 128)式ノ第七第八式ニ適用シテ Q_1 ニヨリテ生ズル裁力ヲ $S_{\prime}$, Q_2 ニヨリテ生ズルモノヲ $S_{\prime\prime}$, Q_3 ニヨリテ生ズルモノヲ $S_{\prime\prime\prime}$ トスレバ

$$
189)\quad \begin{cases}
S = S_{\prime} + S_{\prime\prime} + S_{\prime\prime\prime} & \\
S_{\prime} = -\dfrac{1}{15l^3} Q_1(l-a_1)(15l^2 - 4la_1 - 4a_1^2) & 0 \leqq z \leqq a_1 \\
\quad = \dfrac{1}{15l^3} Q_1 a_1(19l^2 - 4a_1^2) & a_1 \leqq z \leqq l \\
S_{\prime\prime} = \dfrac{1}{15l^3} Q_2 a_2(7l^2 - 12la_2 + 5a_2^2) & \\
S_{\prime\prime\prime} = -\dfrac{1}{15l^3} Q_3 a_3(2l^2 - 3la_3 + a_3^2) &
\end{cases}
$$

ヲ得.

<u>其二.</u> <u>徑間 l_2.</u> 189)式ヲ得タルト同樣ノ方法ニヨリ

$$
190)\quad \begin{cases}
S = S_{\prime} + S_{\prime\prime} + S_{\prime\prime\prime} & \\
S_{\prime} = -\dfrac{1}{3l^3} Q_1 a_1(l^2 - a_1^2) & \\
S_{\prime\prime} = -\dfrac{1}{3l^3} Q_2(l-a_2)(3l^2 + la_2 - 2a_2^2) & 0 \leqq z \leqq a \\
\quad = \dfrac{1}{3l^3} Q_2 a_2(2l^2 + 3la_2 - 2a_2^2) & a_2 \leqq z \leqq l \\
S_{\prime\prime\prime} = \dfrac{1}{3l^3} Q_3 a_3(2l^2 - 3la_3 + a_3^2) &
\end{cases}
$$

ヲ得.

<u>其三.</u> <u>徑間 l_3.</u> 徑間 l_3 ニ對スル S ハ徑間 l_1 ニ對スル S ト左右反對ニ考フベシ.

122. <u>等布荷重ニ對スル反力,反偶力,彎曲率及裁力.</u>

<u>第一.</u> <u>反力及反偶力率.</u> 等布荷重ガ l_1, l_2 及 l_3 ノ全長ニ渉レルトキハ

$$
191)\qquad M_0 = 0, \qquad M_3 = 0
$$

ニシテ 141)式ニヨリ

$$
4M_1 + M_2 = \frac{ql^2}{2}
$$

$$
M_1 + 4M_2 = \frac{ql^2}{2}
$$

ナルガ故ニ 128)式ノ第一乃至第四式ニヨリ

$$
192)\quad \begin{cases}
R_0 = -\dfrac{4}{10} ql & \\
R_{1-0} = -\dfrac{6}{10} ql & \\
R_{1+0} = -\dfrac{5}{10} ql & R_1 = -\dfrac{11}{10} ql \\
R_{2-0} = -\dfrac{5}{10} ql & \\
R_{2+0} = -\dfrac{6}{10} ql & R_2 = -\dfrac{11}{10} ql \\
R_3 = -\dfrac{4}{10} ql & \\
M_1 = \dfrac{1}{10} ql^2 & \\
M_2 = \dfrac{1}{10} ql^2 &
\end{cases}
$$

ヲ得.

桁ノ任意ノ部分ニ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ 184)式ニヨリ最大$(+R_0)$又ハ最大$(+R_3)$ハ荷重ガA_1A_2ノ全長ニ渉リテA_0A_1及A_2A_3ノ間ニ存在セズ,最大$(-R_3)$又ハ最大$(-R_0)$ハ荷重ガA_0A_1及A_2A_3ノ全長ニ渉リテA_1A_2ノ間ニ存在セザルトキニ起リ;最大$(+R_1)$ハ荷重ガA_2A_3ノ全長ニ渉リテA_0A_1及A_1A_2ノ間ニ存在セズ,最大$(-R_1)$ハ荷重ガA_0A_1及A_1A_2ノ全長ニ渉リテA_2A_3ノ間ニ存在セザルトキニ起リ;最大$(+R_2)$ハ荷重ガA_0A_1ノ全長ニ渉リテA_1A_2及A_2A_3ノ間ニ存在セズ,最大$(-R_2)$ハ荷重ガA_1A_2及A_2A_3ノ全長ニ渉リテA_0A_1ノ間ニ存在セザルトキニ起リ;最大$(+M_1)$ハ荷重ガA_0A_1及A_1A_2ノ全長ニ渉リテA_2A_3ノ間ニ存在セズ,最大$(-M_1)$ハ荷重ガA_2A_3ノ全長ニ渉リテA_0A_1及A_1A_2ノ間ニ存在セザルトキニ起リ;最大$(+M_2)$ハ荷重ガA_1A_2及A_2A_3ノ全長ニ渉リテA_0A_1ノ間ニ存在セズ,最大$(-M_2)$ハ荷重ガA_0A_1ノ全長ニ渉リテA_1A_2及A_2A_3ノ間ニ存在セザルトキニ起リ;139), 137)式ヲ 128)式ノ第一乃至第四式ニ適用シテ

$$193)\left\{\begin{array}{ll}
\text{最大}(+R_0) = +\frac{1}{20}ql & \text{最大}(-R_0) = -\frac{9}{20}ql \\
\text{最大}(+R_1) = +\frac{1}{10}ql & \text{最大}(-R_1) = -\frac{6}{5}ql \\
\text{最大}(+R_2) = +\frac{1}{10}ql & \text{最大}(-R_2) = -\frac{6}{5}ql \\
\text{最大}(+R_3) = +\frac{1}{20}ql & \text{最大}(-R_3) = -\frac{9}{20}ql \\
\text{最大}(+M_1) = +\frac{7}{60}ql & \text{最大}(-M_1) = -\frac{1}{60}ql^2 \\
\text{最大}(+M_2) = +\frac{7}{60}ql & \text{最大}(-M_2) = -\frac{1}{60}ql^2
\end{array}\right.$$

ヲ得.

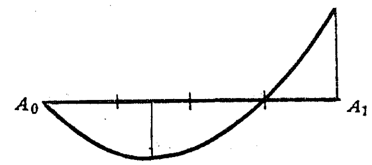
第二. 彎曲率.

其一. 徑間l_1. 等布荷重ガl_1, l_2及l_3ノ全長ニ渉レルトキハ 192)式ノ最後ノ二式ヲ 128)式ノ第五第六式ニ適用シ

$$194)\qquad M = -\frac{(4-5\zeta)\zeta}{10}ql^2$$

ヲ得,彎曲率圖ハ第147圖ノ如キ拋物線ヲナスベシ. ql^2ノ此系數

第147圖



ヲxヲ以テ示ストキハxハ次ノ値ヲ有ス:—

ζ	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	1
x	0	$-\frac{2}{25}$	0	$+\frac{1}{10}$
M		負最大		正最大

桁ノ任意ノ部分ニ於テ重荷ヲ加フルコトヲ得ルトキハ $0\leqq\zeta\leqq\frac{15}{19}$ ニ對シテハ最大$(+M)$ハ荷重ガA_1A_2ノ全長ニ渉リテA_0A_1及A_2A_3ノ間ニ存在セズ,最大$(-M)$ハ荷重ガA_0A_1及A_2A_3ノ全長ニ渉リテA_1A_2ノ間ニ存在セザルトキニ起リ 191), 139), 137)式ヲ 128)式ノ第五第六式ニ適用シテ

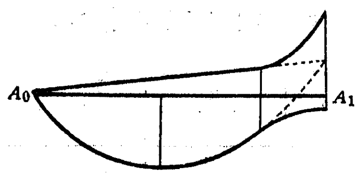
$$195)\left\{\begin{array}{l}
\text{最大}(+M) = +\frac{\zeta}{20}ql^2 \\
\text{最大}(-M) = -\frac{(9-10\zeta)\zeta}{20}ql^2
\end{array}\right.$$

ヲ得; $\frac{15}{19} \leqq \zeta \leqq 1$ ニ對シテハ最大$(+M)$ハ荷重ガ A_1A_2 及 186)式ニヨリテ與ヘラレタル A_0O ノ全長ニ渉リテ A_1O 及 A_2A_3 ノ間ニ存在セズ,最大$(-M)$ハ荷重ガ A_1O 及 A_2A_3 ノ全長ニ渉リテ A_0O 及 A_1A_2 ノ間ニ存在セザルトキニ起リ 191), 139), 133), 134), 135), 136)式ヲ 128式ノ第五第六式ニ適用シ 186)式ヲ用ヒテ

$$196)\quad \begin{cases} 最大(+M) = +\dfrac{(19\zeta-15)^2+12\zeta^2}{240\zeta}\,ql^2 \\ 最大(-M) = -\left[\dfrac{(15-8\zeta)(1-\zeta)^2}{16\zeta}+\dfrac{\zeta}{60}\right]ql^2 \end{cases}$$

ヲ得. 195), 196)式ニヨリテ與ヘラレタル彎曲率圖ハ第148圖ノ如

第 148 圖



キ形ヲナシ ql^2 ノ最大$(+M)$ノ系數ヲ x, 最大$(-M)$ノ系數ヲ x' ヲ以テ示ストキハ x, x' ハ次ノ値ヲ有ス:—

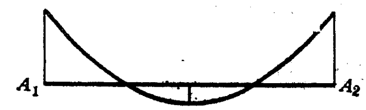
ζ	0	$\frac{9}{20}$	$\frac{15}{19}$	1
x	0		$+\frac{3}{76}$	$+\frac{7}{60}$
x'	0	$-\frac{81}{800}$	$-\frac{63}{1444}$	$-\frac{1}{60}$
M		負最大		正最大

其二. 徑間 l_2. 等布荷重ガ l_1, l_2 及 l_3 ノ全長ニ渉レルトキハ 192)式ノ最後ノ二式ヲ 128)式ノ第五第六式ニ適用シ

$$197)\quad M = \frac{1-5\zeta+5\zeta^2}{10}\,ql^2$$

ヲ得,彎曲率圖ハ第149圖ノ如キ拋物線ヲナスベシ. ql^2 ノ此系數

第 149 圖



ヲ x ヲ以テ示ストキハ x ハ次ノ値ヲ有ス:—

ζ	0	$\frac{5-\sqrt{5}}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5+\sqrt{5}}{10}$	1
x	$+\frac{1}{10}$	0	$-\frac{1}{40}$	0	$+\frac{1}{10}$
M	正最大		負最大		正最大

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ $0 \leqq \zeta \leqq \frac{1}{5}$ ニ對シテハ最大$(+M)$ハ荷重ガ A_0A_1 及 188)式ニヨリテ與ヘラレタル A_2O ノ全長ニ渉リテ A_1O 及 A_2A_3 ノ間ニ存在セズ,最大$(-M)$ハ荷重ガ A_1O 及 A_2A_3 ノ全長ニ渉リテ A_0A_1 及 A_2O ノ間ニ存在セザルトキニ起リ 191), 139), 133), 134), 135), 136)式ヲ 128)式ノ第五第六式ニ適用シ 188)式ヲ用ヒテ

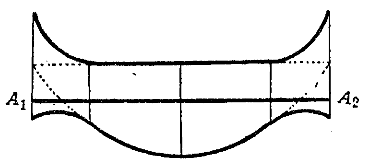
$$198)\quad \begin{cases} 最大(+M) = \Bigg[\dfrac{4-5\zeta}{60} \\ \qquad +\dfrac{(1-5\zeta)^2[814-4660\zeta+6550\zeta^2+(98-250\zeta)\sqrt{(49-125\zeta)(1-5\zeta)}]}{30000(1-2\zeta)^3}\Bigg]ql^2 \\ 最大(-M) = \Bigg[-\dfrac{1-5\zeta}{60}+\dfrac{1-10\zeta+10\zeta^2}{20} \\ \qquad -\dfrac{(1-5\zeta)^2[814-4660\zeta+6550\zeta^2+(98-250\zeta)\sqrt{(49-125\zeta)(1-5\zeta)}]}{30000(1-2\zeta)^3}\Bigg]ql^2 \end{cases}$$

ヲ得; $\frac{1}{5} \leqq \zeta \leqq \frac{1}{2}$ ニ對シテハ最大$(+M)$ハ荷重ガA_0A_1及A_2A_3ノ全長ニ渉リテA_1A_2ノ間ニ存在セズ,最大$(-M)$ハ荷重ガA_1A_2ノ全長ニ渉リテA_0A_1及A_2A_3ノ間ニ存在セザルトキニ起リ 191), 139), 137)式ヲ128)式ノ第五第六式ニ適用シテ

$$199)\quad \begin{cases} 最大(+M) = +\dfrac{1}{20}ql^2 \\ 最大(-M) = \dfrac{1-10\zeta+10\zeta^2}{20}ql^2 \end{cases}$$

ヲ得. 198), 199)式ニヨリテ與ヘラレタル彎曲率圖ハ第150圖ノ如

第150圖



キ形ヲナシql^2ノ最大$(+M)$ノ系數ヲx,最大$(-M)$ノ系數ヲx'ヲ以テ示ストキハx, x'ハ次ノ値ヲ有ス:—

ζ	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	1
x	$+\frac{7}{60}$	$+\frac{1}{20}$	$+\frac{1}{20}$	$+\frac{1}{20}$	$+\frac{7}{60}$
x'	$-\frac{1}{60}$	$-\frac{3}{100}$	$-\frac{3}{40}$	$-\frac{3}{100}$	$-\frac{1}{60}$
M	正最大		負最大		正最大

$\frac{1}{2} \leqq \zeta \leqq 1$ ニ對スルMハ $0 \leqq \zeta \leqq \frac{1}{2}$ ニ對スルMト $\zeta = \frac{1}{2}$ ニ對シテ對稱ナル値ヲ有ス.

<u>其三.</u> <u>徑間l_3.</u> 徑間l_3ニ對スルMハ徑間l_1ニ對スルMト徑

間l_2ニ對シテ對稱ナル値ヲ有ス.

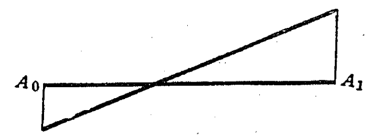
<u>第三.</u> <u>裁力.</u>

<u>其一.</u> <u>徑間l_1.</u> 等布荷重ガl_1, l_2,及l_3ノ全長ニ渉レルトキハ192)ノ最後ノ二式ヲ128)式ノ第七第八式ニ適用シ

$$200)\quad S = -\frac{4-10\zeta}{10}ql$$

ヲ得,裁力圖ハ第151圖ノ如キ直線ヲナスベシ. qlノ此系數ヲx

第151圖



ヲ以テ示ストキハxハ次ノ値ヲ有ス:—

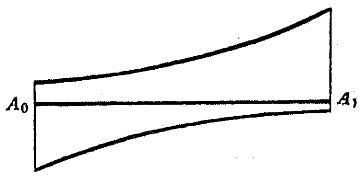
ζ	0	$\frac{2}{5}$	1
x	$-\frac{4}{10}$	0	$+\frac{6}{10}$
S	負最大		正最大

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ $z=\zeta l$ ナルCニ對シテ最大$(+S)$ハ荷重ガA_0CトA_1A_2トノ全長ニ渉リテA_1CトA_2A_3トノ間ニ存在セズ,最大$(-S)$ハ荷重ガA_1CトA_2A_3トノ全長ニ渉リテA_0CトA_1A_2トノ間ニ存在セザルトキニ起リ 191), 139), 133), 134), 135), 136)式ヲ128)式ノ第七第八式ニ適用シテ

$$201)\quad \begin{cases} 最大(+S) = \left[\dfrac{1}{20} + \dfrac{\zeta^2(19-2\zeta^2)}{30}\right]ql \\ 最大(-S) = -\left[\dfrac{1}{60} + \dfrac{(1-\zeta)^2(13-4\zeta-2\zeta^2)}{30}\right]ql \end{cases}$$

ヲ得,裁力圖ハ第152圖ノ如キ四次曲線ヲナスベシ. ql ノ最大$(+S)$

第152圖



ノ系數ヲ x, 最大$(-S)$ノ系數ヲ x' ヲ以テ示ストキハ x, x' ハ次ノ値ヲ有ス;—

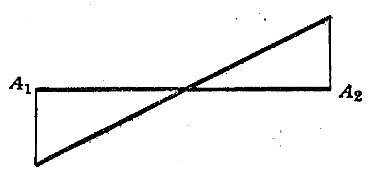
ζ	0	1
x	$+\frac{1}{20}$	$+\frac{37}{60}$
x'	$-\frac{9}{20}$	$-\frac{1}{60}$
S	負最大	正最大

其二. 徑間 l_2. 等布荷重ガ l_1, l_2 及 l_3 ノ全長ニ涉レルトキハ 192)式ノ最後ノ二式ヲ 128)式ノ第七第八式ニ適用シ

202) $$S=-\frac{1-2\zeta}{2}ql$$

ヲ得,裁力圖ハ第153圖ノ如キ直線ヲナスベシ. ql ノ此系數ヲ x

第153圖



ヲ以テ示ストキハ x ハ次ノ値ヲ有ス:—

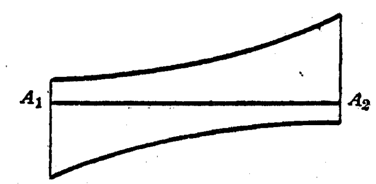
ζ	0	$\frac{1}{2}$	1
x	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$
S	負最大		正最大

桁ノ任意ノ部分ニ於テ荷重ヲ加フルコトヲ得ルトキハ $z=\zeta l$ ナル C ニ對シテ最大$(+S)$ハ荷重ガ A_1C ト A_2A_3 トノ全長ニ涉リテ A_0A_1 ト A_2C トノ間ニ存在セズ,最大$(-S)$ハ荷重ガ A_0A_1 ト A_2C トノ全長ニ涉リテ A_1C ト A_2A_3 トノ間ニ存在セザルトキニ起リ 191), 139), 133), 134), 135), 136)式ヲ 128)式ノ第七第八式ニ適用シテ

203) $$\begin{cases} 最大(+S)=\left[\frac{1}{12}+\frac{\zeta^2(2+2\zeta-\zeta^2)}{6}\right]ql \\ 最大(-S)=-\left[\frac{1}{12}+\frac{(1-\zeta)^2(3-\zeta^2)}{6}\right]ql \end{cases}$$

ヲ得,裁力圖ハ 154 圖ノ如キ四次曲線ヲナスベシ, ql ノ最大$(+S)$

第154圖



ζ	0	1
x	$+\frac{1}{12}$	$+\frac{7}{12}$
x'	$-\frac{7}{12}$	$-\frac{1}{12}$
S	負最大	正最大

ノ系數ヲ x, 最大 $(-S)$ ノ系數ヲ x' ヲ以テ示ストキハ x, x' ハ前表ニ示シタル値ヲ有ス.

其三. 徑間 l_3. 徑間 l_3 ニ對スル S ハ徑間 l_1 ニ對スル S ト徑間 l_2 ニ對シテ對稱ナル値ヲ有ス.

6. 兩端支端ニシテ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル連桁.

123. 兩端支端ニシテ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル連桁ノ反力,反偶力,彎曲率,裁力及設計.

第一. 反力及反偶力率. 徑間ノ數ヲ n トスレバ兩端支端ナル爲メ

$$204)\qquad M_0 = 0, \qquad M_n = 0$$

ニシテ 138) 式ノ右邊ハ已知量ナルガ故ニ之ヲ k ヲ以テ示ストキハ

$$205)\begin{cases} 2(l_1+l_2)M_1 + l_2 M_2 = k_1 \\ l_2 M_1 + 2(l_2+l_3)M_2 + l_3 M_3 = k_2 \\ l_3 M_2 + 2(l_3+l_4)M_3 + l_4 M_4 = k_3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ l_{n-1}M_{n-2} + 2(l_{n-1}+l_n)M_{n-1} = k_{n-1} \end{cases}$$

ヨリ反偶力率 $M_1, M_2, \ldots\ldots, M_{n-1}$ ヲ求ムルコトヲ得ベシ.

又 R'_{r-0}, R'_{r+0} ヲ以テ l_r, l_{r+1} ガ單桁ナルトキソレゾレノ荷重ノ爲メニ起レル反力トシ R_r ヲ A_r (第130圖) ニ於ケル總反力トセバ 128) 式ノ第一乃至第四式ニヨリ

$$206)\begin{cases} R_{r-0} = R'_{r-0} + \dfrac{M_{r-1} - M_r}{l_r} \\ R_{r+0} = R'_{r+0} - \dfrac{M_r - M_{r+1}}{l_{r+0}} \end{cases} \qquad R_r = R_{r-0} + R_{r+0}$$

ヲ得.

第二. 彎曲率及裁力. M' 及 S' ヲ以テソレゾレ l_r ガ單桁ナルトキノ彎曲率及裁力トスレバ 128) 式ノ第五乃至第八式ニヨリ

$$207)\begin{cases} M = M' + M_{r-1} - \dfrac{M_{r-1} - M_r}{l_r} z \\ S = S' - \dfrac{M_{r-1} - M_r}{l_r} \end{cases}$$

ヲ得.

第三. 設計. 連桁ハ第 103 節ト同樣ノ方法ニヨリテ設計ス.

例. 兩端支端ニシテ兩端及支點常ニ一直線上ニアリ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ニシテ桁ノ全長ニ渉レル等布荷重ヲ受クル相等シキ徑間ノ連桁.

$l_1 = l_2 = \cdots\cdots = l_n = l$ トセバ 141) 式ニヨリ

$$k_1 = k_2 = \cdots\cdots = k_{n-1} = \frac{ql^3}{2}$$

ニシテ

$$M_{r-1} + 4M_r + M_{r+1} = \frac{ql^2}{2}$$

ナルガ故ニ 204), 205), 206) 式ヲ用ヒテ

$$208)\begin{cases} M = \dfrac{\alpha}{\gamma} ql^2 \\ R = -\dfrac{\beta}{\gamma} ql \end{cases}$$

ナル反偶力率 M 及反力 R ヲ得ベク, α, β, γ ハ次ノ表ノ如キ常數ナリ:—

徑間ノ數	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β
	0	0|1	0	0|3	0	0|4	0	0|11	0	0|15	0	0|41	0	0|56	0	0|153	0	0|209
	0	1|0	1	5|5	1	6|5	3	17|15	4	23|20	11	63|55	15	86|75	41	235|205	56	321|28
			0	3|0	1	5|6	2	13|13	3	18|19	8	49|51	11	67|70	30	183|191	41	250|261
					0	4|0	3	15|17	3	19|18	9	53|53	12	72|71	33	197|195	45	269|266
							0	11|0	4	20|23	8	51|49	12	71|72	32	193|193	44	264|265
									0	15|0	11	55|63	11	70|67	33	195|197	44	265|264
											0	41|0	15	75|86	30	191|183	45	266|269
													0	56|0	41	205|235	41	261|250
															0	153|0	56	280|321
																	0	209|0
γ	2		8		10		28		38		104		142		388		530	

β ノ欄内ニ縱線ヲ以テ界セル數ハ R_{r-0} 及 R_{r+0} ニ關セルモノナリ.

彎曲率及裁力ハ 207) 式ニヨリテ容易ニ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ.

第六章

かすちりあのーノ定理

124. かすちりあのーノ定理. 今

X ＝或ル物體ニ働ク力又ハ偶力率

δ ＝X ノ働ク點ノ其方向ニ於ケル直動變位又ハ廻動角

U ＝物體ニ於ケル外働

W ＝物體ニ於ケル內働

トスルトキハ 59), 60) 式ニヨリ

$$W = U = \frac{1}{2}\Sigma X\delta$$

ナリ.

多クノ X ノ中一定ノ X 例ヘバ X_s ヲ $X_s + dX_s$ ニ增加スルトキハ之ニヨリテ生ズル U ノ增加 dU ハ一般ニ

$$dU = \frac{X + (X + dX)}{2}\,d\delta = X d\delta$$

ナルガ故ニ

$$\frac{\partial U}{\partial X_s} = \Sigma X \frac{\partial \delta}{\partial X_s}$$

ナリ.

又多クノ X ノ中一定ノ X 例ヘバ X_s ヲ $X_s + dX$ ナリトスレバ X_s ナルトキト $X_s + dX_s$ ナルトキトノ U ノ差 dU' ハ一般ニ

$$dU' = \frac{1}{2}(X + dX)(\delta + d\delta) - \frac{1}{2}X\delta = \frac{1}{2}\delta dX + \frac{1}{2}X d\delta$$

ナルガ故ニ

$$\frac{\partial U'}{\partial X_s} = \frac{1}{2}\Sigma\delta\frac{\partial X}{\partial X_s} + \frac{1}{2}\Sigma X\frac{\partial \delta}{\partial X_s}$$

ナリ.

然ルニ

$$dU = dW = dU'$$

ナルベキガ故ニ

209) $$\frac{\partial W}{\partial X_s} = \frac{\partial U}{\partial X_s} = \Sigma\delta\frac{\partial X}{\partial X_s}$$

ヲ得. 之ヲかすちりあの一ノ定理ト謂ヒ彈體力學ニ於テ多クノ應用ヲ有スル一大定理ナリ.

125. かすちりあの一ノ定理ノ桁ニ於ケル應用. 112)式ハ單桁ノミナラズ一般ノ桁ニ應用スルコトヲ得ベキモノニシテ從テ209)式ヨリ

210) $$\frac{\partial W}{\partial X_s} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial X_s}\int_0^l \frac{M^2}{EI_x}dz = \Sigma\delta\frac{\partial X}{\partial X_s}$$

ヲ得. 以下此公式ノ極メテ廣濶ナル應用ヲ有スル數例ヲ示スベシ.

例 1. 第101節例1ニ於ケルη_Dヲ求ム. 114)式ニヨリ

$$W = \frac{Q^2a^2b^2}{6EI_x l}$$

ニシテ

$$\text{此場合ニ於ケル}\ \left.\begin{matrix}X\\ \delta\end{matrix}\right\}\ \text{ハ}\ \begin{cases}R_A & R_B & Q\\ \eta_A = 0 & \eta_B = 0 & \eta_D\end{cases}$$

ナルガ故ニ$X_s = Q$トスレバ

$$\eta_D = \frac{\partial W}{\partial Q} = \frac{Qa^2b^2}{3EI_x l}$$

ヲ得. (第102節ノ例ノ末項參照).

例 2. 第109節例1ニ於ケルη_Bヲ求ム. 127)式ニヨリ

$$W = \frac{Q^2l^3}{6EI_x}$$

ニシテ

$$\text{此場合ニ於ケル}\ \left.\begin{matrix}X\\ \delta\end{matrix}\right\}\ \text{ハ}\ \begin{cases}R_A & M_A & Q\\ \eta_A = 0 & i_A = 0 & \eta_B\end{cases}$$

ナルガ故ニ$X_s = Q$トスレバ

$$\eta_B = \frac{\partial W}{\partial Q} = \frac{Ql^3}{3EI_x}$$

ヲ得. (第110節ノ例ノ末項參照).

例 3. 第115節ニ於ケルR_A, M_A, R_B, η_Dヲ求ム. 此場合ニ於テハ

$$M = M_A + R_A z \qquad 0 \leqq z \leqq a$$
$$= R_B(l-z) \qquad a \leqq z \leqq l$$

ナルガ故ニ

$$2EI_xW = \int_0^l M^2dz = \int_0^a (M_A + R_A z)^2dz + \int_a^l R^2_B(l-z)^2dz$$
$$= aM_A^2 + a^2M_A R_A + \frac{a^3}{3}R_A^2 + \frac{b^3}{3}R_B^2$$

ニシテ且

$$\mathfrak{M}_{Dx} = M_A + R_A a - R_B b = 0$$
$$\mathfrak{R}_y = R_A + R_B + Q = 0$$

ナルカ故ニR_A, Qヲ獨立變數トシ

$$2EI_x W = \frac{1}{3}\left[l^3 R_A^2 + (3a^2 + 6ab + 2b^2)bR_A Q + (3a+b)b^2Q^2\right]$$

ナル形トナストキハ

$$\text{此場合ニ於ケル}\ \left.\begin{matrix}X\\ \delta\end{matrix}\right\}\ \text{ハ}\ \begin{cases}R_A & M_A & R_B & Q\\ \eta_A = 0 & i_A = 0 & \eta_B = 0 & \eta_D\end{cases}$$

ナルガ故ニ$X_s = R_A$及$X_s = Q$トスルトキハ

$$0 = 6EI_x\frac{\partial W}{\partial R_A} = 2l^3R_A + (3a^2 + 6ab + 2b^2)bQ$$

$$6EI_x\eta_D = 6EI_x\frac{\partial W}{\partial Q} = (3a^2 + 6ab + 2b^2)bR_A + 2(3a+b)l^2Q$$

ヲ得此上式ト$\mathfrak{M}_{Dx} = 0, \mathfrak{R}_y = 0$ナル二式トニヨリ$R_A, M_A, R_B$ヲ得ベク,更ニ下式ニヨリ$\eta_D$ヲ得ベシ.

例 4. 第117節ニ於ケルRA, MA, RB, MB, ηDヲ求ム，此場合ニ於テハ

$$M = M_A + R_A z \qquad 0 \leqq z \leqq a$$
$$= M_B + R_B(l - z) \qquad a \leqq z \leqq l$$

ナルガ故ニ

$$2\,EI_x\,W = \int_0^l M^2 dz = \int_0^a (M_A + R_A z)^2 dz + \int_a^l \Big[M_B + R_B(l - z)\Big]^2 dz$$

ニシテ且

$$\mathfrak{M}_{Dx} = M_A - M_B + R_A\,a - R_B\,b = 0$$
$$\mathfrak{R}_y = R_A + R_B + Q = 0$$

ナルガ故ニ R_A, M_A, Q ヲ獨立變數トシ

$$2\,EI_x\,W = lM_A^2 + l^2 M_A R_A + b^2 M_A Q + \frac{l^3}{3} R_A^2 + \frac{1}{3}(3a + 2b)\,b^2 R_A\,Q + \frac{b^3}{3}\,Q^2$$

ナル形トナストキハ

$$\text{此場合ニ於ケル}\quad \left.\begin{matrix} X \\ \delta \end{matrix}\right\}\text{ハ}\left\{\begin{matrix} R_A & M_A & R_B & M_B & Q \\ \eta_A = 0 & i_A = 0 & \eta_B = 0 & i_B = 0 & \eta_D \end{matrix}\right.$$

ナルガ故ニ $X_1 = R_A$, $X_2 = M_A$, $X = Q$ トスルトキハ

$$0 = 2\,EI_x \frac{\partial W}{\partial R_A} = l^2 M_A + \frac{2}{3} l^3 R_A + \frac{1}{3}(3a + 2b)\,b^2 Q$$
$$0 = 2\,EI_x \frac{\partial W}{\partial M_A} = 2\,lM_A + l^2 R_A + b^2\,Q$$
$$2\,EI_x\,\eta_D = 2EI_x \frac{\partial W}{\partial Q} = b^2 M_A + \frac{1}{3}(3a + 2b)\,b^2 R_A + \frac{2}{3} b^3\,Q$$

ヲ得此第一第二式ト $\mathfrak{M}_{Dx} = 0$, $\mathfrak{R}_y = 0$ ナル二式トニヨリ R_A, M_A, R_B, M_B ヲ得ベク,更ニ第三式ニヨリ η_D ヲ得ベシ.

例 5. 三個反偶力ノ定理ヲ求ム. l_r ナル徑間ニ於テ

$$M = M'_r + M_{r-1} - \frac{M_{r-1} - M_r}{l_r}$$

ナルガ故ニ

$$2EI_x\,W_r = \int_0^{l_r} M^2\,dz = \frac{l_r}{3}(M_{r-1}^2 + M_{r-1}M_r + M_r^2)$$

$$+ 2M_{r-1}\int_0^{l_r} M'_r dz - 2\,\frac{M_{r-1} - M_r}{l_r}\int_0^{l_r} M'_r z\,dz + \int_0^{l_r} {M'_r}^2 dz$$

ヲ得. 然ルニ

$$R_{(r-1)+0} = R'_{(r-1)+0} - \frac{M_{r-1} - M_r}{l_r}$$

$$R_{r-0} = R'_{r-0} + \frac{M_{r-1} - M_r}{l_r}$$

ニシテ

$$\text{此場合ニ於ケル}\quad \left.\begin{matrix} X \\ \delta \end{matrix}\right\}\text{ハ}\left\{\begin{matrix} R_{(r-1)+0} & R_{r-0} & M_{r-1} & M_r \\ \eta_{r-1} & \eta_r & i_{r-1} & i_r \end{matrix}\right.$$

ナルガ故ニ M_{r-1}, M_r ヲ獨立變數トシ $X_s = M_r$ トスルトキハ

$$2\,EI_x\left(i_r + \frac{\eta_{r-1} - \eta_r}{l_r}\right) = 2EI_x \frac{\partial W_r}{\partial M_r} = \frac{l_r}{3}(M_{r-1} + 2M_r) + \frac{2}{l_r}\int_0^{l_r} M'_r\,z\,dz$$

ヲ得.

同様ニ l_{r+1} ニ於テ

$$2\,EI_x\left(-i_r + \frac{\eta_{r+1} - \eta_r}{l_{r+1}}\right) = 2\,EI_x \frac{\partial W_{r+1}}{\partial M_r} = \frac{l_{r+1}}{3}(2M_r + M_{r+1}) + \frac{2}{l_{r+1}}\int_0^{l_{r+1}} M'_{r+1}(l_{r+1} - z)\,dz$$

ヲ得.

此等ノ終リノ二式ヨリ i ヲ消去スルトキハ 138) 式ヲ得ベシ

第七章

長柱

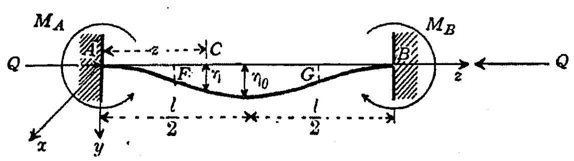
126. 長柱. 壓力ヲ受クル長キ物體ヲ長柱ト謂フ. 短柱(第89節ニ於テハ壓力ヲ受クル爲メ單ニ收縮ヲ生ズルノミナレドモ長柱ニアリテハ之ガ爲メ又彎曲ヲ生ズベシ.

短柱ト長柱トヲ總稱シテ抗壓材ト謂フ.

127. 斷面極メテ小ニシテ x 軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル長柱

第一. 兩端定端ナルトキ. 第155圖ニ於テ

第155圖



$$EI_x \frac{d^2\eta}{dz^2} = M = M_A - Q\eta$$

ナルガ故ニ

$$\frac{d\eta}{dz} = i, \qquad \frac{d^2\eta}{dz^2} = \frac{di}{dz} = i\frac{di}{d\eta}$$

トシ

$$EI_x \frac{i\,di}{d\eta} = M_A - Q\eta$$

ヲ積分シテ

$$EI_x i^2 = 2M_A\eta - Q\eta^2 + C \qquad C\text{ハ常數}$$

ヲ得, 然ルニ

$\eta = 0$ ナルトキハ $i = 0$ 故ニ $C = 0$

$\eta = \eta_0$ ナルトキハ $i = 0$ 故ニ $M_A = \frac{1}{2}Q\eta_0$

ナリ. 故ニ上式ヨリ

$$EI_x\left(\frac{d\eta}{dz}\right)^2 = 2M_A\eta - Q\eta^2 = Q(\eta_0\eta - \eta^2)$$

ヲ得,更ニ之ヲ積分シテ

$$z = \sqrt{\frac{EI_x}{Q}}\cos^{-1}\frac{\eta_0 - 2\eta}{\eta_0}$$

ヲ得. 然ルニ

$$\eta = \eta_0 \text{ ナルトキハ } z = \frac{l}{2}$$

ナルガ故ニ

$$\frac{l}{2} = \sqrt{\frac{EI_x}{Q}}\cos^{-1}(-1) = \pi\sqrt{\frac{EI_x}{Q}}$$

即

$$\begin{cases} Q = \dfrac{4\pi^2 EI_x}{l^2} \\ \dfrac{Q}{A} = 4\pi^2 E\left(\dfrac{r_x}{l}\right)^2 \end{cases}$$

ヲ得;但シ A ハ長柱ノ斷面積ニシテ r_x ハ斷面ノ x 軸ニ對スル自乘率半徑(第41節)ナリ. 此式ニヨリ x 軸ハ I_x ガ最小ナル軸タルベキコトヲ知リ得ベシ.

上記ノ Q ノ値ヲ

$$z = \sqrt{\frac{EI_x}{Q}}\cos^{-1}\frac{\eta_0 - 2\eta}{\eta_0}$$

ニ代用スルトキハ

$$\eta = \eta_0 \sin^2\frac{\pi z}{l}$$

ナルガ故ニ壓力ヲ受クルノ後長柱ハ第155圖ノ AcB ノ如キ餘弦曲線ヲナシ反曲點 F, G ハ

$$AF=BG=\frac{l}{4}$$

ナル所ニアリ.

更ニ M_0 ヲ以テ長柱ノ中央ニ於テ A ノ側ニ於ケル彎曲率ヲ示ストキハ

$$M=EI_x\frac{d^2\eta}{dz^2}$$

ニヨリ

211) $$M_A=M_B=-M_0=\frac{Q\eta_0}{2}$$

ヲ得ベシ.

第二. 一端定端ニシテ他端放端ナルトキ又ハ兩端放端ナルトキ. 第一ノ場合ニ於テ

$$AF=BG=\frac{l}{4}$$

ニシテ反曲點ニ於テハ $\frac{d^2\eta}{dz^2}$ 從テ M 零ナルガ故ニ AG 又ハ BF ハ一端定端ニシテ他端放端ナル, 又 FG ハ兩端放端ナル長柱ト考フルコトヲ得ベシ. 故ニ第一ノ場合ニ於ケル l ヲ $\frac{4l}{3}$, $2l$ トスレバ

$$\frac{Q}{A}=\frac{9}{4}\pi^2E\left(\frac{r_x}{l}\right)^2$$ 一端定端ニシテ他端放端ナルトキ

$$\frac{Q}{A}=\pi^2E\left(\frac{r_x}{l}\right)^2$$ 兩端放端ナルトキ

ヲ得ベシ.

第三. 結論. 上記ノ結果ヲ總括スルトキハ

212) $$\frac{Q}{A}=a\left(\frac{r_x}{l}\right)^2$$

$a=4\pi^2E$ 兩端定端ナルトキ

$a=\frac{9}{4}\pi^2E$ 一端定端ニシテ他端放端ナルトキ

$a=\pi^2E$ 兩端放端ナルトキ

ヲ得. 之ヲをいれるノ公式ト謂フ.

此公式ハ直接壓力ヨリ生ズベキ應力ヲ算入セザルモノニシテ實用ニ供セル長柱ハ其斷面茲ニ假定セル如ク小ナルコト能ハズ通常 $\frac{Q}{A}$ ノ値ガ破壞抗壓强度 F_c 以上ニ上リ卽

$$\frac{Q}{A}=F_c$$

卽 $$\frac{l}{r_x}=\sqrt{\frac{a}{F_c}}$$

以上ナルトキハ此公式ヲ適用スルコト能ハザルモノトス,

128. 斷面有限ナル長柱. 壓力 Q ト直接壓力ヨリ生ズベキ應壓力强度ハ 70)式ニヨリ

$$\frac{Q}{A}=p$$

ナル關係ヲ有シ,彎曲ノミニヨリテ生ズルモノトハ 212)式ニヨリ

$$\frac{Q}{A}=p=\frac{p}{\frac{p}{a}\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

ナル關係ヲ有セルガ故ニ斷面有限ナル長柱ニ於テハ實驗的ニ

213) $$\frac{Q}{A}=\frac{p}{1+b\left(\frac{l}{r_x}\right)^2}$$

ナリトス. 之ヲらんきんノ公式ト謂ヒ, b ハ次ノ如キ常數ナリ:—

材料	兩定端	一定端一放端	兩放
中鋼	$\frac{1}{25,000}$	$\frac{1\cdot78}{25,000}$	$\frac{4}{25,000}$
錬鐵	$\frac{1}{36,000}$	$\frac{1\cdot78}{36,000}$	$\frac{4}{36,000}$
鑄鐵	$\frac{1}{5,000}$	$\frac{1\cdot78}{5,000}$	$\frac{4}{5,000}$
木材	$\frac{1}{3,000}$	$\frac{1\cdot78}{3,000}$	$\frac{4}{3,000}$

129. 長柱ニ關スル公式ノ評論. をいれるノ公式ハ直接壓力ヨリ生ゼル應力ヲ算入セザル缺點アリ,らんきんノ公式ハ理論ノ上ヨリ既ニ其不完全ナルコトヲ示セリ. 實ニ長柱ニ關スル理論ハ今日ニ至ルマデ未ダ滿足スベキモノナク從テ數多ノ學者ハ各專斷ニ近キ假定ニ基キテ數多ノ公式ヲ案出セリ. をいれる,らんきんノ公式ハ稍々一般ニ斯界ニ用ヒラルヽモノニシテ此外

214) $$\frac{Q}{A}=\frac{p}{1+c\left(\frac{l}{h}\right)^2}$$ c ハ常數

h ハ斷面ヲ圍メル矩形ノ小邊ナルごるどんノ公式ト稱スルモノ亦一部ノ間ニ用ヒラルヽコトアレドモ要スルニ此等ノ公式ハ半理論的ノモノニシテ實用ニ際シテハ此等ノ式ニ適合スベキ常數 a, b, c ヲ實驗的ニ算定シテ僅カニ目下ノ急ニ應ゼルニ過ギズ.

又 Q_0 ヲ長柱ノ破壞ニ要スル壓力トシ純粹實驗的ニ

215) $$\frac{Q_0}{A}=F_0-k\frac{l}{r_x}$$

ナル關係ヲ求メタルモノアリ. 此公式ニ於テハ $\frac{Q_0}{A}$ ハ $\frac{l}{r_x}$ ノ一次函數ナルガ故ニ之ヲ直線公式ト謂ヒ, F_0 ハ第 84 節ニ於テ破壞長柱強度ト稱セシモノニシテ,k ハ次ノ如キ常數ナリ:—

材 料	兩定端	一定端一放端	兩放端
中 鋼	179	220	284
錬 鐵	128	157	203
鑄 鐵	438	537	693
木 材	28		

長柱兩端ノ構造ニ關シテハ上記ノ定端及放端ノ外他ノ種類ノモノアレドモ今之ヲ揭ゲズ.

130. 長柱ノ設計. 長柱ノ設計ハ 212) 式ヲ用ユレバ

216) $$\frac{Q}{A}\leqq a\left(\frac{r_x}{l}\right)^2$$

トシ, 213), 214) 式ヲ用ヒ f_c ヲ許容抗壓強度トスレバ $p\leqq f_c$ 從テ

217) $$\begin{cases}\dfrac{Q}{A}\leqq\dfrac{f_c}{1+b\left(\frac{l}{r_x}\right)^2}\\[2ex]\dfrac{Q}{A}\leqq\dfrac{f_c}{1+c\left(\frac{l}{h}\right)^2}\end{cases}$$

トシ,更ニ 215) 式ヲ用ヒ m ヲ安全率トスレバ

218) $$\frac{Q}{A}\leqq\frac{1}{m}\left(F_0-k\frac{l}{r_x}\right)$$

トス.

131. 短柱ト長柱トノ區劃. 短柱ト長柱トノ區劃ハ明瞭ナラズ多少ノ實驗ヲ基トシテ假リニ $\frac{l}{r_x}$ ノ値次ノ表ノ値以下ナルトキハ

材 料	$\frac{l}{r_x}$
中鋼,錬鐵及鑄鐵	40
木 材	80

之ヲ短柱トシ其以上ナルトキハ之ヲ長柱トスルガ如キ規定ヲ設クルコトアレドモ此ノ如キ標準ニ從フトキハ短柱ト假定シテ設計シ得タルモノハ長柱トナリ,長柱ト假定シテ得タルモノハ短柱トナリ其取捨ニ苦ムコトアリ此ノ如キ場合ニ際シ其實用ニ供スベキ大サヲ決定スルハ一ニ吾人ノ判斷ニヨルノ外ナシ.

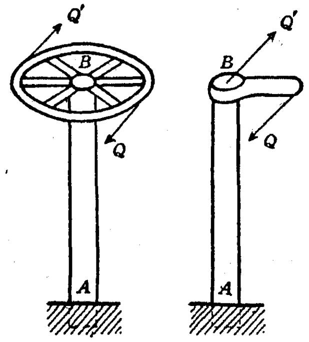
第 八 章

雑 論

1. 軸.

132. 軸. 第156圖ノABノ如キ物體ノ一端Aヲ固定シ之ニ

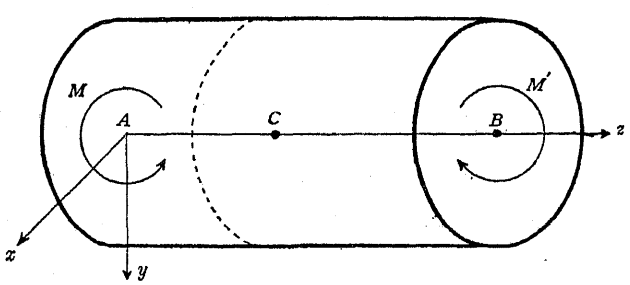
第 156 圖



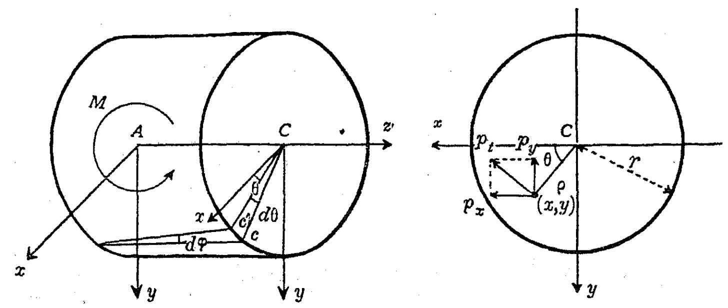
Q, Q'ナル偶力ヲ加フルトキハ該物體ヲ軸ト謂フ.

133. 斷面圓形ナル軸ニ於ケル應力强度. 第157圖ニ於ケル軸ノ$AC=a$ナル一部第158圖ヲ取リ斷面C(之ヲσトス)ニ於ケル

第 157 圖



第 158 圖



應力强度ヲ p_x, p_y, p_z トシ, Q, Q' ノ z 軸ニ對スル偶力率ヲ $M' = -M$ トスルトキハ

$$\mathfrak{R}_x = \int_{(\sigma)} p_x dA = 0$$

$$\mathfrak{R}_y = \int_{(\sigma)} p_y dA = 0$$

$$\mathfrak{R}_z = \int_{(\sigma)} p_z dA = 0$$

$$\mathfrak{M}_{Cx} = \int_{(\sigma)} y p_z dA = 0$$

$$\mathfrak{M}_{Cy} = -\int_{(\sigma)} x p_z dA = 0$$

$$\mathfrak{M}_{Cz} = \int_{(\sigma)} (x p_y - y p_x)\, dA + M = 0$$

ヲ得. 今面Cハ外力ノ爲メニ其面内ニ於テ廻轉シCcハCc'ニ來リタリトスルトキハ66), 67)式ニヨリ

$$p_z = 0$$

$$p = \mu d\varphi = \mu \frac{\rho d\theta}{dz}$$

從テ

$$p_x = p_t \sin\theta = \mu\frac{d\theta}{dz}y$$

$$p_y = -p_t\cos\theta = -\mu\frac{d\theta}{dz}x$$

ヲ得. 故ニ上記ノ六式ノ中初メノ五式ハ恒等式トナリ終リノ第六式ヨリ

$$M = \mu\frac{d\theta}{dz}\int_{(\sigma)}(x^2+y^2)dA = \mu\frac{d\theta}{dz}(I_y+I_x) = \mu\frac{d\theta}{dz}\frac{\pi r^4}{2} = \frac{p_t}{\rho}\frac{\pi r^4}{2}$$

従テ

219) $$\begin{cases} p_t = \dfrac{2M}{\pi r^4}\rho \\ p_x = \dfrac{2M}{\pi r^4}y, \qquad p_y = \dfrac{2M}{\pi r^4}x \end{cases}$$

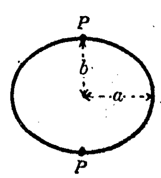
ヲ得, p_t' ヲ以テ p_t ノ最大値ヲ示ストキハ p_t' ハ p ノ $\rho = r$ ナルトキノ値ニシテ

220) $$p_t' = \frac{2M}{\pi r^3}$$

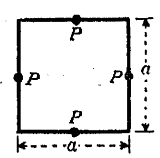
ヲ得. 219), 220)式ニヨリテ p_x, p_y, p_t, p_t' ハ總テノ斷面ニ於テ同一ノ値ヲ有セルコトヲ知リ得ベシ.

134. 斷面圓形ナラザル軸ニ於ケル應力强度. 軸ノ斷面圓形ナラザルトキハ本書ノ程度ニ於テ其應力强度ヲ求ムルコト難キガ故ニ其結果ノミヲ記セバ次ノ如シ:—

第 159 圖



第 160 圖



221) $$\begin{cases} p_t' = \dfrac{2M}{\pi ab^2} & \text{斷面 } a, b, a>b \text{ ナル半縱橫軸ヲ有セル楕圓形ナルトキ} \\ p_t' = 4{\cdot}82\dfrac{M}{a^3} & \text{斷面 } a \text{ ナル一邊ヲ有セル正方形ナルトキ} \end{cases}$$

此等ノ最大應力强度ハ第 159, 160 圖ノ P ナル點ニ於テ起レリ.

135. 軸ノ設計. f_s ヲ以テ軸ノ許容抗裁强度トスレバ軸ノ設計ニ用ユベキ一般公式ハ第88節ニヨリ

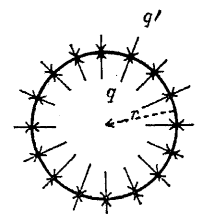
222) $$p_t' \leqq f_s$$

ナリ.

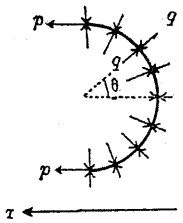
2. 薄キ厚サヲ有スル管.

136. 薄キ厚サヲ有セル管ノ破裂. 水,空氣,蒸汽ノ場合ニ於ケルガ如ク(第 161 圖)管ノ内外ニ於テ q, q' ナル强度ヲ有セル等布壓力

第 161 圖



第 162 圖



管ノ面ニ垂直ニ働キ $q>q'$ ナルトキハ管ハ破裂セントスルノ傾向アリ. 第 162 圖ノ如キ管ノ半ヲ取リ其斷口ニ於テ管ノ長サノ單位ニ於ケル應力强度ヲ p トシ,管ノ長サヲ l トスルトキハ

$$\mathfrak{R}_x = 2pl - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}}(q-q')r\,d\theta.\,l\cos\theta = 0$$

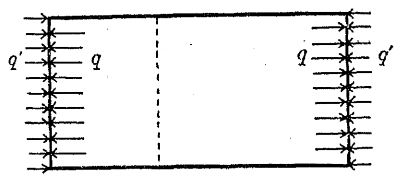
ナルガ故ニ

223) $$p=(q-q')r$$

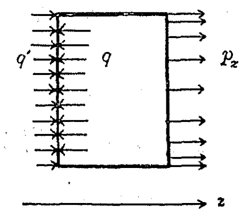
ヲ得,pハ應張力强度タルコトヲ知リ得ベシ.

蒸汽罐ノ如ク(第163圖)管ノ兩端ニ蓋ヲ有スルトキハ周邊ノ單位ニ於テp_zナル應張力强度ヲ有スル應力ヲ生ズベシ(第164圖).

第163圖



第164圖



p_zヲ管ノ周邊ノ各所ニ於テ同一ナル値ヲ有スルモノトスルトキハ

$$\Re_z = p_z \cdot 2\pi r - (q-q')\pi r^2 = 0$$

ナルガ故ニ

224) $$p_z = \frac{1}{2}(q-q')r$$

從テ

$$p = 2p_z$$

ヲ得.

137. 薄キ厚サヲ有セル管ノ壓潰. 前節ノ場合ニ於テ $q<q'$ ナルトキハ管ハ壓潰サレントスルノ傾向アリ pハ應壓力强度タル

ベシ. 此場合ニ於テハ管ノ長サノ單位ヲ取リ管ノ周邊ニ等シキπd(dハ管ノ直徑ニシテ$d=2r$)ナル長サヲ有シ之ニpナル壓力ヲ加ヘタル一ノ長柱トシ212)式ヲ用ユルヲ常トス. 此假定ニ縱フトキハ

$$p=(q'-q)r$$

ナルガ故ニ管ノ厚サヲtトスレバ212)式ニヨリ

$$(q'-q)r = \frac{\pi^2 E t^3}{12\pi^2 d^2} = \frac{Et^3}{12d^2}$$

$$\therefore\ q'-q = \frac{Et^3}{6d^3}$$

ヲ得.

上記ノ假定ハ勿論非常ナル姑息策ニシテ其得タル結果ニ於テ管ノ長サlヲ含マザルガ如キハ明ニ其實用ニ適セザルコトヲ證スルニ足レリ

管ノ壓潰ヲ生ズベキq, q'ヲソレゾレq_0, q_0'ニテ示ストキハふぇあーべるんハ假リニ

$$q_0'-q_0 = c\frac{t^x}{l^y d^z} \qquad c,x,y,z \text{ ハ常數}$$

ナルモノトシ鍊鐵ニ於ケル多クノ實驗ヲ施シタル結果トシテ

225) $$\begin{cases} q_0'-q_0 = 9{,}675{,}000\,\dfrac{t^{2\cdot19}}{l\,d} \\ q_0, q_0' \text{ ハ听/平方吋.}\ \ t,l,d \text{ ハ吋} \\ 18\text{吋} \leqq l \leqq 120\text{吋} \\ \text{接合ハ一行綴釘ヲ有セル重襲接合及衝頭接合} \end{cases}$$

ヲ得尙

226) $$q_0'-q_0 = 9{,}675{,}000\frac{t^{2\cdot19}}{ld} - 0\cdot002\frac{t}{d}$$

ノ實驗ト一層相符合セル結果ヲ與フベキコトヲ示セリ。

ふぇあーべるんノ此實驗ヲ基トシあんうぃんハ

$$227)\quad \begin{cases} q_0'-q_0 = 7{,}363{,}000\dfrac{t^{2.1}}{l^{0.9}d^{1.16}} & \text{縦ニ於ケル重襲接合ヲ有セルトキ} \\ = 9{,}614{,}000\dfrac{t^{2.21}}{l^{0.9}d^{1.16}} & \text{縦ニ於ケル衝頭接合ヲ有セルトキ} \\ = 15{,}547{,}000\dfrac{t^{2.2}}{l^{0.9}d^{1.16}} & \text{縦及周邊ニ於ケル接合ヲ有セルトキ} \end{cases}$$

トヲ得,にすとろーむハ

$$228)\quad q_0'-q_0 = 692{,}800\frac{t^2}{l^{0.5}d}$$

ヲ得タリ

ふぇあーべるんハ其實驗ニヨリテ管ノ所々ニ箍ヲ有スルトキハ上記ノ l ハ相隣セル二箍間ノ距離トスルコトヲ得ベク,又 $a, b, a>b$ ナル半縦横軸ヲ有セル楕圓形斷面ノ管ニ於テハ上記ノ d ハ

$$d = 2\frac{a^2}{b}$$

トスルヲ得ベキコトヲ示セリ

3. 轉子.

138. 圓壔轉子. 第 165 圖ニ於テ ACB ナル圓壔轉子壓力ヲ受クルトキハ觸接面 ACB ハ ADB ナル形ヲ有スルニ至ルベシ. 今

q ＝頂點 D ニ於ケル壓力强度

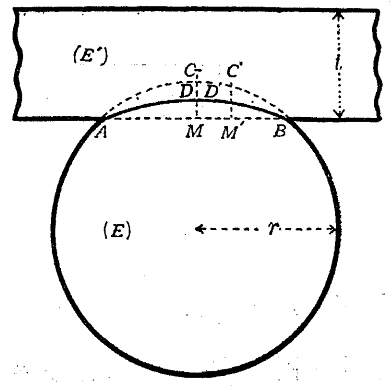
q' ＝任意ノ點 D' ニ於ケル壓力强度

E ＝轉子ノ伸縮系數

E' ＝轉子ト觸接セル物體ノ伸縮系數

l ＝轉子ノ長サ

第 165 圖



トスルトキハ

$$CM = q\left(\frac{r}{E}+\frac{t}{E'}\right)$$

$$C'M' = q'\left(\frac{r}{E}+\frac{t}{E'}\right) \quad \text{約}$$

ナルガ故ニ

$$q' = \frac{q}{CM}C'M'$$

ヲ得. 故ニ Q ヲ以テ q, q' 等ノ總代力ナリトシ, AB ニ沿ヒテ x ヲ計リ, ACB 線ヲ拋物線ナリト假定スルトキハ

$$\frac{Q}{l} = \int_A^B q'\,dx = \frac{q}{CM}\int_A^B C'M'dx = \frac{q}{CM}\cdot\frac{4}{3}CM.MB = \frac{4}{3}q.MB$$

ヲ得. 然ルニ

$$MB = \sqrt{2r.CM - CM^2} = \sqrt{2r.CM} \quad \text{約}$$

$$= \sqrt{2rq\left(\frac{r}{E}+\frac{t}{E'}\right)}$$

ナルガ故ニ

$$\frac{Q}{l} = \frac{4}{3}\sqrt{2rq^3\left(\frac{r}{E}+\frac{t}{E'}\right)}$$

ヲ得.

實地上ニ於テハ $r=t$ トシテ

$$\frac{Q}{l}=\frac{4}{3}r\sqrt{2q^3\left(\frac{1}{E}+\frac{1}{E'}\right)}$$

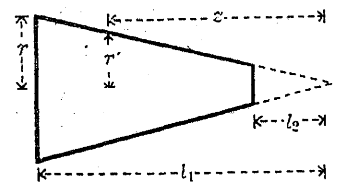
ヲ得之ヲ基トシテ

229) $$\frac{Q}{l}=cr \qquad c\text{ ハ常數}$$

トシ實驗上ヨリ定メタル c ヲ用ユルヲ常トス.

139. 圓錐轉子. 第 166 圖ノ如キ圓錐轉子ニ於テハ前節ニヨリ

第 166 圖



$$\frac{dQ}{dz}=\frac{4}{3}r'\sqrt{2q^3\left(\frac{1}{E}+\frac{1}{E'}\right)}=\frac{4}{3}\frac{r}{l_1}\sqrt{2q^3\left(\frac{1}{E}+\frac{1}{E'}\right)}z$$

ナルガ故ニ

$$Q=\int_{z=l_2}^{z=l_1}dQ=\frac{2}{3}\frac{l_1^2-l_2^2}{l_1}r\sqrt{2q^3\left(\frac{1}{E}+\frac{1}{E'}\right)}$$

ヲ得. 實地上ニ於テハ

230) $$Q=cr\frac{l_1^2-l_2^2}{l_1} \qquad c\text{ ハ常數}$$

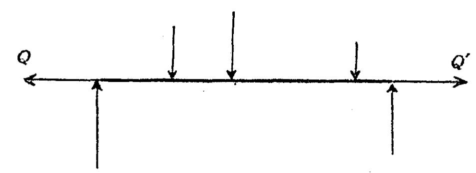
トシ c ハ實驗ニヨリテ定ムベキモノトス.

4. 混成應力.

140. 抗張材又ハ抗壓材ト桁トノ混成.

第一. 抗張材ト桁トノ混成. 第 167 圖ノ如キ抗張材並ビニ桁

第 167 圖



タルベキガ如キ外力ヲ受クル物體ニ於テ或ル斷面 C ニ於ケル桁トシテノ彎曲率ヲ M トシ彎曲量ヲ η トスルトキハ該斷面ニ於ケル全彎曲率ハ $M+Q\eta$ ニシテ該斷面內ノ一點 (x, y, z) ニ於ケル垂面應力强度 p_z ハ

231) $$p_z=\frac{Q}{A}-\frac{M+Q\eta}{I_x}y$$

ナリ.

例. 抗張材ト其全長ニ涉レル等布荷重ヲ受ケ中立軸ニ對スル彎曲剛率常數ナル單桁トノ混成. 此場合ニ於ケル M ハ 92) 式ニヨリ, η ハ 111) 式ニヨリテ求ムルコトヲ得ベシ.

特ニ桁ノ中央ニ於テハ 93), 111) 式ニヨリ

$$M_0=-\frac{ql^2}{8} \qquad \eta_0=\frac{5}{384}\frac{ql^4}{EI_x}$$

ナルガ故ニ

232) $$p_z=\frac{Q}{A}+\frac{ql^2}{8}\left(1-\frac{5}{48}\frac{Ql^2}{EI_x}\right)\frac{y}{I_x}$$

ヲ得.

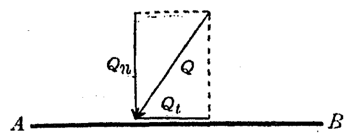
第二. 抗壓材ト桁トノ混成. 此場合ニ於テハ壓力 Q ノ爲メニ生ズル彎曲量ナキモノトスルトキハ

$$p_z = -\frac{Q}{A} - \frac{M - Q\eta}{I_x} y \tag{233}$$

ヲ得．

141. 傾桁．第 168 圖ノ如ク桁 AB 外力 Q ニ對シ傾斜スルトキ

第 168 圖



ハ Q ノ AB ニ垂直及平行ナル分力 Q_n, Q_t ヲ求メ，Q_n ハ桁 AB ニ於ケル荷重トシ，Q_t ハ桁 B 端ニ於テ支ヘラルヽトキハ張力トシ，A 端ニ於テ支ヘラルヽトキハ壓力トスルヲ常トス．故ニ此場合ニ於ケル桁ノ垂直應力强度ハ前節ニヨリテ求ムルコトヲ得ベシ．

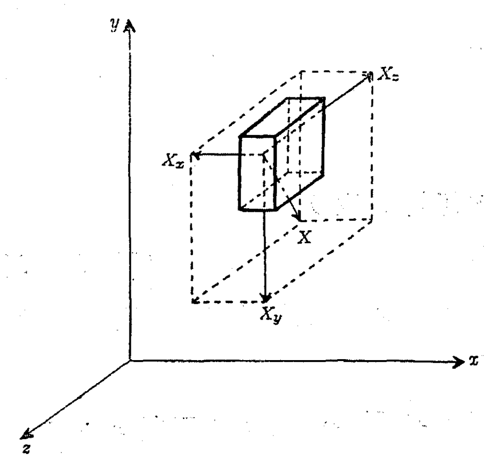
第九章

應力强度論

142. 總説．上來述ベ來リタル所ニヨリ抗張材，抗壓材，桁，軸等ノ場合ニ於テ與ヘラレタル外力ニ對シ其内部ニ於ケル應力强度ヲ求ムルノ途ヲ得タリ．本章ニ於テハ此ノ如キ應力强度其他如何ナル物體タルトヲ問ハズ應力强度ニ一般ニ共通スベキ理論ヲ説クベシ．此理論ハ獨リ彈體ニ於ケル應力强度ノミナラズ後編ニ論ズベキ粉體液體等ニ於ケルモノニモ亦之ヲ適用スルコトヲ得ベシ．

矩坐標軸 x, y, z ヲ取リ yz 面ニ平行セル面ニ於ケル應力强度ヲ X トシ其 x, y, z 軸ニ平行セル分應力强度ヲ第 169 圖ノ如クソレソレニ X_x, X_y, X_z トシ，同樣ニ zx, xy 面ニ平行ナル面ニ於ケルモノヲ

第 169 圖



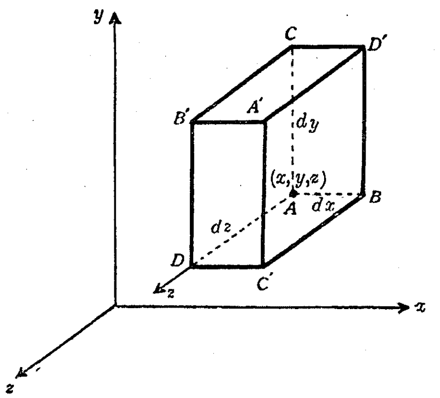
ソレゾレニ $Y_x, Y_y, Y_z, Z_x, Z_y, Z_z$ トスルトキハ此九個ノ應力强度ノ中 X_x, Y_y, Z_z ハ垂面應力强度ニシテ其他ノモノハ切面應力强度ナリ. 垂面應力强度應張力强度ナルトキハ之ヲ正號ヲ有スルモノトシ應壓力强度ナルトキハ之ヲ負號ヲ有スルモノトス.

此等ノ九個ノ應力强度ハ總テ一般ニ物體ノ各點ニ於テ相異レル値ヲ有スレドモ本章ニ於テハ次節ヲ除クノ外 z ノ方向ニ於ケル X_z, Y_z, Z_z ノミハ常ニ同一ノ値ヲ有スル場合ノミヲ論述スベシ

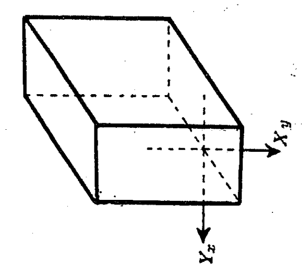
143. 定理 1. 一線ヲ通過シ互ニ垂直ナル面ニ於ケル切面應力强度ハ其値相等シ.

第 170 圖ニ於ケルガ如ク物體ノ一點 $A\,(x, y, z)$ ニ於テ dx, dy, dz ナル三邊ヲ有スル矩壔ヲ取リ

第 170 圖



第 171 圖



$$面\left\{\begin{array}{l} AB' \\ AC' \\ AD' \end{array}\right. ニ於ケル應力强度ヲ \left\{\begin{array}{lll} X_x & X_y & X_z \\ Y_x & Y_y & Y_z \\ Z_x & Z_y & Z_z \end{array}\right.$$

トスルトキハ例ヘバ X_x ハ x, y, z ノ函數ニシテ從テ $A'B$ ニ於ケル

X_x ハていらるノ定理ニヨリ

$$X_x + \frac{\partial X_x}{\partial x}dx$$

ナルガ故ニ

$$面\left\{\begin{array}{l} A'B \\ A'C \\ A'D \end{array}\right. ニ於ケル應力强度ハ \left\{\begin{array}{lll} X_x + \frac{\partial X_x}{\partial x}dx, & X_y + \frac{\partial X_y}{\partial x}dx, & X_z + \frac{\partial X_z}{\partial x}dx \\ Y_x + \frac{\partial Y_x}{\partial y}dy, & Y_y + \frac{\partial Y_y}{\partial y}dy, & Y_z + \frac{\partial Y_z}{\partial y}dy \\ Z_x + \frac{\partial Z_x}{\partial z}dz, & Z_y + \frac{\partial Z_y}{\partial z}dz, & Z_z + \frac{\partial Z_z}{\partial z}dz \end{array}\right.$$

ナリ.

此等ノ十八個ノ應力ヲ該矩壔ニ於ケル外力ナリト考フルトキハ $\mathfrak{M}_{Az}=0$ ナルベキガ故ニ

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_{Az} = &\left(X_x - X_x - \frac{\partial X_x}{\partial x}dx\right)dydz.\frac{dy}{2} + \left(X_y + \frac{\partial X_y}{\partial x}dx\right)dydz.dx \\ &-\left(Y_x + \frac{\partial Y_x}{\partial y}dy\right)dzdx.dy + \left(-Y_y + Y_y + \frac{\partial Y_y}{\partial y}dy\right)dzdx.\frac{dx}{2} \\ &+\left(Z_x - Z_x - \frac{\partial Z_x}{\partial z}dz\right)dxdy.\frac{dy}{2} + \left(-Z_y + Z_y + \frac{\partial Z_y}{\partial z}dz\right)dxdy.\frac{dx}{2} = 0\end{aligned}$$

ヲ得, $dxdydz$ ナル因子ヲ去リ更ニ第一次ノ微分ヲ棄ツルトキハ

$$X_y = Y_x$$

ヲ得(第 171 圖参照).

此ノ如クシテ

234) $$X_y = Y_x, \quad Y_z = Z_y, \quad Z_x = X_z$$

ヲ得ベシ.

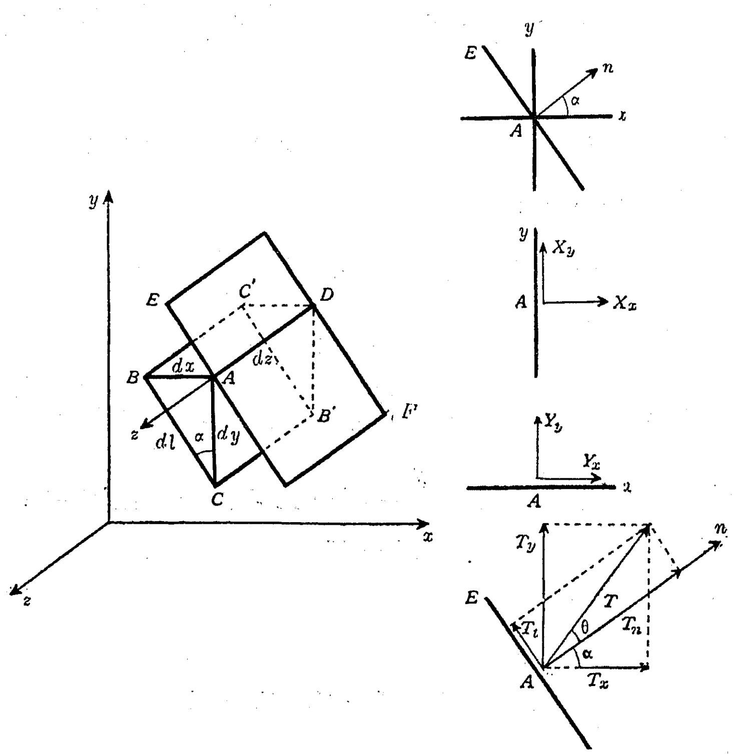
此理ニヨリ前節ノ末項ニ述ベタル如キ特殊ノ場合ニ於テハ $X_z = Z_x$, $Y_z = Z_y$, Z_z ハ物體ノ各點ニ於テ相等シキ値ヲ有シ一般ニ否ラザルモノハ唯 $X_x, Y_y, X_y = Y_x$ ノミ. 物體ノ各點ニ於テ相等シ

キ値ヲ有スル應力强度ハ次節以下第151節ニ至ル總テノ場合ニ於テ之ヲ考フルノ要ナシ.

144. 問題1. z軸ニ平行セル一線ヲ通過シ互ニ垂直ナル面ニ於ケル應力强度ヲ與ヘラレタルモノトシ該線ヲ通過セル任意ノ他ノ面ニ於ケル應力强度ヲ求ム.

第172圖ニ於テz軸ニ平行セル一線Azヲ通過シ互ニ垂直ナル

第172圖



面AB', AC'ニ於ケル應力强度X_x, X_y; Y_x, Y_yヲ與ヘラレタルモノトシ, Azヲ通過セル任意ノ他ノ面EFニ於ケル應力强度T_x, T_yヲ求メントス.

EFニ平行セル面$BCB'C'$ヲ取リ此面ニ於ケル應力强度ヲT_x', T_y'トスルトキハ壔體$ABCB'C'D$ニ於テ

$$\mathfrak{R}_x = X_x dydz + Y_x dzdx - T_x' dzdl = 0$$

$$\mathfrak{R}_y = X_y dydz + Y_y dzdx - T_y' dzdl = 0$$

ヲ得. 然ルニ

$$dx = dl \sin\alpha, \qquad dy = dl \cos\alpha$$

ナルガ故ニ

$$X_x \cos\alpha + Y_x \sin\alpha = T_x'$$

$$X_y \cos\alpha + Y_y \sin\alpha = T_y',$$

ヲ得. 今面$BCB'C'$ヲEFニ平行セル儘漸次ニEFニ近カシムルトキハ其極限ニ於テ

$$T_x' = T_x, \qquad T_y' = T_y$$

ナルガ故ニ

$$235) \quad \begin{cases} T_x = X_x \cos\alpha + Y_x \sin\alpha \\ T_y = X_y \cos\alpha + Y_y \sin\alpha \end{cases} \qquad X_y = Y_x$$

ヲ得.

又Tノ面EFニ垂直及平行ナル分應力强度ヲソレゾレニT_n, T_tトスルトキハ

$$236) \quad \begin{cases} T_n = T\cos\theta = T_x \cos\alpha + T_y \sin\alpha \\ \qquad = X_x \cos^2\alpha + Y_y \sin^2\alpha + 2X_y \sin\alpha\cos\alpha \\ T_t = T\sin\theta = T_y \cos\alpha - T_x \sin\alpha \\ \qquad = (Y_y - X_x)\sin\alpha\cos\alpha + X_y(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) \end{cases}$$

ヲ得ベシ. θナル角ヲ傾斜角ト謂フ.

145. 主應力强度.

$$T_t = 0 \quad \text{従テ} \quad \tan 2\alpha = \frac{2X_y}{X_x - Y_y} \tag{237}$$

ナル如キTヲ主應力强度ト謂フ. 第二式ニヨリ此ノ如キ應力强度及其面EFハ常ニ二個アリテ互ニ垂直ナリ. 此二面ヲ主面ト謂フ.

146. 定理2. 主應力强度ノ數値ハ最大又ハ最小ナリ.

何トナレバ235)式ニヨリ

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{X_x^2 \cos^2\alpha + Y_y^2 \sin^2\alpha + 2(X_x + Y_y)X_y \sin\alpha\cos\alpha + X_y^2}$$

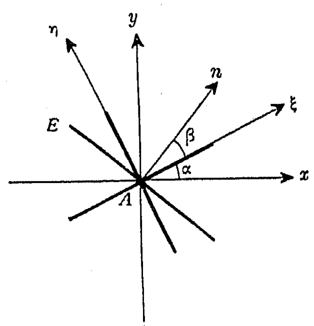
ニシテ

$$\frac{dT}{d\alpha} = \frac{X_x + Y_y}{T} T_t$$

ナレバナリ.

147. 第一應力强度楕圓. 第二應力强度圓錐曲線. 共軛應力强度. 坐標面$\eta z, z\xi$ヲシテ主面タラシムベキ矩坐標軸$A\xi, A\eta, Az$ヲ取リ(第173圖)主應力强度ヲ$\overline{X}_x, \overline{Y}_y$トスルトキハ235), 236)式ニヨリ

第173圖



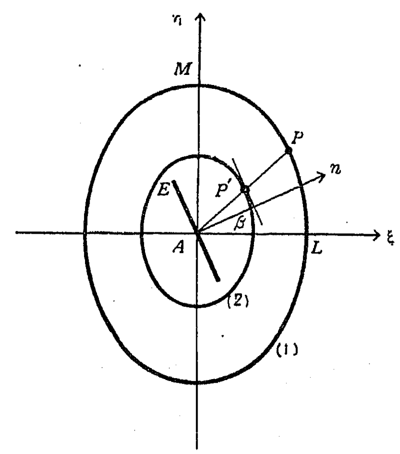
$$\begin{cases} T_x = \overline{X}_x \cos\beta \\ T_y = \overline{Y}_y \sin\beta \end{cases} \tag{238}$$

$$\begin{cases} T_n = T\cos\theta = \overline{X}_x \cos^2\beta + \overline{Y}_y \sin^2\beta \\ T_t = T\sin\theta = (\overline{Y}_y - \overline{X}_x)\sin\beta\cos\beta \end{cases} \tag{239}$$

ヲ得.

今第174圖ニ於テ$\overline{X}_x = AL = a, \overline{Y}_y = AM = b, T_x = \xi, T_y = \eta$トスル

第174圖



トキハ

$$\xi = a\cos\beta, \qquad \eta = b\sin\beta$$

ナルガ故ニ$AP = T$ニシテ

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1 \quad \text{即} \quad \frac{T_x^2}{\overline{X}_x^2} + \frac{T_y^2}{\overline{Y}_y^2} = 1 \tag{240}$$

ヲ得. 故ニβヲ變數トシAEヲ種々ニ變化セシムルトキハTヲ示セルAPノ端Pノ軌跡ハ240)式ノ楕圓ヲナスベシ之ヲ第一應力强度楕圓ト謂フ.

更ニ

$$\frac{\xi^2}{a} + \frac{\eta^2}{b} = \pm 1 \tag{241}$$

ナル圓錐曲線(a, b同號ナルトキハ楕圓,異號ナルトキハ雙曲線ニシテ右邊ノ複號ハ該圓錐曲線ヲシテ虚線ナラザラシムル如ク撰

定スルモノトス)ヲ取ルトキハ $P'(\xi', \eta')$ ニ於ケル切面ハ

$$\frac{X\xi'}{a} + \frac{Y\eta'}{b} = \pm 1$$

ナルガ故ニ

$$\frac{\xi}{\xi'} = \frac{\eta}{\eta'} = k$$

トスルトキハ該切面ハ

$$\frac{X\xi}{a} + \frac{Y\eta}{b} = \pm k$$

即　　$X\cos\beta + Y\sin\beta = \pm k$

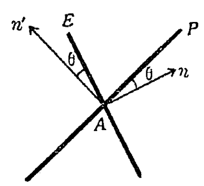
トナリ面 EF 即

$$X\cos\beta + Y\sin\beta = 0$$

ト相平行スベシ．此ノ如キ圓錐曲線ヲ<u>第二應力强度圓錐曲線</u>ト稱シ,第一應力强度楕圓ト併用スルトキハ上記ノ性質ニヨリ與ヘラレタル面 EF ニ對スル應力强度 $T = AP$, 又ハ與ヘラレタル應力强度 $T = AP$ ニ對スル面 EF ヲ求ムルコトヲ得ベシ.

圓錐曲線ノ理論ニヨリ AE, AP' ハ第二應力强度圓錐曲線ノ共軛軸ヲナセルガ故ニ第175圖ノ如ク面 AE ニ於ケル應力ハ AP' ノ

第 175 圖



方向ニアリ,又面 AP' ニ於ケル應力ハ AE ノ方向ニアルベシ．此ノ如キ二個ノ應力ノ强度ヲ<u>共軛應力强度</u>ト謂ヒ,其傾斜角 θ ハ互ニ相等シ.

148. <u>問題 2.</u>　<u>切面分應力强度ノ最大ナル面及其最大値又ハ最大數値ヲ求ム.</u>

239)式ニヨリ

$$T_t = (\overline{Y}_y - \overline{X}_x)\sin\beta\cos\beta = \frac{1}{2}(\overline{Y}_y - \overline{X}_x)\sin 2\beta$$

ナルガ故ニ切面分應力强度ノ最大ナルベキ面ハ二個アリテ其 β ハ

$$\beta = \frac{\pi}{4} \quad 及 \quad \frac{3\pi}{4}$$

ナル値ヲ有シ, T_t ノ最大値又ハ最大數値ヲ T'_t トスレバ

242)　　$$T' = \pm \frac{1}{2}(\overline{Y}_y - \overline{X}_x)$$

ナリ.

149. <u>問題 3.</u>　<u>傾斜角ノ最大ナル面及之ニ對スル應力强度ヲ求ム.</u>

238), 239)式ニヨリ

$$\sin\theta = \frac{T_t}{T} = \frac{(\overline{Y}_y - \overline{X}_x)\sin\beta\cos\beta}{\sqrt{\overline{X}_x^2\cos^2\beta + \overline{Y}_y^2\sin^2\beta}} = \frac{\overline{Y}_y - \overline{X}_x}{\sqrt{\overline{X}_x^2\operatorname{cosec}^2\beta + \overline{Y}_y^2\sec^2\beta}}$$

ナルガ故ニ θ 最大ナルトキハ最後ノ式ノ分母ハ最小ナルベシ.

故ニ此分母ヲ微分シテ

$$-\overline{X}_x^2\operatorname{cosec}^2\beta\cot\beta + \overline{Y}_y^2\sec^2\beta\tan\beta = 0$$

從テ　　$$\tan^2\beta = \pm\frac{\overline{X}_x}{\overline{X}_y}$$

ヲ得.

<u>第一.</u>　<u>$\overline{X}_x$, $\overline{Y}_y$ 共ニ應張力强度又ハ應壓力强度ナルトキ.</u>　此場合ニ於テハ

$$\tan^2\beta = +\frac{\overline{X}_x}{\overline{Y}_y}$$

ナルガ故ニ最大 θ ヲ θ_0 トスルトキハ

$$243)\quad \begin{cases} \sin\theta_0 = \dfrac{\overline{Y}_y - \overline{X}_x}{\overline{Y}_y + \overline{X}_x} = \cos 2\beta = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - 2\beta\right) \\ \beta = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\theta_0}{2} \\ T = \sqrt{\overline{X}_x \overline{Y}_y} \end{cases}$$

ヲ得.

第二. $\overline{X}_x$, $\overline{Y}_y$ ノ一ハ應張力强度ニシテ他ハ應壓力强度ナルトキ. 此場合ニ於テハ

$$\tan^2\beta = -\frac{\overline{X}_x}{\overline{Y}_y}$$

ナルガ故ニ

$$244)\quad \begin{cases} \theta_0 = \dfrac{\pi}{2} \text{ 及 } \dfrac{3\pi}{2} \\ T = \sqrt{-\overline{X}_x \overline{Y}_y} \end{cases}$$

ニシテ應力ハ全ク其面ニ切觸シ垂面分應力强度ハ零ナリ.

150. 問題 4. z 軸ニ平行セル一線ヲ通過セル任意ノ二面ニ於ケル應力强度及傾斜角ヲ與ヘラレタルモノトシ主應力强度及主面ヲ求ム.

T_1, θ_1; T_2, θ_2 ヲ與ヘラレタル應力强度及傾斜角トシ主應力强度 $\overline{X}_x$ $\overline{Y}_y$ 及主面ヲ定ムベキ β_1 又ハ β_2 ヲ求メントス.

238), 239, 式ニヨリ

$$T_1^2 = \overline{X}_x^2\cos^2\beta_1 + \overline{Y}_y^2\sin^2\beta_1 \qquad T_1\cos\theta_1 = \overline{X}_x\cos^2\beta_1 + \overline{Y}_y\sin^2\beta_1$$

$$T_2^2 = \overline{X}_x^2\cos\beta_2 + \overline{Y}_y^2\sin^2\beta_2 \qquad T_2\cos\theta_2 = \overline{X}_x\cos^2\beta_2 + \overline{Y}_y\sin^2\beta_2$$

ナルガ故ニ

$$T_1^2 - T_2^2 = \overline{X}_x^2(\cos^2\beta_1 - \cos^2\beta_2) + \overline{Y}_y^2(\sin^2\beta_1 - \sin^2\beta_2)$$

$$T_1\cos\theta_1 - T_2\cos\theta_2 = \overline{X}_x(\cos^2\beta_1 - \cos^2\beta_2) + \overline{Y}_y(\sin^2\beta_1 - \sin^2\beta_2)$$

$$T_1^2 + T_2^2 = \overline{X}_x^2(\cos^2\beta_1 + \cos^2\beta_2) + \overline{Y}_y^2(\sin^2\beta_1 + \sin^2\beta_2)$$

$$T_1\cos\theta_1 + T_2\cos\theta_2 = \overline{X}_x(\cos^2\beta_1 + \cos^2\beta_2) + \overline{Y}_y(\sin^2\beta_1 + \sin^2\beta_2)$$

從テ

$$\frac{T_1^2 - T_2^2}{T_1\cos\theta_1 - T_2\cos\theta_2} = \overline{X}_x + \overline{Y}_y$$

$$(T_1\cos\theta_1 + T_2\cos\theta_2)(\overline{X}_x + \overline{Y}_y) - (T_1^2 + T_2^2) = 2\overline{X}_x\overline{Y}_y$$

ヲ得,之ニヨリ

$$246)\quad \begin{cases} \dfrac{\overline{Y}_y + \overline{X}_x}{2} = \dfrac{T_1^2 - T_2^2}{2(T_1\cos\theta_1 - T_2\cos\theta_2)} \\ \dfrac{\overline{Y}_y - \overline{Y}_x}{2} = \sqrt{\left(\dfrac{\overline{Y}_y + \overline{X}_x}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{2}(T_1\cos\theta_1 + T_2\cos\theta_2)(\overline{Y}_y + \overline{X}_x) + \dfrac{1}{2}(T_1^2 + T_2^2)} \end{cases}$$

ヲ得 $\overline{X}_x$, $\overline{Y}_y$ ヲ求ムルコトヲ得. 又

$$\overline{Y}_y + \overline{X}_x - 2T_1\cos\theta_1 = \overline{Y}_y(1 - 2\sin^2\beta_1) + \overline{X}_x(1 - 2\cos^2\beta_1) = (\overline{Y}_y - \overline{X}_x)\cos 2\beta_1$$

$$\overline{Y}_y + \overline{X}_x - 2T_2\cos\theta_2 = \overline{Y}_y(1 - 2\sin^2\beta_2) + \overline{X}_x(1 - 2\cos^2\beta_2) = (\overline{Y}_y - \overline{X}_x)\cos 2\beta_2$$

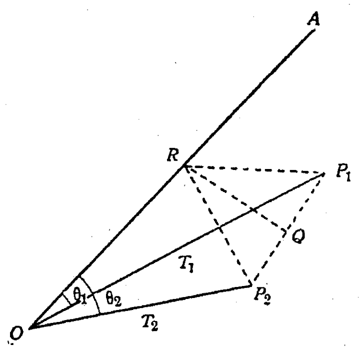
ヨリ

$$246)\quad \begin{cases} \cos 2\beta_1 = \dfrac{\overline{Y}_y + \overline{X}_x - 2T_1\cos\theta_1}{\overline{Y}_y - \overline{X}_x} \\ \cos 2\beta_2 = \dfrac{\overline{Y}_y + \overline{X}_x - 2T_2\cos\theta_2}{\overline{Y}_y - \overline{X}_x} \end{cases}$$

ヲ得 $\beta_1\beta_2$ ヲ求ムルコトヲ得.

上記ノ結果ハ又第 176 圖ノ如キ極メテ簡單ナル圖法ニヨリテ

第 176 圖



求ムルコトヲ得ベシ. 任意ノ一線 OA ヲ取リ, T_1, T_2 共ニ應張力強度又ハ應壓力強度ナルトキハ圖ノ如ク P_1,P_2 ヲ求メ P_1P_2 ノ中點 Q ニ於テ QR ヲ P_1P_2 ニ垂直ナラシムルトキハ

$$RP_1^2 = OR^2 + T_1^2 - 2\,OR.T_1 \cos\theta_1$$
$$= RP_2^2 = OR^2 + T_2^2 - 2\,OR.T_2 \cos\theta_2$$

ナルガ故ニ 178), 179) 式ニヨリ

$$OR = \frac{\overline{Y}_y + \overline{X}_x}{2}, \qquad RP_1 = \frac{\overline{Y}_y - \overline{X}_x}{2}$$

$$角\ ORP_1 = 2\beta_1, \qquad 角\ ORP_2 = 2\beta_2$$

ナリ.

<u>例 1.</u> <u>與ヘラレタル應力強度共軛ナルトキ.</u> 此場合ニ於テハ $\theta_1 = \theta_2$ ナルガ故ニ之ヲ θ トスレバ 245) 246) 式ニヨリ

$$247)\quad \begin{cases} \dfrac{\overline{X}_y + \overline{Y}_x}{2} = \dfrac{T_1 + T_2}{2\cos\theta} \\ \dfrac{\overline{Y}_y - \overline{X}_x}{2} = \sqrt{\left(\dfrac{T_1 + T_2}{2\cos\theta}\right)^2 - T_1 T_2} \\ \cos 2\beta_1 = \dfrac{\overline{Y}_y + \overline{X}_x - 2T_1\cos\theta}{\overline{Y}_y - \overline{X}_x} \\ \cos 2\beta_2 = \dfrac{\overline{Y}_y + \overline{X}_x - 2T_2\cos\theta}{\overline{Y}_y - \overline{X}_x} \end{cases}$$

ヲ得

<u>例 2.</u> <u>與ヘラレタル應力強度ノ面互ニ垂直ナルトキ.</u> 此場合ニ於テハ

$$\beta_2 = \beta_1 + \frac{\pi}{2}$$

ナルガ故ニ

$$X_x = T_1 \cos\theta_1$$
$$Y_y = T_2 \cos\theta_2$$
$$X_y = T_1 \sin\theta_1 = Y_x = T_2 \sin\theta_2$$

トスルトキハ

$$248)\quad \begin{cases} \dfrac{\overline{Y}_y + \overline{X}_x}{2} = \dfrac{Y_y + X_x}{2} \\ \dfrac{\overline{Y}_y - \overline{X}_x}{2} = \sqrt{\left(\dfrac{Y_y - X_x}{2}\right)^2 + X_y^2} \\ \cos 2\beta_1 = -\cos 2\beta_2 = \dfrac{Y_y - X_x}{\overline{Y}_y - \overline{X}_x} \\ 即\ \tan 2\beta_1 = \tan 2\beta_2 = \dfrac{2X_y}{Y_y - X_x} \\ \beta_2 = \beta_1 + \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

ヲ得. 第四式ハ 237) 式ト同一ノモノナリ.

<u>例 3.</u> <u>例 2 ノ單桁ニ於ケル應用.</u> 第 98 節ニ於ケルガ如キ矩坐標軸ヲ取ルトキハ本章ニ於ケル x, y ニ關セルモノハソレソレニ y, z ニ變換セザルベカラス而シテ該節ニ於ケル p_z, $p_t = p_y$ ハ此場合ノ Z_z, $Y_z = Z_y$ ニ外ナラザルガ故ニ 248) 式ニヨリ

$$\frac{\overline{Z}_z + \overline{Y}_y}{2} = \frac{p_z}{2}$$
$$\frac{\overline{Z}_z - \overline{Y}_y}{2} = \sqrt{\frac{p_z^2}{4} + p_t^2}$$

$$\tan 2\beta_1 = \tan 2\beta_2 = \frac{2p_t}{p_z} \quad 即 \quad \tan \begin{matrix}\beta_1\\ \beta_2\end{matrix} = \frac{1}{p_t}\left(\mp\frac{p_z}{2} + \sqrt{\frac{p_z^2}{2} + p_t^2}\right)$$

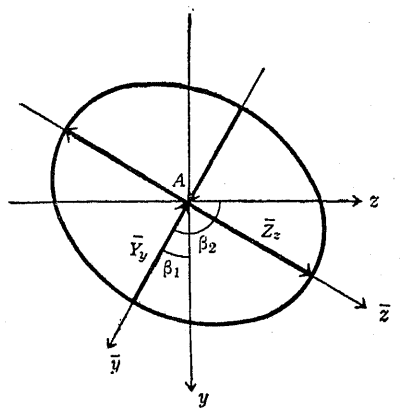
從テ

$$249)\quad \begin{cases} \overline{Z}_z = \dfrac{p_z}{2} + \sqrt{\dfrac{p_z^2}{4} + p_t^2} \\ \overline{Y}_y = \dfrac{p_z}{2} - \sqrt{\dfrac{p_z^2}{4} + p_t^2} \end{cases}$$

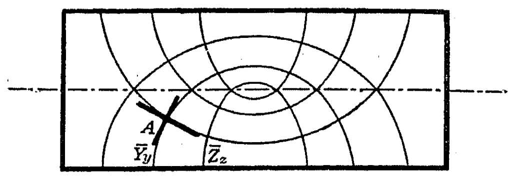
$$\left\{\begin{aligned} \tan\beta_1 &= -\frac{\overline{Y}_y}{p_t} \\ \tan\beta_2 &= \frac{\overline{Z}_z}{p_t} \end{aligned}\right.$$

ヲ得. 此式ニヨリ$y>0$ナルトキハ$\overline{Z}_z$ハ應張力强度, $\overline{Y}_y$ハ應壓力强度ニシテ角$yA\bar{z}>$角$\bar{y}Ay$ナルベク第一應力强度楕圓ハ第177圖ノ如キモノタルベシ. yz坐標

第 177 圖



第 178 圖



面ニ平行セル桁ノ任意ノ斷面ニ於テ第178圖ノ如キ曲線ヲ引キ例ヘバA點ニ於ケル此等ノ曲線ヘノ切線ハ主應力ノ働線ト相一致スルトキハ此ノ如キ曲線ヲ稱シテ主應力强度線ト謂フ

151. 問題 5. 各方向ニ於ケル應力强度常ニ同號ヲ有セルトキ最大傾斜角ヲ與ヘラレタルモノトシ,與ヘラレタル共通傾斜角ヲ有スル共軛應力强度ノ比ヲ求ム.

與ヘラレタル最大傾斜角ヲθ_0トシ, T_1, T_2ヲθナル共通傾斜角ヲ有スル共軛應力强度トスルトキハ

$$\sin^2\theta_0 = \left(\frac{\overline{Y}_y - \overline{X}_x}{\overline{Y}_y + \overline{X}_x}\right)^2 \qquad \text{243)式ニヨリ}$$

$$= 1 - \frac{4\,T_1\,T_2\cos^2\theta}{(T_1 + T_2)^2} \qquad \text{247)式ニヨリ}$$

ナルガ故ニ

$$\frac{(T_1 + T_2)^2}{4\,T_1\,T_2} = \frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta_0}$$

從テ

$$250)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{T_1}{T_2} &= \frac{\cos\theta - \sqrt{\cos^2\theta - \cos^2\theta_0}}{\cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta - \cos^2\theta_0}} && T_1 < T_2\text{ナルトキ} \\ \frac{T_1}{T_2} &= \frac{1 - \sin\theta_0}{1 + \sin\theta_0} && T_1 < T_2,\ \theta = 0\text{ナルトキ} \\ \frac{T_1}{T_2} &= 1 && \theta = \theta_0\text{ナルトキ} \end{aligned}\right.$$

ヲ得.