

第十章 合成應力

(Combined Stress)

第一節 概 説

以上既ニ第三章ヨリ第九章ニ涉リ張力,壓力,彎曲,剪力,彎折及扭力ノ各種ノ應力ニ就イテ別々ニ之ヲ研究シ盡シタ。是等ノ應力ハ單獨ニ起ルノミナラズ又同時ニ一ツノ物體內ニ二種又ハ二種以上ガ合成シテ起ル事ガアリ得ルノデアツテ之ヲ合成應力(Combined stress)ヲ受クル状態ト云フ。斯カル状態ノ或物ハ既ニ説明シタノデアアルガ茲ニ改メテ之ヲ反復シヤウ。

第二節 張力ト壓力トノ合成

張力ト壓力トガ一ツノ構體ヘ同一軸ニ沿フテ同時ニ働クトキニハ其合成力ハ是等ノ力ノ代數和 (Algebraic sum or Numerical difference)ニ等シイモノデアアル。

同種又ハ異種ノ應力ガ互ニ直角ヲナシテ働イタトキニハ既ニ第三章第七節ニ Fig. 69ヲ以テ説明シタ如ク見掛ケ應力及眞應力ニ合成セラレルノデアツテ (48)式ニ説明シタ如ク Fig. 544ニ就イテ互ニ直角ヲ爲ス X, Y, Z 軸ニ平行ナ見掛ケ應力 (Apparent stress)ヲ $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ トセバ横縮ノ影

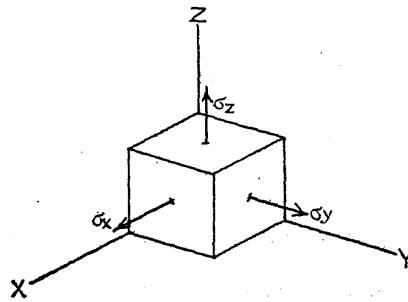


Fig. 544.

響ヲ考慮ニ入レタ眞應力(True stress)ハ X, Y, Z 軸ノ方向ニ於テ夫々次式ニテ與ヘラレル

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x - \frac{\sigma_y + \sigma_z}{m} \\ \sigma_2 &= \sigma_y - \frac{\sigma_x + \sigma_z}{m} \\ \sigma_3 &= \sigma_z - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{m} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(48) \text{式参照}$$

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ノ内何レカ應壓力ガアレバ其符號ヲ逆ニスベキハ勿論デアル。

第三節 張力又ハ壓力ガ彎曲ヲ伴フ場合

茲ニ一ツノ桁ガアツテコレガ横荷重(Transverse load)ノ爲メニ其中立軸カラ最モ隔ツタ應張側ノ纖維ニ

$$\sigma_1 = \frac{M}{W}$$

ナル應張力ヲ受ケテ居ル時ニ更ニ茲ニ一ツノ張力 P ガ軸ニ沿フテ作用スル時ニハ此力ノ爲メニ生ズル

$$\sigma_2 = \frac{P}{F}$$

ガ断面全體ニ起コル譯デアツテ從ツテ應張側ノ最大應力ヲ受ケル部分ニハ

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M}{W} + \frac{P}{F}$$

コレ合成應力ノ近似値デアル。若シ此桁ノ寸法ヲ決定セントスルナラバ此應力ガ其材料ノ許容應力ヲ超過シナイ様ニセネバナラヌノデアルカラ

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M}{W} + \frac{P}{F} \leq k_t \dots\dots\dots(431)$$

以上ハ近似解法デアツテ嚴格ニ云ヘバ横荷重ニ因ツテ彎曲シタ所へ更ニ長サノ方向ニ張力ガ働ケバ其張力ノ影響ハ前ノ横荷重ニ因ル撓度ヲ減ズル事ニナリ從ツテ彎曲カラ生ズル應張力ヲ幾分減ズル事トナルモノデアツテ單純ニ加ヘ合セタ(431)式ハ精密トハ云ヘナイ。今横荷重ニ因ツテ或断面ニ生ジタ彎曲力率ヲ M トシ茲ヘ軸ニ沿フ張力 P ガ働イタ場合ノ此断面ニ受クル合成彎曲力率ヲ M_1 トセバ Fig. 545 ニ

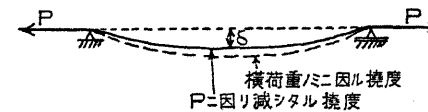


Fig. 545.

明カナル如ク

$$M_1 = M - P \cdot \delta$$

從ツテ此合成彎曲力率ニ對スル最大應張力ハ

$$\sigma_1' = \frac{M_1}{I} y_1 = \frac{M - P \delta}{I} y_1 \dots\dots\dots(i)$$

而シテ δ ノ値ハ σ_1' ノ項ヲ表ハサレ得ル。即チ桁ガ横荷重ニ因ツテ彎曲スル場合ノ撓度ト同様ニ表ハサレ

$$\delta = n'' \frac{\sigma_1' l^2}{Eh} \dots\dots\dots(ii)$$

(i) 式ト (ii) 式トカラ σ_1' ヲ解ケバ

$$\sigma_1' = \frac{M y_1}{I + n'' \frac{P l^2}{2E}} \dots\dots\dots(iii)$$

此 σ_1' ト軸張力ニ對スル應力トヲ合成シタモノガ眞應力トナリ桁ノ凸面側ニ於テ

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_1' + \sigma_2 \\ &= \frac{M y_1}{I + n'' \frac{P l^2}{2E}} + \frac{P}{F} \leq k_t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(432)$$

(431)式ニ據ルガ(432)式ニ據ルヨリモ安全側デアアル。

以上彎曲ト張力トノ合成ニ對シテ求メタ(431)式ハ之ヲ彎曲ト
壓力トノ合成ニモ適用サレルノデアツテ彎曲ニ因ルモノヲ σ_1 、軸
壓力ニ因ルモノヲ σ_2 トセバ近似的ニハ

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{W}{M} + \frac{P}{F} \leq k_c \dots\dots\dots (433)$$

然ルニ嚴密ナ計算法ニ據ルトキハ既ニ横荷重デ撓度ヲ生ジタモ
ノニ更ニ壓力ガ作用スルタメニ其撓度ハ一層増加スルコトナ
リ從ツテ生ズル應力ハ(433)式ニ據ルヨリモ更ニ大トナル。即チ
(433)式ヲ適用セバ危險側ノ誤差ヲ生ズルヲ見ル。今横荷重ニ因
ル彎曲力率M及ビ軸壓力Pガ働イテ撓度 δ ヲ生ジタ時其断面ノ
受クル眞彎曲力率ヲ M_1 トスレバ

$$M_1 = M + P \cdot \delta$$

此 M_1 ニ因ル彎曲應力ハ

$$\sigma_1' = \frac{M_1}{I} y_1 = \frac{M + P\delta}{I} y_1 \dots\dots\dots (iv)$$

茲ニ $\delta = n'' \frac{\sigma_1' l^2}{Eh}$ ヲ挿入シテ

$$\sigma_1' = \frac{M y_1}{I - n'' \frac{P l^2}{2E}} \dots\dots\dots (v)$$

此(v)式ヨリ得タル σ_1' ナル彎曲應壓力ト軸ニ沿フ應壓力 σ_2 トヲ
加ヘテ眞最大應力ヲ得ベク

$$\sigma = \sigma_1' + \sigma_2 = \frac{M y_1}{I - n'' \frac{P l^2}{2E}} + \frac{P}{F} \leq k_c \dots\dots\dots (434)$$

第四節 傾斜荷重ヲ受クル桁

前節ニ説明シタ直應力ト彎曲力率トノ合成ノ簡單ナル實例ハ
傾斜荷重ヲ受クル桁又ハ傾斜桁デアアル。既ニ第六章ニ詳細ナル
説明ヲ行ツタ桁ハ何レモ水平桁デアツテ荷重ハ之レニ垂直ニ作
用シ桁ノ軸ニ沿フテ働ク軸壓力ハ存在シナカッタノデアアル。茲
ニハ水平桁ニ傾斜荷重ノ働ク場合及傾斜桁ニ任意荷重ノ働ク場
合ニ就イテ調べテ見ヤウ。其解法ノ根本ハ外力ヲ桁軸ニ垂直ト
平行トニ分解シ垂直分力ガ桁ニ對スル横荷重トシテ働キ平行分
力ガ軸壓力トシテ働クノデアアル。

[I] 傾斜荷重ヲ受クル水平單桁

Fig. 546ニ示ス桁ABガC及D點ニ傾斜荷重 P_1 及 P_2 ヲ受クルモ
ノトシA支點ガ鉸端、B支點
ガ自由端トスル。然ル時ハ
A支點ノ反力ハ傾斜スベク
其垂直分力ヲ A_V 、水平分力
ヲ A_H トスレバ

$$A_V = \frac{1}{l} (V_1 b_1 + V_2 b_2)$$

$$A_H = H_1 + H_2$$

A_V ト A_H トヲ合成シタ反力
Aノ方向ハ外荷重ノ合成力
RトB支點ノ反力Bトノ交
點sニ向フベキハ勿論デア

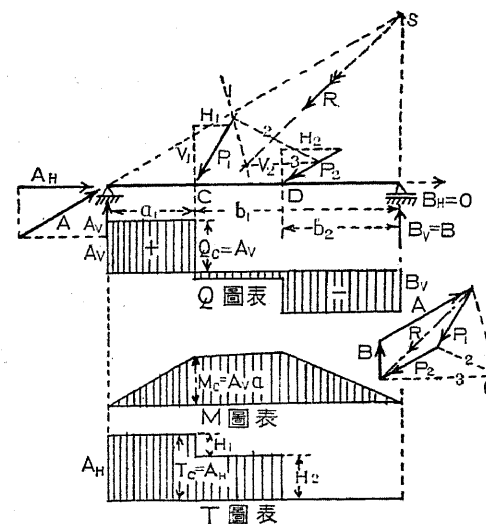


Fig. 546.

ル。 Fig. 546ニ示スQ圖表及M圖表ハ普通ノ單桁トシテ荷重ノ

垂直分力ノミヲ考慮シテ求メラレT圖表即チ軸壓力圖表 (Thrust diagram) ハ荷重ノ水平分力ノミヲ考慮シテ求メラレル。

【II】 傾斜桁 (Sloping Beam) — 反力平行ナル場合

Fig. 547 ノ桁 AB ガ A ニテ單純ニ支ヘラレ B ヲ鉸トスルトキ C, D 二點ニ垂直荷重 P_1, P_2 ガ作用スレバ A 支點ノ反力ハ垂直ナルガ故ニ B 支點ノ反力モ亦垂直トナル。其値ハ水平徑間 l ノ普通單桁トシテ容易ニ求メラレル。次ニ荷重及反力ヲ桁ニ垂直及平行ニ分解シテ夫々 A_V, V_1, V_2, B_V 及ビ A_H, H_1, H_2, B_H トスレバ前者カラ Q 圖表ガ求メラレ後着カラ T 圖表ガ求メラレル事 Fig. 547 ニ示ス通りデアル。

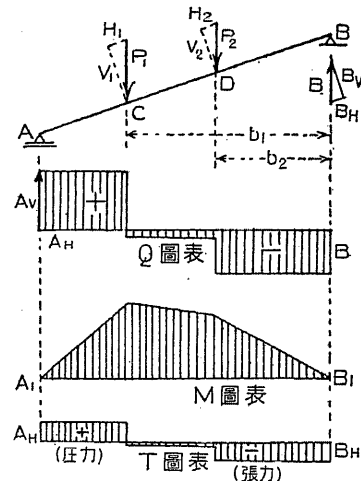


Fig. 547.

M 圖表ハ傾斜基線 AB 上ニモ作ラレ又水平基線 A_1B_1 上ニモ作ラレ得ル。而シテ

$$M_D = B_V \cdot BD = B \cdot b_2$$

デアル故ニ垂直反力ヲ假定シタ傾斜桁ニ生ズル彎曲力率ハ其水平投射長ヲ徑間トスル水平桁ニ於ケルモノト同ジデアル事ヲ知ル。

【III】 傾斜桁 — 上端反力水平ニ向フ場合

此場合ニハ先ヅ外荷重ノ合成力 R ヲ求メ其 B 支點ノ水平反力トノ交點 s ヲ作圖スレバコレニ依ツテ A 支點反力ノ向フベキ方向ガ決定サレル。即チ Fig. 548 ⑥ ノ示力圖ニ於テ $ab = P_1 + P_2$ ト

シ bc ヲ水平ニ ca ヲ反力 A ニ平行ニ引ケバ $ca = A$ デアル。

外力ガ決定サレタナラバコレヲ桁ニ垂直及平行ニ分解シテ Q, M 及 T 圖表ヲ得ル事前述同様ニシテ Fig. 548 ヲ得ル。

【IV】 傾斜肱木桁 (Sloping Cantilever)

等布荷重 q ヲ受クル傾斜肱木桁ヲ採リ解法ノ一例ヲ示ス。桁ノ傾斜ヲ θ トセバ其支點ニ生ズ

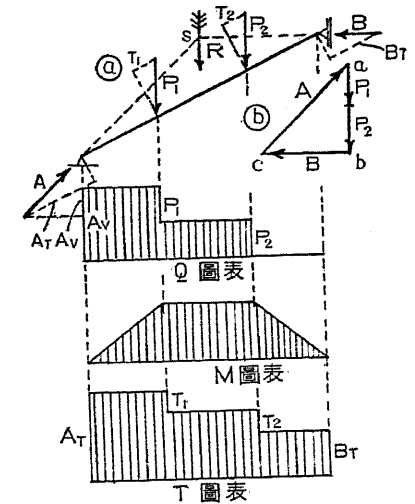


Fig. 548.

ル彎曲力率ハ荷重 q ノ桁ニ垂直ナル分力 $q \cos \theta$ ニ對シテ桁長ヲ l トシテ計算シ得ベク又ハ全荷重 ql ガ支點カラ $\frac{1}{2} l \cos \theta$ ノ點ニ働クトシテモ計算セラレ

$$M_A = -\frac{1}{2} q l^2 \cos \theta.$$

Fig. 549 ハ各種ノ圖表ヲ示ス。

以上ハ傾斜桁ニ働ク彎曲力率、剪力及軸壓力ヲ求メタノデアツテ依テ生ズル應力ノ計算ハ前節ニ説明シタ所ヲ適用スレバヨイ。

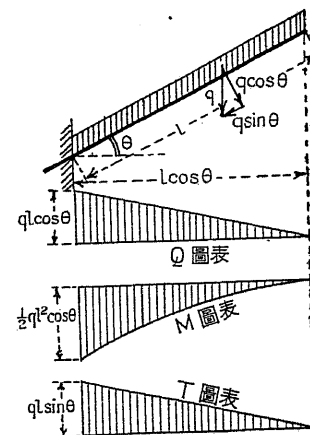


Fig. 549.

【V】 空間力ヲ受クル桁

既ニ第六章第一節ニ説明シタル如ク一般ニ桁 (Beam) ニ對シテ作用スル外力ハ常ニ其重心ヲ含ムーツノ垂直面内ニ含マレ居ル

モノト假定シテ居ル。若シ此外力ガーツノ平面内ニ存在セズ空間ニアル任意ノ力ナルトキハ次ノ如クシテ其桁ニ生ズル應力ヲ求ムル事ガ出來ル。

Fig. 550 ニ於テ重心軸 X ヲ紙面ニ直角ナルモノトシ此桁ノ横断面主軸ノ方向ヲ Y 及 Z トス。然ルトキハ空間ニアル任意ノ外力 P_1, P_2, \dots ハ夫々之レヲ Y 及 Z 軸ニ平行ナル分力 $Y_1, Z_1, Y_2, Z_2, \dots$ ニ分ツモノトシ斯ク求メタル分力ニ依ツテ Y 軸及 Z 軸ニ對シテ生ズル彎

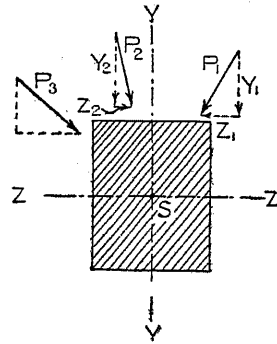


Fig. 550.

曲力率 M_y 及 M_z ヲ求ムルトキハ其各々ニ因ツテ断面内ニ生ズル應力 σ_1 及 σ_2 ハ別々ニ計算シテ容易ニ求メ得ラレルベク重心ヨリ (y, z) ノ縦横距ヲ有スル一點ノ合成應力 σ ハ

$$\sigma = \pm \sigma_1 \pm \sigma_2 = \pm \frac{M_y}{I_x} y \pm \frac{M_z}{I_y} z \dots \dots \dots (435)$$

y 及 z ニ此断面ノ縁維距離ヲ用ヒ適宜正負ヲ正シク採レバ最大縁維應力ガ求メラレル。最後ニ中立軸ノ位置ヲ求メンニハ $\sigma = 0$ ト置キタルトキノ座標方程式ニテ與ヘラレルベク

$$0 = \frac{M_y}{I_x} y + \frac{M_z}{I_y} z \dots \dots \dots (436)$$

此式ハ y 及 z ニ關スル一次式デアルガ故ニ生ズル中立軸ハ重心ヲ通ズル一ツノ直線ニテ與ヘラレル、事ヲ知ル。今 Fig. 551 ニ於テ中立軸 NN ガ Z 軸ト爲ス角ヲ β トシ彎曲力率 M_y 及 M_z ヲ合成シタル合成彎曲力率 M ガ Z 軸ト爲ス角ヲ圖示ノ如ク α トスレバ

$$\tan \alpha = -\frac{M_y}{M_z}$$

$$\tan \beta = \frac{y}{z}$$

ヲ得ル。從ツテ (436) 式ニ與ヘラレタ中立軸ノ位置ノ方程式ハ次ノ如ク書直スコトガ出來ル。

$$\tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{I_x}{I_y} \dots \dots \dots (437)$$

本式ヨリ中立軸ノ傾斜 β ヲ求メ得ル。

圖式的ニ中立軸ノ位置ヲ求メンニハ次ノ如ク作圖セラレル。先ヅ與ヘラレタ彎曲力率 M_y 及 M_z ヲ合成シタル力率 M ノ作用線ノ方向ヲ Fig. 552 ニ於ケル SK ニテ表ハサル、モノトシヤウ。此断面ノ主軸方向ヲ Y 及 Z トシ此軸ニ對スル慣性能率ヲ I_y 及 I_x トスル。扱其何レカ

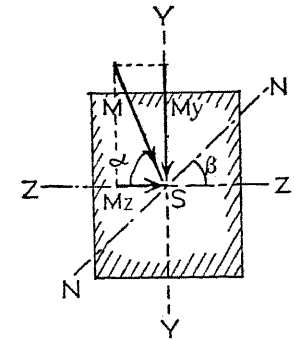


Fig. 551.

一ツノ軸例ヘバ Y 軸上ニ重心 S ヨリ $ST = I_x$ ヲ採リ更ニ其 T 點ヨリ $TA = I_y$ ヲ採ル。T ヲ通ジ Z 軸ニ平行ニ KTN ヲ引キ A ヲ通ジ SK ニ直角ニ AN ヲ引キテ求メタル交點 N ヲ重心 S ニ結ベバコレガ求ムル中立軸デアル。

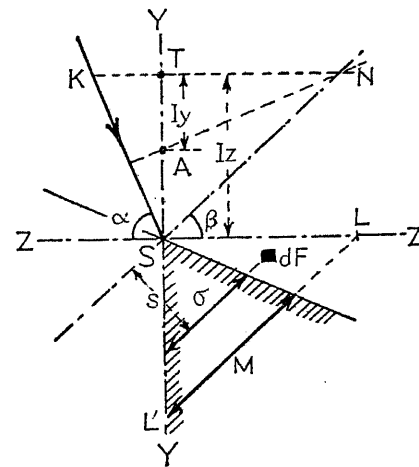


Fig. 552.

何トナレバ圖上ニ於テ

$$\begin{aligned} TN &= TA \tan \alpha = I_y \tan \alpha \\ &= ST \cot \beta = I_x \cot \beta \\ \therefore \tan \alpha \cdot \tan \beta &= \frac{I_x}{I_y} \end{aligned}$$

即チ (437) 式ニ示ス條件ニ外ナラス。

此圖上ニ於テ應力分布ノ状態ヲ圖示センニハ SZ 線上ニ $SL =$

AN = $\frac{I_y}{\cos \alpha}$ (或ハ SY 線上 = SL' = SK = $\frac{I_z}{\sin \alpha}$) ヲ置キ L (或ハ L') ヲ通ジテ SN = 平行 = LL' ヲ引ク。次ニ斯ク求メタ LL' 線上ノ任意ノ所ニ彎曲力率 M ヲ切取ルトキハ S ヲ頂點トシ M ヲ底トスル圖上ノ影線面積ハ即チ求ムル應力 σ ヲ縦距トシテ與フルモノデアアル。換言スレバ應力ヲ求メントスル點 dF ヲ通ジテ SN = 平行線ヲ引キ其平行線ガ此面積上ニ於テ切ラレタ縦距 σ ハ點 dF ノ應力デアアル。今簡單ニ其理由ヲ説明センニ M (即 LL' 線) ガ S カラノ垂直距離ハ $\frac{I_y}{\cos \alpha} \sin \beta = \frac{I_z}{\sin \alpha} \cos \beta$ デアリ σ ノ S カラノ垂直距離ハ s デアル故ニ三角形ニ於ケル底邊長ノ比例ニヨリ

$$\sigma = M \frac{s}{\frac{I_y}{\cos \alpha} \sin \beta} = \frac{M \cdot s}{I_y} \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = \frac{M \cdot s}{I_z} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \dots\dots (i)$$

然ルニ

$$M = \frac{M_y}{\sin \alpha} = \frac{M_z}{\cos \alpha} \dots\dots (ii)$$

$$s = z \sin \beta + y \cos \beta \dots\dots (iii)$$

(i) 式ノ M 及 s ノ値トシテ (ii) 及 (iii) 式ヲ適當ニ代入シ整理スレバ

$$\sigma = \frac{M_y}{I_z} y + \frac{M_z}{I_y} z$$

ヲ得ル。本式ハ則チ (435) 式ニ外ナラス。

此作圖ヲ行フニ當ツテ注意スベキハ圖上ノ縮尺ノ採リ方デアツテ例ヘバ長サ (s) = 對シ縮尺 1cm = 2cm (實長) ヲ用ヒ力率 (M) = 對シ 1cm = 5,000 cm-kg ヲ用ヒ慣性能率 (I) ヲ表ハスニ 1cm = 100 cm⁴ ヲ用フルモノトセバ最後ニ求ムル應力 (σ) ノ縮尺トシテハ

$$1 \text{ cm} = \frac{5,000 [\text{cm-kg}] \cdot 2 [\text{cm}]}{100 [\text{cm}^4]} = 100 [\text{kg/cm}^2]$$

ヲ得ルガ如キデアアル。

例題第四十八 Fig. 553 示ス如ク五寸勾配ノ屋根ヲ支フル母屋桁ニ使用セル傾斜溝形鐵ガ垂直彎曲力率 $M = 50,000 \text{ in-lbs}$ ヲ受クルトキノ最大應力及中立軸ノ位置ヲ求ム。

(答) 傾斜荷重ハコレ桁ノ主軸方向ニ分解シテ別々ニ計算スレバヨイノデアツテ X 軸ニ對シテ働ク方ノ分力 $M \cos \alpha$ ニ因ツテ a, b ハ應壓力ヲ受ケ c, d ハ應張力ヲ受ケル。更ニ Y 軸ニ對スル分力 $M \sin \alpha$ ニ因ツテ a, d ハ應壓力ヲ受ケ b, c ハ應張力ヲ受ケル。從ツテ最大應壓力ハ a = 生ジ其値ハ

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{M \cos \alpha}{I_x} y_1 + \frac{M \sin \alpha}{I_y} x_1 \dots\dots (i) \\ &= \frac{50,000 \times \cos 26^\circ 34'}{24.010} \times 3.0 + \frac{50,000 \times \sin 26^\circ 34'}{3.503} \times (3.0 - 0.938) \\ &= 5590 + 13160 = 18750 \text{ #/sq"} \end{aligned}$$

最大應張力ハ c = 生ジ此値ハ同様ニ

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{M \cos \alpha}{I_x} y_2 + \frac{M \sin \alpha}{I_y} x_2 \\ &= 5590 + 5980 = 11570 \text{ #/sq"} \end{aligned}$$

次ニ中立軸ノ位置ヲ求メンニ今中立軸上ニアル一點ノ座標ヲ x', y' トセバ此値ヲ (i) 式ニ挿入シタ時其應力 σ ハ零トナラナケレバナラヌ筈デアアルカラ

$$0 = \frac{M \cos \alpha}{I_x} y' + \frac{M \sin \alpha}{I_y} x'$$

$$\therefore \frac{y'}{x'} = -\frac{I_x}{I_y} \tan \alpha = \tan \beta \dots\dots (ii)$$

求メタル β ハ中立軸ト X 軸トナス角デアアル。

(ii) 式ニ既知ノ値ヲ挿入シ

$$\tan \beta = -\frac{24.010}{3.503} \tan 26^\circ 34' = -3.435$$

$$\beta = -73^\circ 46'$$

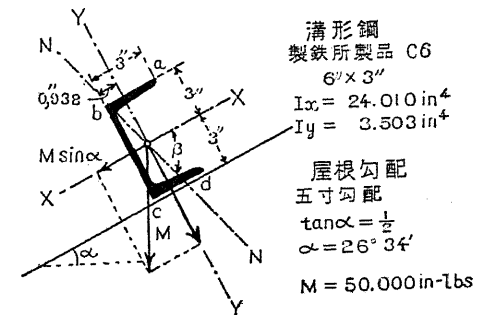


Fig. 553.

第五節 偏倚荷重ヲ受クル長柱

短柱ガ偏倚荷重ヲ受ケタトキニハ茲ニ直壓力ト彎曲トガ發生スルノデアツテ其解法ハ既ニ第三節ニ説明シタ所デアアル。即チ(433)及(434)式ヲ適用シ彎曲力率Mノ代リニ偏倚荷重ニ因ル力率P.eヲ用フレバヨイ。Pハ直壓力,eハ其偏倚距離デアアル。

長柱ガ偏倚荷重ヲ受クレバ短柱トシテ考察サレタ以外ニ彎折(Buckling)ヲ伴フモノデアツテ其受クル應力ハ次ノ三種ニ分チ得ル

1. σ' : 直應力
2. σ'' : 長柱デアアルタメニ彎折カラ生ズル應力
3. σ''' : 偏倚ニ因ル彎曲ニ依ツテ生ズル應力

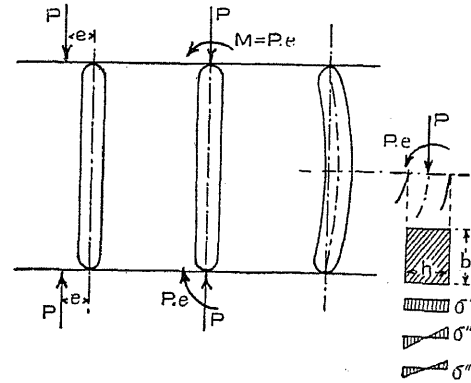


Fig. 554.

$$\sigma' = \frac{P}{F}, \quad \sigma'' = \sigma' \beta \left(\frac{l}{r} \right)^2 \quad (\text{ランキン氏公式ヲ假定ス})$$

$$\sigma''' = \frac{M}{I} \frac{h}{2} = \frac{Peh}{2I} = \frac{P}{F} \frac{eh}{2r^2}$$

$$\therefore K_c \geq \sigma' + \sigma'' + \sigma'''$$

$$= \frac{P}{F} \left\{ 1 + \beta \left(\frac{l}{r} \right)^2 + \frac{eh}{2r^2} \right\}$$

従ツテ求ムル長柱ノ強度ハ

$$P = \frac{K_c F}{1 + \beta \left(\frac{l}{r} \right)^2 + \frac{eh}{2r^2}} \quad \dots \dots \dots (438)$$

第六節 剪力ト張力又ハ壓力トノ合成

剪力ト直應力トノ合成ハ既ニ第五章第四節ニ主應力 (Principal stress) トシテ詳述シタ所デアツテ直角ニ働ク σ_x, σ_y ノ應張力トコレニ直角ナル τ ノ剪力トヲ合成セバ Fig. 555 ニ示ス如ク

$$\sigma'_{max/min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\tau^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad \dots \dots \dots (81) \text{式参照}$$

$$\tan 2\varphi = \frac{2\tau}{\sigma_y - \sigma_x} \quad \dots \dots \dots (80) \text{式参照}$$

$$\tau'_{max/min} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\tau^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad \dots \dots \dots (83) \text{式参照}$$

$$\tan 2\varphi = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau} \quad \dots \dots \dots (82) \text{式参照}$$

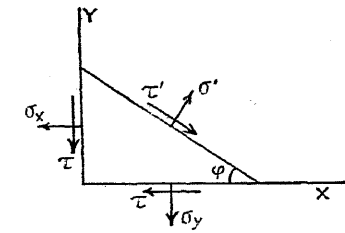


Fig. 555.

此關係ハ桁ニ限ラズアラユル構造物ノ内部ニ生ズル應力ニ適用サレ得ルノデアツテ更ニ横縮ヲ考慮ニ入レー層嚴密ナ計算ヲ行フトキノ直應力ハ次式ニテ表ハサレル。

$$\sigma_{red} = \frac{m-1}{2m} (\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{m+1}{2m} \sqrt{4\tau^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad \dots \dots \dots (87) \text{式参照}$$

$$m = \frac{10}{3} \quad \text{ト置ケバ}$$

$$\sigma_{red} = 0.35 (\sigma_x + \sigma_y) \pm 0.65 \sqrt{4\tau^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad \dots \dots \dots (87) \text{式参照}$$

若シ最モ簡單ナル場合トシテ直應力ガ一方ニノミ働ク場合ニハコレヲ σ トシテ横縮ノ影響ヲ無視シ

$$\sigma'_{max/min} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\tau^2 + \sigma^2} \quad \dots \dots \dots (439)$$

$$\tan 2\varphi = -\frac{2\tau}{\sigma} \quad \dots \dots \dots (440)$$

$$\tau'_{max} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\tau^2 + \sigma^2} \dots\dots\dots(441)$$

$$\tan 2\phi = \frac{\sigma}{2\tau} \dots\dots\dots(442)$$

第七節 扭力ト直應力トノ合成

垂直軸 (Vertical shaft) が其下端或ハ上端ニ或荷重ヲ負フタ如キ場合ニハ扭力ト張力又ハ壓力トガ同時ニ起ル事トナル。斯カル場合ニハ應扭剪力 τ が直應力 σ ト合成サレ其合成應力ノ σ' 及 τ' ハ次ノ如ク計算サレル。

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{max} &= \frac{1}{2} \sigma + \frac{1}{2} \sqrt{4\tau^2 + \sigma^2} \\ \tau'_{max} &= \frac{1}{2} \sqrt{4\tau^2 + \sigma^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(443)$$

若シ垂直軸ノ長サガ徑ニ比シテ大トナレバ其受クル應壓力ハ $\sigma = \frac{P}{F}$ ナル式デ計算シタノデハ不充分デアツテコレヲ長柱トシテ算定スル事ヲ必要トスルガ然シ實際ニハ軸ノ振動ヲ防グ目的ヲ以テ大ナラザル間隔ニ軸受 (Bearing) ヲ設クルガ故ニ短柱トシテ計算シテ充分ナル場合ガ多イ。

第八節 彎曲ト扭力トノ合成

動力ヲ傳達スル軸ガ更ニ横荷重ヲ受クル如キ場合ハ實際ニ極メテ多ク遭遇スル問題デアツテ軸ハ扭力ト彎曲トヲ同時ニ受クル事トナル。此場合ノ合成應力ハ彎曲應力 $\sigma = \frac{M}{W}$ ト應扭剪力 $\tau = \frac{M_t}{I_0}$ トヨリ前節同様ニシテ求メラレ

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{max} &= \frac{1}{2} \sigma + \frac{1}{2} \sqrt{4\tau^2 + \sigma^2} \\ \tau'_{max} &= \frac{1}{2} \sqrt{4\tau^2 + \sigma^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(443) \text{式参照}$$

(443) 式ニ示ス τ'_{max} ハ普通鐵材ノ如キニハ一般ニ之ヲ考慮ニ加ヘル必要ナキモ木軸ノ如ク抗剪強ノ小ナル材料ニハ必要トスル事ガアル。

今軸トシテ圓形斷面ヲ採用スル場合ヲ考ヘ其最大彎曲力率 M ト最大扭力率 M_t トガ同一斷面ニ起ルガ如キ場合ヲ假定スレバ此斷面ニ對シ

$$\sigma = \frac{Md}{2I}, \quad \tau = \frac{M_t d}{2I_0} = \frac{M_t d}{4I}$$

從ツテ此二應力ノ合成應力ハ (443) 式ニ從ヒ次ノ如ク表ハサレル。

$$\begin{aligned} \sigma'_{max} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{Md}{2I} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{Md}{2I}\right)^2 + 4\left(\frac{M_t d}{4I}\right)^2} \\ &= \frac{d}{4I} \left(M + \sqrt{M^2 + M_t^2} \right) \dots\dots\dots(444) \end{aligned}$$

$$\tau'_{max} = \frac{d}{4I} \sqrt{M^2 + M_t^2} \dots\dots\dots(445)$$

即チ軸トシテ圓形實軸ヲ假定スレバ $I = \frac{\pi d^4}{64}$ デアル故ニ

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{max} &= \frac{16}{\pi d^3} \left(M + \sqrt{M^2 + M_t^2} \right) \\ \tau'_{max} &= \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + M_t^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(446)$$

又圓形中空軸ヲ假定スルトキハ $I = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ デアル故ニ

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{max} &= \frac{16D}{\pi(D^4 - d^4)} \left(M + \sqrt{M^2 + M_t^2} \right) \\ \tau'_{max} &= \frac{16D}{\pi(D^4 - d^4)} \sqrt{M^2 + M_t^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(447)$$

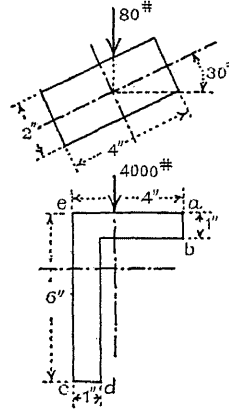
問題集第十二

(1) 高4' 幅 $1\frac{1}{2}$ ' ナル矩形断面ノ抗張材アリ。張力 24 tons ガ $\frac{1}{10}$ ' 偏倚シテ高サノ中央ニ作用スルトキ此断面ニ生ズル最大最小應力ヲ求ム。

(答) 5.6, 2.4 t/cm²

(2) 鑄鐵柱外徑 12', 内徑 10' ナルモノ中心荷重 40 t ノ外ニ偏倚荷重 5 t ナ柱軸ヨリ 12' ノ偏倚ニ受クルトキ生ズル最大應力ヲ求ム。 (答) 1.98 t/cm²

(3) 幅 4' 高 2' 長 40' ノ桁木桁ガ圖示ノ如ク 30° ノ傾斜ヲナシ其自由端ニ垂直荷重 80# ナ受クルトキ生ズル最大應力ヲ求ム。 (答) 1607 #/cm²

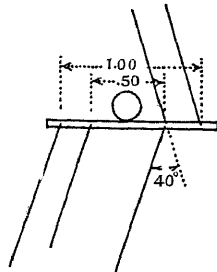
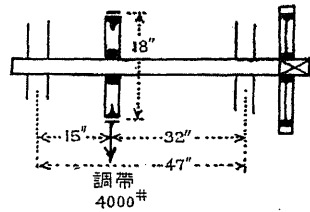


(4) 圖示ノ山形断面ガ圖示ノ位置ニ水平單桁トシテ用ヒラル。徑間 10' トシ其中央ニ 4000# ノ荷重ヲ受クルトキノ危險断面各部ノ應力ヲ求ム。

(答) a, +2860; b, +8510; c, +15250; d, 20530; e, -18380.

(5) 徑 4' ノ軸ノ或断面ニ扭力率 40,000 in-lbs, 彎曲力率 30,000 in-lbs ナ受ク。最大直應力ヲ求メ最大主應力ガ軸ト爲ス傾斜ヲ求ム。 (答) 6370 #/cm²; 26° 34'.

(6) 扭力率 160 ft-tons, 彎曲力率 40 ft-tons ナ傳フル實柱アリ。許容直應力ヲ 4 t/cm² トシテ徑ヲ求ム。更ニ中空軸トセバ其内徑ヲ外徑ノ 0.6 トシテ外徑ヲ何程トスベキカ。 (答) 10.14', 10.62'



(7) タービン水車が其直上ニアル發電機ト徑 2'0" ノ軸ニテ直結セラル。軸ハ厚 $\frac{5}{8}$ " ノ鋼板ヨリ成ル中空軸ニシテ之ト相等シキ馬力數ヲ相等シキ速度ト許容應扭力トヲ以テ傳導スルトシテノ實軸ノ徑ヲ求メ重量ヲ比較セヨ。

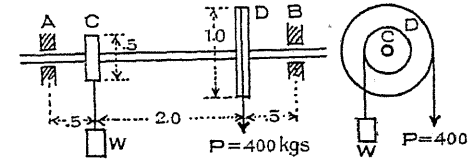
(答) 13.86", 比 0.304:1

(8) 圖示ノ軸ノ寸法ヲ求ム。許容應力 10,000 #/cm² トス。 (答) 3.65"

(9) 四本ノ架線ノ内圖示ノ如ク斷線シタル場合ヲ想定シ電線水平張力ヲ 2000 kg トシテ高 10 m ノ木製電柱ノ徑ヲ求ム。電線路ニハ 40° ノ水平角アリトシ電線ヘノ風壓 100 kg, 電柱ヘノ風壓 450

kg, 木柱ノ應張應壓力 100 kg/cm², 應剪力 40 kg/cm² (木理ニ沿ハザルトキ) 及ヒ 20 kg/cm² (木理ニ沿フトキトシ軸壓力ハ之ヲ無視スルモノトス。 (答) 81.1 cm.

(10) 二個ノ車輪 C, D ガ圓軸 AB 上ニ取付ケラレ D 車輪ニ P=400 kgs ノ力ガ作用シ C ニハ W ナル錘アリテ平衡ヲ保ツトキ $\sigma=600$ kg/cm², $\tau=240$ kg/cm² トシテ軸ノ徑ヲ求ム。



(答) 9.61 cm.