第九章　抗扭(チウ)強度

(Strensth for Torsion or Twisting)

第一節　圓壔體 (Cylindrical Bars)

茲ニ圓形斷面ヲ有スル壔體ノ一端ヲ緊定シテ他端ニ其壔體ノ軸ニ直角ナ平面ニ偶力率 (Couple moment) P. h ヲ適用スレバ Fig. 528 ニ示ス如ク始メ軸ニ平行デアツタ纖維 ab ハ螺旋曲線 (Helix) ab' トナル。

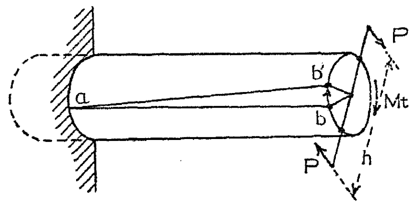


Fig. 528.

扨此壔體ガ如何ナル變形ヲ爲シタカヲ精細ニ知ランニハ其壔體ノ表面ニ Fig. 529 ニ示ス如キ幾多ノ正方形ヲ記入シテ置キコレニ扭力ヲ働カシタトキニ其正方形ガ如何ナル形ニ變化スルカヲ觀察シテ之ヲ知ル事ガ出來ル。

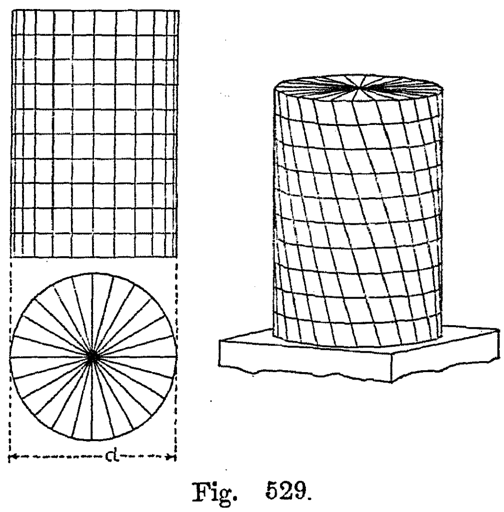


Fig. 529.

上述ノ如クニシテ偶力率ノ作用ニヨツテ圓壔體ノ表面ニ生ズル變形ヲ研究シタ結果ハ次ノ樣ニ結論シ得ル。

(a) 表面ニ記入シテ置イタ各々ノ正方形ハ菱形トナル。

(b) 平行圓ノ平面卽チ圓壔ノ切斷面ハ力率ヲ受ケタ後モ其軸ニ直角ニ存在シ且ツ平面デアル。

(c) 圓壔ノ軸ニ平行ニ同ジ纖維上ニ採ラレタ點ガ此力率ノ作用シタ爲メニ移動スル弧長ハ原點(固定斷面)カラノ距離ニ比例スル。

而シテ壔體ニ作用シタ偶力率ヲ扭力率 (Twisting moment or Moment of torsion) ト云ヒ彎曲力率ト區別スルタメ M_t ニテ表ハス。此扭力率ハ(c)ノ關係カラ何レノ斷面ニ於テモ定數デアリ且ツ壔體ハ均質デアルガ故ニ生ズル應力ハ何レノ斷面ニモ同樣ニ分布サレ同時ニ壔體ノ斷面ガ圓形ナル場合ニハ軸ヲ隔ル事等距離ノ各點ノ應力ハ相等シキ事ヲ知ル。

Fig. 530 ノ如キ半徑 r ノ圓壔ニ於テ極微距離 dx ヲ隔テヽ二ツノ斷面ヲ作リ此壔體ニ扭力率ガ作用シタ場合ニ其一方ノ斷面ヲ固定シタモノト考フレバ他ノ斷面ハ相對的ニ小角度 dt ダケ扭ヂラレタ事トナル。ⓑ圖ニ於テ始メ同一纖維上ニ A ト A′ トガ存在シタノガ扭力率ヲ受ケテ A′ ガ B′ ニ行クトスレバ,其移動距離 $A'B'=\gamma'.dx$ トシ SA′ 線上ニ任意ニ A_1 ヲ設ケ $SA_1=\rho$ トシ A_1 ノ移動距離 $A_1B_1=\gamma_1.dx$ ト置ケバ

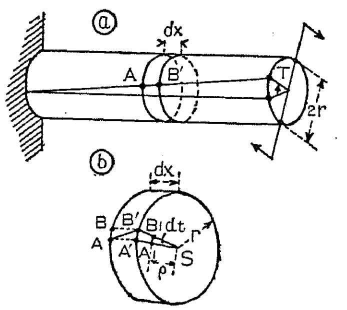


Fig. 530.

$$\frac{A_1B_1}{A'B'}=\frac{\gamma_1}{\gamma'}=\frac{\rho}{r}$$

$$\gamma_1=\gamma'\frac{\rho}{r}$$

今斯クノ如キ應扭變形ニ因ツテ生ズル A_1 ノ應剪力ヲ τ_1 トスレバ

A ニ於テハ $\tau'=G\gamma'$

A_1 ニ於テハ $\tau_1=G\gamma_1=G\gamma'\frac{\rho}{r}$

$$=\tau'\frac{\rho}{r}$$

剪力ノ方向ハ勿論圓ニ切線ニ働カナケレバナラヌ,卽チ半徑 SA′ ニ直角ニ τ' ノ作用スル事ヲ知ル。今 G ナル橫彈係數ガ一定ナル場合ニハ應剪力ノ分布狀態ハ Fig. 531 ⓐ ノ如ク直線デ與ヘラレルノデアツテコレハ錬鐵,鋼等ガ彈性限度以內ニ於テ生ズルモノニ匹敵スル。若シ G ガ鑄鐵ニ於ケル如ク可變數デアル場合ニハ應剪力ハ Fig. 531 ⓑ ノ如キ曲線トナル。

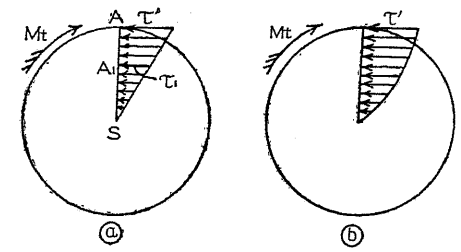


Fig. 531.

斯クノ如キ應力分布狀態ノ如何ニ關セズ斷面ニ生ズル應剪力ニ因ツテ生ズル抵抗力率ガ常ニ外力ニ因ル扭力率ニ等シクナケレバナラヌ,卽チ Fig. 532 ノ如ク扭力率 M_t ヲ受ケタ一ツノ斷面ニ於テ軸カラ ρ ノ距離ニ df ナル極微面積ヲ假定シ上記ノ平衡ガ成立スル爲メノ條件カラ

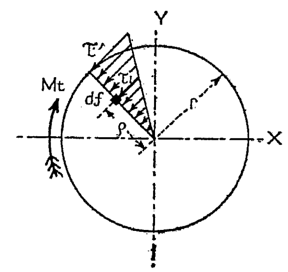


Fig. 532.

$$M_t=\int\tau_1.df.\rho$$

玆ニ $\tau_1=G\gamma'\frac{\rho}{r}$ ヲ挿入シテ

$$M_t=\frac{\gamma'}{r}\int G.\rho^2.df$$

若シGヲ不變ナリト考フレバ

$$M_t = \frac{G\gamma'}{r}\int \rho^2 . df$$

此式中ノ積分ハ此斷面ガ軸ニ對スル極慣性能率 (Polar moment of inertia) デアツテコレヲ I_0 ニテ表ハセバ

$$\rho^2 = x^2+y^2$$

$$\therefore \quad \int \rho^2 df = \int x^2 df + \int y^2 df$$

$$\therefore \quad I_0 = I_x + I_y \quad \cdots\cdots(401)$$

從ツテ前式ハ

$$M_t = \frac{G\gamma'}{r} I_0 = \tau' \frac{I_0}{r} = \tau' \frac{I_x+I_y}{r}$$

$$\therefore \quad \tau' = \frac{M_t}{I_0} r = \frac{M_t r}{I_x+I_y} \quad \cdots\cdots(402)$$

$$G = \frac{M_t . r}{I_0 \gamma'} = \frac{M_t . r}{(I_x+I_y)\gamma'} \quad \cdots\cdots(403)$$

從ツテ今若シ圓壔ニ扭力率ヲ作用セシメ其同一纎維上ノ點ニ就イテ變形 γ' ヲ實驗ヨリ求ムレバ(403)式ニヨツテ其材料ノ横彈係數Gガ求メ得ラレル。更ニ圓斷面ニ於テハ

$$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi r^4}{4}$$

デアル故ニ

$$M_t = \tau' \frac{\pi d^3}{16} = \tau' \frac{\pi r^3}{2}$$

尙極限ニ於テ $\tau' = k_s$ ナルガ故ニ極限狀態トシテ

$$M_t \leqq \frac{\pi}{16} k_s d^3 = \frac{\pi}{2} k_s r^3 \quad \cdots\cdots(404)$$

$$k_s \geqq \frac{16}{\pi} \frac{M_t}{d^3} = \frac{2}{\pi} \frac{M_t}{r^3} \quad \cdots\cdots(405)$$

式中 k_s ＝材料ノ許容抗剪强

d ＝圓壔體ノ直徑

M_t ＝作用スル扭力率

中空圓壔體ニ對シテハ

$$I_x = I_y = \frac{\pi}{64}(d^4 - d_o^4) = \frac{\pi}{4}(r^4 - r_o^4)$$

$$\therefore \quad M_t = \tau' \frac{I_x+I_y}{r} = \tau' \frac{\pi}{16} \cdot \frac{d^4 - d_o^4}{d}$$

$$= \tau' \frac{\pi}{2} \frac{r^4 - r_o^4}{r}$$

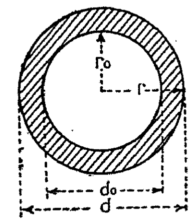


Fig. 533.

尙 $\tau' = k_s$ ト置ケバ極限ノ狀態トシテ

$$M_t \leqq \frac{\pi}{16} k_s \frac{d^4 - d_o^4}{d} = \frac{\pi}{2} k_s \frac{r^4 - r_o^4}{r} \quad \cdots\cdots(406)$$

$$k_s \geqq \frac{16}{\pi} M_t \frac{d}{d^4 - d_o^4} = \frac{2}{\pi} M_t \frac{r}{r^4 - r_o^4} \quad \cdots\cdots(407)$$

若シ中空圓壔體ノ肉厚ガ直徑ニ比シテ小ナル場合ニハ

$$d^4 - d_o^4 = d^4 - (d-2t)^4 \fallingdotseq 8 d^3 t$$

$$\therefore \quad M_t \leqq 1.57 k_s d^2 t \quad \cdots\cdots(408)$$

$$k_s \geqq \frac{M_t}{1.57 d^2 t} \quad \cdots\cdots(409)$$

次ニ圓形軸 (Uniform cylindrical shaft) ニ於テ生ズル扭角 (Angle of torsion) ヲ計算セン＝今

l ＝軸 (Shaft) ノ長

T＝扭角 (單位 radian)

$d = 2r$ ＝軸ノ直徑

ト置ケバ Fig. 534 ニ就イテ

$$dt = \frac{A'B'}{SA'}$$

玆ニ $A'B' = \gamma' dx = \frac{\tau'}{G} dx$ ト置キ

$$dt = \frac{\tau'}{Gr} dx.$$

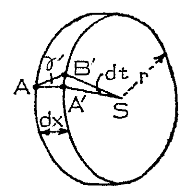


Fig. 534.

故ニ全長ニ對シテハ

$$T=\int\frac{\tau'}{Gr}dx=\frac{\tau' l}{Gr}\text{......(410)}$$

極限ニ於テ $\tau'=k_s$ トシテ

$$T=\frac{k_s l}{Gr}=\frac{2k_s l}{Gd}\text{......(411)}$$

若シ此扭角ヲ度數デ表ハサントスレバ

$$T^0=\frac{180^0\times 2k_s l}{\pi G d}\text{......(412)}$$

式中 T^0＝扭角(單位,度)

(410)及(411)式ノ τ' 及 k_s ヲ M_t ニテ置換ヘンニハ $k_s=\frac{M_t}{I_o}r$ ナル關係ヲ挿入シ

$$T=\frac{M_t l}{GI_o}=\frac{M_t . l}{G(I_x+I_y)}\text{......(413)}$$

圓形實軸 (Cylindrical solid schaft) ナラバ

$$I_o=I_x+I_y=\frac{\pi d^4}{32}\ \text{又ハ}\ \frac{\pi r^4}{2}$$

ヲ挿入シテ

$$\left.\begin{aligned}T&=\frac{32}{\pi}\ \frac{M_t}{d^4}\ \frac{l}{G}\\&=\frac{2}{\pi}\ \frac{M_t}{r^4}\ \frac{l}{G}\end{aligned}\right\}\text{......(414)}$$

中空軸 (Hollow schaft) ナラバ

$$\left.\begin{aligned}T&=\frac{32}{\pi}\ \frac{M_t}{d^4-d_o^4}\ \frac{l}{G}\\&=\frac{2}{\pi}\ \frac{M_t}{r^4-r_o^4}\ \frac{l}{G}\end{aligned}\right\}\text{......(415)}$$

何レモ度數ニ換算スルニハ $\frac{180^0}{\pi}$ ヲ乘ズル事ヲ要ス。

第二節 任意斷面形ノ壔體

既ニ前節ニ於テ圓壔體ニ生ズル應力ハ外皮ニ於テ最大トナル事ヲ知ツタ。是レヨリ推シテ他ノ圓形以外ノ斷面ニ於テモ同樣ニ軸ヲ去ル事最モ遠キ點ニ最大應力ガ生ズルモノト思ハレ且ツ其假定ニ據ツテ多クノ古イ公式ハ構成サレテ居タノデアル。然ルニ圓形以外ノ斷面ヲ有スル壔體ノ變形ヲ詳細ニ觀察スレバコノ想像ハ全ク事實ト一致シナイ事ヲ知ル。例ヘバ玆ニ楕圓形斷面ノ壔體ヲ採ツテコレニ Fig. 529 ニ於ケル如ク表面ニ多クノ正方形ヲ記入シテ扭力率ヲ受ケシメタ時其表面ノ變形ヲ觀察スレバ次ノ五項ガ認メ得ラレル。

(a) 表面ニ記入ノ正方形ハ菱形ニナル。

(b) 菱形ノ角度ヲ調ベテ見ルト短軸ノ端ニアル菱形ノ角度ノ變化ガ長軸ノ端ニ於ケル變化ヨリハ大デアル。

(c) 最初平面デアツタ横斷面ハ變形後ハ平面デナクナル。

(d) 平面ハ彎曲スルモ其斷面ノ二ツノ主軸ハ依然トシテ原平面ニ存在シテ尙ソレガ依然直角軸ヲ保ツテ居ル。

(e) 或斷面ニ於ケル二主軸ガ夫レニ隣レル斷面カラ變位セル量ハ何レノ距離ニ就イテ調ベルモ同一デアル。

今玆ニ Fig. 535 ニ楕圓形斷面ヲ採リ其圓周ノ一點 P' ヲ考ヘル。此 P' 點ノ應剪力 τ' ハ此點ニ外力ガ働カナイガ故ニ斷面ニ切線ノ方向ニ向ハネバナラヌ。今 τ' ヲ主軸ニ平行ニ τ_x' 及 τ_y' ニ分解スルモノトシ P' 點ニ於ケル切線ガ X 軸ト成ス角ヲ φ, 同點ノ座標ヲ (x', y') トスレバ

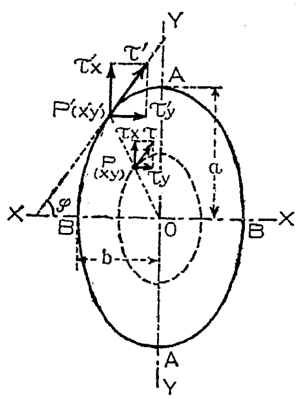


Fig. 535.

$$\tan\varphi = \frac{\tau_x'}{\tau_y'}$$

且ツ楕圓ノ方程式

$$\frac{x'^2}{b^2}+\frac{y'^2}{a^2}=1$$

ヲ微分シテ

$$\frac{x'}{b^2}dx'+\frac{y'}{a^2}dy'=0$$

$$\therefore\ \frac{dy'}{dx'}=-\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{x'}{y'}$$

尙 Fig. 535 ヨリ直接ニ

$$\tan\varphi=-\frac{dy'}{dx'}$$

ナルガ故ニ上ニ求メタ値ヲ入レ

$$\frac{\tau_x'}{\tau_y'}=\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{x'}{y'}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{i})$$

卽チ τ_x' 及 τ_y' ハ x' 及 y' ニ夫々比例スル。今茲ニ任意點Pヲ斷面内ニ採リ (Fig. 535 參照) 其座標ヲ (x, y) トシ此點ヲ通ジテ相似楕圓ヲ書ク。此P點ノ應剪力 τ ハコレヲ前ノ如ク二分力ニ分チ τ_x 及 τ_y トスレバ此 τ ナル應剪力モ亦其楕圓ニ切線ノ方向ヲ取ラナケレバナラヌ。故ニ次ノ關係ヲ得ル。

$$\tau_x=\mathrm{A}.x,\qquad \tau_y=\mathrm{B}.y\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{ii})$$

式中A, Bハ未知定數デアル。

斷面ニ呼起サレタ應剪力ニ因ツテ生ズル抵抗力率ハ外力トシテ與ヘラレタ扭力率 M_t ニ等シクナケレバナラヌガ故ニ P ニ於テ極微面積 df ヲ採ツテ此條件ヲ式ニ表ハセバ次ノ如ク書キ得ル。

$$\int\tau_x.df.x+\int\tau_y.df.y=\mathrm{M}_t$$

$$\therefore\ \int\mathrm{A}.df.x^2+\int\mathrm{B}.df.y^2=\mathrm{M}_t$$

尙 $\int x^2df=\frac{\pi}{4}ab^3,\ \int y^2df=\frac{\pi}{4}a^3b$ デアル故ニ

$$\mathrm{M}_t=\mathrm{A}.\frac{\pi}{4}ab^3+\mathrm{B}.\frac{\pi}{4}.a^3b\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{iii})$$

尙 (i) 及 (ii) 式ヲ結合シ

$$\frac{a^2x'}{b^2y'}=\frac{\mathrm{A}x'}{\mathrm{B}y'}$$

$$\therefore\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\frac{a^2}{b^2}\quad 或ハ\quad \mathrm{A}=\mathrm{B}\frac{a^2}{b^2}$$

此値ヲ (iii) 式ニ挿入シ

$$\mathrm{M}_t=\mathrm{B}\frac{a^2}{b^2}.\frac{\pi}{4}ab^3+\mathrm{B}\frac{\pi}{4}a^3b=\frac{\pi}{2}a^3b\mathrm{B}$$

$$\therefore\ \mathrm{B}=\frac{2}{\pi}\ \frac{\mathrm{M}_t}{a^3b}$$

$$\therefore\ \mathrm{A}=\mathrm{B}\frac{a^2}{b^2}=\frac{2}{\pi}\ \frac{\mathrm{M}_t}{ab^3}$$

此AトBトノ値ヲ用ヒテ (ii) 式カラ斷面中ノ任意點Pノ應剪力ヲ得ベク

$$\left.\begin{aligned}\tau_x&=\mathrm{A}.x=\frac{2}{\pi}\ \frac{\mathrm{M}_t}{ab^3}x\\ \tau_y&=\mathrm{B}.y=\frac{2}{\pi}\ \frac{\mathrm{M}_t}{a^3b}.y\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{iv})$$

$$\tau=\sqrt{\tau_x^2+\tau_y^2}=\frac{2}{\pi}\ \frac{\mathrm{M}_t}{a^3b^3}\sqrt{a^4x^2+b^4y^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(416)$$

(416) 式ヲ見レバ τ ハ x 及 y ト共ニ增加シ從ツテ圓周上ノ點ニ於テ最大應力ヲ生ズル事ヲ知ル。其圓周ノ何レノ點ニ於テ最大應力ガ生ズルカヲ決定センニ先ヅ $x=x'$, $y=y'$ ヲ挿入シテ圓周應剪力 τ' ヲ得ル。

$$\tau' = \frac{2}{\pi}\,\frac{M_t}{ab^2}\sqrt{\left(\frac{x'}{b}\right)^2+\left(\frac{y'}{a}\right)^2\left(\frac{b}{a}\right)^2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(417)$$

然ルニ一般ニ $\left(\frac{x'}{b}\right)^2+\left(\frac{y'}{a}\right)^2=1$ ナルガ故ニ $a \geqq b$ ト假定セバ平方根ノ中ノ値ハ

$$\left(\frac{x'}{b}\right)^2+\left(\frac{y'}{a}\right)^2\left(\frac{b}{a}\right)^2 \leqq 1$$

トナル。此値ガ最大卽1トナリ從ツテ應剪力 τ' ガ最大トナルハ次ノ場合ニ起ル

$$x' = \pm b, \qquad y' = 0$$

是レハ卽チ短軸ノ端B點デアル。此場合ノ應剪力ノ値ハ

$$_{max}\tau_B' = \frac{2}{\pi}\,\frac{M_t}{ab^2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(418)$$

從ツテ最大應剪力ハ短軸ノ端B點卽チ壔體ノ軸ニ最モ近イ外皮ニ生ズル事ヲ知ル。コレニ據ツテ實驗ニ際シテ觀察セラレタ(b)ノ現象ガ正シキ事ヲ理論的ニ知ツタノデアル。(418)式カラ其極限ニ於ケル關係トシテ

$$\left.\begin{aligned} k_s &\geqq \frac{2}{\pi}\,\frac{M_t}{ab^2} \\ M_t &\leqq \frac{\pi}{2}\,k_s ab^2 \end{aligned}\right\}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(419)$$

長軸ノ端Aニ於ケル應力ハ(416)式ニ $x'=0, y'=\pm a$ ト置イテ求メラレ

$$_{max}\tau_A' = \frac{2}{\pi}\,\frac{M_t}{a^2b} = {}_{max}\tau_B'\left(\frac{b}{a}\right)\ \cdots\cdots\cdots\cdots(420)$$

卽チB點ニ於ケル最大應力ニ對シ半徑ニ逆比シテ減小スル事ヲ知ル。

中空楕圓壔體ノ場合ニ其內側楕圓ガ外側楕圓ニ相似ナルモノ

ト假定セバ Fig. 536 ニ就イテ

$$a_o : a = b_o : b = m$$

此場合モ前同樣ノ計算ヲ行ヒ

$$k_s \geqq \frac{2}{\pi}\,\frac{M_t}{ab^3-a_ob_o^3}\,b\ \cdots\cdots\cdots\cdots(421)$$

$$M_t \leqq \frac{\pi}{2}\,k_s\frac{ab^3-a_ob_o^3}{b}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(422)$$

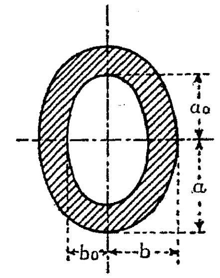


Fig. 536.

楕圓形以外例ヘバ矩形斷面ニ於テハ最大應剪力ハ其軸ニ最モ近イ外皮ニ生ズルノデアツテ其結果ヲ示セバ次ノ如シ。

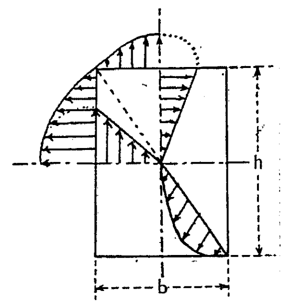


Fig. 537.

$$M_t \leqq \frac{2}{9}\,k_s b^2 h\ \cdots\cdots\cdots\cdots(423)$$

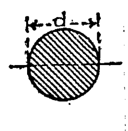
$$k_s \geqq \frac{9}{2}\,\frac{M_t}{b^2h}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(424)$$

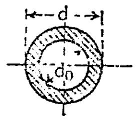
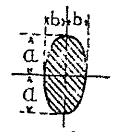
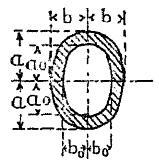
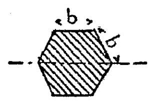
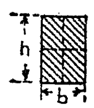
是等計算ノ詳細ニ就イテハ次記書籍ヲ參照セラレ度シ。

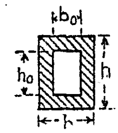
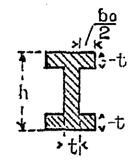
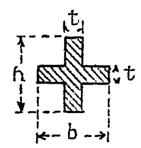
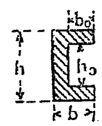
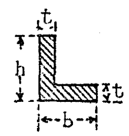
C. Bach——Elastizität u. Festigkeit

各種斷面ニ對スル計算ノ結果ヲ表示シタルモノ卽チ第二十二表デアル。

第二十二表 各種斷面ニ於ケル抗扭强度及扭角

番號	斷面	抗扭强度	總扭角
1		$\frac{\pi}{16}k_s d^3$	$\frac{32}{\pi}\,\frac{M_t}{d^4}\,\frac{l}{G}$

2		$\frac{\pi}{16}k_s\frac{d^4-d_o^4}{d}$	$\frac{32}{\pi}\frac{M_t}{d^4-d_o^4}\frac{l}{G}$
3	 $a>b$	$\frac{\pi}{2}k_s\,ab^2$	$\frac{1}{\pi}M_t\frac{a^2+b^2}{a^3b^3}\cdot\frac{l}{G}$
4	 $a>b$ $a_o:a=b_o:b=m$	$\frac{\pi}{2}k_s\frac{ab^3-a_ob_o^3}{b}$	$\frac{1}{\pi}M_t\frac{a^2+b^2}{a^3b^3(1-m^4)}\frac{l}{G}$
5		$\frac{1}{1.09}k_sb^3$	$0.967\frac{M_t}{b^4}\frac{l}{G}$
6		$\frac{1}{20}k_sb^3$	$46.2\frac{M_t}{b^4}\frac{l}{G}$
7	 $h>b$	$\frac{2}{9}k_sb^2h$	$h:b=1:1$ ナラバ $3.56\,M_t\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}\frac{l}{G}$ $h:b=2:1$ ナラバ $3.50\,M_t\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}\frac{l}{G}$ $h:b=4:1$ ナラバ $3.35\,M_t\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}\frac{l}{G}$ $h:b=8:1$ ナラバ $3.21\,M_t\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}\frac{l}{G}$

8	 $h>b$ $h_o:h=b_o:b$	$\frac{2}{9}k_s\frac{b^3h-b_o^3h_o}{b}$	
9		$\frac{2}{9}k_st^2(h+2b_o)$	
10		$\frac{2}{9}k_st^2(h+b-t)$	
11	 $t=b-b_o=0.5(h-h_o)$	$\frac{2}{9}k_st^2(h+2b_o)$	
12		$\frac{2}{9}k_st^2(h+b-t)$	

第三節　軸ニヨルカノ傳送

(Transmitting Power by Shaft)

原動機カラ力ヲ調帶(Belt)ヲ通ジテ又ハ直結ニ據リテ軸(Shaft)ヘ傳達シ更ニ其軸ガ仕事ヲ爲ス場所ヘ此動力ヲ傳ヘントスルトキ或ハ水車ノ廻轉軸ガ直結サレタ發電機ヲ廻シ又ハ他ノ機械ヲ動カストキ其軸ハ何レモ扭力率ヲ受ケルコトトナル。此場合ノ軸ノ計算ヲ行ハウ。

今或與ヘラレタ數ノ回轉ヲナシテ或馬力ヲ傳導シ得ル軸ノ徑ヲ計算センニ先ヅ

P ＝半徑 L ノ滑車 (Pulley) ノ圓周ニ働ク力 (*ton*)

n ＝回轉數 (每分ニ付)

HP＝傳送スベキ馬力數

M_t＝平均扭力率 (*in–ton*)

トセバ

$$M_t = PL$$

$2\pi L.P$ ＝一回轉ニ爲サレタル仕事ノ量

$2\pi L.nP = 2\pi.n.M_t$ ＝一分間ニ爲サレル仕事ノ量 (*in–ton*)

然ルニ　1 馬力 ＝ 33,000 *ft–lbs/min* デアル故

$\dfrac{33000\times 12}{2240}.\mathrm{HP}$ ＝與ヘラレタ馬力 HP ニテ爲サレル仕事ノ量 (*in–ton*)

$$\therefore\quad 2\pi n.M_t = \frac{33000\times 12}{2240}\,\mathrm{HP}$$

$$M_t = \frac{33000\times 12\times \mathrm{HP}}{2240\times 2\pi n}$$

今　d ＝軸ノ直徑 (*in*)

トスレバ (404) 式ニヨリ許容應力 k_s ヲ超過セザル條件カラ

$$M_t = \frac{\pi}{16}k_s d^3 = \frac{33000\times 12\times \mathrm{HP}}{2240\times 2\pi n}$$

$$\therefore\quad d = \sqrt[3]{\frac{16\times 33{,}000\times 12\times \mathrm{HP}}{2240\times 2\pi^2 k_s n}} = \sqrt[3]{\frac{143\,\mathrm{HP}}{k_s n}}$$

$$= 5.2\sqrt[3]{\frac{\mathrm{HP}}{k_s\, n}} \quad\cdots\cdots(425)$$

式中　k_s ＝許容應剪強度 (*ton/in²*)

(425) 式ヲ米突單位ニテ求メンニハ　1 馬力 ＝ 75 *kg–m/sec* ＝ 4500 *kg–m/min* デアル故ニ

$$d = \sqrt[3]{\frac{16\times 4500\times 100\times \mathrm{HP}}{1000\times 2\pi^2 k_s n}} = \sqrt[3]{365\,\frac{\mathrm{HP}}{k_s n}}$$

$$= 7.15\sqrt[3]{\frac{\mathrm{HP}}{k_s n}} \quad\cdots\cdots(426)$$

式中　k_s ＝許容應剪強度 (*ton/cm²*)。

以上ハ軸ニ生ズル應剪力ガ許容限度ヲ超過セザル條件カラ求メタ軸ノ所要直徑デアルガ更ニ實際ニ軸ノ設計ヲ爲スニ當ツテハ生ズル總扭角ニ就イテ吟味スル必要ガアル。扭角ノ過多ナルハ軸トシテ使用ニ適シナイカラデアツテ普通ニ採用セラレル扭角極限ハ軸長 13′ ニ付 1° $\left(1m\text{ ニ付 }\frac{1}{4}{}^\circ\right)$ 位デアル。扨 (414) 式ノ M_t ニ上掲 M_t ヲ代入スレバ

$$T^\circ = \frac{32}{\pi}\cdot\frac{1}{d^4}\cdot\frac{12\,l}{G}\cdot\frac{180}{\pi}\cdot\frac{33{,}000\times 12\times \mathrm{HP}}{2{,}240\times 2\pi n}$$

$$\therefore\quad d = \sqrt[4]{\frac{32\times 180\times 33{,}000\times 12^2\times \mathrm{HP}}{2{,}240\times 2\pi^3 Gn}\cdot\frac{l}{T^\circ}} = \sqrt[4]{197052\,\frac{\mathrm{HP}}{Gn}\cdot\frac{l}{T^\circ}}$$

$$= 21.1\sqrt[4]{\frac{\mathrm{HP}}{Gn}\cdot\frac{l}{T^\circ}} \quad\cdots\cdots(427)$$

式中　l ノ單位 *ft.*, G ノ單位 *ton/□″*.

更ニ米突單位ニテ示ストキハ

$$d=\sqrt[4]{\frac{32\times180\times4{,}500\times100^2\times\mathrm{HP}}{1{,}000\times2\pi^3 Gn}\cdot\frac{l}{T^\circ}}=\sqrt[4]{4179798\,\frac{\mathrm{HP}}{Gn}\cdot\frac{l}{T^\circ}}$$

$$=45.2\sqrt[4]{\frac{\mathrm{HP}}{Gn}\,\frac{l}{T^\circ}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(428)$$

式中　l ノ單位 *m*, G ノ單位 *ton/cm²*.

尙一般ニ軸ニ作用スル扭力率ハ抵抗ノ變化ト共ニ增減ノアルモノデアツテ以上ノ計算ハ平均扭力率 M_t ニ對スル計算デアルカラ實際ノ軸ノ設計ニハ軸ノ受クル最大扭力率 ${}_{max}M_t$ ニ對シテ差支ナキ樣ニ荷重ヲ採ツテ置カネバナラヌ。 M_t ト ${}_{max}M_t$ トノ關係ハ一般ニ

$${}_{max}M_t=\mu.M_t$$

式中　μ＝仕事ノ種類ニヨツテ變ル係數

$$=1.3-2.1$$

例題第四十七　徑 3″ ノ圓軸 50 馬力,每分 80 回轉ヲ傳送スルトキ最大扭力率ヲ平均ノ 40% 增ト見込ミテ應剪强度ヲ求ム。尙 G＝12,000,000 #/□″ トシテ長 1′ ニ付生ズル最大扭角ヲ求ム。

(答)　扭力率ハ

$$M_t=\frac{33{,}000\times12\times50\times1.4}{2\pi\times80}=55{,}125\ \textit{in-lbs.}$$

(405) 式ニ據リ

$$\tau_1=\frac{16}{\pi}\,\frac{M_t}{d^3}=\frac{16\times55{,}125}{\pi\times3^3}=10{,}400\ \#/□''$$

(414) 式ニ據リ長 1′ ニ就キテノ扭角ハ

$$T^\circ=\frac{32}{\pi}\,\frac{M_t}{d^4}\,\frac{1}{G}\,\frac{180}{\pi}=\frac{32\times55{,}125\times12\times180}{\pi^2\times3^4\times12{,}000{,}000}=0.398^\circ=0^\circ\,23'\,50''$$

第四節　鐵筋混凝土壔體

Fig. 538 ニ示ス如キ鐵筋混凝土柱ガ扭力率ヲ受クルトキノ計算ハ屢々同圖ⓑニ示ス如ク此一ツノ壔體ヲ前後ノ二ツノ部分ニ切斷シテ各部分ガ肱木桁ノ如キ狀態ニアルト假定シテ行ハレル。Fig. 538 ⓐ ニ於テ P ナル偶力ガ挺率 h ヲ以テ働キ扭力率 $M_t=P.h$ ヲ成ストキニハⓑ圖ノ如キ假定ヲ爲セバ Q ナル偶力ガ $\frac{2}{3}h$ ノ挺率ヲ以テ働クガ故ニ

$$M_t=Q.\frac{2}{3}h$$

$$\therefore\quad Q=\frac{3}{2}P=\frac{3M_t}{2h}$$

此ノ計算方法ニ從フトキハ壔體ニ於ケル鐵筋ノ挿入方法ハ Fig. 539 ノ如ク爲サレネバナラヌ。然ルニ實際ニ扭力率ヲ受ケタ鐵筋混凝土ノ破壞ヲ觀察スルニ此假定ハ全然事實ト一致シナイ事ヲ認メルノデアル。

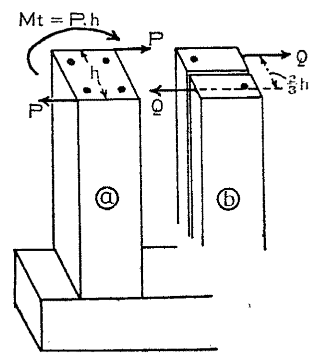


Fig. 538.

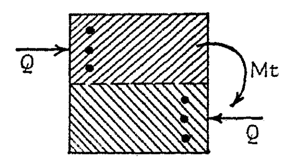


Fig. 539.

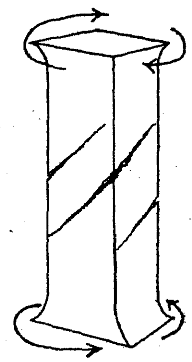


Fig. 540.

實際ノ供試體ノ破壞狀態ハ Fig. 540 ノ如ク其龜裂線ハ壔體側面ニ斜メニ表ハルル。斯クノ如キ龜裂ノ生ズル事ハ此龜裂線ニ直角ナル張力ノ存在ヲ證明スルモノデアツテ次ノ如ク說明セラレ得ル。

Fig. 541 ノ如ク反對ノ偶力率ガ兩端ニ働ク鐵筋混凝土壔體ヲ採リ其表面ニ ABCD ノ如キ正方形ヲ記入シテ置イテ扭力率ヲ作用セシムレバ EFCD ノ如キ菱形トナルベク對角線 DB ハ DF ニ引伸バサレタ事ニナル。若シ材料ノ抗張强度ガ不足ノ場合ニハ此 DF ノ方向ニ働ク張力ノ爲メニコレニ直角ニ龜裂ガ表ハレルノデアル。故ニ龜裂ノ生ジナイ爲メニハ此張力ノ起コル方向ニ平行ニ卽チ對角線 DB ノ方向ニ鐵筋ヲ入レテ此張力ニ耐エシメレバヨイ。

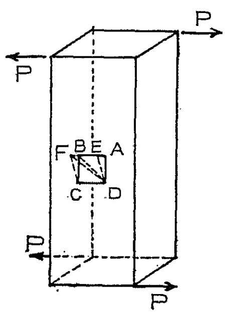


Fig. 541

此結果扭力率ヲ受ケル鐵筋混凝土柱ニハ Fig. 542 ニ示ス如ク 45° ノ傾斜ニ鐵筋ヲ捲キツケコレニ其張力ヲ負擔セシムベク其螺旋筋ヲ捲クベキ方向ハ作用スル偶力率ト同ジ方向ニ捲キ上ゲルト考ヘレバヨロシイ。偶力ガ時針方向ナレバ鐵筋モ時針方向ニ捲キ上ガレバヨイノデアル。斯クノ如ク挿入スル螺旋筋ノ計算ハ次ノ如クニ行ハレル。

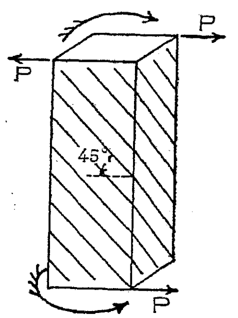


Fig. 542.

Fig. 543 ニ一ツノ矩形壔體ヲ採リコレニ捲付ケタ螺旋筋ノ中

心間ノ高及幅ヲ a 及 b トスルトキ其生ズル應力ヲ求メントスルノデアル。今扭力率 M_t ヲ二ツノ分力率ニ分ツモノト考ヘ a ヲ挺率トスル偶力 $D_a.a$ ト b ヲ挺率トスル偶力 $D_b.b$ トヨリ成ルモノトセバ

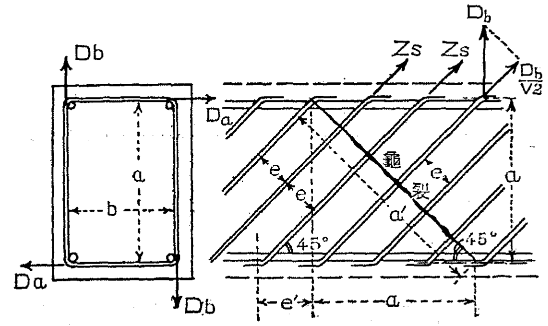


Fig. 543.

$$M_t = D_a.a + D_b.b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{i})$$

コレラノ力率ニ因ツテ螺旋筋ニハ其極限ニ於テ夫々等シイ張力 Z_s ヲ生ズルモノトス。尤モ其方向ハ軸ト 45° ノ傾斜ヲ成ス。然ル時ハ D_a, D_b ナル偶力ガ螺旋筋ノ方向ニ有スル分力ハ $\frac{D_a}{\sqrt{2}}$ 及 $\frac{D_b}{\sqrt{2}}$ デアリ更ニ 45° ノ傾斜ヲ有スル龜裂ガ邊 a ノ面ニ於テ切ル螺旋筋ノ數ヲ μ, 同ジク b ノ面ニ於ケル數ヲ ν トスルトキハ螺旋筋ノ張力ト偶力ニ相當シテ生ズル鐵筋ノ應力トガ平衡ニアル爲メニ

$$\frac{D_b}{\sqrt{2}} = \mu Z_s, \qquad \frac{D_a}{\sqrt{2}} = \nu Z_s \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{ii})$$

$$\therefore \quad D_b : D_a = \mu : \nu = a : b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{iii})$$

$$D_b = \frac{a}{b} D_a$$

コレヲ (i) 式ニ挿入シ

$$D_a = \frac{M_t}{2a}, \quad D_b = \frac{M_t}{2b} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{iv})$$

次ニ此壔體ニ等距離ニ捲付ケラレタ鐵筋ガ x 本ノ平行螺旋ヨリ成立ツモノトスレバ一本ノ鐵筋ガ一ツノ邊ニ表ハレル間隔ハ $2(a+b)$ トナルガ故ニ x ダケノ數アリトスレバ壔體ノ軸ニ平行ニ

測ツタ鐵筋相互ノ間隔 e' ハ

$$e' = \frac{2(a+b)}{x}$$

從ツテ鐵筋間ノ最短距離ハ

$$e = \frac{e'}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\,(a+b)}{x} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(v)}$$

而シテ 45° ニ傾ケル龜裂ノ長サハ

$$a' = a\sqrt{2}, \quad b' = b\sqrt{2}$$

デアル故ニ前述ノ龜裂ガ各邊ニ於テ出遇フ螺旋筋ノ數ハ夫々

$$\left.\begin{aligned} \mu &= \frac{a'}{e} = \frac{xa}{a+b} \\ \nu &= \frac{b'}{e} = \frac{xb}{a+b} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(vi)}$$

(iv) 式ト (vi) 式トヲ (ii) 式ニ挿入シテ鐵筋ノ張力ガ求メラレ

$$Z_s = \frac{M_t(a+b)}{2\sqrt{2}.x.a.b} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (427)$$

若シ此螺旋筋ノ斷面積ヲ F_s トセバ此應力度ハ

$$\sigma_s = \frac{M_t(a+b)}{2\sqrt{2}.F_s.x.a.b} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (428)$$

此 σ_s ニ何程ノ値ヲ許スベキカハ (428) 式ヲ根據トシテ多クノ實驗ヲ行ヒ其結果ニヨツテ決定スルヨリ方法ガ無イノデアツテ實驗ノ少ナイ場合單ニ破壞ヲ防グト云フ爲メニハ鐵筋ノ許容應力ヲ用ヒレバヨロシイ。然シ若シ壔體ノ表面ニ少シモ傾斜龜裂ヲ生ジナイ爲メニハ鐵筋ノ强度ニハ依頼セズ混凝土ノミトシテ表面ニ起コル剪力ニテ判斷セネバナラヌ。此場合ニハ前ニ矩形壔體トシテ求メタ (424) 式ヲ用ヒテ表面ニ生ズル應剪力ヲ求ムベク

$$\tau_t = \psi\frac{M_t}{ab^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (429)$$

此形ニ於テ「バッハ」氏 (C. Bach) ノ與ヘタ實驗數値ハ

$$\psi = 3 + \frac{2b}{0.45 + \dfrac{a}{b}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (430)$$

問題集第十一

(1) 瓦斯管徑 1″ 内徑 $\frac{3''}{4}$ ノモノニ 14″ ノ腕ヲ附シ 60# ノ力ニテ扭ヂタルトキノ最大應力ヲ求ム。　(答)　6260#/□″.

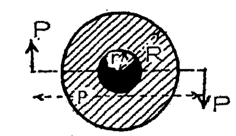
(2) 徑 1.2 *m* ノ働輪面ニ 1860 *kgs* ノ力ガ作用スルトキ此軸ニ 450 *kg/cm²* 以上ノ應力ガ生セザル爲メニ必要ナル軸ノ徑ヲ求ム。　(答)　10.8 *cm.*

(3) 兩端緊定セラレタル棒ノ一點ニ扭力率ノ作用ヲ受クルトキ此力率ハ左右ノ部分ニ如何ニ配分スルカ。

(答)　該點ノ兩端ヨリノ距離ヲ a, b トセバ夫々

$$\frac{b}{a+b}M_t, \quad \frac{a}{a+b}M_t.$$

4) 内徑 r, 外徑 R 長 l ノ圓筒アリ。其内面ハ固定セラレ外面ニ偶力率 P.p ヲ受ク。圓筒内外面ノ間ニ生ズル扭角ヲ求ム。



(答)　$\dfrac{Pp(R-r)}{2\pi RrlG}$

(5) 扭力率 15,000 *in-lbs.* ヲ受ケ應剪力 10,000#/□″ ヲ許容スルトキノ實軸及中空軸 (内徑 2″ トス) ノ徑ヲ求メ其重量ヲ比較セヨ。　(答)　1.97″, 2.424″, 1 : 0.483.

(6) 圓軸ヲ同心圓ニテ二分シ生ジタル内部ノ圓斷面ト外部ノ圓環斷面トガ同一ノ安全率ヲ以テ扭力ヲ傳達スルタメノ半徑比ヲ求ム。　(答)　0.819

(7) 外徑相等シキ錬鐵實軸ト鋼中空軸トアリ。中空軸内徑ハ外徑ノ $\frac{1}{2}$ トシ鋼ノ應剪力ヲ錬鐵ノ 1.5 倍トスルトキ此二軸ノ强度ノ比如何。

(答)　鋼軸 : 錬鐵軸 = 1.41.

(8) 中空軸ヲ利用スルトキハ實軸ヨリ重量ニ於テ何程利益トナルカ。

(答)　中空軸外内徑ノ比ヲ m トセバ

等强トシテ $1-\sqrt[3]{\dfrac{m^2(m^2-1)}{(m^2+1)^2}}$, 等剛トシテ $\dfrac{2}{m^2+1}$

(9) 中空軸ノ强度ハ等重ナル實軸ニ比シ $\dfrac{m\sqrt{m^2-1}}{m^2+1}$ 倍ナル事ヲ證セヨ。

(10) 徑3″ノ鋼軸ニ生ズル總扭角ガ1°ヲ超過セザル爲メニハ長サ何程ニ使用シ得ルカ。 $G=5{,}200\ ^t/_{\square''}$, $k_s=5\ ^t/_{\#''}$ トス。

本題ニ於テ軸長5′0″トシテ生ズル應力ヲ求ム。 (答) 27.23′, $2.27\ ^t/_{\square''}$

(11) 單位面積ニ於ケル平均抗剪强度及平均剛度ハ外徑相等シキ中空軸ト實軸トニ於テ $1+\left(\frac{r}{R}\right)^2$ ノ比ナル事ヲ證セヨ。

(12) 正方形斷面及圓形斷面ヲ有スル二ツノ軸ガ同一材料ヨリ作ラレ長サ及容積相等シキトキ等シキ扭力率ヲ受ケテ生ズル扭角ノ比ヲ求ム。 (答) 1,146

(13) 楕圓斷面(半徑 a, b)ガ扭力率ヲ受ケタルトキ長軸端ニ生ズルル應剪力ト等シキ强度ノ應剪力ヲ受クル斷面上ノ點ノ軌跡ヲ求ム。

(答) 半徑 a 及 $\frac{b^2}{a}$ ノ楕圓

(14) 同轉數1分間60, 最大扭力率ハ平均値ヨリ30%大ナリトシテ80HPヲ傳導スルニ要スル軸徑ヲ求ム,但シ許容應力ヲ $8{,}000\ ^\#/_{\square''}$ トス。更ニ $G=12{,}000{,}000\ ^\#/_{\square''}$ トシテ長10′0″ニツキ生ズル最大扭角ヲ求ム。 (答) 4.11″, 2.23°.

(15) 電動機用鋼軸アリ。同轉數每分2,000, 傳導馬力40ナルトキ長 $4\,m$ トシテ $k_s=120\ kg/cm^2$ 及 $T=1°$ ヲ超過セザル爲メノ徑ヲ求ム $G=800{,}000\ kg/cm^2$ トス。

(答) 3.93 cm, 4.52 cm.