$$\sigma'=\frac{P}{bh+ma}$$

$$=\frac{12000}{79.81}=150.33^{\#}/_{\square''}$$

此れは安全應力度ならざるべからず。然るに安全率は8なるを以て其破壊應力は

$$150.33\times8=1202.64^{\#}/_{\square''}$$

之れは混凝土の彈性極限なる $18000\div3=600^{\#}/_{\square''}$ より大なるを以て(22)の式によらず、(23)の式によらざるべからず。

$$1202.62=18000-6\frac{l}{3.5}$$

之れより　$l=\frac{(18000-1202.62)\times3.5}{6}$

$$=348.47$$

然るに此柱は一方樞端一方緊端なるが故實際の長さは　$348.47\div0.7=497.81''$

$$=41'5.81''$$

即ち四十一呎五吋八一迄は安全なり。

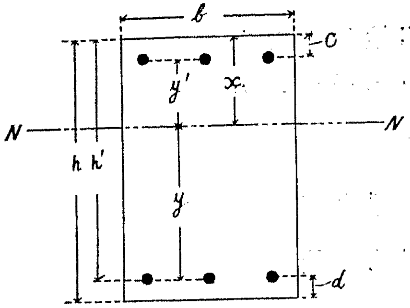
第七章　彎曲を受くるものゝ應力計算。

本章に述べんとするものは單に彎曲のみを受くるものにして、其斷面の形狀は長方形、丁字形、若くは之れに準すべきものに限る。

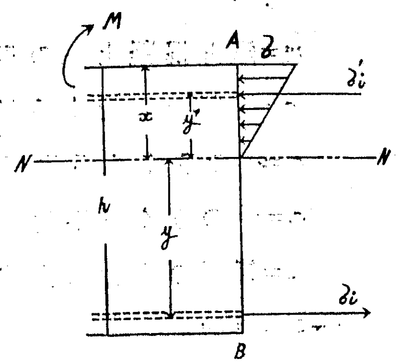
第一類　斷面長方形にして鐵の面積は全斷面積に比し非常に小なる場合。

第三十二節　鐵が中軸の兩側にあるもの應壓力及び應張力の計算。

第四十六圖



第四十七圖



M＝彎曲力率

b＝幅

h＝厚

a＝應張力を生ずる側にある鐵の總斷面積

a'＝應力壓を生ずる側にある鐵の總斷面積

x＝中軸より應壓力をうくる側の最端までの距離

y＝中軸より應張力をうくる側にある鐵の重心迄の距離

y'＝中軸より應壓力をうくる側にある鐵の重心迄の距離

h'＝a の重心より應壓力を生ずる側の最端までの距離

d＝a の重心より應張力を生ずる側の最端までの距離

c＝a' の重心より應壓力を生ずる側の最端までの距離

m＝鐵と混凝土との彈性係數の比

σ＝混凝土の受くる最大應壓力度

σ_t＝a のうくる平均應張力度

σ_t＝a' のうくる平均應壓力度

I＝斷面の中軸に對する物量力率

N−N＝中軸

今第四十六圖に示すが如き斷面がMなる彎曲力率を受け、應力を生じ相均勢する場合を考ふるに、其斷面に於ける應力の分布は第四十七圖に示すが如きものなり。即ち中軸に於ては伸縮なく其以上の部分は短縮し、以下の部分は伸長し、而して其斷面は變形後に於ても一の平面を保持すと假定し、且つ彈性係數も定數となすを以て中軸以上の部分にありては零より漸次 σ まで增加する(中軸よりの距離に正比例し)混凝土の應壓力及其側にある鐵に於ける應壓力とを生じ、中軸の下方にありては混凝土の强張强度を無視するが故、單に其側にある鐵條に

のみに應張力を生ずべし。而して是等がMと共に力の均數を保つが爲めには、是等の應力の總和は零ならざるべからず。(是等の應力は皆並行にして且つ他に外力なきが故)又此れと同時に是等の應力の能率とMとの和も亦零ならざるべからず。

今上の第一の條件を算式にて表示せんに、

$\frac{1}{2}bx\sigma$＝中軸より上にある混凝土の部分に於ける應壓力の總計

$\sigma_t a'$　＝a'に於ける應壓力の總計

$\sigma_t a$　＝aに於ける應張力の總計

なるが故に下の式を得べし。

$$\frac{1}{2}\sigma xb+\sigma'_t a'=\sigma_t a \text{......(34)}$$

次に第二の條件を算式にて表示せんに、

$-\frac{1}{2}\sigma xb\times\frac{2}{3}x$＝中軸より上部にある混凝土の部分に於ける應力の中軸に對する能率の總計

$-\sigma_t a'y'$＝a'に於ける應力の中軸に對する能率

$-\sigma_t ay$＝aに於ける應力の中軸に對する能率

なるが故下の式を得。

$$M=\frac{1}{3}\sigma bx^2+\sigma'_t a'y'+\sigma_t ay \text{......(35)}$$

然るに(4)の公式により

$\sigma_t'=m\sigma_{y'}$

$\sigma_t=m\sigma_y$

$\sigma_{y'}$＝中軸よりy'の距離に於ける混凝土の應力

σ_y＝中軸よりyの距離に於ける混凝土の應力

然るに横斷平面の不變の假定よりして

$$\sigma_{y'}=\sigma\frac{y'}{x}$$

$$\sigma_y=\sigma\frac{y}{x}$$

なるが故、

$$\sigma'_t=m\sigma\frac{y'}{x} \text{......(36)}$$

$$\sigma_t=m\sigma\frac{y}{x} \text{......(37)}$$

之れを(34)及び(35)に入るるときは

$$\frac{1}{2}x^2b+m(a'y'-ay)=0 \text{......(38)}$$

$$M=\frac{\sigma}{x}\left\{\frac{1}{2}x^3b+m(a'y^2+ay^2)\right\} \text{......(39)}$$

(39)の式は又下の如く書くことを得。

$$M=\frac{\sigma}{x}I \text{......(40)}$$

$$I=\frac{1}{3}x^3b+m(a'y'^2+ay^2) \text{......(41)}$$

即ち通常の算式と同樣なれどもIの値に異なるところあるを知るなり。

(40)の式にてσを知り然る後(36)及び(37)によりて鐵の

應力度を算出することを得。又直に σ'_t 及び σ_t を算出せんとせば(42)(43)により

$$\sigma'_t=mM\frac{y'}{I}\quad\cdots\cdots(42)$$

$$\sigma_t=mM\frac{y}{I}\quad\cdots\cdots(43)$$

又第四十六圖より

$$x+y=h'=h-d\quad\cdots\cdots(44)$$

$$y'=x-c\quad\cdots\cdots(45)$$

之れを(38)に入るゝときは下の式を得。

$$\frac{1}{2}x^2b+m(a'+a)x-m(a'c+ah')=0\quad\cdots\cdots(46)$$

此式は x につき二次方程式せる故之れより x の値を出すときは、

$$x=-\frac{m(a'+a)}{b}+\sqrt{\frac{m^2(a'+a)^2}{b^2}+\frac{2m}{b}(a'c+ah')}\quad\cdots\cdots(47)$$

即ち此式により中軸の位置を知ることを得べし。是等の式の用法は、要するに先づ中軸の位置を知り、然る後 σ を算出し、後 σ'_t 及び σ を算出するなり、尚ほ例題につき見るべし。

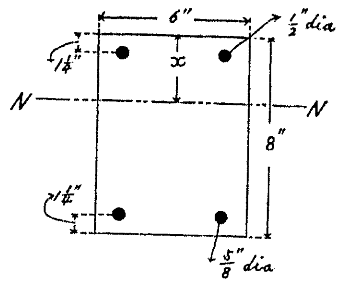
第三十三節　例題。

幅六吋、厚八吋の断面に徑半吋及び八分の五吋のもの二條宛上下に第四十八圖に示すが如く配置せられあり。受くる彎曲力率二千呎封度なるとき、混凝土及び上部の鐵に於ける應壓力度及び下部の鐵に於ける應張力度を

求む。但し m は十五とす。

$$M=2000\times12=24000''^{\#}$$

第四十八圖



$$b=6''$$

$$h=8''$$

$$c=1\frac{1}{4}''$$

$$d=1\frac{1}{4}''$$

$$h'=8-1\frac{1}{4}=6\frac{3}{4}''$$

$$a=2\times0.3=0.6^{\square''}$$

$$a'=2\times0.2=0.4^{\square''}$$

(47)により

$$x=-\frac{15\times(0.6+0.4)}{6}+\sqrt{\frac{15^2\times(0.6+0.4)^2}{6^2}+\frac{2\times15}{6}\times(0.4\times1.25+0.6\times6.75)}=-2.5+5.385=2.89''$$

中軸の位置を知りたるを以て(44)及び(45)により

$$y'=x-c=2.89-1.25=1.64''$$

$$y=h'-x=6.75-2.89=3.86''$$

故に(41)により

$$I=\frac{1}{3}\times2.89^3\times6+15\times(0.4\times1.64^2+0.6\times3.86^2)$$

$$=48.28+150.30=198.58$$

故に(40)により

$$24000=\frac{\sigma}{2.89}\times198.58$$

$$\sigma=349.85^{\#}/_{\square''}$$

次に上部にある鐵の應力度は(36)により

$$\sigma_t'=15\times349.85\times\frac{1.64}{2.89}=2991.22\,\#/_{\square''}$$

又下部にある鐵の應力度は(37)により

$$\sigma_t=15\times349.85\times\frac{3.86}{2.89}=7031.99\,\#/_{\square''}$$

Mを知り斷面を定むるには、直に之れを算出すること能はず。故に先づ幅、厚さ、鐵の斷面、位置、材料の安全應力度等を假定し本例題の如く計算をなし十分なるや否やを檢するを便とす。

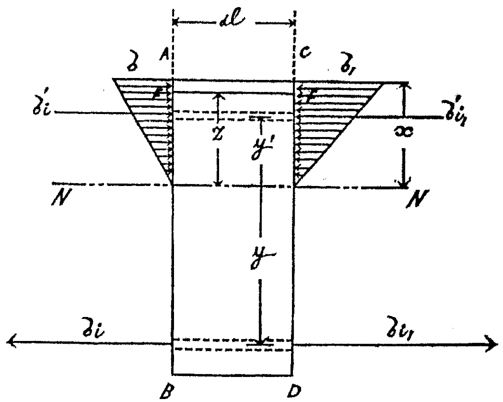
第三十四節　混凝土に於ける應剪力の計算。

第三十二節に於けるが如く、Mなる彎曲力率を受けたるときの應剪力度を計算せんに、第四十九圖に於て、ABを以てMを受けたる斷面とし、CDをABよりdl丈け離れたる斷面とす。尙ほ

$\sigma,\ \sigma_t',\ \sigma_t$＝夫々AB斷面に於ける各應力度

$\sigma_1,\ \sigma_{t1}',\ \sigma_{t1}$＝夫々CD斷面に於ける各應力度

第四十九圖



z＝中軸よりの距離

EF＝中軸より上にある鐵條よりも尙ほ遙かにある任意の縱斷面

τ_z＝中軸よりzの距離に於ける混凝土の應剪力度

Q＝ABに於ける剪力

G_z＝中軸よりzの距離以外にある橫斷面の中軸に對する靜力率

とし、其他は凡て第三十二節に於けると同樣なる符號を用ふ。

今EFなる縱斷面に於ける剪力を見るに、之れはEFよりAC間に於けるAE間の垂直應力と、CF間の垂直應力との差なり。而してAEなる斷面中に於けるNNよりZの距離にある垂直應力度は

$$\sigma=\frac{M}{I}z$$

にして、CF間に於けると同じくNNよりzの距離に於ける應力度は

$$\sigma_1=\frac{M+dM}{I}z$$

なり。故に此二つの差は

$$\sigma_1-\sigma=\frac{M+dM}{I}z-\frac{M}{I}z=\frac{dM}{I}z\text{..................}(48)$$

故に幅dz長bなる面積に於ける垂直應力の總差は

$$bdz(\sigma_1-\sigma)=\frac{dM}{I}bzdz$$

然るにABとCD間に限られたるEFなる縱斷面の面積はdlbなり。而して是斷面に於ける應剪力度はτ_zなるが故、總應剪力は$dlb\tau_z$なり。而して之れはEFよりAC迄に於けるAE, CFに働く垂直應力の總差に均しきが故下の如き式が成立す。

$$dlb\tau_z=\int_z^x bdz(\sigma_1-\sigma) \quad (49)$$

即ち
$$dlb\tau_z=\int_z^x \frac{dM}{I}bzdz \quad (50)$$

是れより
$$\tau_z=\frac{dM}{dl}\frac{1}{Ib}\int_z^x bzdz \quad (51)$$

然るに
$$\frac{dM}{dl}=Q$$

又
$$\int_z^x bzdz=G_z$$

なるを以て、

$$\tau_z=\frac{Q}{bI}G_z \quad (52)$$

$$\tau_z=\frac{Q}{2I}(x^2-z^2) \quad (53)$$

即ち上部鐵條より尙ほ遠き場所に於ける應剪力度は(53)に示すが如し。

上部鐵條の處に於ては$z=y'$なるが故應剪力度は

$$\tau_{y'}=\frac{Q}{2I}(x^2-y'^2) \quad (54)$$

然るに上部の鐵條を越ゆるときは鐵の存在するが爲めG即ち靜力率は急激に增加すべし。即ち鐵の斷面のNNに對する靜力率は$ma'y'$なるが故に、

$$\tau'_{y'}=\frac{Q}{bI}\left\{\frac{1}{2}(x^2-y'^2)b+ma'y'\right\} \quad (55)$$

上部鐵條より中軸までの間に於て中軸よりzの距離に於けるところの應剪力度は

$$\tau_z=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}b(x^2-z^2)+ma'y'\right\} \quad (56)$$

にして、中軸のところにあつては$z=0$なるが故

$$\tau_0=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}bx^2+ma'y'\right\} \quad (57)$$

中軸より下部に於ては、混凝土の應張强度を無視したるが故、靜力率は單に其側にある鐵に對するもののみをとりて可なり。而して下部の鐵條と中軸との間の應剪力度は變化なし。

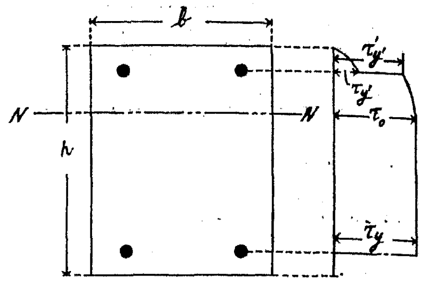
$$\tau_y=\tau_0=\frac{Q}{Ib}may \quad (58)$$

今是等應剪力度の變化の模樣を圖にて表はすときは第五十圖に示すが如く、其最大なるものは中軸のところに於ける應剪力度なり。

以上計算せるは水平の方向に於ける應剪力度なり。垂

直の方向に於ける應剪力度は其同じ場所に於ける水平の方向に於ける應剪力度に等し。

第五十圖



第三十五節　例題。

第三十三節の例題に於て、若し剪力三千封度なるとき混凝土に於ける最大應剪力度を求む。

第三十三節の例題により

$$x=2.89''$$

$$y=3.86$$

$$y'=1.64$$

$$\mathrm{I}=198.58$$

$$b=6''$$

$$a'=0.4^{\square''}$$

$$a=0.6$$

$$m=15$$

應剪力度の最大なるは中軸のところに生ずるは前節にのべたるが如し。故に(58)により

$$\tau_0=\frac{\mathrm{Q}}{b\mathrm{I}}may=\frac{3000}{198.58\times 6}\times 15\times 0.6\times 3.86=61.78^{\#}/_{\square}{}''$$

又(57)より算出するも同じ結果を得べし。

$$\tau_0=\frac{3000}{198.58\times 6}\times\left\{\frac{1}{2}\times 6\times 2.89^2+15\times 0.4\times 1.64\right\}$$
$$=61.78^{\#}/_{\square}{}''$$

第三十六節　鐵と混凝土との間の應剪力の計算。

第三十四節に述べたるものは混凝土に於ける應剪力の計算なり。今鐵と混凝土との間に於ける應剪力を考ふるに、

p'=上部の鐵の總周圍

p=下部の鐵の總周圍

$\tau_{a'}$=上部の鐵と混凝土との間の應剪力度

τ_a=下部の　〃　〃　〃　〃　〃

n'=上部の鐵條の數

n=下部の　〃　〃　〃

D′=上部の鐵の徑

D=下部の　〃　〃

第三十四節の(50)の式の左方 $dlb\tau_z$ に換ふるに $dl\,p'\,\tau_{a'}$ 即ち dl 間に於ける鐵と混凝土との接觸面に於ける總應力を以てするときは、之れは a' の處に於ける應剪力と均しきが故、

$$dlp'\tau_{a'}=\int_{y'}^{x}\frac{d\mathrm{M}}{\mathrm{I}}bzdz+\frac{d\mathrm{M}}{\mathrm{I}}ma'y' \qquad \text{(59)}$$

是より

$$\tau_{a'}=\frac{d\mathrm{M}}{dl}\,\frac{1}{\mathrm{I}p'}\left\{b\int_{y'}^{x}zdz+ma'y'\right\}$$

$$=\frac{Q}{Ip'}\left\{\frac{1}{2}(x^2-y'^2)b+ma'y'\right\}\cdots\cdots\cdots(60)$$

然るに(55)により $\tau'_{y'}=\frac{Q}{bI}\left\{\frac{1}{2}(x^2-y'^2)b+ma'y'\right\}$ なるが故

$$\tau_{a'}=\frac{b}{p'}\tau'_{y'}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(61)$$

是れと同樣に下部の鐵の周圍に於ける應剪力度は

$$\tau_a=\frac{Q}{Ip}may\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(62)$$

又同樣 $$\tau_a=\frac{b}{p}\tau_y\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(93)$$

又 $$p'=n'\pi D'$$

$$p=n\pi D$$

なるを以て；

$$\tau_{a'}=\frac{Q}{In'\pi D'}\left\{\frac{1}{2}(x^2-y'^2)b+ma'y'\right\}\cdots\cdots(64)$$

$$\tau_a=\frac{Q}{In\pi D}may\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(65)$$

今第三十五節の例題につき上部及下部の鐵の周圍に於ける應剪力度を算出せんに、(64)及(65)により

$$\tau_{a'}=\frac{3000}{198.58\times2\times3.14\times0.5}\times\left\{\frac{1}{2}(2.89^2-1.64^2)\times6+15\times0.4\times1.64\right\}$$

$$=129.26\#/\square''$$

$$\tau_a=\frac{3000}{198.58\times2\times3.14\times0.625}\times15\times0.6\times3.86$$

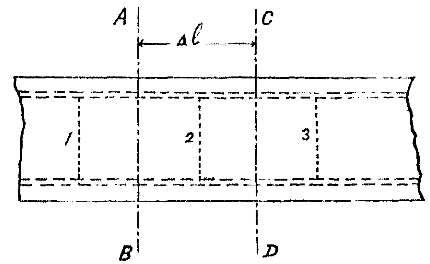
$$=133.71\#/\square''$$

第三十七節　繋鐵に於ける應剪力の計算。

若し彎曲をうくるものが「アヌビック」式の如く堅に繋鐵

を有するときは、水平應剪力は混凝土及び鐵の双方に起るべしと雖も、其間に於ける分配の割合其他のことに至りては錯雜を極め精細に窺ひ知ること能はざるを以て、此の如き場合には混凝土の應剪強度を無視し、單に鐵のみが剪力に抗するものと假定するを通常とす。今其鐵に於ける最大應剪力度を計算せんに、第五十一圖に示す如く1,2,3,の如き繋鐵あるを、若し2なる繋鐵に於ける應剪力度を算出せんとせば、1と2の中間ABと2と3の中間CDの二斷面間の剪力を2の鐵のみにて受くるものと假定す。尙ほ a_h =繋鐵の斷面積

第五十一圖



τ_h=繋鐵に於ける最大應剪力度

$\triangle M$=AB及CDに於ける彎曲力率の差

$\triangle l$=AB及CDの距離

とするときは、第三十四節に於て述べたる如く最大應剪力度は中軸に起り、其値は(58)により

$$\tau_o=\frac{Q}{Ib}may$$

なり。然るに $Q=\frac{dM}{dl}$ なるか故

$$\tau_o=\frac{dM}{dl\,bI}may$$

なり。尚之れを書換ふれば

$$dlb\tau_o=\frac{dM}{I}may \quad \text{(66)}$$

是式の左方の dlb は第四十九圖の AB と CD 間の縦斷面積にして、$dlb\tau_o$ は其縦斷面に於ける總應剪力なり。然るに本節の場合にありては AB と CD なる斷面間の距離 dl に相當すべきものは $\triangle l$ なり、隨て dM は此場合に於ては $\triangle M$ なり。故に

(66)は下の如き形となるべし。

$$\triangle lb\tau_o=\frac{\triangle M}{I}may \quad \text{(67)}$$

而して假定により混凝土の抗剪强度を無視し、之れに換ふるに緊鐵を以てするものなるが故、$\triangle lb$ なる混凝土の斷面に換ふるに a_h を以てし、τ_o にかふるに τ_h を以てするときは、(67) は下の如くなるべし。

$$a_h\tau_h=\frac{\triangle M}{I}may$$

之れより其應剪强度を算出するときは、

$$\tau_h=\frac{\triangle M}{Ia_h}may \quad \text{(69)}$$

今例題を以て其用法を示さん。

(例題)第三十三節の例題に於てもし幅一吋、厚十六分の一吋の鐵をU形に曲げたる緊鐵を二列(下部の鐵條に取付く)用ゐ、同じ横斷平面内にある其一對が受持つべき區間の兩端に於ける彎曲力率の差六千吋封度なるとき、此緊鐵に於ける最大應剪力度を求む。

第三十三節より

$$a=0.6□''$$
$$m=15$$
$$I=198.58$$
$$y=3.86''$$

又此問題により

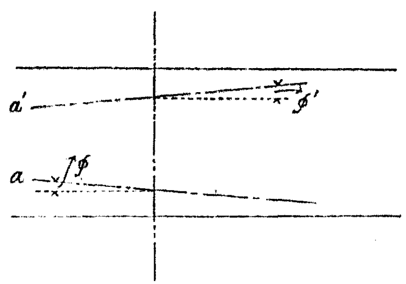
$$\triangle M=6000''\#$$
$$a_h=4\times1\times\frac{1}{16}=0.25□''$$

之れ等を(68)の式に入るゝときは、

$$\tau_h=\frac{6000}{198.58\times0{\cdot}25}\times15\times0.6\times3.86$$
$$=4198.66\#/□''$$

第三十八節　鐵條が彎曲を受くる物體の軸と平行ならざる場合に於ける各應力の計算。

第五十二圖



第五十二圖に示すが如く鐵條が横斷面に直角ならずして軸と或る角をなすときを考ふるに、

$\phi'=\alpha'$ なる鐵條が軸となす角

$\phi=\alpha$ なる鐵條が軸となす角

となすときは、各計算に用ふる諸式中に於て a' に換ふ

るに $a'\cos\phi'$、又 a に換ふるに $a\cos\phi$ を以てすべし。而して是の如くして算出したる σ_t' 及び σ_t は軸と並行なる方向に於ける應力度なるを以て鐵自身の方向に於ける應力度は

$$\sigma'_{t\phi'}=\sigma'_t\sec\phi' \quad\cdots\cdots (69)$$

$$\sigma_{t\phi}=\sigma_t\sec\phi \quad\cdots\cdots (70)$$

の式にて知ることを得べし。

又鐵條が水平にあらざるを以て、水平の方向に於ける應剪力を幾分引き受け混凝土に於ける應剪力を減ずべし。故に混凝土の應剪力を計算するに當りては Q に換ふるに

$$Q-(\sigma_t a\tan\phi+\sigma'_t a'\tan\phi') \quad\cdots\cdots (71)$$

を以てし、又同樣に繫鐵の計算にありては $\triangle M$ に換ふるに

$$\triangle M-\int_0^{\Delta l}\sigma_t\, a\tan\phi\, dl-\int_0^{\Delta l}\sigma_t' a'\tan\phi'$$

即ち $\triangle M-\triangle l(\sigma_t a\tan\phi+\sigma_t' a'\tan\phi')$ …… (72)

を以てすべし。

若し上部の鐵は水平にして下部の鐵のみ傾斜しあるときは、a' は其儘之れを用ゐ、a にかふるに $a\cos\phi$ を以てし、(70)の式は其儘之れにも應用し、(71)及び(72)は夫れ々々下の如くなるべし。

$$Q-\sigma_t a\tan\phi \quad\cdots\cdots (73)$$

$$\triangle M-\triangle l\sigma_t a\tan\phi \quad\cdots\cdots (74)$$

第三十九節　上下にある鐵の斷面積相均しく、且つ等勢に配置せられ居る場合の各應力計算。

此場合に於ては

$$a'=a$$

$$c=d$$

なるが故、第三十二節乃至第三十八節に至る迄の各算式中 a' 及 c を含む式中 a' に換ふるに a を以てし、c に換ふるに d を以てするときは、此場合における算式を得べく、a' 又は c を含まざるものは其儘適用することを得べし。即ち今此等の算式中重要なるものにつき其手數を施すときは(34)(35)は下の如くなるべし。

$$\frac{1}{2}\sigma xb+\sigma_t' a=\sigma_t a \quad\cdots\cdots (75)$$

$$M=\frac{1}{3}\sigma bx^2+\sigma'_t a y'+\sigma_t a y \quad\cdots\cdots (76)$$

隨て(38)(39)(41)は

$$\frac{1}{2}x^2 b+ma(y'-y)=0 \quad\cdots\cdots (77)$$

$$M=\frac{\sigma}{x}\left[\frac{1}{3}x^3 b+ma(y'^2+y^2)\right]=\frac{\sigma}{x}I \quad\cdots\cdots (78)$$

$$I=\frac{1}{3}x^3 b+ma(y'^2+y^2) \quad\cdots\cdots (79)$$

となり、中軸の位置を算出するに用ふる(47)の式は

$$x=-\frac{2ma}{b}+\sqrt{\frac{4m^2a^2}{b^2}+\frac{2mah}{b}} \cdots\cdots (80)$$

となるべし。

又應剪力の算式中(55)は

$$\tau'_{y'}=\frac{Q}{bI}\left\{\frac{1}{2}(x^2-y'^2)+may'\right\} \cdots\cdots (81)$$

となり、最大應剪力度の算式(57)は

$$\tau_0=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}bx^2+may'\right\}=\frac{Q}{Ib}may \cdots\cdots (82)$$

となるべし。

又鐵と凝泥土の間の應剪力度の算式(60)は

$$\tau_a'=\frac{Q}{Jp'}\left\{\frac{1}{2}(x^2-y'^2)b+may'\right\} \cdots\cdots (83)$$

となるべし。

次に繋鐵の應剪力度の算式は第三十七節のものを其儘用て可なり。

若し鐵條が傾斜し居る場合には其算式中(71)及び(72)は次の如くなるべし。

$$Q-a'(\sigma_t \tan\phi+\sigma'_t \tan\phi') \cdots\cdots (84)$$

$$\triangle M-\triangle la(\sigma_t \tan\phi+\sigma'_t \tan\phi') \cdots\cdots (85)$$

第四十節　鐵條が應張力を生ずる側にのみある場合の各應力計算。

是場合に於ては $a'=0$ なるが故、第三十二節乃至第三十八節迄の算式中 a' を含むもののみにつき $a'=0$ となすときは、是場合に於ける算式を得べし。即ち (34) (35) (38)

(39) (41) 等に相當する式は夫々次の如し。

$$\frac{1}{2}\sigma xb=\sigma_t a \cdots\cdots (86)$$

$$M=\frac{1}{3}\sigma bx^2+\sigma_t ay \cdots\cdots (87)$$

$$\frac{1}{2}\sigma x^2b+may=0 \cdots\cdots (88)$$

$$M=\frac{\sigma}{x}\left\{\frac{1}{3}x^3b+may^2\right\} \cdots\cdots (89)$$

$$I=\frac{1}{3}x^3b+may^2 \cdots\cdots (90)$$

又(37)及び(44)の式より次の式を得べく、

$$h'=\left(1+\frac{\sigma_t}{m\sigma}\right)x \cdots\cdots (91)$$

(88)及び(89)より次の式を得べし。

$$M=\frac{\sigma xb}{6}(2x+3y)$$

然るに　$2x+3y=3x+3y-x=3(x+y)-x=3h'-x$

故に　$M=\frac{\sigma xb}{6}(3h'-x) \cdots\cdots (92)$

又中軸の位置を算出するに用ふる算(47)は次の如くなるべし。

$$x=-\frac{ma}{b}+\sqrt{\frac{m^2a^2}{b^2}+2\frac{mah}{b}} \cdots\cdots (93)$$

又應剪力の算式中(57)は次の如くなるべし。

$$\tau_0=\frac{Q}{Ib}\frac{1}{2}bx^2$$

然るに(88)及(44)より

$$I=\frac{1}{6}x^2b(3h'-x)$$

なる關係を知るが故、

$$\tau_0=\frac{Q}{Ib}\cdot\frac{1}{2}bx^2=\frac{Q}{b\left(h'-\frac{x}{3}\right)}=\frac{Q}{Ib}may \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(94)$$

又鐵と混凝土の間の應剪力度、及繫鐵の應剪力度の算式は更に變ることなく、(a'に對するものは自然之れを要せざる故其他につき云ふ)鐵條が傾斜しある場合にありても(73)(74)は其儘適用して差支なし。

第四十一節　例題

(第一)徑間六呎、幅一呎、厚四吋の桁あり。其下面より四分の三吋のところに徑八分の三吋の鐵條三筋を有し、桁の上面每平方呎につき八十封度の荷重(桁の重量を含み)を受くるとき、混凝土及び鐵に於ける各最大應力度を求む。但し m を十五とす。

$h=4''$

$b=12''$

$l=6'=72''$

$m=15$

$w=80^{\#}$

$a=3\times0.11=0.33\square''$

$D=3/4$

$n=3$

最大彎曲力率　$M=\frac{1}{8}wl^2=\frac{1}{8}\times80\times6^2=360'^{\#}$

$=360\times12''^{\#}=4320$

最大剪力　$Q=\frac{wl}{2}=\frac{80\times6}{2}=240^{\#}$

第一に混凝土に於ける應壓力度及び鐵に於ける應張力度を計算せんに、先づ中軸の位置を算出せざるべからず。

(93)により　$x=-\frac{ma}{b}+\sqrt{\frac{m^2a^2}{b^2}+2\frac{mah'}{b}}$

$$\frac{ma}{b}=\frac{15\times0.33}{12}=0.41$$

$$\frac{m^2a^2}{b^2}=.41^2=0.168$$

$$\frac{2mah}{b}=2\times0.41\times(4-0.75)$$

$$=2.67$$

$$\therefore\ x=-0.41+\sqrt{0.168+2.67}=-0.41+1.68$$

$$=1.27''$$

次に(44)により

$$y=h'-x=3.25-1.27=1.98''$$

(90)により

$$I=\frac{1}{3}\times1.27^3\times12+15\times0.33\times1.98^2$$

$$=8.19+19.4=27.59$$

(89)により

$$\sigma=\frac{M}{I}x=\frac{4320\times1.27}{27.59}=198.85^{\#}/\square''$$

鐵に於ける應張力度は(37)により

$$\sigma_t=m\sigma\frac{y}{x}=15\times198.85\times\frac{1.98}{1.27}=4653.09^{\#}/\square''$$

第二に混凝土に於ける最大應剪力度を計算せんに(95)により

$$\tau_o=\frac{Q}{Ib}may=\frac{240}{27.59\times12}\times15\times0.33\times1.98$$
$$=7^{\#}/_{\square''}$$

第三に鐵と混凝土との間の最大應剪力度を計算せんに、

$$p=n\pi D=3\times3.14\times\frac{3}{8}=3.53''$$

(58)により $\tau_y=\tau_o$ なる故(63)を用ゐ、

$$\tau_a=\frac{b}{p}\tau_y=\frac{b}{p}\tau_o=\frac{12}{3.53}\times7=23.8^{\#}/_{\square''}$$

(第二)徑間六呎の桁を設計せんとす。其受くべき荷重は長一呎につき百二十五封度とし、混凝土の安全抗壓强度を一平方吋につき三百封度、鐵の安全抗張强度を一平方吋につき一萬二千封度とし、m を15となすときは、桁の斷面、及鐵の斷面を幾何にすべきや。(但し鐵は應張力をうくる側にのみ用ふるものとす)

是場合に於ては更に多くの假定をなすに非れば計算する能はず。故に今桁の幅、厚、並に鐵の位置を下の如く假定す。

$$b=9''\qquad h=6''\qquad d=\frac{h}{8}=0.75''$$

然るときは桁の斷面は $6\times9=54''$ なるが故、今鐵筋混凝土の重量を一立方呎につき百五十封度となすときは、是

假定せられたる寸法の桁の重量は長一呎につき

$$\frac{54}{144}\times150=56.25^{\#}$$

なり。故に總荷重は桁の長一呎につき

$$125+56.25=181.25^{\#}$$

故に最大彎曲力率Mは下の如し。

$$M=\frac{1}{8}wl^2=\frac{1}{8}\times181.25\times6\times6\times12$$
$$=9787.5''^{\#}$$

故に桁の寸法は其中央に於て上の彎曲力率に耐ゆるに足る斷面ならざるべからず。

先づ(37)により $\sigma_t=m\sigma\frac{y}{x}$ にして(44)により $y=h'-x$ なり。故に

$$\sigma_t=m\sigma\frac{h'-x}{x}$$

之れを書換ふれば

$$h'=\left(1+\frac{\sigma_t}{m\sigma}\right)x$$

之れに與へられたる値を入るゝときは、

$$h'=\left(1+\frac{12000}{15\times300}\right)x=\frac{11}{3}x$$

之れを(92)に入るゝときは、

$$M=\frac{\sigma xb}{6}(3h'-x)=\frac{\sigma xb}{6}(11x-x)$$

之れにより

$$x^2=\frac{3M}{5b\sigma}=\frac{3\times9787.5}{5\times9\times300}$$
$$=2.175$$

$$\therefore \quad x=\sqrt{2.175}=1.47''$$

$$h'=\frac{11}{3}x=\frac{11}{3}\times1.47=5.39''$$

假定により $\qquad d=\frac{h}{8}=0.75$

故に $\qquad h=h'+d=5'39+0.75$

$$=6.14''=6\frac{1}{8}''$$

さきに $h=6$ と假定したるに爰に算出せられたる h は $6\frac{1}{8}''$ なり。殆ど大差なきを以て

$$b=9'' \qquad h=6\frac{1}{8}''$$

として適當なりとす。

次に鐵の所要斷面を定めんに、(86)により

$$\frac{1}{2}\sigma xb=\sigma_t a$$

之れより $\qquad a=\frac{\frac{1}{2}\sigma xb}{\sigma_t}=\frac{300\times1.47\times9}{2\times12000}=0.165_{\square''}$

故に今徑六十四分の十七吋のものを三本用ふるとせば、其面積は $3\times0.0554=0.1662$ なるが故充分なり

上に定めたる斷面は應剪力に對しても尙ほ安全なるか否かを檢算せざれば不充分なるを免れず。而して今桁の全徑間を通じて同斷面を用ふるとし、剪力の最大なる場所に於て應剪力度を計算せんに、

最大剪力 $\qquad Q=\frac{181.25\times6}{2}=543.75^{\#}$

$$b=9''$$

$$a=0.166$$

$$m=15$$

$$y=h'-x=5.39-1.47=3.92$$

なるを以て(90)により

$$I=\frac{1}{3}x^3b+may^2=\frac{1}{3}\times1.47^3\times9+15\times0.166\times3.92^2$$

$$=47.81$$

故に(94)により

$$\tau_o=\frac{Q}{Ib}may=\frac{543.75}{47.81\times9}\times15\times0.166\times3.92$$

$$=12.33^{\#}/_{\square''}$$

即ち普通の混凝土の安全抗剪強度以内にあるを以て、此點に於ても斷面は充分なるを知る。

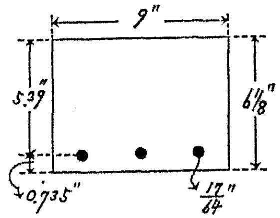
又鐵と混凝土との間の應剪力度を見るに、(63)により

$$\tau_a=\frac{b}{p}\tau_y=\frac{b}{p}\tau_o$$

$$=\frac{9}{3\times3.14\times\frac{17}{64}}\times12.33=44.39^{\#}/_{\square''}$$

是れも亦鐵と混凝土との間の安全附着強度以下なるを以て安全なり。

第五十三圖



此の如く凡ての點に於て安全なるが故、第五十三圖の如き斷面にて可なりとす。

以上の計算は應張力及應壓力に關しては桁の中心に於て、又應剪力

の點に關しては桁の兩端に於て其斷面を定めたるものなり。故に全徑間を通じて第五十三圖の如き斷面を有せしむるものとす。

彎曲力率は桁の中心に於て、又剪力は桁の兩端に於て(荷重が等布荷重なるとき)最大なるを以て全部を通じて同斷面圖を用ふるは材料の點に於て不經濟なるは明なり。故に若し桁の各所に於て斷面を異にせんとせば、數ヶ所に於て以上の如き計算を施し其斷面を定むべきものとす。

第二類　斷面長方形にして鐵の斷面積大なる場合。

第三十二節より第四十一節に至るまで述べたるものは、何れも鐵の斷面積は全斷面積に比し非常に小なる場合なり。故に混凝土の斷面積は全斷面積と同一視し、且つ鐵條の斷面が自身の重心を通る軸に對する物量力率を無視し來れるも大なる誤差を生ずることなかりしなり。然りと雖も鐵の斷面積が可なる大なる場合にありては、是等の省略法は之れを適用すること能はず。故に第二類に於ては是等の場合に於ける各應力の計算法をのべんとす。

第四十二節　鐵が上下にある場合に於ける各應力の計算。

符號は凡て第三十二節以降に於けると同樣とし、尙ほ更に

$\sigma'_{tm}=a'$　のうくる最大應力度

$\sigma_{tm}=a$　のうくる最大應力度

$y'_m=$中軸より a' の最遠端までの距離

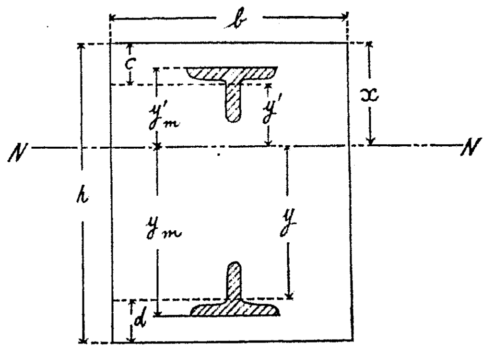
$y_m=$中軸より a の最遠端までの距離

$i_{a'}=a'$ が其重心を通り中軸に並行なる軸に對する物量力率

$i_a=a$ が ………………………………

と定む。

第五十四圖



此場合に於ては第三十二節の(34)に相當する式は下の如くなるべし。

$$\frac{1}{2}\sigma xb-\sigma\frac{y}{x}a'+\sigma_t'a'=\sigma_t a\ldots\ldots(95)$$

即ち(34)に比するに、a' にて占められある部分に於ける混凝土の應力を差引かざるべからず。是式に(36)及び(37)の關係を入るゝときは、

$$\frac{1}{2}x^2b+(m-1)y'a'-may=0\text{……………………}(96)$$

又(40)の式なる $M=\frac{\sigma}{x}I$ に用ふべきIの値は下の如くなるべし。

$$I=\frac{1}{3}x^3b-a'y^2-i_{a'}+ma'y'^2+mi_{a'}+may^2+mi_a$$

即ち $\frac{1}{3}x^3b-a'y^2-i_{a'}$ は應壓力を生ずる混凝土の部分の中軸に對する物量力率にして、$ma'y'^2+mi_{a'}$ 及び may^2+mi_a は夫々 a' 及び a が中軸に對する物量力率なり。上の式を書直すときは

$$I=\frac{1}{3}x^3b+(m-1)(a'y'^2+i_{a'})+m(ay^2+i_a)\text{……}(97)$$

(40)は其儘にして

$$M=\frac{\sigma}{x}I\text{……………………………}(98)$$

なり。

又鐵に於ける平均應力度の算式(36)及び(37)は變りなく。但し鐵に於ける最大應力度は下の式によるべし。

$$\sigma_{tm}=m\sigma\frac{y_m}{x}=mM\frac{y_m}{I}\text{……………………}(99)$$

$$\sigma'_{tm}=m\sigma\frac{y'_m}{x}=mM\frac{y'_m}{I}\text{……………………}(100)$$

又 $y=h'-x$

$y'=x-c$

なる關係を(96)に入るゝときは、

$$\frac{1}{2}x^2b+(m-1)(x-c)a'-ma(h'-x)=0$$

之れを書換ふれば、

$$\frac{1}{2}x^2b+\{(m-1)a'+ma\}x-a'c(m-1)+mah'=0$$

之れは x の二次方程式なる故、之れより x の値を算出するときは

$$x=-\frac{(m-1)a'+ma}{b}+\sqrt{\frac{\{(m-1)a'+ma\}^2}{b^2}+\frac{2\{a'c(m-1)+mah'\}}{b}}\text{……………}(101)$$

即ち之式により中軸の位置を見出すことを得べし。

次に混凝土に於ける應剪力を計算せんに、其大體に於ては第三十四節に於ける同様にして、斷面の上端より上部鐵條に至るまでは(52)によりて差支なし。隨て(53)及(54)も其儘適用することを得。然れども上部鐵條より中軸に至る間に於ける應剪力度の計算に當りて斷面の靜力率をとるには、a' 丈混凝土の斷面を減するを忘るべからず。故に(55)は下の如くなるべし

$$\tau'_{y'}=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}(x^2-y'^2)b-a'y'+ma'y'\right\}$$

即ち

$$\tau'_{y'}=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}(x^2-y'^2)b+(m-1)a'y'\right\}\text{…………}(102)$$

隨て(56)は

$$\tau_z=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}(x^2-z^2)b+(m-1)a'y'\right\}\text{…………}(103)$$

となり、最大應剪力度の算式なる(57)及び(58)は下の如くなるべし。

$$\tau_o=\tau_y=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}x^2b+(m-1)a'y'\right\}=\frac{Q}{Ib}may\ldots\ldots\ldots(104)$$

次に鐵と混凝土との間の應剪力度は(61)又は(63)によるべく、((61)の$\tau'_{y'}$は(102)の値を用ふべきは當然なり)若し繋鐵を有するときは之れに於ける最大應剪力度の算式は(68)と異なるところなし。

以上應剪力度の算式に於てIはすべて(97)の値を用ふべきものとす。

第四十三節　上下の鐵條の斷面相等しく、且つ同形にして等勢に配置せられたる場合の各應力計算。

此場合に於ては第四十二節の諸式中a'を含むものにつき$a'=a,\ c=d$となすときは是場合に於ける算式を得べし。即ち(96)は

$$\frac{1}{2}x^2b+a\{(m-1)y'+my\}=0\ldots\ldots\ldots(105)$$

となり、(97)の式は$\{i=i_a=i_{a'}$とする時は$\}$

$$I=\frac{1}{3}x^3b+a\{(m-1)y'^2+my^2\}+(2m-1)i\ldots\ldots\ldots(106)$$

となり、(98)(99)(100)は其儘にして中軸の位置を算出するに用ふる(101)の式は下の如くなるべし。

$$x=-\frac{(2m-1)a}{b}+\sqrt{\frac{(2m-1)^2a^2}{b^2}+\frac{2a\{c(m-1)+mh'\}}{b}}\ldots(107)$$

又應剪力度の算式(102)(103)(104)は夫々次の如し。

$$\tau'_{y'}=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}(x^2-y'^2)b+(m-1)ay'\right\}\ldots\ldots\ldots(108)$$

$$\tau_z=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}(x^2-z^2)b+(m-1)ay'\right\}\ldots\ldots\ldots(109)$$

$$\tau_o=\tau_y=\frac{Q}{Ib}\left\{\frac{1}{2}x^2b+(m-1)ay'\right\}=\frac{Q}{Ib}may\ldots\ldots\ldots(110)$$

第四十四節　鐵條が應張力を生ずる側にのみある場合に於ける各應力計算。

是場合は凡て四十節に於けると毫も異なる所なし。唯だIの値は次式によるべし。

$$I=\frac{1}{3}x^3b+m(ay^2+i_a)\ldots\ldots\ldots(111)$$

又鐵に於ける最大應張力度は第四十二節に於けるが如く次の式を用ふべし。

$$\sigma_{tm}=m\sigma\frac{y_m}{x}=mM\frac{y_m}{I}\ldots\ldots\ldots(112)$$

第四十五節　例題。

徑間十二呎の桁あり。長一呎につき四百八十封度の荷重(桁の重量共)を受く。其斷面は幅八吋、厚十四吋にして上下の端より二吋のところに第五十五圖に示す如く竪三吋横二吋半厚八分の三吋の丁鐵一條宛を有す。混凝土及鐵に於ける各最大應力度を求む。但しmは十五

とす。

此問題により

$$b=8'$$

$$h=14'$$

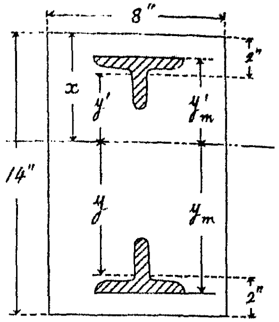
$$c=d=2''$$

$$h'=12''$$

$$m=15$$

$$a=a'=2.07^{\square''}$$

第五十五圖



又普通の丁鐵斷面表よりして

$$y_m-y=y_m'-y'=0.71'$$

$$i=1.08$$

最大彎曲力率 $M=\dfrac{480\times12\times12\times12}{8}=103680'^{\#}$

最大剪力　$Q=\dfrac{480\times12}{2}=2880^{\#}$

此斷面は上下の鐵の形及び面積共に等しく、且つ等勢に配置せられ居るを以て第四十三節を適用す。

(107) により

$$x=-\frac{(2\times15-1)\times2.07}{8}+\sqrt{\frac{(2\times15-1)^2\times2.07^2}{8^2}+\frac{2\times2.07\{2\times(15-1)+15\times12\}}{8}}=5.3''$$

$$y=h'-x=12-5.3=6.7''$$

$$y'=x-c=5.3-2=3.3''$$

$$y_m=y+0.71=6.7+0.71=7.41'$$

$$y'_m=y'+0.71=3.3+0.71=4.01'$$

(106) により

$$\mathrm{I}=\frac{1}{3}\times5.3^3\times8+2.07\times\{(15-1)\times3.3^2+15\times6.7^2\}$$

$$+(2\times15-1)\times1.08=393.68+1709.43+31.32$$

$$=2134.43$$

故に (98) により

$$103680=\frac{\sigma}{5.3}\times2134.43$$

是れより　$\sigma=257.45^{\#}/_{\square''}$

上部の鐵に於ける最大應壓力度は (100) により

$$\sigma'_{im}=15\times257.45\times\frac{4.01}{5.3}=2921.81^{\#}/_{\square''}$$

下部の鐵に於ける最大應張力度は (99) により

$$\sigma_{im}=15\times257.45\times\frac{7.41}{5.3}=5595.39^{\#}/_{\square''}$$

次に混凝土に於ける最大應剪力度は (104) により

$$\tau_o=\tau_y=\frac{2880}{2134.43\times8}\times15\times2.07\times6.7=35.09^{\#}/_{\square''}$$

次に鐵と混凝土との間の最大應剪力度は (63) により

$$\tau_a=\tau_y\times\frac{b}{p}$$

然るに $p=11'$ なるが故

$$\tau_a=35.09\times\frac{8}{11}=25.52^{\#}/_{\square}$$

第三類　斷面丁字形にして、鐵の斷面積は全斷面積に比し非常に小なる場合。

既に述べたるが如く、鐵筋混凝土の計算に於てはすべて混凝土の抗張强度を無視せり。故に彎曲を受くるものにありては其應張力を生ずる側にある混凝土は、單に其側にある鐵條を包み、應剪力をうけ斷面の他の部分と相結着せしむるの作用をなすに過ぎず。故に斷面の六なるものにありては、其側にある混凝土は全體の强度を增すに左程有効ならざるのみならず、其重量大なるが爲め反て全體の强度を損するが如き結果を生ずることあるは疑を容れず。故に此の如く斷面の大なるものにありては、其側にある混凝土の一部分を省略し、斷面を丁字形となすときは、經濟上頗る利あるは明なり。故に第三類に於て此の如き斷面を有するものにつき其應力を計算する方法を述べんとす。

第四十六節　鐵條が上下にある場合の各應力計算。

符號はすべて前に用ゐたるものと同樣にして、尙ほ

b=頭部の幅

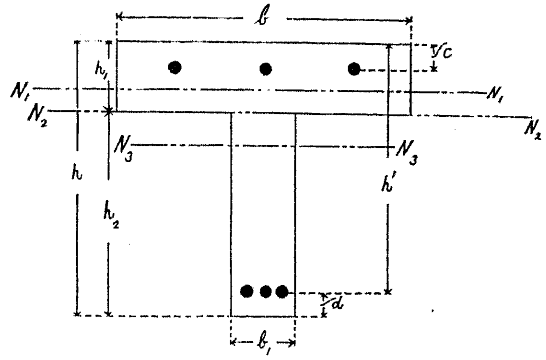
b_1=腹部の幅

h_1=頭部の厚

h_2=腹部の厚

となすときは、中軸の位置如何により二つの場合に區別せざるべからず。

第五十六圖



(第一)中軸の位置斷面の頭部と腹部の界線、若くは其以上にある場合。

此場合に於ては幅 b 厚 h を有する長方形の斷面と毫も異なるところなし。故に第三十二節乃至第三十八節を其儘適用して差支なしと雖も。混凝土の最大應剪力度の計算には、(58)の式に於て b にかふるに b_1 を以てすべし。如何となれば斷面の長方形なるものにありては幅に變化なきが故、最大應剪力度は中軸と下部の鐵條との間に起り、其間にありては何處も同一なれども、丁字形の斷面にありては中軸の場所の混凝土の幅は b にして中軸以下の腹部にありては b_1 なるが故、最大應剪力度は下部の鐵條以上の腹部におこるが故なり。換言すれば

$\tau_o=\tau_y$ にあらずして $\tau_y>\tau_o$ なればなり。若し(58)を用ゐず(57)を用ゐて τ_y を算出せんとするときは、括弧内の b は其儘とし、分母にある b のみを b_1 に換ゆべし。即ち次の如し。然れども單に中軸に於ける應剪力度を見出さんとせば(57)を其儘用て可なり。

$$\tau_y=\frac{Q}{Ib_1}may=\frac{Q}{Ib_1}\left\{\frac{1}{2}bx^2+ma'y'\right\}$$

又鐵と混凝土との間に於ける應剪力度の計算には、(60) (61) (62)は其儘適用し得べく、(63)を用ふるときは b にかふるに b_1 を以てすべし。

(第二)中軸が腹部にある場合。

此場合は第五十六圖に於て、中軸は N_3 N_3 の如き位置を有するときにして、第三十二節の(34)の式に相當する式は下の如し。

$$\frac{1}{2}\sigma xb-\frac{1}{2}(b-b_1)(x-h_1)\frac{(x-h_1)}{x}\sigma+\sigma'_ia'=\sigma_ia\ldots\ldots(113)$$

之れに(36)及び(37)の關係を入るゝときは、

$$\frac{1}{2}x^2b-\frac{1}{2}(b-b_1)(x-h_1)^2+m(a'y'-ay)=0\ldots\ldots(114)$$

又Iの値は

$$I=\frac{1}{3}x^3b-\frac{1}{3}(x-h_1)^3(b-b_1)+m(a'y'^2+ay^2)\ldots\ldots(115)$$

となり、(40)の式は其儘にして下の如し。

$$M=\frac{\sigma}{x}I\ldots\ldots(116)$$

又鐵に於ける應力度を算出するに用ふる(36)及(37)は其儘適用すべし。

又(114)の式中の y' 及び y に換ふるに(44)及び(45)より得る値を以てし x を算出するときは、

$$x=-\frac{[h_1(b-b_1)+m(a'+a)]}{b_1}$$

$$+\sqrt{\frac{[h_1(b-b_1)+m(a'+a)]^2}{b_1^2}+\frac{2[\frac{1}{2}h_1(b-b_1)+m(a'c+ah')]}{b_1}}\ldots(117)$$

となり中軸の位置を算出するに用ふべし。

次に混凝土に於ける最大應剪力度は、(58)又は(57)の式の分母にある b を b_1 となすべく、是場合に於ては $\tau_o=\tau_y$ なるべし。

若し又繫鐵を有するときは、其最大應剪力度の計算には(68)を其儘用ふべし。

第四十七節　上下に於ける鐵の斷面積相等しき場合。

(第一)中軸の位置が腹部と頭部の界線若くは其以上にある場合。

此場合に於ては、應剪力の計算に於て第四十六節の第一の場合に於て述べたる注意と同樣なる注意を要する外、總べて第三十九節と異なるところなきを以て爰に再述せず。

(第二)中軸が腹部にある場合。

此場合に於ては第四十六節第二の場合に於ける算式につき $a'=a$ となすときは其算式を得べし。即ち(113)(114)(115)(117)は夫々次の如くなるべし。

$$\frac{1}{2}\sigma xb-\frac{1}{2}(b-b_1)(x-h_1)\frac{(x-h_1)}{x}\sigma+\sigma_i'a=\sigma_i a \ldots\ldots\ldots(118)$$

$$\frac{1}{2}x^2b-\frac{1}{2}(b-b_1)(x-h_1)^2+ma(y'-y)=0 \ldots\ldots\ldots(119)$$

$$\mathrm{I}=\frac{1}{3}x^3b-\frac{1}{3}(x-h_1)^3(b-b_1)+ma(y'^2+y^2) \ldots\ldots\ldots(120)$$

$$x=-\frac{[h_1(b-b_1)+2ma]}{b_1}+\sqrt{\frac{[h_1(b-b_1)+2ma]^2}{b_1^2}+\frac{2[\frac{1}{2}h_1(b-b_1)+ma(c+h')}{b_1}} \ldots(121)$$

又應剪力度の計算に於ては、前節の第二の場合に於けるものにつき $a'=a$ となすべし。

第四十八節　鐵條が應張力をうくる側にのみある場合。

(第一)中軸の位置頭部と腹部との界線、若くは其以上にある場合。

此場合に於ては應剪力の計算に於て第四十六節の第一の場合に於けると同樣の注意を要する外、總て第四十節と異なるところなきを以て爰に再述せず。

(第二)中軸が腹部にある場合。

此場合に於ては第四十六節の第二の場合に於ける算

式につき $a'=0$ となすべし。即ち(113)(114)(115)(117)に相當する式は夫々下の如し。

$$\frac{1}{2}\sigma xb-\frac{1}{2}(b-b_1)(x-h_1)\frac{(x-h_1)}{x}\sigma=\sigma_i a \ldots\ldots\ldots(122)$$

$$\frac{1}{2}x^2b-\frac{1}{2}(b-b_1)(x-h_1)^2+may=0 \ldots\ldots\ldots(123)$$

$$\mathrm{I}=\frac{1}{3}x^3b-\frac{1}{3}(x-h_1)^3(b-b_1)+may^2 \ldots\ldots\ldots(124)$$

$$x=-\frac{[h_1(b-b_1)+ma]}{b_1}+\sqrt{\frac{[h_1(b-b_1)+ma]^2}{b_1^2}+\frac{2[\frac{1}{2}h_1(b-b_1)+mah'}{b_1}} \ldots\ldots(125)$$

應剪力の計算には凡て第四十六節に於ける其算式につき $a'=0$ となすときは此場合に於ける式を得べし。

又(123)(124)(44)の關係を $\mathrm{M}=\frac{\sigma}{x}\mathrm{I}$ に入るときは第四十節の(92)に相當する式を得べし。

$$\mathrm{M}=\frac{\sigma}{6x}\{x^2b(3h'-x)-(x-h_1)^2(b-b_1)(3h'-x-2h_1)\} \ldots(126)$$

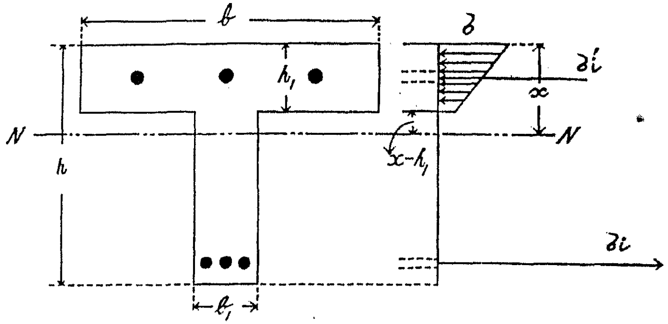
第四十九節　丁字形の斷面を有するものの省略計算法。

第四十六例の第二の場合即ち中軸が腹部にあるとき、中軸と頭部の下端との間の部分の混凝土に於ける應壓力を無視し、應壓力は單に頭部のみにて之れに抗すと假定するときは、算式をして幾分簡略ならしめ頗る實用に便にして其結果も亦反て安全に近し。

今頭部の下端に於ける混凝土の應壓力度を σ_{h1} となすときは、頭部に於ける應壓力の總計は

$$\frac{\sigma+\sigma_{h1}}{2}bh_1$$

第五十七圖



なり。之れは(113)の $\frac{1}{2}\sigma xb-\frac{1}{2}(b-b_1)(x-h_1)\frac{x-h_1}{x}\sigma$ にかはるべきものなるが故に、(113)は下の如くなるべし。

$$\frac{\sigma+\sigma_{h1}}{2}bh_1+\sigma_t'a'=\sigma_t a\text{......(127)}$$

然るに $\sigma_{h1}=\frac{(x-h_1)}{x}\sigma$ なるが故、此關係と(36)及び(37)の關係を(127)に入るゝときは(114)に相當する式を得。

$$bh_1\left(x-\frac{h_1}{2}\right)+ma'y'-may=0\text{......(128)}$$

又(115)は隨て次の如くなるべし。

$$\mathrm{I}=\frac{bh_1^3}{3}+bh_1x(x-h_1)+m(a'y'^2+my^2)\text{......(129)}$$

(116)は其儘なり。

$$\mathrm{M}=\frac{\sigma}{x}\mathrm{I}\text{......(130)}$$

次に(128)に(44)及び(45)より得る y 及び y' の値を入れ x の値を算出するときは、

$$x=\frac{\frac{bh_1^2}{2}+m(a'c+ah')}{bh_1+m(a'+a)}\text{......(131)}$$

之れ(117)に代はるべき式にして、以て中軸の位置を算出することを得べし。其他鐵に於ける應力度は(36)(37)を用ふることは第四十六節と異なるところなし。

次に混凝土に於ける最大應剪力度の算式は、(57)又は(58)に於て分母にある b を b_1 とし、混凝土の斷面の靜力率Gの計算に於て、$\frac{1}{2}x^2b$ にかふるに $bh_1\left(x-\frac{h_1}{2}\right)$ を以てするときは其算式を得べし。

$$\tau_o=\tau_y=\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{I}b}\left\{bh_1\left(x-\frac{h_1}{2}\right)+ma'y'\right\}$$

$$=\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{I}b_1}may\text{......(132)}$$

又鐵と混凝土との間の最大應剪力度は、第四十六節に述べたる如く、(62)を用ふるときは其儘にて可なるも(63)を用ふるときは b にかふるに b_1 を以てすべし。

第五十節　上下にある鐵の斷面相等しき場合。

此場合の中軸が腹部にあるときの省略計算法は、第四十九節の諸式につき $a'=a$ となすときは其算式を得べし。

即ち(128)(129)(131)(132)に相當する式は夫々下の如し。

$$bh_1\left(x-\frac{h_1}{2}\right)+ma(y'-y)=0\ldots\ldots(134)$$

$$\mathrm{I}=\frac{1}{3}bh_1^3+bh_1x(x-h_1)+ma(y'^2+y^2)\ldots\ldots(135)$$

$$x=\frac{\frac{bh_1^2}{2}+ma(c+h')}{bh_1+2ma}\ldots\ldots(136)$$

$$\tau_o=\tau_y=\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{I}b_1}\left\{bh_1\left(x-\frac{h_1}{2}\right)+may'\right\}$$

$$=\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{I}b_1}may\ldots\ldots(137)$$

此他はすべて前節に述べたるものと異なる所なし。

第五十一節　鐵が應張力をうくる側にのみある場合。

此場合に於て中軸が腹部にあるときの省略計算法は、第四十九節の諸式につき $a'=0$ となすときは其算式を得べし。即ち(128)(129)(131)(132)に相當する式は夫々下の如し。

$$bh_1\left(x-\frac{h_1}{2}\right)-may=0\ldots\ldots(138)$$

$$\mathrm{I}=\frac{1}{3}bh_1^3+bh_1x(x-h_1)+may^2\ldots\ldots(139)$$

$$x=\frac{\frac{bh_1^2}{2}+mah'}{bh_1+ma}\ldots\ldots(140)$$

$$\tau_o=\tau_y=\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{I}b_1}\left\{bh_1\left(x-\frac{h_1}{2}\right)\right\}=\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{I}b_1}may\ldots\ldots(141)$$

其他はすべて第四十九節にのべたるところと異なることなし。

又(138)(44)及び(139)の關係を $\mathrm{M}=\frac{\sigma}{x}\mathrm{I}$ に入るるときは、

$$\mathrm{M}=\frac{\sigma}{6x}\{bh_1^2(2h_1-3x)+3bh_1h'(2x-h_1)\}\ldots\ldots(142)$$

又(37)及(44)の關係より

$$h'=\left(1+\frac{\sigma_t}{m\sigma}\right)x$$

之れを(142)に入るゝときは、

$$\mathrm{M}=\frac{\sigma}{6x}\left\{bh_1^2(2h_1-3x)+3bh_1(2x-h_1)\left(1+\frac{\sigma_t}{m\sigma}\right)x\right\}\ldots\ldots(143)$$

第五十二節　例題。

例題の計算にはすべて第四十九節乃至第五十一節の省略計算法を用ふ。

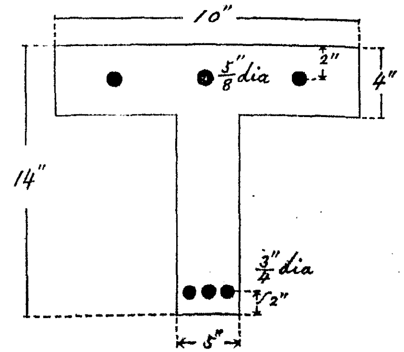
(第一)第五十八圖に示すが如き斷面あり。上部の鐵は徑八分の五吋のもの三條より成り、下部の鐵は徑四分の三吋のもの三條より成る。若し混凝土の安全抗壓强度を一平方吋につき三百封度とし、鐵の安全抗壓强度、及び安全抗張强度を共に一平方吋につき一萬二千封となすときは、幾何の彎曲力率に耐ゆべきや。但し m は十二とす。

$$m=12$$

$$b=10''$$

$$h=14''$$

第五十八圖



$c=2''$

$d=2''$

$h'=12''$

$b_1=5''$

$h_1=4''$

$a'=3\times 0.3068=0.92$

$a=3\times 0.4418=1.33$

$\sigma=300^{\#}/_{\square}''$

計算の初めに於ては、中軸の位置は腹部にあるか否かは明ならず。故に先づ頭部にあるものとして中軸の位置を算出し、其頭部の上端を去ること頭部の厚さ以上なるときは中軸は腹部にありと判ずるなり。

故に本問題に於ても先づ中軸は頭部にありと假定す。然るときは第四十六節の第一の場合に述べたるが如く、幅 10″ 厚 14″ の長方形の斷面のものと異なるところなきを以て、(47) により中軸の位置を算出す。

$$x=-\frac{m(a'+a)}{b}+\sqrt{\frac{m^2(a'+a)^2}{b^2}+\frac{2m}{b}(a'c+ah')}$$

$$a'+a=0.92+1.33=2.25$$

$$\frac{m(a'+a)}{b}=\frac{12\times 2.25}{10}=2.7$$

$$\frac{m^2(a'+a)^2}{b^2}=2.7^2=7.29$$

$$\frac{2m}{b}(a'c+ah')=\frac{2\times 12}{10}\times(2\times 0.92+1.33\times 2)=42.72$$

故に

$$x=-2.7+\sqrt{7.29+42.72}=-2.7+7.07=4.37$$

$$4.37>h_1(=4)$$

故に中軸は腹部にあるべきを以て第四十九節によらざるべからず。故に中軸の位置は (131) により

$$x=\frac{\frac{10\times 4^2}{2}+12\times(2\times 0.92+1.33\times 2)}{10\times 4+12\times(0.92+1.33)}=4.38''$$

$$y'=4.38-2=2.38''$$

$$y=12-4.38=7.62''$$

故に (129) により

$$\mathrm{I}=\frac{1}{3}\times 10\times 4^3+10\times 4\times 4.38\times(4.38-4)$$

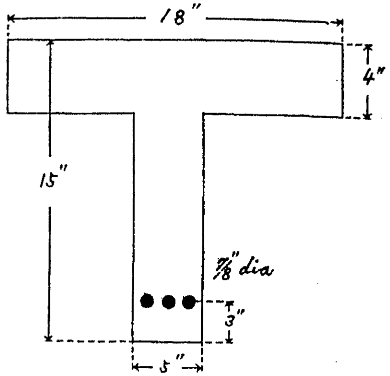
$$+12\times(0.92\times 2.38^2+1.33\times 7.62^2)=1268.89$$

故に (130) により

$$\mathrm{M}=\frac{300}{4.38}\times 1268.89=86910.27''^{\#}$$

(第二)徑間十二呎の桁あり。第五十九圖に示すが如き斷面を有し、且つ其兩端より六吋のところを起點とし一呎毎に斷面十分の四平方吋の繫鐵を有す。若し此桁に於ける荷重長一呎につき四百封度(桁の重量共)なるとき、各應力度を求む。但し m は十五とす。

第五十九圖



$b=18''$

$b_1=5''$

$h=15''$

$h_1=4''$

$D=7/8''$

$a=3\times0.6=1.8\,\square''$

$d=3''$

$m=15$

問題よりして最大彎曲力率は

$$M=\frac{400\times12\times12\times12}{8}=86400''\#$$

最大剪力は

$$Q=\frac{400\times12}{2}=2400\#$$

先づ中軸の位置を算出せんに、假りに巾 18″ 厚 15″ の長方形とし、(93) により

$$x=-\frac{ma}{b}+\sqrt{\frac{m^2a^2}{b^2}+2\frac{mah'}{b}}$$

$$\frac{ma}{b}=\frac{15\times1.8}{18}=1.5$$

$$\frac{m^2a^2}{b^2}=1.5^2=2.25$$

$$2\frac{mah'}{b}=\frac{2\times15\times1.8\times12}{18}=36$$

故に　$x=-1.5+\sqrt{2.25+36}=-1.5+6.18=4.68''$

$4.68>h_1(=4'')$

故に中軸は腹部にあり。即ち第五十一節によらざるべからず。即ち (140) により

$$x=\frac{\frac{18\times4^2}{2}+15\times1.8\times12}{18\times4+15\times1.8}=4.73''$$

$$y=12-4.73=7.27''$$

故に (139) により

$$I=\frac{1}{3}\times18\times4^3+18\times4\times4.73(4.73-4)+15\times1.8\times7.27^2=2119.35$$

混凝土に於ける最大應壓力度は (130) により

$$\sigma=\frac{86400}{2119.35}\times4.73=192.83\#/\square''$$

鐵に於ける應力度は (37) により

$$\sigma_t=15\times192.83\times\frac{7.27}{4.73}=4445.69\#/\square''$$

次に此桁には繫鐵あるを以て水平應剪力は單に繫鐵のみが抵抗するものとし、其最大應剪力度を見んには (68) によりて算出せざるべからず。而して其式中の ΔM は桁の端に至る程大なり。而して最端にある繫鐵は桁の端より六吋のところにあり次の繫鐵との距離一呎なり。故に桁の最端と第一第二の繫鐵の中間即ち桁の最端より一呎のところの彎曲力率の差をとり以て ΔM とす。

$$\Delta M=\left\{\frac{400\times12}{2}\times12-400\times6\right\}-0=26400'^{\#}$$

故に(68)により

$$\tau_h=\frac{26400}{2119.35\times0.4}\times15\times1.8\times7.27=6112.78^{\#}/_{\square}{}'$$

次に鐵と混凝土との間の應剪力度は(133)によりて算出す。

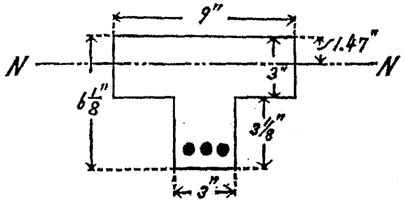
$$p=3\times3.1416\times\frac{7}{8}=8.25$$

なるが故

$$\tau_a=\frac{2400}{2119.35\times8.25}\times15\times1.8\times7.27=26.95^{\#}/_{\square}{}'$$

(第三)第四十一節例題第二に於て、其斷面を第六十圖の如く丁字形となすも(其他はすべて變更せず)尙ほ安全なるや否や。

第六十圖



第四十一節第二の例題により$x=1.47'$なり。故に第六十圖の如く丁字形となすも中軸は尙ほ頭部にあるを以て、混凝土及び鐵に於ける應力度は桁自身の重量減じたるが故反て少くなるべく隨て一層安全なるべし。然れども混凝土に於ける應剪力度は第四十六節にのべたるが如く(58)の式に於てbをb_1として計算せざるべからず。而してb_1はbより小なるが故最大應剪力度は四十一節の例題に於けるよりも大なり。故に其安全應剪强度以內なるや否やを檢算せざるべからず。

四十一節第二により

$$\tau_0=12.33^{\#}/_{\square}{}'$$

此場合に於ける最大應剪力度は

$$\tau_v=\frac{12.33\times b}{b_1}=\frac{12.33\times9}{3}=36.99^{\#}/_{\square}{}'$$

此計算に於ては斷面が丁字形となりたるが爲め、桁自身の重量の減じたるを考へざりしにも拘はらず、其最大應剪力度は普通の安全應剪强度より小なり。故に實際は$36.99^{\#}/_{\square}{}'$に尙一層小なるべきが故、此點に關しても尙安全なるを知るべし。

即ち第六十圖に示すが如く丁字形となすも總ての點につき尙ほ安全なるを知る。

(第四)丁字形の桁を設計せんとす。徑間十二呎にして受くべき荷重は長一呎につき五百封度なり。又頭部の厚さは四吋とし、其巾は十六吋なるを要す。又鐵は應張力をうくる側にのみあらしむるときは、桁の腹部の寸法、所要鐵材の寸法、及び其位置を求む。

先づ第一に桁自身の重量を假定せざるべからず。頭部は旣に與へられあるを以て鐵筋混凝土の重量を一立

方呎につき百五十封度となすときは、

頭部の重量 $\frac{4\times16}{144}\times150=66.67^{\#}$ 長一呎につき

腹部の重量は頭部の約60% 〃 〃 〃

と假定し $\frac{40.00}{106.67^{\#}}$

之れを切上げ長一呎につき $110^{\#}$ とす。

故に全荷重は桁の長一呎につき

$$500+110=610^{\#}$$

故に最大彎曲力率は

$$M=\frac{1}{8}\times610\times12\times12\times12=131760'^{\#}$$

最大剪力は

$$Q=\frac{1}{2}\times610\times12=3660^{\#}$$

次に混凝土の安全應壓强度を $360^{\#}/_{\square}{}''$、鐵の安全應張强度を $10000^{\#}/_{\square}{}''$ と定め m を 15 とす。

中軸の位置は未定なるが故假りに斷面は長方形と見做して設計す。故に第四十一節の例題第二の如く(91)により

$$h'=\left(1+\frac{\sigma_t}{m\sigma}\right)x=\left(1+\frac{10000}{15\times360}\right)x=2.8x$$

(92)により

$$M=\frac{\sigma xb}{6}(3h'-x)$$

$$131760=\frac{360\times16}{6}\times(3\times2.8x-x)$$

是れより

$$x^2=18.55$$

$$x=\sqrt{18.55}=4.31'$$

$$4.31>h_1(=4')$$

即ち中軸は頭部にあらず腹部にあるを知りたるを以て、總て第五十一節によらざるべからず。

故に(143)により

$$M=\frac{\sigma}{6x}\left\{bh_1^2(2h_1-3x)+3bh_1(2x-h_1)\left(1+\frac{\sigma_t}{m\sigma}\right)x\right\}$$

$$131760=\frac{360}{6\times x}\times\{16\times4^2\times(2\times4-3x)+3\times16\times4(2x-4)$$

$$\times2.8x\}$$

之れを書換ふれば

$$x^2-4.76x+1.9=0$$

之れより x の値を算出するときは

$x=4.32$ 若しくは 0.44

然るに先きに中軸は腹部にあるを知りたるが故、x は h_1 より大ならざるべからず。故に 0.44 は採用すべからず、4.32 を採らざるべからず。

$$x=4.32'$$

中軸の位置を知りたるを以て次に

$$h'=2.8x=2.8\times4.32=12.1'$$

此の如く鐵の位置を知りたるが故、d を $1.9'$ となすときは(d は通常 h の約六分の一とす)

$$h=h'+d=12.1+1.9=14'$$

次に應張力を受くべき鐵の斷面を求めんに、(138)により

$$bh_1\left(x-\frac{h_1}{2}\right)-may=0$$

之れより
$$a=\frac{bh_1\left(x-\frac{h_1}{2}\right)}{my}$$

$$y=h'-x=12.1-4.32=7.78'$$

$$h_1=4$$

$$m=15$$

$$b=16$$

なるを以て

$$a=\frac{16\times4\times\left(4.32-\frac{4}{2}\right)}{15\times7.78}=1.27^{\square''}$$

今徑 $3/4'$ のものを三條用ふるときは其面積は

$$3\times0.44=1.32^{\square''}$$

なるが故充分なり。

次に腹部の幅 b_1 は少くとも徑 $3/4'$ を三條包容し其周圍に相當の混凝土の厚さを要するが故に $4'$ となさば充分なり。

斯の如く腹部の寸法を知りたるが故、最初假定したる

其重量は相當なるや否やを檢算せざるべからず。

腹部の斷面は

$$(h-h_1)\times b_1=(14-4)\times4=40^{\square''}$$

頭部の斷面は $4\times16=64^{\square''}$

$$40\div64=61.25\%$$

最初腹部の斷面を頭部の60%と假定したるに大差なきを以て計算を改むるを要せず。

次に混凝土に於ける最大應剪力度を見るに

$$\tau_y=\frac{Q}{Ib_1}may$$

I は(139)により

$$I=\frac{16\times4^3}{3}+16\times4\times4.32\times(4.32-4)$$
$$+15\times1.32\times7.78^2=2235.44$$

なるが故

$$\tau_y=\frac{3660\times15\times1.32\times7.78}{2235.44\times4}=63^{\#}/_{\square''}$$

混凝土の安全抗剪强度を $48^{\#}/_{\square''}$ となすときは

$$\tau_y>48^{\#}/_{\square''}$$

なるが故、剪力の點に於ては斷面の不足を覺ゆ。故に繫鐵を用ふるを可とす。今其間隔を一呎とし、桁の兩端より六吋のところを起點として配置するときは最大ΔMは

$$\Delta M=3660\times12-610\times6=40260'^{\#}$$

故に鐵の安全抗剪强度を $8000^{\#}/_{\square''}$ となすときは(68)により

$$8000=\frac{40260\times15\times1.32\times7.78}{a_h\times2235.44}$$

之れより

$$a_h=0.35^{\square''}$$

故に幅 $1\frac{1}{2}''$、厚 $\frac{1}{16}''$ の鐵をU形となし一ヶ所に二組用ふるときは其總斷面は

$$1\frac{1}{2}\times\frac{1}{16}\times4=0.375^{\square''}$$

故に充分なりとす。

次に鐵と混凝土との間の應剪力度を見るに、(133)により

$$\tau_a=\frac{b_1}{p}\tau_v$$

$$p=3\times\pi\times\frac{3}{4}=7.08''$$

$$b_1=4$$

$$\tau_v=63^{\#}/_{\square''}$$

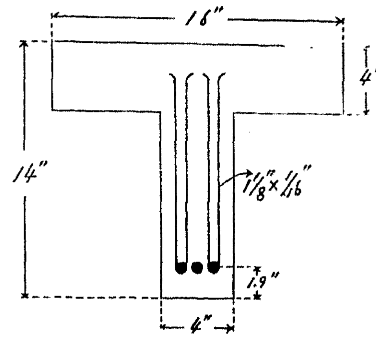
故に

$$\tau_a=\frac{4}{7.08}\times63=32.57^{\#}/_{\square''}$$

通常安全强度を少くとも $50^{\#}/_{\square''}$ となすを以て此點につき充分なるを知る。

以上の計算に基き桁の斷面を第六十一圖の如くなすべし。

第六十一圖



第八章　壓力、及彎曲を同時に受くるものゝ應力計算。

斷面の重心を通る軸に沿ふて壓力を受くる場合の應力計算は旣に第六章に述べたり。又彎曲力率を受くるものゝ計算も前章に之れを說けり。本章に於て述べんとするものは壓力と彎曲力率とを同時にうくるものゝ應力計算なり。

第一類　鐵の斷面積全面積に比し非常に小なる場合

(第一) 斷面に應張力を生ぜざる場合

第五十三節　鐵が上下にある場合。

符號は凡て從前の通りにして更に