

### 第三章

## 彈性拱ノ理論

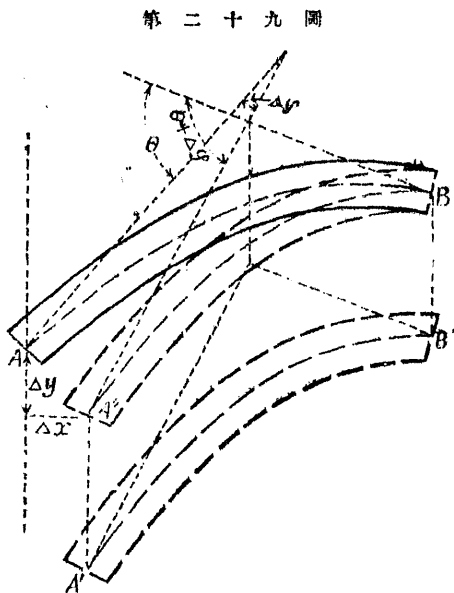
(Theory of Elastic Arch)

### 第十一節 彈性拱トハ何ゾヤ

彈性拱トハ靜力學ノ三定義ノミヲ以テ其應力ヲ算定スルコト能ハズ、別ニ彈性學ノ原理ヲ應用スルヲ必要トスル拱ヲ謂フ。二鉸拱及無鉸拱ハ此種類ニ屬ス。

茲ニ第二十九圖ニ於テ AB ヲ、少シモ應力ヲ受ケザル

時ノ彈性拱ノ中軸ノ一部トシ、今此拱ガ或ル外力ノ爲メ應力ヲ受ケ、AB ガ A'B' ノ位置ニ移動セルモノト假定セヨ。此二點 A 及 B ノ相互ノ比對的移動ヲ明カニスル爲メ、B' ヲシテ B ノ上ニ、又 B' ニ於ル切線ヲシテ B ニ於ル切線ノ上ニ置キ換ヘテ、之ヲ



第二十九圖

觀ルニ B' ハ元トノ位置ニアリテ、其他ノ點ハ少シヅ、位置ヲ換ヘ、A 及 A' ノ上ニ來ルベシ。換言スレバ最初 A ニ於ル切線ト、B' ニ於ル切線ト θ 角ヲ爲セシモノカ、A' ニ於ル切線ハ Δφ 角ダケ移動セル爲メ、今ハ B' ニ於ル切線ト θ+Δφ 角ヲ爲スニ至レリ。茲ニ於テ縱橫軸ノ原點ヲ A' ニ求メ A' ノ縱距ヲ Δy' トシ、其橫距ヲ Δx' トシ、此三個ノ未知數 Δφ、Δy' 及 Δx' ノ値ヲ求メントス。

[第一] Δφ ノ値

第三十圖ニ於テ C, E, F, D ヲ極メテ接近セル二個ノ横斷面間ニアル拱肋ノ微小ナル部分トシ、其中軸ノ長 AB ヲ ds トス、CE 及 DF ヲ其中軸ニ直角ナル面ノ射影トシ、之ガ相互ニ爲ス元トノ角度ヲ dθ トス。

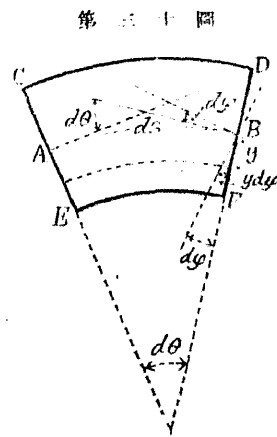
又拱肋ガ彎曲ヲ受ケ之レガ爲メニ生ズル面ト面トノ相互間ノ角度ノ變化ヲ dφ トシ、中軸ヨリ y ナル距離ニ於ル纖維ノ長ノ變化ヲ dλ トシ、之ニ對スル彎曲應力ヲ f トス。

然ル時ハ彈性學ノ定義ニ依リ、彈性能度内ニアリテハ

$$\frac{f}{E} = \frac{d\lambda}{ds} \quad \text{即} \quad d\lambda = \frac{f ds}{E}$$

式中 E ハ彈性係數ナリ。

然ルニ第三十圖ニ依リ  $d\lambda = y d\phi$



第三十圖

故ニ  $ydp = \frac{f ds}{EI}$  ..... (A)

Mヲ斷面ノ抵抗率トシIヲ其慣率トスレバ、

$$M = \frac{fI}{y} \quad \text{即} \quad y = \frac{fI}{M}$$

此yノ値ヲ(A)式ニ代入スレバ、

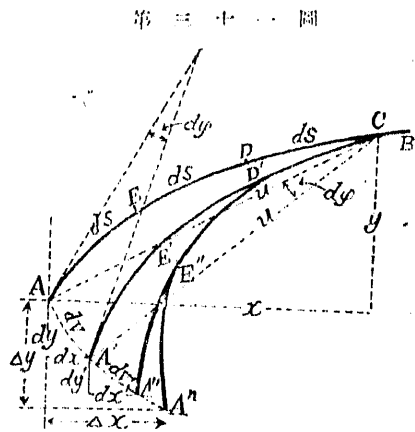
$$dp = \frac{M ds}{EI}$$
 ..... (6)

之ヲ積分スレバ  $\Delta p$ ヲ得即チ、

$$\Delta p = \int dp = \int \frac{M ds}{EI}$$
 ..... (7)

〔第二〕  $\Delta y$  及  $\Delta x$  ノ値

第三十一圖ニ於テ A, E, D, C, B ハ拱肋ガ少シモ應力ヲ受ケザル時ノ中軸トシ, A', E', D', C ハ應力ヲ受ケタル後ノ中軸トス. Aヲ原點トシ, E, D, C等ノ縱横距ヲ  $y, w$ ヲ以テ表ハシ, AE, ED, DC等ノ長ヲ各々  $ds$ トシ, AヨリCニ至ル直線距離ヲ  $w$ トシ, Dニ至ルモノヲ  $w'$ 等トス.



第三十一圖

茲ニ於テ ABナル中軸ハ各  $ds$ ガ別々ニ順次彎曲ヲ受クルモノト假定スベシ. 即チ最初ノ  $ds$ (Cヨリ右方)ガ彎曲スル爲メ, Aニ於ル切線ハ  $d\phi$ ナル角度ノ變化ヲ

生ジ,之レガ爲メ ACナル部分ヲシテ半徑  $u$ ヲ以テ Aヲシテ  $\Lambda'$ ニ移動セシメ,  $\Lambda\Lambda' = dv$ ナル小弧ヲ畫クモノト見做ス,而シテ  $\Lambda'$ ノ縱横距ハ  $dy$ 及  $dx$ ニシテ  $dv = u d\phi$ ナリ, 次ニ DCナル  $ds$ ガ彎曲スル爲メ  $\Lambda'$ ヲシテ  $\Lambda''$ ニ移動セシメ, Aニ於ル切線ハ  $d\phi'$ ナル角度ノ變化ヲ生ジ,又次ニ EDナル  $ds$ ガ彎曲スル爲メ  $\Lambda''$ ヲシテ  $\Lambda'''$ ニ移動セシメ,  $d\phi''$ ナル變化ヲ生ズ,斯ノ如クシテ,

$$\Lambda'\Lambda'' = dv' = u'd\phi' \quad \Lambda''\Lambda''' = dv'' = u''d\phi''$$

等ナル各小弧ガ順次短縮ウレタル半徑ヲ以テ,畫カルモノトス.

以上各小弧ニ屬スル縱横距,  $dx, dy$ 及  $dx', dy'$ 等ヲ縱横軸上ニ投影スレバ、

$$\Delta x = \int dx \quad \Delta y = \int dy$$

ヲ得然ルニ  $dv = u d\phi$ ニシテ今任意ニ C點ヲ撰ミ,其縱横距ヲ  $y$ 及  $w$ トスレバ第三十一圖ニ依リ、

$$dx : dv = y : u \quad \text{即} \quad dx = \frac{y dv}{u}$$

$$dy : dv = x : u \quad \text{即} \quad dy = \frac{x dv}{u}$$

故ニ  $dx = y d\phi, \quad dy = x d\phi$

(6)式ヨリ  $d\phi$ ノ値ヲ代入シ之ヲ積分スレバ、

$$\Delta x = \int dx = \int y d\phi = \int \frac{My ds}{EI}$$
 ..... (8)

$$\Delta y = \int dy = \int x d\phi = \int \frac{Mx ds}{EI}$$
 ..... (9)

以上 (7), (8), (9) ナル三個ノ方程式ハ、彈性拱ニ於ル反動力若クハ拱肋ノ或ル截斷面ニ於ル合成應力ノ位置ヲ求ムルニ必要ナル原方程式ナリ。

但上述ノ研究ニ於テハ推力ニ依リテ生ズル拱肋ノ短縮及溫度變化ノ爲メニ生ズル影響ニ就テハ、未ダ之ヲ考量セズ、是等ハ別ニ後章ニ於テ述ベントス。