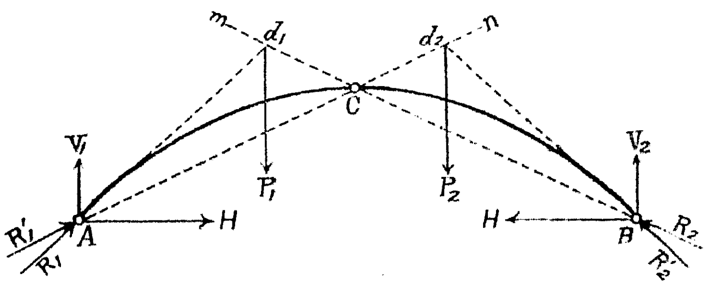
第二章

三鉸拱

第五節　反動力ヲ求ムル圖算法

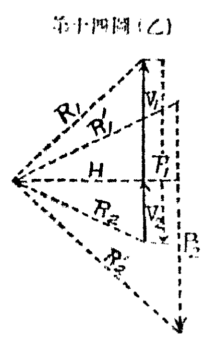
三鉸拱ニ於ル平衡多邊形ハ最モ容易ニ之ヲ畫クコトヲ得第十四圖甲ニ於テハACBハ三鉸拱肋ノ中心線ヲ示メス此拱ハACBノ三點ニ於テ囘轉自在ナルヲ以テ此三點ニ於ル彎曲率ハ何レモ皆ナ零ナリ故ニ其平衡多邊形

第十四圖（甲）



ハ必ズ此三點ヲ通過セザル可ラズ今此拱上ニP_1ナル一個ノ荷重アリトスレバA點ニ於テR_1, B點ニ於テR_2ナル反動力ヲ生ズ此三力ハ平衡ヲ保持スル爲メニ或ル一點ニ於テ互ニ交切スルヲ要ス故ニB點トC點トヲ通ジテ一直線ヲ引キR_2ノ方向ヲ定メ之ヲ延長シテP_1

第十四圖（乙）



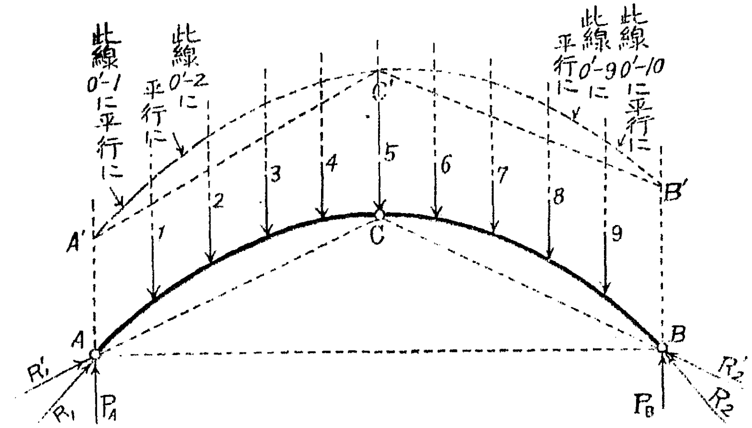
ナル荷重線中d_1ナル一點ニ於テ交切セシメ然ル後此d_1點トA點トヲ通ジテ一直線ヲ引キR_1ノ方向ヲ定ムベシ而シテ其示力圖ヲ畫クニハ乙圖ニ示メス如クP_1ナル荷重線ノ兩端ヲ通ジテR_1及R_2ニ各平行ニ線ヲ引クベシ直ニ此等反動力及其分力$H\ V_1V_2$ノ値ヲ得ベシ若シ別ニ甲圖P_2ナル荷重アリトスレバ$R_1'R_2'$ナル反動力ヲ起シ其示力圖ハ乙圖點線ヲ以テ示メス如シ。

而シテP_1ニ對スル平衡多邊形ハ甲圖Ad_1BニシテP_2ニ對スルモノハAd_2Bナリ若シ他ノ位置ニ於テ別ニ荷重アリトスレバ其荷重ト反動力ト交切スル點ハ必ズ此md_1Cd_2nナル線中ニ來ルベシ故ニ荷重ノ位置ニ依リ反動力ノ方向ヲ知ルコトヲ得此線ヲ稱シテ**反動力軌跡** (re-action locus) ト云フ。

斯ノ如ク各荷重ニ對シ個々別々ニ反動力ヲ求ムルモ一法ナレドモ若シ夫レ多數ノ荷重ガ同時ニ拱上ニ働ク場合ニ最モ敏捷ニ平衡多邊形ヲ畫ク方法ハ次ノ如シ。

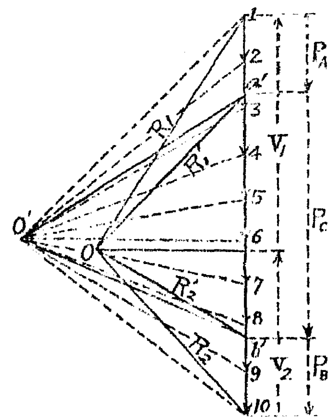
玆ニ第十五圖甲ニ示メス如ク1ヨリ9ニ至ル荷重アリテ同時ニ拱上ニ働クモノト假定ス先ヅ相當ノ縮尺ヲ以テ1ヨリ9ニ至ル荷重線卽乙圖12345678910ナル直線ヲ畫キ任意ニo'ナル極點ヲ選定シテ以テ試驗的示力圖ト試驗的平衡多邊形ヲ畫クベシ卽チ先ヅo'ヨリ12等順次10ニ至ル破線ヲ畫キ之ニ平行ニ甲圖任意ノ點A'ヨリ順次B'ニ至ルマデ破線ヲ以テ畫キタルモノ是ナ

第十五圖（甲）



リ而シテ其試驗的平衡多邊形中ノA'トC'及C'トB'トヲ通ジテ直線ヲ引キ之ニ平行ニ乙圖ニ於テo'ヲ通ジテ$o'a'$及$o'b'$ヲ引クベシ斯ノ如クシテ以テ荷重線ヲ三分ス其兩端線卽1ヨリa'ニ至ルモノ及b'ヨリ10ニ至ルモノハ兩端ノ鉸ニ傳ハルベキ荷重ノ分量ヲ示メス之ヲP_A及P_Bトス而シテ中央線卽a'ヨリb'ニ至ルモノハ拱ノ頂鉸ニ傳ハルベキ荷重ノ分量ナリ之ヲP_Cトス。

第十五圖（乙）



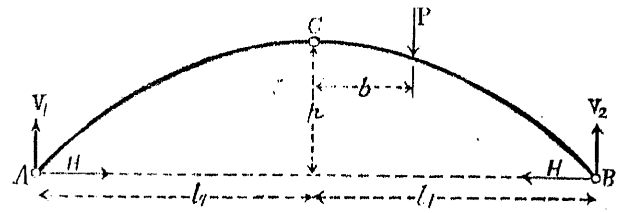
然ラバ單ニP_Cナル荷重ガ拱頂Cニ於テ働クトキニ生ズル反動力ハR_1'及R_2'ナラザル可ラズ其方向ハ明カニ甲圖AC及BCナリ故ニ之ニ平行ニ乙圖o'及b'ヲ通

シテ oa′ 及 ob′ ヲ引クトキハ初メテ眞ノ極點 O ヲ索ムルコトヲ得而シテ P_A 及 P_B ハ A 及 B ニ於テ垂直ニ働ク故ニ又之ト同量ノ正反對ノ垂直反動力ヲ生ズ而シテ之ト P_C ヨリ生ズル反動力トヲ合シテ乙圖眞ノ反動力 R_1 及 R_2 ヲ求ムルコトヲ得一度ビ眞ノ極點ノ位置ヲ求メタル以上ハ前述ノ方法ニ依リ眞ノ平衡多邊形ヲ書クコトハ容易ニシテ其平衡多邊形ハ必ズ ACB ノ三點ヲ通過セザル可ラズ。

第六節　反動力ヲ求ムル代數法

第十六圖拱頂 C ヨリ右方 b ナル水平距離ニ於テ P ナル一個ノ荷重アリト假定ス拱ノ半徑間ヲ l_1 トシ拱矢ヲ h トシ兩端ニ於ル反動力ノ垂直分力ヲ各 V_1 及 V_2 トシ其水平分力ヲ H トス。

第十六圖



靜力學ノ定義ニ依リ。

(一)　水平力ノ總和ハ零ナリ。

(二)　垂直力ノ總和ハ零ナリ。

(三)　力率ノ總和ハ零ナリ。

(一)ハ兩端ノ蝶鉸ニ於ル水平推力ハ同一ニシテ只ダ其

方向ヲ異ニスルコトヲ示メシ(二)ハ $V_1+V_2-P=0$ ナルコトヲ示メシ(三)ハ例ヘバ左端ヲ中心トシテ力率ヲ採レバ $2l_1V_2-P(l_1+b)=0$ ナルコトヲ示メス。

今拱頂 C ヲ通シテ之ヲ左右二個ニ截斷シテ C ヲ中心トシテ力率ヲ求メ左半 AC ニ就テ考フレバ

$$Hh-V_1l_1=0$$

而シテ

$$\left.\begin{aligned} V_2&=P\frac{l_1+b}{2l_1} \\ V_1&=P-V_2=P\frac{l_1-b}{2l_1} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

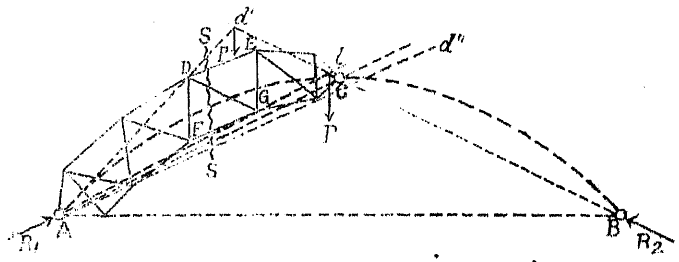
$$H=V_1\frac{l_1}{h}=P\frac{l_1-b}{2h} \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

是ニ由リテ之レヲ觀レバ(4)(5)ノ式中 (l_1-b) ハ荷重 P ヨリ最モ近キ拱端ニ至ル水平距離ニシテ又 (l_1+b) ハ最モ遠キ拱端ニ至ル水平距離ナレバ V_1 V_2 ノ値ハ恰モ P ナル荷重ガ兩端支ヘラレタル $2l_1$ ナル徑間ヲ有スル單桁ニ於テ生ズル垂直反動力ト其ノ値ヲ同フス又 H ノ値ハ荷重ガ拱頂 C ヨリ離ルヽニ從テ減少スルガ故ニ荷重ガ中央 C ニアル時ヲ以テ最大トシ而シテ拱矢ノ値ト反比例ヲ爲スベシ。

第七節　構拱ノ或ル材片ニ最大應力ヲ生ズベキ荷重ノ位置ヲ論ズ

第十七圖ニ示メス如キ構拱ニ於テ(一)上臥材 DE (二)下臥材 GF (三)腹材 DG ニ最大應力ヲ生ズベキ荷重ノ位置

第十七圖



ヲ論ズルニ當リテハ先ヅ此等ノ三材片ヲ截斷スル線SSヲ假設スベシ。

（一）上臥材DEニ最大應力ヲ生ズベキ荷重ノ位置

之レニ對シテハDE以外ノ他ノ二材片DG及FGノ交切點Gヲ力率ノ中心トスルヲ要ス然ラバAトGトヲ接續スル線トBCヲ延長セル線トノ交切點dニ於ル荷重ハ上臥材DEノ應力ニ何等ノ影響ナシ何トナレバ截斷面ヨリ左方ニ働キツヽアル外力ハ單ニ左端Aニ於テR_1ナル反動力ノ存スルノミニシテ其方向ハAトGトヲ接續スル線ノ方向ナレバGヲ中心トセル力率ハ零ナレバナリ。

dトCトノ間ニアル荷重ニ對シテハ反動力ノ方向ハG點以下ニ向フベシ又CトBトノ間ニアル荷重ニ對シテハ正ニC點ヲ通過スベシ故ニdトBトノ間ニアル荷重ニ對シテハG點ヲ中心トセル反動力ノ力率ハ左廻リノ旋回ヲ爲シ（本論ニ於テハ之ヲ正力率(+)ト云フ）上臥材DEニ應張力ヲ與フ何トナレバ此正力率ニ抵抗スル爲メニハDEノ應

力ハ右廻リノ旋回（本論ニ於テハ之ヲ負力率(−)ト云フ）ヲ爲サヽル可ラズ故ニ此應力ノ方向ハDヨリEニ向フモノトシ卽應張力ナリ。

又截斷面トdトノ間ニアル荷重ニ對シテハ左端ノ反動力ノ方向ハG點以上ノ位置ヲ通過シG點ヲ中心トシテ右廻リ卽負力率ヲ生ズ故ニ前項ト正反對ノ現象ヲ呈シDEニ應壓力ヲ與フ。

終リニ截斷面ト左端トノ間ニアル荷重ニ對シテハ截斷面ヨリ左方ニ二個ノ外力（荷重及反動力）アリテ其合成力率ノ方向ハ右廻リナルヤ若クハ左廻リナルヤ先ヅ之ヲ決定セザル可ラズ之ヲ決定スルニハ截斷面ヨリ右方ヲ考フル時ハ直ニ明瞭ナルベシ何トナレバ右方ニ於テハ單ニ右端Bニ於ル反動力ノ存スルノミニシテ他ニ外力ナシ此ノ反動力ハGヲ中心トシテ左廻リノ力率ヲ與フ故ニ之ニ抵抗シテ以テ平衡ヲ保持スルニハ左方ニアル二個ノ外力ノ合成力率ハ右廻リ卽負力率ナルヲ要ス而シテ更ニ截斷面ヨリ左方ノミヲ考フル時ハ此負力率ニ抵抗スルニハDEノ應力ハEヨリDニ向フモノトシ卽應壓力ナリ之ヲ要スルニ

DEニ最大應張力ヲ生ズベキ荷重ノ分布ハd點ヨリB點ニ、又之ニ最大應壓力ヲ生ズベキ荷重ノ分布ハd點ヨリA點ニ擴ガルモノトス。

（二）下臥材GFニ最大應力ヲ生ズベキ荷重ノ位置

此場合ニハ力率ノ中心ヲD點ニ採ルヲ要スルヲ以テ前述ト同一ノ理由ニ依リGFニ最大應張力ヲ生ズベキ荷重ノ分布ハd'點ヨリA點ニ、又之ニ最大應壓力ヲ生ズベキ荷重ノ分布ハd'點ヨリB點ニ、擴ガルモノトス。

(三)　**腹材**DGニ最大應力ヲ生ズベキ荷重ノ位置

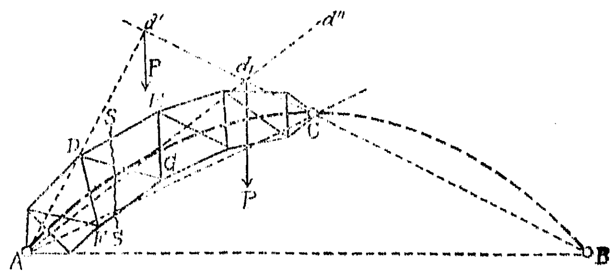
此場合ニハ力率ノ採リ方ヲ次ノ如ク考フベシ第十七圖ニ於テDEトFGトガ平行ナル時ハA點ヲ通ジテ之ニ平行ニAd''ヲ引クベシ若シ之レガ平行ナラザル時ハ之ヲ延長シテ其交切點d''ヲ通ジテAd''ヲ引クベシ。

荷重ガ截斷面トB點トノ間ニアル時ハ截斷面ヨリ左方ニ當リテハA點ニ於ル反動力ノ存スル外ニ他ニ外力ナシ故ニ其反動力ノ方向ハAd''線以上ノ位置ヲ通過シ決シテC點以下ニ來ルコトナシ是ヲ以テd''點ヲ中心トセル其反動力ノ力率ハ右廻リヲ爲シ之ニ抵抗スル爲メニハDGノ應力ノ力率ハ左廻リナラザル可ラズ即DヨリGニ向フモノトシ應張力ヲ生ズ。

荷重ガ截斷面トA點トノ間ニアル時ハ截斷面ヨリ左方ニアル二個ノ外力(荷重及反動力)ノ合成力率ハd''點ヲ中心トシテ左廻リヲ爲ス之ニ抵抗スル爲メニハDGノ應力ハ同一ノ點d''ヲ中心トシテ右廻リヲ爲スベキモノニシテG點ヨリD點ニ向フ故ニ應壓力ヲ生ズ之ヲ要スルニ

DGニ最大應張力ヲ生ズベキ荷重ノ分布ハ截斷面ヨリB點ニ、又之ニ最大應壓力ヲ生ズベキ荷重ノ分布ハ截斷面ヨリA點ニ、擴ガルモノトス。

第十八圖



若シAd''ナル線ガ第十八圖ニ示メス如クC點ノ上ニ位スル場合ニハDGニ最大應力ヲ生ズベキ荷重ノ位置ニ就テ之ヲ三段ニ分チ論究スルヲ要ス。

(一)　荷重ガ交切點d_1トB點トノ間ニアル時ハDGニ應壓力ヲ與フ何トナレバ此場合截斷面ヨリ左方ニハ單ニ左端ニ於ル反動力アルノミナレバ其力率ハd''ヲ中心トシテ右廻リヲ爲シ即GヨリDニ向フモノトシ應壓力ヲ生ズ。

(二)　荷重ガ截斷面トd_1點トノ間ニアル時ハA點ニ於ル反動力ノ力率ハd''ヲ中心トシテ右廻リヲ爲ス故ニ之ニ抵抗スベキDGノ應力ノ力率ハ左廻リヲ爲シ其應力ハDヨリGニ向フモノトシ即DGニ應張力ヲ生ズ。

(三)　終リニ荷重ガ截斷面トA點トノ間ニアル時ハDG

ニ應壓力ヲ生ズ何トナレバ左端ニ於ル反動力ト荷重トノ合成力率ハ前項ニ述ベタル如ク d'' ヲ中心トシテ左廻リヲ爲シ之ニ抵抗スベキ DG ノ應力ノ力率ハ右廻リトナリ其應力ハ G ヨリ D ニ向フモノトシ應壓力ヲ生ズ之ヲ要スルニ

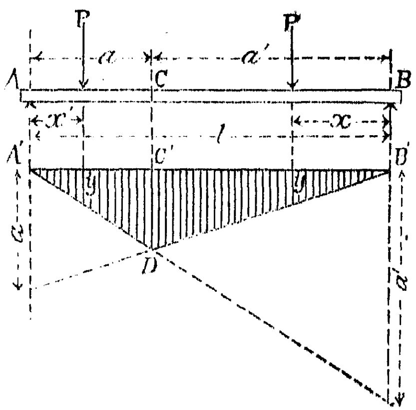
DG ニ最大應張力ヲ生ズベキ荷重ノ分布ハ截斷面ヨリ d_1 點ニ、又之ニ最大應壓力ヲ生ズベキ荷重ノ分布ハ d_1 點ヨリ B 點ニ、及截斷面ヨリ A 點ニ、擴ガルモノトス。

第八節　影響線ヲ應用シテ構拱ノ應力ヲ算定スル法ヲ論ズ

第一欵　影響線概論

影響線 (Influence line) トハ或ル結構上ヲ單位荷重ガ通過スル時ニ其一定點ニ於ル力率,剪力,應力,其他ノ函數ノ變化ヲ示メス線ノ謂ニシテ今力率ノ例ヲ以テ之ヲ說明セン ニ第十九圖 AB ナル桁ノ上ヲ荷重 P ガ右ヨリ左ニ通過スル時ニ一定點 C ニ於ル力率ハ P ガ

第十九圖



C 點ニ達スル迄ハ(左端ニ於ル反動力)$\times a = P\frac{x}{l}a$ ニシテ其變化ハ荷重ノ距離 x ニ準スルガ故ニ水平線 A'B' ノ下ニ相當ノ縮尺ヲ以テ縦線 $y=\frac{Px}{l}a$ ヲ垂直ニ立テヽ其各縦線ノ下端ヲ接續セル直線 B'D ニ依テ此變化ヲ表ハスコトヲ得卽チ P ガ C 點ニアル時ハ C 點ノ下ニ位スル縦線 C'D ハ $P\frac{a'}{l}a$ ニシテ C 點ニ於ル力率ヲ示メシ又 P ガ他ノ點ニアル時ハ該點ノ下ニ位スル縦線ヲ以テ C 點ニ於ル力率ヲ示スコトヲ得ベシ而シテ P ガ C 點ヲ經過セル後ハ C 點ニ於ル力率ハ(右端ニ於ル反動力)$\times a' = P\frac{x'}{l}a'$ ニシテ之ヲ縦線トシテ畫キ其下端ヲ接續セル直線 DA' ニ依リ其變化ヲ示スコトヲ得普通便宜ノ爲メ P=1 ト假定シ斯ノ如クシテ畫カレタル線ハ其單位荷重ガ結構上ヲ通過スル時ニ一定點ニ於ケル力率ノ影響ヲ示メスベシ之ヲ**力率ノ影響線**ト云フ。

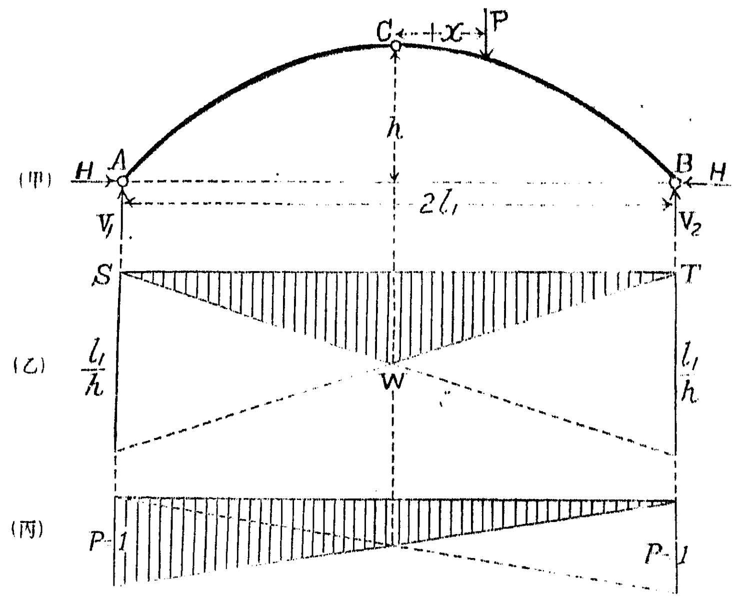
此影響線ヲ畫クニハ左ノ法ヲ用フルヲ便ナリトス先ヅ左端ニ於テ水平線 A'B' 以下ニ a ニ相當スル垂直線ヲ立テ其下端ヲ B' ニ結合シテ三角形ヲ作ルベシ次ニ右端ニ於テ A'B' 線下ニ a' ニ相當スル垂直線ヲ立テ其下端ヲ A' ニ結合スベシ斯ノ如クシテ二個ノ結合線ニ依リ畫カレタル A'DB' ナル三角形ニ屬スル縦線ハ C 點ニ於ル力率ノ影響ヲ示メスガ故ニ直線 AD 及 DB' ハ卽影響線ナリ。

第二款　三鉸拱ニ於ル反動力ノ影響線

或ル荷重Pガ三鉸拱上ヲ通過スルニ從ヒ其兩端ニ於ル反動力ノ水平及垂直分力ノ變化ハ直線ヲ以テ表ハスコトヲ得ベシ何トナレバ第六節(4)及(5)方程式ニ於テhニ代フルニxヲ以テスレバ

$$V_1=P\frac{l_1-x}{2l_1}\qquad V_2=P\frac{l_1+x}{2l_1}\qquad H=P\frac{(l_1-x)}{2h}$$

第二十圖



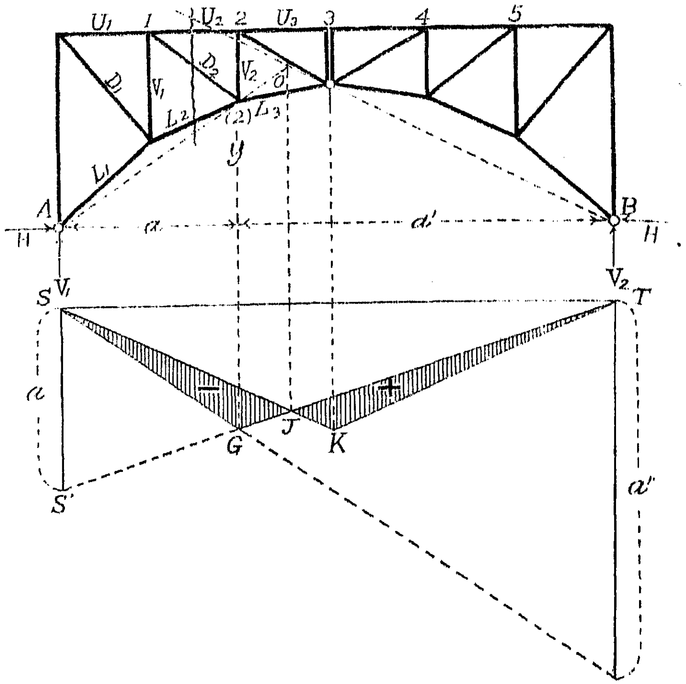
ト成リxノ冪ハ一次ナルヲ以テナリ然ラバ第二十圖(甲)ニ於テHニ對スル影響線ヲ畫カントセバ荷重ガBトCトノ間ニアル時ハ先ヅ第二十圖(乙)ニ示メス如ク左端ニ於テ$\frac{l_1}{h}$ニ相當スル垂直線ヲ畫キ徑間$2l_1$ト共ニ直角三

角形ヲ作ルベシ而シテ直線WTハP=1ナル單位荷重ガBトCトノ間ニ在ル時ノHニ對スル影響線ナルベシ又荷重ガAトCトノ間ニアル時ハ先ヅ右端ニ於テ$\frac{l_1}{h}$ニ相當スル垂直線ヲ畫キ前述ト同樣ニ作ラレタル三角形ニ於テ直線WSハP=1ナル單位荷重ガAトCトノ間ニ在ル時ノHニ對スル影響線ナルベシ而シテV_1及V_2ニ對スル影響線ハ單桁ニ起ル反動力ニ對スルモノト毫モ異ナルコトナシ即第二十圖(丙)ニ示メス如ク左端ニ於ル反動力ノ垂直分力ニ對スルモノハP=1ニ相當スル垂直線ヲ左端ニ立テヽ三角形ヲ作リ又右端ニ於ルモノニ對シテハ右端ニ於テ同樣ノ垂直線ヲ立テヽ三角形ヲ作ルヲ以テ足レリトス。

第三款　三鉸構拱 (Three Hinged Spandrel Braced Arch) ノ弦材應力ノ影響線

第二十一圖ハ水平ノ上弦材並ニ垂直及傾斜ノ腹材ヲ有スル三鉸構拱ヲ示メス今上弦材U_2ノ應力ノ影響線ヲ求メントスU_2ノ應力ヲ截斷法ニ依リ求メントスルニハ力率ノ中心ヲ下分格點(2)ニ撰定セザル可ラズ故ニU_2ノ應力ハ(2)ヲ中心トセル外力ノ力率ノ値ト同一ノ比例ヲ以テ變化スルハ多言ヲ要セズシテ明カナリ然ラバ其影響線ハ(2)ヲ中心トセル力率ノ影響線ヲ以テ之ヲ表ハスコトヲ得ベシ今第二十一圖ニ示メス如キ截斷面ヲ採リ其左方ニアル總外力ノ力率ヲ採レバ之ニ對スル一般ノ

第二十一圖



公式ハ次ノ如クナルベシ。

$$M_{(2)} = -\Sigma V.x + H.y$$

式中 V ハ與ヘラレタル荷重及其反動力ノ垂直分力

x ハ分格點(2)ヨリ V ノ挺率　y ハ同點ヨリ H ノ挺率

Σ ハ和ノ符合

是ニ依テ之ヲ觀レバ $\Sigma V.x$ ナル第一項ハ恰モ AB ナル徑間ヲ有スル單桁ニ於ル垂直荷重ニ屬スル彎曲率ト同一ナリ換言スレバ $2l_1$ ナル徑間ヲ有スル單桁上ヲ荷重ガ通過スル時ニ起ル彎曲率ナリ故ニ之ニ對スル影響線ヲ

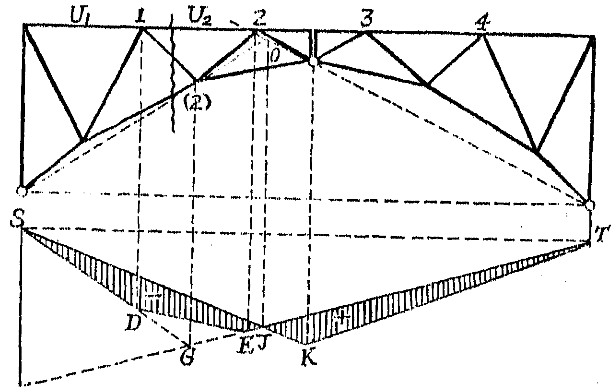
書クニハ先ヅ拱ノ右端ト力率ノ中心點(2)トノ間ニアル單位荷重ニ對シテハ左端ニ於テ(2)點ト左端トノ間ノ水平距離 a ヲ縦線トシテ立テ，S′ ト T トヲ結合シ次ニ(2)點ト拱ノ左端トノ間ニアル單位荷重ニ對シテハ右端ニ於テ同樣ニ a' ヲ立テ，SG 線ヲ書キ三角形 SGT ヲ爲スベシ是即チ此力率ニ對スル影響線ナルベシ。

更ニ $H.y$ ナル第二項ハ反動力ノ水平分力ニ屬スル力率ニシテ中心點(2)ニ對シテハ y ハ定數ナリ此力率ハ前項ノ $\Sigma V.x$ トハ反對ノ回旋ヲ爲シ其最大力率ハ荷重ガ拱ノ中央ニ來ル時ニ起ルベシ故ニ三角形 SKT ヲ以テ之ヲ表ハスコトヲ得。

今第一項ノ力率ヨリ第二項ノ力率ヲ減シ其合成力率ノ影響線ヲ求ムルニハ左ノ法ニ依ルヲ便ナリトス。

先ヅ U_2 ニ何等ノ應力ヲ生ゼザル荷重ノ位置即 O 點ヲ平衡多邊形中ニ求メ之ヲ下向ニ垂直ニ J 點ニ於テ GT 線ト交叉スル迄延長スベシ次ニ SJ 線ヲ延長シテ

第二十二圖



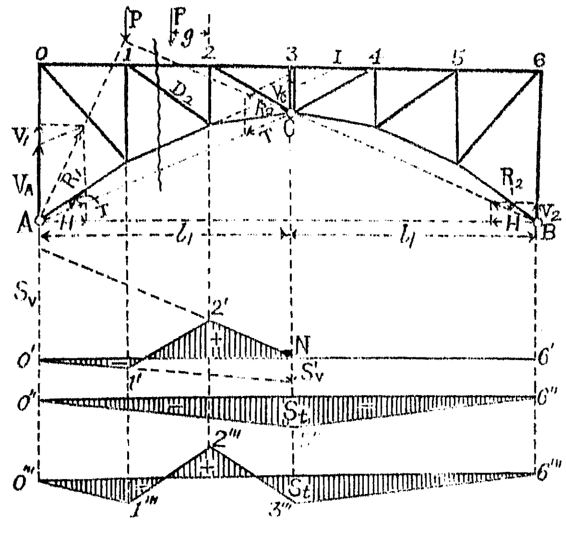
K點ニ於テ拱ノ中央ヲ通過スル垂直線ト交切セシメK
トTトヲ結合スベシ斯ノ如クシテ得タルSKTナル三角
形ハH.yノ變化ヲ示メスベシ次ニ三角形SGTニ屬スル
縱線ヨリ三角形SKTに屬スル縱線ヲ減ジタル二個ノ三
角形SGJトJKTトハ單位荷重ガ其縱線上ニアル時ノU_2
ニ對スル力率$M_{(2)}$ノ變化ヲ示メスベシ一ハ右廻リノ力
率卽チ(−)ニシテ一ハ左廻リノ力率卽チ(+)ナリ例ヘバ上
队材U_2ニ最大應壓力ヲ生ズベキ荷重ノ位置ハ總テ右廻
リノ力率ヲ起スベキモノナルヲ以テ左端ヨリO點迄ニ
荷重ノ存在スル時ニアリ依テ三角形SGJニ屬スル縱線
ノ和卽其面積ハU_2ニ最大應壓力ヲ生ズベキ彎曲率ナリ
トス。

若シ力率ノ中心點(2)ガ第二十二圖ニ於テ示メス如ク
U_2ノ中間卽1及2ナル分格點ノ間ニ來ル時ハ其間ノ影
響線ハ直線ヲ爲スガ故ニDトEトヲ結合スベシ。

第四款　三鉸構拱ノ腹材ニ於ル應力ノ影響線

第二十三圖ニ於テ傾斜腹材D_2ノ應力ニ對スル影響線
ヲ求メントス。D_2ノ應力ヲ求ムルニハ截斷法ニ依リ力
率ノ中心ヲ兩队材ノ交切點Iニ撰定スルヲ要ス。今荷
重Pガ拱ノ中央ヨリ左方ニアル場合ニハ兩端A及Bニ
於ル反動力ハR_1及R_2ニシテ中央ヨリ右方ニ何等ノ荷
重ナキヲ以テ中央鉸Cニ於テ拱ノ左方ノ部分ニ對スル
反動力ハ亦R_2ナラザル可カラズ假ニ單位荷重P=1ガ

第二十三圖



分格點1ニ在ルモノトシ其反動力R_1ヲV_1及Hニ分解セズシテ更メテV_A及Tニ分解スルモノトセバ, V_Aハ垂直ナレドモ, Tハ中央鉸ニ向フベシ同樣ニR_2ヲ圖ニ示メス如クV_r及Tニ分解スベシ分力TハV_rト同量ノ一個ノ荷重カ拱ノ中央ニ在ル時ニ左端Aニ於テACノ方向ニ起ル反動力ニ等シ是ヲ以テD_2ノ應力ハ前述ノ二條件ニ依リテ得タル應力ノ和ニ等シ換言スレバ[第一]垂直分力V_A及V_rニ屬スル應力[第二]中央鉸Cニ於テV_rノ在ル時ニ生ズベキ反動力Tニ屬スル應力以上ノ二應力ニ對スル影響線ヲ合併シタルモノハD_2ノ應力ノ影響線ナルベシ。

〔第一〕拱上ヲ通過スル單位荷重ニ依リ生ジタル垂直分力V_A及V_rに對する影響線。

(I) 拱ノ中央ヨリ左方ニ荷重ノ在ル時。

茲ニ截斷面ヲ假定シ荷重ノ位置ニ三アリ。

(a) 荷重ガ中央ト截斷面トノ間ニ在ル場合。

(b) 荷重ガ截斷面ヨリ左方ニ在ル場合。

(c) 荷重ガ1及2ナル分格點ノ間ニ在ル場合。

先ヅ或ル分格點ニPナル荷重アリテ、$V_A=1$ナル反動力ヲ生ズル時ノD_2ノ應力ヲS_Vトス。

次ニ亦タ同様ニ或ル分格點ニ於ル荷重Pガ、$V_C=1$ナル反動力ヲ生ズル時ノD_2ノ應力ヲS'_Vトス。

(a) ノ場合

中央點Cヨリ未ダ截斷面ニ達セザル、x'ナル水平距離ニ於テ、P=1ナル單位荷重ガ在ル時ハ左端ニ於テV_Aナル垂直反動力ヲ生ズ。即$V_A=\frac{x'}{l_1}$ナリ、而シテ截斷面ヨリ左方ニハ、V_Aノ外何等ノ外力ナキヲ以テ、此單位荷重ニ屬スルD_2ノ應力ハ、

$$V_A\times S_V=\frac{x'}{l_1}\times S_V\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(A)$$

此應力ハ張力即(+)ヲ示メス、何トナレバI點ニ力率ノ中心ヲ採レバ垂直反動力ハ右廻リノ回旋ヲ爲スベシ、之ニ抵抗スルモノハD_2ノ應力ニシテ左廻リノ回旋ヲ爲ス、故ニ張力ナラザル可ラズ、然ラバ玆ニ一定ノ水平線上縦線S_Vヲ上向キ即(+)ニ立テヽ、其上端ヲN點ト結合スベシ、2'Nニ屬スル縦線ハ方程式(A)ト一致シ、2及3ナル二點間ノ荷重ニ對スル影響線ナリ。

(b) ノ場合

前述ト同様ニ截斷面ヨリ左方ニ荷重ノ在ル時ハ1ナ

ル分格點ヨリ左方ノ影響線ハ、N點以下ニS'_Vヲ立テヽ、其下端ヲ0'ニ結合シ、以テ得タル直線0'1'ナルベシ、此應力ハ壓力ナリ、何トナレバS_Vハ$V_C=1$ナル時ノD_2ノ應力ニシテ、V_CハI點ヲ中心トシテ右廻リノ回旋ヲ爲シ、之ニ抵抗スル爲メP及V_Aノ合成力ハ左廻リノ回旋ヲ起シ、更ニ之ニ抵抗スル爲メ、D_2ノ應力S'_Vハ右廻リノ回旋ヲ爲サヾル可ラズ、依テ應壓力ヲ生ズ。

(c) ノ場合

次ニ1及2ナル分格點間ニ在ルPニ對スル影響線ヲ求ムルニハ、先ヅPヲ各分格點ニ於テ距離ノ反比例ニ準ジテ負フベキP_1及P_2ナル二個ノ分力ニ分解ス、今分格長ヲpトシ、Pガ2ナル分格點ヨリqナル距離ニアレバ

$$P_1=\frac{Pq}{p},\qquad P_2=\frac{P(p-q)}{p}\ldots\ldots\ldots\ldots(B)$$

ナリ、P, P_1, P_2以下ニ位スル縦線ノ長ヲ夫々$y\,y_1\,y_2$トスレバ、Pノ影響ハ其分力P_1及P_2ノ影響ノ和ナルベキガ故ニ

$$Py=P_1y_1+P_2y_2$$ ナリ。

方程式(B)ニ於ルP_1及P_2ノ値ヲ之ニ代入シ、且P=1トスレバ

$$y=\frac{qy_1}{p}+\frac{(p-q)y_2}{p}$$

ヲ得即チ一次方程式ナルヲ以テ、1'2'ナル線ハ直線ナルベキヲ證ス。

(II) 拱ノ中央ヨリ右方ニ荷重ノ在ル時

拱ノ中央ヨリ右方ニ在ル荷重ノ左端ニ於テ生ズル反動力ノ方向ハ必ズ反動力軌跡ニ沿フ,故ニ其垂直分力V_aハ零ナリ,依テ此部分ノ影響線ハ N6′ 線ト一致ス。

故ニ垂直分力 V_A 及 V_a ニ屬スル全影響線ハ 0′1′2′N6′ ナリ。

〔第二〕 拱ノ中央ニ働クV_cヨリ起ル反動力ノ分力Tニ屬スル影響線。

第二ノ影響線ハ,拱ノ中央ニ働クV_cヨリ起ル反動力ノ分力Tニ屬スルモノニシテ,此分力ハ必ズC點ニ向フ,而シテ其最大縱線ハ拱ノ中央ニ位シ,其場合P=1ナル荷重ハ無論拱頂ニ在リテ,其縱線ハ之ヨリ生ズルD_2ノ應力ヲ示メス,而シテI點ヲ中心トシテTノ回旋ハ左廻リニシテ之ニ反抗スル爲メD_2ノ應力ハ右廻リノ回旋ヲ爲シ,即應壓力ヲ生ズ,今此應力ヲS_bヲ以テ示メスモノトス。

V_cノ値ハ荷重ガ中央ニ近ツクニ從テ增加シ,中央ニ於テ最大ナリ,故ニD_2ノ應壓力モ亦タ同一ノ比例ヲ以テ變化ス,是ヲ以テ全徑間ニ對スル此種影響線ハ 0″3″6″ ナリ。

之ヲ要スルニ,以上二個ノ影響線ヲ合併スル時ハ,〔第一〕及〔第二〕ノ合成影響線 0‴1‴2‴3‴6‴ ヲ得。

第九節　變位圖ヲ應用シ構拱ノ撓度(deflection)ヲ求ムル法ヲ論ズ

第一款　變位圖概論

變位圖一名うゐりをっと圖 (Displacement or Williot Diagram) トハ結構ガ應力ヲ受クル時其材片ノ長ガ變化スルニ從ヒ,分格點(接合點)ノ位置ニ變化ヲ生ズ,其變化セル位置ノ相互間ノ方向及距離ヲ,圖上ニ表ハシタルモノナリ。

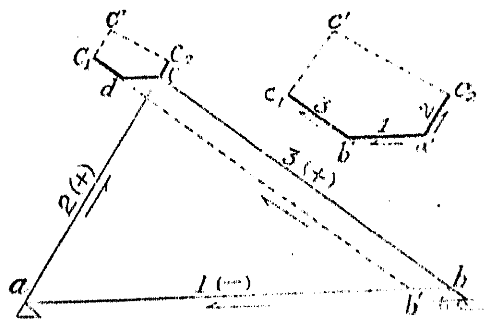
凡ソ或ル一材片ガSナル應力ヲ受クル前ニ,其材片ノ長ヲlトシ,橫斷面積ヲaトシ,彈性係數ヲEトスル時ハ,應力ヲ受ケタル後,其長ノ彈性的變形λハ,左ノ式ヲ以テ計算スルコトヲ得。

$$\lambda = \frac{S}{a}\cdot\frac{l}{E}$$

此λノ値ハlト比較シテ非常ニ小ナル故ニ,lト同一ノ比例尺ヲ以テ之ヲ畫クコトハ殆ド不可能ナリ。

茲ニ第二十四圖中ニ於テ示メス如キ單一ノ三角形ヲ有スル結構アリ,其一端aハ固定セラレ,他端bハ轉子ノ上ニ在リテ自由ニ水平ニ移動シ得

第二十四圖



ルモノト假定ス,今三角形ノ各材片ノ長ニ變化アル時,各分格點ノ變位圖ヲ求メントス。

材片 ab ハ應壓力(−)ヲ受ケ,其短縮ノ量ヲ bb' トス,卽 b' ハ b ナル分格點ノ新位置ナリ, cd ヲ bb' ニ等シク且平行ニ引クベシ,而シテ材片 $bc(=b'd)$ ハ應張力(+)ヲ受ケ,其伸長ノ量ヲ dc_1 トシ,材片 ac モ亦應張力(+)ヲ受ケ,其伸長ノ量ヲ cc_2 トス,然ラバ變位圖ニ於テ, c_1 及 c_2 ナル二點ハ,一致シテ一點トナルヲ要ス,其一致シタル點ハ,分格點 c ノ新位置ナリ。

此新位置ノ點ヲ求ムルニハ,二個ノ弧ヲ畫クベシ,一ハ a 點ヲ中心トシ ac_2 ヲ半徑トシ,他ハ b' 點ヲ中心トシ $b'c_1$ ヲ半徑トスルニアリ,然ルニ弧ノ長サハ半徑ニ比較シテ非常ニ小ナル故ニ弧ノ代リニ ac_2 及 $b'c_1$ ニ夫々直角ナル垂線 c_2c' 及 c_1c' ヲ引クヲ以テ充分ナリトス其交切點 c' ハ c ノ新位置ニシテ, c ト c' トヲ結合セル直線(圖上ニ示シテナキ線)ハ, c ナル分格點ノ變位卽其變化ノ方向ト距離トヲ示メスベシ,實際ハ變位距離ハ材片ノ長ニ比シ非常ニ小ナルヲ以テ,上述ノ畫法ハ不可能ナリ,故ニ適當ニ擴大セル縮尺ヲ以テ,材片ノ長ヲ取リ除キタル變位ノミノ距離ヲ畫クヲ良トス,卽乙圖ニ於テハ,二倍ノ縮尺ヲ以テ之ヲ示メス,玆ニ a' ヲ固定ノ原點トシ, 1ナル材片ハ短縮サルヽ故ニ, b 點ハ a ノ方向卽矢ノ示メス如ク左方ニ變位スルモノトシ, a' ヨリ左方ニ卽 b ヨリ a ノ方向ニ, bb' ノ二倍

ナル $a'b'$ ヲ畫キ,又 2 ナル材片ハ伸長サルヽ故ニ, c ハ矢ノ示メス如ク, a ヨリ遠ザカルモノトシ, cc_2 ノ二倍ナル $a'c^2$ ヲ a ノ反對ノ方向ニ a' ヨリ引クベシ,終リニ 3 ナル材片モ亦タ伸長サルヽ故ニ, dc_1 ノ二倍ナル $b'c_1$ ヲ b ノ反對ノ方向ニ b' ヨリ引クベシ,而シテ c_1 及 c_2 ナル二點ヨリ, 3 及 2 ニ夫々直角ニ垂線 c_1c' 及 c_2c' ヲ引キ,其交切點 c' ヲ求ム,乙圖ハ縮尺ヲ異ニセルノミニテ,甲圖上部ノ圖ト同形ナルベシ,卽 a ヲ固定ノ原點(一名極點)トシ, ab ノ方向ニ變化ナキ時ノ分格點 b 及 c ノ變位ハ,夫々 $a'b'$ 及 $a'c'$ (圖上ニ示サズ)ナリ,斯ノ如クシテ畫カレタル圖ヲ**變位圖**ト稱ス。

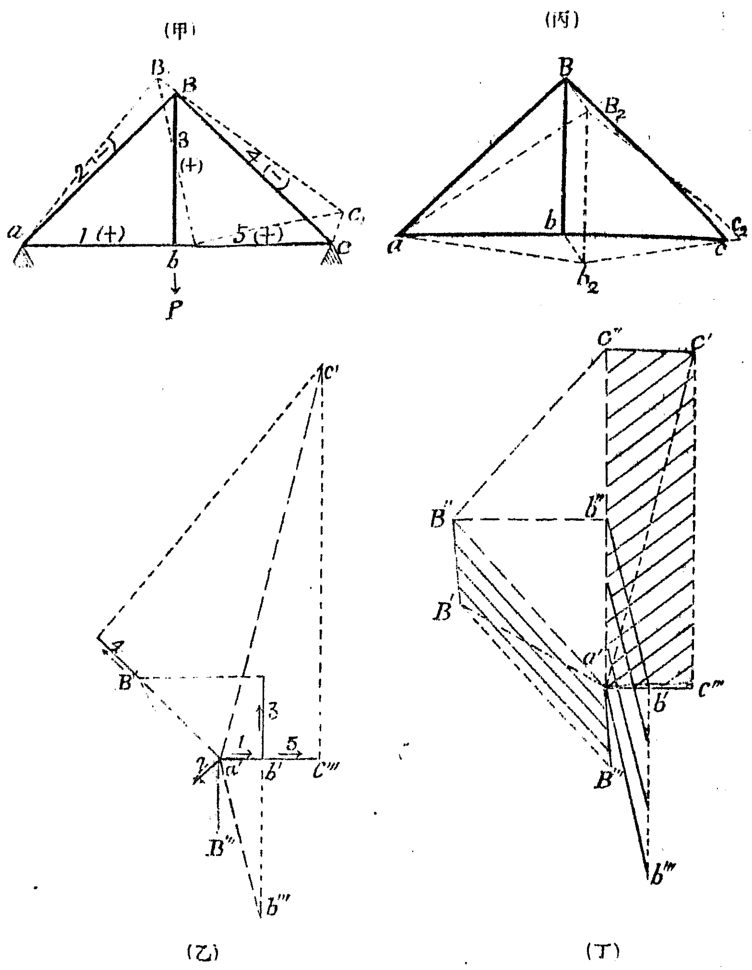
實際ニハ十倍乃至二十倍擴大セル縮尺ヲ用ユルヲ普通トス。

第二款　原點ノ選定法

變位圖ヲ圖クニハ何レノ點ヲ原點トスルモ任意ナレドモ,先ヅ方向ノ變化最モ少ナキ材片,若クハ全ク其變化ナキ材片ノ一端ヲ原點トスルヲ便利ナリトス,而シテ簡單ナル構桁ニ在リテハ中央ニアル材片ノ一端ヲ以テ原點トスベシ,左ニ一例ヲ揭ゲテ之ヲ說明スベシ。

第二十五圖甲ハ簡單ナル**雄柱構**ニシテ,中央ノ b ナル分格點ニ荷重 P ガ懸ルモノトス,先ヅ各材片ノ應力 (S), 長 (l), 橫斷面積 (a), 彈性係數 (E), 及變形 (λ) ハ皆ナ已知ト假定ス,卽(+)ヲ應張力トシ(−)ヲ應壓力トス。

第二十五圖



材片	材片ノ番號	S	l	a	λ
ab, bc	1, 5	$S_1=S_5(+)$	$l_1=l_5$	$a_1=a_5$	$\lambda_1=\lambda_5$
aB, Bc	2, 4	$S_2=S_4(-)$	$l_2=l_4$	$a_2=a_4$	$\lambda_2=\lambda_4$
Bb	3	$S_3(+)$	a_3	a_3	λ_3

(I) 最初 a ヲ原點トシ, ab ナル方向ニ變化ナキモノト假定ス。

a ナル原點ハ變化ナキヲ以テ,乙圖ニ於テ a' ハ a ト一致ス,材片 1 ハ應張材ナルガ故ニ, λ_1 ハ矢ノ示メス如ク, a' ヨリ右方ニ引クベシ,此ノ如クシテ b' ナル點ヲ定ム,次ニ三角形 aBb ニ於テ既ニ a 及 b ナル二點ノ變位セル位置 a' 及 b' ガ決定セルモノトシテ B ノ變位ヲ求ムベシ卽 3 ハ應張材ナルヲ以テ b ヨリ B ノ方ヘ伸長スルモノトシ乙圖ニ於テ矢ノ示メス如ク λ_3 ヲ b' ヨリ上方ニ引キ, 2 ハ應壓材ナルヲ以テ B ヨリ a ノ方向ニ短縮スルモノトシテ, a' ヨリ矢ノ示メス如ク其方向ニ引クベシ而シテ垂線ニ依リ B′ 點ヲ決定ス,次ニ三角形 bBc ニ於テ b 及 B ノ變位セル位置 b' 及 B′ ガ決定セルヲ以テ前同樣ノ方法ニ依リ c ノ變位ヲ求ムベシ,卽チ 5 ハ應張材ナルヲ以テ矢ノ示メス如ク λ_5 ハ b' ヨリ右方ニ引キ,又 4 ハ應壓材ナルヲ以テ c ヨリ B ノ方向ニ短縮スルモノトシテ, B′ ヨリ左方ニ之ニ平行ニ引クベシ,此ノ如クシテ垂線ヲ以テ c' ナル點ヲ定ム,卽破線 a'B′ 及 $a'c'$ ハ B 及 c 點ノ變位ナリ。

今此變位ヲ更ニ元トノ雛柱構ノ上ニ,構ト同一ノ縮尺ヲ以テ置ク時ハ,甲圖點線ヲ以テ示メセル形ヲ成スベシ。

(II) 次ニ a ヲ原點トシ, c ハ變位ノ後ハ必ズ水平線上ニ來ルベキ假定ヲ以テ,變位圖ヲ畫カントス,先ヅ乙圖ニ

於テ c' ガ水平線上ニ來ル迄構全體ヲ回轉スルヲ要ス,此場合 c ノ變位ハ $a'c'$ ノ代リニ $a'c'''$ トス(乙圖),而シテ此回轉ヨリ生ズル B ノ變位ヲ求ムルニハ, aB ニ垂直ナル線ニ平行シテ B' ヲ通ジテ $B'B'''$ ヲ引クベシ(乙圖),而シテ其長ハ a 點ヨリノ距離ニ比例ス。即

$$B'B''':aB=c'c''':ac \quad 即 \quad B'B'''=\frac{aB\times c'c'''}{ac}$$

同樣ノ方法ヲ以テ ab ニ垂直ナル線ニ平行シテ b' ヲ通ジテ $b'b'''$ ヲ引キ,其長ハ左ノ如クスベシ。

$$b'b'''=\frac{ab\times c'c'''}{ac}=\frac{1}{2}c'c'''$$

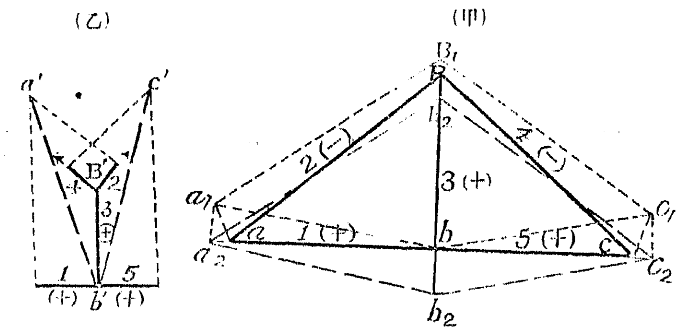
斯ノ如クシテ相互ノ變位ハ,其方向及分量トモ $a'c'''$, $a'B'''$, $a'b'''$ ナル線ヲ以テ示メサル。

上述ノ如ク決定セル變位ヲ,元トノ構形上ニ構ト同一ノ縮尺ニ改メテ丙圖 BB_2, cc_2 及 bb_2 ヲ夫々 $a'B'''$, $a'c'''$ 及 $a'b'''$ ニ等シク,且平行ニ引クベシ,而シテ之ヲ結合スル時ハ點線ヲ以テ示メス如キ形狀ヲ成スベシ,此ヲ甲圖ニ比較シテ其變位ノ形狀ノ異ナラザルヲ知ルベシ。

以上三點ノ變位 $a'B'''$, $a'b'''$ 及 $a'c'''$ (乙圖)ニ夫々平行ニ且等シク丁圖ニ示メス如ク, B', b' 及 c' ヲ通ジテ $B'B''$, $b'b''$ 及 $c'c''$ ナル三線ヲ引キ,之ヲ結合スレバ三個ノ平行四邊形 $B'B''a'B'''$, $b'''a'b''b'$ 及 $a'c''c'c'''$ ノ畫カルヽヲ見ルベシ,而シテ又其各變位ノ一端ト a' ナル原點トニ依リ,玆ニ九十度回轉セル原形ニ等シキ $a'B''c''$ ナル雄柱構(丁圖破線)ノ形付クラルヽヲ看ルベシ。

(III) 次ニ中央ノ垂直材 bB ノ方向,及其一端 b ニ變化ナキモノト假定ス,先ヅ第二十六圖甲ニ於テ原點 b ハ變位圖(乙圖)ニ於ル b' トー致ス, 3 ハ應張材ナレバ b' ヨリ上方ニ λ_3 ヲ置ク時ハ, B' 點ハ直ニ決定ス. 三角形 aBb ニ於テ B 及 b ナル二點ノ變位決定セルヲ以テ a 點ノ變位ハ 1 及 2 ナル材片ニ依リ求ムルコトヲ得,即 2 ハ應壓材ナレバ a ヨリ B ノ方向ニ短縮スルモノトシ,之ニ平行ニ B' ヨリ上方ニ λ_2 ヲ引キ,又 1 ハ應張材ナレバ b ヨリ a ノ方向ニ伸長スルモノトシ,之ニ平行ニ b' ヨリ λ_1 ヲ引キ垂線ニ依リ a' ヲ決定ス,此場合 a ノ變位ハ $a'b'$ ナリ之ヲ甲圖ニ移シ,構ト同一ノ縮尺ヲ以テ畫クトキハ, a_1 ナル點ヲ得ベシ,又同樣ニ B ノ變位 $b'B'$ ヲ縮尺ヲ改メテ甲圖ニ移シ B_1 ナル點ヲ得ベシ。

第二十六圖



構ノ右側ニ於テモ同樣ノ方法ヲ以テ c ノ變位 $b'c'$ ヲ得,又之ヲ甲圖ニ移セバ c_1 ナル點ヲ得ベシ,變位セル構ノ形狀ハ $ba_1B_1c_1b$ トナルベシ。

(IV) 次ニa及cナル二點ハ變位ノ後必ズ水平線上ニ來ルベキ假定ヲ以テ,變位圖ヲ畫クトセバ,a_1ガa_2ニ而シテc_1ガc_2ニ來ル迄構全體ヲ移動セシムルヲ要ス,然ル時ハB_1ハB_2ニbハb_2ニ來ルベシ,而シテ

$$bb_2=a_1a_2=c_1c_2=B_1B_2$$

ニシテ破線ヲ以テ示メセル形狀ヲ成スベシ。

以上(I)ヨリ(IV)ニ至ル說明ニ依リ之ヲ對照比較スル時ハ讀者ハ中央ノ垂直材ノ方向ト,其一端ガ固定セルモノトス(即チ第III法ヲ用フ)ルヲ以テ,最モ便利ナル假定ナリト了解セシナラン。

第三欵　三鉸構拱ノ變位圖

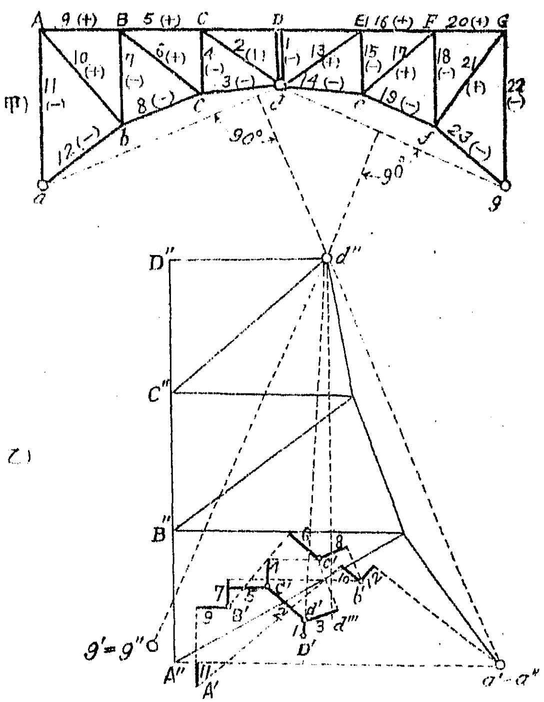
以上ノ原理ヲ三鉸構拱ニ應用シテ,其撓度ヲ求メントス,第二十七圖甲ニ於テdナル中央鉸ニ於ル最大撓度ヲ生ズベキ荷重ニ對スル,各材片ノ應力(S),橫斷面積(a),長(l),變形(λ),及彈性係數(E)ハ皆已知數ト假定ス,先ヅ各材片ニ番號1ヨリ23迄ヲ附シ,dヲ原點トシ,材片Ddノ方向ニ變化ナキモノトシテ最初中央ヨリ左方ノ拱ニ就テ論セントス,先ヅ1ハ應壓材ナルガ故ニ適當ノ縮尺ヲ以テ,其變形λ_1ヲ之ニ平行ナル線ニテ乙圖d'ヨリ垂直ニ下向ニ引クベシ,次ニ又d'ヨリ2ニ平行ニ其變形λ_2ヲ引キ,C點ノ變位ヲ記ルスベシ,之ヲC'點トス,次ニ3及4ノ變形λ_3及λ_4ヲ以テc點ノ變位ヲ求ムルベシ,之ヲc'點トス,此ノ如クシテ順次最終點aノ變位タルa'點迄進

行スルモノトス。又中央ヨリ右方ノ拱ニ對シテモ同樣ノ方法ヲ用ヒ,最終點gノ變位g'ヲ求メタルモノト假定ス,次ニdノ變位d''ヲ求ムルニハ,a'及g'ヲ中心トシテ拱ノ兩半ヲ各九十度回轉スルヲ要ス,其法ハ左方ノ一半ニ對シテハ拱ガ90°回轉スル爲メ$a'd''$ナル線ヲadニ直角ニ引キ,右方ノ一半ニ對シテハ同樣ニ$g'd''$ナル線ヲdgニ直角ニ引キ,以テ得タル交切點d''ハ卽チdノ變位ヲ示メス,依テd點ノ變位ハ其量及方向トモ,$d'd''$ナル線ヲ以テ示メサル,之ヲ垂直及水平ニ分解シ,其垂直線$d''d'''$ハ卽チd點ノ撓度ヲ示メスモノナリ,但全構拱ニ於ル荷重ノ量及配置が,中央ヨリ左右同樣ナル場合ニハg'點ハa'點ト同一ノ水平線上ニ來リ,同等ノ位置ヲ占ムルヲ以テ變位線$d'd''$ハ垂直トナリ,直ニ撓度ヲ示メシ,水平ノ分解線

第二十七圖

(甲)

(乙)



$d'd'''$ハ零トナルナリ,本例ニ於テハ特ニ荷重ノ量及配置ガ不等ナルモノト假定シテ,g'ヲa'ト等シカラザル位置ニ求メタルモノト假定セリ。

今拱ニ於ルa及dナル二點ハ,變位圖ニ於テ夫々a',$(=a'')$及d''ニ位置ヲ變ゼシヲ以テ,$d'a''$ヲ基線トシテ原形ノ構拱ヲ畫ク時ハ,乙圖ニ示メス如ク$a''d''D''C''B''A''$ナル九十度回轉セル原形ニ等シキ構拱ノ畫カルヽヲ看ルベシ。

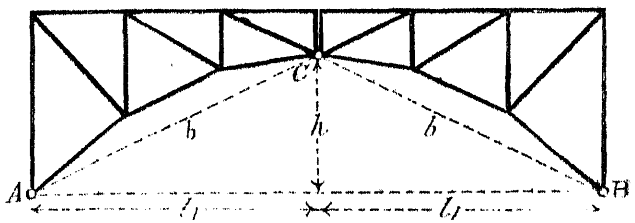
第十節　三鉸拱ニ於ケル溫度變化ノ影響

玆ニ第二章ヲ終ルニ臨ミ一言スベキコトアリ,即チ三鉸拱ニ於テハ溫度變化ノ影響甚ダ僅少ナルコト是ナリ,溫度降下スレバ拱矢ヲ減ズルガ故ニ水平推力(H)ノ値ヲ增加シ,溫度昇昂スレバ反對ノ現象ヲ呈スルハ無論ナリト雖モ,其値僅少ニシテ實際ニ於テハ應力ニ何程ノ影響ヲモ及ボサヾルヲ通例(殊ニ拱矢ノ小ナル淺キ拱ニ於テ最モ然リトス)トシ,殆ド之ヲ考量スルノ價値ナシ,之レ他種ノ拱ニ比シテ大ニ利益トスル所ナリ。

今數理的ニ之ヲ論ズレバ,eヲ膨脹係數トシ,拱全體ノ溫度ガt度變化スル時拱矢ノ增減ハ左ノ如クシテ計算スルヲ得ベシ。

溫度ノ變化ハ拱ノ徑間ノ長ニハ毫モ影響ナキヲ以テ

第二十八圖



溫度ガt度昇昂スル時ハ中央鉸C(第二十八圖)ハ垂直ニ上方ニ移動スベシ,其時ノ拱矢ノ增加ヲΔhトシ,長bノ伸長ヲΔbトスレバ$\Delta b=etb$ナルベシ,而シテ幾何的ノ關係,

$$h^2=b^2-l_1^2$$

ヨリ之ヲ微分スレバ,

$$2hdh=2bdb$$ ヲ得故ニ

$$dh=db\frac{b}{h}$$

之ヲ積分シ　$\int dh=\Delta h$　$\int db=\Delta b=etb$　ナルガ故ニ

$$\Delta h=et\frac{b^2}{h}=eth\left(1+\frac{l_1^2}{h^2}\right)$$ ヲ得