鋼拱橋及鐵筋混凝土拱

第一章

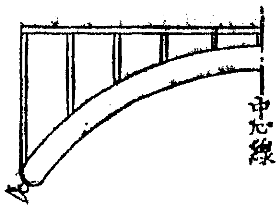
總論

第一節　鋼拱橋ノ分類

凡ソ拱橋ガ他ノ普通ノ橋梁ト異ナル點ノ一ハ,垂直荷重ヲ受クル場合ト雖モ,拱ニアリテハ傾斜セル反動力ヲ生ズルニアリ。

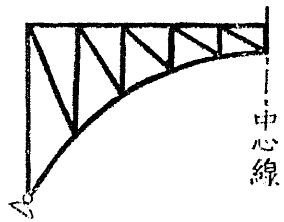
拱橋ヲ類別スルニ普通蝶鉸ノ有無ヲ以テシ三種トナス. **三鉸拱**,**二鉸拱**及**無鉸拱**コレナリ. 前者ニアリテハ單ニ靜力學ノ定義ニ依リ其ノ應力ヲ計算スルヲ得ベシト雖モ,後ノ二者ニアリテハ其ノ應力ヲ算出スルニ靜力學ノ定義ノミニテハ未知ノ條件ヲ充タスニ足ラズ,別ニ彈性學ノ原理ヲ應用スルヲ要ス. 故ニ一名之レヲ**彈性拱** (Elastic Arch) ト稱ス。

第一圖



拱ニ缺圓形アリ,拋物線形アリト雖モ十中八九ハ後者ニ屬ス,蓋シ拋物線ハ平等分布ノ荷重ガ作成セル**平衡曲線** (Equilibrium Curve) ニシテ拱橋トシテ最モ利益アル形狀ナレバナリ。

第二圖



拱ヲ組成スル彎曲セル梁ヲ**拱肋** (Arch Rib) ト稱ス,又構桁ヨリ組成セル拱ヲ**構拱** (Braced Arch) ト謂フ. 而シテ構桁ノ上下弦材ガ平行セルモノアリ,又ハ下部ノミ拱形ヲ爲シ,上部ハ水平ナルモノアリ,後者ハ之レヲ**すぱんどれるぶーれすど,あーち**ト稱ス. 第一圖及第二圖ハ共ニ二拱鉸ノ一半ヲ示スモノナレドモ,前者ハ拱肋ノ上ニ單ニ支柱ヲ設置シ,其ノ上ニ桁ヲ並列セルニ過ギズシテ構拱ニアラズ,後者ハ構桁ヨリ組成セル所謂 (Spandrel-braced Arch) ナリ。

第二節　平衡多邊形及彎曲率

讀者ハ靜力學ノ定義ヲ知悉セルモノト假定ス,今之ヲ列記スレバ次ノ如シ。

(一)　水平力ノ代數的總和ハ零ナリ。

(二)　垂直力ノ代數的總和ハ零ナリ。

(三)　力率ノ代數的總和ハ零ナリ。

算式ヲ以テ之レヲ記スレバ

(1)　$\Sigma \text{hor. forces} = 0$

(2)　$\Sigma \text{Vert. forces} = 0$

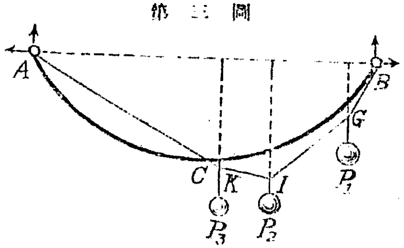
(3)　$\Sigma \text{moments} = 0$

以上ノ三定義ハ力ノ働キツヽアル構造物ノ如何ニ係

ハラズ,其ノ平衡ヲ保持スル上ニ於テ必ズ成立スベキ條件ナリ,而シテ其**示力圖**(Force Diagram)ハ必ズ閉塞スベキモノトス([註]示力圖トハ力ノ量ニ比例シテ其働キツヽアル方向ニ平行セル線ヲ引キ互ニ之ヲ接續シテ畫ケル圖ト云フ)換言スレバ茲ニ閉塞セル示力圖アリテ其ノ邊ハ與ヘラレタル力ノ方向ニ平行シ,其長ハ力ノ量ニ比例スルモノトセバ,此ノ如キ力ハ其ニ平衡ヲ保持スルモノニシテ,若シ此等力ノ働點ノ位置ガ與ヘラレタル場合ニハ直ニ**平衡多邊形**(Equilibrium Polygon)ヲ畫クコトヲ得ベシ,今之レヲ拱ニ應用シテ説明セントス。

拱橋ニアリテハ外力ハ主ニ垂直ニシテ且互ニ平行ナリ.之ニ屬スル平衡多邊形ヲ論ズルニ當リテハ説明ノ捷徑トシテ先ヅ兩端ヨリ中央ニ吊リ下ゲラレタル絲ノ例ヲ以テスルニ若カズ,是レ恰モ拱ト正反對ノ現象ヲ呈スルモノナリ. 茲ニ兩端 AB (第三圖)ニ於テ蝶番ヲ裝置セル回轉自由ナル絲ニ $P_1P_2P_3$ ナル重量ガ懸ルモノト假定セヨ,若シ此絲ニシテ易撓性ヲ有シ變形自在ナレバ自然第三圖 AKIGB ノ如キ或ル形ヲ作成スベシ,此形コソ此等重量ニ該當スル所謂平衡多邊形ナリ.去リナガラ若シ此絲ニシテ鋼製ノ帶ノ如ク不撓性ヲ有スル物質タラシメバ,如何ナル形ヲ作スベキヤト云フニ,其場合ニハ單ニ其平

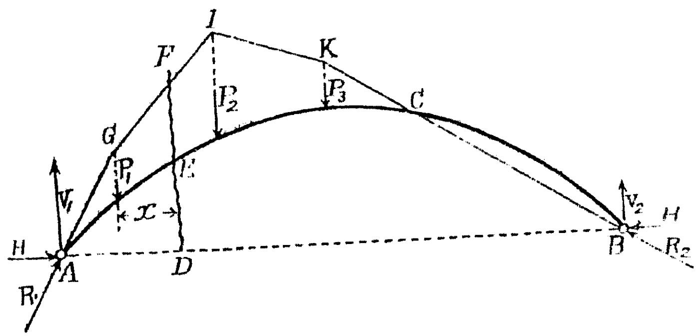
第三圖



衡多邊形ニ變ゼントスル傾向ヲ有スルニ止マルノミニシテ,未ダ全ク其形ヲ作成スル能ハズ.從テ茲ニ彎曲セントスル傾向ヲ生ズ.例ヘハ第三圖 A 點ト C 點トノ間ニアリテハ,此帶ハ AC ナル直線ニ接近セントシテ益々內部ヘ扁平タラントシ C 點ト B 點トノ間ニアリテハ CKIGB ナル曲線ニ接近セントシテ外部ヘ凸出セントス.然ルニ C 點ニ於テハ恰モ帶ト平衡多邊形ト交切スルガ故ニ茲ニハ何等彎曲セントスル傾向ナキモノトス.換言スレバ C 點ニ於テハ彎曲率ハ零ナリ, C 點ヲ境界トシ其兩側ニ於テハ該力率ノ性質ヲ異ニシ,一方ニ於テハ正(+)ニシテ他方ニ於テハ負(−)ナリ。

以上ノ例ハ吊リ下ゲタル絲或ハ帶ヲ以テセリ.今之ヲ正反對ノ位置ニ顚倒スル時ハ,第四圖ニ示メス如キ二個ノ蝶鉸ヲ有スル拱ヲ作スベシ, ACB 線ハ此二鉸拱肋ノ中心線ニシテ之ニ働ク外力ヲ $P_1P_2P_3$ ナル垂直力トス.然

第四圖

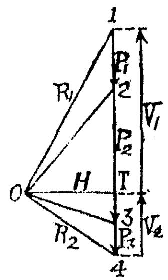


ル時ハ拱臺ニ於ケル各蝶鉸ニ於テR_1R_2ナル反動力ヲ生ズ,此反動力ヲ水平分力ト垂直分力トニ分解スレバR_1ハH_1トV_1トヨリ成リR_2ハH_2トV_2トヨリ成ルモノトス。

靜力學ノ定義ニ依リ水平力ノ代數的總和ハ零ナル故ニ$H_1-H_2=0$卽$H_1=H_2$ニシテ其方向ヲ異ニス,之ヲHヲ以テ表ハス,今或ル方法ヲ以テ此等反動力ノ方向ト其値ヲ求メタルモノト假定セバ,其分力V_1V_2及Hヲ直チニ知ルコトヲ得ベシ。

又靜力學ノ定義ニ依リ垂直力ノ代數的總和ハ零ナル故ニ$V_1+V_2=P_1+P_2+P_3$ナリ,而シテ其示力圖ヲ畫ケバ第五圖ニ示メス如シ,之ヲ譯スレバR_1トP_1トノ結果ハO2ヲ以テ表ハシ,R_1トP_1P_2トノ結果ハO3ヲ以テR_1ト$P_1P_2P_3$トノ結果ハO4卽R_2ヲ以テ表ハシ得ルモノニシテ,O點ヲ名付ケテ**極點**(Pole)ト謂ヒ,OTヲ**極點距離**(Pole distance)ト云ヒ,Hヲ以テ之ヲ記ルス。

第五圖



此示力圖ヨリ平衡多邊形ヲ畫ケバ第四圖ノAGヲ第五圖ノO1ニ平行ニ,GIヲO2ニ,IKヲO3ニ,KBヲO4ニ平行ニ順次Bニ及ボスベシ,終リニBトAトヲ結合スベシ,ABヲ**閉塞線**(Closing line)ト稱ス,斯ノ如クシテ畫カレタルAGIKBナル所謂平衡多邊形ナルモノハ拱ニ働ク外力ノ結果卽**推力**(Thrust)ガ働キツヽアル途ト其

方向ヲ示メスモノナリ。

今玆ニ任意ニ拱ノE點(第四圖)ヲ通ジテDEFナル垂直斷面ヲ假設シE點ニ於ケル彎曲率如何ヲ考フルニ此斷面ヨリ左方ニ働キツヽアル外力ハV_1H及P_1ノ三力ノミニシテ,V_1及HハA點ニ於ル反動力ノ分力ナリ,又E點ヨリP_1ニ至ル水平距離ヲxトスレバE點ニ於ケル彎曲率M_E（註）任意ノ斷面ヨリ左方ニアル力率ノ總和ヲ彎曲率ト云フ）ハ

$$M_E=V_1.AD-P_1x-H.DE\ \ldots\ldots\ldots\ldots(a)$$

又F點ニ於ル彎曲率ハ

$$M_F=V_1.AD-P_1.x-H.DF$$

ナリ,然ルニF點ハ平衡多邊形中ノ一點ナルガ故ニ爰ニハ彎曲スベキ傾向ナキモノトス,故ニM_Fハ零ナラザル可ラズ,然ラバ

$$V_1.AD-P_1x=H.DF$$

ニシテ之ヲ(a)式中ニ代入スレバ

$$M_E=H.DF-H.DE=H.EF$$

トナル,依テ吾人ハ之ヲ一ノ肝要ナル定義トシテ左ノ如ク言明スベシ。

『或ル垂直力ノ働キツヽアル拱肋ノ或ル一點ニ於ル彎曲率ハ該點ヨリ平衡多邊形ニ至ル垂直距離ニ其示力圖ノ示メス當該極點距離ヲ乘ジタル積ニ等シ』。

以上ハ二鉸拱ノ例ニシテ,A及Bニ於ル反動力若クハ其分力ハ或ル方法ヲ以テ之ヲ發見シ,而シテ之ニ依リ

テ示力圖及平衡多邊形ヲ畫キタルモノト假定セリ,然レドモ極點ナルモノヽ位置未定ニシテ,若シ任意ニ之ヲ假定シ得ルモノトスレバ,無數ノ示力圖ト無數ノ平衡多邊形トヲ畫クコトヲ得テ畢竟究極ナシ,只二鉸拱ニアリテハ A 及 B 點ハ其平衡多邊形中ニ在ルベキコトヲ知ルノミ。

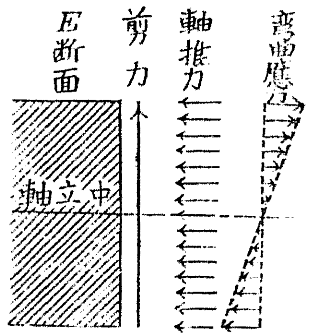
普通ノ橋梁ニ於テハ橋桁ガ水平ニ移動スルコトヲ妨ゲザル裝置ヲ有スルガ故ニ,此極點距離ナルモノハ橋桁ノ應力ニ直接ノ關係ヲ有セズト雖モ,拱橋ニ於テハ然ラズシテ此極點距離ハ實際ニ拱ニ働キツヽアル**水平推力**(Horizontal Thrust) ヲ示サザル可ラズ,從テ此 H ノ眞價ヲ求ムルコトハ拱ニ關スル問題ノ一ナリトス,若シ夫レ H ノ眞價ヲ知ル以上ハ,之レニ該當スル平行多邊形ヲ畫クコトハ容易ナリトス,又一度ビ平衡多邊形ヲ畫キタル以上ハ,或ル任意ノ點ニ於ル力率ノ總和即彎曲率ハ前述ノ如ク容易ニ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ。

第三節　拱ニ於ル應力ヲ論ズ

第四圖 E ニ於テ拱軸ニ直角ナル横斷面ヲ採リ之ニ働キツヽアル應力如何ヲ視ルニ GH ナル線ハ此斷面ヨリ左方ニアル總テノ合成力ノ方向ヲ示メシ其力量ハ示力圖ニ於テ O2 ナルガ故ニ H V_1 及 P_1 ナル外力ガ個々ニ此横斷面ニ起コス應力ハ單ニ O2 ナル一個ノ力ガ GH ナル

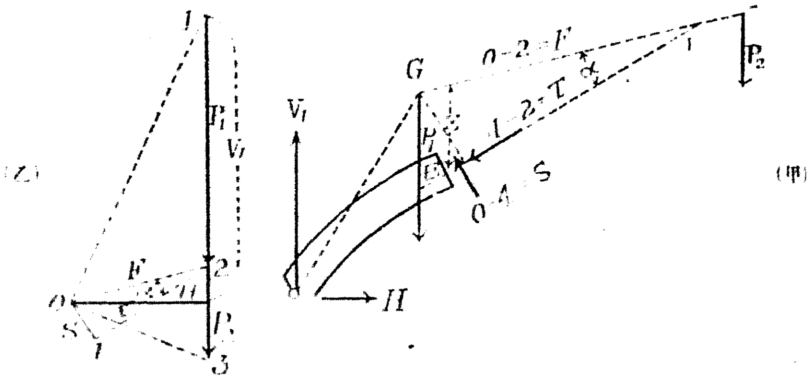
線ニ沿フテ働キツヽ起コス時ノ應力ト毫モ異ナルコトナシ換言スレバ O2 ナル力ガ GH ニ沿フテ働キツヽアルモノト假定スレバ之ニ抵抗シテ以テ平衡ヲ保持スルモノハ拱ノ内部即 E 斷面ニ於ル應力ナリ此應力ハ三種ヨリ成ル一ハ其斷面ニ直角ニ即 E 軸ニ於ル正切ニ平行シテ働キツヽ平等ニ分布サレタル**直應力**(ダイレクトストレッス)一名**軸推力**(アキシアルスラスト)二ハ斷面ニ平行シ即 E 軸ニ於ル正切ニ直角ニ働キツヽアル**剪力**(シーヤ)三ハ彎曲率ニ屬スル**彎曲應力**(ベンディングストレッス)是ナリ此三種ノ應力ガ E 斷面ニ働キツヽアル作用ヲ圖解スレバ第六圖ニ示スガ如シ語ヲ以テ之ヲ云ヘバ(一)拱軸ニ於ル正切ニ平行ナル分力ノ和ハ軸推力ニ等シ(二)拱軸ニ於ル正切ニ直角ナル分力ノ和ハ剪力ニ等シ(三)拱軸ヲ中心トセル外力ノ力率ノ和ハ彎曲應力ノ力率ノ和ニ等シ。

第六圖



第七圖甲乙ハ E ナル斷面ヨリ左方ニ働ク外力 V_1 H 及 P_1 ニ對スル平衡多邊形及其示力圖ヲ示ス今乙圖 O2 ナル力量ヲ F ヲ以テ表ハシ,拱軸ニ於ル正切ノ方向ニ働ク軸推力ヲ T ヲ以テ表ハシ, GH 線ト E ニ於ル正切トガ互ニ爲セル角度ヲ α ヲ以テ表ハシ正切ニ直角ニ働ク剪力ヲ S ヲ以テ表ハス時ハ乙圖 42 ハ T ニシテ O4 ハ S ナリ

第七圖



式ヲ以テ之ヲ記スレバ

$$F\cos\alpha = T \qquad \text{(1)}$$

$$F\sin\alpha = S \qquad \text{(2)}$$

又力率ノ中心ヲ拱軸E點ニ採レバ

$$M = Hz \qquad \text{(3)}$$

式中 H ハ極點距離即水平推力ニシテ z ハ力率ノ中心ヨリ平衡多邊形ニ至ル垂直距離ナリ。

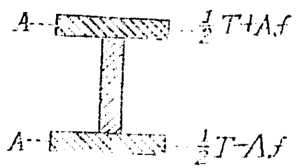
正切ガ平衡多邊形ノ一邊ニ平行スル拱軸ノ或點ニ於テハ α ハ零ニシテ軸推力ハ最大トナリ剪力ハ零トナル而シテ彎曲率ハ最大若クハ最小トナルベシ換言スレバ垂直距離ガ最大若クハ最小トナルベシ斯ノ如ク一度示力圖及平衡多邊形ヲ畫キタル以上ハ或點ニ於ル軸推力 T、剪力 S、及彎曲率 M ハ容易ニ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ。

以上ノ公式(1)(2)(3)ハ矩形若クハI形ヲ有スル拱體

ニ應用スル場合ニハ其中立軸ニ對シテ直ニ之ヲ適用スルヲ得ベシト雖モ構拱ニアリテハ反テ普通ノ**截斷法**(Method of Section)ヲ用ユルヲ便ナリトスルコトアリ左ニ之ヲ說明セン。

版腹拱(Plate webbed arch)ニアリテハ軸推力及彎曲率ハ總テ**突緣**(flange)ニ於テ之ヲ負擔シ剪力ハ**版腹**(web)ニ於テ之ヲ負擔スルモノトスルヲ普通ノ假定トス。

第八圖



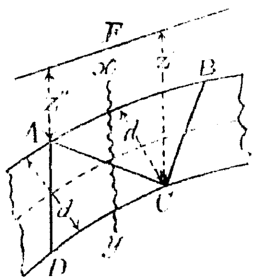
第八圖ハ版腹拱ノ橫斷面ヲ示ス今Aヲ一突緣ノ斷面積トシfヲ彎曲應力ノ強度トシ上突緣ハ壓力ヲ受ケ下突緣ハ張力ヲ受クルモノト假定シ第(1)式ニ依リ軸推力Tヲ求メタル場合ニ突緣ノ應力ハ次ノ如シ。

上突緣ノ總應壓力$=\frac{1}{2}T+Af$

下突緣ノ總應張力$=\frac{1}{2}T-Af$

又截斷法ヲ構拱ニ應用センニハ次ノ如クスベシ。

第九圖



第九圖ニ於テハ構拱ノ臥材ガ平行スルモノト假定ス先ヅ之ヲ xy 線ヲ以テ截斷シ上臥材 AB ニ於ケル應力ヲ算出スルニハ C 點ニ力率ノ中心ヲ採ルヲ要ス而シテ其彎曲率ヲ AB ノ挺率即構拱ノ深 d ヲ以テ除スベシ M_c ヲ C ヲ中心トセル彎

曲率トスレバ

$$AB\text{ ニ於ル總應力}=M_A \div d = Hz' \div d$$

又下臥材 DC ノ應力ヲ算出スルニハ力率ノ中心ヲ A 點ニ採ルヲ要ス依テ

$$CD\text{ ニ於ル總應力}=Hz'' \div d$$

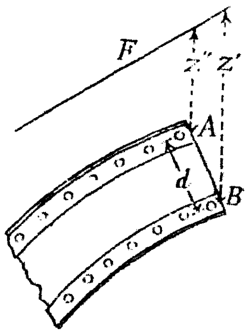
斜材 AC' ニ於テ拱軸ニ直角ナル分力ハ即チ剪力ニシテ $=F\sin\alpha$ ナリ。

若シ臥材ガ平行ナラザル場合ニ斜材 AC' ノ應力ヲ算出セントセバ AB ト DC トノ交切點ヲ中心トセル F ノ彎曲率ヲ採リ之ヲ AC ノ挺率ニテ除スベシ。

此法ハ I 形ノ拱ニ應用シテモ亦便ナリ即チ次ノ如シ。

第十圖 B 點ヲ中心トセル F ノ彎曲率 $M_B = F \times$ 挺率 $= Hz'$ ナリ依テ

第十圖



$$A\text{ ニ於ル應力}=\frac{M_B}{d}=\frac{Hz'}{d}$$

$$B\text{ ニ於ル應力}=\frac{Hz''}{d}$$

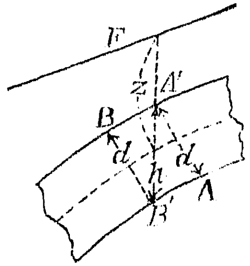
然ルニ此 z' 若クハ z'' ナル垂直距離ハ平衡多邊形ヲ畫キタル以上ハ容易ニ關算スルコトヲ得レドモ未ダ平衡多邊形ヲ準備セザル場合ニハ左ノ如クシテ求ムルヲ便ナリトス。

拱ノ理論ヨリ算出セル彎曲率 M ハ普通其中心ヲ拱軸ニ採ルヲ以テ此 M ヲ H ヲ以テ除スレバ拱軸ヨリ平衡

多邊形ニ至ル垂直距離ヲ得ベシ即

$$\frac{M}{H}=z\ \text{ナリ。}$$

第十一圖



今第十一圖ニ於テ拱ノ垂直深ヲ h トスレバ $\frac{1}{2}h$ ハ拱軸ヨリ突縁ニ至ル垂直距離ナリ故ニ

$$\left(z-\frac{h}{2}\right)\text{ 及 }\left(z+\frac{h}{2}\right)$$

ハ平衡多邊形ヨリ A' 及 B' ニ至ル垂直距離ナルベシ故ニ

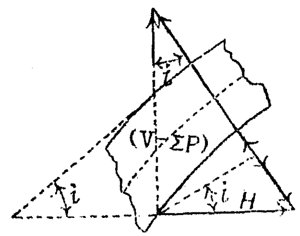
$$M_A'=H\left(z-\frac{h}{2}\right)$$

$$M_B'=H\left(z+\frac{h}{2}\right)$$

ヲ得之ヲ深 d ヲ以テ除スレバ A' 及 B' ノ正反對ノ側 A 及 B ニ於ケル應力ヲ得ベシ。

此ノ如ク反對ノ側ニアル點ヲ中心トシテ彎曲率ヲ取リ之レニ由リテ算出セル突縁應力ハ其内ニ軸推力及彎曲應力ヲ含有スルヲ以テ特ニ軸推力ヲ求ムルノ必要ナシ若シ夫レ力率ノ中心ヲ拱軸ニ採リタル場合ニアリテハ前述ノ如ク別ニ軸推力ヲ求メ之ニ彎曲應力ヲ加減シテ突縁ノ總應力トスベシ。

第十二圖



又或ル斷面ヨリ左方ニ働ク總テノ外力 V, H 及 P ガ與ヘラレタル場合ニ其拱軸ニ於ル正切ガ水平線ト

爲ス角度ヲ i ヲ以テ表ハストスレバ該斷面ニ直角ナル剪力ハ第十二圖ニ於テ見ルカ如ク左ノ式ヲ以テ求ムルコトヲ得ルハ説明ヲ要セズシテ明瞭ナルベシ。

$$剪力=(V-\Sigma P)\cos i-H\sin i$$

第四節　けるん點ヲ中心トセル彎曲率及拱肋ノ最大應力强度ヲ論ズ

拱肋ガ軸推力 T ヲ受クルモノトシ別ニ彎曲率 M ヲ受クル場合ニ於テ拱ノ横斷面積ヲ A トシ其上部ハ壓力ヲ其下部ハ張力ヲ受クル時ニ其拱ニ起ル最大應力强度ハ左ノ式ヲ以テ計算スルコトヲ得。

$$f_1=\frac{T}{A}+\frac{My_1}{I}=\frac{T}{A}+\frac{M}{W_1}\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

$$f_2=\frac{T}{A}-\frac{My_2}{I}=\frac{T}{A}-\frac{M}{W_2}\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

式中 f_1 ハ中立軸ヨリ上部ノ最モ遠キ距離 y_1 ニアル纖維ノ受クル最大應壓力强度, f_2 ハ同下部ノ最モ遠キ距離 y_2 ニアル纖維ノ受クル最大應張力强度. W_1 及 W_2 ハ斷面率. I ハ惰率ナリ。

r ヲ以テ惰動半徑トスレバ　$r=\sqrt{\frac{I}{A}}$

故ニ (a) (b) 式ハ左ノ如ク變ス。

$$f_1=\frac{Tr^2+My_1}{I}\cdots\cdots(c)\qquad f_2=\frac{Tr^2-My_2}{I}\cdots\cdots(d)$$

第十三圖ニ於テ中立軸ヲ中心トシテ力率ヲ採レバ

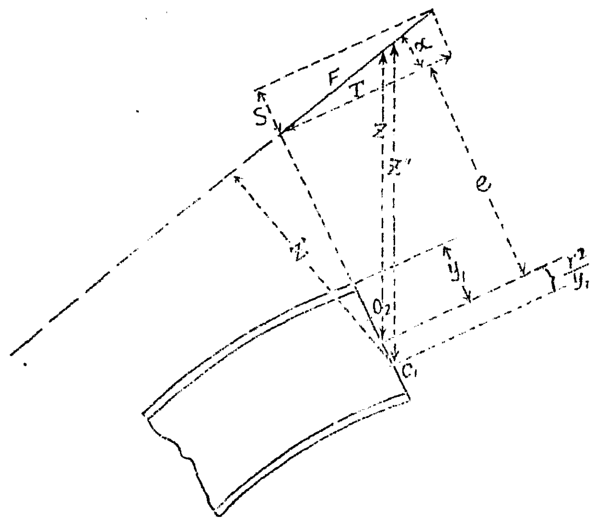
$$M=Hz=Te$$

ナル故ニ (c) 式ハ左ノ如ク變ズ。

$$f_1=\frac{T(r^2+ey_1)}{I}=\frac{T\left(\frac{r^2}{y_1}+e\right)y_1}{I}=\frac{T\left(\frac{r^2}{y_1}+e\right)}{W_1}$$

式中 $\left(\frac{r^2}{y_1}+e\right)$ ハ長サニシテ $T\left(\frac{r^2}{y_1}+e\right)$ ハ力率ナリ。

第十三圖



今中立軸以下ニ於テ $\frac{r^2}{y_1}$ ナル距離ヲ採リ O_1 ナル點ヲ定メ之レヲ中心トシテ彎曲率ヲ採レバ

$$M_1'=T\left(e+\frac{r^2}{y_1}\right)=F\times z'=Hz''$$

ヲ得此 O_1 ナル點ヲ斷面ノ**けるん點** (Kern point) ト云ヒ $\frac{r^2}{y_1}$ ナル距離ヲ**けるん半徑** (Kern radius) ト稱シ普通 k ヲ以テ之ヲ表ハス, 同様ニ中立軸ヨリ上部ニ於テ距離 $\frac{r^2}{y_2}$

ノ點ニ第二ノけるん點 O_2 ヲ定メ之ヲ中心トセル M_2' ノ値ヲ得ベシ然ル時ハ

$$f_1 = \frac{M_1' y_1}{I} = \frac{M_1'}{W_1} \qquad f_2 = \frac{M_2' y_2}{I} = \frac{M_2'}{W_2}$$

若シ $\frac{T}{A} > \frac{M}{W}$ 即 $f_2 > 0$ ナレバ此斷面ノ何レノ部分ニモ應壓力ノミヲ生ズベク又 $\frac{T}{A} < \frac{M}{W}$ 即 $f_2 < 0$ ナレバ此斷面ノ一方ニ應張力ヲ生ジ他方ニハ應壓力ヲ生ズベシ。