

Verlag von Julius Springer / Berlin

**Zur Berechnung des beiderseits eingemauerten Trägers unter besonderer Berücksichtigung der Längskraft.** Von Fukuhei Takabe, Professor an der Kaiserlichen Hokkaido-Universität Sapporo, Japan. Mit 28 Textabbildungen und 2 Formeltafeln. IV, 52 Seiten. 1924. RM 3.—

**Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage und ihre Anwendung auf den Tiefbau** nebst einer Tafel der Kreis- und Hyperbelfunktionen. Von Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität, Japan. Mit 150 Textfiguren. X, 302 Seiten. 1921. Unveränderter Neudruck 1930. RM 24.—

**Fünfstellige Funktionentafeln.** Kreis-, zyklometrische, Exponential-, Hyperbel-, Kugel-, Besselsche, elliptische Funktionen, Thetanullwerte, natürlicher Logarithmus, Gammafunktion u. a. m. nebst einigen häufig vorkommenden Zahlenwerten. Von Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität, Japan. Mit 17 Textabbildungen. VIII, 176 Seiten. 1930. RM 28.—; gebunden RM 30.—

**Tafeln der Besselschen, Theta-, Kugel- und anderer Funktionen.** Von Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität, Japan. Mit 14 Textabbildungen. V, 125 Seiten. 1930. RM 24.—; gebunden RM 26.—

**Sieben- und mehrstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen und deren Produkte sowie der Gammafunktion** nebst einem Anhang: Interpolations- und sonstige Formeln. Von Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität, Japan. VI, 284 Seiten. 1926. RM 45.—; gebunden RM 48.—

**Spannungskurven in rechteckigen und keilförmigen Trägern.** Theorie und Versuch über Spannungsverteilung als Scheibenproblem mit besonderer Berücksichtigung der lokalen Störung. Von Akira Miura, Professor an der Kaiserlichen Universität Kioto. Mit 142 Abbildungen im Text und auf 6 Tafeln. V, 113 Seiten. 1928. RM 11.—; gebunden RM 12.50

**Die Berechnung auf vier Seiten gestützter rechteckiger Platten.** Von Dr. Takashi Inada, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität Fukuoka, Japan. Mit 14 Textabbildungen. II, 17 Seiten. 1930. RM 2.—

**Über das elastische Verhalten von Beton** mit besonderer Berücksichtigung der Querdehnung. Von Hirohiko Yoshida, Professor am Technical College in Fukuoka, Japan. Mit 59 Textabbildungen. VI, 114 Seiten. 1930. RM 11.—

TAKABEYA

# RAHMENTAFELN

MIT 186 TEXTABBILDUNGEN



VERLAG VON JULIUS SPRINGER · BERLIN 1930

D02.02

T

24552

38



Die beifolgenden als Beleg übersandten Bogen sind **Reindrucke** von der bereits fertiggestellten Auflage des Werkes. Korrekturen des Satzes sind daher jetzt nicht mehr möglich; etwaige sachliche Druckfehler müßten in einem Druckfehlerverzeichnis berichtigt werden.

Die Lieferung der Reindrucke erfolgt aus technischen Gründen häufig außer der Reihe.

**Verlagsbuchhandlung Julius Springer**  
in Berlin W 9

Zentralblatt der Bauverwaltung 1931, Heft 7  
Rob. Lado

Der Bauingenieur 1931, Heft 3  
E. P.

Le Génie Civil 6. Dec. 1930

Ingenioren 1931, Nr. 6  
Christen Osterfeld, I. Ing.-F.

B. u. Z. 1931, Nr. 7

Die Bauzeitung 1930, Heft 16

# RAHMENTAFELN

Von

鷹 部 屋 福 平  
(Dr. Fukuhei Takabeya)

Professor an der Kaiserlichen Hokkaido-Universität Sapporo  
Japan

Mit 186 Textabbildungen



名著100種圖書  
56.9.3

登 録	昭和	年	月	日
番 号	第	24552		
社 团 法 人	土 木 学 会			
附 属 土 木 図 書 館				

Berlin  
Verlag von Julius Springer  
1930

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1930 by Julius Springer in Berlin.

Printed in Germany

## Vorwort.

Die statische Untersuchung moderner Rahmentragwerke in der Form von Rechteckrahmen mit fest verknüpften Knotenpunkten ist, vom Standpunkt des Theoretikers aus, so kompliziert, daß bei mehrstöckigen Rahmen eine Menge Fragen seit Jahren noch der Lösung harren.

Um derlei Schwierigkeiten begegnen zu können, wäre es von Nutzen, wenn eine praktisch durchführbare Methode aufgestellt werden könnte, die, einfach in ihrer theoretischen Analyse, zugleich die mathematischen Schwierigkeiten zu beheben und die langwierige Arbeit der Einzelrechnungen abzukürzen imstande wäre. Die Möglichkeit schneller und genauer Berechnung, welche das im folgenden dargestellte Verfahren der Gleichungstabulierung bietet, möge einen wesentlichen Beitrag auf dem Wege zu diesem lang ersehnten Ziele liefern.

Bei Berechnung statisch unbestimmter Konstruktionen, wie Rahmentragwerken und durchlaufender Träger, muß natürlich die Elastizität des Baumaterials, der Querschnitt der Stäbe u. a. m. in Erwägung gezogen werden. Man muß also zunächst einen Querschnitt annehmen, der für eine gewisse Last auch genügend Widerstand leisten kann. Hierin unterscheidet sich die Berechnung von Rahmentragwerken sehr von derjenigen einfacher Träger und gerader Stäbe.

Die Knotenmoment-Tabellen in der vorliegenden Arbeit stellen eine Zusammenfassung von Berechnungen gegen einhundert verschiedener Rahmen dar, welche mit dem vom Verfasser aufgestellten Verfahren der Gleichungstabulierung durchgeführt worden sind. Sie sollen einmal einen Beitrag zu der erwähnten Querschnittsbestimmung darstellen, zugleich aber auch die in den ersten Kapiteln dargelegte allgemeine Bestimmungsmethode illustrieren.

Die Berechnung von Rahmentragwerken ist ja bislang infolge ihrer statischen Unbestimmbarkeit als ziemlich schwierig und insonderheit diejenige komplizierter Rahmen, wie schon erwähnt, lange als ein unzugängliches Problem angesehen worden; denn die Lösung mit Hilfe des Castiglianoschen Satzes vom Minimum der Formänderungsarbeit herbeizuführen, wäre ein allzu langwieriges Verfahren, um irgendein Problem mehrstöckiger Rahmen ernstlich lösen zu können, während dagegen das Prinzip der virtuellen Verrückungen wieder zu viele Unbekannte im Gefolge hätte.

Versucht man beispielshalber mit einer dieser Methoden die Biegemomente eines nur dreistöckigen Rahmens mit zwei Feldern zu berechnen, so würde eine mühselige Arbeit von zwölf Stunden kaum ausreichen, die Bestimmungsgleichungen der erforderlichen Unbekannten aufzustellen. Gewiß hat die Methode der Stab- und Knotendrehwinkel die beschwerliche Errechnung von Hochrahmenwerken merklich erleichtert, wo indessen große Stockwerks- und Felderzahlen zu bewältigen sind, ist diese Methode nicht weniger ermüdend und für praktische Zwecke schwer durchführbar.

Mit dem Verfahren der Gleichungstabulierung jedoch, welches die Probleme hoher Rahmenwerke mit Hilfe fester Regeln lösen will, ist es in der kurzen Zeit

von ungefähr dreißig Minuten, d. h. in der Zeit, die erforderlich ist, die Beiwerte zu schreiben, gelungen, die Bestimmungsgleichungen für die Unbekannten eines zwanzigstöckigen Rahmens mit zehn Feldern aufzustellen; mit dem Iterationsverfahren waren sodann die Rechenergebnisse in ungefähr zehn Stunden zu erhalten<sup>1)</sup>.

In diesem ganzen Fragenkreis wird man aller Voraussicht nach mit der Zeit zu noch einfacheren Berechnungsarten kommen, sobald ihm nur einmal größere Beachtung geschenkt wird.

Erstmals in diesem Frühjahr hatte der Verfasser versucht, an Hand der genannten Methode ausgedehnte Untersuchungen über die Beanspruchung der Rahmen anzustellen. Bis zum Sommer waren mit Unterstützung seiner Assistenten mehr als dreihundert Berechnungen von hochkonstruierten Rahmenwerken ausgeführt worden. Das Verfahren an sich war ganz einfach, lediglich die große Zahl der Rechnungen kostete ziemliche Mühe. Aber die Freude des Verfassers, unbebauten Boden zu beackern, ließ ihn trotz aller Anstrengungen nicht ermüden und führte ihn so Schritt für Schritt dem Ziel näher.

Bevor dies jedoch erreicht war, hatten im Verlauf der Arbeit manche Probleme Material beigesteuert. Das Verfahren und die mit ihm neu gewonnenen Ergebnisse brachten weitere Fortschritte durch wechselseitige Vervollkommnung. Gerade als dieses Buch seinem Abschluß entgegen ging, hatte der Verfasser Gelegenheit, zweihundert Unbekannte zu bestimmen, auf diese Weise wurden charakteristische Erscheinungen elastischer Formveränderungen an gewissen Sonderfällen von Blöcken elastischer Stäbe klargelegt<sup>2)</sup>.

Nachdem nunmehr ein solcher Grad von Genauigkeit erreicht ist, sind binnen Jahresfrist die meisten der vom Verfasser untersuchten zahlreichen Hochrahmengebilde einer Lösung zugänglich gemacht worden. Die kleine Zahl besonderer Fälle, die bisher noch unberücksichtigt geblieben sind, werden bald einer solchen entgegengeführt werden. Wahrscheinlich geben ebene Rahmentragwerke die wichtige theoretische Grundlage für Raumrahmenwerke ab.

Ursprünglich bestand überhaupt nicht die Absicht, die Arbeit als Monographie zu veröffentlichen. Aber das wiederholt ausgesprochene Bedürfnis nach solchen Tabellen in interessierten Kreisen hat den Verfasser bewogen, einen Teil seiner Untersuchungen so bald wie möglich der Allgemeinheit zugänglich zu machen. Er ist sich dabei wohl bewußt, daß in dem neuen Boden, der hier erst einmal aufgelockert wird, noch manche Fleckchen und Winkel einer ausgedehnteren Pflege fähig sind und auch bedürfen. Wenn die Anwendung dieser Theorie weiterhin in geeigneter Weise entwickelt und es so ermöglicht wird, das weite Gebiet der verschiedenen Rahmenwerke mit geringerem Aufwand an Zeit und Mühe als bisher zu bearbeiten, so wird der Autor sicherlich nicht der einzige sein, der sich darüber freuen wird.

Zum Schluß möchte der Verfasser nicht verfehlen, den Herren H. Matsusaka und S. Ono, Assistenten an der Technischen Fakultät der Kaiserlichen Hokkaido-Universität für ihre stete freundliche Bereitwilligkeit, bei den Rechenarbeiten zu helfen, auch an dieser Stelle seinen wärmsten Dank auszusprechen.

Berlin, August 1930.

Fukuhei Takabeya.

<sup>1)</sup> u. <sup>2)</sup> Memoirs of the Faculty of Engineering, Hokkaido Imperial University, Vol. 2, No. 4. 1930.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung . . . . .	1
Erster Abschnitt.	
<b>I. Rechteckrahmen mit beliebiger vertikaler Belastung auf den Balken und waagerechter Einzellast in jedem Knotenpunkt auf der vertikalen linken Seite</b>	<b>2</b>
§ 1. Grundgleichungen . . . . .	2
§ 2. Knoten- und Stabbezeichnungsregel . . . . .	11
§ 3. Knotengleichungen und Stockwerksgleichungen . . . . .	12
§ 4. Grundtabellen der Bestimmungsgleichungen . . . . .	16
a) Allgemeine Grundtabellen . . . . .	16
Grundtabelle I. . . . .	16
Grundtabelle II. . . . .	18
b) Symmetrische Ausbildung und Belastung . . . . .	19
c) Gelenkrahmen. . . . .	21
d) Symmetrische Ausbildung mit waagerechten Einzellasten . . . . .	22
§ 5. Eigenschaften der Grundtabellen und deren Aufstellungsregeln	26
a) Bestimmung der Koeffizienten und Festwerte . . . . .	26
b) Diagonale Linien von $\rho$ , $\xi$ und andere Eigenschaften der Grundtabellen	26
§ 6. Auflösung der Elastizitätsgleichungen . . . . .	28
a) Das Eliminationsverfahren . . . . .	28
b) Das Iterationsverfahren . . . . .	31
A. Iterationsverfahren I. . . . .	31
B. Iterationsverfahren II. . . . .	32
§ 7. Rechnungsbeispiele . . . . .	34
Beispiel I. Vierfeldiger, zweigeschossiger symmetrischer Rechteckrahmen mit fünf eingespannten Ständern . . . . .	35
Beispiel II. Fünffeldiger, sechsgeschossiger symmetrischer Rechteckrahmen mit sechs eingespannten Ständern. . . . .	41
Beispiel III. Fünffeldiger, sechsgeschossiger symmetrischer Rechteckrahmen mit sechs Gelenkständern . . . . .	46
Beispiel IV. Dreifeldiger, dreigeschossiger symmetrischer Rechteckrahmen mit vier eingespannten Ständern. Waagerechte Einzellast in jedem Knotenpunkt auf der vertikalen linken Seite . . . . .	50
Beispiel V. Zweifeldiger, zweigeschossiger Rechteckrahmen mit drei eingespannten Ständern. Beliebige vertikale Belastungssysteme auf den Balken	54
Beispiel VI. Symmetrischer, turmförmiger zehngeschossiger Rahmen mit sieben eingespannten Ständern . . . . .	57
<b>II. Geschlossene symmetrische Rechteckrahmen mit gleichmäßig verteilter Innen- oder Außenbelastung (Behälter)</b>	<b>62</b>
§ 1. Aufstellung der Bestimmungsgleichungen . . . . .	62
§ 2. Sonderfälle . . . . .	63
Sonderfall I. . . . .	63
Sonderfall II. . . . .	64
Sonderfall III. . . . .	64
§ 3. Zahlenbeispiel . . . . .	66

Zweiter Abschnitt.		Seite
Tabellarische Momentenübersicht für Rahmen mit $\xi$ von demselben Wert . .		68
Vorbemerkungen zur Anwendung der Momententabellen . . . . .		68
a) Beispiel zu Kapitel I . . . . .		68
b) Beispiel zu Kapitel II . . . . .		72
Kapitel I (Momententabelle 1—68). Eingespannter symmetrischer Rahmen mit beliebiger, symmetrischer vertikaler Belastung auf den Balken		75
Kapitel II (Momententabelle 69—95). Eingespannter, symmetrischer Rahmen mit waagerechter Einzellast in dem Knotenpunkt auf der vertikalen, linken Seite des Rahmengebildes . . . . .		105

## Einleitung.

Mit dem glanzvollen Aufblühen des Eisenbeton- und Eisenhochbaues in den letzten Dezennien des vorigen Jahrhunderts entwickelten sich die Theorie und die Berechnungsverfahren von Rahmentragwerken zu ihrem jetzigen hohen Stand.

Bei der Berechnung statisch unbestimmter Systeme ist das Wesentliche die Auswahl der statisch unbestimmten Größen, wobei die Unbequemlichkeiten der Berechnung, welche die Auswertung der Elastizitätsgleichungen bei hochgradiger Unbestimmtheit mit sich bringt, umgangen werden können. Sind verwickeltere Systeme, wie mehrfeldige und mehrstöckige Rechteckrahmen zu berechnen, so verhilft eine systematische Auswahl der statisch unbestimmten Größen und ein systematisch aufgebauter Rechnungsgang zu einer bedeutenden Vereinfachung der Aufgabe, deren Lösung durch Rechenkontrollen jederzeit leicht nachgeprüft werden kann.

Im allgemeinen können wohl bei mehrstöckigen und mehrfeldigen Rechteckrahmen Normal- und Querkräfte unbeachtet bleiben. Wenn nur die Biegemomente berücksichtigt werden, ist es in der Regel am einfachsten, die Knoten- und Stabdrehwinkel als statisch unbestimmbare Größen einzuführen. In diesem Falle besteht unser Verfahren in einer mechanischen Tabellenaufstellung von Bestimmungsgleichungen der statisch unbestimmten Größen.

Die Bestimmungsgleichungen zur Berechnung der Unbekannten werden ganz mechanisch und regelmäßig aufgelöst. Unser Verfahren liefert also eine ebenso schnelle wie genaue praktische Lösung statisch unbestimmter Systeme. Die Bestimmungsgleichungen kann man sofort fertig anschreiben, wobei ein Irrtum in der Rechenarbeit fast ausgeschlossen ist. Ferner steht für die Auflösung dieser Bestimmungsgleichungen unser Iterationsverfahren zur Verfügung, das durch Rechenschieberrechnung ebenso genau wie geschwind von den ersten rohen Näherungswerten den genaueren Werten immer näher kommt und schließlich einen bleibenden Endwert erreicht, der von den Werten der genauen Rechnung nicht mehr unterschieden werden kann.