第二編 測鎖測量
(Chain Surveying)

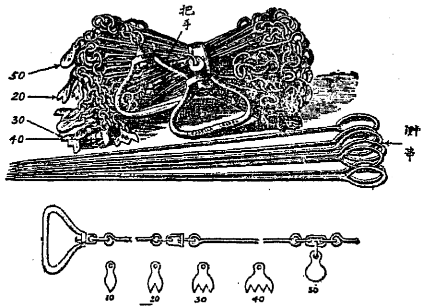
6 緒　　言

文字通りに云へば鎖だけを用ひて行ふ測量であるが、普通には卷尺などの距離測定器を使ふ測量を云て居り、簡單な角度器などを用ふるのも此の測量に入れて居る。次に述べる精密な角度測定器械を用ひないものである。此の測量は遠く五千年の昔 Egypt に發達し、從て希臘時代の測量は皆之であつた。所謂素人の測量と云ふものは大部分此の中に入る。

本邦に用ふべき尺度の單位は度量衡法第3條に meter 制と示されて居る。尙ほ現行尺度を比較すれば第 1 表の通りである。

第一章　距離を測る器械器具

7 測鎖又は鎖 (Chain or Surveyor's Chain)



第 25 圖　測鎖及び測串

測鎖は直徑 4 mm 內外の鋼又は鐵の針金で作られ兩端に把手(Handle)を持つて居る。其の全長卽ち一鎖 (Chain) は通常 20 m (100呎、66尺、10間) 等に作られ、之を百分したものを一節 (Link) と云ひ、10節毎に圖の樣な眞鍮の小札(Brass Teller or Tag) を附けて讀取を容易にしてある。一鎖とは、把手の內側から他の把手の內側迄である。

第1表 尺度單位換算表

日	英	佛
1 寸	1.19305 吋	3.03030 糎
1 尺	0.99421 呎	0.30303 米突
1 間	1.98842 碼	1.81818 米突
1 町	5.42297 鎖	0.10909 粁
1 里	2.44034 哩	3.92727 粁

英	日	佛
1 吋	0.83818 寸	2.53995 糎
1 呎 = 12 吋	1.00582 尺	0.30479 米突
1 碼 = 3 呎	3.01747 尺	0.91438 米突
1 鎖 = 66 呎	11.06404 間	20.11644 米突
1 哩 = 80 鎖	0.40978 里	1.60931 粁
1 浬 = 6080 呎	0.47187 里	1.85315 粁
1 尋 = 2 碼	6.03493 尺	1.82876 米突

佛	日	英
1 粍	0.03300 寸	0.03937 吋
1 糎	0.33000 寸	0.39371 吋
1 粉	0.33000 尺	0.32809 呎
1 米突	3.30000 尺	3.28090 呎
1 粁	0.25463 里	0.62138 哩

鎖には其の長さに依り種々の種類がある。

（1） **米突鎖** (Metric Chain) 主として使はれるのは全長 20 m, 一節 20

cm のものであるが、10, 25, 30 m 等のものもあり、本邦の米突法施行と共に將來は專ら此の鎖だけが用ひられるであらう。日本の外獨逸、佛國等にて使はれて居る。

（2） **ガンター鎖**(Gunter's Chain) 英國の測量家 Edmund Gunter (1581—1626) が 1620年初めて作つたので此の名がある。全長 66呎、一節 0.66呎 (= 7.92吋) で主に英米で用ひられ、我國の鐵道も昔は之を用ひた。單に鎖と云へば Gunter's Chain を指した程で英式度量衡に對して次の關係が有る爲である。

1哩 = 80鎖 =5280呎

1Acre = 10平方鎖 =100000平方節

（3） **十間鎖** 全長 60尺、專ら我國の農地測量に用ひらる。米突制になつたけれども根本をなす土地臺帳が昔の町段畝で改正されて居ないから、今暫くは使はれるであらう。

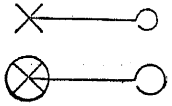
（4） **百呎鎖** (100 Feet Chain) 全長 100呎、路線測量の時は起點からの距離を知るのに都合がよい。專ら米國及英領印度で用ひられる。

鎖は水濕の影響を受けない事と、丈夫な事などの利點はあるが、重量重く携帶にも不便で、野外で引つ掛つたり縺れたりするのみならず、時には環が切れたり延びたり、又溫度による伸縮が大きいので良好な距離測定器ではない。道路上の測量又は枝距測量の時には用ひられる。

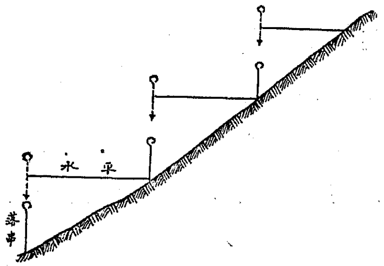
8 **測串** (Pins or Arrows)

直徑 4 mm 內外長さ 30 cm 內外の針金の一端を環にしたもので一本の鎖に10本の測串と一本の落串 (Drop Arrow or WeightedPin) が附屬して居る。測串は鎖の端の點を地上に印すもので、又鎖で測つた回數を數へるにも

用ひる。土地が軟い時は其の儘地上に刺して置くが土地が堅いか舗石等の時は第26圖の如く端點に印をして寢かして置く。



第 26 圖



第 27 圖 落串の使用

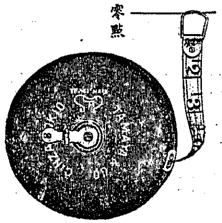
落串は傾斜地を測る時に卷尺を水平に引つ張り其の端にて垂直の位置を地上に示す爲に之を落して測るのである。風などあると必ずしも垂直に落ちず案外に不正確なものであるから成るべく用ひないで他のものを用ふるがよい。

測串には通常赤い布片をつける。

9 卷 尺 (Tape)

卷尺は其の製造材料に從つて布卷尺と鋼卷尺に分けられる。

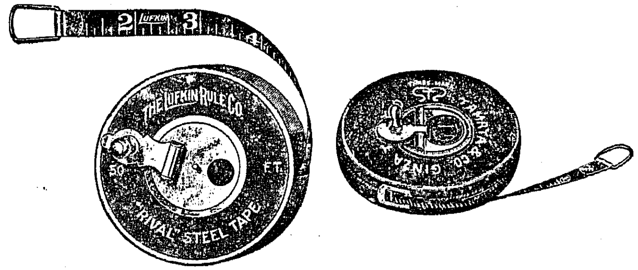
（1） **布卷尺** (Linen Tape) 布卷尺は麻布中に金屬の細線を織り込み、外部にペンキを塗つて目盛りしたものである。普通の長さは10～45米、33～150尺 位で携帶に便利なる樣に革製の圓函内に卷き込れてある。携帶及び取扱には便利で、且つ値も廉いが、乾濕に依て容易に伸縮し、永い間使用すれば目盛が剝げ著しく伸び、測つた結果に間違ひを生ずる。されば重要な距離測定には絕對に用ひない方が安全である。使用する時は必ず正確な標準尺度と比較すること。



第28圖 布卷尺(東京玉屋製)

（2） **鋼卷尺** (Steel Tape) 鋼の帶條に目盛りしたもので、普通 mm まで目盛してある。距離測定器として最も宜いが、基線其他の重要な線の測量に用ひられ、單獨の測鎖測量の場合には用ひられる事が少ない。全長は 10～

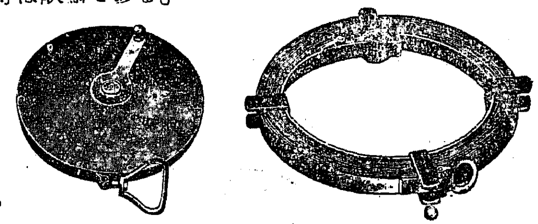
50m で、長いものは 100 m, 200 m のものも使はれ、現今最も長いのは 300m もある。斯んな長いものは經緯儀を使ふ時に用ひられ、短いのに比して時間及精度の上から大變經濟的であるとの事である。鋼卷尺は鎖よりも重量輕く引張り易いが、鎖の樣に手荒な取扱が出來ず、錆びたら目盛りが讀み難くなる事、且つ現場で手を切り易い等は缺點である。



第 29 圖 鋼卷尺 (左米國製) (右東京玉屋製)

鋼卷尺よりも丈夫に出來て居るものを特に鋼帶 (Steel Band T pe) と云つて區別する事もある。

鋼卷尺に就ては後章でも又述べやう。



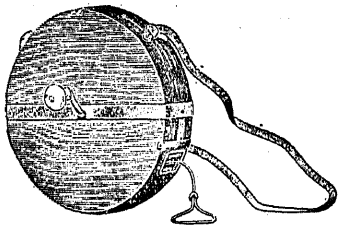
(東京玉屋製) (獨 逸 製)

第 30 圖 鋼 帶

10 竹 鎖 (Bamboo Chain)

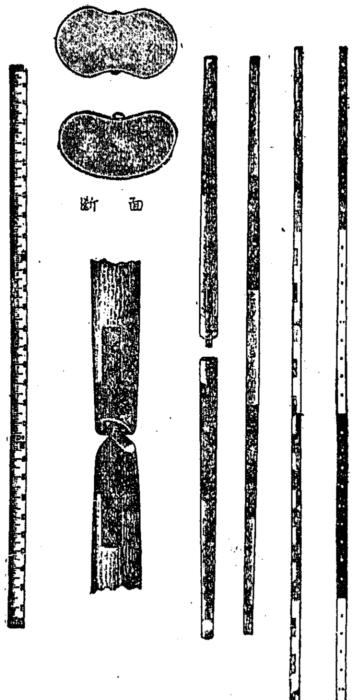
竹を厚さ 3～5 mm, 幅 1.5～2 cm 位にしたものは同じく距離を測るに用ひられる。(1) 水濕及溫度の昇降に對する伸縮が殆んど無く、(2) 滑かで山地草原で引つ掛らない、又 (3) 其の價の廉いことゝ、(4) 何時でも簡單に手製が出來る等の長所があるが、折れ易いから細く卷かれず、從つて容積をとるので携帶には不便である。鐵道や農地測量では盛に使はれて居る。

11 間繩又は丈量繩 (Measuring Rope)



第 31 圖 間 繩

太い麻絲又は金屬線を心として外部を細い鋼絲で八組に組み、澁を引いたもので直徑 3 mm, 長さ 20～100間 (＝36～182 m) 位である。一間毎に目盛が施してあり、四角形又は丸形の箱に入つて居り、取扱至極輕便で古來土地測量として廣く用ひられて居るが、伸縮甚だしく精密を要する測量には用ひられない。



第 32 圖 測 桿

12 測 桿 (Measuring Rod)

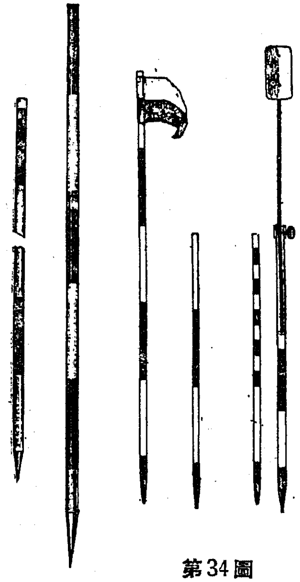
長さ 1～5 m の矩形又は楕圓形斷面をなした鋼、眞鍮又は木の桿である。通常 1 cm 又は 10 cm 毎の目盛りを有し短い距離を測るに用ふる。割に精密なものである。日本の間尺と云ふのも之の一種である。普通の向桿 (Pole) も又測桿として用ひ得る。

第二章 方向を定むる器械

13 向桿又はポール (Ranging Pole or Pole)

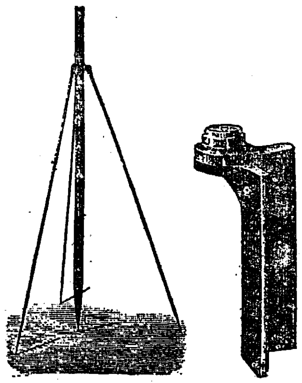
向桿は鎖線 (Chain Line)の方向を定めるもので、直徑 3 cm 内外の木の棒である。其の一端には石突 (Iron Shue) を取り付け地上に立てるやうに

し、且つ遠方から見分け易いやうに普通 20 cm (又は 30 cm) 毎に赤白 (又は黑白) にペンキで色分けをしてある。向桿の長さは通常石突の上からで、普通 2～5 m の長さである。長い向桿は繼ぎ合すやうになつて居るものもあるが餘り使はれて居ない。向桿の上に赤白の旗を附ければ、山林原野で測量する時見分け易い。第 34 圖は獨逸のポールである、此のやうに向桿の或るものに 5～10 cm の目盛りを施してあれば甚だ便利な場合がある。斯樣なものは前述の測桿として用ひられる。向桿は又見透竿或は梵天(徳川時代)とも云はれて居る。

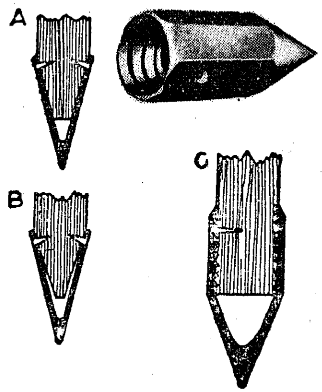


第 33 圖 向桿　第 34 圖 向桿(獨逸)

第 35 圖は向桿を眞直に立てる裝置を示す。又向桿に下振をつけて眞直にする事もある。向桿で最も損じ易いのは石突の部分で普通は第 36 圖 A の如き構造で不良のものは B



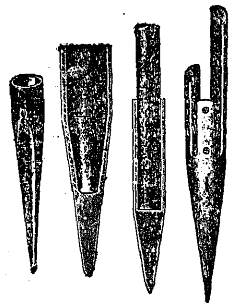
第 35 圖 ポール支持器



第 36 圖 石突

の如くグラツキ易い。之を改良してCの構造にしたものを深田式と云て居る。第37圖は卽ち深田式ポール、第38圖も同樣石突の改良した型である。獨逸では運搬の便を考へて第39圖の様に三角斷面としたものも在る。


第37圖 深田式ポール


第38圖 石突の改良型


第39圖 組合せポール（獨逸）

14 定角設定器の種類

一定の角と云つても測鎖測量に用ひられる種類の器械では直角が最も多く、稀に 60°, 45°, 30° の方向を見る。大別すると

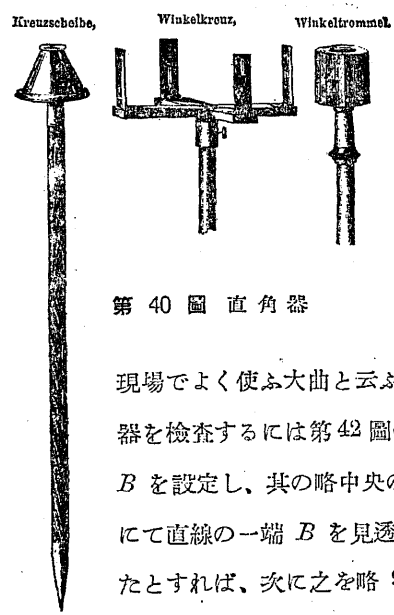
（1） 機械的に設定するもの……直角器又は叉桿

（2） 反射鏡に依るもの………光矩又は視方器、直角鏡

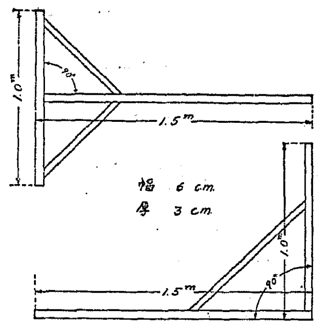
（3） プリズムに依るもの…………直角プリズム、五角プリズム

15 直角器又は叉桿 (Surveyor's Cross or Cross Staff)

互に直角をなす方向に二つの見透し装置を有するもので、平地又は緩傾斜地にて直角の方向を設定するに用ひる。一對の見透し孔 (Slit) を測線の方向に合せ、他の一對の孔を覗く時に測線に直角な線が得られる。見透しの距離は長い程良いが特別の器械で無ければ 20 cm を越えるのは無く、獨逸型で 8~12 cm, 英式で 6~10 cm である。種々の種類が有り八角形をして直角ばかりで無く、45度の方向をも定めるものは之を角鼓 (Winkeltrommel) と稱し、截頭圓錐形のものは截頭圓錐角鼓 (Kegelkreuzscheibe) と云て居る。

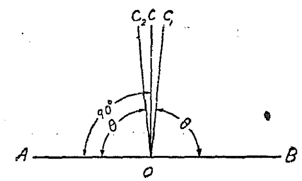


第40圖 直角器

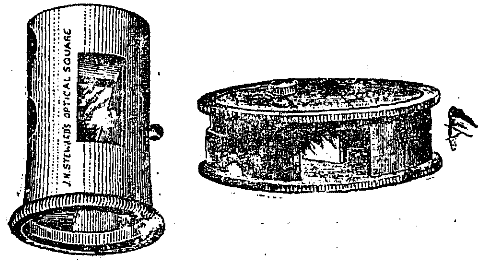


第41圖 大曲

現場でよく使ふ大曲と云ふのも要するに此の直角器である。直角器を検査するには第42圖の如く先づ平地に 50~100m の直線 A B を設定し、其の略中央の點 O に直角器を置いて一對の見透しにて直線の一端 B を見透し、他の一對の見透しで C_1 を見透したとすれば、次に之を略 90 度回轉し、C_1 に向いた見透しで B を見、他の一對で見透した時の點を C_2 とする。$C_1 C_2$ を二等分する點 C を見出せば $AB \perp CO$ であるから、一對の見透しを A B に向けた時他の一對が C を向く樣に直せば宜い。尙ほ前以て AB と CO を直角に經緯儀で取つて置けば直ちに検定が出來る。



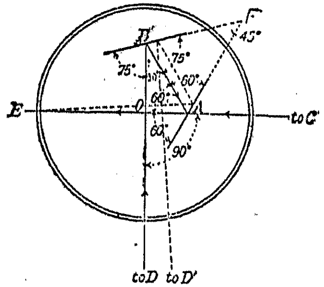
第42圖 直角器の検定


(a) Steward Type (b) Harling Type
第43圖 光矩

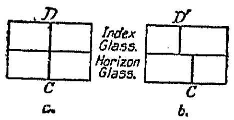
16 光矩又は視方器 (Optical Square)

光矩も又直角を設くる爲に用ひられるもので種々の型があるが第43圖に

は Steward 型と Harling 型とを示す。普通光矩と呼ばれるのは Harling 型で、之は高さ約 2 cm 直徑 5~6 cm の金屬製小圓箱の中に互に 45 度の角度をなして 2 個の鏡が取付けられてある。第 44 圖は其の原理を示すもので、A は上半分を透明に下半部を渡銀した鏡で、他の鏡 B と 45度の角度をなして垂直に置かれてある。E は觀測者の眼で金屬函の見透し孔から鏡 A の上半部を通して物體 C を望む。通常 EC は鎖線の方向に向けられる。



第 44 圖 光矩の原理



第 45 圖

今測線外の一點を D とすれば、若し $\angle DOC=90°$ であれば D からの光線は二度反射をして E に入り第 45 圖の如く D の像は C の直上に來る。若し $\angle D'OC \neq 90°$ の時は D' の像は C の直上に來ない。

何となれば構造上 $\angle FAC=60°$, $\angle BFA=45°$ であるから

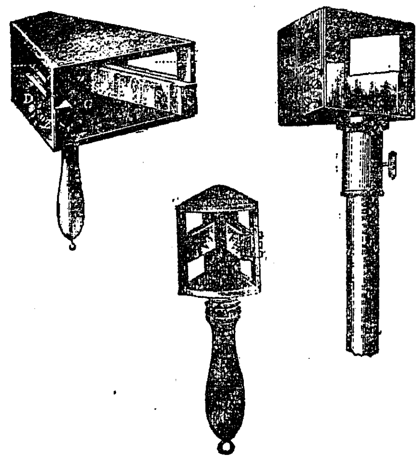
$$\angle FAB=60°, \qquad \angle FBA=75°$$

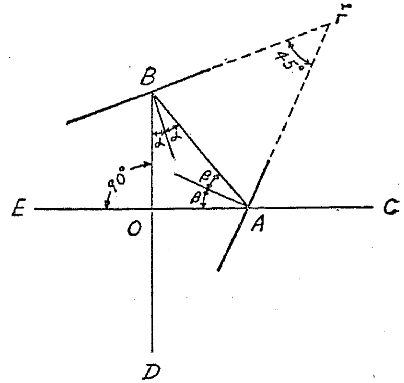
$$\therefore \ \angle ABO=30°, \quad \angle BAO=60°, \quad \angle BOC=90°$$

光矩は六分儀の特別な場合で觀測中は水平に保たなければならぬから、平地にしか用ひられない。

17 直角鏡 (Angle Mirror)

直角鏡は互に 45 度の角度をなした鏡面を具へたもので前述の光矩と同じ理窟であるが、唯 $E\,C$ の方向は鏡に對して任意の傾斜で宜しいから枝距を出す時に便利である。第 47 圖は其の原理を示すもので A 及 B は鏡面、E


第 46 圖 直角鏡



第 47 圖 直角鏡の原理

は觀測者の眼とする。

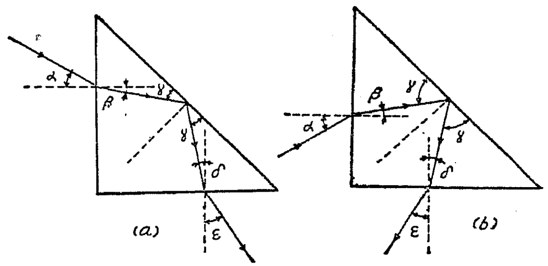
$\triangle ABF$ の內角を取ると

$$45°+(90°-\alpha)+(90°-\beta)=180° \qquad \alpha+\beta=45°$$

$$\angle BOE=\angle OBA+\angle OAB=2(\alpha+\beta)=90°$$

18 直角プリズム (Reflection Prism)

直角プリズムとは屈折面角の一角が 90° で、他の二角が各 45° であるプリズムを云ふ。光線の當り具合に依て種々の場合が起るが、先づ光線が直角邊に當る時の進路を調べて見やう。



第 48 圖 直角プリズム

今 n＝プリズムの屈折率(Coeff. of Refraction of Prism)＝硝子の場合は略 1.5

とすれば $\sin\alpha=n\sin\beta$

第48圖 (a) から $45°+(\beta+90°)+\gamma=180°$ 及 $45°+(\delta+90°)+\gamma=180°$

(b) から $45°+(90-\beta)+\gamma=180°$ 及 $45°+(90°-\delta)+\gamma=180°$

之に前の屈折の公式

$$\sin\alpha=n\sin\beta \quad 及 \quad \sin\varepsilon=n\sin\delta$$

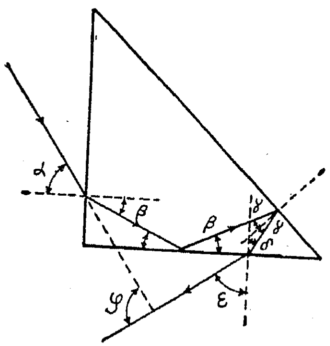
を適用すれば $\beta=\delta$ 及 $\alpha=\varepsilon$ を得る。卽ち光線の方向の變化に對しては直角プリズムの斜面は平面鏡の場合と同一である。(a) の場合はいつも全反射 (Total Reflection) を爲すが、(b) の場合は α の極めて小さな場合、卽ち $\alpha<4°48'$ の時のみ此の現象を生ずる。何となれば

$$\cos\gamma_{max}=\frac{1}{n} \qquad \gamma=48°12' \quad 及 \quad \beta_{min}=3°12'$$

$$\sin\alpha_{max}=n\sin 3°12' \quad \alpha_{max}=4°48'$$

(b) の場合は α の特別な値の時の外全反射を起さず、從つて大部分の光線は屈折に依て空氣中に放散する恐れがあるから、通常渡銀して屈折を防ぐ。

更に直角プリズムにて直角を設定する事が出來る。第 49 圖は其の原理を示すもので圖から直ちに次の關係式が成り立つ。



第 49 圖 直角プリズム

$$\sin\alpha=n\sin\beta$$

$$\beta+(\gamma+90°)+45°=180°$$

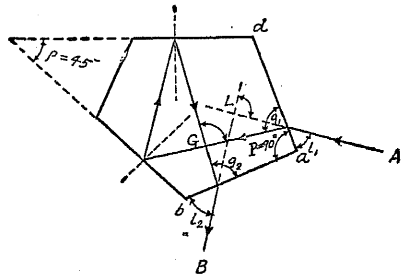
$$(90°-\gamma)+(90°-\delta)+45°=180°$$

$$\sin\varepsilon=n\sin\delta$$

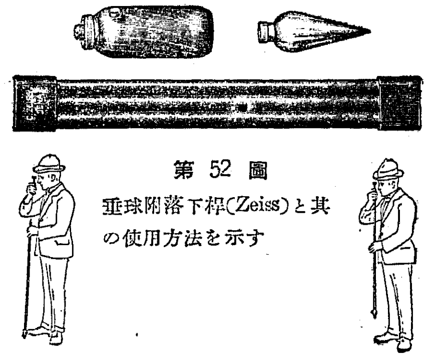
之等の四式からして $\beta=\delta$ 及 $\alpha=\varepsilon$ を得、卽ち $\varphi=90°$ となる。

直角プリズムで直角を設けるにはプリズムの斜面が測線と平行となる樣に持つことが必要である。

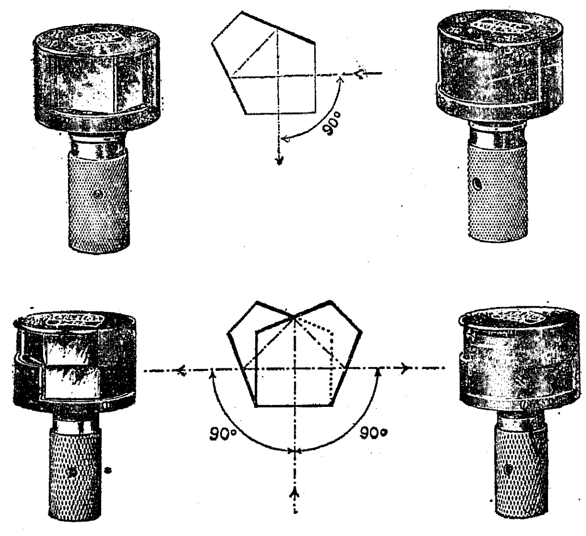
19 五角プリズム (Pentagonal Prism)



第 50 圖 五角プリズム



第 52 圖 垂球附落下桿(Zeiss)と其の使用方法を示す



第 51 圖 ウインケルプリズム

今第50圖の樣に $p=45°$ 及 $P=90°$ となる樣な五角プリズムの光線の進路を考へれば

$$P=2p$$

$$G+g_1=g_2+P \ 及$$

$$L+l_1=l_2+P$$

$$\cos l_1=n\cos g_1 \ 及$$

$$\cos l_2=n\cos g_2$$

$$\therefore \ L=P=90°$$

要するにプリズムの中では平面鏡と同一である。

第51圖は、獨逸 Carl Zeiss 會社にて製造する角度プリズム (Winkel-prism) である。非常に明瞭な像を有し、偏差の精度は1分である。且つ之れには垂球附落下桿 (Fallstock mit Lot) が附屬して居るので正確にプリズムの位置を地上に示す事が出來る。

第三章 距離の測定

20 水平地に於ける距離の測定

先づ初に距離測定の器具として何れを用ふるか、測量の範圍、地形、精密度、許容時間等を考に入れて定めなければならぬ。次に用ふる鎖なり卷尺なり定まつたら、使用に先つて他の鋼卷尺又は標準尺度に合せて、其の誤を直して置く、例へば鎖ならば各節を眞直に打ち直したり、環を打ち縮めたり打ち伸したり、又竹鎖等は簡單だから目盛を仕直し、卷尺は標準尺度との差を指差 (Index Error) として記して置く。

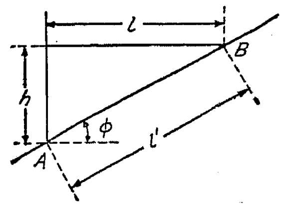
鎖又は卷尺を以て距離を測るには通常三人を要する。先頭に鎖の一端を持て進む人を前測手又は前手 (Forechainman or Reader) と云ひ、他の端を持つ人を後測手又は後手 (Rearchainman or Follower) と云ひ、熟練者が後手になる。此の外にノートをつけたり指揮をする記手 (Noteman) が居れば尙都合が宜い。先づ距離を測る可き直線の兩端に向桿を立て見透しにする。そこで前手は鎖又は卷尺の一端を片手に持ち向桿を他の手に持ち、尙測串を10本持つて前進し、大體一鎖長位と思つた時止つて、鎖又は卷尺は一度地上に置いて、向桿を直線上に眞直に立てゝ後手又は記帳手の合圖に注目する。此の時後手の見透しの邪魔にならない樣に身體を測線の側に置き、後手の合圖を注視して見透し中に入れる。次に前手は一旦向桿を地上に置いてから鎖

又は卷尺を適度に引つ張り、引つ掛る時には數回波打 (Waving) をして眞直にし、正確に終りの點へ測串を刺す。斯樣にして後手は前手の挿した測串を拾ひ乍ら前進する、それで後手の手に在る測串の數は測點からの鎖の數を與へる。此の時注意す可き事は互に見透しを妨げない事、前手と後手が協同して測量をする事、豫め簡單明瞭な合圖を協定して置く事等である。距離を測る位と高を括る人もあるが總ての測量の基礎であるから、之に熟達すると否とは測量の能率に可なりの相違を生じて來る。

21 傾斜地に於ける水平距離の測定

測量に必要なのは水平距離であるから、傾斜地を測量する時には (1) 鎖又は卷尺をいつも水平にして測る方法と (2) 傾斜に沿ふて測り後之を水平に換算する方法とがある。

傾斜が緩かであれば目分量で水平距離を求め向桿か落串でも使へば宜いが畑地など緩傾斜地($3°\sim5°$)であれば斜面距離を水平距離として差支へない。急傾斜の場合は少しづゝ區切つて水平距離を求めて行くが、此の時は落串よりも向桿で垂直を移した方が結果がよい。又傾斜地を測量する場合は降測の方が疲れなくて樂である。傾斜が一樣であれば斜面に沿ふて距離を測り、又傾斜角 (Inclination Angle), 勾配 (Slope) を測つて水平距離を計算して出す。



第53圖 傾斜更正

今第53圖に於て

$h=A,B$ 二點に於ける高さの差

$l=A,B$ 間の水平距離

$l'=A,B$ 間の斜面距離

とすれば

$$l=\sqrt{l'^2-h^2}$$

$$=\left(l'^2-h^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$=l'\left(1-\frac{h^2}{l'^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\fallingdotseq l'\left(1-\frac{h^2}{2l'^2}\right)$$

$$\therefore\ l-l'=-\frac{h^2}{2l'}$$

$$\text{更正量}\ \Delta=-\frac{h^2}{2l'}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)_1$$

又 $\theta=$ 傾斜角

とすれば

$$l'\cos\theta=l\quad\text{及び}$$

$$l'\sin\theta=h\ \cdots\cdots(7)_2$$

尚計算の際には 第 2 表を使用する。

例題 勾配 $56\left(=\frac{56}{100}\right)$、傾斜距離 $l'=35.8$m の場合には

水平距離 $l=35.8\text{m}\times0.872$

$=31.22$m

高低差 $h=35.8\text{m}\times0.489$

$=17.51$m

勾配 56 は傾斜角度 29°15′ に當る。

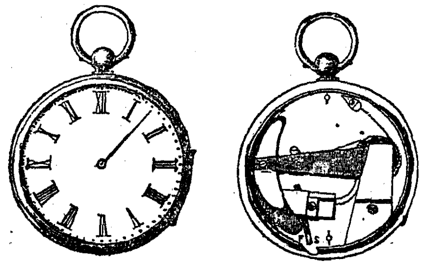
第 2 表 水平高低係數表

勾配	係數 水平	係數 高低	角度	勾配	係數 水平	係數 高低	角度
1	1.000	0.010	0°34′	51	891	454	27°01′
2	1.000	020	1 09	52	887	461	27 28
3	1.000	030	1 43	53	884	468	27 55
4	0.999	040	2 17	54	880	475	28 22
5	999	050	2 52	55	876	482	28 49
6	998	060	3 26	56	872	489	29 15
7	998	070	4 00	57	869	495	29 41
8	997	080	4 34	58	865	502	30 07
9	996	090	5 09	59	861	508	30 32
10	995	100	5 43	60	857	515	30 58
11	994	109	6 17	61	854	521	31 23
12	993	119	6 51	62	850	527	31 48
13	992	129	7 24	63	846	533	32 13
14	990	139	7 58	64	842	539	32 37
15	989	148	8 32	65	839	545	33 01
16	987	158	9 05	66	835	551	33 25
17	986	168	9 39	67	831	557	33 49
18	984	177	10 12	68	827	562	34 13
19	982	187	10 45	69	823	568	34 36
20	981	196	11 19	70	819	574	35 00
21	979	206	11 25	71	815	579	35 22
22	977	215	12 24	72	812	584	35 45
23	975	224	12 57	73	808	590	36 08
24	972	233	13 30	74	804	595	36 30
25	970	242	14 02	75	800	600	36 52
26	968	252	14 34	76	796	605	37 14
27	965	261	15 07	77	792	610	37 36
28	963	270	15 39	78	789	615	37 57
29	960	278	16 10	79	785	620	38 19
30	958	287	16 42	80	781	625	38 40
31	955	296	17 13	81	777	629	39 00
32	952	305	17 45	82	773	634	39 21
33	950	313	18 16	83	769	639	39 42
34	947	322	18 47	84	766	643	40 02
35	944	330	19 17	85	762	648	40 22
36	941	339	19 48	86	758	652	40 42
37	938	347	20 18	87	755	656	41 01
38	935	355	20 48	88	751	661	41 21
39	932	363	21 18	89	747	665	41 40
40	928	371	21 48	90	743	669	41 59
41	925	379	22 18	91	740	673	42 18
42	922	387	22 47	92	736	677	42 37
43	919	395	23 16	93	732	681	42 55
44	915	403	23 45	94	729	685	43 14
45	912	410	24 14	95	725	689	43 32
46	909	418	24 42	96	721	693	43 50
47	905	425	25 10	97	718	696	44 08
48	902	433	25 38	98	714	700	44 25
49	898	440	26 06	99	711	704	44 43
50	894	447	26 34	100	707	707	45 00

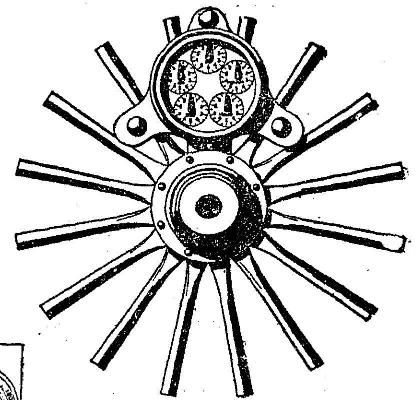
第四章 距離の略測法

精巧な器械に依らず簡單な器械のみを用ひて、又は如何にしても實測の出來ない様な場合に止むを得ず略測を行ふ。

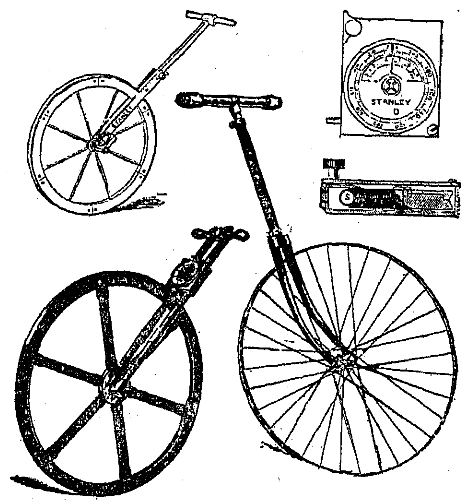
22 簡單なる器械に依る法 (Simple Instrume..ts)



第 54 圖 步數計



第 55 圖 輪回計



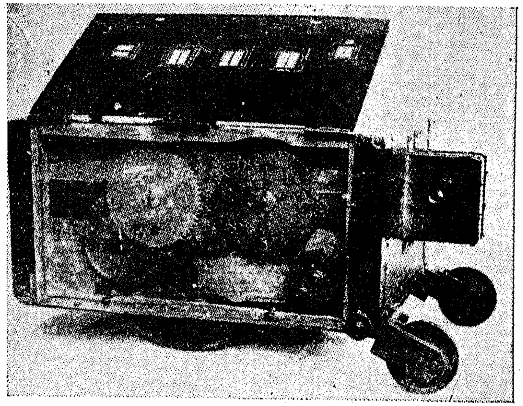
第 56 圖 輪程計

(1) **步數計**(Pedometer)

之は外觀時計の様なもので胸又は腰に掛けて步けば其の衝動に依て齒車を動かし針に依て步數を知る事が出來る。之に各人の步幅 (Step Length)を掛けて距離を得る。

(2) **輪回計** (Odometer)

之は砲車の軸などに取付けられて車の回轉數を記す。之に車の周長を掛けて距離を知る。之れは車の直徑が一定して居るから、步數計に輕べてより正確に距離を測れる。



第 57 圖　量程車

（3） **輪程計**（Perambulator）は今一步進んで距離測定の爲に作られた車である。把手を有し記錄函を有する外に、車の直徑又は周圍を一定の數にして居るものが多い。第 57 圖は伊能忠敬の用ひた量程車である。

23 步測（Pacing）に依る法

一樣な步調を以て一直線に步行すれば步數に依て距離を知る事が出來る。素より步幅は人に依て違ふから各自距離の明かな 100m～200m 位の平坦地を何回も往復して步幅を定めなければならない。之を檢定（Rating）と云つて居る。此の步幅檢定の時注意す可き事は

（1） 自然の步調を取り殊更に大股又は小股に步かない事

（2） 步行速度を同一に保つ事

（3） 直線路を步行すること

普通日本人の 7 複步（Double Step）（二步の事）は10m（卽ち 70cm 强）に當る。外國人は少し多くて 75～80 cm である。

又日本人の身長と步幅との關係を次の式で表はして居る。

$$d=0.26h+0.35 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

但し　d＝步幅(m)，　h＝身長(m)

之から計算すると

身長（h）	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75 m
步幅（d）	0.74	0.75	0.77	0.78	0.79	0.81 m

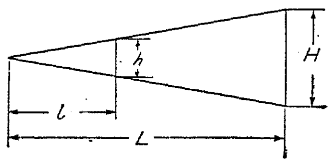
斜面上の步幅は傾斜角度の增すと共に漸く減少し、30° の昇り坂では平地の半分になる。Jordan 敎授の硏究に依れば

傾斜度		5°	10°	15°	20°	25°	30°
步幅の減少	昇り坂	9	20	27	35	41	50
割合(%)	降り坂	4	6,7	9	12	22	35

………(9)

更に步幅は 25～30 歲以上は年齡及び疲勞度に反比例し、步行速度に正比例する。

24 視角に依る法



第 58 圖　視角の原理

近接し難い距離を測る一つの方法は視角（Visual Angle）に依る法で次に示す相似三角形の應用に外ならぬ。

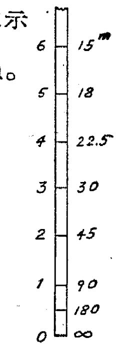
$$L=\frac{l}{h}H \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

腕を延して物差を眞直に保ち遠方の物體が眼となす視角を物差で測れば距離が出る。

例へば　l＝ 腕の長さ（＝0.6 m）

h＝視線に夾まれた物差の部分（＝0.03 m）

H＝人の身長（＝1.5 m）



第 59 圖
視角スケール

とすれば其の距離は $L=\frac{0.6}{0.03}\times 1.5=30$ m となる。

夫故に初から 0.03 m の所 30 m を記した第59圖の如き特別の物差を使へば直に距離を知る事が出來る。

25 視力に依る法

天候と人の視力(Visibility) とに依て少し異ふが視力完全なる人は大凡次の標準にて距離を想定する事が出來る。

4000 m 西洋館の窓を數へ得る

2000 m 人馬共に點となつて見える

1200 m 人馬が明瞭に區別せられる

900 m 明らかに隊伍を認識する

800 m 手足の運動を認める

700 m 隊伍を數へ得る

450 m 乘馬車と其馬とを認める

400 m 馬の頭及毛色を知る

250 m 人の顏面及靜止せる脚の間隔を知る

150 m 洋服のボタンを知る

100 m 顏面中目の位置を知る

尙此の目測は地形、目標の位置、天候、氣象其他の原因で多少の相違があり其關係は槪略次の如くである。

(1) 近く誤り易い場合

天候晴朗特に暴風雨後等空氣の透明なる場合。觀測者太陽を背にする時。目標が背後の物色の關係に依り鮮明な時。遠隔せる明瞭な獨立物體。水面、平坦地、波狀地特に中間の土地を通視し得ない時。仰視し又は俯下す時。

(2) 遠く誤り易い場合

炎熱の時。測量者が太陽に面する時。目標が背後の物色の關係に依り鮮明でない時。曇天、濃霧、曉暮、森林內及狹長なる土地等。低い姿勢で目測する時。

若し双眼鏡があれば距離目測に大變手助けになる。

26 音響に依る法

音響 (Sound) は一定の速さを以て空中を傳はるが、之に比し光は殆ど瞬間的に傳はるから、光を見てから音の聞ゆる時間を Stop Watch で測つて距離を知る事が出來る。

實驗に依るに攝氏 0° に於ける空氣中の音の傳播の速さは 332 m/sec で、攝氏 1° の昇降に對して 0.609 m を增減する。故に任意の溫度に於ける速さは

V=音の傳はる速さ (m)

t=空氣の溫度 (°C)

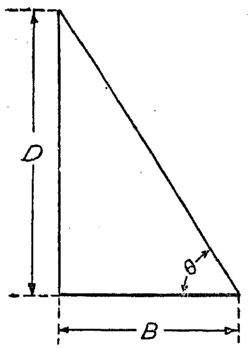
$$V=332+0.609\,t \qquad \cdots\cdots(11)$$

故に簡單に 3 秒間に 1 より 10 迄の數を呼び得る樣に口調を練習すれば其の一箇の呼唱は 100 m に相當する。

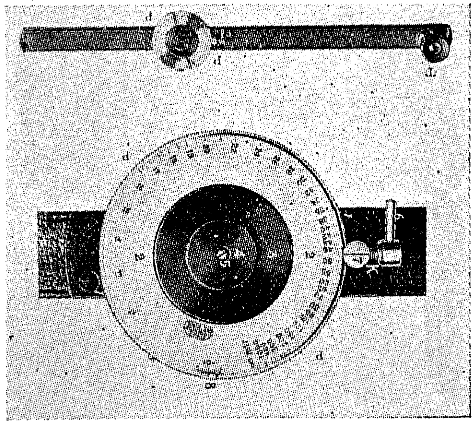
音測は朝夕の風の無い時に行ふが宜しい。風のある時測つたならば風の速さだけ補正しなければならぬ。

27 測距儀 (Range Finder)

光學的裝置に依つて距離を測る器械を測距儀又は測遠儀と云ふ。其の原理



第 60 圖 測距儀の原理

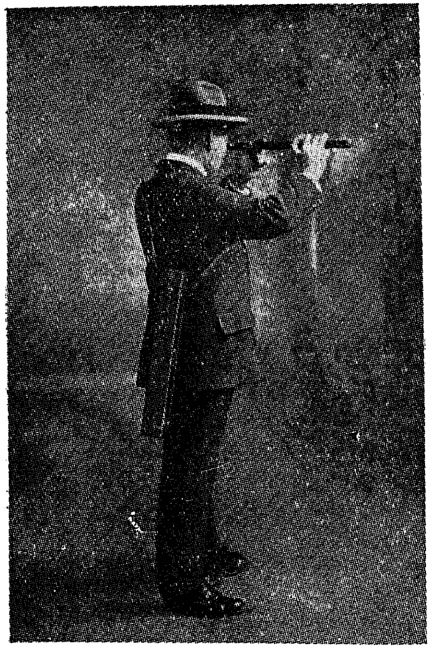

第 61 圖 携帶測距器（獨逸 Leitz 製）

は器械内に基線を有し、要するに$D=B\tan\theta$として表はすのである。普通市場に在るものは第 61 圖に示す獨逸 Leitz 製 40 cm の携帶測距器で、其の構造は同圖にて

T＝ガリレオ式望遠鏡（擴大率3倍）

P＝分度盤（直徑 6 cm）

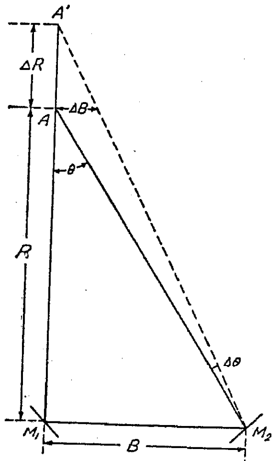
分度盤は (1) 臺盤, (2) 度目環, (3) 座金, (4) 雌螺旋, (5) 中心螺旋の各部分及び固定裝置Kより成り固定裝置は小槓桿 (6) の上下轉換に依て分度盤の固定を司る。之を使用するには第 62 圖の如く兩手


第 62 圖 携帶測距儀の使用

で水平に支持し、望遠鏡Tにて目標を視準する時は第一映像 S_1 の中に、器械右口より右方プリズムを通して來る恰も朧月の如き淡光小圓形の第二映像 S_2を認める。そこで度目環を適當に旋回し S_2 像を移動して S_1 像と合致せしむれば、分度盤に現れた讀みに依て直接に距離 (m) を知る事が出來る。

之を調整するには地上無限の遠距離（少くとも 4km 以上）に適當の目標を定めて、望遠鏡を合せ分度盤の示度を ∞ に定めた時兩映像が合致するか否かを見る。又地上に 20～30 m を正確に測り目標を立て分度盤の示度を上記の距離に合せても宜い。若し合致しない場合は中心螺旋 (5) を弛め尙雌螺旋 (4) を左方に廻して緩めれば度目環 (2) は座金 (3) と離れ、臺盤 (1) に對して自由に旋回する事が出來るから指標 (7) に對して修正をなす。

此測距器の精密度は 50 m にて$\pm\frac{1}{2}\%$, 50～100 m にて ±1%, 100～200 m にて ±2%, 200～300 m にて±3% 位である。



第 63 圖 測距儀の誤差

第 63 圖は測距儀の誤差卽ち精密度の原理を示す。今

B＝基線卽ち M_1M_2 反射鏡の中心の距離 (m)

R＝目標 A に至る最短距離 (m)

θ＝目標 A が基線に對して夾む角度

とすれば、實際上 θ は通常非常に小いから

$$B=R\tan\theta=R\theta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

となる。此の位置で測距儀を合致させ、次に目標が $A\to A'$ に卽ち ΔR だけ動いたとすれば上下の映像が喰違ひを來すが、此の喰違ひが 10″ 以下であれば眼の性質上喰違ひを認識する事が

出來ない。

M=測距儀の擴大率

δ=眼で認識し得る最小角即ち$10''$

とすれば $M\Delta\theta$ が δ 以上であれば喰違ひが分り、以下では分らない。故に

$$M\Delta\theta=\delta \quad 即ち \quad \Delta\theta=\frac{\delta}{M} \cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

又第 63 圖から $\frac{\Delta R}{\Delta B}=\frac{R}{B}$ 及び $\Delta B=R\Delta\theta \cdots\cdots (c)$

$$\Delta R=\frac{R}{B}\Delta B=\frac{R^2}{B}\Delta\theta=\frac{R^2}{BM}\delta \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

故に基線の長い程又擴大率を大にする程誤差が小になり、又同一器械では誤差は距離の二乘に比例して增大する。

今 Barr and Stroud に從つて $\delta=12''$ とすれば

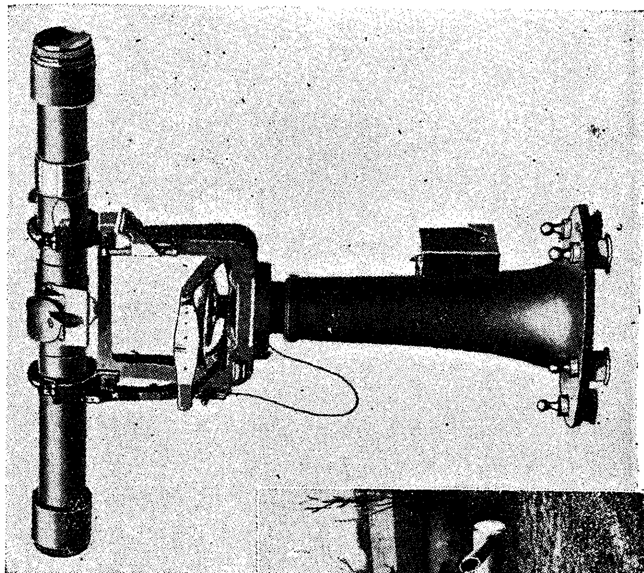
$$\Delta R=0.0000582\frac{R^2}{BM} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$M=20$ の場合の許容誤差を示せば第 3 表の如くなる。

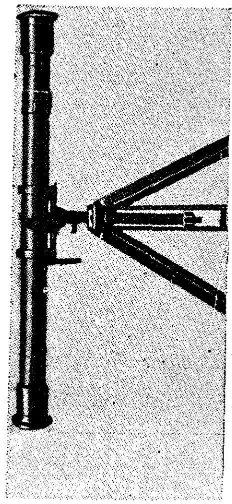
第 3 表

基線 (m)	距離 (m)								
	500	1000	2000	3000	5000	7000	10000	15000	20000
2	0.5	1.5	5.8	13.0	36	71	146		
6				4.3	12	23	48	108	191
8				3.2	9.1	18	36	81	145
10				2.6	7.3	14	29	65	116

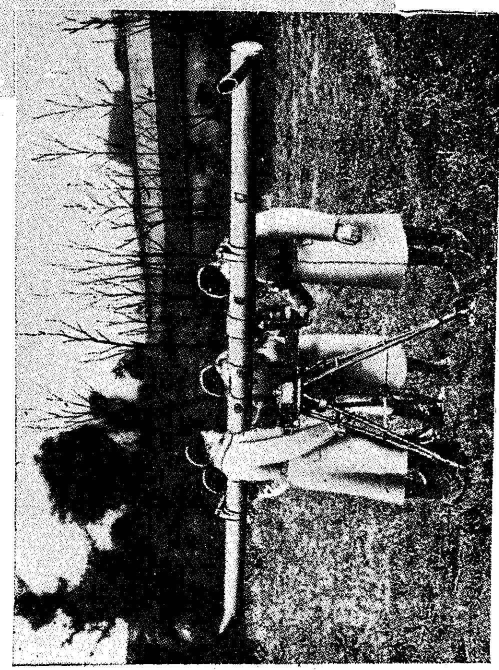
第 4 表は $\delta=20''$ とした時の許容誤差である。



商船用測距儀（固定型）



八年式野戰重測遠機（基線 1m 擴大率12）

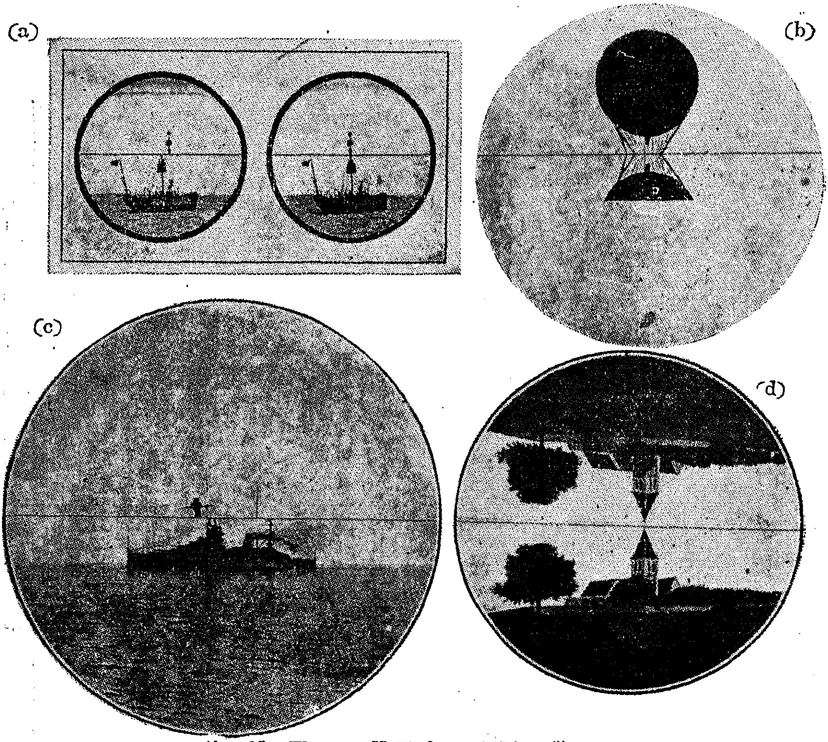


航空機用測定機（基線 4m 擴大率 24）

第 64 圖

第 4 表

基線 (m)	擴大率 (M)	距離 (m)							
		10	100	500	1500	3000	6000	12000	20000
0.30	8	0.004	0.4	10					
0.50	10			4.8	43.6	174.5			
0.80	14			2.2	19.5	78	312		
3	25				2.9	11.6	46.6	186	
5	25					7	27.9	111	310
10	25					3.5	14	56	155



第 65 圖　　單眼合致式測距儀の視界

測 距 儀

1775　光学者マゲラン考案

1885　Barr and Stroud 博士發明

1893　軍艦吉野塔載 B and S. 測距儀が最初

種 類

合致式	上半と下半を合致
二重像式	一視域内に合致
倒像式	立像と倒像を合致
立体式	

10.5.15

測距儀は未だ餘り測量に利用されて居ないが、實測困難なる箇所又は迅速を要する場合に用ふれば大變便宜である。航海、軍事には此の器械に賴ること多く專ら此の方面に研究並に使用されて居る。第 64 圖は測距儀の例で陸地用は大柢可搬型 (Portable Type) で基線 1~5 m 位、艦船用のものは主として定置型 (Stationary Type) で基線 10 m のものもある。單眼合致式測距儀は 1888 年英國陸軍省で測距儀を懸賞募集した際英國の Dr. Barr と Dr. Stroud とが協力して發明したもので、四十年を經た今日でも Barr and Stroud Ltd. (Glasgow) が最も有名である。日本海の海戰で我海軍の有する測距儀が Barr and Stroud の最良のものであつた爲め彈丸の命中宜く戰勝の原因となつたとさへ云はれて居る。第 65 圖は單眼式に於ける視界を示す、合致を完全ならしめる爲一部を倒像としたものもある。

第五章　野　　業

28　測點及其の取り方

測量に於て測點 (Station) とは距離又は角度を測る時、基準となる點を云ふ。測點は測量の目的、面積、地形及び方法に對して適切でなければならぬから、一般的の配置距離を示す事は出來ないが、其の選定に就ては次の注意を守ることが必要である。

(1)　測點の數が少ない程角を測る回數も從つて時間も節約され地圖を作るにも早い、然し乍ら使用器械の有効距離や地形の變化を考へないと結果が不精密になる。

(2)　測點は相互に見透し易く又器械の据付けに便利な點を選び、測線がなるべく障害物を横斷しない様にすること。

（３）　測點は地盤の移動の少なく、且つ測量後も必要の事が多いからなるべく紛失の恐れの無い所に選ぶこと。

（４）　測點は必ずしも境界の屈曲點に選ぶ必要はない。

測點を示すには地面に木杭を打ち込んで其中心に釘を打ち其處に向桿を眞直に立てゝ見透しをする。重要な測點は石標や又は地下標も用ふるが、之は後章で詳しく述べる。

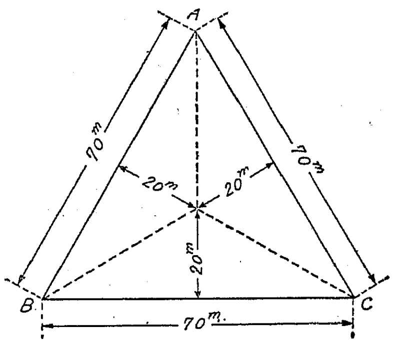
測鎖測量に於ては平坦地で障害物の無い場合でも 200 m 以上の測點間隔は宜しくない。100 m 以下が適當と思はれる。枝距を取る必要がなく面積測定の時は間隔を遠くして宜しい。測量地域の形及障害物の有無に依て測量の方法を分けると

（１）　障害物なく境界が直線である場合

（２）　障害物なく境界が曲線である場合

（３）　障害物のある場合

になる。

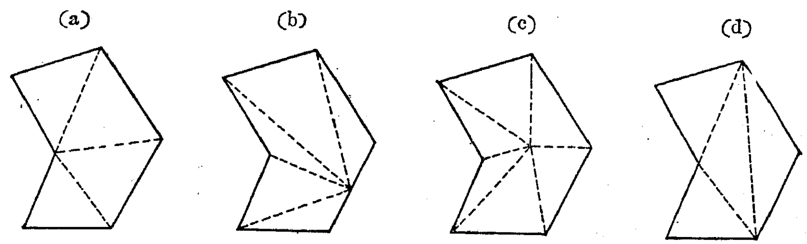


第 66 圖　基　本　圖

29　三角區分法又は對角線測量法（Triagular Division or Diagonal Division Method）

區域内に著しい障害物のない見透し充分な多角形の場合には、其の對角線を取るか、適當な三角形に區分して測量すれば最も都合が宜い。此の三角形に區分する方法には四通りあつて

（a）　境界上の測點から他の測點に至る線に依る法



第 67 圖　三 角 區 分 法

（b）　直線上に一點を取り之と測點とを結ぶ線に依る法

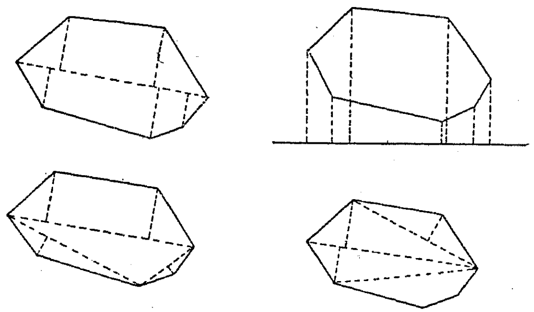
（c）　區域内に一點を取り之と測點を結ぶ線に依る法

（d）　測點同志を結ぶ線に依る法

簡單の爲か（a）及（d）が一番よく用ひられて居るが、要は區分された三角形が正三角に近くなるを理想とする。三角形は夫自身形が強固で且つ其の面積も直に計算されるから測鎖測量には最も都合が宜しい。

30　對角線及垂線に依る法（三斜法）

境界線の上に障害が有る場合に適當な方法で、區域を大體對角線に依つて分けるが、三角に區分せずに各頂點から垂線を下し、三邊を測る代りに對角線と垂線とを測る。故に此の方法の基本形は梯形（Trapezoid）である。我國農地測量にて呼ばれる三斜法と云ふのも此の方法である。垂直線を決定する時には前述の直角器の類を用ひる。

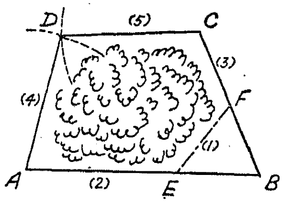


第 68 圖

31 繫線法

區域內の森林湖沼又は人家等の障害物の爲に對角線を取れない時は、其の代用として繫線 (Tie Line) と云ふものを取る。繫線とは二線の方向卽ち角度を確定する爲め、二線上の任意の點を結ぶ直線を云ふもので、第 69 圖の EF は夫れである。

例へば第 69 圖で之を製圖する時は、先づ三角形 BEF を畫き、次に BE 及 BF を延長して實測長に比例して A 及 C を取り、A から AD を半徑として弧を畫き、同樣に C から CD を半徑として弧を畫き、其の交點 D を求めて初めて區域 $ABCD$ を製圖する。

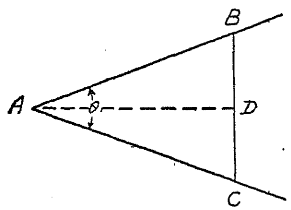


第 69 圖 繫線に依る法

故に四邊形にては 1、五邊形にては 2、一般 n 邊形にては $n-3$ の繫線で充分であるが、なるべく誤差を照査する爲め一角每に 1~2本 の繫線を取るがよい。頂角が鋭角をなし且つ等脚三角形になる樣に取る可きである。

繫線の應用の一つとして角度を測る事が出來る。斯くして出來た角度を鎖角 (Chain Angle) と云ふ。

（1） **等脚三角形の場合** 第 70 圖に於て



第 70 圖

$$AB=AC$$

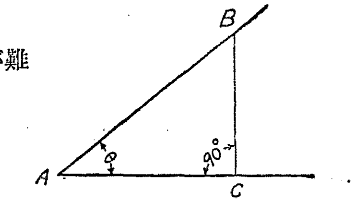
$$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{BP}{2AB} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

一番普通に用ひられるもので、區域內に繫線を取られない時は測線の延長となす繫線を取る。最も正確な結果を得る。

（2） **直角三角形の場合**（第 71 圖）

$$\left.\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{BC}{AB} \\ \cos\theta &= \frac{AC}{AB} \\ \tan\theta &= \frac{BC}{AC} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

計算は簡單であるが直角を設定するのが難かしい。

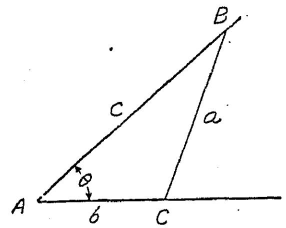


第 71 圖

（3） **任意の三角形の場合**（第 72 圖）

$$s=\frac{1}{2}(a+b+c)$$

とすれば



第 72 圖

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{\theta}{2} &= \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \\ \cos\frac{\theta}{2} &= \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} \\ \tan\frac{\theta}{2} &= \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} \end{aligned}\right\} \cdots (14)_1$$

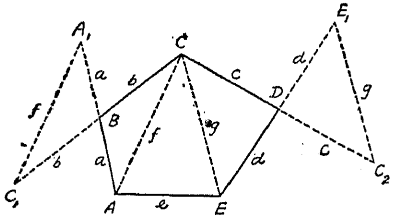
或は

$$\cos\theta=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)_2$$

此の方法は計算が複雜だから餘り用ひられない。

繫線の第二の應用としては近接し難い土地の面積を求める事が出來る。

例へば第 73 圖に示す五邊形 $ABCDE$ にて對角線を測られないと假定する。各邊を $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$, $DE=d$, $EA=e$ とし、對角線 $AC=f$, $CE=g$ とする。a を延長し其の延長上に a に等しく BA_1 を取り、又之に隣る b を延長して延長上に b に



第 73 圖

等しく BC_1 を取り A_1C_1 を結ぶと

$$\triangle ABC \equiv \triangle A_1BC_1 \qquad AC=A_1C_1=f$$

同様にして

$$\triangle CDE \equiv \triangle C_2DE_1 \qquad CE=C_2E_1=g$$

故に五邊形の面積は

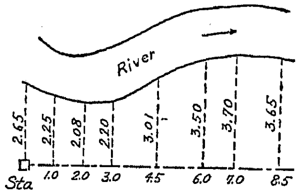
$$⬠ABCDE=\triangle ABC+\triangle ACE+\triangle CDE$$

$$=\triangle A_1BC_1+\triangle ACE+\triangle C_2DE_1$$

$$=\sqrt{s_1(s_1-a)(s_1-b)(s_1-f)}+\sqrt{s_2(s_2-e)(s_2-f)(s_2-g)}+\sqrt{s_3(s_3-c)(s_3-d)(s_3-g)}$$

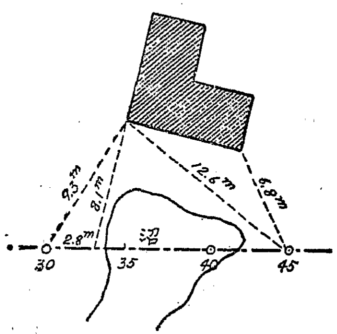
玆に　$s_1=\frac{1}{2}(a+b+f)$,　$s_2=\frac{1}{2}(e+f+g)$,　$s_3=\frac{1}{2}(c+d+g)$

32　枝距法 (Offsetting)



第 74 圖　枝距法

枝距 (Offset) とは測線中の任意の點から線外の一點に引かれた垂線を云ふ。之等の線を用ひて測線外の點の位置を知り、從つて不規則な境界線を測ることが出來る。枝距法は獨り測鎖測量のみならず他の總ての測量に用ひられる重寶なものである。但し枝距が 20m 以上あると測量の速さを大分損ふから枝距が 20m 以内となる樣に測線を選ぶ可きである。枝距を測るには測線上に鎖を放置して、卷尺の一端を家屋の角とか川岸とかに保ち、他端を鎖に交らして其の最短目盛を讀めば丁度垂線となる。枝距の距離が遠いか又は障害がある時は前記の直角器を用ふる。又直角の方向



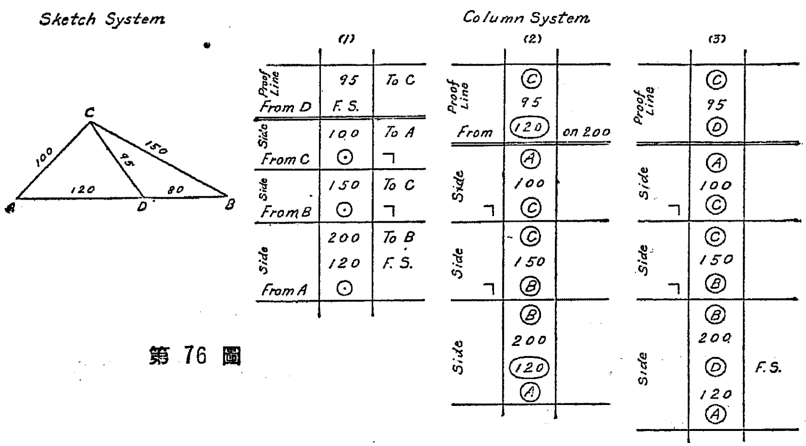
第 75 圖　斜距法

に測れない場合、或は精密を要する場合には測線中の二點と連絡する。之を斜距法 (Diagonal Offsetting) と云て居る。

33　野帳の記し方

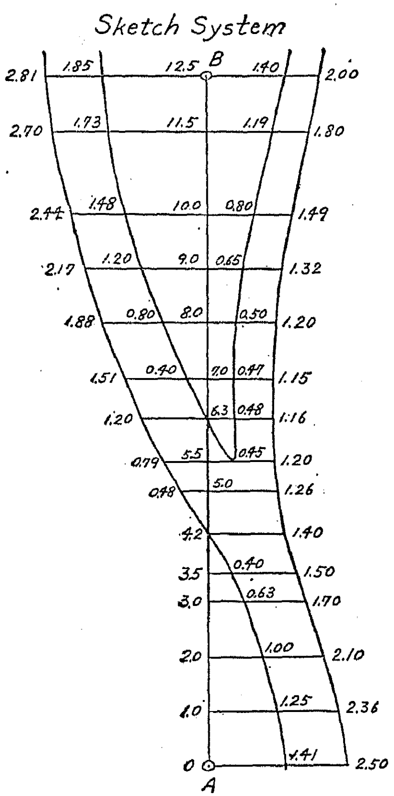
野帳 (Field Note) は測量の結果を記入する帳面で記帳法の巧拙は測量の精密度、速さ或は製圖の難易に大關係を有するから、明瞭に間違ひ無く記す可きである。野帳の記し方に二種類ある。

（1）見取圖式 (Sketch System)　最も簡單な記帳方法で見取圖 (Sketch) の上に長さを記入する。測量區域小さく從つて記入事項の少ない時は宜しいが、記入すべき事項の多い場合混雜を來し易い。然し素人にも判り易く、どんな測量にも此の見取圖の伴はない場合はない。

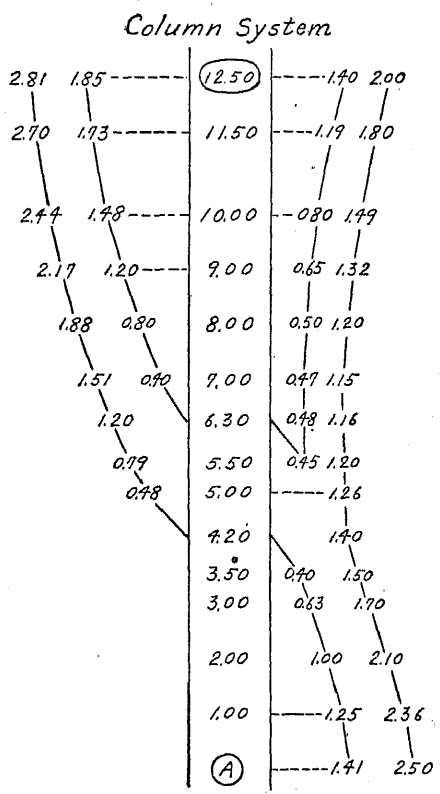


第 76 圖

（2）縱欄式 (Column System)　見取圖の各測線を擴大したもので、野帳の頁の中央に幅 2 cm 位の赤又は青の線を平行に引いて、その中に基點よりの距離を記入する。其の左右に枝距を記入するもので見取圖の樣に一目瞭



第 77 圖



第 78 圖

然とは行かないが、記入事項の爲に混雜する事はない。之も矢張り外の測量に隨伴して行はれる。次に野帳記載例を二三示す。

第 76 圖は見取圖の方が詳り易いが、第 77～78 圖となると兩方共同じ位第79圖(卷末)に至ると見取圖に記入したら何も詳らなくなららうと思はれる。

記帳に際して注意す可き事項は次の通りである。

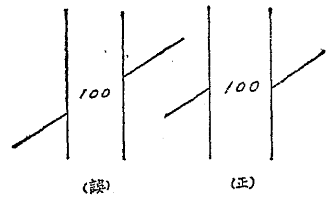
（1） 自分の進む方向に野帳を持て下から上に記すこと。

（2） 測點を示すには△⊙○等の記號を用ふ。

（3） 測線の左折、右折を示す爲に˥及び˩を用ふ。

（4） 測線中に測點を取れば之を假測點 (False Station) と云ひ、F.S. にて表はす。

（5） 垣根、小川、道路等が測線を横切る時は、成る可く眞方向を表すやうに書く可きであるが、縱欄を横切つて連續直線を引いてはならぬ。斯の如き場合には其の直線を測線で二分したやうに描かなければならぬ。(第 80 圖參照)



第 80 圖

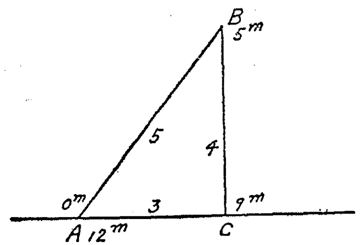
（6） 野帳の縮尺に注意すること。例へば測線は一行 1 m とし、枝距は左右各全體を 30～20 m とする如きである。

（7） 野帳は計算又は製圖をなす時自分以外の人が一見して直ちに分るやうに記すこと。

34 垂線を設定する法

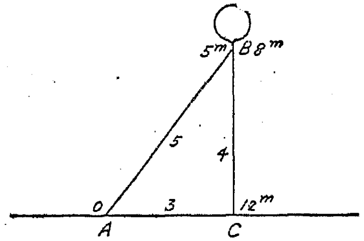
垂線を設定するには前述の種々の直角器で行ふが、こゝでは測鎖又は卷尺で設定する方法を述べる。

（1） 3―4―5 の法 三角形の三邊を 3, 4, 5 の比に取れば、最大邊に對する角は直角となる事は容易に知られる。卷尺では 3m, 4 m, 5 m 計 12 m に取ることが最も多い。此の方法の缺點としては三人を要する事と、鋼卷尺が使はれた時急に曲げる事が出來ないから其儘

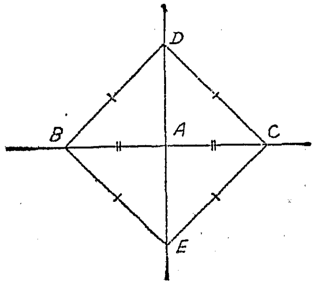


第 81 圖 3―4―5の法

應用せられない點にある。鋼卷尺の時は、急曲を避けて 3m 位の環を作つて設定する。(第 82 圖)



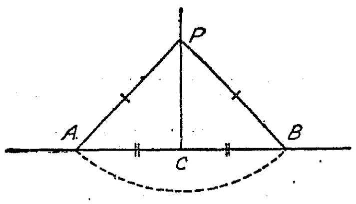
第 82 圖　鋼卷尺の場合



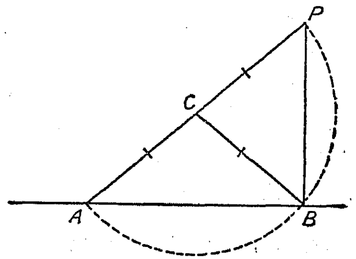
第 83 圖

(2) 直線上の任意の點から垂線を立てる法（第 83 圖） A を直線中の垂線を立つべき位置とする。A の兩側に等距離に B 及 C を取り、AB, AC の 1.5倍 の長さを取り、一端を B に固定して他端にて弧を畫き、同樣 C を中心とする弧と D に交らしめる。AD は直線の垂線となる。同樣に直線の反對側に施せば AE を得、DAE は一直線をなす。

(3) 直線外の任意の點から垂線を下す法（第 84 圖） P を直線 AB 外の一點とする。PA を取つて直線と A に於て交らしめ、更に P を固定して $PA=PB$ なる他の交點 B を求める。AB の中點を C とすれば PC は



第 84 圖



第 85 圖

AB に垂直である。

點 P が直線 AB の一端 B の方に偏する時は第 85 圖の如く PA を取り其の中點 C を固定して、AC を以て弧を畫き直線と B で交らすれば PB は AB に垂直である。

35　測線上の障害物を避くる法

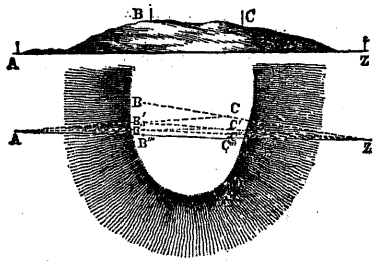
障害物にも種々あつて

（1） 見透しの出來ぬ場合即ち定向の障害 (Obstacles to Alignment)

（2） 直接測定の出來ない場合即ち測定の障害 (Obstacles to Measurement)

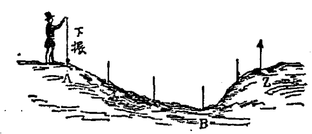
となるが、以下二三の例を以て示すことゝする。

(1) 丘を越えて二點間に直線を設定する法（第 86 圖） 二點 AZ の中間に丘があつて見透しが附かない時は B 及 C に二人の觀測者が上り、各々向桿を持て出來る丈け一直線を成す位置を占める。先づ B の人が BZ を見透して C の向桿を其の線中に入れ、次に C は B を AC の見透し線中に入れ、斯くして順次漸近算 (Successive Approximation) を行へば AZ 間に直線を設定する事が出來る。



第 86 圖　丘を越す法

之は測鎖測量のみならず隧道測量にても中心線の地上設置に用ひられる。



第 87 圖　谷を横斷する法

(2) 谷を横斷して二點間に直線を設定する法（第 87 圖） 二點 AZ の中間に谷又は凹地があつて B に立てた向桿

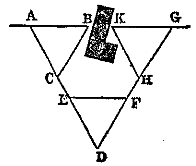
を AZ 線中に入れられない時は A に於ける人は向桿の代りに下振（Plumb Line）を用ひて眼で AZ を見透し、其の儘眼を下げて B を AZ の見透し線内に入れる。下振が無い時は厚紙でも充分役立つ。

（3） 障害物を避けて距離を測る法

（a） 垂線に依る法（第 88 圖） 直線 AB が障害物に出會つた時には、垂線 AC 及び BD を立て其の長さを同じくして CD を延長して障害物を越え、然る後 E 及び F から再び前と反對の方向に同長の垂線 EG 及 FH を立て GH を延長すると AB GH は一直線をなし $BG=DE$ となるから BG の代りに DE を測れば宜しい。

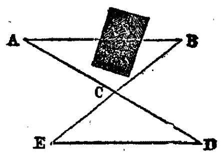
第88圖 垂線による法

（b） 正三角形に依る法（第 89 圖） 正三角 ABC を作つて AD の方向を求め、障害物を越した點 D に第二の正三角 DEF を作り DG の方向を定め、$AD=DG$ なる G 點を定め此處に又正三角 GHK を作れば KG は AB の延長となり、且つ $AD=DG=AG$ となるから AG の代りに AD 又は DG を測ればよい。



第 89 圖
正三角形による法

（c） 相似三角形に依る法（第 90 圖） AB を見透し得る點 C を選び AC を延長して $AC=CD$ とし、BC を延長して $BC=CE$ ならしむれば $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ となるから AB を測る代りに ED を測ればよい。



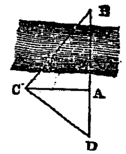
第 90 圖
相似三角形に依る法

若し $CD=\frac{1}{2}AC$ 及び $CE=\frac{1}{2}BC$ ならば $AB=2ED$ となる。

（4） 河を越えて對岸への距離を間接に求むる法

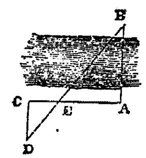
（a） 垂線に依る法（第 91 圖） AB を距離を測定すべき線とする。AB に直角なる線上に一點 C を取り、BC に直角に BA の延長上に D を取れば

$$AB=\frac{AC^2}{AD}\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$



第 91 圖

となるから AB を測らなくとも他の邊を測つて距離が分る。



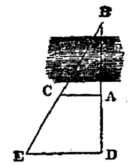
第 92 圖

又第 92 圖の様に相似三角形の配置を少し變へて見てもよい。AB に直角な線上に一點 C を設け、C から AC に直角に CD を立て其の線上に一點 D を取り、BD と CA の交點を E とすると

$$AB=\frac{AE\times CD}{CE}\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

となる。

若し $EC=\frac{1}{2}AE$ となる様に D を取れば $AB=2CD$ となる。



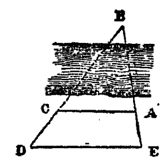
第 93 圖

更に第 93 圖の様に配列する事も出來る。AB に直角なる線上に C を取り、更に AB の延長上に一點 D を取り、D を經て AC に平行線を引き BC の延長との交點を E とすれば

$$AB=\frac{AC\times AD}{DE-AC}\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

となる。

（b） 平行線に依る法（第 94 圖） 大體川岸の方向に AC を取り、BC の延長上に D を取る。$CA//DE$ となる様に AB の延長上に E を取れば

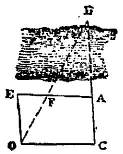


第 94 圖
平行線に依る法

$$AB=\frac{AC\times AE}{DE-AC}\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

となる。

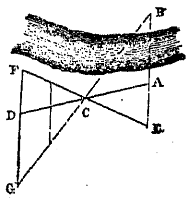
（c） 平行四邊形に依る法（第 95 圖） AB の延長上に C を取り、又一方 D を取り平行四邊形 $ACDE$ を作り、AE と BD との交點を F とすると



第 95 圖 平行四邊形による法

$$\left.\begin{array}{l} AB=\dfrac{AC\times AF}{EF} \\ \text{又は}\quad CB=\dfrac{AC\times CD}{EF} \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

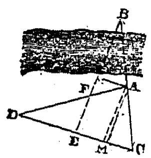
（d） 相似三角形に依る法（第 96 圖） 任意の方向に C を取り、AC を延長して $AC=CD$ ならしめ、同様に AB の延長上に E を取り $EC=CF$ になる様に F を取る。FD を延長し BC の延長との交點を G とすれば $AB=DG$ である。



第 96 圖 相似三角形に依る法

若し $CD=\frac{1}{2}AC$ 及び $CF=\frac{1}{2}CE$ ならば $AB=2DG$ である。

（e） 横斷線（Transversal）に依る法（第 97 圖） AB の延長上に C を取り、任意の位置に D を取り、CD線の中に一點 E を取る。AD と BE との交點を F とすればAB は次式で表はされる。



第 97 圖 横斷線による法

$$AB=\frac{AC\times AF\times DE}{CE\times DF-AF\times DE}\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

若し $CE=DE$ 即 E が CD の中點であれば

$$AB=\frac{AC\times AF}{DF-AF}\cdots\cdots\cdots\cdots(20)_1$$

又 $AF=DF$ 即 F が AD の中點であれば

$$AB=\frac{AC\times DE}{CE-DE}\cdots\cdots\cdots\cdots(20)_2$$

證明の爲め A を過り BE に平行なる AM を引き CD との交點を M とする。

$$\frac{AB}{AC}=\frac{EM}{MC},\qquad AB=AC\times\frac{EM}{MC}$$

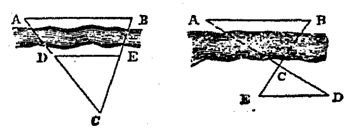
$$\frac{DF}{AF}=\frac{DE}{EM},\qquad EM=DE\times\frac{AF}{DF}$$

$$AB=AC\times\frac{EM}{MC}=AC\times DE\times\frac{AF}{DF}\times\frac{1}{MC}=\frac{AC\times DE\times AF}{DF\times MC}$$

$$=\frac{AC\times DE\times AF}{DF\times(EC-EM)}=\frac{AC\times DE\times AF}{DF\times\left(EC-\dfrac{DE\cdot AF}{DF}\right)}$$

$$=\frac{AC\times DE\times AF}{DF\times EC-DE\times AF}$$

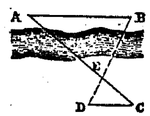
（5） 對岸にある二點間の距離を間接に求むる法（第 98 圖） 對岸の二點間の距離を AB とする。適當の點 C を取り、AC 線中に一點 D を取る。次に BC 線中に $CE=\frac{CB\times CD}{CA}$ となる樣に E を取れば、$\triangle ABC\backsim\triangle CDE$ となるから



第 98 圖

$$AB=\frac{AC\times DE}{CD}\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

又第 99 圖の如く任意の點 C を取り、C より AB に平行なる直線 CD を引き AC, BD の交點を E とすれば



第 99 圖

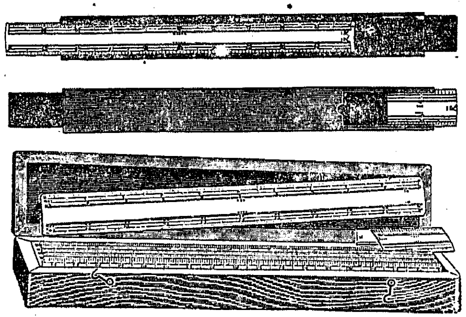
$$AB=\frac{CD\times(AC-CE)}{CE}\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

となる。

第六章 內　　業

36 製　圖 (Plotting or Mapping)

野業が終れば適當の縮尺 (Scale) を用ひて製圖をなす。世人は製圖に對して割合に無頓着であるが實測と同樣の注意を要する。地圖 (Map) は一般に紙の上方を北に取るのを原則とする、若し區域の都合上之を變へる時は必ず方位 (Bearing) を記すを要する。圖面には標題、縮尺、記號、方位、測量年月日及び其の姓名並に製圖年月日及び其の姓名を忘れてはならぬ。



第 100 圖　竹製縮尺

測鎖測量に於ては先づ本線を先に書き、之に枝距を入れる。夫で縮尺にも二通りあつて、本尺 (Main or Plotting Scale) とオフセツト尺 (Offset Scale) とに分けられる。

(1) **縮尺又は梯尺** (Scale or Scale Ratio) 縮尺とは圖面上に畫かれた長さと實際の長さの比を云ふ。縮尺の割合は測量の目的及區域の大小に依て異なり、其の選定の標準としては

(a) 製圖上區別し得る限界は$\frac{1}{4}$mm位であるから、圖上で距離を測る時之以上に區別しなくてもよい程度の縮尺とする事。

(b) 圖上に畫かる可き最小の細部に必要な限度に於て小縮尺を選ぶ。

蓋し縮尺の大小は縮尺の表す分數の値の大小を以てする。

英語に Large Scale と云ふ字があるが、$\frac{1}{x}$ で x を小さくすると分數の値は大きくなり、遂には 1 となる。卽ち實物大と云ふ事になる。大規模或は實際的と云ふ意味を有するのも其の爲である。

縮尺の大小は普通次の標準に從つて居る。

大縮尺 (Large Scale)　$\frac{1}{1000}$以上

中縮尺 (Middle Scale)　$\frac{1}{1000} \sim \frac{1}{10000}$

小縮尺 (Small Scale)　$\frac{1}{10000}$以下

測量に用ひられる縮尺の種類は次の如くである。

(1) 日本尺 (Japanese Scale)　$\frac{1}{300}$, $\frac{1}{600}$, $\frac{1}{1200}$, $\frac{1}{2400}$等

6 の倍數を分母とし、間數を表はすに都合がよいが、メートル法の施行と共に亡くなるであらう。

(2) 米突尺 (Metric Scale)　$\frac{1}{100}$, $\frac{1}{500}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{2000}$等

(3) 呎尺 (Foot Scale) 10, 20, 30, 40, 50, 80, 100 呎を 1 吋に卽ち 12 の倍數を分母とし、英米で用ひられる。

(4) 鎖尺 (Chain Scale) 1, 2, 3, 5, 8, 10, 30 鎖を 1 吋卽ち 792 の倍數を分母に持つもので、英米で用ひられ昔は我國の鐵道でも使つて居つた。

(5) 大陸尺 (Continental Scale) 前のものより縮尺度小さく、メートル式で大抵 10000 の倍數を分母に有して居る。參謀本部陸地測量部では $\frac{1}{10000}$(特別地域), $\frac{1}{25000}$(緊要な地域), $\frac{1}{50000}$, $\frac{1}{200000}$(一覽圖), $\frac{1}{500000}$(輿地圖) に區分してゐる。

尙平面圖の製圖には製圖者自ら其の使用した縮尺を書くべきで、後日に至つて製圖紙の伸縮の爲に間違ひを起すことがあるからである。

（例） $\frac{1}{500}$の縮尺で畫いた古い地圖で原尺 10m の長さが 2.1cm である時實際の縮尺度を求む。

$\frac{1}{x}$を縮尺度とすれば　$\frac{1}{x}:2.1=\frac{1}{500}:2$

$$\frac{1}{x}=\frac{2.1}{500\times2}=\frac{2.1}{1000}=\frac{1}{476}$$

縮尺の一例として鐵道省に於ける規定を示す。

圖面にメートルを使用する場合の縮尺の件　大正 12 年 6 月 1 日　達 346

圖面にメートルを使用する場合の縮尺下の通り定む。

圖面にメートルを使用する場合の縮尺は下の各號に依る。

1 線路豫測平面圖　$\frac{1}{25000}$（但し$\frac{1}{20000}$又は$\frac{1}{50000}$を代用することを得）

2 線路豫測縱斷面圖　橫距$\frac{1}{25000}$　縱距$\frac{1}{2500}$（但し橫距に於て$\frac{1}{20000}$縱距に於て$\frac{1}{2000}$を代用する事を得）

3 線路平面圖　$\frac{1}{2500}$

4 線路縱斷面圖　橫距$\frac{1}{2500}$，　縱距$\frac{1}{400}$

5 橫斷面圖　$\frac{1}{100}$

6 用地圖　$\frac{1}{500}$（但し當分の中$\frac{1}{600}$を用うることを得又工事計畫に伴ひ作製する圖面は$\frac{1}{2500}$とす）

7 停車場、信號所及工場平面圖　$\frac{1}{1000}$（但し當分の中$\frac{1}{600}$を代用することを得　大停車場及大工場平面圖は$\frac{1}{2500}$とす）

8 隧道、橋梁、溝橋及橋臺、橋脚並之に類するものゝ圖　$\frac{1}{50}$

9 長大橋梁及隧道の全體平面、側面及斷面圖　$\frac{1}{250}$

10 橋桁、轉車臺、轉轍器、轍叉等の圖　$\frac{1}{50}$ 又は $\frac{1}{20}$

同明細圖　$\frac{1}{10}$，$\frac{1}{5}$，$\frac{1}{2}$又は實尺

11 諸建物の全體圖　$\frac{1}{100}$（但し大建物全體圖には$\frac{1}{200}$を代用することを得）

同明細圖　$\frac{1}{20}$又は$\frac{1}{50}$

前項に揭ぐるものゝ外特別に作成を要し又は規定の尺度に依ること能はざる時は適宜の尺度を以て之を示すことを得。

圖面を作製したる時は其の作成の年月日を記入し、課長、係長又は所長、設計者及製圖者に於て各捺印又は署名するものとす。

（2） **記　號**（Convensional Sign） 記號とは地表面上に於て錯雜せる各種地物の位置、形狀、方向を何等の煩雜も無く明瞭に紙上に表はす爲に設けた規定である。我國の陸地測量部で用ふる記號は第 101 圖（卷末折込圖）に示す如く、之の說明は地圖と共に發賣されて居る*。

記號其他に就いて注意す可き點は次の通りである。

（1） 一般に記號を大きく書き過ぎる傾向がある。地圖の目的を考へて出來る丈け小さく書くこと。

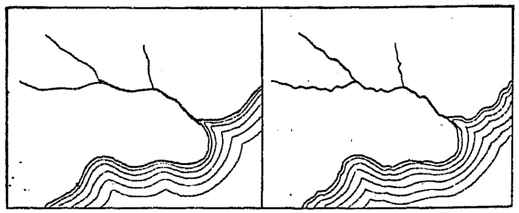
（2） 記號の書き方に依て大に地圖の實用價値及び美的價値に關係するから、實用を離れずに奇麗に書くこと。

（3） 一本の線で表はされる流路がある時は、それに依つて地圖が生きるやうに注意して書かねばならぬ。第 102 圖の左と右とでは其の受ける感じが全く違ふ。

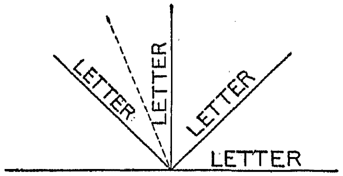
（4） 地圖の中に書く字の方向は第 103 圖の通りである。

此の外標題と方位を必要とする。標題（Title）は一番宜いのは圖面の右下

* 陸地測量部發行　地形圖々式說明（2 枚 1 組）

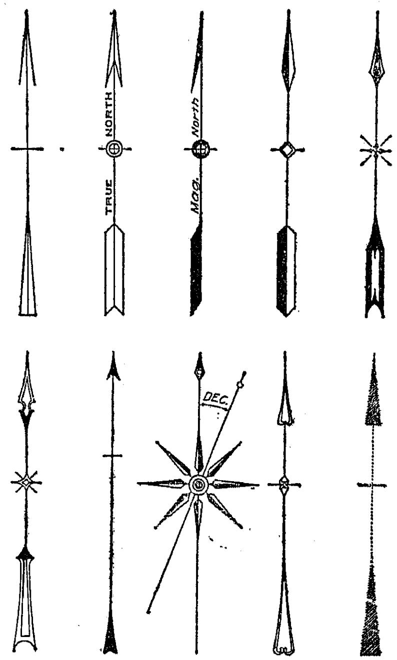


第 102 圖　流路の書き方



第 103 圖　文字の方向

に他の事項と一緒に適當の大さで書くのである。方位は通常磁針(Magnetic Needle)に依て表はすが、大きく奇麗なものを書くよりも、眞北線(True North Line)の外に磁北線(Magnetic North Line)を正確に入れたものが宜い。磁石は決して眞の北を指さない、此の磁石の指す方向と眞の南北線との角度を偏差(Declination)と云て居る、之は羅盤測量(Compass Survey)にて最も重要な事であるから其の時に詳しく述べる。



第 104 圖　南北線の例

(3) 彩色 (Conventional Tint)

着色を施して地圖を仕上げれば地域内の狀態を一目瞭然に知る事が出來るから屢々着色を行ふ。普通に行はれる着色法を示せば次の如し。

水面、河川：　Prussian Blue (プロシヤ青色)

道路：　Burnt Sienna (代赭色), Yellow Ochre (淡赭黄色)
山林、樹木、草地：　Prussian Blue + Gamboge, Hookers Green No.1. or 2. (紺綠色)
木造家屋：　Gamboge (黄色)
煉瓦家屋：　Crimson Lake (深紅色)
横斷線、枝距線：　Vermilion (朱色)
築堤、堀割、隧道：　Burnt Sienna (代赭色)
基標、三角點、測點：　Crimson Lake (深紅色)
鐵道、通信線、電力線：　Black (黑色)
原野：　Sepia, Gray (烏賊墨色)
田地：　Emerald Green (空綠色)
畑：　Gamboge, Burnt Sienna
等高線：　Burnt Sienna (代赭色)

37　面積の計算 (Calculation of Area)

(1) 面積の單位　度量衡法第3條に本邦にて用ふべき面積單位を示してある。尙現行面積單位を比較すれば第5表の通りである。

(2) 面積計算の順序　初めに測線を書き次に境界線を入れる。測線に依て圍まれる面積は公式に依て見出されるから、求むる面積は之から枝距面積(Offset Area)を差引いたものである。不規則な曲線をなした面積に對しては種々の近似法が有り、例へば抛物線と假定したり、楕圓と見做したり或は等量法なるものを用ひて境を直線に直したりする。曲度が緩かであれば抛物線と假定して面積を計算するが、簡單なのでよく用ひられて居る。

$$面積 = \frac{2}{3}hl$$

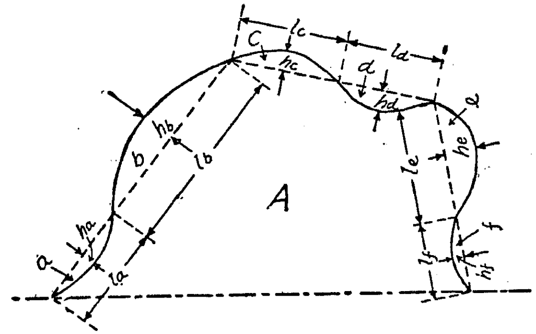
第 5 表　面積單位換算表

日	英	佛
1 平方寸	1.42338 平方吋	9.18274 平方糎
1 平方尺	0.98846 平方呎	0.09183 平方米突
1 坪	35.58446 平方呎	3.30579 平方米突
〃	3.95383 平方碼	……………………
1 畝＝30 坪	0.24507 平方鏈	99.17355 平方米突
1 反＝10 畝	0.24507 エーカー	991.73554 平方米突
1 町＝10 反	2.45072 エーカー	0.99174 ヘクタール
1 平方里	5.95525 平方哩	15.42347 平方粁

英	日	佛
1 平方吋	0.70255 平方寸	6.45137 平方糎
1 平方呎	1.01168 平方尺	0.09290 平方米突
1 平方碼	9.10510 平方尺	0.83610 平方米突
1 平方鏈	4.08043 畝	404.67240 平方米突
1 エーカー＝10 平方鏈	4.08043 反	0.40467 ヘクタール
1 平方哩	0.16792 平方里	2.58989 平方粁

佛	日	英
1 平方粍	0.10890 平方分	0.00155 平方吋
1 平方糎	0.10890 平方寸	0.15500 平方吋
1 平方米突	10.89000 平方尺	10.76430 平方呎
1 アール＝100平方米突	30.25000 坪	0.02471 エーカー
1 ヘクタール＝100 アール	1.00833 町歩	2.47104 エーカー
1 平方粁	0.06484 平方里	0.38612 平方哩

（3） 面積の計算法　面積の計算法には大體二通りある。



第 106 圖　抛物線近似法

（a） 實測面積計算法
面積計算に必要なる線を實測するもので最も精密である。

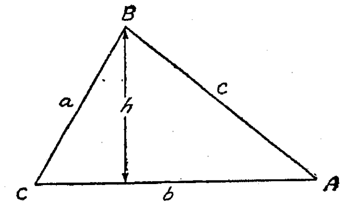
（b） 圖上面積計算法
製圖した後面積を計算するもので之にも二通りある。

（i） 圖上に測線を作り、夫を尺で測つて面積を出す法。

（ii） 機械を用ひて直に圖上から面積を出す法。此の器械を測面器（Planimeter）と云ひ、後で詳しく述べる。

（4） 面積計算の公式

（a） 不等邊三角形（Obbique Triangle）（第 107 圖） 三角形の三角を夫れ〻 A, B, C. 其の對邊を a, b, c とすれば、其の面積 F は



第 107 圖　不等邊三角形

$$F=\frac{1}{2}bh \quad \cdots\cdots (23)$$

$$\left.\begin{aligned} F&=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ \text{但し}\quad s&=\frac{1}{2}(a+b+c) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (24)$$

$$F=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C \cdots\cdots (25)$$

$$F=\frac{1}{2}\frac{a^2}{\cot B+\cot C}=\frac{1}{2}\frac{b^2}{\cot C+\cot A}$$

$$=\frac{1}{2}\frac{c^2}{\cot A+\cot B}\cdots\cdots(26)$$

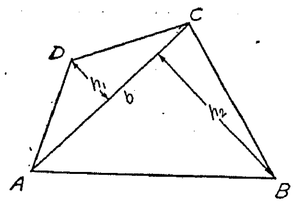
$$F=\frac{1}{2}\frac{a^2\sin(A+B)\sin B}{\sin A}\cdots\cdots(27)$$

$$F=\frac{1}{2}\frac{c^2\sin A\sin B}{\sin(A+B)}\cdots\cdots(28)$$

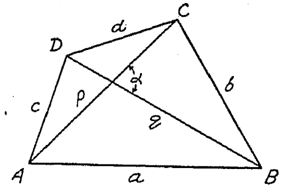
$$F=s(s-a)\tan\frac{1}{2}A=s(s-b)\tan\frac{1}{2}B=s(s-c)\tan\frac{1}{2}C\cdots\cdots(29)$$

$$F=s^2\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2}\cdots\cdots(30)$$

(b) 四邊形 (Quadrilateral) 又は歪方形 (Trapezium) (第108—109圖)



第 108 圖 四 邊 形



第 109 圖 四 邊 形

四邊形は普通對角線に依て二つの三角形に分けられるが、四邊形として面積を計算する時は次の公式が用ひられる。四邊形の內角を A, B, C, D とし、邊を a, b, c, d. 對角線を p, q にて表はせば、其の面積 F は

$2F=pq\sin\alpha$ 但 α=對角線の交角……(31)

$$2F=ca\sin A+ab\sin B-bc\sin(A+B)\cdots\cdots(32)$$

$$F=\frac{1}{2}\left\{\frac{a^2}{\cot A+\cot B}-\frac{d^2}{\cot C+\cot D}\right\}\cdots\cdots(33)$$

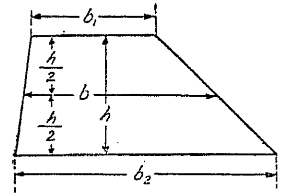
$$2F=\frac{1}{2}\{a^2+d^2-b^2-c^2\}\tan\alpha\cdots\cdots(34)$$

$$2F=\frac{1}{2}\{ca\sin A+ab\sin B+bd\sin C+dc\sin D\}\cdots\cdots(35)$$

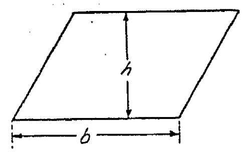
四邊形の特別なる場合として

(イ) 梯形 (Trapezoid) (第 110 圖) $F=\frac{1}{2}(b_1+b_2)h=bh\cdots(36)$

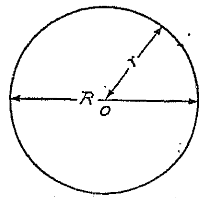
(ロ) 平行四邊形 (Parallelogram) (第 111 圖) $F=bh\cdots\cdots(37)$



第 110 圖 梯 形



第 111 圖 平行四邊形



第 112 圖 圓 形

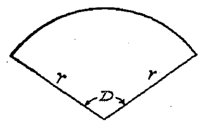
(ハ) 圓形 (Circle) (第 112 圖)

$$F=\pi r^2=\frac{1}{4}\pi R^2\cdots\cdots(38)$$

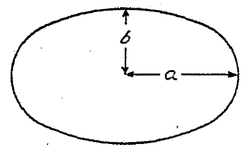
此の特別なる場合として

(i) 扇形 (Sector) (第 113 圖) D=度で表した中心角 とすれば

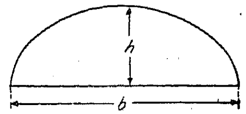
$$F=\frac{D}{360}\pi r^2\cdots\cdots(39)$$



第 113 圖 扇 形



第 114 圖 楕圓形



第 115 圖 半楕圓

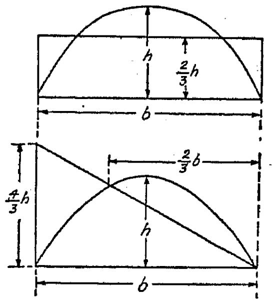
(ii) 四分圓 (Quadrant) $F=\frac{1}{4}\pi r^2=\frac{1}{16}\pi R^2\cdots\cdots(40)$

(ニ) 楕圓形 (Ellipse) (第 114 圖) 半長軸を a, 半短軸を b とすれば

$$F=\pi ab\cdots\cdots(41)$$

從つて半楕圓 (Half Ellipse) の面積は

$$F=\frac{\pi}{4}bh \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(42)$$



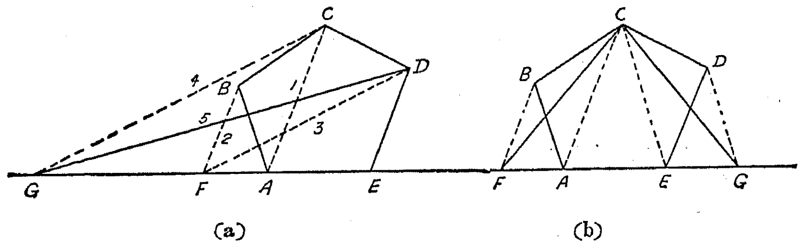
第 116 圖 拋物線形

(ホ) 拋物線形 (Parbolic Curve)(第116圖)

$$F=\frac{2}{3}bh \cdots\cdots\cdots\cdots(43)$$

故に拋物線形の面積は之と等積の矩形又は三角形に直す事が出來る。

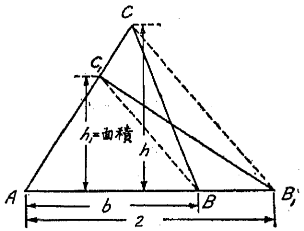
(5) 多角形と等積なる三角形を作る法 第117圖 (a) に示す樣に五邊形 $ABCDE$ を取つて見る。B を過ぎて AC 線に平行な BF を引く。次に C を過ぎ DF に平行な線 CG を引く、然らば $\triangle DEG$ は五邊形 $ABCDE$ と等積である。番號は線を引く順序である。(b) の樣に二ケ所で操作して五角形を $\triangle CFG$ に變へても宜い。此の等積三角形を作る際は成るべく出來上つた三角形が正三角形に近い樣に作圖すると誤差が少ない。



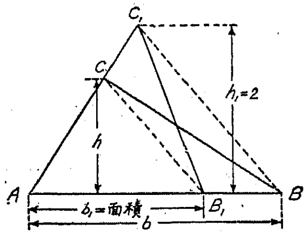
(a)　(b)

第 117 圖

同樣にして三角形の面積



第 118 圖



第 119 圖

を長さで表はす事が出來る。今第 118 圖の如く三角形 ABC と等積で、且つ底の長さが 2(單位長二つ) を有する如き三角形 AB_1C_1 に變形すれば

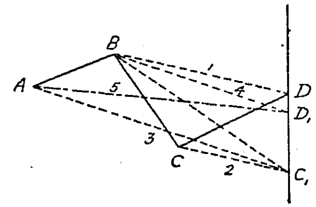
$$F=AB_1\frac{h_1}{2}=2\frac{h_1}{2}=h_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(44)_1$$

之を應用して第 119 圖の如く $\triangle ABC$ を幅(底)にて表はす爲には AB 線上に底邊 AB より $h_1=2$ の距離にある點 C_1 を求め C_1B に平行に CB_1 を引き C_1B_1 を結べば

$$F=\triangle AC_1B_1=h_1\frac{b_1}{2}=2\frac{b_1}{2}=b_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(44)_2$$

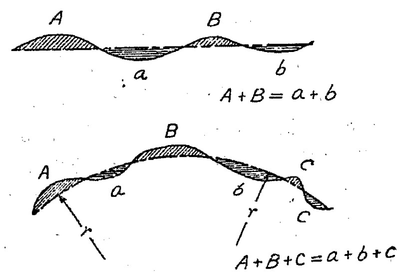
となる。道路測量の斷面積を求める樣な場合には此の法は大變都合がよい。

(6) 等量法 (Equivalent Method) 等量法は不規則な境界を直線に直す爲に施す方法である。境界線が折線よりなる場合は前の三角形の移動の應用であり、例へば第 120 圖の折線 $ABCD$ の境界を直線とするには $CC_1//BD$, $\triangle BC_1D=\triangle BCD$ ならしめ、全く同樣にして $BD_1=AC_1$, $\triangle AD_1C_1=\triangle ABC_1$ とすれば直線 AD_1 は求むるものである。



第 120 圖 等 量 法

第 121 圖に示す如く境界が不規則な曲線の場合は定規や曲線定規を當てゝ此の線に依て分たれた面積が等しくなる樣にする。此の線の事を等量線 (Equivalent Line) 又は取捨線 (Give-and-take Line) と云ふ。



第 121 圖 等 量 法

(7) 丈量測量或は地積測量 (Cadastral Survey or Cadastration) 測

量の歷史の示す如く何れの國にても最初發達したのは測鎖測量であつて、土地の面積を測り之を公平に分割する事は國家の重大な行政であつた。此の土地面積の測定卽ち詳しく言へば比較的小區域の田畑、宅地の面積、形狀を測量することを我國では古くから丈量と云つて居る。之も大部分は測鎖測量で、近頃は經緯儀なども併用して居る。農地測量は殆んど丈量測量であり、社會生活に最も重大なものである。

丈量をなす際次の法規を心得て居ると大變都合が宜い。

地　　租　　法

（昭和6年3月30日法律第28號）

第 3 條　土地には一筆每に番番を附し其の地目、地積及賃貸價格（無租地及免租年期地に付ては賃貸價格を除く）を定む。

第 4 條　稅務署に土地臺帳を備へ下の事項を登錄す。

1　土地の所在地　　2　番地　　3　地目

4　地積　　5　賃貸價格

6　所有者の住所及氏名又は名稱

7　質權又は百年より長き存續期間の定ある地上權の目的たる土地に付ては其の質權者又は地上權者の住所及氏名又は名稱。

本法に定むるもの丶外土地臺帳に關し必要なる事項は命令を以て之を定む。

第 7 條　地積は左の各號の規定に係り之を定む。

1　宅地及鑛泉地の地積は平方メートルを單位として之を定め一平方メートルの百分の一未滿の端數は之を切捨つ。

2　宅地及鑛泉地以外の土地の地積はアールを單位として之を定め一アールの百分の一未滿の端數を切捨つ但し一筆の地積一アールの百分の一未滿なるものに付ては一アールの一萬分の一未滿の端數を切捨つ。

第 13 條　土地の異動ありたる場合に於ては地番、地目、地積及賃貸價格は土地所有者の申告に依り、申告なきとき若は申告を不相當と認むるとき又は申告を要せざるときは稅務署長の調査に依り稅務署長之を定む。

第 18 條　新に土地臺帳に登錄すべき土地を生じたるときは直に之を測量して其の地積を定む。

土地臺帳に登錄せられたる無租地が有租地と爲りたるときは直に其の地積を改測す但し其の地積に異動なしと認むるときは之を省略することを得。

第 28 條　本法に於て分筆と稱するは一筆の土地を數筆の土地と爲すを謂ひ合筆と稱するは數筆の土地を一筆の土地と爲すを謂ふ。

第 32 條　分筆を爲したるときは測量して各筆の地積を定む。合筆を爲したる時は合筆前の各筆の地積を合算したるものを以て其の地積とす。

第 42 條　開墾に因り賃貸價格を修正する場合に於ては其の地積を改測す但し其の地積に異動なしと認むるときは之を省略することを得。

第 86 條　稅務署長又は其の代理官は土地の檢査を爲し又は土地の所有者、質權者、地上權者、其の他利害關係人に對し必要なる事項を質問することを得（下略）

地租法施行規則

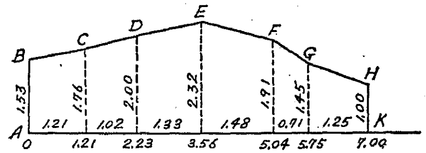
（昭和6年4月1日勅令第47號）

第 6 條　土地の異動に關する申告書（年期滿了申告書を含む）には異動の種類を表示し原地の所在、地番 地目、地積及賃貸價格（無租地及免租年期地に付ては賃貸價格を除く）竝に異動したる地番、地目、地積及賃貸價格を記載すべし。

前項の申告書中新に土地臺帳に登錄すべき土地に關する申告書又は分筆の申告書には地積の測量圖を添附すべし其の他の申告書にして之に記載したる異動地の地積が其の原地の地積と同一ならざるものに付亦同じ。

（8） 不等間隔の枝距に依る面積の計算

理論を省略して計算方法を示せば次の如くである。第 122 圖に於て $A, B, C, D, \cdots\cdots K$ 各點の坐標を (x_a, y_a)，$(x_b, y_b)\cdots\cdots(x_k, y_k)$ とすれば枝距面積は



第 122 圖

$$F=\frac{1}{2}\Big\{\{x_c(y_b-y_d)+x_d(x_c-x_e)+x_e(y_d-y_f)+x_f(y_e-y_g)+x_g(y_f-y_h)+x_h(y_g+y_h)\Big\}\cdots\cdots(45)$$

卽ち中間枝距の前後に在る枝距の差（常に前者より後者を減ず）に其の中間枝距迄の距離を掛け、尙之に最後の枝距迄の距離に最後の二枝距の和を掛けたものを加へれば所要面積の二倍になる。第 122 圖の例を取れば

Offset	Distance from A	Length of Offset	Differences	Products	
				+	−
B	0.00	1.53			
C	1.21	1.76	−0.47(=1.53−2.00)		0.57
D	2.23	2.00	−0.56(=1.76−2.32)		1.25
E	3.56	2.32	+0.09(=2.00−1.91)	0.32	
F	5.04	1.91	+0.87(=2.32−1.45)	4.38	
G	5.75	1.45	+0.91(=1.91−1.00)	5.23	
H	7.00	1.00	+2.45(=1.45−1.00)	17.15	

27.08 1.82
1.82
2) 25.26
12.63

場合に依つては各枝距の平均即ち中央縦距 (Middle Ordinate) の長さに間隔を掛けて加へ合した方が便利な事もある。前の例を取れば

Offset	Length of Offset	Mean of Offset	Interval	Products
B	1.53			
		1.645	1.21	1.99205
C	1.76			
		1.880	1.02	1.9176
D	2.00			
		2.160	1.33	2.8728
E	2.32			
		2.115	1.48	3.1302
F	1.91			
		1.680	0.71	1.1928
G	1.45			
		1.225	1.25	1.53125
H	1.00			

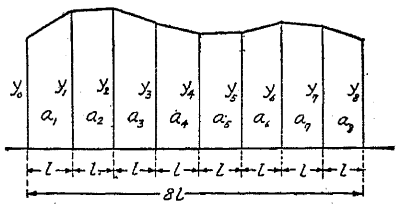
12.6367

(9) 等間隔の枝距に依る面積の計算 枝距の間隔が一定して居れば計算は非常に系統立つて且つ簡單になる。種々の式がある。間隔は 1～10m位の範圍で取る。

(a) 梯形公式 (Trapezoidal Rule) (第123圖) 枝距の間に夾まれたる

a_1, a_2, a_3, ………等の面積を何れも梯形なりと假定したものである。

間隔を l; 區畫内の面積を夫れ々々 a_1, a_2, a_3, ………とすれば



第 123 圖

$$a_1 = \frac{l}{2}(y_0 + y_1)$$

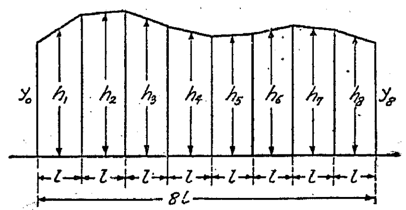
$$a_2 = \frac{l}{2}(y_1 + y_2)$$

………………………

$$a_n = \frac{l}{2}(y_{n-1} + y_n)$$

$$F = a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_n = l\left\{\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \cdots\cdots + y_{n-1}\right\}$$

$$= l\left\{\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{r=1}^{r=n-1} y_r\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (46)$$



第 124 圖

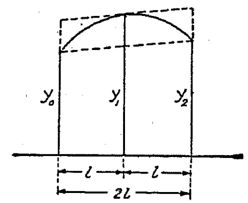
若し第124圖の如く中央縦距を取れば

$$F = lh_1 + lh_2 + \cdots\cdots\cdots + lh_n$$

$$= l\sum_{r=1}^{r=n} h_r \cdots\cdots\cdots\cdots (47)$$

(b) Simpson の第一公式又は $\frac{1}{3}$ 公式 (Simpson One-third Rule)

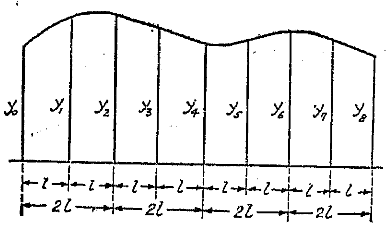
此の公式は境の曲線を拋物線として取扱つたもので、枝距の二區劃を以て單位として居る。今第125圖に於て間隔を l, 枝距を y_0, y_1, y_2 とすれば、其の面積 a_1 は梯形の部分と拋物線形の部分とより成るから



第 125 圖

$$a_1 = 2l \times \frac{y_0 + y_2}{2} + \frac{2}{3}\left(y_1 - \frac{y_0 + y_2}{2}\right) \times 2l$$

$$= \frac{l}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2) \cdots (48)_1$$



第 126 圖

同様にして

$$a_2=\frac{l}{3}(y_2+4y_3+y_4)$$

$$a_3=\frac{l}{3}(y_4+4y_5+y_6)$$

$$F=a_1+a_2+\cdots\cdots=\frac{l}{3}\Big\{(y_0+4y_1+y_2)+(y_2+4y_3+y_4)+\cdots\cdots$$

$$+(y_{n-2}+4y_{n-1}+y_n)\Big\}$$

$$=\frac{l}{3}\Big\{y_0+y_n+4(y_1+y_3+y_5+\cdots\cdots\cdots+y_{n-2})$$

$$+2(y_2+y_4+y_6+\cdots\cdots+y_{n-1})\Big\}$$

$$=\frac{l}{3}\Big\{y_0+y_n+4\sum_{r=0}^{r=\frac{1}{2}(n-2)}y_{2r+1}+2\sum_{r=1}^{r=\frac{1}{2}(n-2)}y_{2r}\Big\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(48)_2$$

但し n は偶數たる事を要する。

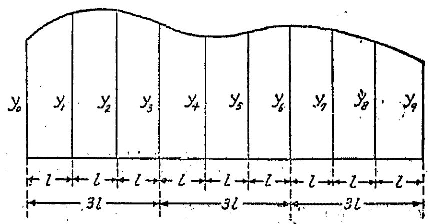
（c） Simpson の第二公式又は$\frac{3}{8}$公式 (Simpson's three-eight Rule) とは三個の區畫を單位として計算するものである。

$$a_1=\frac{3}{8}\ l\ (y_0+3y_1+3y_2+y_3)$$

$$a_2=\frac{3}{8}\ l\ (y_3+3y_4+3y_5+y_6)$$

$$a_3=\frac{3}{8}\ l\ (y_6+3y_7+3y_8+y_9)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$



第 127 圖

$$F=\frac{3}{8}\ l\ \Big\{(y_0+3y_1+3y_2+y_3)+(y_3+3y_4+3y_5+y_6)+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+(y_{n-3}+3y_{n-2}+3y_{n-1}+y_n)\Big\}$$

$$=\frac{3}{8}\ l\ \Big\{y_0+y_n+3(y_1+y_2+y_4+y_5+\cdots\cdots\cdots\cdots+y_{n-2}+y_{n-1})$$

$$+2(y_3+y_6+\cdots\cdots+y_{n-3})\Big\}$$

$$=\frac{3}{8}\ l\ \Big\{y_0+y_n+3\Big(\sum_{r=0}^{r=\frac{n}{3}-1}y_{3r+1}+\sum_{r=0}^{r=\frac{n}{3}-1}y_{3r+2}\Big)+2\sum_{r=1}^{r=\frac{n}{3}-1}y_{3r}\Big\}\cdots(49)$$

（d） $n=4$ の場合　4 個の區劃を單位とした場合は

$$F=\frac{2l}{45}\Big\{7(y_0+y_4)+32\ (y_1+y_3)+12y_2\Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(50)$$

となるから之の總和を求むれば宜しい。

（e） Weddel の公式（Weddel's Rule）　$n=6$ 即ち 6 個の區劃を單位とすれば

$$F=\frac{3}{10}\ l\ \Big\{\ y_0+y_2+y_4+y_6+5\ (y_1+y_3+y_5)\ +y_3\ \Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(51)$$

の總和を求むればよい。

（f） 中央縱距の公式 (Middle-ordinate Formula)　梯形公式の時に擧げた中央縱距の式の外に之を補正した次の公式がある。

Poncelet の公式

$$F=l\Sigma h+\frac{l}{12}\Big(y_0-h_1+y_n-h_n\Big)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(52)$$

Francke の公式

$$F=l\Sigma h+\frac{l}{72}\Big(8y_0+h_2-9h_1+8y_n+h_{n-1}-9h_n\Big)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(53)$$

第七章　距離測量に於ける誤差

38　誤差の種類

測鎖又は卷尺を用ひて距離を測る場合どんなに精密に測つても必ず幾らかの誤差 (Error) は入つて來るものである。勿論精密な器械を用ひ、最も良い方法を使つて測れば誤差が小くなり實長 (True Length) に近づいては來

るが、誤差の絶對にない距離測定と云ふ事は出來ない。されば測量者は誤差の種類、發生する原因、程度などをよく研究し、成るべく之を避けたり消去する樣な方法を採らねばならぬ。

誤差は其の性質に依て次の三つに分けられる。

（１） **錯誤**（Mistake） 測量のときピンを失つて距離を間違つたり、鎖の40 を60 に讀み違へたり、或はノートを記し間違へたりする專ら測量者の周章に依るもので、心を落ち付けて測量すれば過失はなくなる。然し過失は起り勝なものであるから、必ず二度以上測るか又は人を更へて測るかの必要がある。茲では論及しない。

（２） **累差**（Cumulative Error）**又は常差**（Constant Error） 測鎖又は卷尺が初めから正しい長さを有せず違つて居る樣な誤差で、此の種の誤差は測定距離が增大するに從つて之に正比例するものである。之は(＋)か(－)に一定の方向に起るから、一名常差（Constant Error）とも云つて居る。例へば 20m の卷尺が標準から 5mm 丈け違つて居るとすると、之を使つて L 鎖を測ると $5L$ mm の誤差を生ずる。

（３） **償差**（Compensating Error）**又は偶差**（Accidental Error） 測鎖を引張る時其の張力が一樣で無かつたり、見透し線から外れたり、落串を下す時垂直に落ちなかつたり、ピンを正しく終りの點に合せなかつたりする樣な誤差を云ふもので、誤差は(＋)の方向ても(－)の方向にも起り、其の結果測定距離が增大するに從つて多少消し合つて無くなるものである。經驗に依ると距離の平方根に比例するから、卷尺 20m に就き 5mm の誤差とすれば L 鎖に就き $5\sqrt{L}$ mm の誤差になる。

今 20m の卷尺で 2km の距離を測つたとすれば

償差　$\pm 5\sqrt{100} = \pm 50$ mm

累差　$\pm\ 5 \times 100 = \pm 500$ mm

となつて距離が大きくなると累差は急に增大するから最も注意を要する。

39　誤差の原因及び其の重要程度

（ａ） 測鎖又は卷尺が標準長から違ふ場合（累差）

（ｂ） 卷尺が水平に引張られて無い場合（累差）

（ｃ） 卷尺の引き方が緩かつたり引き方が直線でない場合（累差）

（ｄ） 溫度の變化に依る誤差（累差）

（ｅ） 見透し線の誤差（累差）

（ｆ） 弛み（Sag）の誤差（累差）

（ｇ） 張力の變化に依る誤差（償差）

（ｈ） 測串を立つる時の誤差（償差）

（ｉ） 卷尺の讀み違ひ（錯誤）

（ｊ） 鎖測回數の間違ひ（錯誤）

（ｋ） 野帳記入の間違ひ（錯誤）

是等の誤差の中には重要なものと左程重視しなくても宜いものとあるから重要の程度に依て分けねばならぬ。

今 30m に對して 3mm 即ち$\frac{1}{10000}$の誤差を生ずる條件を調べて見ると

（１） 測鎖又は卷尺が標準長に比較して 3mm 違ふ場合

（２） 卷尺が水平でなくその一端を他端より 0.43m 上げた場合

（３） 卷尺が堅く張られず其の眞中で 0.21m 絲から外れた場合

（４） 溫度 8.3°C の相違

（５） 卷尺の一端が見透し線から 0.43m 外れた場合

（６） 卷尺の中央が 0.186m 弛んだ場合

（７） 張力 6.8kg の變化

（８） 卷尺の端を移す時 3mm 違つた場合

（９） 3mm の讀み違ひ

卷尺に依て少しは異るが，大體 30m 鋼卷尺に就いては以上の位である。此等の中起り難いものもあらうし又容易に起るものもあり、又直に消し合ふものもあるから、最も起り易いものを注意しなければならぬ。

40 距離測量に於ける精限 (Limit of Precision in Linear Measurement)

前述の如く錯誤を除外する時は距離測量に於ける誤差は次の二項になる。

（ａ） 直線長 L に比例する累差

（ｂ） 直線長 L の平方根に比例する償差

故に嚴密に云へば最小自乘法の原理をその結果に適用するのは穩當で無い．が、普通は大部分が償差となるから差支へは無い。

今　$d=$ 一鎖 (20m) に於ける累差

$f=$ 一鎖 (20m) に於ける償差

$L=$ 鎖の數

とすると、全體の誤差

$$x=\sqrt{d^2L^2+f^2L} \quad \cdots\cdots(54)$$

卽ち Hyperbola の方程式となる。

普通簡單に精度 (Accuracy) 又は精限 (Limit of Precision) と云ふ中にも二通りあつて、其の一は測定に用ふる器械及方法に依て定まる精度で器械が發達するに連れて漸次に高まる。其の二は工事若くは計畫の目的に依て定まる一定の範圍で之を許容精度 (Allowable Accuracy) と云ひ、之が一方使用器械を制限する。

又測鎖又は卷尺を以て距離を測つた時に、其の精度の表し方に二通りある。

（１） 推差 (Probable Error) と平均値 (Mean Value) との比で表はす法

二點間の眞の長さ (True Value) を L とし、之を n 回測つて L_1, L_2, ……… L_n を得たとする。其の平均値を L_0 とすると

$$L_0=\frac{L_1+L_2+\cdots\cdots+L_{n-1}+L_n}{n}=\frac{[L]}{n} \quad \cdots\cdots(55)$$

今 L_0 と $L_1, L_2, \cdots\cdots, L_n$ との差を求めると其の差は殘差 $V_1, V_2, \cdots\cdots V_n$ となる。

$$L_0-L_1=V_1$$

$$L_0-L_2=V_2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$L_0-L_n=V_n$$

推差を r_0 とすると次の式から求められる。

$$r_0=\pm0.674\sqrt{\frac{V_1^2+V_2^2+\cdots\cdots+V_n^2}{n(n-1)}}$$

$$=\pm0.6745\sqrt{\frac{[V^2]}{n(n-1)}} \quad \cdots\cdots(56)$$

之から $\frac{r_0}{L_0}$ を知るのである。

單觀測に對する精度を出すには單觀測に於ける推差 (Probable Error for One Observation) r を求める。

$$r=\pm0.6745\sqrt{\frac{[V^2]}{n-1}} \quad \cdots\cdots(57)$$

故に $\frac{r}{L_1}, \cdots\cdots, \frac{r}{L_n}$ で以て各の精度を表はす。是等の計算には第６表を用ひる。唯一回だけ測量した場合にも豫め鎖長 (20m) に對する推差卽ち係數

第 6 表

For Computing Probable Errors

n.	$\frac{0.6745}{\sqrt{n-1}}$.	$\frac{0.6745}{\sqrt{n(n-1)}}$.	n.	$\frac{0.6745}{\sqrt{n-1}}$.	$\frac{0.6745}{\sqrt{n(n-1)}}$.
			40	0.1080	0.0171
			41	1066	0167
2	0.6745	0.4769	42	1053	0163
3	4769	2754	43	1041	0159
4	3894	1947	44	1029	0155
5	0.3372	0.1508	45	0.1017	0.0152
6	3016	1231	46	1005	0148
7	2754	1041	47	0994	0145
8	2549	0901	48	0984	0142
9	2385	0795	49	0974	0139
10	0.2248	0.0711	50	0.0964	0.0136
11	2133	0643	51	0954	0134
12	2029	0587	52	0944	0131
13	1947	0540	53	0935	0128
14	1871	0500	54	0926	0126
15	0.1803	0.0465	55	0.0918	0.0124
16	1742	0435	56	0909	0122
17	1686	0409	57	0901	0119
18	1636	0386	58	0893	0117
19	1590	0365	59	0886	0115
20	0.1547	0.0346	60	0.0878	0.0113
21	1508	0329	61	0871	0111
22	1472	0314	62	0864	0110
23	1438	0300	63	0857	0108
24	1406	0287	64	0850	0106
25	0.1377	0.0275	65	0.0843	0.0105
26	1349	0265	66	0837	0103
27	1323	0255	67	0830	0101
28	1298	0245	68	0824	0100
29	1275	0237	69	0818	0098
30	0.1252	0.0229	70	0.0812	0.0097
31	1231	0221	71	0806	0096
32	1211	0214	72	0800	0094
33	1192	0208	73	0795	0093
34	1174	0201	74	0789	0092
35	0.1157	0.0196	75	0.0784	0.0091
36	1140	0190	80	0759	0085
37	1124	0185	85	0736	0080
38	1109	0180	90	0713	0075
39	1094	0175	100	0678	0068

を定めて置けば夫から精度を算出する事が出來る。前述の通り距離測量の誤差は大部分償差であるから N を鎖長, r を一鎖長の推差とすれば、全長に對する推差 R_s は

$$R_s=r\sqrt{N} \qquad \cdots\cdots(58)$$

となる。

（2） 測定の相違（Discrepancy）と平均値（Mean Value）との比で表はす法 距離測定の際に於ける精度は使用器具に依て種々に變る。

鋼卷尺	$\frac{1}{10000}\sim\frac{1}{50000}$	測鎖	$\frac{1}{1000}\sim\frac{1}{5000}$
布卷尺	$\frac{1}{500}\sim\frac{1}{2000}$	步測	$\frac{1}{100}$

測量の目的から云ふと其の精度は地價と障害物とから決まる。

平坦地	$\frac{1}{2000}\sim\frac{1}{5000}$	山地	$\frac{1}{300}\sim\frac{1}{1000}$
市街地	$\frac{1}{10000}\sim\frac{1}{50000}$		

位の精度を必要とする。

例として次の 5 回の測定から推差及び係數を求めて見る。

觀測値	殘差（v）	V^2
419.862m	0.002	0.000004
419.863	0.003	0.000009
419.857	0.003	0.000009
419.861	0.001	0.000001
419.858	0.002	0.000004
5)4.301 419.8602$=L_0$		$[V^2]=0.000027$

平均値 L_0 に對する推差

$$r_0=0.6745\sqrt{\frac{[V^2]}{n(n-1)}}=0.6745\sqrt{\frac{0.000027}{20}}=0.00078\text{m}\left(=\frac{1}{540000}\right)$$

次に單觀測に對する推差 r を求める。

$$r=0.6745\sqrt{\frac{[V^2]}{n-1}}=0.6745\sqrt{\frac{0.000027}{4}}=0.00175\text{m}\left(=\frac{1}{240000}\right)$$

單觀測の係數を求めて見ると

$R_s=r\sqrt{N}$ 即ち $0.00175=r\sqrt{4}$ $r=0.00008$

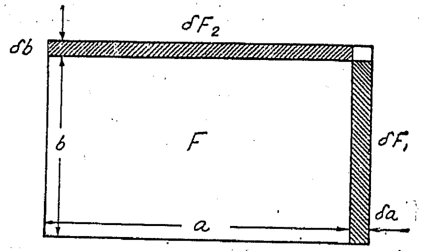
故に同一の條件で 900m を測つた場合は

$R_s=0.0008\sqrt{9}=0.0024\text{m}$

となる。

41 距離測量に於ける誤差が面積に及ぼす影響

(1) 矩形 (Rectangle) **の場合**（第128圖）



第 128 圖

今 F＝矩形の面積＝ab

a, b＝矩形の二邊

$\delta a, \delta b$＝ a, b に依て生ずる誤差

$\delta F_1, \delta F_2=\delta a, \delta b$ に依て生ずる面積の誤差

$\delta F=\delta F_1, \delta F_2$ に依て生ずる面積 F の誤差

とすれば

$$\delta F_1=b\delta a, \qquad \frac{\delta F_1}{F}=\frac{\delta a}{a}$$

同様にして $\frac{\delta F_2}{F}=\frac{\delta b}{b}$

若し $\delta a, \delta b$ 共に實誤差 (Actual Error) であれば

$$\frac{\delta F}{F}=\pm\frac{\delta a}{a}\pm\frac{\delta b}{b} \quad \cdots\cdots (59)$$

若し $\pm\delta a, \pm\delta b$ が a 及び b の推差であれば

$$\left.\begin{aligned}\frac{\delta F}{F}&=\pm\sqrt{\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2+\left(\frac{\delta b}{b}\right)^2}\\ \delta F&=\pm\sqrt{(b.\,\delta a)^2+(a.\,\delta b)^2}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (60)$$

$\frac{\delta a}{a}=\frac{\delta b}{b}=K$ であれば

$$\frac{\delta F}{F}=2K \quad 又は \quad \frac{\delta F}{F}=\sqrt{2}\,K \quad \cdots\cdots (61)$$

となつて a 及び b の比例には關係がない。

若し $\delta a, \delta b$ が $\sqrt{a}, \sqrt{b}$ に比例すれば

$$\frac{\delta a}{a}=\frac{\delta a}{\sqrt{a}}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{K}{\sqrt{a}}, \qquad \frac{\delta b}{b}=\frac{K}{\sqrt{b}}$$

$$\frac{\delta F}{F}=\sqrt{\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2+\left(\frac{\delta b}{b}\right)^2}=K\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=K\sqrt{\frac{a+b}{ab}} \quad \cdots\cdots (62)$$

此の場合は $a=b$ 即ち正方形の時に最小となる。

(2) 三角形 (Triangle) **の場合**（第107圖） 公式の中 $F=\frac{1}{2}bc\sin A$ の場合を吟味して見やう。

$\delta F_1=b$ の誤差 δb に依て生ずる面積の誤差

$\delta F_2=c$ の誤差 δc に依て生ずる面積の誤差

$\delta F_3=A$ の誤差 δA に依て生ずる面積の誤差

とすれば

$$\delta F_1=\frac{1}{2}\delta b\, c\sin A, \qquad \frac{\delta F_1}{F}=\frac{\delta b}{b}$$

$$\delta F_2=\frac{1}{2}b\delta c\sin A,\qquad \frac{\delta F_2}{F}=\frac{\delta c}{c}$$

$$\delta F_3=\frac{1}{2}bc\cos A\,\delta A,\qquad \frac{\delta F}{F}=\cot A\,\delta A$$

卽ち $A=90°$ の時に最小になる。

若し $\delta b, \delta c, \delta A$ が推差であれば

$$\frac{\delta F}{F}=\sqrt{\left(\frac{\delta b}{b}\right)^2+\left(\frac{\delta c}{c}\right)^2+(\cot A\,\delta A)^2}\cdots\cdots(63)$$

又 δb 及 δc が $\sqrt{b}$ 及 $\sqrt{c}$ に夫れ々々比例すれば $\frac{\delta F}{F}$ は $b=c$ で、且つ $A=90°$ の時に最小になる。更に $\delta b, \delta c$ が b, c に比例すれば b, c の比に關係なく $A=90°$ の時に最小になる。