II. 引張及壓縮.

7. 垂直應力ト伸ビ.

6節ニ於テ簡單ナル力ノ作用四種ヲ擧ゲタ中棒ノ軸ニ平行ナル力R_1ハ其方向ノ如何ニ從テ或ハ引キ或ハ壓ス樣ニ働クコトヲ述ベタ. 斯ル場合ニ棒ノ各橫斷面ガ受ケル力ノ配布及之ニ依テ生ズル變形ノ有樣ヲ考ヘルノガ本節ノ主題デアル. 今棒ノ兩端ニ於テ軸ノ方向ニ働ク外力ヲP, Pトスル. 但棒ノ重量其他一切ノ力ヲ除外スル時ハ之等兩ツガ同一線上ニ働イテ大サ相等シク方向相反スル事ハ言フ迄モナイ. 此時棒ハ荷重Pニ相當シタ變形ヲ起シテ靜止狀態ヲ取ル. 尤モPガ棒ヲ壓ス場合ニ長サガ長イト橫ニ曲ルカラ壓サレル棒ハアマリ長過ギナイモノト定メテオク. (長イ棒ニ關シテハVII章ニ述ベル).

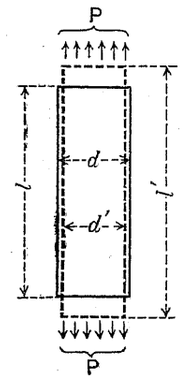
棒ノ中ニ任意ノ橫斷面ヲ作リテ棒ヲ二ツニ分ケルト考ヘレバ之等ノ兩部ノ各斷面上ニ配布サレタ或ル力ガ働イテ之ガ外力Pト均合フト考ヘル事ガ出來ル. 夫レ故斷面積ヲfトシ其各部ニ力ガ一樣ニ配當サレルト假定スレバ單位面積ニ働ク力ノ密度ハ次ノ式ニヨリテ計算サレル.

$$\sigma=\frac{P}{f}. \tag{1}$$

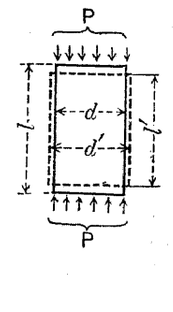
棒ノ切口ニ於テ切離サレタ兩部ニ働ク力ハ斷面積全體トシテモ又一部トシテモ互ニ大サ相等シク方向相反スル筈デアル. 卽棒ガ實際切ラレズニ接續シ居ル間ハ任意ノ平面ニ於テ互ニ對立シテ消シ合フ力ヲ想像スルコトガ出來ル. 一般ニ物體ノ任意ノ平面ニ於テ互ニ作用シ合フ力ノ密度ヲ應力ト言フ. 而シテ應力ノ方向ガ平面ニ垂直ナラバ之ヲ稱シテ標題ニ揭ゲタ通リ垂直應力ト呼ビ後ニ述ベル應力ノ他ノ種類ト區別スル. 而シテ垂直應力ノ方向ガ物體ヲ引キ又ハ壓スニ從テ更ニ正負ヲ以テ區別シ又屢々引張應力並ニ壓縮應力ノ稱ヲ用ヰル. (1)ノ與ヘルσハ此種ノ應力ノ最モ簡單ナ例デ此場合ニハPノ方向如何ニヨリテ正

負何レトモナルノデアル.

應力ハ考ヘルベクシテ直接見ルコトハ出來ヌガ之ニ伴フ變形ハ實際測ルコトガ出來ル故之ニ就テ實驗シタ結果ハ次ノ如キ事實ヲ示スノデアル. 先ヅP, Pガ棒ヲ引キ又ハ壓ス時ハ長サlハ變ジテl'トナリ卽長サノ變化ハ$l'-l=\lambda$. 但棒ガ引カレル時ノλハ正デ伸長ヲ意味シ壓サレル時ノλハ負デ壓縮ヲ表ス. 次ニ棒ノ橫ノ寸法(例ヘバ直徑併シ一般ニハ或ル任意ノ距離)dハd'トナリテ$d'-d=\delta$ナル變化ヲ起ス. 但棒ガ引カレル時ノδハ負デ收縮ヲ示シ壓サレル時ノδハ正デ膨脹ニ當ル. 卽縱橫兩方向ノ變形ノ有樣ハ3圖及4圖ニ示ス樣ニ一方ニ伸ビレバ之ト直角ノ方向ニ縮ム.



3 圖



4 圖

偖變形ノ程度ヲ研究スルタメニλ及δヲ用ヰルコトハ不便デアル. 其譯ハ物體ノ大サヲ考ヘズニλ及δ丈ケデ變形ノ程度ヲ知ルコトガ出來ヌカラデアツテ一般ニ長サノ變化ヲ論ズルニハ單位ノ長サノ受ケル變化ヲ考ヘルノガ適當デアル. 今長サlノ間ハ何處モ伸ビ(又ハ縮ミ)ガ一樣デアルト考ヘレバ最初ノ長サノ單位ニ對スル伸ビハ次ノ通リデアル.

$$\varepsilon=\frac{\lambda}{l}. \tag{2}$$

斯樣ニ單位ノ長サノ變化ヲ伸ビ[1]ト云フ. (此名稱ハ次ノ節ニ出ル破壞ノ伸ビト混同サレナイ樣ニ.) 而シテ正ノ應力σニヨリテ生ゼラレルεハ矢張リ正デ負ノσニ對スル者ハ負デアル. 併シ正負ヲ用ヰズシテ兩者ノ區別ヲスル爲ニ前者ヲ伸ビ(狹義ノ),後者ヲ縮ミト呼ブ事モ出來ル.

次ニ棒ノ軸ト直角ノ方向ニ起ル寸法ノ變化ヲ表スニモ同樣ノ方法ヲ

1) Linear strain 又ハ strain.

取ル. 卽伸ビハ$\frac{\delta}{d}$デアツテ軸ノ方向ノεガ正デアレバ之ハ負トナリ又εガ負ナラバ之ハ正トナル. 實驗ノ結果ニ從ヘバ之等兩方向ノ伸ビハ略ボ規則立チタル關係ニ司配サレルモノデ卽符號ニ關セズニ言ヘバ$\frac{\delta}{d}$ガεノ或ル分數ニナルノデアル. 式デ書ク時ハ

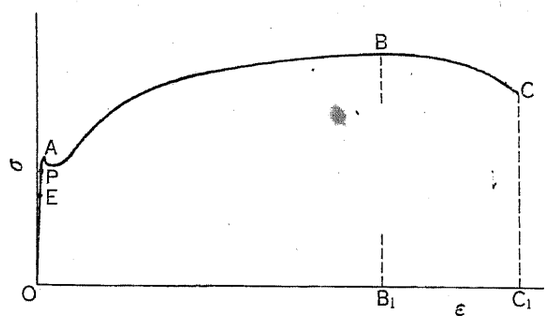
$$-\frac{\delta}{d}=\frac{\varepsilon}{m}. \tag{3}$$

式中mハ材料ノ性質ニヨリテ定マル常數デ之ハ實驗ニヨリテ求メラレル. 鐵鋼ニ對スルmノ値ハ凡ソ3カラ4ノ間ニアリテ屢々$\frac{10}{3}$ト取ラレル. 時ニハmノ代リニ其逆數$\frac{1}{m}$ヲ用ヰ之ヲ Poisson ノ比ト呼ブ.

工業上kgヲ以テ力ヲ測リcm又ハmmヲ以テ長サヲ表ス時ハ應力ノ單位ハkg/cm^2又ハkg/mm^2トナル. 而シテ伸ビハ次元[1]ノナイ單ナル數ニ過ギヌ故單位ニハ無關係デアル.

8. 應力及伸ビノ關係.

前節ニ述ベタ樣ニ棒ヲ引クカ又ハ壓ス時生ズル應力σト伸ビεトハ荷重Pト共ニ其數値ヲ增ス. 或ル荷重ノ後之ヲ外ス時ハσガ消エテモεガ之ニ伴テ全ク零トナルカ否カハ物體ガ完全ナル彈性體ナルカ否カニ依ルノデアツテ1節ニ說明シタ樣ニ一般ニ彈性ガ完全デナイカラεガ全ク零トナル事ハナイ. 只σノ値ガ小サイ間ハεガ殆ンド完全ニ彈性的ト考ヘテ宜シイ. 偖σトεトノ間ノ關係ヲ實驗シテ其結果ヲ線圖デ示スタメニ直交座標軸(5圖)ヲ引キ其縱軸ニ沿ヒテ應力ヲ計リ橫軸ニ平行ニ伸ビヲトル. 斯ク應力及伸ビヲ座標トスル數多ノ點ヲ記シタ後之等ヲ曲線デ結ブ



5 圖

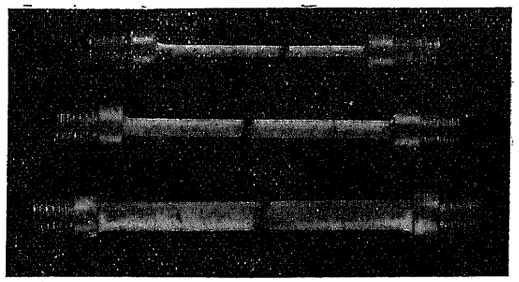
1) Dimension.

時ハ玆ニσ, ε線圖ガ出來ル. 但σノ計算ニ於テハ特ニ示サザル限リ常ニ最初ノ斷面積ヲ用ヰルノガ例デアル.

5圖ハ可鍛鐵ノ試驗片ヲ實驗シテ得ラレル普通ノ型ヲ示スモノデ伸ビトシテハ彈性並ニ殘留性兩種ノ和タル全體ノ伸ビヲ記シテアル. 此線圖ヲ見ルニσノ小ナル間ハ線ガ殆ンド原點Oヲ通ル直線ニ近イ. 併シσガ大トナレバ線ハ遂ニ此直線ヲ離レテA點デεガ急ニ大キクナル. 此點ノ應力ヲ降伏點ト云フ. 材料ガ力ニ靡イテ降伏スル事ヲ意味スル. 併シ之ニ構ハズニ棒ヲ引ケバ再ビσガ增シ始メル. 從テ(σ, ε)曲線ハ更ニ上ノ方ニ向ヒ遂ニ又烈シイ伸ビヲ伴ヒテ全曲線中ノ最高點Bニ達シ玆ニ愈々破壞ノ徵ヲ顯ス. 卽材料ノ一部ニ局所收縮ヲ起シテ斷面ガ益々小トナル. 上ノ說明デハ降伏點ノ只一ツヲ示シタニ過ギヌ. 併シ多クノ場合ニA點附近ニ於ケル曲線ハ圖ニ示ス樣ニ極大,極小ヲ有ツ. 夫レ故斯ル場合ニハ上ノ降伏點,下ノ降伏點ガ區別サレル.

玆ニ尙附言スベキ事ハ一定ノ殘留性ノ伸ビニテ降伏點ヲ定義スル方法デアル. 之ハ上ニ說明シタ樣ニ鮮明ナル降伏現象ノ認メラレヌ場合ニ必要デ例ヘバ殘留性ノ伸ビガ0.2%ニ達シタ時ノ應力ヲ降伏點トスル如キハ一ツノ約束デアル.

材料ノ變形ハ主ニ之ヲ組織スル結晶粒子(略シテ粒子)內ノ辷リニ依ルモノデアル. 之ハ研磨シタ金屬片ヲ變形シテ其研磨面ヲ顯微鏡デ見レバ粒子內ノ辷リヲ示ス線ノ發生ニ依テ知ラレル. 併シ特ニ結晶ノ變形ヲ研究スル爲ニハ屢々大ナル單結晶ヲ用ヰテ其內ニ起ル辷リ面及辷リ方向等ヲ決定シ又辷リ面ニ於ケル應力及辷リ等ヲ見出ス. 斯ル單結晶ヲ引張リテ遂ニ破壞ニ至ラシメル



6 圖

時ハ多結晶ノ金屬材料ヨリ作レル試驗片ヲ破壞シタ場合ト異リテ薄イ楔形ヲナシテ破壞スル. 之ハ或ル特定ノ辷リ面デ辷ル爲デアル. 6圖ハアルミニウムノ單結晶ヲ引張リテ破壞シタ有樣ヲ示ス寫眞デアル. 之等ノ試驗片ハ直徑ノ大小ガ殘留變形(極メテ小ナル)ニ如何ナル影響ヲ與ヘルカヲ見ル爲ニ行ツタ實驗用ノ者デアツテ何レモ幅ガ殆ンド一樣デ細クナツテ居ナイ. 之ハ破面ニ近イ處ガ前述ノ樣ニ楔形ヲナス爲デモシ試驗片ヲ横ノ方向ヨリ見レバ此寫眞ト大ニ趣ヲ異ニスル.

以上ハ一ツノ結晶内ノ變化デアルガ多結晶ノ普通ノ金屬材料ニ於テハ如何ト云フニ能ク研磨サレタ軟イ材料ガ流レ出セバ其表面ニ肉眼デ認メ得ル斑紋ヲ顯ス事ガアル. 之ハ粒子集團ノ一般的變形ニ依ルモノデ各粒子内ノ辷リカラ見レバ遙ニ大規模ノ動員デアル. 素ヨリ此總體ノ變形ニ對シテ各粒子ガ夫レ夫レ適應シタ變形ヲナシテ全變形ガ行ハレルト考ヘルノガ當然デアラウ. 少シ精シク言ヘバ粒子内ノ辷リハ夫レ自身ニ取リテ最モ辷リ易イ條件ヲ有スル辷リ面ニ生ズルモノデ斯ル面ハ物體全體トシテ抵抗ノ最モ微弱ナル面ト必シモ一致シナイ. 併シ全體トシテ見レバ個々ノ粒子ノ變形ハ或ル整然タル規則ニ司配サレル. 例ヘバ多結晶材料ヲ引張應力ニテ變形シタ後其薄板ヲ作リテ之ヲX光線ノ廻折ヲ利用シテ試驗スレバ應力ノ方向ヲ軸トスル纖維狀組織ヲナス事ガ判ル. 之ハ各粒子ニ起ル辷リガ之ト共ニ結晶ノ廻轉ヲ引起シテ斯ル排列ノ組織ヲ作ルト說明サレル.[1]

斯樣ニ軟イ材料ハ先ヅ大ニ辷リテ横斷面ノ縮少ヲ起シ遂ニ引張應力ノ增大ノ爲ニ材料ノ開離ヲ見ルノデアル. 此局所收縮ノ起ルト共ニ材料ノ支ヘル可キ荷重ハ破壞ノ終ル迄漸次下降スル故此力ヲ最初ノ斷面積ニテ除シタσノ値モ亦漸減スル. 此意味ニ於テ5圖ノCハ棒ノ全ク切レタ時ノσ及εヲ表ス點デアル. 併シ實際横斷面中ニ作用スル引張應力ハ之ヨリ遙ニ高ク從テ材料ノ開離ニ對スル抵抗ハ此線圖ニヨリテ

1) 九州帝國大學工學部紀要, III, 1924, 195頁, 其他同紀要II及III掲載ノ關係論文參照.

忠實ニ表サレテ居ラヌ. 只便宜上材料ノ强サヲ計ルタメニB點ノ應力ヲトリテ引張ノ强サト呼ブ. 之ヲσ_Bデ表セバ

$$\sigma_B = \frac{\text{最大荷重 } P_B}{\text{最初ノ斷面積 } f}. \tag{4}$$

尙切レタ棒ニ就テ長サノ伸ビ及斷面ノ收縮ヲ測ルコト次ノ如クデアル. 卽

l = 棒ノ最初ノ長サ,

l_1 = 破壞後ノ長サ

トスレバ百分率デ表シタ破壞ノ伸ビφハ

$$\varphi = 100\frac{l_1 - l}{l}. \tag{5}$$

又 f = 最初ノ斷面積,

f_1 = 破壞後ノ面積

トスレバ百分率デ表シタ斷面ノ縮ミψハ

$$\psi = 100\frac{f - f_1}{f}. \tag{6}$$

更ニ附加ヘタイコトハ上ニ示シタ(σ, ε)線圖カラ棒ノ變形ニ要スル仕事ノ量ヲ計算シ得ル點デアル. 横斷面積1 cm^2デ長サ1 cmノ棒ニσ kg/cm^2ニ等シイ應力ヲ與ヘテ$d\varepsilon$丈ケ伸ビヲ增サシメル時ハσ kgナル力ガ$d\varepsilon$ cm丈ケ動ク故仕事ハ$\sigma d\varepsilon$デアル. 從テ$\varepsilon = 0$ノ狀態カラ始メテεノ任意ノ値ニ達スル迄ニ要シタ仕事ハ斯ル微細ナ量ヲ積分シテ求メラレル. 之ヲ文字Aデ表セバ次ノ樣ニ書ケル.

$$A = \int_0^{\varepsilon} \sigma\, d\varepsilon. \tag{7}$$

σトεトノ間ノ關係ハ5圖ノ曲線デ與ヘラレルカラ此積分ノ値ハ曲線ガε軸及εノ上限ニ對スル縱線トノ間ニ圍ム面積カラ容易ニ計算サレル. 若シεノ上限トシテ應力ノ最大トナリタル時ノ値ヲトレバ此時ノAノ値卽棒ガ將ニ破壞シ始メヤウトスル時迄ノ仕事ハ面積$OABB_1O$ニ相當シ又上限ヲ最大ノεニトレバ棒ガ破壞ヲ完了スルニ至ル迄ノ仕事ノ全量デ之ハ線圖ノ全面積卽$OACC_1O$デ定メラレル. 何レモ線圖

ニ用ヰタ尺度ヲ考ヘテ適當ナ換算ヲナスノハ言フ迄モナイ. 斯樣ニシテ求メラレタ單位容積ニ對スル仕事ノ量ハ材料ノ性質ヲ知ル一ツノ目安トナル.

上ニσトεトノ關係ヲ線圖トシテ表スコトヲ述ベタガσ及εノ計算ニハ棒ノ最初ノ寸法ヲ用ヰ卽面積及長サヲ不變トシテ取扱ツテアルカラ兩者ハ夫レ夫レ荷重及變形ニ比例シ從テ(σ, ε)線圖ハ尺度ヲ變ヘレバ(P, λ)線圖トモナル. 實驗ノ結果ヲ直ニ圖ニ表スタメニハ寧ロ(P, λ)線圖ノ方ガ便利デアルガ大サ種々ナル試驗片ノ成績ヲ比較スル爲ニハ矢張リσ及εニ直シテ考ヘナケレバナラヌ. 偖(P, λ)線圖カラ仕事$\int_0^\lambda P d\lambda$ヲ見出ス方法モ前述シタ所ト同樣デアルガ之ハ斷面$f$ニシテ長サ$l$ナル棒ニ對スル外力ノ仕事ノ量ヲ與ヘルカラ單位容積ニ對スルモノヲ求メルタメニハ之ヲ容積flデ除シタ商ヲ計算スレバ宜シイ.

以上述ベタεハ前ニ斷ツテ置イタ樣ニ全體ノ伸ビデ卽彈性ノ伸ビト殘留性ノ伸ビトノ和デアル. 5圖ノ曲線中A點以下ノ小サナσノ値ニ對シテ之等兩種ノ伸ビヲ區別スレバ如何ナル現象ヲ認メ得ラレルカ. 斯ル程度ノ應力ニヨリテ伴ハレル殘留性ノ伸ビハ一般ニ小デアルガσノ增加スルニ連レテ漸次著シクナル故若シ殘留性ノ伸ビノ或ル數値ヲ與ヘテ之ヨリ以下ノ小ナル伸ビハ殆ンド省ル必要ガナイトスルナラバ斯樣ナ伸ビニ相當スル應力σヲ以テ便宜上彈性ノ完全及不完全ノ界ト考ヘル事ガ出來ル. 此意味ニ於テ斯ル應力ヲ彈性ノ限界ト云フ. 夫レ故彈性限界以下デモ殘留性ノ伸ビガ全ク零デアルト云フノデハナク餘程小サイト云フニ過ギヌ. 5圖ノE點ハ卽之レデアル. 然ラバ何程ノ殘留性ノ伸ビヲ與ヘテE點ヲ定義スベキカノ問題ガ起ルガ之ハ測定ニ用ヰル器械ガ如何程迄小サナ伸ビヲ示スニ足リルカ又吾々ガE點ヲ定メル目的ガ何レニアルカニヨリテ適當ニ定メルベキモノデ例ヘバ10^{-5}ト云フ樣ナ數ガ與ヘラレル. 此伸ビハ$100\,mm$ノ長サニ對シテ$10^{-3}\,mm$ノ延長ニ相當スルカラ此測定ニ用ヰル器械ハ確ニ$10^{-3}\,mm$ヲ讀ミ得テ

且$10^{-4}\,mm$ハ目測スルコトガ出來ル程度ニ精密ナモノデナケレバナラヌ. 併シ之ハ一例デ約束上他ノ値ヲ以テ彈性ノ限界ヲ定メテ差支ヘガナイ故定義ヲ示サナケレバE點ヲ數字デ示スコトハ出來ナイ.

次ニ彈性限界ヲ過ギテ尙應力ヲ加ヘレバ殘留性ノ伸ビガ漸々大キクナルケレドモ一般ニ5圖ノ(σ, ε)線圖中直線部ニ於ケル殘留性ノ伸ビハ彈性ノモノニ比ベテ甚ダ小デアルカラ其增シ方ガ多少不規則ニナルコトガアツテモ全體ノ伸ビ又ハ彈性ノ伸ビニ及ボス影響ハ左迄著シクナイ. 從テ伸ビハ全體トシテモ又ハ彈性ノ部分丈ケニ就テ見ルモ共ニ應力ニ正比例スル. 併シ誤解シテハイケナイ. 今述ベタコトガ何處迄モ殘留性ノ伸ビヲ省略シ樣ト云フ意味デナイ事ハ素ヨリデ卽多クノ場合ニ小ナル殘留性ノ伸ビガ多少不規則ニ變化シテモ其影響ガ甚ダ小ナルタメニ之ヲ考ヘズニ全體並ニ彈性ノ兩種ノ伸ビガ同時ニ應力ニ正比例スルト云ヒ得ル迄ナノデアル. 精密ナ實驗デハタトヘ小ナリトモ殘留性ノ變形ヲ無視シテ伸ビノ他ノ二ツヲ混同スルコトハ出來ナイ. 例ヘバ鋼ノ變形ヲ以テ荷重ノ大小ヲ測ル時ノ如キ場合ニ殘留變形ノ影響ニ注意ヲ拂フコトガ甚ダ必要デアル.

斯樣ナ意味ニ於テ應力ト伸ビトガ正比例ヲナス事實ヲ式デ表セバ次ノ如クデアル.

$$\sigma = E\varepsilon. \tag{8}$$

Eハ實驗ノ結果ニヨリテ定メラレル可キ常數デ之ヲ彈性係數ト云ヒ又上ノ規則ヲ Hooke ノ法則又ハ正比例ノ法則ト呼ブ. 上式ニ於テεハ單ナル數デアルカラEハσト同樣ニ例ヘバkg/cm^2或ハkg/mm^2ノ如キ單位ヲ以テ表サレルベキモノデアル.

併シEノ代リニ時トシテ其逆數ヲ用ヰル事ガアル. 卽(8)ノ代リニ次ノ形ヲ取ル.

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{\alpha}\varepsilon, \\ \text{又ハ} \qquad \varepsilon &= \alpha\sigma. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

α 卽 $\frac{1}{E}$ ヲ用ヰヤウトスル譯ハ次ノ樣デアル. 元來 α ハ單位ノ σ ニヨリテ引キ起サレル ε ノ値ニ等シク例ヘバ $1\,kg/cm^2$ ノ σ ノタメニ引起サレル ε ハ實際存在シ得ベキ數デアルガ之ニ對シテ前ノ E ハ單位ノ ε ヲ與ヘルニ必要ナル σ ニ等シイ. 然ルニ $\varepsilon=1$ トナル樣ナ大キナ σ ハ鐵鋼ノ樣ナ材料デハ到底起リ得ナイカラ從テ E ハ實在セヌ量ヲ表ス. 此點ニ於テ α ヲ用ヰル方可ナリト主張サレルノデアルガ習慣上盛ニ E ヲ用ヰテ居ルカラ本書ニ於テモ之ヲ使フコトニスル.

偖 Hooke ノ法則ハ σ ノ値ノ如何ナル範圍デ成立スルカト云フニ之ニ對シテ或ル制限ガアル. 卽應力ヲ增シテ 5 圖ノ P 點ニ達スル迄ハ宜シイガ之ヲ超エルト伸ビノ增シ方ガ大トナツテ最早 σ ト ε トノ關係ハ前ノ樣ニ簡單ナモノデナクナルノデアル. 斯ル點 P ニ相當シタ應力ヲ稱シテ正比例ノ限界ト云フ.

以上述ベタトコロデハ彈性ノ限界ト正比例ノソレトハ全ク別物デ少シモ混同ノ起ル謂レガナイ筈デアルガ併シ時ニハ正比例ノ限界ヲ彈性限界ト稱シ又降伏點ヲサヘ彈性限界ト云フ事ガアル. 斯ル區別ヲ明カニスルコトハ學術上ノ論文,報告又ハ工業上ノ往復文書等ニ於テ常ニ必要ナル事柄デアルト共ニ意味ノ明瞭デナイ記事ニ對スル場合ニハ能ク注意シテ解釋ヲ誤ラヌ樣ニセネバナラヌ.

可鍛鐵ノ棒ヲ引ク時ニ作用スル應力ト之ニ伴フ伸ビトノ關係ハ前述ノ樣デアルガ次ニ之レヲ壓シテ試驗スレバ如何ナル結果ヲ得ルカ. 卽應力及伸ビガ負ノ場合ニモ或ル限界ニ達スル迄ハ前ト同樣ニ正比例ノ法則ガ存在シ卽線圖ニ表セバ直線デアル. 直線ノ終點ニ相當シタ應力卽正比例ノ限界ヲ超エテ尙荷ヲ高メレバ矢張リ材料ハ流レヲ起シ線ハ水平ニ近クナル. 若シ材料ガ粘着性ニ富ム時ハ荷重ニヨリテ破壞サレズシテ押シ潰サレルノミデアル. 從テ破壞セントスル時ノ應力ヲ以テ强サヲ測ル事ガ出來ナイカラ寧ロ降伏點ヲ取リテ壓縮ノ强サヲ定メルノガ適當デアル.

9. 正比例ノ法則ニ從ハヌ場合.

前節ニ述ベタ Hooke ノ法則卽 σ ト ε トノ直線的關係ハ工業上最モ大切ナル可鍛鐵ノ大部分ニ對シテハ正當ト見テ宜シイノデアルガ其他ノ多數ノ材料ハ此法則ニ從ハヌ. 若シ此法則ヲ常ニ正シイト假定シテ計算スル時ハ其結果ガ多少不精密ニナルコトアルヲ豫期シナケレバナラヌ. 現ニ可鍛鐵ニ於テサヘ精密ニ云ヘバ正比例ノ法則ガ適合シナイ事ガアル.

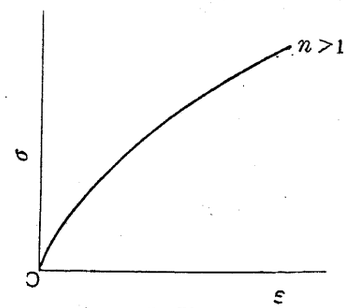
偖斯樣ニ正比例ノ法則ガ成立シナイ時ニ(8)又ハ(9)ニ代ル他ノ式ヲ必要トスル譯デアルガ之ガタメニハ例ヘバ σ ヲ ε ノ多項式トシテ表スコトモ一法デアル. 併シ又次ノ形ノ式ガ屢々用ヰラレテ居ル.

$$\varepsilon=\alpha\sigma^n. \tag{10}$$

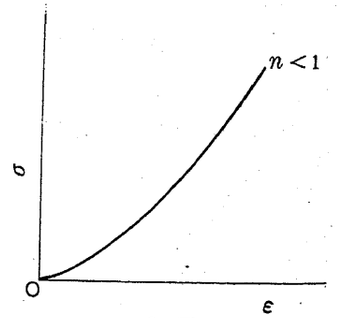
式中 α 及 n ハ共ニ實驗ノ結果カラ定メラレル常數デアル. 若シ特ニ n ガ 1 トナル時ハ之ハ正比例ノ法則デアルカラ寧ロ(8)又ハ(9)ガ(10)ノ特別ノ場合トモ言ヘル. 一般ニ(10)カラ

$$\frac{d\varepsilon}{d\sigma}=n\alpha\sigma^{n-1} \quad 及 \quad \frac{d^2\varepsilon}{d\sigma^2}=n(n-1)\alpha\sigma^{n-2}.$$

若シ $n>1$ ナラバ原點 $\sigma=0$ ニ於テ $\frac{d\varepsilon}{d\sigma}=0$. 又曲線上ノ各點ニ於テ $\frac{d^2\varepsilon}{d\sigma^2}>0$. 夫レ故此場合ニハ (σ,ε) 曲線ガ原點 O ニ於テ σ 軸ニ接シ且全體ノ形ハ ε 軸ニ對シテ凹形ヲナス. 7 圖. 原點ニ於テハ式ノ性質ガ實際ヨリ甚シク遠イ嫌ハアルガ原點ヲ除ケバ大體ニ於テ差支ヘガナイ



7 圖



8 圖

トシテ應力ヨリモ伸ビノ方ガ速ニ增加スル材料ニ對シテ此場合ノ式ヲ用ヰル. 其實例ハ後ニ示ス鑄鐵ノ實驗ニ見ルコトガ出來ル.

次ニ若シ $n<1$ ナラバ原點ニ於テ $\frac{d\varepsilon}{d\sigma}=\infty$. 又各點ニ於テ $\frac{d^2\varepsilon}{d\sigma^2}<0$. 夫レ故 (σ, ε) 曲線ハ原點ニ於テ ε 軸ニ沿ヒ又全體ノ形ハ σ 軸ノ方ニ凹形ヲナシテ居ル. 8 圖. 卽原點ヲ除キ大體ニ於テ應力ヨリモ伸ビノ增シ方ガ遲イ場合ノ曲線ヲ表スニ適シテ居ル.

10. 許容應力.

機械,建築等ノ構造ガ安全ニ荷ヲ負擔スルタメニハ材料中ニ生ズル應力ヲ或ル適當ナル限度ニ制限セネバナラヌ. 斯ル限度ヲ許容應力ト云フ. 之ヲ定メルニハ應力ノ狀態及材料ノ性質ヲ知ル事必要デアルガ一般ニ應力ノ作用ガ稍複雜ナル場合ノ計算ハ材料破損ノ法則ヲ充分明カニシタ上デナケレバ出來ナイ(XVIII 章參照). 併シ單純ナル應力ノ作用スル場合ノ計算法トシテハ其應力ガ靜止的ナルカ又ハ或ル範圍內ニ變化スルカヲ確メ之ニ應ジテ材料ノ負擔シ得ル應力ノ限度ヲ定メレバ宜シイ. 斯ル目的ニ對シテ已ニ緒言中ニ述ベタ繰返應力試驗ヲ行フノデアツテ其詳細ハ別ニ後章ニ述ベル事トシ玆デハ只簡單ナル結果ヲ紹介スルニ止メヤウ. 卽材料ニ絕エズ週期的ノ變化ヲナス應力ヲ加ヘレバ其最大應力ガ靜止作用ノ場合ニ堪ヘ得タ最大値ヨリ遙カニ小デモ或ル程度以上大ナレバ遂ニ材料ガ疲勞シテ破壞ヲ起ス. 斯ル應力ノ範圍ト破壞ニ至ル迄ノ繰返數トヲ實驗シタ結果カラ非常ニ多數ノ繰返ニ堪ヘル樣ナ應力ノ範圍ヲ定メレバ先ヅ安全ナル範圍ト認メラレル應力ヲ知ル事ガ出來ル. 斯ル應力ヲ疲勞限度ト云フ.

應力變化ノ上限及下限ノ割合ハ場合ニヨリテ種々デアルガ其中代表的ノ一例ニ於テハ應力ガ或ル最大値ト零トノ間ニ絕エズ變化シ又他ノ例デハ等大デ正負符號ヲ異ニスル兩限値ノ間ニ變化スル. 斯ル作用ノ下デ餘程多數ノ繰返ニ堪ヘル樣ナ最大應力ヲ見出シ之ヲ靜止ノ破壞應

力ニ比較スレバ上ニ述ベタ樣ニ靜止ノ場合ガ最モ大デ次ニ下限ガ零ノ場合デアル. 而シテ正負兩極限ノ間ニ變ズル時ノ應力ハ最モ小デアル素ヨリ應力ノ上限下限ノ割合ノ如何ニ拘ラズ其作用ハ之ヲ上述シタ疲勞限度以內ニ取ツテ材料ノ壽命ガ保タレル樣ニ設計セネバナラヌ.

偖許容應力ヲ適當ニ定メタトシテ之ヲ k デ表サウ. 然ル時ハ引張ノ場合ナラバ $\sigma=\frac{P}{f}$ ナル故安全ノ條件ハ次ノ樣ニナル.

$$k \geqq \sigma = \frac{P}{f}. \tag{11}$$

上ノ樣ニ應力作用ノ狀態ニヨリテ適當ナル許容應力ヲ定メズニ單ニ材料ノ靜止ノ强サヲ基トシ之ヲ安全係數デ除シ卽引張リ强サノ何分ノ一ヲ許スト云フ方法ノ計算モ從來屢々用ヰラレテ居ルガ實ハ靜止ノ强サヨリ遙ニ小ナル應力デ破壞サレル場合ノアル事ヲ見レバ斯ル計算法ニ於ケル安全係數ナルモノハ安全ノ度合ヲ示スニ足リヌ數デアツテ其意義ガ甚ダ不確實デアル事ガ判ル. 夫レ故强サノ計算ニ於テハ斯ル意味ノ安全係數ヲ用ヰル事ハ適當デナイ.

11. 引張試驗機.

棒ヲ其軸ノ方向ニ引イテ 5 節ニ所謂靜試驗ヲナスタメニ用ヰル試驗機ハ種々ノ形ニ作ラレルガ何レノ試驗機ニセヨ先ヅ試驗片ヲ其位置ニ取付ケテ之ニ荷ヲ懸ケル裝置ガ必要デアル. 之ヲ大別シテ二種トシ卽一ハ液體(油又ハ水)ノ壓力ヲ用ヰ他ノモノハ機械的ノ仕掛ケデ力ヲ加ヘルノデアル. 前者ハ比較的大ナル荷ヲ要スル場合ニモ働作ガ簡易迅速デアルカラ此種ノ試驗機ガ可ナリ盛ニ行ハレテ居ル. 伯林郊外ダーレムノ有名ナル材料試驗所[1] ノ如キモ水壓ヲ用ヰル幾多ノ試驗機ヲ有スル立派ナ試驗場ノ一例デアル.

次ニ試驗片ノ受ケル荷ヲ適當ナル裝置デ測ル事ガ必要デアル. 之モ

1) Das staatl. Materialprüfungsamt, Berlin-Dahlem.

大別スルト液體ノ壓力ニヨル方法ト例ヘバ槓杆,振子等ヲ用ヰル機械的ノ方法トガアツテ其構造モ色々アル.

併シ之等ノ精シイ事ハ材料試驗法トシテ講ズベキモノデアルカラ種々ノ機械ニ就テ說クコトハ試ミナイ. 玆ニハ寧ロ試驗機ノ選定,製作及使用ニ際シテ考ヘル可キ指力計ノ正確ノ程度ニ就テ一言シタイト思フ. 一般ニ試驗機ハ其與ヘル讀ミガ正確ナルベキ事ハ素ヨリデアルガ併シ之ニハ限リアルモノデ或ル程度ノ誤差ハ許サナケレバナラヌ. 然ラバ普通何程ノ正確ガ試驗機ニ期待サレテ居ルカト云フニ先ヅ±1%迄ノ差ハ構ハナイ. 夫レ計リデナク材料試驗ノ性質ニヨリテハ之ヨリ大ナル差モ許シテヨイ場合ガアル. 卽同ジ出處ノ材料デモ各部ガ必シモ等質デナイカラ餘計ノ精密ヲ試驗機ニ望ムノハ無駄ト見做サレテ居ル.[1]

假リニ上ノ誤差ヲ認メテ標準トスル正確ノ程度ガ極ツタナラバ此條件ニ適スルカ否ヤヲ時々試驗セネバナラヌ. 玆ニ於テ試驗機ノ檢定ガ必要トナル. 之ガタメニハ已知ノ荷ヲ試驗機ニ負ハセテ其指力計ノ與ヘル讀ミヲ取リ豫期ノ答ト比ベテ差ヲ見出スノデアルガ此時用ヰル基本ノ荷重トシテハ結局檢定用ノ重錘ニ依ラネバナラヌ. 卽誤差ノ知ラレタ分銅ヲ欲スル丈ケ試驗機ニ荷重シテ檢定ノ目的ヲ達スル事ガ出來ル. 此方法ハ比較的輕イ荷ニ對シテ屢々用ヰラレルガ荷ガ大トナル時ハ到底實行ガ困難トナルカラ同ジク分銅ヲ用ヰルトシテモ直接試驗機ニ負荷セズニ挺ノ原理デ荷ヲ增大シ卽支點カラ遠クニ置カレタ輕イ荷重ヲ使ツテ近距離ノ刄尖ニ數十倍ノ大ナル力ヲ働カセルノデアル.

試驗機ヲ直接荷重ニヨリテ檢定スルタメニ常設サレタ機械ノ一例ハ九大工學部ノ一實驗室ニ設ケラレタ荷重裝置デアル. 同處ニハ床上ノ 30 000 *kg* Mohr u. Federhaff 試驗機ノ目盛試驗ニ用ヰルタメ地下室ヲ設ケ試驗機ノ直下ニ据付ケタ十個ノ圓盤形分銅ヲ機械ノ最下部ニアル電働

1) A. Martens, Zeitschrift des V. D. I., 1907, 1184 頁.

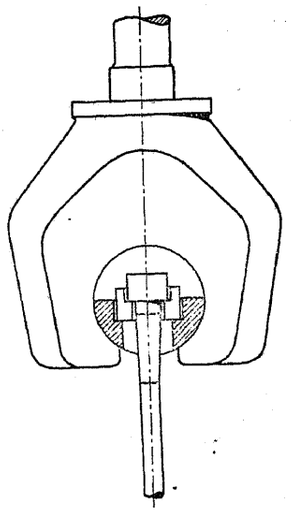
起重機デ上下シテ 1000 *kg* 宛階段的ニ 10 000 *kg* 迄試驗機ニ荷重スル事ガ出來ル樣ニナツテ居ル.[1]

已知ノ荷トシテ分銅ヲ用ヰ之ヲ試驗機ニ懸ケル代リニ或ル媒介者ヲ置キ之ガ分銅ノ重サノタメニ生ズル變形ヲ測リ次ニ未知ノ荷ノタメニ此媒介者ノ起ス變形ヲ觀測スレバ此荷ガ本當ノ荷重ノ幾何ニ値スルカヲ算出スルコトガ出來ル. 此媒介者トシテ例ヘバ彈性ニ富メル鋼ノ棒ヲ用ヰ其一定ノ長サガ基本ノ重サノタメニ引起ス延長ヲ精密ニ實驗シオキ次ニ此棒ヲ試驗機ニ取付ケテ引張ルトキハ棒ノ延長ガ與ヘル荷ノ大サト指力計ノ讀ミト如何ニ相違スルカヲ知ルコトガ出來ル. 素ヨリ鋼ノ棒ハ基本分銅ノ忠實ナル代表者デナケレバナラヌ. 此方法ハ可ナリ便利デアツテ之ヲ用ヰル時ハ前記ノ荷重裝置モ單ニ所屬試驗機ノ檢定計リデナク他ノ任意ノ試驗機ヲ間接ニ試驗シウルノデアル. 斯ル鋼ノ檢定棒ハ Bauschinger ガ麥酒デ名高イミユンヘンノ工業學校ニ於ケル 100 噸ノ Werder 試驗機ノ檢定ニ使用シテ以來漸次諸方ニ應用サレテ居ル. 此媒介者トシテ一片ノ鋼棒ノ代リニ他ノ種々ノ器械ヲ考案スルコトモ出來ルガ其例ハ Amsler, Wazau 等ノ製品ニ見ラレル.[2] 尙檢定棒ニ依ル目盛試驗ニ關シテハ K. Memmler[3] ノ論文ガアル.

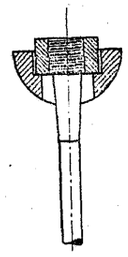
12. 試驗片ノ形.

引張試驗片ヲ機械ニ取付ケルタメニ通例其兩端ニ頭ヲ設ケ之ヲ試驗機ノ取付裝置ニ嵌メテ支ヘルカ(9 圖)又ハ兩端ニ捻子ヲ切リテ取付用金物ノ雌捻子中ニ捻ジ込ム(10 圖). 何レニシテモ斯樣ナ棒ヲ軸ノ方向ニ引ク時ハ棒ノ伸ビガ各部一樣デナイコトハ當然デアル. 卽兩端ニ近イ處デハ橫ノ收縮ガ牽制サレテ縱ノ伸ビガ自由デナク棒ノ中央ニ向フニ從

1) 此裝置ノ簡單ナル說明及圖面ハ九州帝國大學工科大學紀要, I, 269 頁以下ニ揭ゲテアル.
2) Engineering, CVI, 1918, 354 頁. Forschungsarbeiten, Sonderreihe M, 3, 1920.
3) International Congress for Testing Materials, Amsterdam, 1927, I, 537 頁.



9 圖

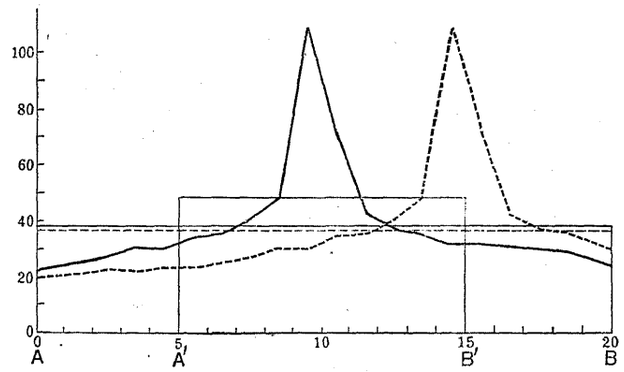


10 圖

テ伸ビガ自由ニ起ル. 若シ棒ノ長サガ充分長ケレバ中央デハ兩端ノ影響ヲ受ケナイト考ヘテ宜シイ. 時トシテハ試驗片ヲ柱狀トシ卽端カラ端迄同一ノ寸法ヲ有タセデ止メルニ荒イ鋸齒狀ノ面ヲ具ヘタ楔ヲ以テスルコトモアルガ此場合ト雖兩端ノ影響ハ矢張リ存在スル. 要スルニ試驗片ノ長サガ非常ニ短イモノハ不可デアツテ若シ兩端ニ頭ヲ作リ出ス際ニハ試驗ニ使フ中間ノ柱狀ノ部分カラ漸次擴大シテ兩端ニ連ル樣ニシ此眞直ナ部分ノ長サハ測定ニ供スル距離ヨリ少シ長クスルヲ可トスル.

上ノ注意ハ變形ヲ實驗ノ主要ナル項目ノ一ツニ數ヘル材料(例ヘバ可鍛鐵)ニ於テ必要デアル. 今軟鋼ノ試驗片ヲ破壞ニ至ル迄引張ル時ハ若シ試驗片ノ材質寸法ガ各部一樣デ且試驗ノ方法宜シキヲ得ルナラバ中央ノ部分ガ著シク伸ビ從テ此處ニ局所收縮ノ現象ヲ起ス. 引キ切ラレタ試驗片上ノ各部ガ如何ニ伸ビタカヲ知ルニハ最初試驗ニ取リカカル前試驗片ノ長サニ沿ヒテ測定距離ヲ 1 *cm* 宛ノ區劃ニ分ケテ置イテ破壞ノ後之等各部ノ伸ビヲ測ル. 此實驗ノ結果ヲ一目瞭然タラシメルタメニ試驗片上ノ測定距離ニ等シイ基線ヲ設ケ 1 *cm* 宛ノ各部中心カラ此基線ニ垂線ヲ立テテ其長サヲ以テ該 1 *cm* 間ノ伸ビヲ表サシメル. 此方法ヲ各部ニ及ボシテ得タ諸點ヲ曲線デ結ブ時ハ11圖ニ示ス樣ナ線圖ガ出來ル. 曲線ノ一部遙ニ高ク拔キ出テ居ルノハ卽局所收縮ノ部分ガ著シク伸ビタ事ヲ示ス. 又曲線ノ高サノ平均値ハ曾テ(5)式ヲ以テ定義シタ

φ ニ相當スルカラ φ ヲ測定スルタメニハ曲線ノ形ガ如何ニ其高サノ平均値ヲ左右スルカヲ考ヘネバナラヌ. 11圖ニヨリテ吾々ノ知ル事ハ先ヅ第一ニ曲線ノ突出部ガ基線 AB ニ對シテ中央ヲ離レ何レカ一方ニ甚シク偏スル時平均ノ高サハ其値ヲ變ズル事明カデアル. 第二ニ測定距



11 圖

離ヲ變ジテ例ヘバ AB ノ代リニ $A'B'$ ヲ取レバ矢張リ平均ノ高サガ變ズル. 卽 AB ヨリ小ナル $A'B'$ ノ方ガ φ ノ大ナル値ヲ與ヘル事當然デアル. 材料試驗ノ結果ヲナルベク各地各時代ニ共通ノモノトスルタメ之等二ツノ影響ニヨリテ生ズル誤解又ハ不明瞭ノ點ヲ避ケネバナラヌ.

夫レデ第一ノ點ハ破壞シタ試驗片ノ標點距離ヲ測ル方法デ其影響ヲ除キ得ルカラ之ハ暫ク別問題トシ(14節參照)試驗片ノ形ヲ定メルニ必要ナル第二ノ點ヲ考ヘル. 斷面ノ形及大サ一樣ナラバ一定ノ標點距離ヲ與ヘレバ宜シイ譯デアルガ斷面ヲ一樣ニ作ルコトハ行ヒ難イ. 然ラバ測定距離ヲ如何ニ選ベバヨイカ. 此問題ニ對シテハ先ヅ相似ノ法則ヲ擧ゲタイト思フ. 卽同一材料カラ作ラレタ幾何學的相似ノ試驗片ヲ等シイ狀態ノ下ニ等シイ應力ヲ引起サセル時ハ相似ノ變形ヲ生ズル. 例ヘバ丸棒ノ試驗片ニ於テハ長サト直徑トノ比ヲ一定ニスレバ相似ノ規則ニ適スル. 然ルニ板金ノ試驗片ニ於テハ板ノ厚サガ種々異ルニ連レテ幅モ長サモ之ニ應ジテ變ヘナケレバ嚴密ナル意味デ相似形ノ試驗片

ヲ作ル事ハ出來ナイガ之ハ實際上困難デアル. 併シ都合ノヨイ事ニハ測定距離ト斷面積ノ平方根トノ比ガ不變ナラバ少クモ之ニ關スル實驗ノ範圍内ニ於テハ横斷面タル矩形ノ兩邊ノ比ガ變ジテモ同一材料ニ對シテ一定ノ φ ヲ得ルト見做サレテ居ル. 例ヘバ Bauschinger ノ實驗ノ結果カラ編成サレタ下ノ表ハ此事實ヲ物語ルモノデアル. 但測定距離ヲ l トシ斷面積ヲ f トスル時ハ $\frac{l}{\sqrt{f}}=8.5$ デアル.

種々ノ斷面ヲ有スル試驗片ヨリ得タ φ %

圓形斷面		矩形斷面 幅ト厚サトノ比						
		1.3	1.4	1.5	1.7	1.8	2.1	3.0
A	32.9	—	31.0	—	31.7	33.0	31.8	32.0
B	—	33.2	—	33.3	33.5	—	33.2	34.5

又 Martens ハ斷面ガ圓ナルカ又ハ矩形ナルカニ拘ラズ共ニ $l=20\,cm$, $f=3.14\,cm^2$ ヲ標準トシ之ニ倣ヒテ斷面ガ $3.14\,cm^2$ ナラザル場合モ常ニ $\frac{l}{\sqrt{f}}=11.3$ ナル樣ニ試驗片ノ寸法ヲ定メタ.

試驗片ノ形ガ試驗ノ結果殊ニ棒ノ伸ビニ及ボス影響大要上ノ如クデアルカラ $\frac{l}{\sqrt{f}}$ ノ値ヲ協定シ各國共通ノ試驗片ガ制定サレレバ最モ結構デアルケレドモ左樣ナ世界的ノモノハ行ハレテ居ラヌ. 夫レノミデナク一國内ニ於テモ此比ハ必シモ一定デナイ. 尙 $\frac{l}{\sqrt{f}}$ ノ變化ニ伴フ φ ノ變化ヲ式デ表ス爲ニハ次ノ樣ナ簡單ナ式ヲ用ヰル事ガ出來ル.

$$\varphi=a+b\frac{\sqrt{f}}{l}. \qquad (12)$$

此式ニ於テ a, b ハ實驗ニ依テ定メラレル常數デ材質ニ從テ變化スル.

終リニ壓縮試驗片ニ就テ附記シタイト思フ. 若シ試驗ノ目的ガ彈性ノ研究ニアルナラバ荷重モ比較的小デアルカラ細長イ試驗片ヲ用ヰルコトガ出來ル. 併シ破壞又ハ壓シ潰シヲ目的トスル場合ニハ彎曲ノ起ラザルタメニ太短イ形ヲ必要トスル. 試驗片ノ天地兩面ガ試驗機ノ壓縮面デ壓サレルト此處ニ多少ノ摩擦ガアルカラ横ノ膨脹ガ妨ゲラレル.

此事ハ軟カナ材料ヲ壓シタ場合ニ中央ガ張リ出シテ太鼓形ニナルノデモ判ル. 斯樣ニ兩端接觸面ノ影響ガ大デアルカラ軟イ材料ヲ壓シ潰ス時ノ結果ガ試驗片ノ形殊ニ其長サノタメニ著シク左右サレルノハ當然デアル. 又脆イ材料ヲ破壞スル時ニハ一見上ノ樣ナ影響ヲ認メ難イ樣デアルガ詳シク實驗シテ見レバ矢張リ影響ガアル.[1] 夫レ計リデナク破壞面ガ試驗片ノ軸トナス傾斜角ガ小トナレバ兩端面ヲ切ル樣ニナル故壓縮面ノタメニ自由ナル破壞ガ妨ゲラレル. 之ニ對シテ長イ試驗片ハ壓縮ノタメ横ニ曲リ易イ故短イ試驗片ノ方ガ長イ者ヨリハ大ナル强サヲ與ヘル. 之ハ實驗室ニ於テ學生ノ常ニ經驗スル所デアル.[2] 彈性試驗以外ノ目的ニ用ヰル金屬ノ壓縮試驗片ハ時トシテ正立方體又ハ高サガ直徑ニ等シイ圓柱體ニ作ラレ其寸法ハ試驗機ノ大小及材料ノ性質ニヨリテ一定セザルモ普通立方體ノ各邊又ハ圓柱ノ直徑何レモ 2 乃至 3 cm ニトラレル. 併シ前述ノ樣ナ長サノ影響ヲ考ヘテ直徑ヨリモ長サノ大ナル圓柱體ヲ用ヰル事ニ一定シタ方ガ宜シイ樣ニ思ハレル.

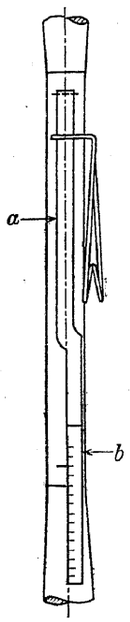
13. 伸長(又ハ壓縮)ノ測定.

試驗片ノ引起ス伸長(又ハ壓縮—以下略シテ單ニ伸長ト云フ)ハ其大小ニヨリテ精粗種々ノ器械ヲ用ヰテ測定サレル. 例ヘバ可鍛鐵ノ試驗片ノ實驗ニ於テ材料ガ流レ出シテカラ後ノ大キナ伸長ハ比較的簡單ナ仕掛ケデ測ル事ガ出來ルケレドモ流レ出ス前ノ小サナ伸長ニ對シテハ之ニ相當シタ精密ナ器械ヲ用ヰネバナラヌ.

第一ニ述ベタ大ナル伸長ノ測定ニハ12圖ニ示ス樣ナ物差シヲ以テスルコトガ出來ル. 圖中 a ハ其一端ガ刄尖ヲナス扁平ナル板デ之ヲ試驗片ノ一方ノ標線ニ當テ彈條ヲ用ヰテ其位置ニ止メル. 又 b ハ a ニ取付

1) A. Föppl ハ潤滑法ニヨリテ壓縮面ノ摩擦ヲ減ズル樣ニ工夫シテ實驗シタ. Mitteilungen aus dem mech.-techn. Laboratorium der T. H. München, 第27册, 1900.

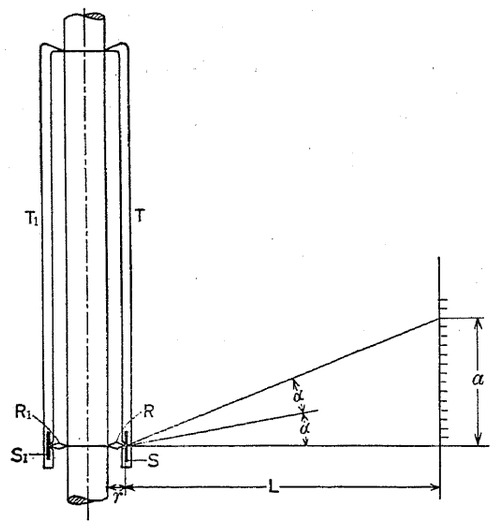
2) 長サ計リデナク斷面ノ形モ强サニ影響ヲ有ツ. 例ヘバ Bach, Elastizität u. Festigkeit, 6 版, 165 頁以下.



12 圖

ケタ紙又ハ金屬ノ物差シデ最初其上ノ線ニ對スル試驗片ノ他ノ標線ノ讀ミヲ取ツテオク. 試驗片ガ伸ビルト標線ハ物差ニ對シテ動キ從テ其示ス讀ミハ變ルカラ前後ノ讀ミノ差カラ伸長ヲ知ルコトガ出來ル. 若シ物差シノ目盛リガ mm 宛ニ刻マレテ居ルナラバ其 $\frac{1}{10}$ 迄ハ目測スルコトガ出來ル. 又若シ目盛リヲ標線間ノ距離ノ $\frac{1}{100}$ 宛ニ作ツテオケバ讀ンダ數カラ直ニ伸ビヲ百分率デ知ル事ガ出來ル.

次ニ第二ニ述ベタ比較的精密ナル測定ニ用ヰル器械ニモ種々アツテ小ナル伸長ヲ大キク見セルタメニマイクロメーター又ハ槓杆等ヲ用ヰタ澤山ノ種類ガアル. 茲ニハ單ニ一例トシテ Martens 式ノ鏡裝置ヲ說明シタイト思フ. 13圖ニ於テ T, T_1 ハ二本ノ金屬板デ各片ノ一端ハ曲ツテ尖端ガ刃形ニナツテ居ル. 之ハ試驗片ノ一ツノ標線ニ合フ爲デアル. 他ノ端ニ近ク小ナルV字形ノ切リ込ミガアツテ之ニ R 及 R_1 ナル菱形金物ノ稜ガ嵌マル樣ニナツテ居ル. 此菱形金物ノ相對スル他ノ稜ハ試驗片ノ一方ノ標線ニ嵌メラレル. 而シテ以上ノ裝置ハ T, T_1 ヲ外カラ押ヘテ居ル彈條ノ力デ試驗片ノ上ニ支ヘラレル. 今試驗片ガ伸ビテ測定距離ガ變レバ R, R_1 ノ回轉ヲ起シ其軸ニ取付ケラレタ鏡 S, S_1 モ共ニ動ク. 之ニ依テ試驗片ノ伸



13 圖

長ガ鏡ニ映ズル物差シノ讀ミノ變化トナリテ顯レ從テ伸長ノ大サヲ次ニ述ベル計算ニヨリテ知ル事ガ出來ル. 13圖ニ於テ次ノ記號ヲ用ヰル.

r = 菱形ノ一對角線ノ長サ,

α = 鏡ノ回轉角,

L = 鏡ト物差シトノ間ノ距離,

a = 物差シノ讀ミ.

圖ニ示ス樣ニ鏡ノ廻轉軸ノ中心ヨリ物差シノ上ニ下シタ垂線ノ足ヲ起點トシテ讀ミ a ヲ取リ且 $\alpha=0$ ノ時 $a=0$ トスレバ $a=L\tan 2\alpha$. 又伸長ハ $\lambda'=r\sin\alpha$ ナル故 λ' ト a トノ比ヲ n' トスレバ

$$n'=\frac{\lambda'}{a}=\frac{r\sin\alpha}{L\tan 2\alpha}. \tag{13}$$

若シ α ヲ小サイト假定シテ差支ヘナケレバ

$$n'=\sim\frac{r}{2L}=n. \tag{14}$$

故ニ α ガ小ナル間ハ此器械ハ r 及 $2L$ ナル長サノ腕ヲ有ツ槓杆ト同樣ニ見做シ得ルノデアル.

偖伸長ノ計算ニ(13)ヲ用ヰル代リニ(14)ヲ取レバ至極便利デアル代リニ多少ノ誤リヲ伴フノハ已ムヲ得ヌ處デアツテ卽(14)ニヨリテ計算サレル伸長ヲ $na=\lambda$ トスレバ

$$\lambda=an'\left(\frac{n}{n'}\right)=\lambda'\left(1+\frac{n-n'}{n'}\right)$$

トナル. 然ルニ n ハ n' ヨリ大デアルカラ(次表) λ ガ λ' ヨリ少シ大デアル. 此式ノ中ノ $\frac{n-n'}{n'}$ ガ α ノ値 1° 乃至 15° ニ對シテ α ト共ニ如何ニ增スカハ表ノ末行ニ記ス如クデアル. 併シ α ノ小ナル間ハ誤差モ小デアルカ

α	1°	2°	3°	4°	5°	10°	15°
$n\Big/\left(\frac{r}{L}\right)$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$n'\Big/\left(\frac{r}{L}\right)=\frac{\sin\alpha}{\tan 2\alpha}$	0.49977	0.49909	0.49798	0.49637	0.49431	0.47710	0.44829
$100\frac{n-n'}{n'}$ %	0.05	0.18	0.41	0.73	1.15	4.80	11.53

ラ多クノ場合ニ(14)式ノ n ヲ用ヰテ差支ヘガナイ.[1]

試驗片ノ軸ガ眞直デアツテモ各橫斷面ニ力ガ一樣ニ配布サレルコトハ困難ナルタメ伸ビ方ガ表面ノ各部ニ於テ齊一デナイ. 殊ニ試驗片ノ軸ガ直線デナイ時ニ尙更此傾キガ大ナル譯デアル.[2] 夫レ故試驗片ノ中心ニ於ケル伸長ヲ測ルタメニハ其表面ノ前後相對スル二個處ニ鏡裝置ヲ施シテ二組ノ讀ミヲ取リ其平均値ヲ見出スヲ可トスル. 上ノ諸記號ニ數字1ヲ添ヘテ第二ノ鏡ニ對スルモノヲ表ス時ハ伸長 λ ハ次ノ式ニヨリテ計算サレル.

$$\lambda = \frac{1}{2}(an + a_1 n_1), \qquad 但\ \ n = \frac{r}{2L},\ \ n_1 = \frac{r_1}{2L_1}. \tag{15}$$

若シ $n = n_1$ トスレバ

$$\lambda = \frac{n}{2}(a + a_1).$$

通例 $n = \frac{1}{500}$ ニトリ從テ $\lambda = \frac{a + a_1}{1000}$ トナル. 而シテ a 及 a_1 ハ $\frac{1}{10}\,mm$ 迄目測デ讀メルカラ $\frac{1}{10}\,mm$ ヲ單位トシテ讀ミ a 及 a_1 ヲ取リテ其和ヲ作レバ λ ガ $10^{-4}\,mm$ ノ單位デ測定サレル事ニナル.

上ノ鏡裝置ニ於テ菱形ノ一ツノ對角線(長サ r)ガ試驗片ノ軸ニ丁度直角ノ位置カラ何レカノ方向ニ餘リ傾キ過ギテハ不可デアルカラ鏡ノ軸ニ小サナ指針ガ附イテ居テ T, T_1 ニ對シテ適當ナル位置ヲ示ス樣ニナツテ居ル. 又鏡ノ面モ物差シニ平行ナル位置カラ甚シク偏シナイ樣ニスルタメニ鏡ノ中心カラ物差シニ引イタ垂直線ガ兩極端ノ讀ミノ平均ヲ示ス樣ニ豫メ考ヘテ實驗ニ着手スルガ宜シイ. 實驗上ノ注意トシテ尙附記スベキ事ハ鏡ノ面ガ廻轉軸ニ平行デナイコトモ誤差ノ原因トナルカラ成ル可ク平行ニ近ク置ク可キデアル.

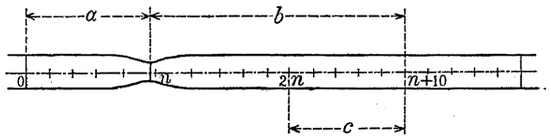
尙場合ニヨリテハ只一個ノ物差シヲ用ヰ二個ノ鏡ヲ試驗片ノ同側ニ向キ合セテオキ光ヲ順次之等ノ鏡ノ面ニ反射セシメル事モ出來ル.

1) 眞直ナル物差シヲ用ヰル代リニ曲線形ノ物差シヲ用ヰテ問題ノ誤差ヲ除ク事ガ出來ル. 松村鶴造,機械學會誌, 29, 1926, 497 頁.

2) 例ヘバ鑄鐵ノ試驗片ニ於テハ眞直ニ旋削シタモノモ時ヲ經ルニ從テ彎曲ヲ起スコトガアル. 九州帝國大學工科大學紀要, I, 205 頁以下參照.

14. 引張試驗ノ實例.

上ニ述ベタ試驗ノ方法ヲ行ツテ得タ或ル結果ヲ茲ニ記載シテ參考ニ供シタイト思フ. 併シ其前ニ注意シタイ事ハ12節ニ述ベタ樣ニ φ ノ値ガ試驗片ニ生ズル破面ノ位置ニ依リテ左右サレル點デアル. 破壞ガ標線距離ノ中央又ハ其附近(例ヘバ中央ノ $\frac{1}{3}$ ノ間)ニ起ル場合ヲ正則トシテ此範圍外ニ於テ破壞ヲ起ス時ニモ破面ガ恰モ略ボ中央ニ存在スルカノ樣ニ取扱ヘバ此原因カラ來ル影響ヲ除クコトガ出來ル. 初メ標線距離ヲ1cm宛ニ分ケテ置キ破壞ガ中央附近ニ起ル時ハ兩標線カラ破面迄ノ長サヲ測リ之ヲ合セテ破壞後ノ長サ l_1 ヲ得ルノデアルガ若シ破壞ガ何レカ一端ニ偏シテ起ルコト例ヘバ14圖ノ如クナル時ハ破面ガ中央ニ近ク生ジタモノト假定シテ破面ニ近イ n 點カラ右ノ方ニ10個ノ區域ヲ數ヘテ $n+10$ ヲ右ノ標線ト見做ス. 次ニ左ノ方ハ0點ヲ踰エテ尙 $10-n$ 個ノ領域ヲ想定シナケレバナラヌタメ此實在セザル部分ニ對シテハ試驗片ノ變形ガ n 點ノ左右ニ對稱ニ起ル場合ニ準ジテ右ノ方ノ $2n$ 點カラ $n+10$ 點ニ至ル長サヲ採リテ之ヲ0カラ左ニ繼ギ足スノデアル. 卽破壞後ノ標線距離ヲ次ノ如クニ計算スル.

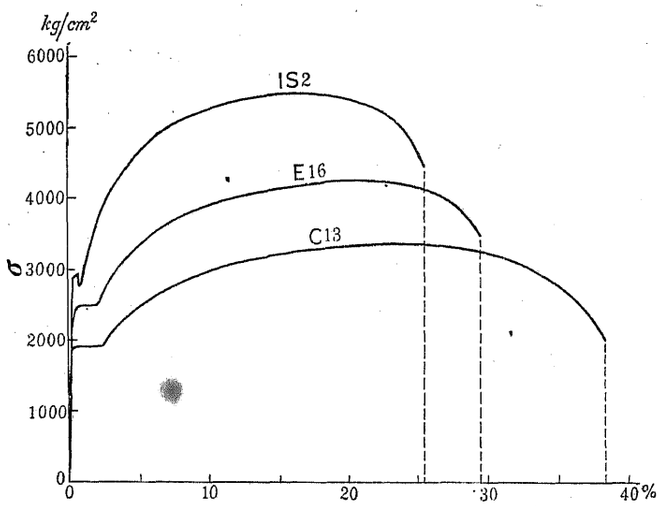


14 圖

$$l_1 = a + b + c.$$

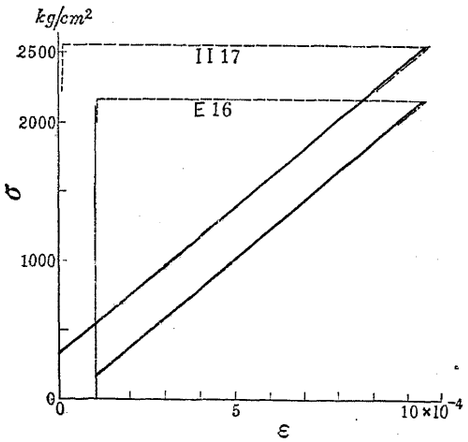
(a) 可鍛鐵.

15圖ハ製法明カナラザル鋼ノ試驗片ニ就キ破壞試驗ヲ行ヒテ得タ結果ヲ線圖ニ示シタモノデ ε ハ彈性及殘留性ノ伸ビノ和卽全體ノ伸ビヲ表ス(以下ノ破壞試驗ニ於テモ凡テ之ニ倣フ). 此圖ノ *IS* 2ハ降伏點ニ於テ他ノ二ツノ曲線ト異リタル趣ヲナスコトガ判ル. 卽應力ハ極大及極小ノ値ヲ示シ從テ降伏點ニ上下ノ二ツガ區別サレル. 尙結果ノ主ナル數値ハ次ノ表ニ示ス如クデアル.



15 圖

試驗片		IS 2	E 16	C 13
降伏點	kg/cm²	2944 2725	2333	1910
引張ノ强サ	kg/cm²	5449	4217	3330
破壞ノ伸ビ	%	25.4	29.3	38.2
斷面ノ縮ミ	%	51.5	54.3	75.0
破壞ノ仕事量	mkg/cm³	12.3	11.1	11.3



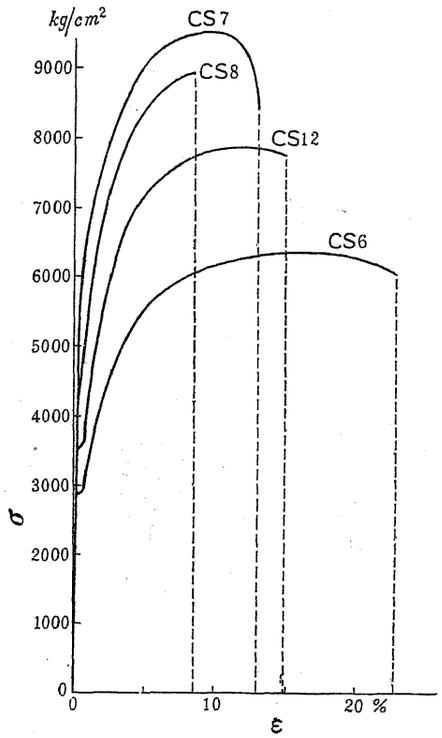
16 圖

16圖ハ他ノ鋼試驗片ノ彈性試驗成績ヲ示スモノデ圖中各材料ニ對シテ三線ヲ引イテアル. 卽鎖線ハ全體ノ伸ビ,點線ハ殘留性ノ伸ビヲ表シ實線ハ彈性ノ伸ビヲ示ス(以下ノ彈性試驗ニ於テモ皆之ニ倣フ). 而シテ實驗ノ結果タル兩材料ノ彈性係數ハ次ノ如キ値ヲ取ル.

試驗片	E 16	II 17
彈性係數 kg/cm²	2 119 000	2 125 000

次ニ燒鈍セル工具鋼ノ破壞試驗ノ結果ヲ表及線圖(17圖)トシテ示ス.

試驗片	CS 6	CS 7	CS 8	CS 12
降伏點 kg/cm²	2830	不明瞭	3511	3537
引張ノ强サ kg/cm²	6330	9500	8935	7872
破壞ノ伸ビ %	22.6	13.0	8.5	14.9
斷面ノ縮ミ %	22.2	50.4	13.2	19.0
破壞ノ仕事量 mkg/cm³	13.0	11.2	6.96	10.6

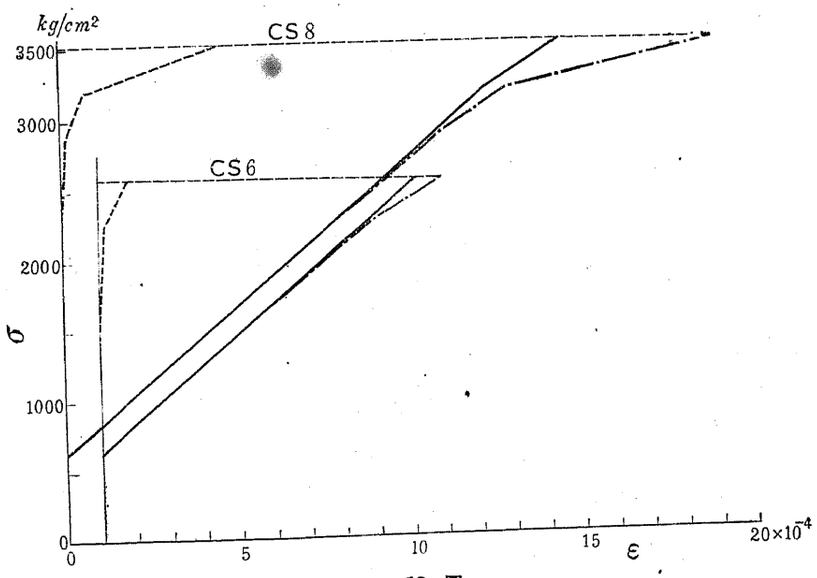


17 圖

前表中ノ或ル材料ニ施シタ彈性試驗ノ成績ハ次ノ表及18圖ニ示ス如クデアル.

試驗片		CS 6	CS 8
彈性限界	kg/cm^2	2150	2659
比例限界	kg/cm^2	2560	3192
彈性係數	kg/cm^2	2 122 000	2 099 000

茲ニ示ス彈性限界ハ0.001%ノ殘留延伸ニ相當スル應力デアル.



18 圖

(b) 鑄鐵.

二三ノ彈性及破壞試驗ノ結果ハ次ノ表ノ如クデアツテ應力及伸ビノ關係ハ 19, 20 兩圖ニ表サレル.

試驗片		N 2 瓦斯機關シリンダーノ破片	T 2 三池製	CI 2 製鐵所製
彈性ノ伸ビ	$\varepsilon =$	$\frac{\sigma^{1.030}}{1\,638\,000}$	$\frac{\sigma^{1.051}}{1\,745\,000}$	$\frac{\sigma^{1.093}}{1\,630\,000}$
引張ノ强サ	kg/cm^2	1690	2224	1612
破壞ノ仕事量	mkg/cm^3	0.02	0.13	0.063

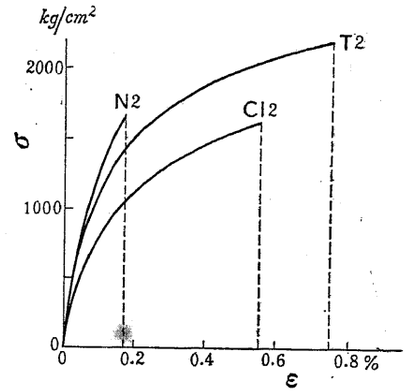
應力及伸ビノ關係ヲ示スタメニ(10)式ヲ用ヰ其中ニ含マレル指數 n 及係數 α ヲ計算スルタメニハ便宜上(10)ノ兩邊ノ對數ヲ作ル.

$$\log \varepsilon = \log \alpha + n \log \sigma.$$

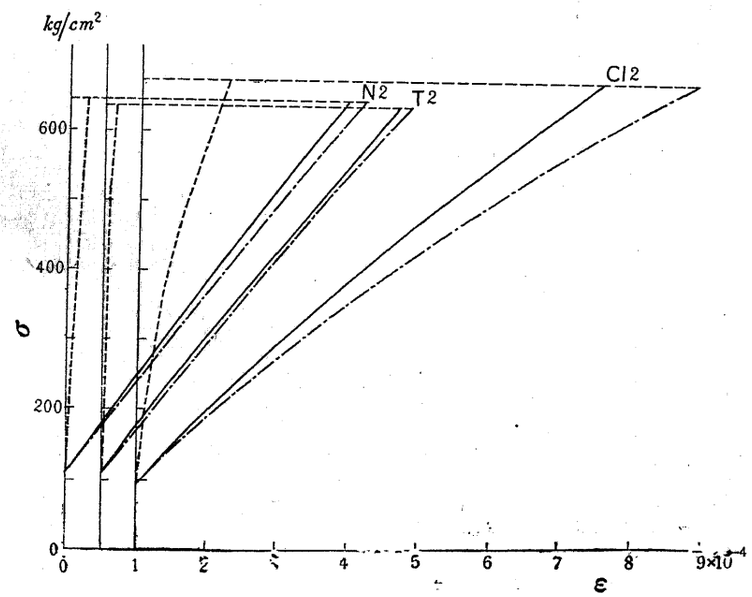
$\log \alpha = a$ ト記セバ

$$\log \varepsilon = a + n \log \sigma.$$

偖 $\log \varepsilon$ 及 $\log \sigma$ ニ對シテハ幾組カノ實驗値アル故之等ヲ座標トスル點ヲ圖ニ記ス. 若シ上式ガ材料ノ性質ヲ表シウルモノナラバ之等ノ點ハ一直線上ニアルベキ理デ此直線カラ常數ノ値ヲ見出セバ從テ n 及 α ガ決定サレル.



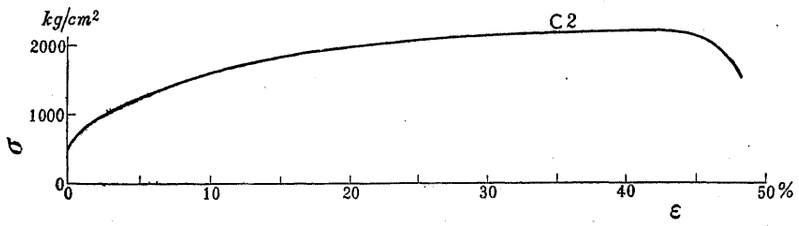
19 圖



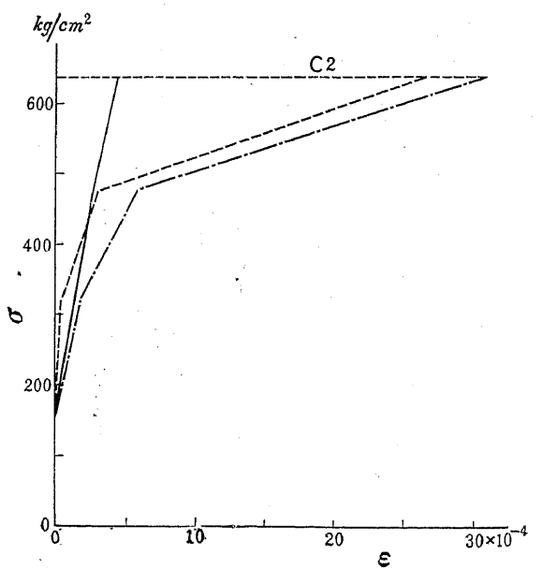
20 圖

(c) 銅.

實驗ノ一例ハ21及22ノ兩圖並ニ次ノ表ノ示ス如クデアル.



21 圖



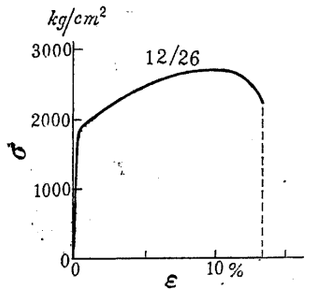
22 圖

試驗片	C2
彈性ノ伸 $\varepsilon=$	$\dfrac{\sigma^{1.111}}{1\,843\,000}$
引張ノ强サ kg/cm^2	2159
破壞ノ伸ビ %	48.2
斷面ノ縮ミ %	69.8
破壞ノ仕事量 mkg/cm^3	8.85

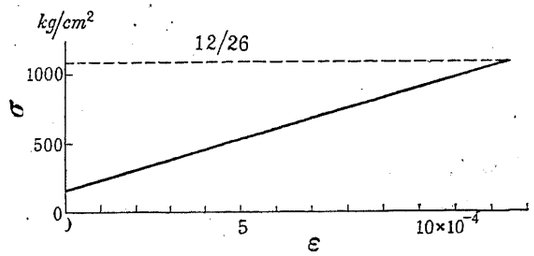
22圖ヲ見ルニ此材料デハ應力ガ未ダ過大ナラザル中殘留延伸ガ忽チ大トナツテ居ル.

(d) 輕合金.

ヂュラルミンノ實驗結果ノ例ヲ 15, 16 圖ト同ジ尺度ニテ示セバ次ノ如クデアル. 23圖ノ引張强サハ非常ニ低ク燒入後放置シテ時效ヲ起サセタ普通材料ノ强サハ之ヨリ遙ニ大デアツテ從來試ミタ多少ノ實驗ハ 36—43 kg/mm^2 位ノ强サヲ示シテ居ル. 併シ24圖ニ相當スル E ハ普通ノ値デ卽之迄ノ實驗ヨリ得タ平均値ハ凡ソ $0.73\times10^6\,kg/cm^2$ ニ等シイ.



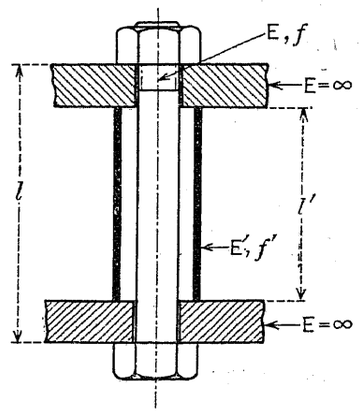
23 圖



24 圖

エレクトロンニ對スル實驗結果ハヂュラルミンニ比ベテ尙少數デアルガ E ノ値ハ凡ソ $0.45\times10^6\,kg/cm^2$ ニ等シイ.

例題 1. 25圖ニ示ス樣ニ二枚ノ板ヲ或ル間隔ニ保チ捻子ヲ有スル棒ヲ以テ締メ付ケ置キ然ル後力ヲ加ヘテ板ヲ互ニ遠ザケヤウトスル時棒ノ受ケル應力ヲ計算スルコト.



25 圖

棒ノ有効ノ長サヲ l, 斷面積ヲ f, 彈性係數ヲ E トシ板ト板トノ間ニ挿メル圓筒形ノ壓縮片ノ長サヲ l', 斷面積ヲ f', 彈性係數ヲ E' トスル. 而シテ板ノ變形ハ簡單ノタメニ之ヲ省略シヤウ. 最初棒ハ $P_0=\sigma_0 f$ ナル引張ノ力

ヲ受ケ圓筒ハ $P_0=\sigma_0' f'$ ナル壓縮ノ力ヲ受ケル.

次ニ外力 P ヲ加ヘテ上下ノ兩板ヲ引離サントスレバ捻子ハ P_0 以上ニ更ニ未知ノ力 Q ヲ受ケテ引カレ又壓縮片ヲ壓ス力ハ Q' 丈ケ減ジテ (P_0-Q') トナル. 但外力ノ作用ハ兩板ヲシテ壓縮片ヨリ離レシメル程未ダ大ナラズト假定シヤウ. 然ル時ハ力ノ平衡ノタメ

$$P=Q+Q'.$$

偖 Q ト Q' トノ割合ハ此接合部ノ變形ヲ考ヘナケレバ定メラレヌ. 假定ニヨリテ棒ト壓縮片トノミガ變形ニ與ルモノトシ且之等ノ斷面ヲ一樣トスレバ

$$\frac{Ql}{Ef}=\frac{Q'l'}{E'f'}.$$

此式ト上ノ式トヨリ

$$Q=\frac{P}{1+\dfrac{E'f'l}{Efl'}}.$$

若シ $E=E', l=l'$ トオケバ

$$Q=\frac{P}{1+\dfrac{f'}{f}}.$$

$l=l'$ トスルコトハ上ノ構造デハ不合理デアルガ計算ヲ判リ易クスル爲斯樣ニ見做シタ迄デアル.

從テ棒ノ斷面 f ニ於ケル應力卽 $(P_0+Q)/f$ ハ

$$\sigma=\sigma_0+\frac{P}{f+\dfrac{E'l}{El'}f'}.$$

又上ノ簡單ナル假定ニ從ヘバ

$$\sigma=\sigma_0+\frac{P}{f+f'}.$$

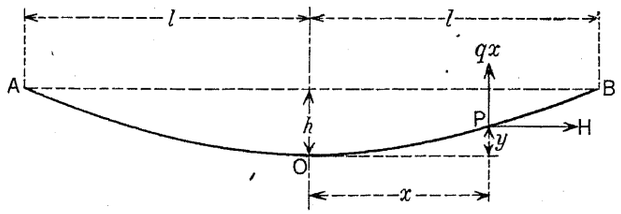
故ニ壓縮片ガ板ヨリ弛ミ出サヌ間ニ外力 P ガ棒ニ生ズル應力ハ $\dfrac{P}{f}$ デハナク之ヨリ小デアル. 尙 P_0+Q ノ値カラ捻子ノ心ノ面積ニ生ズ

ル平均應力ノ計算モ亦容易デアル.

上ノ計算デハ簡單ノタメニ力ヲ受ケル捻子山ノ變形ヲ考ヘズ又二枚ノ板ヲ恰モ剛體ノ樣ニ見做シタケレドモ實際ノ接手デハ之等ノ變形ヲ考ヘル事ガ必要デアル.

例題 2. 同一水平線上ノ二點間ニ張ラレタ針金ガ溫度ノ變化ノタメニ生ズル應力ノ變化ヲ計算スルコト.

二點 AB ノ間ノ距離ヲ $2l$ トシ此間ニ張ツタ柔軟ナル針金ノ撓ミ h ガ $2l$ ニ比ベテ小ト假定スル. 26圖. 針金單位ノ長サノ重サヲ q トシ又 O 點ニ於ケル張力ヲ H トスレバ針金中ノ一點 P ニ於ケル張力ノ水平分力ハ H ニ等シク垂直分力ハ $\widehat{OP}\times q$ ニ等シイ. 而シテ曲線ガ甚ダ扁平ト假定シテアルカラ $\widehat{OP}$ ノ代リニ x ヲ用ヰウベク從テ曲線ノ微分方程式ハ次ノヤウニナル.



26 圖

$$\frac{dy}{dx}=\frac{qx}{H}.$$

之ヲ積分シテ原點ノ條件卽 $x=0, y=0$ ヲ入レル時ハ

$$y=\frac{q}{2}\frac{x^2}{H}.$$

卽曲線ハ拋物線デアル. 而シテ

$$h=\frac{q}{2}\frac{l^2}{H}.$$

偖上ニ假定シタ樣ニ曲線ノ勾配ガ極緩デアツテ卽針金ノ張力ハ何處デモ殆ンド H ニ等シイ故各部ノ應力ヲ均一ト見テ之ヲ σ トスレバ

$$h=\frac{\gamma}{2}\frac{l^2}{\sigma}.$$

但 γ ハ針金單位容積ノ重サデアル.

次ニ弧ノ長サハ

$$s=\int_0^x\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

之ハ近似的ニ次ノ樣ニナル.

$$s=x\left(1+\frac{2}{3}\frac{y^2}{x^2}\right).$$

之ニ $x=l,\ y=h$ トオイテ

$$\widehat{OA}=\widehat{OB}=l\left(1+\frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right).$$

偖溫度ノ變化ニ對シテ距離 $2l$ ハ無關係トシ單ニ針金ノ長サガ伸縮スルモノト見ヤウ. 最初撓ミガ h_0 ナリシニ溫度ガ $(t-t_0)$ ナル變化ヲナシ之ガタメニ針金ノ單位ノ長サハ $\alpha(t-t_0)$ ナル伸ビヲ生ズル. 但 α ハ線膨脹係數デアル. 此伸ビノタメニ針金ノ應力ハ $(\sigma-\sigma_0)$ ナル變化ヲ起シ從テ $\frac{1}{E}(\sigma-\sigma_0)$ ナル伸ビヲ伴フベキ故溫度ノ變化ハ直接及間接ノ影響ヲ起シ從テ變化後ノ弧ノ長サハ次ノ樣ニナル.

$$l\left(1+\frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right)=l\left(1+\frac{2}{3}\frac{h_0^2}{l^2}\right)\left(1+\alpha\,t-t_0)\right)\left(1+\frac{1}{E}(\sigma-\sigma_0)\right)$$

$$=\sim l\left(1+\frac{2}{3}\frac{h_0^2}{l^2}+\alpha(t-t_0)+\frac{1}{E}(\sigma-\sigma_0)\right).$$

此式ニ於テ

$$h=\frac{\gamma}{2}\frac{l^2}{\sigma},\qquad h_0=\frac{\gamma}{2}\frac{l^2}{\sigma_0}$$

トオク. 蓋シ γ ノ變化ハ其影響比較的小ナル故之ヲ省ミナイ事ニスル. 然ル時ハ

$$\frac{\gamma^2 l^2}{6\sigma^2}=\frac{\gamma^2 l^2}{6\sigma_0^2}+\alpha(t-t_0)+\frac{1}{E}(\sigma-\sigma_0),$$

或ハ

$$\frac{\sigma^3}{E}+\sigma^2\left(\frac{\gamma^2 l^2}{6\sigma_0^2}+\alpha(t-t_0)-\frac{\sigma_0}{E}\right)-\frac{\gamma^2 l^2}{6}=0.$$

此方程式ヲ σ ニ對シテ解ケバ變化後ノ應力ヲ計算スルコトガ出來ル.

上ノ方程式中ノアル量ノ影響ヲ見ルタメ次ノ樣ナ特別ノ場合ヲ考ヘヤウ. 即先ヅ針金ノ重量ヲ省略シテ γ ヲ零トスレバ

$$\sigma-\sigma_0=-E\alpha(t-t_0).$$

之ハ針金ヲ眞直ニ引張リタル時ノ計算デ溫度ノ上昇 $(t>t_0)$ ハ應力ノ低下 $(\sigma<\sigma_0)$ ヲ來スコトハ勿論デアルガ應力變化ノ大サハ E ガ小ナル程小デアル.

又他ノ特別ノ場合トシテ $E=\infty$ ト假定シヤウ. 此時ニハ

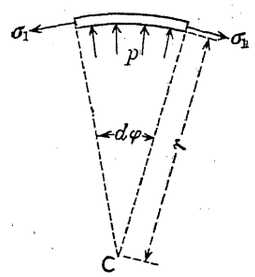
$$\frac{\gamma^2 l^2}{6\sigma_0^2}\left(\frac{\sigma_0^2}{\sigma^2}-1\right)=\alpha(t-t_0).$$

即或ル溫度ノ變化ニ對シテ距離 l ガ大ナル程左邊ノ括弧內ハ小デアル. 換言スレバ σ ガ σ_0 ニ近ク即應力ノ變化ガ小ナルコトガ判ル.

例題 3. 內徑 $2r$ ニシテ肉ノ厚サ h ノ薄イ圓筒內ニ流體ノ壓力 p ガ作用スル時周壁ノ受ケル應力ヲ計算スルコト.

圓筒ノ問題ハ一見本章ノ範圍外ノ樣デアルガ特ニ周壁ノ厚サ薄イ時ハ其計算簡單ナレバ此處ニ說明スルヲ便トスル. 夫レ故以下ノ計算ハ壓力ノ餘リ高クナイ筒壁ニ之ヲ用ヰルコトガ出來ルケレドモ高イ壓力ヲ受ケル筒壁ニハ當嵌ラナイ. 斯ル厚イ圓筒ノ計算ハ XX章ニ述ベル積リデアル.

先ヅ壁ノ變形ガ筒軸ノ方向ニ沿ヒテ各部一樣デアルト假定シヤウ. 偖筒壁中ニ於ケル任意ノ一點ヲ取リ圓周ヘノ切線,筒軸ニ平行ナル直線及半徑ノ三方向ヲ取リテ之等ノ方向ニ作用スル應力中最後ノモノハ其値小ナルタメ之ヲ捨テ前ノ二ツノミヲ考ヘル. 假定ニヨリテ肉ガ薄イ時ハ切線ノ方向ノ應力ハ壁中ノ各點デ不變ト考ヘテ差支ヘナク又筒軸ノ方向ノ應力ハ橫斷面中ニ於テ一樣ト見做サレル.



27 圖

先ヅ切線ノ方向ノ應力ヲ計算スル爲ニ圓筒軸ノ方向ノ長サ 1cm デ中心角 $d\varphi$ ヲ有ツ小圓弧ヲ切リ取レバ此部分ニ作用スル力ノ平衡カラ求メル應力ノ計算ヲナスコトガ出來ル. 27圖. 卽切リ離サレタ小部分ニ作用スル力トシテハ流體ノ壓力 p ニ依ル力ト縱橫ノ斷面ニ働ク應力トデアルガ此中橫斷面ニ働ク筒軸ノ方向ノ力ハ兩方互ニ平衡シテ只今ノ場合ニ用ヲナサヌ. ソレデ半徑ノ方向ノ力ノ平衡ヲ考ヘルニ圓弧 $rd\varphi$ 上ノ壓力 p ノ爲ノ力ハ $prd\varphi$ ニ等シク又斷面積 h ニ作用スル應力 σ_1 ノ分力ハ各 $\sigma_1 h\frac{d\varphi}{2}$ ニ等シイ. 而シテ之等ノ力ハ互ニ相反向スル故

$$\sigma_1 h = pr$$

卽

$$\sigma_1 = \frac{pr}{h}.$$

之ガ所要ノ應力デアル.

次ニ筒軸ノ方向ノ應力ヲ求メルタメニハ圓筒ノ一橫斷面ヲ作リテ筒端ノ蓋ニ作用スル引張ノ力 $\pi r^2 p$ ト斷面積 $2\pi rh$ ニ作用スル應力 σ_2 ノ力トヲ互ニ相等シクオイテ

$$2\pi rh\sigma_2 = \pi r^2 p$$

卽

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2h}.$$

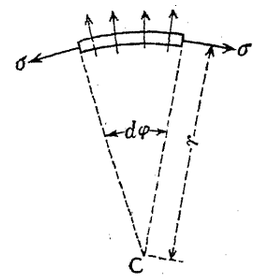
之ヲ前ノ σ_1 ニ比ベレバ其値丁度二分ノ一ニ當ル.

以上ノ計算ニ於テ板ハ無疵ノ者ト假定シタケレドモ若シ鋲接手ヲ用ヰレバ鋲ノ孔ノタメニ斷面積ガ縮小サレル計リデナク斷面上ニ應力ガ一樣ニ配布サレズシテ孔ノ附近ニ高マルノデアル.

例題 4. 薄肉圓輪ガ廻轉スル時其質量ニ作用スル遠心力ノタメ圓周ニ切線ノ方向ニ生ズル應力ヲ計算スルコト.

廻轉ノ角速度ヲ ω, 單位容積ノ重量ヲ γ, 重力ノ加速度ヲ g トスレバ 28 圖ニ示ス如キ紙面ニ直角ニ測ラレタ長サ 1cm ノ圓輪ノ一小部分(容積ハ

$hrd\varphi$) ニ作用スル遠心力ハ $\frac{\gamma}{g}hr^2\omega^2 d\varphi$ ニ等シイ. 但 r ハ圓輪ノ平均半徑, h ハ肉ノ厚サデアル. 尙此外圓周上ニ作用スル力アレバ之ヲ其表面(面積 $rd\varphi$) ニ一樣ニ散布サレタ者ト見做シ密度ヲ c ニテ表ス. 從テ考ヘツツアル微小部分ニ作用スル半徑方向ノ力ハ $\frac{\gamma}{g}hr^2\omega^2 d\varphi + crd\varphi$ トナル. 之ガ圓周方向ニ作用スル應力ノ半徑方向ノ合力卽 $\sigma hd\varphi$ ト相平衡スル故



28 圖

$$\frac{\gamma}{g}\omega^2 r^2 h + cr = \sigma h,$$

卽

$$\sigma = \frac{\gamma}{g}\omega^2 r^2 + c\frac{r}{h}.$$

$v = \omega r$ トオケバ

$$\sigma = \frac{\gamma}{g}v^2 + c\frac{r}{h}.$$

故ニ廻轉スル圓輪ノ質量ニ基ク應力 $\frac{\gamma}{g}v^2$ ハ周壁ノ線速度 v ニ依テ定マリ卽應力ヲ或ル限度ニ保ツタメニハ自然 v ノ最大値ヲ制限スル必要ガアル. 例ヘバ材料ヲ鋼トシテ $c=0$, $\gamma = 7.85\times10^{-3}\,kg/cm^3$, $\sigma = 250\,kg/cm^2$ ト假定スレバ $v = 56\,m/sec.$

例題 5. 引張試驗ノ結果ヨリ先ヅ一定量ノ荷重ニ相當スル試驗片ノ伸長ヲ定メ次ニ彈性係數ノ値ヲ算出スルコト.

斯ル問題ニ答ヘルタメニ簡便ナル方法ハ荷重及變形ヲ座標トスル點ヲ圖ニ記シテ之等ノ點ニ最モ接近スル直線ヲ引キ其傾斜ニヨリテ例ヘバ 1000 kg ニ對スル伸長ヲ見出スノデアル. 作圖宜シキヲ得レバ其結果ハ誤差少クシテ適切ナル數値ガ見出サレル. 併シ又作圖ヲ用ヰズニ最少二乘法ニヨリテ計算スルコトモ便利デアルカラ此方法ヲ下ニ說明シヤウ.

一定ノ荷重ニ相當スル試驗片ノ伸長ヲ x トスレバ荷重ガ其一定量ノ

a_1 倍又ハ a_2 倍トナルニ從テ伸長ハ a_1x, a_2x トナルベキ理デアル. 故ニ伸長ノ讀ミヲ $b_1, b_2, \cdots$ トシテ實驗ノ結果ヲ式ニ表セバ次ノ樣ニナル.

$$a_1x = b_1, \quad a_2x = b_2, \quad a_3x = b_3, \quad \cdots.$$

之等ノ結果ヨリ最モ信賴スベキ x ノ値ヲ求メレバ次ノ式ノ樣デアル.

$$x = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \cdots}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots}.$$

例ヘバ荷重ガ一定量ノ整數倍トシテ進ム時ハ

$$x = \frac{b_1 + 2b_2 + 3b_3 + \cdots}{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots}.$$

直徑 20.00 mm デ測定距離 200 mm ノ珪素鋼ニ就テ行ツタ實驗ノ結果ヲ示セバ

荷重 (kg)	彈性伸長(10^{-4} mm)	荷重 (kg)	彈性伸長(10^{-4} mm)
500	151	3500	1059
1000	300	4000	1209
1500	454	4500	1357
2000	600	5000	1510
2500	752	5500	1659
3000	903		

500 kg ニ對スル伸長 (10^{-4} mm) ヲ x トシテ其最モ確カラシイ値ヲ求メレバ

$$x = \frac{151 + 2\times300 + \cdots + 11\times1659}{1^2 + 2^2 + \cdots + 11^2} = \frac{76\,338}{506} = 150.9.$$

次ニ此結果ヨリ E ヲ見出スタメニハ次ノ計算ヲナス.

$$E = \frac{500 \times 20 \times 10^4}{3.14 \times 15.09} = 2\,109\,000\ kg/cm^2.$$

實驗ノ結果カラ或ル數値ヲ計算スル時ニ注意スベキハ如何程迄精密ニ數ヲ算出スレバ宜シイカデアル. 先ヅ荷重ノ誤差ハ試驗機ニヨリテ種々デアラウガ上ノ實驗ニ用ヰタ試驗機ニ於テ假リニ之ヲ 0.4 ± 0.02 %

ト見ヤウ. 次ニ丸イ試驗片ノ斷面積ヲ出スタメニ其直徑ヲマイクロメーターデ測レバ 10^{-2} mm 迄確ニ讀ミウル故誤差ハ $\pm 0.5\times10^{-2}$ mm 以下デアル. 若シ直徑ガ 20 mm ナラバ面積ノ誤差ハ ± 0.05 % ト取ルコトガ出來ル. 伸長ノ測定ニ於ケル誤差ハ伸長計ニヨリテ一定シナイケレドモ只今ノ場合ニ於テハ 0.3 ± 0.1 % ト假定シヤウ. 尙又試驗片ノ測定距離ハ 200 mm ニ對シテ恐ラク 0.05 mm 位ノ差ヲ生ズルモノトシテ之ガ約 ± 0.03 % トナル. 斯ル誤差ニ基イテ彈性係數ノ値ニ生ジウベキ最大ノ誤差ヲ求メレバ $E = \frac{Pl}{f\lambda}$ ナル故

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta f}{f} - \frac{\Delta \lambda}{\lambda}.$$

正負兩符號ヲ有スル誤差ハ獨立シテ起リウベキ故之等ガ重複シテ ΔE ヲ最大トスル樣ニ符號ヲ選ベバ

$$\%\frac{\Delta E}{E} = 0.4 - 0.3 \pm (0.02 + 0.03 + 0.05 + 0.1) = 0.1 \pm 0.2\ \%.$$

併シ之ハ上ノ假定ニ基イタ最大ノ誤差デアル. 誤差ヲ分ケテ二種トシ卽常ニ略ボ一定ナルモノト每回變化スル不定ノモノトニスレバ上ノ諸量中 $\frac{\Delta P}{P}$ ハ試驗機ノ誤差ノタメ大部分不變性デアル. 又 Martens 式鏡裝置ニ對シテ(14)式ヲ用ヰレバ $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ ハ理論上當然ナル誤差ヲ含ム. 其他 $\frac{\Delta l}{l}$ 及 $\frac{\Delta f}{f}$ ニ就テ夫レ夫レ誤差ノ性質ヲ調ベ凡テ常數ノ誤差ヲ引キ去レバ結果ガ夫レ丈ケ良クナル譯デアツテ上ノ例デハ最大誤差ガ ±0.2 % トナル.

工業上普通ノ計算デハ此手數ヲ省クケレドモ若シ不變ノ誤差ガ除カレタト假定スレバ殘ル不定ノ誤差ハ多クノ實驗中夫レ夫レノ限界値ノ範圍內ニ於テ正トモナリ又ハ負トモナリテ E ノ誤差ハ素ヨリ上ノ最大誤差以下デアル. 併シ上ニ述ベタ處ヨリ判ル樣ニ千分ノ一程度ノ數字ニハ多少ノ疑ヲオクヲ適當トスベキ故前ニ計算シタ E ノ値ノ最後ノ有効數字卽千位ノ數字ハ甚ダ確カトハ言ヘナイ.