

第三編

機械的作表法に依る

高層架構の解法

I. 理論と應用の範圍

著者の提案になる架構の一解法として機械的作表法 (Mechanical Tabulation Method) なるものがある。此方法の原理は前述の撓角撓度法と同じもので著者は此原理の應用として未知撓角撓度の φ 及 μ を求むべき平衡方程式を基本表式と考へ未知量と同數なる聯立方程式の表示をして一定の規則あらしめた。

従つて其理論は全く撓角撓度法と同一であるが唯此方法の異なる所は撓角撓度法に於て常に基本表式(61)より出發せるものを更に一步進めて全數の所要平衡方程式を機械的に表示するものを基本にとり計算の出發點を進め且つ整然たる規則の下に之れが表示を導いたことに此解法の特色は存する。

従つて此解法によつて得らるゝ結果は撓角撓度法に依つて求めらるゝ正確度と同程度のものであり且つ又其應用も建築架構に對しては範圍廣いも

のである。

何んとなれば建築架構は多くの場合矩形架構の集合と考へられるからである。

此方法に於ては任意の垂直荷重と一側の接合點に集中する單荷重を考へて平衡方程式が導いてある。各部材の斷面は其部材の全長に亘つては一定斷面であるが隣接する他部材のそれとは相異なるものである。又同一の階に於ける柱は同長であるが各階毎に高さは異なるものを使用してあるから應用の途は廣い。又各徑間も異なる長さのものであるから一般な場合を取扱つたものである。但し本書の中には同一水平面上に其基礎地盤をもつものを取扱つてある。従つて異高の地盤上に立つものに対しては Table 14 及 Table 16 の如くそれ丈の考慮をもつ必要がある。

II. 記號配置上の新考察と

平衡方程式表示上の性質

1. 記號配置に關する規則と記號の意味

注意深き讀者は Table 14 より Table 19 に至る多くの表示法に對し方程式の配列法如何によつては未知量の係數間に規則的な關係が存在して居るのに氣付かれたであらう。其關係こそ著者の提案す

る方法に従つて豫め導き讀者の爲に用意し準備したものである。試みに先づ Table 15 を見返へしてみる。

方程式番號(1)より得らるゝ平衡方程式は

$$\varphi_1(\rho_1) + \varphi_2(\xi_1) + \varphi_6(\xi_1') + \mu_1(-3\xi_2) + \mu_2(-3\xi_1') = p_{12}$$

であり此方程式は接合點 1 に對して其モーメントの平衡條件から得られたものである。

方程式番號(2)より得らるゝものは

$$\varphi_1(\xi_1) + \varphi_2(\rho_2) + \varphi_3(\xi_2) + \varphi_6(\xi_2') + \mu_1(-3\xi_{II}) + \mu_2(-3\xi_2') = p_{23} - p_{21}$$

であり此方程式は接合點 2 に對する平衡條件より得られたものである。

即ち(1)より(6)に至る方程式の番號は其番號と同數字の接合點に於ける平衡方程式を與へるものである。

同様に方程式番號(7)より

$$\varphi_1(\xi_I) + \varphi_2(\xi_{II}) + \varphi_3(\xi_{III}) + \mu_1(-X_1) = 0$$

が得られる。此方程式は X の suffix が示す如く第一階目の階全體としての平衡條件が與へたものである。同様に方程式番號(8)から得られる式は第二階目の階全體としての平衡條件が與へたものである。

是等の方程式は Table 15 に示した様な順序に配

列されて初めて ξ も ρ も X も順序整然たる配列關係をもつものであるが若し此表に於て(1)と(4)とを入れ換へ(3)と(6)とを入れ換へて配列したならば此表は聯立方程式の未知量の係數を單に配列したといふに過ぎないもので恐らくは雜然たる不規則な表示に了るであらう。

然らば Table 15 をして興味ある對照的配列を爲さしめるものは何處にあるか。之は接合點の番號の配置をして Fig. 55 (a) の如くせしめ各部材の ξ を Fig. 55 (a), (b) に示す如く考へたことに原因する。

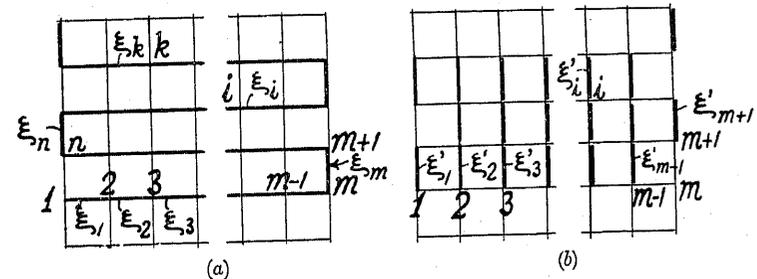


Fig. 55.

更に詳しく述べるならば接合點の命名順序は一階目の頂上に於て左方より順次右方に向つて自然數の番號を追ひ其右端に及ぶに至つて二階目の頂上に移り左行して左端に到り追つて斯くの如くして斷絶することなき連續性の折線狀に其番號を追ふのである。又 ξ は上述の方向に於て常に其部材が初まる接合點の番號を ξ の suffix として附加す

る。

又柱の ξ に對しては其柱が立つと考へられる接合點の番號を suffix に付け且つ“dash”を肩につける。併し上述の連續折線上にある柱は此“dash”をつけないものとする。

既に前述せるところであるが記號の表はす意味を再録すれば ξ は部材斷面の慣性モーメントを其部材の長さで除したもので ρ は其 suffix の示す接合點に集る ξ の總和の二倍である。又 X は其 suffix の示す階の柱全體の ξ の總和の二倍である p は C を $2E$ で除したもので q は其 suffix の示す階の Top に於ける全剪力に其階の柱の高さを乘じ之れを $6E$ にて除したものである。是等は何れも Tables 15, 16, 17, 18, 19 等に述べたところである。

2. 平衡方程式の表示上の性質と表式の確實性

平衡方程式の表示上の性質を説明する爲めに Table 15 を再び見ることにする。此表中“ ρ 線”は正方形の對角線として左上端より右下端に進んで居る。而して其終端は“ X 線”の原點に接し“ ρ 線”の兩側をはさんで“ ξ 線”が“ ρ 線”と共に自然數の順序に配列されて居る。此の對角線と直角に“ ξ 線”が右上端と左下端から正方形の中心に向つて配列し第二の對角線を作つて居る。而して右上

端より下向する“ ξ 線”中の ξ は其同列の ξ と suffix の番號を同じくし左下端より上向する“ ξ 線”中の ξ は其同行の ξ と suffix の番號を同じうして居る。此關係は此表製作に對し大切な性質をなすものである。

Table 15 に於て方程式(7)は $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ の係數即ち一階目の頂上にある一切の接合點の φ の係數として第一階目の柱の ξ をもつものである。方程式(8)は一階目及二階目の頂上に於ける φ の係數として“ ξ 線”の水平投影値を持つもので此兩式は容易に書くことが出来る。此兩式の係數に“-3”を乘じたものが μ_1 及 μ_2 の行に位置することも著しき性質の一つである。特に μ_2 の行に位する係數は“ ξ 線”の垂直投影値に“-3”を乘じたものとも考へられ“ ρ 線”並に“ ξ 線”を對照軸として方程式(8)と興味ある關係をもつて居る。又方程式の右邊に對しては p の suffix の指數番號を追うて Zigzag の線

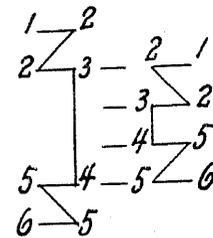


Fig. 56.

を作る時 Fig. 56 に示す如き規則的な關係あるを見ることが出来る。

此表は二層二徑間の固定脚矩形架構が任意の垂直荷重をもつ場合のものであつて此架構の脚

聯立方程式の解法は“Determinant”によつては冗長を極める。消去法を以て行ふのが良策である而して此消去法も表示せる方程式の左邊第一項の未知量の係数を“+1”ならしめて減法により未知量の一つ宛減じて行くのが良法である。此計算は“計算の實例”に示してあるから参考せられたい。又此消去法よりも繰返試索法は更に便である。後節を参考せられたい。

III. 高層多徑間の矩形 建築架構への應用

1. 非對照的條件に於ける架構

a. 三層六徑間の固定脚矩形架構

Fig. 63 に示す固定脚矩形架構は各部材の斷面を異にし任意の垂直荷重と水平單荷重をもつものとする。但し水平荷重は架構の一侧に水平に且つ接合點にのみ集中してかゝるものとする。

此場合に對し前述の Mechanical Tabulation Method は次に示す Table 20 を與へる。若し荷重條件に於て水平荷重存在せざる場合には此 Table に於て $q=0$ と置けばよいのである。

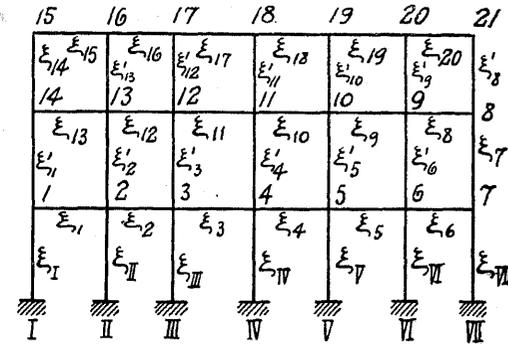


Fig. 63

b. 三層六徑間の鉸脚矩形架構

Fig. 64 に示す鉸脚矩形架構は各部材の斷面を異にし任意の垂直荷重と水平荷重をもつものとする。但し水平荷重は架構の一侧に於て各接合點に集中して働くものとする*。

此場合に對し前述の Mechanical Tabulation Method は次に示す Table 21 を與へる。若し荷重條件に於て水平荷重存在せざる場合には此 Table に於て $q=0$ と置けばよいのである。此 Table 21 を Table 20 と比較すれば固定脚の場合と鉸脚の場合との相異を明に知ることが出来る。

* 但し以下此方法に於て特に明記せざる限り此水平荷重は架構の左側に於て各接合點に集中して右向きにかゝるものとする。

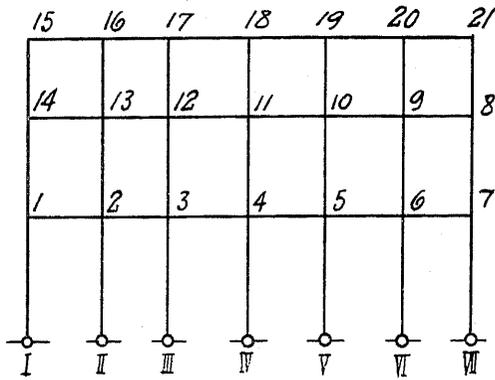


Fig. 64

c. 五層二徑間の固定脚矩形
架構

Fig. 65 に示す固定脚矩形架構は各部材の断面を異にし任意の垂直荷重と水平荷重をもつものとする。但し水平荷重は架構の左側に於て各接合點に集中して右向きに働くものとする。

此場合に於て前述の Mechanical Tabulation Method は次に示す Table 22 を與へる。

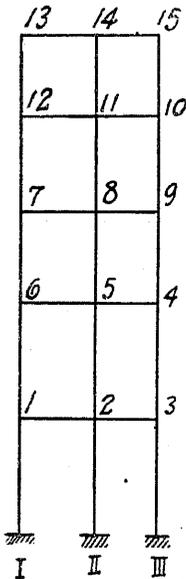


Fig. 65

若し水平荷重を考へず單に垂

直荷重のみを考ふる場合には此 Table に於て $q=0$ と置く。

Table 20

方程式番號	方程式左邊																					方程式右邊									
	未知量 φ の係數																					未知量 μ の係數			垂直荷重	水平荷重					
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}	φ_{17}	φ_{18}	φ_{19}	φ_{20}	φ_{21}	μ_1	μ_2	μ_3							
1	ρ_1	ξ_1												ξ'_1									$-3\xi'_1$	$-3\xi'_1$		P_{12}					
2	ξ_1	ρ_2	ξ_2										ξ'_2											$-3\xi'_{II}$	$-3\xi'_2$		$P_{23} - P_{21}$				
3		ξ_2	ρ_3	ξ_3									ξ'_3											$-3\xi'_{III}$	$-3\xi'_3$		$P_{34} - P_{32}$				
4			ξ_3	ρ_4	ξ_4								ξ'_4											$-3\xi'_{IV}$	$-3\xi'_4$		$P_{45} - P_{43}$				
5				ξ_4	ρ_5	ξ_5							ξ'_5											$-3\xi'_V$	$-3\xi'_5$		$P_{56} - P_{54}$				
6					ξ_5	ρ_6	ξ_6						ξ'_6											$-3\xi'_{VI}$	$-3\xi'_6$		$P_{67} - P_{65}$				
7						ξ_6	ρ_7	ξ_7																$-3\xi'_{VII}$	$-3\xi'_7$		$-P_{76}$				
8							ξ_7	ρ_8	ξ_8																	$-3\xi'_8$	$-3\xi'_8$	$-P_{89}$			
9						ξ_6'		ξ_8	ρ_9	ξ_9																$-3\xi'_6$	$-3\xi'_9$	$P_{98} - P_{9,10}$			
10					ξ_5'			ξ_9	ρ_{10}	ξ_{10}																$-3\xi'_5$	$-3\xi'_{10}$	$P_{10,9} - P_{10,11}$			
11				ξ_4'					ξ_{10}	ρ_{11}	ξ_{11}															$-3\xi'_4$	$-3\xi'_{11}$	$P_{11,10} - P_{11,12}$			
12			ξ_3'							ξ_{11}	ρ_{12}	ξ_{12}														$-3\xi'_3$	$-3\xi'_{12}$	$P_{12,11} - P_{12,13}$			
13		ξ_2'									ξ_{12}	ρ_{13}	ξ_{13}													$-3\xi'_2$	$-3\xi'_{13}$	$P_{13,12} - P_{13,14}$			
14	ξ_1'												ξ_{13}	ρ_{14}	ξ_{14}											$-3\xi'_1$	$-3\xi'_{14}$	$P_{14,13}$			
15														ξ_{14}	ρ_{15}	ξ_{15}												$-3\xi'_{14}$	$P_{15,16}$		
16													ξ_{13}		ξ_{15}	ρ_{16}	ξ_{16}											$-3\xi'_{13}$	$P_{16,17} - P_{16,15}$		
17												ξ_{12}			ξ_{16}	ρ_{17}	ξ_{17}											$-3\xi'_{12}$	$P_{17,18} - P_{17,16}$		
18											ξ_{11}					ξ_{17}	ρ_{18}	ξ_{18}										$-3\xi'_{11}$	$P_{18,19} - P_{18,17}$		
19										ξ_{10}						ξ_{18}	ρ_{19}	ξ_{19}										$-3\xi'_{10}$	$P_{19,20} - P_{19,18}$		
20									ξ_9'								ξ_{19}	ρ_{20}	ξ_{20}									$-3\xi'_9$	$P_{20,21} - P_{20,19}$		
21								ξ_8'											ξ_{20}	ρ_{21}								$-3\xi'_8$	$-P_{21,20}$		
22	ξ_I	ξ_{II}	ξ_{III}	ξ_{IV}	ξ_V	ξ_{VI}	ξ_{VII}																			$-X_1$			$-q_1$		
23	ξ'_1	ξ'_2	ξ'_3	ξ'_4	ξ'_5	ξ'_6	ξ'_7	ξ_7	ξ_8	ξ_5	ξ_4	ξ_3	ξ_2	ξ_1													$-X_2$			$-q_2$	
24								ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{14}	ξ_{13}	ξ_{12}	ξ_{11}	ξ_{10}	ξ_9	ξ_8						$-X_3$			$-q_3$	

Table 23

方程式番號	方 程 式 左 邊																			方 程 式 右 邊				
	未 知 量 φ の 係 數															未 知 量 μ の 係 數					垂 直 荷 重	水 平 荷 重		
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5				
1	ρ'_1	ξ_1				ξ'_1										$-1,5\xi_I$	$-3\xi'_1$				P_{12}			
2	ξ_1	ρ'_2	ξ_2		ξ'_2											$-1,5\xi_{II}$	$-3\xi'_2$				P_{23}	$-P_{21}$		
3		ξ_2	ρ'_3	ξ_3												$-1,5\xi_{III}$	$-3\xi_3$	-				$-P_{32}$		
4			ξ_3	ρ_4	ξ_4				ξ'_4								$-3\xi_3$	$-3\xi'_4$				$-P_{45}$		
5		ξ'_2		ξ_4	ρ_5	ξ_5		ξ'_5									$-3\xi'_2$	$-3\xi'_5$				P_{54}	$-P_{56}$	
6	ξ'_1				ξ_5	ρ_6	ξ_6										$-3\xi'_1$	$-3\xi_6$					P_{65}	
7					ξ_6	ρ_7	ξ_7				ξ'_7							$-3\xi_6$	$-3\xi'_7$				P_{78}	
8					ξ'_5		ξ_7	ρ_8	ξ_8		ξ'_8							$-3\xi'_5$	$-3\xi'_8$				P_{89}	$-P_{87}$
9				ξ'_4				ξ_8	ρ_9	ξ_9								$-3\xi'_4$	$-3\xi_9$				$-P_{98}$	
10								ξ_9	ρ_{10}	ξ_{10}				ξ'_{10}					$-3\xi_9$	$-3\xi'_{10}$			$-P_{10,11}$	
11							ξ'_8		ξ_{10}	ρ_{11}	ξ_{11}			ξ'_{11}					$-3\xi'_8$	$-3\xi'_{11}$			$P_{11,10}$	$-P_{11,12}$
12							ξ'_7			ξ_{11}	ρ_{12}	ξ_{12}							$-3\xi'_7$	$-3\xi_{12}$			$P_{12,11}$	
13											ξ_{12}	ρ_{13}	ξ_{13}								$-3\xi_{12}$		$P_{13,14}$	
14										ξ'_{11}		ξ_{13}	ρ_{14}	ξ_{14}							$-3\xi'_{11}$		$P_{14,15}$	$-P_{14,13}$
15									ξ'_{10}				ξ_{14}	ρ_{15}							$-3\xi'_{10}$		$-P_{15,14}$	
16	ξ_I	ξ_{II}	ξ_{III}														$-\frac{X_1}{2}$						$-2q_1$	
17	ξ'_1	ξ'_2	ξ_3	ξ_3	ξ'_2	ξ'_1												$-X_2$					$-q_2$	
18				ξ'_4	ξ'_5	ξ_6	ξ_6	ξ'_5	ξ'_4										$-X_3$				$-q_3$	
19							ξ'_7	ξ'_8	ξ_9	ξ_9	ξ'_8	ξ'_7								$-X_4$			$-q_4$	
20										ξ'_{10}	ξ'_{11}	ξ_{12}	ξ_{12}	ξ'_{11}	ξ'_{10}						$-X_5$		$-q_5$	

d. 五層二徑間の鉸脚矩形架構

Fig. 66 に示す鉸脚矩形架構は各部材の断面を異

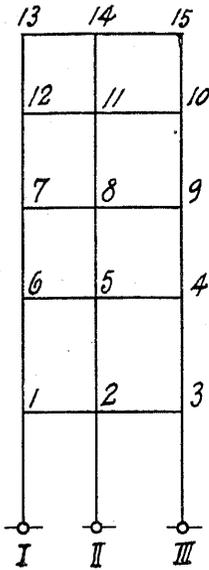


Fig. 66

にし任意の垂直荷重と水平荷重とに作用せらるゝものとする。

但し水平荷重は架構の左側に於て各接合點に集中して右向きに働くものと考へる

此場合に於て吾々の Mechanical Tabulation Method は次の Table 23 を與へる。

若し水平荷重を考へざる場合には此 Table に於て $q=0$ と置く。

此表示に於て固定脚と鉸脚との差異は Table 22 と Table 23 と

を比較對照すれば分明する。

2. 對照的條件に於ける架構

a. 五層八徑間の對照的固定脚架構(Table 24)

Fig. 67 に示す固定脚矩形架構が其中心線に對し對照的な構造と垂

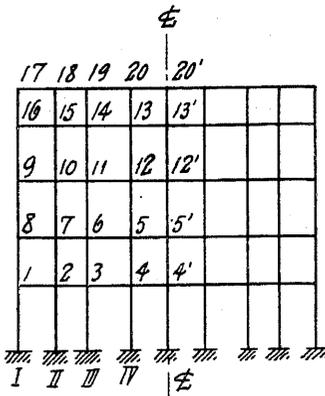


Fig. 67

直荷重とをもつものとし中心線に對し左半分に就て前述の Mechanical Tabulation Method を施す。

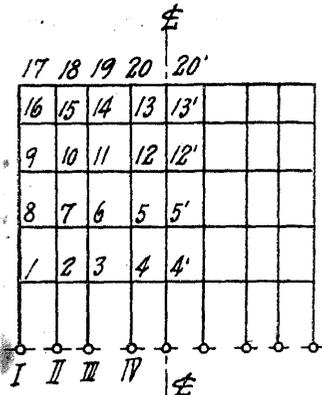


Fig. 68

此場合對照的關係から接合點 4, 5, 12, 13, 20 に於ては Table 8 の $\varphi_i=0$ に相當する。而して勿論此場合 $\mu=0$ となる。

b. 五層八徑間の對照的鉸脚架構 (Table 25)

形架構が其中心線に對し對照的な構造と垂直荷重とをもつものとし中心線に對し左半分に就て前述

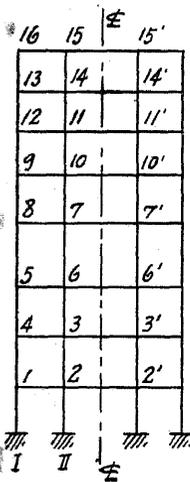


Fig. 69

の Mechanical Tabulation Method を施す。

c. 八層三徑間の對照的固定脚架構 (Table 26)

Fig. 69 に示す固定脚矩形架構が其中心線に對し對照的な構造と垂直荷重とをもつものとし中心線に對し左半分に就て前述の Mechanical Tabulation Method を施す。

但し此場合 ρ に関しては Table 8

Table 24

方程式番號	方程式左邊																				方程式右邊
	未知量 φ の係數																				
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}	φ_{17}	φ_{18}	φ_{19}	φ_{20}	
1	ρ_1	ξ_1					ξ'_1														P_{12}
2	ξ_1	ρ_2	ξ_2				ξ'_2														$P_{23} - P_{21}$
3		ξ_2	ρ_3	ξ_3			ξ'_3														$P_{34} - P_{32}$
4			ξ_3	ρ_4	ξ_4																$P_{44}' - P_{43}$
5				ξ_4	ρ_5	ξ_5						ξ'_5									$P_{55}' - P_{56}$
6			ξ'_3		ξ_5	ρ_6	ξ_6					ξ'_6									$P_{65} - P_{67}$
7		ξ'_2				ξ_6	ρ_7	ξ_7				ξ'_7									$P_{76} - P_{78}$
8	ξ'_1						ξ_7	ρ_8	ξ_8												P_{87}
9							ξ_8	ρ_9	ξ_9							ξ'_9					P_{910}
10							ξ'_7	ξ_9	ρ_{10}	ξ_{10}					ξ'_{10}						$P_{1011} - P_{109}$
11							ξ'_6		ξ_{10}	ρ_{11}	ξ_{11}			ξ'_{11}							$P_{1112} - P_{1110}$
12						ξ'_5				ξ_{11}	ρ_{12}	ξ_{12}									$P_{1212}' - P_{1211}$
13											ξ_{12}	ρ_{13}	ξ_{13}							ξ'_{13}	$P_{1313}' - P_{1314}$
14										ξ'_{11}		ξ_{13}	ρ_{14}	ξ_{14}					ξ'_{14}		$P_{1413} - P_{1415}$
15									ξ'_{10}				ξ_{14}	ρ_{15}	ξ_{15}			ξ'_{15}			$P_{1514} - P_{1516}$
16									ξ'_9					ξ_{15}	ρ_{16}	ξ_{16}					P_{1615}
17															ξ_{16}	ρ_{17}	ξ_{17}				P_{1718}
18														ξ'_{15}		ξ_{17}	ρ_{18}	ξ_{18}			$P_{1819} - P_{1817}$
19													ξ'_{14}				ξ_{18}	ρ_{19}	ξ_{19}		$P_{1920} - P_{1918}$
20												ξ'_{13}						ξ_{19}	ρ_{20}		$P_{2020}' - P_{2019}$

Table 25

方程式番號	方 程 式 左 邊																				方程式右邊
	未 知 量 φ の 係 數																				
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}	φ_{17}	φ_{18}	φ_{19}	φ_{20}	垂 直 荷 重
1	ρ'_1	ξ_1						ξ'_1													P_{12}
2	ξ_1	ρ'_2	ξ_2					ξ'_2													$P_{23} - P_{21}$
3		ξ_2	ρ'_3	ξ_3				ξ'_3													$P_{34} - P_{32}$
4			ξ_3	ρ'_4	ξ_4																$P_{44}' - P_{43}$
5				ξ_4	ρ_5	ξ_5						ξ'_5									$P_{55}' - P_{56}$
6			ξ_3		ξ_5	ρ_6	ξ_6					ξ'_6									$P_{65} - P_{67}$
7		ξ'_2				ξ_6	ρ_7	ξ_7				ξ'_7									$P_{76} - P_{78}$
8	ξ'_1						ξ_7	ρ_8	ξ_8												P_{87}
9								ξ_8	ρ_9	ξ_9										ξ'_9	$P_{9,10}$
10							ξ'_7		ξ_9	ρ_{10}	ξ_{10}				ξ'_{10}						$P_{10,11} - P_{10,9}$
11						ξ'_6				ξ_{10}	ρ_{11}	ξ_{11}			ξ'_{11}						$P_{11,12} - P_{11,10}$
12					ξ'_5						ξ_{11}	ρ_{12}	ξ_{12}								$P_{12,12}' - P_{12,11}$
13											ξ_{12}		ρ_{13}	ξ_{13}						ξ'_{13}	$P_{13,13}' - P_{13,14}$
14											ξ'_{11}		ξ_{13}	ρ_{14}	ξ_{14}				ξ'_{14}		$P_{14,15} - P_{14,15}$
15										ξ'_{10}				ξ_{14}	ρ_{15}	ξ_{15}			ξ'_{15}		$P_{15,14} - P_{15,16}$
16									ξ'_9						ξ_{15}	ρ_{16}	ξ_{16}				$P_{16,15}$
17															ξ_{16}	ρ_{17}	ξ_{17}				$P_{17,18}$
18															ξ'_{15}		ξ_{17}	ρ_{18}	ξ_{18}		$P_{18,19} - P_{18,17}$
19														ξ'_{14}			ξ_{18}	ρ_{19}	ξ_{19}		$P_{19,20} - P_{19,18}$
20												ξ'_{13}							ξ_{19}	ρ_{20}	$P_{20,20}' - P_{20,19}$

Table 26.

方程式番號	方 程 式 左 邊																方程式右邊
	未 知 量 φ の 係 數																
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}	
1	ρ_1	ξ_1		ξ_1'													P_{12}
2	ξ_1	ρ''_2	ξ_2														$P_{22}' - P_{21}$
3		ξ_2	ρ''_3	ξ_3		ξ'_3											$P_{33}' - P_{34}$
4	ξ'_1		ξ_3	ρ_4	ξ_4												P_{43}
5				ξ_4	ρ_5	ξ_5		ξ'_5									P_{56}
6			ξ'_3		ξ_5	ρ''_6	ξ_6										$P_{66}' - P_{65}$
7					ξ_6	ρ''_7	ξ_7		ξ'_7								$P_{77}' - P_{78}$
8					ξ'_5		ξ_7	ρ_8	ξ_8								P_{87}
9							ξ_8	ρ_9	ξ_9		ξ'_9						$P_{9,10}$
10							ξ'_7	ξ_9	ρ''_{10}	ξ_{10}							$P_{10,10}' - P_{10,9}$
11									ξ_{10}	ρ''_{11}	ξ_{11}		ξ'_{11}				$P_{11,11}' - P_{11,12}$
12								ξ'_9		ξ_{11}	ρ_{12}	ξ_{12}					$P_{12,11}$
13											ξ_{12}	ρ_{13}	ξ_{13}		ξ'_{13}		$P_{13,14}$
14										ξ'_{11}		ξ_{13}	ρ''_{14}	ξ_{14}			$P_{14,14}' - P_{14,13}$
15													ξ_{14}	ρ''_{15}	ξ_{15}		$P_{15,15}' - P_{15,16}$
16												ξ'_{13}		ξ_{15}	ρ_{16}		$P_{16,15}$

Table 27.

方程式番號	方程式左邊																方程式右邊
	未知量 φ の係數																
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}	垂直荷重
1	ρ'_1	ξ_1		ξ'_1													P_{12}
2	ξ_1	ρ''_2	ξ_2														$P_{22}' - P_{21}$
3		ξ_2	ρ''_3	ξ_3		ξ'_3											$P_{33}' - P_{34}$
4	ξ'_1		ξ_3	ρ_4	ξ_4												P_{43}
5				ξ_4	ρ_5	ξ_5		ξ'_5									P_{56}
6			ξ'_3		ξ_5	ρ''_6	ξ_6										$P_{66}' - P_{65}$
7					ξ_6	ρ''_7	ξ_7		ξ'_7								$P_{77}' - P_{78}$
8					ξ'_5		ξ_7	ρ_8	ξ_8								P_{87}
9							ξ_8	ρ_9	ξ_9		ξ'_9						$P_{9,10}$
10							ξ'_7	ξ_9	ρ''_{10}	ξ_{10}							$P_{10,10}' - P_{10,9}$
11									ξ_{10}	ρ''_{11}	ξ_{11}		ξ'_{11}				$P_{11,11}' - P_{11,12}$
12								ξ'_9		ξ_{11}	ρ_{12}	ξ_{12}					$P_{12,11}$
13											ξ_{12}	ρ_{13}	ξ_{13}		ξ'_{13}		$P_{13,14}$
14										ξ'_{11}		ξ_{13}	ρ''_{14}	ξ_{14}			$P_{14,14}' - P_{14,13}$
15													ξ_{14}	ρ''_{15}	ξ_{15}		$P_{15,15}' - P_{15,16}$
16												ξ'_{13}		ξ_{15}	ρ_{16}		$P_{16,15}$

に示す如き考慮を要する。

即ち此場合に於ては對照的關係から接合點 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15 に對し Table 8 の $\varphi_i = -\varphi_A$ が相當

する。而して勿論 $\mu=0$ である。

d. 八層三徑間の對照的鉸脚架構 (Table 27)

Fig. 70 に示す鉸脚矩形架構が中心線に對し對照的な構造と垂直荷重とをもつものとし中心線に對し左半分に就て前述の Mechanical Tabulation Method を施す。但し此場合 ρ に関しては Table 8 に示す如き考慮を

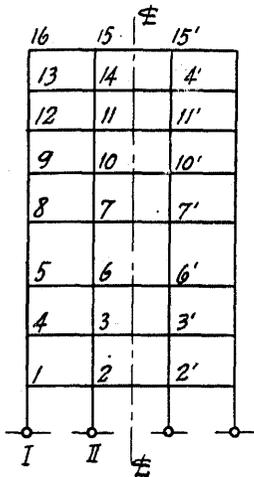


Fig. 70

要する。

IV 建築架構以外への應用

1. 記號の配置順序に関する吟味

著者が茲に提案した機械的作表法に於ては架構接合點の命名順位並に記號配置法が重要な意味をもつ様に思はれる。此方法では各接合點の角變位と各階の水平移動とが未知量として入り來るもので架構全部の接合點に番號をつけて他の接合點との區別をつけなければならない。此番號の順序を

随意に不規則的に定むれば出て来る結果にも整然たる規則は望まれないので一定点より出發して一定の規則に従つて撰點することを考へなければならぬ。

此一例として Fig. 71 に示す一架構に就て此考察に關する吟味をやつて見よう。吾々は今此撰點に對し其出發點を左下端の接合點に撰ぶこととする。此點より出發して進行する順序に一定の規則あら

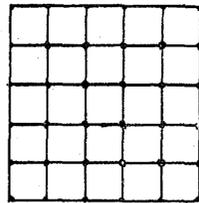


Fig. 71

しめるにも種々様々な徑路が考へられる。例へば Fig. 72 (a)(b) に示すもの或は (c), (d) に示すもの乃至は (e) より (j) に至る種々様な徑路があるが要は全部の接

合點を包含する様に連續的な徑路を撰べばよい。

是等の撰點法は荷重の性質に就て考へて見る時便なるもの或は不便なるものを生ずるので吾々が建築架構に對して撰んだ種類のものには此中 Fig. (c) のものである。而して此 (c) の形式が今のところ最も好都合の様に著者は考へて居る。

荷重が架構の周圍全體から作用するものに對しては (e) 又は (f) の形式が便である様に推せられる。

又接合點に a, b, c 等の文字を使用せずして 1, 2, 3 等の自然數の番號を用ひたことも接合點の番號

が直に平衡方程式の數を與へてくれることに對し最も便だと考へたからである。

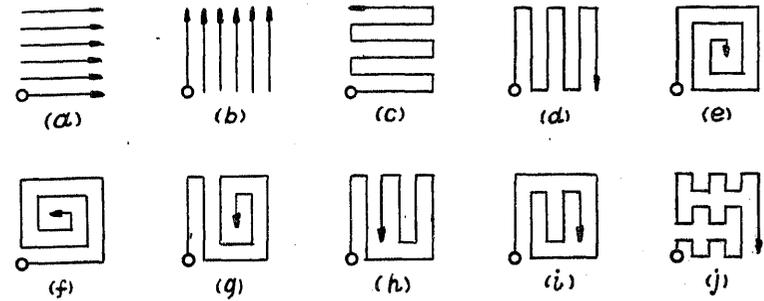


Fig. 72

即ち此考察からして各接合點は進行の方向をもつに至り此方向に因つてその番號を規則的に付け得る様になつた。又 ρ が其 suffix として其れが立つ接合點の番號をとることも解り易く便利であり且つ Table が整然たる規則をもつ上に非常に有效であつた。

又 ρ が其 suffix の示す接合點の ρ であり其點に集る ϵ の總和の二倍であるといふことも記憶に骨の折れないことである。

此 ρ には二三の變形があるがそれも此方法を充分了解すれば容易に會得せられることである。又 X に對しても其 suffix が示す階の“全柱の ϵ の總和の二倍”といふ一定したものである。 p にも q にも同様な規則的意味のあることを讀者諸君は已に

會得せられたであらう。

是等撰點順位に關する研究が若し問題を簡單にするものならば吾々は徒に撰點して規則なき計算をやるよりも更に深く此れが吟味をやつて行きたいものである。良き結果便利なる方法それ等は導くまでには多くの努力と多くの犠牲を必要とするかも知れないが一度確定すればそれは一般的であり問題の解法を簡單化する。

2. 連續桁其他への應用

a. 連續桁に關するクラペイロンの方程式

機械的作表法に於て述べた撓角 φ の係數たる ξ , ξ' , ρ 等の間に存在する整然たる規則は連續桁の支點モーメント計算に際しても成立する。蓋し連續桁に於ては撓角 φ を未知量として考へるよりも支點モーメントを未知量として直接之を求むる方が簡便である。此意味に於て Clapeyron 氏のスリー、モーメントの方程式は重要なものである。

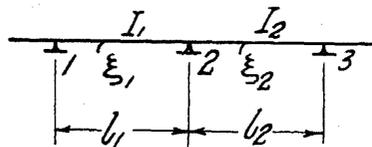


Fig. 73

今連續桁の相續く二つの徑間 1-2 及 2-3 をとり撓角撓度法により支點モーメ

ントの式を作れば次の様になる。但し支點は荷重後と雖も同一水平線上にあるものとする。

$$\begin{aligned} (a) \quad M_{12} &= 2E\xi_1\{2\varphi_1 + \varphi_2\} - C_{12} \\ (b) \quad M_{21} &= 2E\xi_1\{2\varphi_2 + \varphi_1\} + C_{21} \\ (c) \quad M_{23} &= 2E\xi_2\{2\varphi_2 + \varphi_3\} - C_{23} \\ (d) \quad M_{32} &= 2E\xi_2\{2\varphi_3 + \varphi_2\} + C_{32} \end{aligned}$$

但し $\xi_1 = \frac{I_1}{l_1}, \quad \xi_2 = \frac{I_2}{l_2}$

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ は夫々支點 1, 2, 3 に於ける彈性曲線の切線が變形の爲め水平線と成す角度である。

今(a)式より φ_1 を求め之を(b)式に入れる時は

$$(e) \quad \begin{cases} 2M_{21} - M_{12} = 6E\xi_1\varphi_2 + 2H_{21} \\ \text{茲に } H_{21} = C_{21} + \frac{C_{12}}{2} \end{cases}$$

次に(c)式より φ_3 を求め(d)式に入れば

$$(f) \quad \begin{cases} M_{32} - 2M_{23} = -6E\xi_2\varphi_2 + 2H_{23} \\ \text{茲に } H_{23} = C_{23} + \frac{C_{32}}{2} \end{cases}$$

然るに平衡條件より

$$\begin{aligned} M_{21} &= -M_{23} \\ M_{32} &= -M_{34} \end{aligned}$$

であるから (e), (f) 式の中に φ_2 を消去すれば

$$(73) \quad m_1 M_{12} + 2(m_1 + 1)M_{23} + M_{34} = -2\{m_1 H_{21} + H_{23}\}^*$$

* Analysis of Statically Indeterminate Structures by the Slope Deflection Method by W. M. Wilson, F. E. Richart and Camillo Weiss, Illinois Bulletin No. 108. P. 33.

此式は普通 Clapeyron の連続桁の方程式として知られるものゝ他形である。

若し又連続支點が同一水平線上にあらざる時は (73) 式は如何に變形せらるゝか。

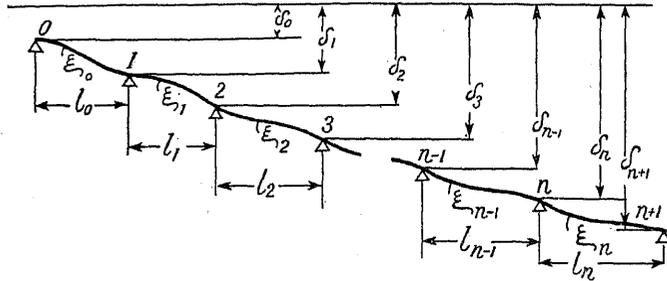


Fig. 74

今 Fig. 74 に於て相接する三支點 1, 2, 3 の間の連續桁を取り出し前同様考ふれば

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & M_{12} = 2E\xi_1\{2\varphi_1 + \varphi_2 - 3\mu_1\} - C_{12} \\
 (b) \quad & M_{21} = 2E\xi_1\{2\varphi_2 + \varphi_1 - 3\mu_1\} + C_{21} \\
 (c) \quad & M_{23} = 2E\xi_2\{2\varphi_2 + \varphi_3 - 3\mu_2\} - C_{23} \\
 (d) \quad & M_{32} = 2E\xi_2\{2\varphi_3 + \varphi_2 - 3\mu_2\} + C_{32}
 \end{aligned}$$

茲に

$$(74) \quad \begin{cases} \mu_1 = \frac{\delta_2 - \delta_1}{l_1}, \\ \mu_2 = \frac{\delta_3 - \delta_2}{l_2}. \end{cases}$$

である。

今 (a) 式より φ_1 を求め之を (b) 式に入れる時は

$$(e) \quad 2M_{21} - M_{12} = 6E\xi_1\varphi_2 + 2H_{21} - 6E\xi_1\mu_1$$

又 (c) 式より φ_3 を求め (d) 式に入れば

$$(f) \quad M_{32} - 2M_{23} = -6E\xi_2\varphi_2 + 2H_{23} + 6E\xi_2\mu_2$$

となる。是等 (e)(f) 式の間 φ_2 を消去し

$$M_{21} = -M_{23}$$

$$M_{32} = -M_{34}$$

を入れるれば次式が得られる。

$$(75) \quad \begin{cases} m_1 M_{12} + 2(m_1 + 1)M_{23} + M_{34} \\ = -2\{m_1 H_{21} + H_{23}\} + 6E\xi_2\{\mu_1 - \mu_2\} \end{cases}$$

此 (75) 式は最も一般的なスリー、モーメントの方程式である。

b. 連續桁の解法と表式

前節に於て求めた (75) 式は任意の垂直荷重と支點の沈下ある場合に應用し得るスリー、モーメントの表式であつて最も應用廣いものである。

今 Fig. 74 に示す様な連續桁の解法に (75) 式を用ふることにし $M_{01} = 0$ 及 $M_{n+1, n+2} = 0$ を考にとれば次式が得られる。

$$\begin{cases} 2(m_0 + 1)M_{12} + M_{23} \\ = -2\{m_0 H_{10} + H_{12}\} + 6E\xi_1\{\mu_0 - \mu_1\}, \\ m_1 M_{12} + 2(m_1 + 1)M_{23} + M_{34} \\ = -2\{m_1 H_{21} + H_{23}\} + 6E\xi_2\{\mu_1 - \mu_2\}, \\ m_2 M_{23} + 2(m_2 + 1)M_{34} + M_{45} \\ = -2\{m_2 H_{32} + H_{34}\} + 6E\xi_3\{\mu_2 - \mu_3\}, \end{cases}$$

$$(76) \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ m_{n-1}M_{n-1, n} + 2(m_{n-1} + 1)M_{n, n+1} \\ = -2\{m_{n-1}H_{n, n-1} + H_{n, n+1}\} + 6E\xi_n\{\mu_{n-1} - \mu_n\} \\ \text{茲に} \\ m_0 = \frac{\xi_1}{\xi_0}, \quad m_1 = \frac{\xi_2}{\xi_1} \\ \\ m_2 = \frac{\xi_3}{\xi_2}, \\ \dots\dots\dots \\ m_{n-1} = \frac{\xi_n}{\xi_{n-1}}. \end{array} \right.$$

(76) 式に於て各式の右邊第二項は連續支點の沈下の大きさに關係して定まる値であつて實際問題としては豫め此大きさを推定するか何かの方法に依つて決定しなければならない量である。

又右邊第一項は荷重の大きさに並に位置に因つて定まるものである。何れにしても右邊は總て既知のもので豫め其値を計算し得るものである。

故に今是等の既知の値を τ で表はすものとし

$$(77) \left\{ \begin{array}{l} \tau_0 = -2\{m_0 H_{10} + H_{12}\} + 6E\xi_1\{\mu_0 - \mu_1\}, \\ \tau_1 = -2\{m_1 H_{21} + H_{23}\} + 6E\xi_2\{\mu_1 - \mu_2\}, \\ \tau_2 = -2\{m_2 H_{32} + H_{34}\} + 6E\xi_3\{\mu_2 - \mu_3\}, \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \tau_{n-1} = -2\{m_{n-1}H_{n, n-1} + H_{n, n+1}\} + 6E\xi_n\{\mu_{n-1} - \mu_n\}. \end{array} \right.$$

とすれば (76) 式は次の様になる。

$$(78) \left\{ \begin{array}{l} 2(m_0 + 1)M_{12} + M_{23} = \tau_0 \\ m_1 M_{12} + 2(m_1 + 1)M_{23} + M_{34} = \tau_1 \\ m_2 M_{23} + 2(m_2 + 1)M_{34} + M_{45} = \tau_2 \\ \dots\dots\dots \\ m_{n-1}M_{n-1, n} + 2(m_{n-1} + 1)M_{n, n+1} = \tau_{n-1} \end{array} \right.$$

即ち (78) 式に於て M 以外のものは總て數で與へられる量である。

今 (78) 式を次表 (Table 28) の様に整理して表示する時は式中に存在する整然たる規則が明瞭になる。

Table 28

方程式左邊 (未知のモーメント)						方程式 右邊
M_{12}	M_{23}	M_{34}	M_{45}	\rightarrow	$M_{n-1, n}$	$M_{n, n+1}$
$2(m_0+1)$	1					τ_0
m_1	$2(m_1+1)$	1				τ_1
	m_2	$2(m_2+1)$	1			τ_2
			\searrow	\searrow		
			\searrow			
					m_{n-1}	$2(m_{n-1}+1)$
						τ_{n-1}

即ち此表は M の係数を其 M の真下に書き並べたもので (78) 式の第一式は此表の第一列から求めらる。又第二式は此表の第二列から求めらる。

故に (78) 式を一々作る代りに Table 28 を作つても同じ結果が得られる。而して此 Table 28 は機械的に $0, 1, 2, 3, \dots$ の suffix を m 並に τ に附加することに因つて作られる。

即ち先づ $M_{12}, M_{23}, M_{34}, \dots, M_{n,n+1}$ を記入し方程式右邊の行には $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}$ を記入する。又正方形の對角線に沿つて $2(m_0+1), 2(m_1+1), 2(m_2+1), \dots, 2(m_{n-1}+1)$ 及此對角線の上側に 1 下側に沿つて $m_1, m_2, m_3, \dots, m_{n-1}$ を記入すればよいのである。故に斯くの如き記號を用ふれば多くの考慮を要せずして n 個の聯立方程式は定まり之れを解いて n 個の未知量を決定することが出来る。其解法は Table 28 より Determinant によるか連続的に消去法を行ふ。併し Determinant の解法は實に冗長なもので實用にはならない。

各方程式の初項の係数を以て各々の方程式を割り初項の係数を (+1) として消去法を行ふこと前に説明した通りである。

今第一の方程式を其初項の係數で割り

$$\frac{1}{2(m_0+1)} = a_1, \quad \frac{\tau_0}{2(m_0+1)} = C_1$$

と置く。又第二の方程式を其初項の係數で割り

$$\frac{2(m_1+1)}{m_1} = b_1, \quad \frac{1}{m_1} = a_2, \quad \frac{\tau_1}{m_1} = C_2$$

と置く。又第三の方程式を其初項の係數で割り

$$\frac{2(m_2+1)}{m_2} = b_2, \quad \frac{1}{m_2} = a_3, \quad \frac{\tau_2}{m_2} = C_3$$

と置く追て斯くの如くして各方程式を變形し之れを更に前の表の様に排列する時は Table 29 が得られる。

Table 29

方程式 番號	M_{12}	M_{23}	M_{34}	M_{45}	—→	$M_{n-1, n}$	$M_{n, n+1}$	方程式 右邊
1	1	a_1						C_1
2	1	b_1	a_2					C_2
3		1	b_2	a_3				C_3
4			↘	↘	↘			
5								
$n-1$						1	b_{n-2} a_{n-1}	C_{n-1}
n							1 b_{n-1}	C_n

表中 $a_1 = \frac{1}{2(m_0+1)}, \quad b_1 = \frac{2(m_1+1)}{m_1}, \quad C_1 = \frac{\tau_0}{2(m_0+1)}$

$$a_2 = \frac{1}{m_1}, \quad b_2 = \frac{2(m_2 + 1)}{m_2}, \quad C_2 = \frac{\tau_1}{m_1}$$

$$a_3 = \frac{1}{m_2}, \quad b_3 = \frac{2(m_3 + 1)}{m_3}, \quad C_3 = \frac{\tau_2}{m_2}$$

etc.

今理解を簡明にする爲め $n=6$ なる場合に就き問題を解いて見る。即 $n=6$ とすれば Table 30 が得られる。

Table 30

方程式 番 號	M_{12}	M_{23}	M_{34}	M_{45}	M_{56}	M_{67}	方程式 右 邊
1	1	a_1					C_1
2	1	b_1	a_2				C_2
3		1	b_2	a_3			C_3
4			1	b_3	a_4		C_4
5				1	b_4	a_5	C_5
6					1	b_5	C_6

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \triangle & \triangle \end{array}$$

Table 30 に於て (1) 式より (2) 式を減すれば

$$(a_1 - b_1)M_{23} + (-a_2)M_{34} = C_1 - C_2$$

此式を $(a_1 - b_1)$ にて割る時は

$$(a) \quad M_{23} + \frac{-a_2}{a_1 - b_1} M_{34} = \frac{C_1 - C_2}{a_1 - b_1}$$

(a) 式より Table 30 の (3) 式を減すれば

$$\left\{ \frac{-a_2}{a_1 - b_1} - b_2 \right\} M_{34} + (-a_3)M_{45} = \frac{C_1 - C_2}{a_1 - b_1} - C_3$$

此式を M_{34} の係数にて割る時は

$$(b) \quad M_{34} + \frac{-a_3}{\frac{-a_2}{a_1 - b_1} - b_2} M_{45} = \frac{\frac{C_1 - C_2}{a_1 - b_1} - C_3}{\frac{-a_2}{a_1 - b_1} - b_2}$$

次に (b) 式より Table 30 (4) 式を減すれば

$$(c) \quad \left\{ \frac{-a_3}{\frac{-a_2}{a_1 - b_1} - b_2} - b_3 \right\} M_{45} + (-a_4)M_{56} = \frac{\frac{C_1 - C_2}{a_1 - b_1} - C_3}{\frac{-a_2}{a_1 - b_1} - b_2} - C_4$$

今 J を以て次の如きものを表はす

$$J_0 = 1,$$

$$J_1 = a_1 - b_1,$$

$$J_2 = -\frac{a_2}{a_1 - b_1} - b_2,$$

$$J_3 = -\frac{a_3}{\frac{-a_2}{a_1 - b_1} - b_2} - b_3,$$

$$J_4 = -\frac{a_4}{\frac{-a_3}{\frac{-a_2}{a_1 - b_1} - b_2} - b_3} - b_4,$$

即ち A の表式は次の様に之れを簡単に表はすことが出来る。

$$(79) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_0 = 1 \\ A_1 = \frac{a_1}{A_0} - b_1 \\ A_2 = -\frac{a_2}{A_1} - b_2 \\ A_3 = -\frac{a_3}{A_2} - b_3 \\ A_4 = -\frac{a_4}{A_3} - b_4 \\ \text{即ち一般に} \\ A_r = -\frac{a_r}{A_{r-1}} - b_r \end{array} \right.$$

従つて (c) 式は次の様になる。

$$(d_3) M_{45} + (-a_4) M_{56} = \frac{\frac{\frac{C_1 - C_2}{A_0} - C_3}{A_1} - C_4}{A_2}$$

或は上式を A_3 にて割れば

$$(d) \quad M_{45} + \frac{-a_4}{A_3} M_{56} = \frac{\frac{\frac{\frac{C_1 - C_2}{A_0} - C_3}{A_1} - C_4}{A_2}}{A_3}$$

(d) 式より Table 30 の (5) 式を減すれば

$$\left\{ -\frac{a_4}{A_3} \right\} M_{56} + (-a_5) M_{67}$$

$$= \frac{\frac{\frac{C_1 - C_2}{A_0} - C_3}{A_1} - C_4}{A_2} - C_5$$

此式の M_{56} の係数は A_4 であるから此係数で上式を割れば

$$(e) \quad M_{56} + \frac{-a_5}{A_4} M_{67} = \frac{\frac{\frac{\frac{C_1 - C_2}{A_0} - C_3}{A_1} - C_4}{A_2} - C_5}{A_3}$$

が得られる。

(e) 式より Table 30 の (6) 式を減じ全體を A_5 で割る時は

$$(f) \quad M_{67} = \frac{\frac{\frac{\frac{\frac{C_1 - C_2}{A_0} - C_3}{A_1} - C_4}{A_2} - C_5}{A_3} - C_6}{A_4}$$

従つて Table 30 の (6) 式より

$$(g) \quad M_{56} = C_6 - b_5 M_{67}$$

であるから (f) 式を之に入れば M_{56} が求められる。

同様にして(5)式に(f), (g)式によつて求めた M の値を入るれば M_{45} が求められる。追て斯くの如くして順次 Table 30 の方程式を下から逆に計算して行けば M_{34} , M_{23} , M_{12} は見出さる。

即ち

$$(h) \quad \begin{cases} M_{45} = C_5 - \alpha_5 M_{67} - b_4 M_{56}, \\ M_{34} = C_4 - \alpha_4 M_{56} - b_3 M_{45}, \\ M_{23} = C_3 - \alpha_3 M_{45} - b_2 M_{34}, \\ M_{12} = C_2 - \alpha_2 M_{34} - b_1 M_{23}, \\ \text{或は} \\ M_{12} = C_1 - \alpha_1 M_{23}. \end{cases}$$

注意

(h)式に示す M の値は(f)式に與へられた M_{67} のみの函数としても與へ得る。即ち之れを示せば次の様になる。此關係は又極めて規則的で興味深いものである。

今 O を以て次の如きものを表はす

$$(i) \quad \begin{cases} O_5 = 1, \quad O_5 = b_5, \\ O_4 = b_4 O_5 - \alpha_5 O_6, \\ O_3 = b_3 O_4 - \alpha_4 O_5, \\ O_2 = b_2 O_3 - \alpha_3 O_4, \\ O_1 = b_1 O_2 - \alpha_2 O_3. \end{cases}$$

又 S を以て次の如きものを表はす

$$(j) \quad \begin{cases} S_5 = 1, \quad S_4 = b_4, \\ S_3 = b_3 S_4 - \alpha_4 S_5, \\ S_2 = b_2 S_3 - \alpha_3 S_4, \\ S_1 = b_1 S_2 - \alpha_2 S_3. \end{cases}$$

斯く置く時は M の式は次式で與へられる。

$$(k) \quad \begin{cases} M_{56} = C_6 - O_5 M_{67}, \\ M_{45} = C_5 - S_4 C_6 + O_4 M_{67}, \\ M_{34} = C_4 - b_3 C_5 + S_3 C_6 - O_3 M_{67}, \\ M_{23} = C_3 - b_2 C_4 + (b_2 b_3 - \alpha_3) C_5 - S_2 C_6 + O_2 M_{67}, \\ M_{12} = C_2 - b_1 C_3 + (b_1 b_2 - \alpha_2) C_4 - \{b_1(b_2 b_3 - \alpha_3) - \alpha_2 b_3\} C_5 \\ \quad + S_1 C_6 - O_1 M_{67}. \end{cases}$$

以上述べたところは連続桁に對する機械的作表法による解法であるが Table 30 に示す種類の表式は任意数の徑間を有する單層對照架構が垂直な對照荷重を有する場合にも應用せられる。又垂直荷重と構造が對照性な二徑間又は一徑間の高層架構へも應用せられる。是等は北大紀要第一冊に於て著者が詳説したところである。

V. 計算例題

Fig. 75 に示す如き二層一徑間の鉸脚矩形架構が部材1—2及3—4上に任意垂直荷重をもち點1及4に水平單荷重をもつ場合に就て機械的作表法によ

り之を解けば次の様である。

此架構は荷重と構造とが非對照的關係にあるから接合點には水平移動が生ずる。従つて不靜定未知量を $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \mu_1, \mu_2$ とすべきである。即ち機械的作表法によつて次表が得られる。

Table A

φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	μ_1	μ_2	方程式 右邊
ρ_1'	ξ_1		ξ_1'	$-1,5\xi_I$	$-3\xi_1'$	p_{12}
ξ_1	ρ_2'	ξ_2		$-1,5\xi_{II}$	$-3\xi_2$	$-p_{21}$
	ξ_2	ρ_3	ξ_3		$-3\xi_2$	$-p_{34}$
ξ_1'		ξ_3	ρ_4		$-3\xi_1'$	p_{43}
ξ_I	ξ_{II}			$-\frac{X_1}{2}$		$-2q_1$
ξ_1'	ξ_2	ξ_2	ξ_1'		$-X_2$	$-q_2$

今此問題に於て架構の構造が對照的であつて

$$\xi_I = \xi_{II} = 80 \text{ in}^3$$

$$\xi_1' = \xi_2 = 70 \text{ in}^3$$

$$\xi_1 = 100 \text{ in}^3, \quad \xi_3 = 120 \text{ in}^3$$

とすれば

$$\rho_1' = 2(\xi_1 + \xi_1') + 1,5\xi_I$$

$$= 2(100 + 70) + 1,5(80) = 460 \text{ in}^3$$

同様に $\rho_2' = 460 \text{ in}^3$

$$\rho_3 = 2(\xi_2 + \xi_3)$$

$$= 2(70 + 120) = 380 \text{ in}^3$$

同様に $\rho_4 = 380 \text{ in}^3$

$$X_1 = 2(\xi_I + \xi_{II})$$

$$= 2(2)(80) = 320 \text{ in}^3$$

$$X_2 = 2(\xi_1' + \xi_2) = 2(2)(70) = 280 \text{ in}^3$$

即ち Table A の中に $\xi, \rho, X,$ 等の値を夫々入るれば Table B が得られる。

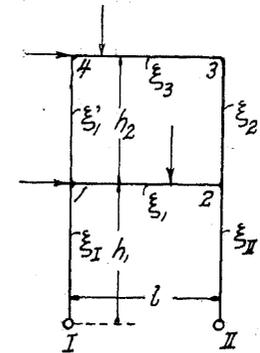


Fig. 75.

Table B.

番 號	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	μ_1	μ_2	方程式 右邊
(1)	460	100		70	-120	-210	p_{12}
(2)	100	460	70		-120	-210	$-p_{21}$
(3)		70	380	120		-210	$-p_{34}$
(4)	70		120	380		-210	p_{43}
(5)	80	80			-160		$-2q_1$
(6)	70	70	70	70		-280	$-q_2$

Table B より得られる 6 個の聯立方程式

$$\text{即ち } \varphi_1(460) + \varphi_2(100) + \varphi_3(70) - \mu_1(120) - \mu_2(210) = p_{12}$$

$$\varphi_1(100) + \varphi_2(460) + \varphi_3(70) - \mu_1(120) - \mu_2(210) = -p_{21}$$

$$\varphi_2(70) + \varphi_3(380) + \varphi_4(120) - \mu_2(210) = -p_{34}$$

$$\varphi_1(70) + \varphi_3(120) + \varphi_4(380) - \mu_2(210) = p_{43}$$

$$\varphi_1(80) + \varphi_2(80) - \mu_1(160) = -2q_1$$

$$\varphi_1(70) + \varphi_2(70) + \varphi_3(70) + \varphi_4(70) - \mu_2(280) = -q_2$$

を聯立に解きて 6 個の未知量 φ, μ を求む。

此計算法は各方程式を夫々其初項の係數で割り各方程式左邊第一項の係數を +1 ならしめる。斯くして得られた六個の方程式を (7), (8), (9), (10), (11), (12) とする。(Table C)

次に(7)式より(8)式を減じて φ_1 を消去し此の式を(13)式とする。又(8)式より(10)式を減じて φ_1 を消去し此式を(14)式とする。同様に(10)式より(11)式を減じて φ_1 を消去し此式を(15)式とし(11)式より(12)式を減じたるものを(16)式とする。

斯くの如くすることにより (13), (14), (15), (16), (9) の五方程式には φ_1 を含まず是等五個の方程式を聯立に解きて五個の未知量を決定し得る理である。

上述の消去法を φ_2, φ_3 , 等に就いて施すことにより μ_2 が最後に定まる。

是等の消去法は Table C に示す通りで此計算は計算器を廻轉して得たものであるが一般には後述の繰返試索法に依り更に簡単に求めらる。

此例題は任意垂直荷重に對するもので荷重項として p と q とを含んで居る。従つて未知量の φ, μ は p と q との函數として出て來る。

Table C.

摘要	番號	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	μ_1	μ_2	P_{12}	P_{21}	P_{34}	P_{43}	Q_1	Q_2
	(7)	+1	+0.21739130	0	+0.15217391	-0.26086956	-0.45652173	+0.002173913					
	(8)	+1	+4.6	+0.70	0	-1.20	-2.10		-0.01				
	(9)	0	+1	+5.428571434	+1.714285716	0	-3.0			-0.0142857143			
	(10)	+1	0	+1.714285716	+5.428571434	0	-3.0				+0.0142857143		
	(11)	+1	+1	0	0	-2.0	0					-0.025	
	(12)	+1	+1	+1	+1	0	-4.0						-0.0142857143
(7)-(8)	(13)		-4.38260870	-0.70	+0.15217391	+0.93913044	+1.64347827	+0.002173913	+0.01				
(8)-(10)	(14)		+4.6	-1.014285716	-5.428571434	-1.20	+0.9		-0.01		-0.0142857143		
(10)-(11)	(15)		-1	+1.714285716	+5.428571434	+2.0	-3.0				+0.0142857143	+0.025	
(11)-(12)	(16)		0	-1	-1	-2.0	+4.0					-0.025	+0.0142857143
(13) ≡ 7	(17)		+1	+0.159722221	-0.034722221	-0.214285714	-0.375	-0.0004960317	-0.0022817460				
(14) ≡ 7	(18)		+1	-0.220496890	-1.180124200	-0.260869560	+0.19565217		-0.0021739130		-0.0031055900		
(15) ≡ 7	(19)		+1	-1.714285716	-5.428571434	-2.0	+3.0				-0.0142857143	-0.025	
(9) ≡ 7	(9)		+1	+5.428571434	+1.714285716	0	-3.0			-0.0142857143			
(17)-(18)	(20)			+0.380219111	+1.145401979	+0.046583846	-0.57065217	-0.0004960317	-0.00010783302		+0.0031055900		
(18)-(19)	(21)			+1.498788826	+4.248447234	+1.73913044	-2.80434783		-0.0021739130		+0.0111801243	+0.025	
(19)-(9)	(22)			-7.14285715	-7.14285715	-2.0	+6.0			+0.0142857143	-0.0142857143	-0.025	
(20) ≡ 7	(23)			+1	+3.01247871	+0.1225184232	-1.5008508329	-0.00130459434	-0.000283607575		+0.00816789558		
(21) ≡ 7	(24)			+1	+2.8440748489	+1.1642411617	-1.8773388703		-0.001455301419		+0.007484407497	+0.01673596665	
(22) ≡ 7	(25)			+1	+1	+0.28	-0.84			-0.002	+0.002	+0.0035	
(16) ≡ 7	(26)			+1	+1	+2.0	-4.0					+0.025	-0.0142857143
(23)-(24)	(27)				+0.168403861	-1.041722739	+0.376488037	-0.00130459434	+0.001171693844		+0.000683488083	-0.01673596665	
(24)-(25)	(28)				+1.8440748489	+0.884241161	-1.03733887		-0.001455301419	+0.002	+0.005484407497	+0.01323596665	
(25)-(26)	(29)				0	-1.72	+3.16			-0.002	+0.002	-0.0215	+0.0142857143
(27) ≡ 7	(30)				+1	-6.1858601822	+2.2356259204	-0.007746819648	+0.006957642398		+0.0040586247754	-0.099379946156	
(28) ≡ 7	(31)				+1	+0.47950394205	-0.56252535999		-0.000789176978	+0.001084554674	+0.002974069893	+0.0071775647476	
(29) ≡ 7	(32)				0	+1	-1.8372092997			+0.0011627907	-0.0011627907	+0.0125	-0.0083056478
(30)-(31)	(33)					-6.6653641242	+2.79815128	-0.0077468196475	+0.007746819376	-0.001084554674	+0.001084554883	-0.10655751091	
(33) ≡ 7	(34)					+1	-0.4198047114	+0.0011622500	-0.0011622500	+0.0001627150	-0.0001627150	+0.0159867500	
(32)-(34)	(35)						-1.4174045883	-0.0011622500	+0.0011622500	+0.0010000757	-0.0010000757	-0.0034867500	-0.0083056478
(35) ≡ 7	(36)						+1 ($\mu_2 =$)	+0.000819984646	-0.000819984646	-0.000705568267	+0.000705568267	+0.002459953938	+0.005859757945

Table D.

	P_{12}	P_{21}	P_{34}	P_{43}	Q_1	Q_2
φ_1	+0.0029721	-0.0000409	-0.0005281	-0.0002611	+0.0045195	+0.0024600
φ_2	+0.0000409	-0.0029721	+0.0002611	+0.0005281	+0.0045195	+0.0024600
φ_3	+0.0005281	+0.0002611	-0.0033070	-0.0007517	+0.0004005	+0.0021167
φ_4	-0.0002611	-0.0005281	+0.0007517	+0.0033070	+0.0004005	+0.0021167
μ_1	+0.0015065	-0.0015065	-0.0001335	+0.0001335	+0.0170195	+0.0024600
μ_2	+0.0008200	-0.0008200	-0.0007056	+0.0007056	+0.0024600	+0.0058598

Table E. (Multiplier : $2E$)

	P_{12}	P_{21}	P_{34}	P_{43}	Q_1	Q_2
M_{12}	-0.40149	-0.30539	-0.07951	+0.00059	+1.35585	+0.73800
M_{21}	+0.30539	+0.40149	-0.00059	+0.07951	+1.35585	+0.73300
M_{43}	+0.00071	-0.09541	-0.21644	-0.29652	+0.14418	+0.76201
M_{34}	+0.09541	-0.00071	+0.29652	+0.21644	+0.14418	+0.76201
M_{1I}	+0.17587	+0.17587	-0.04735	-0.04735	-1.5000	0
M_{2II}	-0.17587	-0.17587	+0.04735	+0.04735	-1.5000	0
M_{15}	+0.22562	+0.12951	+0.12686	+0.04676	+0.14417	-0.7379
M_{23}	-0.12951	-0.22562	-0.04676	-0.12686	+0.14417	-0.73799
M_{41}	-0.00071	+0.09541	+0.21644	+0.29652	-0.14417	-0.76202
M_{32}	-0.09541	+0.00071	-0.29652	-0.21644	-0.14417	-0.76202

Table D は $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \mu_1, \mu_2$ を示すもので例へば φ_1 は次の様なものである。

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & +(0,0029721)p_{12} - (0,0000409)p_{21} \\ & -(0,0005281)p_{34} - (0,0002611)p_{43} \\ & +(0,0045195)q_1 + (0,0024600)q_2 \end{aligned}$$

是等未知量の φ, μ が決定すれば各接合點の彎曲モーメントは次式から定めらる。

$$M_{12} = 2E\xi_1\{2\varphi_1 + \varphi_2\} - C_{12}$$

$$M_{14} = 2E\xi_1'\{2\varphi_1 + \varphi_4 - 3\mu_2\}$$

$$M_{1r} = 2E\xi_r\{1,5\varphi_1 - 1,5\mu_1\}$$

$$M_{21} = 2E\xi_1\{2\varphi_2 + \varphi_1\} + C_{21}$$

$$M_{23} = 2E\xi_2\{2\varphi_2 + \varphi_3 - 3\mu_2\}$$

$$M_{2r} = 2E\xi_{rr}\{1,5\varphi_2 - 1,5\mu_1\}$$

$$M_{32} = 2E\xi_2\{2\varphi_3 + \varphi_2 - 3\mu_2\}$$

$$M_{34} = 2E\xi_3\{2\varphi_3 + \varphi_4\} + C_{34}$$

$$M_{43} = 2E\xi_3\{2\varphi_4 + \varphi_3\} - C_{43}$$

$$M_{41} = 2E\xi_1'\{2\varphi_4 + \varphi_1 - 3\mu_2\}$$

是等の式に既知の値及以上求めた φ と μ との値を入るれば M は Table E の様になる。但し $p = \frac{C}{2E}$ である。

是等の計算結果が正確なものであるか否かを知る爲めに次の平衡條件に入れて検査して見る必要がある。

$$M_{12} + M_{14} + M_{1r} = 0$$

$$M_{21} + M_{23} + M_{2r} = 0$$

$$M_{32} + M_{34} = 0$$

$$M_{43} + M_{41} = 0$$

是等檢算の結果上述の計算結果に殆んど誤謬の無いことを知る。

吾々が茲に選んだ例題は與へられた架構に任意の垂直荷重と接合點 1 及 4 に水平單荷重をもつ場合のものである。若し此荷重が或一定した荷重で與へられる場合には p 及 q は數値で與へられることになり計算結果は大いに簡單になる。

今部材 1—2 間のみに單荷重 P が働き接合點 1 と P との距離を $\frac{3}{10}l$ とすれば

$$p_{12} = \frac{C_{12}}{2E} = \frac{P(0,3l)(0,7l)^2}{2E l^2} = \frac{0,147}{2E} Pl$$

$$p_{21} = \frac{C_{21}}{2E} = \frac{P(0,3l)^2(0,7l)}{2E l^2} = \frac{0,063}{2E} Pl$$

従つて Table E より

$$\begin{aligned} M_{12} &= 2E\{-0,40149p_{12} - 0,30539p_{21}\} \\ &= Pl\{-0,40149(0,147) - (0,30539)(0,063)\} \\ &= -0,078258Pl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{14} &= 2E\{+0,22562p_{12} + 0,12951p_{21}\} \\ &= Pl\{(0,22562)(0,147) + (0,12951)(0,063)\} \end{aligned}$$

$$= +0,041325Pl$$

$$\begin{aligned} M_{1r} &= 2E\{+0,17587p_{12} + 0,17587p_{21}\} \\ &= Pl\{(0,17587)(0,147) + (0,17587)(0,063)\} \\ &= +0,036933Pl \end{aligned}$$

是等の結果を Kleinlogel 氏の Mehrstielige Rahmen 388 頁の公式と對照して見る。

$$M_{12} = M_{1r} - M_{14}$$

$$M_{1r} = -\frac{3Pa(1-\delta)}{2} \frac{k_1(k_1 + 2k_2)}{N}$$

$$M_{14} = +\frac{Pa(1-\delta)}{2} \left[\frac{2k_1(2k_1 + 3k_2)}{N} + \frac{1-2\delta}{N_1} \right]$$

茲に $\delta = \frac{a}{l} = 0,3, \quad k = \frac{\xi_1}{\xi_r} = \frac{100}{80} = 1,25$

$$k_1 = \frac{\xi_1}{\xi_1'} = \frac{100}{70} = 1,42857$$

$$k_2 = \frac{\xi_1}{\xi_3} = \frac{100}{120} = 0,83333$$

$$\begin{aligned} N &= k_1^2(2k + 3) + 6k_2(k + k_1) + 4kk_1(k_2 + 1) \\ &= (1,42857)^2\{(2)(1,25) + 3\} \\ &\quad + 6(0,83333)(1,25 + 1,42857) \\ &\quad + 4(1,25)(1,42857)(0,83333 + 1) \\ &= 37,71249 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_1 &= 6k_1 + k_2 + 1 \\ &= 6(1,42857) + 0,83333 + 1 \\ &= 10,40475 \end{aligned}$$

是等の値を M_{1r} , M_{14} , M_{12} の式に入れば

$$M_{1r} = -\frac{3P(0,3l)(1-0,3)}{2} \frac{(1,42857)\{1,42857+2(0,83333)\}}{37,71249}$$

$$= -0,036933Pl$$

$$M_{14} = +\frac{P(0,3l)(1-0,3)}{2} \left[\frac{2(1,25)\{2(1,42857)+3(0,83333)\}}{37,71249} \right.$$

$$\left. + \frac{1-2(0,3)}{10,40475} \right]$$

$$= +0,041325Pl$$

$$M_{12} = -(0,036933+0,041325)Pl$$

$$= -0,078258Pl$$

即ち Kleinlogel 氏の導いた公式結果と全く一致するもので M_{1r} の符號が兩者相反する理は撓角撓度法の M に対する符號の規約が然らしむるのである。

次に部材 3—4 間のみ単荷重 P が働き接合點 4 と P との距離を $0,3l$ とすれば前同様

$$p_{43} = \frac{0,147}{2E} Pl$$

$$p_{34} = \frac{0,063}{2E} Pl$$

である。

従つて Table E より

$$M_{43} = 2E\{-0,21643p_{34}-0,29652p_{43}\}$$

$$= Pl\{-(0,21643)(0,063)-(0,29652)(0,147)\}$$

$$= -0,057224Pl$$

$$M_{41} = 2E\{+0,21644p_{34}+0,29652p_{43}\}$$

$$= Pl\{+(0,21644)(0,063)+(0,29652)(0,147)\}$$

$$= +0,057224Pl$$

是等の結果を Kleinlogel 氏の Mehrstielige Rahmen 387 頁の公式と對照して見る。

$$M_{43} = -\frac{Pa(1-\delta)k_2}{2} \left[\frac{2(2kk_1+3k+3k_1)}{N} + \frac{1-2\delta}{N_1} \right]$$

$$= -\frac{P(0,3l)(0,7)(0,83333)}{2}$$

$$\left[\frac{2\{2(1,25)(1,42857)+3(1,25)+3(1,42857)\}}{37,71249} \right.$$

$$\left. + \frac{1-2(0,3)}{10,40475} \right]$$

$$= -0,057225Pl$$

即ち小数以下第六位目の差異は其以下の項の切捨に因るもので重要視すべきものではない。

次に一切の垂直荷重が荷せられず接合點 4 のみ水平荷重 w' が加ゝる場合を考ふれば次の様になる。

$$\text{即ち } q_1 = \frac{w'h_1}{6E}$$

$$q_2 = \frac{w'h_2}{6E}$$

従つて Table E より

$$M_{12} = 2E\{+1,35585q_1+0,73800q_2\}$$

$$=w'\{0,45195h_1+0,24600h_2\}$$

$$M_{1r}=2E\{-1,50000q_1\}$$

$$=-0,5w'h_1$$

$$M_{1s}=2E\{+0,14417q_1-0,73799q_2\}$$

$$=w'\{0,04805h_1-0,24600h_2\}$$

同じ問題を Kleinlogel の 406 頁より求めれば

$$M_{1r}=+0,5w'h_1$$

$$M_{1s}=-\frac{w'h_2}{2} \frac{3k_1+k_2-\frac{h_1}{h_2}}{N_1}$$

$$=-\frac{w'}{2} \frac{h_2\{3(1,42857)+0,83333\}-h_1}{10,40475}$$

$$=w'\{0,04805h_1-0,24600h_2\}$$

$$M_{12}=M_{1r}-M_{1s}$$

$$=0,5w'h_1-w'\{0,04805h_1-0,24600h_2\}$$

$$=w'\{0,45195h_1+0,24600h_2\}$$

同様に水平単荷重 w を接合點 1 のみにもつ場合には

$$q_1=\frac{wh_1}{6E}$$

$$q_2=0$$

故に Table E より

$$M_{12}=2E\{+1,35585q_1\}$$

$$=+0,45195wh_1$$

$$M_{1r}=2E\{-1,50000q_1\}$$

$$=-0,5wh_1$$

$$M_{1s}=2E\{+0,14417q_1\}$$

$$=+0,04806wh_1$$

Kleinlogel 407 頁より

$$M_{12}=+\frac{wh_1}{2} \frac{6k_1+k_2}{N_1}$$

$$=+\frac{wh_1}{2} \frac{6(1,42857)+0,83333}{10,40475}$$

$$=0,045195wh_1$$

$$M_{1r}=+0,5wh_1$$

$$M_{1s}=+\frac{wh_1}{2N_1}=+\frac{wh_1}{2(10,40475)}$$

$$=+0,04805wh_1$$

VI. 機械的作表法の長所と結論

以上述べた所によつて機械的作表法の長所と結論に就て次の様に記載することが出来る。

架構計算の様に面倒なものになると計算中に知らず識らず誤謬といふものが入つて来て其誤を知る方法のないことが多い。

例へば架構公式表から M_{12} , M_{1s} 等を前例の如く求める時にも M_{12} の公式の中には其文字が表はす相互の關係に於て何等規則のない場合が多

い。従つて其公式表に示された式を絶対に信じてかゝる場合の外は其式の正しきや否やを先づ検して自分自身誘導して見なければ不安であるとも考へられる。

若し自分でやるならば其労力は非常なものである。此場合に對しては其公式表は査定の役にたつに過ぎない。

實際吾々は此種の公式表の中には 8 が 3 の誤である場合 2 と 3 とが間違つて居る場合甚だしきは活字の誤植に非ずして誤算のものを發見する。

此意味に於て公式表が其儘應用せられる爲めには其公式表に絶対誤謬のないことである。

此意味に於て機械的作表法の出發式たる聯立方程式群の表は整然たる規則をもつ信頼度高きものであると考へられる。吾々は前節の計算例題に示した Table A を以て與へられた架構の公式表と考へる。而して直に Table B を得て計算する。

此計算には廻轉式計算器の使用は強要せられる。(對數表使用の時代は既に過ぎ去つた様な氣がする)

即ち Table A の如きは一切の未知量を包含する規則付けられた公式表で Determinant により expand すれば冗長實に手におへないものが方形幾何もな

い面積の中に容れられた形は或意味に於て寧ろ神秘的でもある。

此方法にはむつかしい積分や微分をかりて來ない。専念に割り算と減算で押通すことが出来る。複雑な建築架構の種々相に對して公式表の全部が何等の困難なく記憶せられる。

此方法に依つて得られる計算結果は全く撓角撓度法と同程度のもので現在學術の行程に於ては最も進んだ程度のもので考へてよい。

此方法は近似解法の迅速法に比べては勿論計算は長いかも知れない。併し次節に説明する繰返試索法により聯立方程式を試索的に解く時は解法は消去法に比して非常に簡單になり機械的作表法は茲に實用的のものとなる。

況んや他種の迅速法の近似解法が如何なる點まで近似値を得るかの目標値を得る目安としては極めて價值あるものと考へられる。

VII. 繰返試索法に依る簡易計算法

機械的作表法は不靜定未知量を求むべき聯立方程式を機械的に極めて簡単に決定するものであるが是等の聯立方程式を解いて其方程式と同數なる不靜定未知量を見出すことは普通の消去法に依つ

ては簡単ではない。此消去法は計算實例に於て既に示したところであるが複雑した減算と除法に依るもので小数部分の切り捨てた微量が累加して大きな影響を與へる爲めに高能率の計算器に依らざれば良結果を與へない。併し乍ら要は各聯立方程式を満足する未知量を見出せばよいのでこれが爲めには繰返試索法が最も簡易に此役目を果すものである。

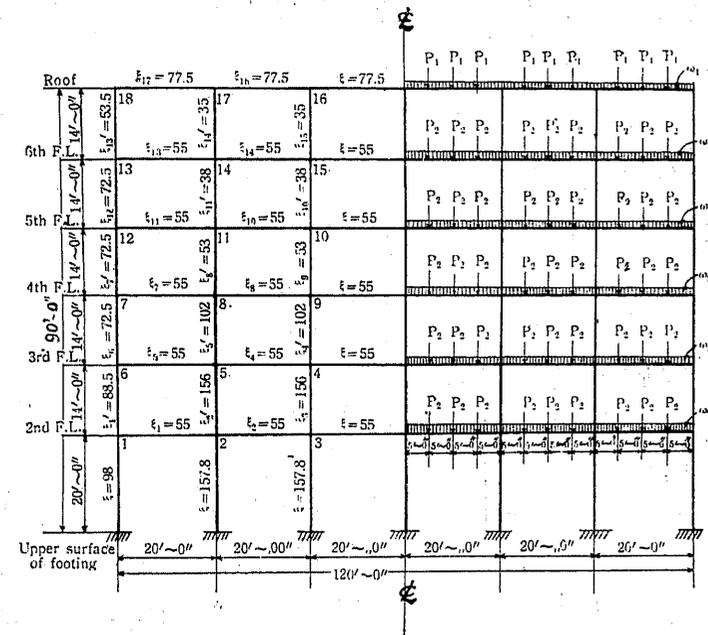
即ち此の試索法に於ては先づ未知量の値に假定の近似値を與へて各方程式に入れ ρ 又は X を係数とする φ 或は μ のみを未知量と考へて一方程式から一個の未知量を決定する。斯くして決定された φ 或は μ の値は先に假定した近似値よりも眞實の値に一步近いものである。此方法を繰返す時は其繰返の回数多きに従つて實用上支障なき眞實の値が得られる。此方法は一見複雑の如く考へらるゝが最初の近似値を適當な近似計算より求むれば眞實の値は簡単に求めらる。

次に此の計算例として六層六等徑間の固定脚對照的建築架構が對照荷重をもつ場合の剛節點モーメントを此の試索法に依り求めてみる。

Fig. 76 に示す如き架構に於て各部材斷面の慣性モーメントを其部材の長さで除したものを規約の

如く ϵ で表はし架構の對照中心線より左側に於て各相當部材に之を記入する。又對照中心線より右側半分には架構のもつべき對照垂直荷重を示す。

此の架構は偶數個の徑間を有するものであるから其中心線に沿ふ剛節點に於ては對照條件から φ は零でなければならぬ。而して中心線を對照軸として左側に於ける各剛節點の φ は等大反向のものを其右側の相當剛節點に見出す。故に與へられ



Elevation of Frame.

$$P_1 = 8200^{\#}, P_2 = 7450^{\#},$$

$$\omega_1 = 255^{\#}/l.ft.,$$

$$\omega_2 = 200^{\#}/l.ft.$$

Fig. 76.

た六層六徑間の架構は之を對照中心線より二分して其左半分丈けを解決すれば右半分は之と全く對照的に見出し得るものである。而して一切の條件は對照的である爲め μ は又零である。

即ち Fig. 76 の架構に對し機械的作表法により次の Table A が得られる。

Table A に於て ρ の値は其 suffix の番號の剛節點に於ける ξ の總和の二倍であり p は C を $2E$ で除したものであり是等を計算して Table A の中に入れば Table B が得られる。

今 φ_1 より φ_{18} に至る φ の假定近似値を成るべく眞實の値に近くとる爲めに先づ φ_{18} の値を次の様にして定める。即ち Fig. 77 に對して φ_{18} を定むれば

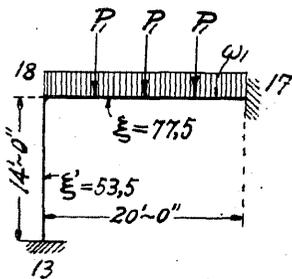


Fig. 77.

$$P_1 = 8200\#$$

$$\omega_1 = 255\#/ft$$

$$\begin{aligned} \varphi_{18} &= \frac{p}{\rho_{18}} \\ &= \frac{0,01195}{262} = 4,561 \times 0,00001 \end{aligned}$$

次に φ_{17} 及 φ_{16} を定むる爲めに Fig. 78 に對して Table C を求め之より φ を決定する。

Table B.

方程式番號	方程式の左邊 (未知量φの係數)																		方程式右邊 (係數 0,00001)	
	φ ₁	φ ₂	φ ₃	φ ₄	φ ₅	φ ₆	φ ₇	φ ₈	φ ₉	φ ₁₀	φ ₁₁	φ ₁₂	φ ₁₃	φ ₁₄	φ ₁₅	φ ₁₆	φ ₁₇	φ ₁₈		
1	483	55				88,5													1065	
2	55	847,0	55		156														0	
3		55	847,0	156															0	
4			156	736	55				102										0	
5		156		55	736	55			102										0	
6	88,5				55	432	72,5												1065	
7						72,5	400	55				72,5							1065	
8					102		55	530	55		53								0	
9				102				55	530	53									0	
10									53	402	55				38				0	
11								53		55	402	55		38					0	
12							72,5				55	400	72,5						1065	
13													72,5	362	55			53,5	1065	
14										38				55	366	55		35	0	
15										38					55	366	35		0	
16																35	380	77,5	0	
17															35		77,5	380	77,5	0
18														53,5				77,5	262	1195

Table A.

方程式番號	方程式の左邊 (未知量 φ の係數)																		方程式右邊 (既知量)	
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}	φ_{17}	φ_{18}		
1	ρ_1	ξ_1				ξ'_1														P_{12}
2	ξ_1	ρ_2	ξ_2		ξ'_2															0
3		ξ_2	ρ_3	ξ_3																0
4			ξ_3	ρ_4	ξ_4			ξ'_4												0
5		ξ'_2		ξ_4	ρ_5	ξ_5		ξ'_5												0
6	ξ'_1				ξ_5	ρ_6	ξ_6													P_{65}
7					ξ_6		ρ_7	ξ_7				ξ'_7								P_{78}
8					ξ'_5		ξ_7	ρ_8	ξ_8		ξ'_8									0
9				ξ'_4				ξ_8	ρ_9	ξ_9										0
10								ξ_9	ρ_{10}	ξ_{10}					ξ'_{10}					0
11								ξ'_8		ξ_{10}	ρ_{11}	ξ_{11}		ξ'_{11}						0
12							ξ'_7				ξ_{11}	ρ_{12}	ξ_{12}							$P_{12:11}$
13												ξ_{12}	ρ_{13}	ξ_{13}				ξ'_{13}		$P_{13:14}$
14										ξ'_{11}			ξ_{13}	ρ_{14}	ξ_{14}		ξ'_{14}			0
15									ξ'_{10}					ξ_{14}	ρ_{15}	ξ_{15}				0
16														ξ_{15}	ρ_{16}	ξ_{16}				0
17														ξ'_{14}		ξ_{16}	ρ_{17}	ξ_{17}		0
18													ξ'_{13}				ξ_{17}	ρ_{18}		$P_{18:17}$

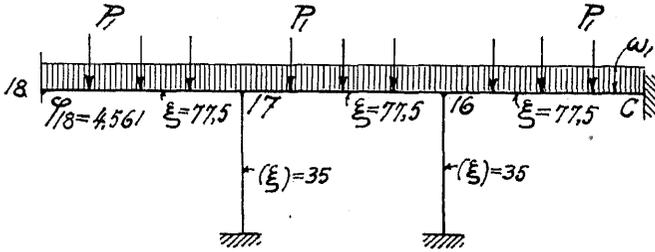


Fig. 78.

Table C の中に於て

$$\rho_{16} = \rho_{17} = 380 \text{ in}^3$$

$$\xi = 77,5 \text{ in}^3$$

$$\varphi_{18} = 4,561 \times 0,00001$$

即ち

$$\varphi_{16}(380) + \varphi_{17}(77,5) = 0$$

$$\varphi_{16}(77,5) + \varphi_{17}(380) = -(4,561)(77,5)(0,00001)$$

此二式を聯立に解いて

$$\varphi_{16} = 0,197 \times 0,00001$$

$$\varphi_{17} = -0,970 \times 0,00001$$

又 φ_{13} , φ_{12} , φ_{7} , φ_6 及 φ_1 を求むるには次の如くする。

Fig. 79 より φ_A を求むれば

$$\varphi_A = \frac{1}{\rho_A} \{ p - \varphi_C \xi \}$$

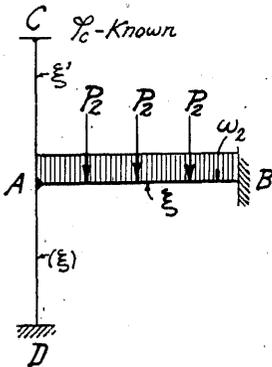


Fig. 79.

即ち剛節點 ABC 夫々を剛節點 13, 14, 18 と考ふれ

ば

$$\varphi_{13} = \frac{1}{\rho_{13}} \{ p - \varphi_{13} \xi'_{13} \}$$

$$= 2,266 \times 0,00001$$

同様にして

$$\varphi_{12} = 2,250 \times 0,00001$$

又 $\varphi_7, \varphi_6, \varphi_1$ に対しては φ_{12} と同一の値を其近似値と假定する。

即ち

$$\varphi_7 = \varphi_6 = \varphi_1 = 2,250 \times 0,00001$$

是等總ての値は繰返試索法に依つて整正せられる。次に $\varphi_{15}, \varphi_{14}, \varphi_{11}, \varphi_{10}, \varphi_9, \varphi_8, \varphi_5, \varphi_4, \varphi_3$ 及 φ_2 は下の如くして決定する。

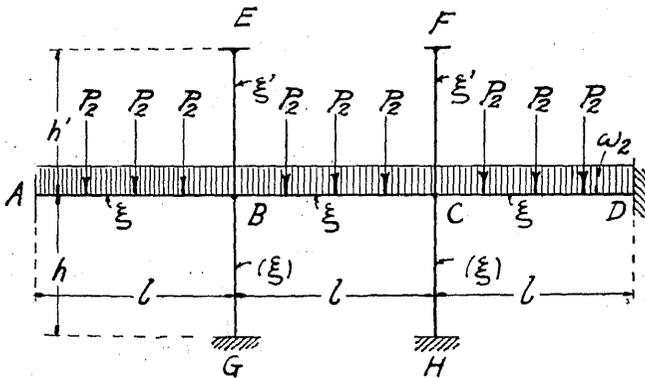


Fig. 80.

即ち Fig. 80 に対して φ_B 及 φ_C を求むれば、

Table D

	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}	φ_{17}	φ_{18}
假定値	2.250	-0.289	0.037	0.037	-0.239	2.250	2.250	-0.289	0.037	0.037	-0.289	2.250	2.266	-0.250	0.018	0.197	-0.970	4.561
第一近似値	1.905	-0.133	0.020	-0.007	-0.047	1.718	1.922	-0.158	0.020	0.022	-0.213	1.954	1.877	-0.225	0.016	0.184	-0.911	4.385
第二近似値	1.898	-0.110	0.009	-0.0004	-0.077	1.743	2.012	-0.168	0.014	0.028	-0.233	1.995	1.919	-0.173	0.011	0.186	-0.923	4.447
第三近似値	1.896	-0.108	0.0067	0.0023	-0.083	1.748	2.010	-0.171	0.014	0.029	-0.236	1.984	1.912	-0.175	0.005	0.188	-0.927	4.442
第四近似値	1.8965	-0.1079	0.0064	0.0029	-0.0844	1.7502	2.0095	-0.1704	0.0143	0.0299	-0.2362	1.9836	1.9142	-0.1747	0.0052	0.1889	-0.9287	4.4448

(表中 φ の値は 0.00001 の係数を有す)

$$\varphi_B = - \frac{\varphi_A \xi \rho_C + \varphi_E \xi' \rho_C - \varphi_F \xi' \xi}{\rho_C^2 - \xi^2}$$

$$\varphi_C = \frac{\varphi_A \xi^2 + \varphi_E \xi' \xi - \varphi_F \xi' \rho_C}{\rho_C^2 - \xi^2}$$

是等二式に於て $\varphi_A, \varphi_E, \varphi_F$ は以前に求めし既知の値をとるものとする。

従つて是等二式より

$$\varphi_{15} = 0,018 \times 0,00001$$

$$\varphi_{14} = -0,250 \times 0,00001$$

是等 $\varphi_{15}, \varphi_{14}$ の値及以前に求めし φ_{12} を用ひて

$$\varphi_{11} = -0,289 \times 0,00001$$

$$\varphi_{10} = 0,037 \times 0,00001$$

が得られる。

又 $\varphi_8, \varphi_5, \varphi_2$ に対しては φ_{11} と同じ値を用ひ

$\varphi_9, \varphi_4, \varphi_3$ に対しては φ_{10} と同じ値を用ふる

ものとする。

即ち

$$\varphi_8 = \varphi_5 = \varphi_2 = -0,289 \times 0,00001$$

$$\varphi_9 = \varphi_4 = \varphi_3 = 0,037 \times 0,00001$$

以上求めし φ の値を假定値と命名し Table D に表示する。是等假定値は繰返試索法を應用する單なる假定値に過ぎないものであるから以上の如き計算により φ を求めずして $\varphi_{18}, \varphi_{17}, \varphi_{16}$ を求めたる後

Table B より 其他の φ を定め 其等の 値を 近似値とし
ても 可なる ものである。

次に 繰返試索法を 此例題に 就て 説明する。

Table B に 於て 最後 の 方程式 より

$$\varphi_{18}(53,5) + \varphi_{17}(77,5) + \varphi_{18}(262) = 1195 \times 0,00001$$

此式に 於て φ_{18} の 係数 262 は ρ_{18} を 示す もので 他
の φ の 係数に 比較して 最も 大なる 値を 有する。故に
此の 262 を 係数と する φ_{18} を 未知量と 考へ 他
の φ 即ち φ_{18} 及 φ_{17} には 上に 求めたる 近似値を 入れ φ_{18} を 決定
すれば

$$\varphi_{18} = 4,385 \times 0,00001$$

此値は φ_{18} の 眞實の 値 4,4449 に 一步 接近した もの
である。

此の φ_{18} の 値は 第一 近似値として Table D に 於て φ_{18}
の下に 示さる。次に φ_{17} の 第一 近似値を 求むる 爲め
に Table B に 於て 最後より 二番目 の 方程式を 用ふ。

即ち

$$\varphi_{14}(35) + \varphi_{16}(77,5) + \varphi_{17}(380) + \varphi_{18}(77,5) = 0$$

茲に

$$\varphi_{14} = -0,250 \times 0,00001$$

$$\varphi_{16} = 0,197 \times 0,00001$$

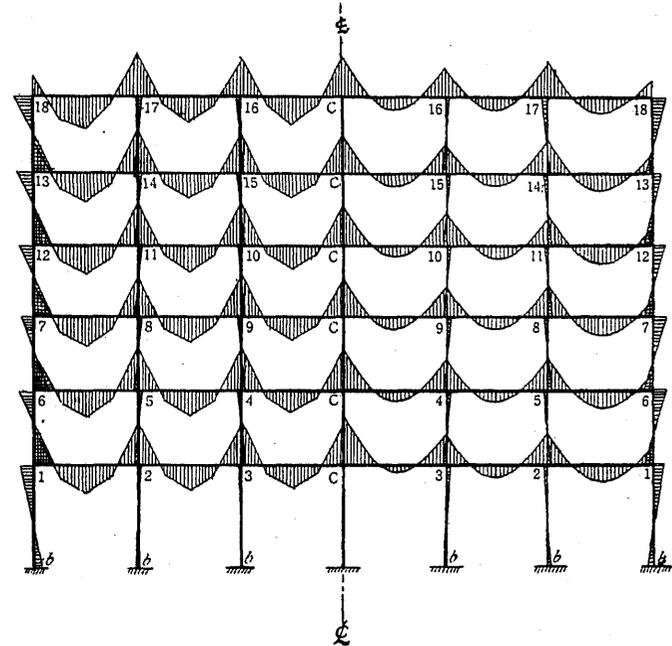
$$\varphi_{18} = 4,385 \times 0,00001$$

是等の 値を 上式に 入れて φ_{17} を 計算すれば

$$\varphi_{17} = -0,911 \times 0,00001$$

追て 斯くの 如くして φ_{16} 以下 φ_1 迄の 第一 近似値を 求
め Table D に 之を 表示する。更に 正確度を 望む場
合には 同様の 計算法により 第二 近似値を 求む。

Table D には 第四 近似値迄之を 求め 表示す。今 是
等の 第四 近似値を 用ひて 剛節點モーメントを 算出
すれば Table E の 如くなる。各 剛節點に 於ては



Bending Mt. Diagram due to the Concentrated Load. Scale of Mt. 10,000 ft.*
Bending Mt. Diagram due to the Uniform Load. Scale of Mt. 10,000 ft.*

Fig. 81.

$$\sum M=0$$

を満足すべきもので齟齬の誤差の 0,5% より大なるものは之を Table E に示す。

以上の方法は極めて複雑な六層六徑間の固定脚架構を機械的作表法並に繰返試索法により撓角撓度法と同程度の正確度に於て解決したものである。Fig. 81 には上述の如く求めた彎曲のモーメントを集中荷重並に等布荷重に配分して架構中心線の左右に之を圖示してある。

Table E

剛節點モーメントの表
(Ft. lbs)

	剛節點モーメント	最小モーメントに對する誤差の百分率
M_{18-17}	-28901,5	
M_{18-13}	28900,1	
M_{17-18}	69776,1	
M_{17-16}	-66215,8	
M_{17-14}	-3556,1	
M_{16-17}	57615,2	
M_{16-C}	-53286,0	
M_{16-15}	670,2	

Table E (續き)

	剛節點モーメント	最小モーメントに對する誤差の百分率
M_{15-14}	52777,3	
M_{15-C}	-53200,6	
M_{15-10}	348,7	
M_{15-10}	76,5	2,4%
M_{14-13}	57532,4	
M_{14-15}	-54175,7	
M_{14-17}	-2236,6	
M_{14-11}	-1112,6	0,6%
M_{13-14}	-43181,5	
M_{13-18}	22130,8	
M_{13-12}	21068,5	
M_{12-11}	-42968,9	
M_{12-13}	21320,0	
M_{12-7}	21665,5	
M_{11-12}	57385,0	
M_{11-10}	-54446,0	
M_{11-14}	-1229,4	0,5%

Table E (續き)

	剛節點モーメント	最小モーメントに對する誤差の百分率
M_{11-8}	-1703,4	
M_{10-11}	52744,1	
M_{10-C}	-53064,7	
M_{10-15}	123,5	0,6%
M_{10-9}	196,3	
M_{9-8}	52839,2	
M_{9-C}	-53150,5	
M_{9-10}	155,0	2,7%
M_{9-4}	160,6	
M_{8-9}	-54127,0	
M_{8-7}	57818,1	
M_{8-11}	-1529,0	
M_{8-5}	-2168,5	
M_{7-8}	-42645,5	
M_{7-12}	21759,4	
M_{7-6}	20913,3	
M_{6-5}	-43835,2	

Table E (續き)

	剛節點モーメント	最小モーメントに對する誤差の百分率
M_{6-7}	19973,3	
M_{6-1}	23881,2	
M_{5-6}	57578,0	
M_{5-4}	-53685,4	
M_{5-8}	-1729,9	
M_{5-2}	-2158,2	
M_{4-5}	53013,0	
M_{4-C}	-53213,2	
M_{4-9}	102,5	
M_{4-3}	95,1	2,7%
M_{3-2}	52967,6	
M_{3-C}	-53194,0	
M_{3-4}	122,4	
M_{3-III}	100,9	3,0%
M_{2-3}	-53805,0	
M_{2-1}	57851,1	
M_{2-II}	-1702,6	

Table E (續き)

	剛節點モーメント	最小モーメントに對する誤差の百分率
M_{-5}	-2341,5	
M_{1-I}	18585,7	
M_{1-6}	24528,6	
M_{1-2}	-43095,1	
M_{I-1}	9292,8	
M_{II-2}	-851,3	
M_{III-3}	50,4	
M_{C-3}	53246,8	
M_{C-4}	53237,1	
M_{C-9}	53268,5	
M_{C-10}	53311,4	
M_{C-15}	53243,5	
M_{C-16}	60481,9	