

第二編 撓角撓度法による解法

I. 撓角撓度法の歴史的考察と文獻

撓角撓度法の滥觧は剛節結構の二次應力の考察が始まつた時即今から約50年前のこととして之を考へてもよからう。1877年獨逸國ミュンヘン市のTechnische Hochschuleに於てはAsimont*教授を中心として此二次應力の影響を考慮すべきことが問題となり懸賞論文として此解法を募集したる結果1878年Manderla氏の卓越した論文が入選した。

此論文は1879年同大學の紀要に記載せられ其翌年Allgemeine Bauzeitungに發表せられた**

Manderla氏の論文は滑節構造を剛節構造とする爲に各部材が直應力以外に彎曲モーメントを受けることに著眼し應張力部材と應壓力部材とを區別して論じた。此解法には軸應力と撓屈との相乘積

* Asimont: Hauptspannung und Sekundärspannung, Zeitschrift für Baukunde, 1880.

** Manderla: Die Berechnung der Sekundärspannungen, welche im einfachen Fachwerke infolge starrer Knotenverbindungen entstehen.
Allgemeine Bauzeitung, 1880.

より生ずる彎曲モーメントまで計算に入れてある爲め誘導された式は三角函数と双曲函数とより成る複雑した式となり理論は嚴正を極めた。而して同氏は其結果として次節に誘導する(58)式をも與へて居る。

Manderla 氏の論文は斯學に對する大なる貢獻で之により其時代まで滑節構造の理想結構以外に出ることの出來なかつた構造力學の行程に更に一步を進めることが出來た。

其後 Winkler, Landsberg, Müller-Breslau, Ritter, Engesser. 等の諸教授は此二次應力の問題に對して多大の貢獻を與へた。*

特に Mohr** 教授は 1892 年 “Der Civil Ingenieur” に

* Winkler : Die Sekundärspannungen in Eisenkonstruktionen, Deutsche Bauzeitung, 1881.

Landsberg : Beitrag zur Theorie der Fachwerke (Graphische Ermittlung der Sekundärspannungen infolge fester Knotenverbindungen der Gurtstange) Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover, 1885.

Müller-Breslau : Zur Theorie der Biegungsspannungen in Fachwerkträgern.

Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover, 1886.

Ritter : Anwendungen der graphischen Statik. II, Das Fachwerk. Zürich, 1890.

Engesser : Die Zusatzkräfte und Nebenspannungen eiserner Fachwerkbrücken. I, Die Zusatzkräfte. Berlin, 1892. II, Die Nebenspannungen. Berlin, 1893.

** Mohr : Die Berechnung der Fachwerke mit starren Knotenverbindungen. Der Civil Ingenieur, 1892.

Mohr : Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik, 1906.

二次應力の解法を記載した。Mohr 氏の誘導したものは次節に證明する(59)式で此式の中には挽角挽度法に於ける不靜定未知量の挽角並に挽度が含まれて居る。Manderla 氏の考へた軸應力の彎曲モーメントに對する影響は普通微量であるとの考察の下に省略せられたが挽度の考慮が行はれる様になつた。

一方架構の理論が進歩するにつれて Gehler 氏 Wilson 氏の解法が應用方面に於て一大進歩を與へた。*

II. モール氏法則と其擴張

挽角挽度法の基礎的理論として有名な Mohr 氏の定理は次の様なものである。

此理論では荷重前直角であつたものが荷重後僅少な彎曲を受けるものを取扱ひ大きな變形を呈する

* W. Gehler : Rahmenberechnung mittels Drehwinkel.

Otto Mohr zum achtzigsten Geburtstage, Berlin, 1916.

W. M. Wilson and G. A. Maney : Wind Stresses in the Steel Frames of Office Buildings, Illinois Bulletin No. 80, 1915.

W. M. Wilson, F. E. Richart and Camillo Weiss :

Analysis of Statically Indeterminate Structures by the Slope Deflection Method, Illinois Bulletin No. 108, 1918.

ものは取扱はない。

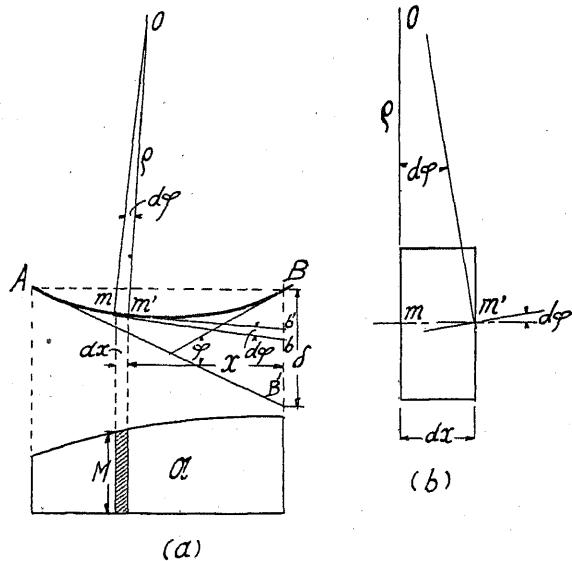


Fig. 16.

今桁の材料の弾性率を E , 断面の慣性モーメントを I とすれば桁が其の任意の點でもつ弯曲モーメント M と其點の曲半径 ρ との間には次の如き熟知の關係がある。

$$(44) \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}.$$

次に桁の長素 dx をとり出して考へるに弯曲の結果中立線上の二點 m, m' に於ける弾性曲線への切線は $d\varphi$ といふ小角度をもつ様になる。此角度は曲半径が中心に於て挿む角に等値である。

従つて

$$(45) \quad dx = \rho d\varphi$$

此式の ρ の値を (44) 式中に入れば

$$(46) \quad d\varphi = \frac{M}{EI} dx$$

故に極めて接近した中立線上の二點 m, m' に於ける弾性線への切線が成す小角度 $d\varphi$ は (46) 式から與へられるもので桁の各點に於ける弯曲モーメントの示圖を Fig. 16 の如く豫め描き置けば $M dx$ は Fig. 16 (a) の影線部の小面積で表はされる。

従つて桁の上の二點 A, B に於ける切線が成す角 φ を求めるには (46) 式を A から B まで積分すればよいことになる。

故に

$$(47) \quad \varphi = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

若し E と I とが全断面を通じて一定であれば (47) 式は次の如く書き換へることが出来る。

$$(48) \quad \varphi = \frac{1}{EI} \int_A^B M dx$$

今弯曲モーメントの示圖に於て其面積を A 點の真下から B 點の真下まで集めたものを \mathcal{A} で表はせば

$$(49) \quad \mathfrak{A} = \int_A^B M dx$$

従つて

$$(50) \quad \varphi = \frac{\mathfrak{A}}{EI}.$$

である。

次に m 及 m' 點の切線が B 點を過る垂直線と交る點を b 及 b' とすれば bb' の長さは次式から與へられる。

$$(51) \quad bb' = x d\varphi$$

茲に x は長素 dx と B を過る垂直線との距離を示すものである。従つて A 點に於ける切線が B 點の真下に於て交る點を B' とすれば BB' は次式から見出される。

$$(52) \quad BB' = \int_A^B x d\varphi = \int_A^B \frac{Mx}{EI} dx$$

然るに Mdx は前に説明せる如く彎曲モーメントの示圖に於て影線を用ひた面積素であるから $x \cdot Mdx$ は此面積素の B 點に就ての静モーメントである。

従つて若しモーメント示圖の A より B に至る全面積に就て其重心が見出し得るならば此重心と B 點との距離 λ を使って

$$\int_A^B x M dx = \lambda \mathfrak{A}$$

故に $BB' = \delta$ とすれば一定値の E, I に對しては

$$(53) \quad \delta = \frac{1}{EI} \int_A^B Mx dx = \frac{\mathfrak{A}}{EI} \lambda$$

である。

即ち (50) 式は桁の任意二點に於ける切線の成す角 φ を與へ (53) 式は δ の値を定める。

是等二式は共に橈角橈度法の基礎を成すものである。

次に一部材 AB が其端部に働くモーメントと力の爲めに原位置 AB から $A'B'$ に移動したものとする。此際 B が A に對して相對的に成す變位は時針の方向に動く場合と之と反對方向に動く場合との二つがある。此際 A が B に對する相對的變位の關係も之と全く同様である。此變位の大きさを d で表はし時針と同方向の變位を正量に規約し之に反するものを負量に規約する。而して此 d を橈度と呼ぶ。

然るに AB 部材は彎曲のモーメントに因り彎曲を惹起し A 點及 B 點に於ける彈性曲線への切線は原位置 AB の線と夫々 φ_a 及 φ_b の角變位を生ず。之を橈角と呼び時針と同方向の廻轉に對して正量を與へることに規約する。

又 A 點に働く彎曲モーメントを M_{AB} で表はし B 點に働く彎曲モーメントを M_{BA} で表はし時針の方向

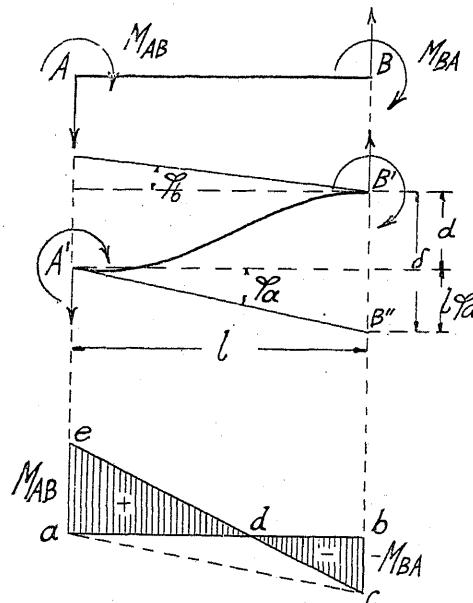


Fig. 17.

を其正量に規約する。
Fig. 17 に於ては $M_{AB}, M_{BA}, \varphi_a, \varphi_b$ は何れも時針と同方向の回転方向をもつものであるが d のみは反対方向のものである。

Fig. 17 に於て $B'B''=\delta$ であ

り此値は圖の上から考ふれば

$$\delta = l \varphi_a + d$$

である。但し規約によつて此 d は負量である爲め一般式としては

$$(54) \quad \delta = l \varphi_a - d$$

と書く可きである。即ち (54) 式に於て d の取る可き符號は B' の位置が A' と相對的に時針と同方向に變位せるものなれば正量であり反対方向の變位なれば負量である。

換言すれば (54) 式は規約の適用を見るべき式であ

る。然るに δ は (53) 式から與へられる。

即ち Fig. 17 の彎曲モーメント示圖に於て ade の面積に其重心から B の真下までの距離を乗じたものから bcd の面積に其重心から B の真下までの距離をかけたものを引き $\frac{1}{EI}$ を乘すれば得られる。

此計算は面積 acd を便宜上兩面積に加へて行へば簡単となる。

$$\text{即ち} \quad \delta = \left\{ M_{AB} \frac{l}{2} \cdot \frac{2l}{3} - M_{BA} \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{3} \right\} \frac{1}{EI}$$

此式の δ に (54) 式の値を入れ

$$(55) \quad \begin{cases} I:l=\xi \\ d:l=\mu \end{cases}$$

とすれば次式の如くなる。

$$(56) \quad 2M_{AB} - M_{BA} = 6E\xi \{\varphi_a - \mu\}$$

以上求めたものは B 點の真下の δ に就てあるが同様な考察を A 點に就て行へば次式が得られる

$$(57) \quad 2M_{BA} - M_{AB} = 6E\xi \{\varphi_b - \mu\}$$

若し $d=0$ の場合には $\mu=0$ となり前二式から

$$(58) \quad \begin{cases} \varphi_a = \frac{1}{6E\xi} \{2M_{AB} - M_{BA}\}, \\ \varphi_b = \frac{1}{6E\xi} \{2M_{BA} - M_{AB}\}. \end{cases}$$

が得られる。又 (56), (57) 式から M_{AB}, M_{BA} を求むれば

$$(59) \quad \begin{cases} M_{AB}=2E\xi\{2\varphi_a+\varphi_b-3\mu\}, \\ M_{BA}=2E\xi\{2\varphi_b+\varphi_a-3\mu\}. \end{cases}$$

(58) 式は Manderla 氏が與へたものであり (59) 式は Mohr 氏が導いたものである。*

以上求めたものは部材の兩端に荷重が働き其中間に荷重なき場合であるが若し此中間荷重が存在する場合には次の様になる。

即ち部材の中間に荷重ある場合には上述の理論に於てモーメント示圖の形だけが單に變するに過ぎない。従つて前述のモーメント示圖に此荷重によつて附加せらる可きモーメント示圖の面積 \mathfrak{A} を考慮に取り次式が得られる。

$$(60) \quad \begin{cases} 2M_{AB}-M_{BA}=6E\xi\{\varphi_a-\mu\}-\frac{6\mathfrak{A}\bar{\lambda}}{l^2} \\ 2M_{BA}-M_{AB}=6E\xi\{\varphi_b-\mu\}+\frac{6\mathfrak{A}(l-\bar{\lambda})}{l^2} \end{cases}$$

但し $\bar{\lambda}$ は新に附加せらる可きモーメント示圖の面積 \mathfrak{A} の重心から B 點の真下までの距離である。

(60) 式を聯立に解きて M_{AB} , M_{BA} を求むれば

$$\begin{cases} M_{AB}=2E\xi\{2\varphi_a+\varphi_b-3\mu\}-C_{AB}, \\ M_{BA}=2E\xi\{2\varphi_b+\varphi_a-3\mu\}+C_{BA}, \end{cases}$$

* C. R. Grimm: Secondary Stresses in Bridge Trusses. 1908, London. P. 34 及 P. 56

$$(61) \quad \begin{cases} 茲に C_{AB}=\frac{2\mathfrak{A}}{l^2}\{3\bar{\lambda}-l\}, \\ C_{BA}=\frac{2\mathfrak{A}}{l^2}\{2l-3\bar{\lambda}\}. \end{cases}$$

(61) 式は部材が中間荷重をもつ場合の部材端部に働くモーメントを求める式で C_{AB} , C_{BA} は (61) 式に示す如く單に AB 部材の中間荷重に因つて一定する値で他部材に荷せられた中間荷重とは全く獨立したものである。従つて多くの部材から成る架構解法に C 夫自身を以て荷重を代表して計算を完了し得ることが大なる利便を與へる。

(61) 式は振角法の基本表式であつて Wilson 氏が與へたものである。*

III. 荷重項の準備計算

前節の (61) 式に示した C_{AB} , C_{BA} の項は AB 部材の中間荷重に因つて一定する値で實際問題によく現はれる荷重に對して豫め之を計算して置けば便利である。

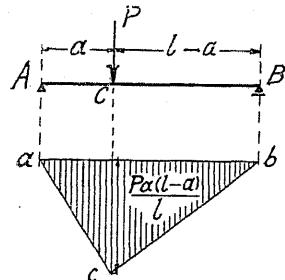
(61) 式より

* W. M. Wilson, F. E. Richart and Camillo Weiss: Analysis of Statically Indeterminate Structures by the Slope Deflection Method. Illinois Bulletin No. 108. 1918.

$$C_{AB} = \frac{2\mathfrak{A}}{l^2} \{3\bar{\lambda} - l\},$$

$$C_{BA} = \frac{2\mathfrak{A}}{l^2} \{2l - 3\bar{\lambda}\}.$$

今 A 端より a なる距離に於て荷せられた AB 部材に垂直な單一荷重に對して此 C の値を計算すれば次の如くである。



\mathfrak{A} は中間荷重が單桁に荷せられた場合のモーメント示圖の全面積であるから Fig. 18 に於て

$$\mathfrak{A} = \frac{Pa(l-a)}{2}$$

又 $\bar{\lambda}$ は B 點より測つた此面積の重心距離であるから

$$\bar{\lambda} = \frac{2l-a}{3}$$

従つて

$$(62) \quad \begin{cases} C_{AB} = \frac{Pa(l-a)^2}{l^2} \\ C_{BA} = \frac{Pa^2(l-a)}{l^2} \end{cases}$$

此 (62) 式は任意點に荷せられた單一垂直荷重に對

するものであるから他の任意垂直荷重に對する C_{AB} , C_{BA} は (62) 式を基本として第一編に於ける積分の考察を茲に應用すれば得られる。

故に Fig. 8 (c) に示す任意荷重に對しては

$$(63) \quad \begin{cases} C_{AB} = \frac{1}{l^2} \int yx(l-x)^2 dx \\ C_{BA} = \frac{1}{l^2} \int yx^2(l-x) dx \end{cases}$$

若し又集中荷重の一群が荷せられる場合には

$$(64) \quad \begin{cases} C_{AB} = \frac{1}{l^2} \sum Pa(l-a)^2, \\ C_{BA} = \frac{1}{l^2} \sum Pa^2(l-a). \end{cases}$$

更に荷重が部材の中心に對し對照的位置をとる場合には $\bar{\lambda} = \frac{l}{2}$ となり従つて

$$(65) \quad C_{AB} = C_{BA} = \frac{\mathfrak{A}}{l}$$

故に部材の中心に荷せられた單一荷重 P に對しては

$$(66) \quad C_{AB} = C_{BA} = \frac{Pl}{8}$$

A, B 兩端より a なる距離に荷せられた二つの對照的集中荷重 P に對しては (Fig. 19)

$$(67) \quad C_{AB} = C_{BA} = \frac{Pa(l-a)}{l}$$

従つて Fig. 20 に示す對照的分布荷重に對しては

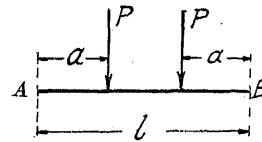


Fig. 19.

$$(68) \quad C_{AB} = C_{BA} = \frac{1}{l} \int_a^b yx(l-x)dx$$

又 Fig. 21 に示す對照的集中荷重の一群に對しては

$$(69) \quad C_{AB} = C_{BA} = \frac{1}{l} \sum_{r=1}^n P_r a_r (l-a_r)$$

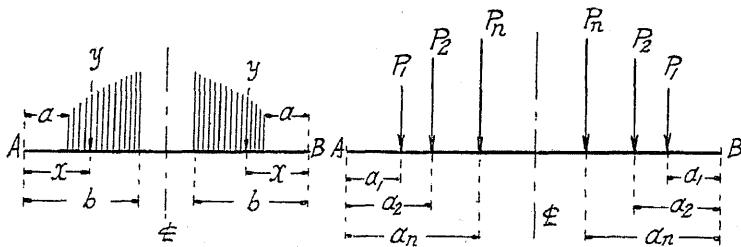


Fig. 20.

Fig. 21.

Table 5 には種々の荷重に對する C_{AB} 及 C_{BA} の値を示す。同 Table には又

$$(70) \quad \begin{cases} C_{AB} + \frac{C_{BA}}{2} = H_{AB} \\ C_{BA} + \frac{C_{AB}}{2} = H_{BA} \end{cases}$$

の値をも示してある。是等の値は架構計算に於て屢々現はれる値である。

Table 5.

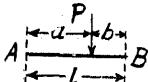
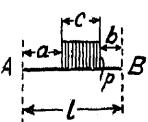
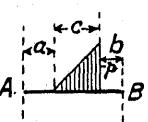
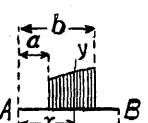
荷重條件	C_{AB}	C_{BA}	H_{AB}	H_{BA}
	$\frac{Pab^2}{l^2}$	$\frac{Pa^2b}{l^2}$	$\frac{Pab}{2l^2} \{a+2b\}$	$\frac{Pab}{2l^2} \{2a+b\}$
	$\frac{pc}{12l^2} \{12ab(b+c) + 6b^2c + 4c^2(a+b) + c^3\}$	$\frac{pc}{12l^2} \{12ab(a+c) + 6a^2c + 4c^2(a+b) + c^3\}$	$\frac{pc}{8l^2} \{4ab(a+2b+3c) + 2c(a^2+2b^2) + 4c^2(a+b) + c^3\}$	$\frac{pc}{8l^2} \{4ab(2a+b+3c) + 2c(2a^2+b^2) + 4c^2(a+b) + c^3\}$
	$a=0, \frac{pc^2}{12l^2} \{6b^2 + 4bc + c^2\}$	$\frac{pc^3}{12l^2} \{4b+c\}$	$a=0, \frac{pc^2}{8l^2} \{b^2 + 4bc + c^2\}$	$\frac{pc^2}{8l^2} \{2b^2 + 4bc + c^2\}$
	$b=0, \frac{pc^3}{12l^2} \{4a+c\}$	$\frac{pc^2}{12l^2} \{6a^2 + 4ac + c^2\}$	$b=0, \frac{pc^2}{8l^2} \{2a^2 + 4ac + c^2\}$	$\frac{pc^2}{8l^2} \{4a^2 + 4ac + c^2\}$
	$a=b=0, \frac{Pl^2}{12}$	$\frac{pl^2}{12}$	$a=b=0, \frac{pl^2}{8}$	$\frac{pl^2}{8}$
	$\frac{pc}{60l^2} \{20bc(a+b) + 5c^2(a+2b) + 30ab^2 + 2c^3\}$	$\frac{pc}{60l^2} \{10ac(a+c) + 15b(2a^2 + c^2) + 40abc + 3c^3\}$	$\frac{pc}{120l^2} \{10ab(3a+6b+8c) + 10(c^2+4b^2) + 5c^2(4a+7b) + 7c^3\}$	$\frac{pc}{120l^2} \{10ab(6a+3b+10c) + 20(c^2+b^2) + 5c^2(5a+8b) + 8c^3\}$
	$a=0, \frac{pc^2}{30l^2} \{10b^2 + 5bc + c^2\}$	$\frac{pc^3}{20l^2} \{5b+c\}$	$a=0, \frac{pc^2}{120l^2} \{40b^2 + 35bc + 7c^2\}$	$\frac{pc^2}{30l^2} \{5b^2 + 10bc + 2c^2\}$
	$b=0, \frac{pc^3}{60l^2} \{5a+2c\}$	$\frac{pc^2}{60l^2} \{10a(a+c) + 3c^2\}$	$b=0, \frac{pc^2}{120l^2} \{10a^2 + 20ac + 7c^2\}$	$\frac{pc^2}{120l^2} \{20a^2 + 25ac + 8c^2\}$
	$a=b=0, \frac{pl^2}{30}$	$\frac{pl^2}{20}$	$a=b=0, \frac{7pl^2}{120}$	$\frac{8pl^2}{120}$
	$\frac{1}{l^2} \int_a^b yx(l-x)^2 dx$	$\frac{1}{l^2} \int_a^b yx^2(l-x) dx$	$\frac{1}{2l^2} \int_a^b yx(l-x)(2l-x) dx$	$\frac{1}{2l^2} \int_a^b yx(l^2-x^2) dx$
	$a=0, b=l$	$\frac{1}{l^2} \int_0^l yx^2(l-x) dx$	$a=0, \frac{1}{2l^2} \int_0^l yx(l-x)(2l-x) dx$	$\frac{1}{2l^2} \int_0^l yx(l^2-x^2) dx$

Table 5 (續き)

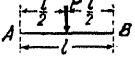
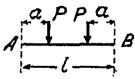
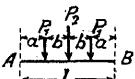
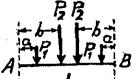
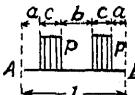
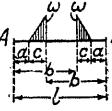
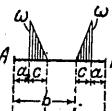
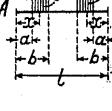
荷重條件	$C_{AB}=C_{BA}$	$H_{AB}=H_{BA}$
	$\frac{Pl}{8}$	$\frac{3}{16}Pl$
	$\frac{Pa(l-a)}{l}$	$\frac{3Pa(l-a)}{2l}$
$a = \frac{l}{3}, P = \frac{2l}{9}$		$\frac{Pl}{3}$
	$\frac{(a+b)}{l^3} \{2P_1a(a+2b) + P_2(a+b)^2\}$	$\frac{3(a+b)}{2l^2} \{2P_1a(a+2b) + P_2(a+b)^2\}$
$a=b=\frac{l}{4}, P=\frac{5l}{16}$ $P_1=P_2$		$\frac{15}{32}Pl$
	$\frac{1}{l} \{P_1a(l-a) + P_2b(l-b)\}$	$\frac{3}{2l} \{P_1a(l-a) + P_2b(l-b)\}$
$1) \frac{2a=b}{P_1=P_2} \frac{Pa}{l} \{3l-5a\}$		$\frac{3pa}{2l} \{3l-5a\}$
$2) \frac{a=\frac{b}{2}=\frac{l}{5}}{P_1=P_2} P=\frac{2l}{5}$		$\frac{3}{5}Pl$
	$\frac{pc}{el} \{6a(l-a) + 3bc + 4c^2\}$	$\frac{pc}{4l} \{6a(l-a) + 3bc + 4c^2\}$
$1) a=0, \frac{pc^2}{6l} \{3b+4c\}$		$\frac{pc^2}{4l} \{3b+4c\}$
$2) b=0, \frac{pc}{3l} \{3a(l-a) + 2c^2\}$		$\frac{pc}{2l} \{3a(l-a) + 2c^2\}$
$3) a=b=c=\frac{l}{5}, P=\frac{31l^2}{750}$		$\frac{31}{500}Pl^2$
$4) a=b=0, 2c=l, P=\frac{pl^2}{12}$		$\frac{pl^2}{8}$

Table 5 (續き)

荷重條件	$C_{AB}=C_{BA}$	$H_{AB}=H_{BA}$
	$\frac{\omega c}{12l} \{6ab + 4bc + 2ac + c^2\}$	$\frac{\omega c}{8l} \{6ab + 4bc + 2ac + c^2\}$
	1) $a=0, \frac{\omega c^2}{12l} (4b+c)$	$\frac{\omega c^2}{8l} \{4b+c\}$
	2) $a+c=b, \frac{\omega c}{12l} \{6a^2 + 12ac + 5c^2\}$	$\frac{\omega c}{8l} \{6a^2 + 12ac + 5c^2\}$
	3) $a=0, b=c=\frac{l}{2}, \omega \frac{5l^2}{96}$	$\frac{5}{64} \omega l^2$
	$\frac{\omega c}{12l} \{6ab + 4ac + 2bc + c^2\}$	$\frac{\omega c}{8l} \{6ab + 4ac + 2bc + c^2\}$
	1) $a=0, \frac{\omega c^2}{12l} (2b+c)$	$\frac{\omega c^2}{8l} \{2b+c\}$
	2) $a+c=b, \frac{\omega c}{4l} \{2a^2 + 4ac + c^2\}$	$\frac{3\omega c}{8l} \{2a^2 + 4ac + c^2\}$
	3) $a=0, b=c=\frac{l}{2}, \omega \frac{l^2}{32}$	$\frac{3}{64} \omega l^2$
	$\frac{1}{l} \int_a^b yx(l-x)dx$	$\frac{3}{2l} \int_a^b yx(l-x)dx$
	$a=0, b=\frac{l}{2}, \frac{1}{l} \int_0^{\frac{l}{2}} yx(l-x)dx$	$\frac{3}{2l} \int_0^{\frac{l}{2}} yx(l-x)dx$

IV. 架構計算への應用と假定

不静定未知量の撰定並に決定

橋角撓度法による架構の解法は次の如き假定の下に行はれる。

- 1) 部材と部材とは其接合點に於て完全に剛結せらる。
- 2) 直應力に因る部材の變長は零である。
- 3) 剪力に因る變形は零である。
- 4) 彎曲に因る徑間の變長は零である。

是等の假定の中第四のものは普通考へられないものであるが假定の變形を明瞭ならしむる爲めには是非必要なものであつて此變長が大切な役目を演するものに完全固定性のビームがある。

今 Fig. 22 (a) に示す架構が部材 1-2 間の任意點に荷重を持つ場合を考ふるに接合點 1 は水平移動 $\delta^{(1)}$ をなす。従つて上述の假定に依り他の接合點 2, 3, 4 も同じ値の水平移動 $\delta^{(1)}$ をなすものと考へられる。即ち此場合 $\delta^{(1)}$ は不静定未知量の一つである。又各接合點に於ては角變位をなすものであつて

接合點 1 に於ける角變位を $\varphi_1^{(1)}$

接合點 2 に於ける角變位を $\varphi_2^{(1)}$

接合點 3 に於ける角變位を $\varphi_3^{(1)}$

接合點 4 に於ける角變位を $\varphi_4^{(1)}$
とする。

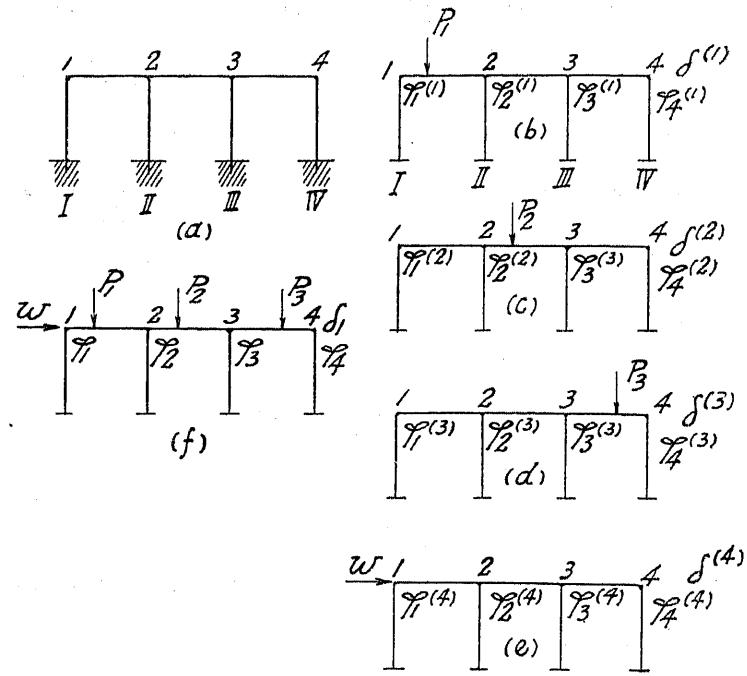


Fig. 22.

固定脚の架構に對しては地盤との取付の點に角變位を考へ得ないから Fig. (b) の場合には未知量は上述の 5 個即ち 4 個の角變位と 1 個の水平移動である。

次に部材 2—3 間の任意點に荷重ある場合即 Fig. 22 (c) に對しては前同様にして 5 個の未知量

$$\delta^{(2)}, \varphi_1^{(2)}, \varphi_2^{(2)}, \varphi_3^{(2)}, \varphi_4^{(2)}$$

が計算にはいる理である。

又部材 3—4 間の任意點に荷重ある場合即ち Fig. 22

(d) に對しては

$$\delta^{(3)}, \varphi_1^{(3)}, \varphi_2^{(3)}, \varphi_3^{(3)}, \varphi_4^{(3)}$$

の 5 個の未知量を考へなければならぬ。

更に Fig. 22 (e) に示す如き水平荷重を架構の一側にもつ場合には

$$\delta^{(4)}, \varphi_1^{(4)}, \varphi_2^{(4)}, \varphi_3^{(4)}, \varphi_4^{(4)}$$

を考へなければならぬ。

是等の未知量は架構の形と部材の斷面に因つて等値の場合が生じ未知量の數は減ることある可きも一般には上述の様な未知量が計算にはいることとなる。

従つて最も一般な場合即ち各部材が任意點に垂直荷重をもち架構の一側に水平荷重ある場合 (Fig. (f)) には是等 4 個の場合の同時成立と考へられ之れに對しても未知量の數は累加の法則によつて 5 個である。

即ち

$$\delta_1, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$$

である。

若し地盤との取付が鉗脚となれば I, II, III, IV に於て角變位が生ずる。併し是等の點は鉗脚構造である爲め其點に於て $M=0$ であるから此條件から

して I, II, III, IV に於ける角變位を 1, 2, 3, 4 に於ける角變位の項で置きかへることが出来るから未知量の數には變りがないとも考へられる。

一般に撓角撓度法で考へる不靜定未知量は δ と φ であつて此撰定は此種の解法の根本をなすものであるから更に此 δ と φ とに關し説明する。

上述の如くして Fig. 23 (a) に示す非對照荷重は δ_1 φ_1, φ_2 の 3 個の未知量を必要とする。即ち未知量の數を n あらはせば $n=3$ である。併し Fig. 23 (b) の如く荷重と架構が對照となれば架構の變形も亦其對照軸に對して對照的關係をとらなければならぬから $\varphi_2 = -\varphi_1$ となり假定によつて $\delta=0$ となる。

即ち $n=1$ である。又 Fig. 23 (c) に示す非對照荷重に對しては $n=5$ (或は φ_1 を φ_1 の函數で表はせば $n=3$), Fig. 23 (d) に對しては對照關係にあるから $n=2$ 或は $n=1$ に簡略化し得る。

概して問題の複雜性を簡略化するものは構造並に荷重の對照性であつて單純化する要素は水平移動が零なることにある。従つて Fig. 23 (e) に示すものは個々の徑間に就ては荷重は對照でないが架構の對照軸に對し兩徑間の荷重が對照的關係をもつ爲め $\delta=0, \varphi_2=0, \varphi'_1=-\varphi_1$ となり未知量は 1 個である。

又 Fig. 23 (f) に就ては勿論未知量は 1 個である。

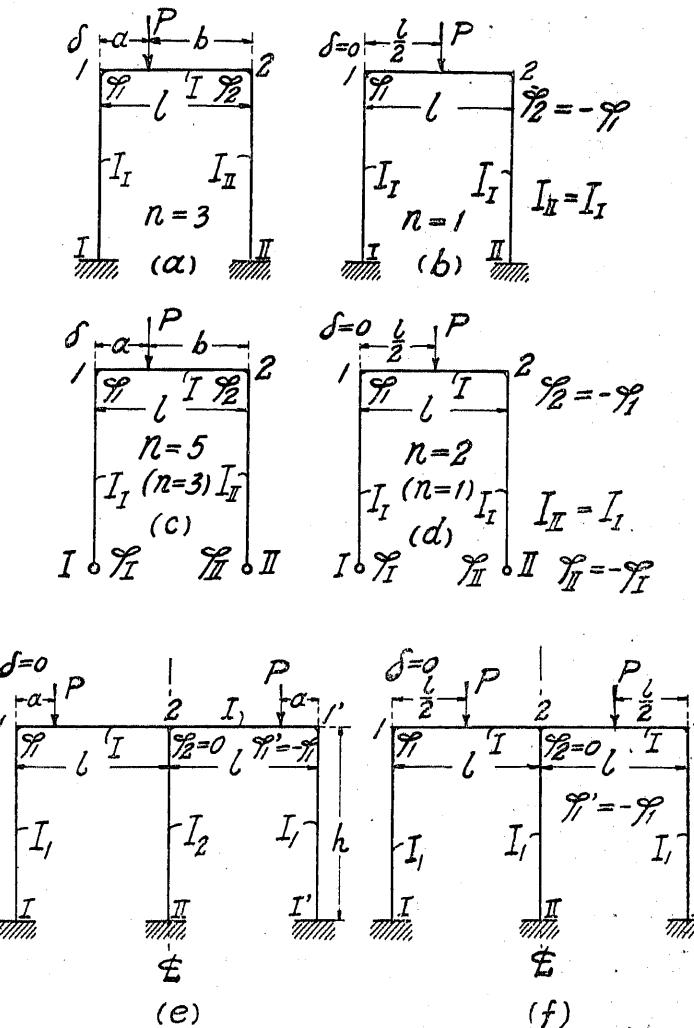


Fig. 23.

以上述べたところで不靜定未知量の撰定法は概説し得たと思ふ。

然らば次に此未知量は如何にして決定せらる可きかを述べよう。Fig. 23 (c) に示す架構に對しては未知量を 5 個と考へるか又は 3 個と考へるかに從つて所要の聯立方程式は 5 個又は 3 個である。

$M_{I1}=0, M_{II2}=0$ をも此聯立方程式の中に加ふれば 5 個であるが此 2 個より φ_I, φ_{II} を夫々 φ_1, φ_2 で表はし φ_I, φ_{II} を消去してかゝれば所要の聯立方程式は 3 個となる。

即ち Fig. 23 (c) に對しては

接合點 1 に於て $\Sigma M=0$ より

$$(1) \quad M_{1I} + M_{12} = 0$$

接合點 2 に於て $\Sigma M=0$ より

$$(2) \quad M_{2II} + M_{21} = 0$$

兩脚全體としての平衡條件より(此説明後述)

$$(3) \quad M_{1I} + M_{2II} = 0$$

是等 3 個の方程式を撓角撓度法の基礎表式から作りこれを聯立に解いて 3 個の未知量を求める。

若し又架構が固定脚のもの即ち Fig. 23 (a) の如き場合には此(3)式は次の様になる。(此説明後述)

$$(3)_a \quad M_{1I} + M_{12} + M_{2II} + M_{II1} = 0$$

即ち此場合には 8 個の未知量 $\delta, \varphi_1, \varphi_2$ を (1), (2), (3)_a より聯立に解いて求める。

従つて建築架構の如く矩形架構の規則的連結か

ら成立するものに對しては此聯立方程式の作り方に對し次の様な考察が必要である。

- (1) 荷重並に構造の對照性と非對照性とに著眼し φ 並に δ を假定する。對照荷重に對しては φ の符號に注意し合理的な假定に従ふ。
- (2) φ 並に δ に與ふべき符號上の假定は對照荷重以外に對しては推定困難であり且つ又是等の未知量は M を求むる一過程として方便上使用せらるゝもので環境が許すならば正量と假定して出發するが便利である。

φ 並に δ の符號は既に述べてあるが時針の進む方向と同方向が正量である。

- (3) 未知量としての φ は一接合點に 1 個存在し其接合點に於て $\Sigma M=0$ の條件から 1 個の方程式が得られる。従つて n 個の接合點に對しては一般に n 個の未知量 φ が存在し各接合點に於て各 1 個即ち全體にて n 個の方程式が得られる。
- (4) δ の存在するものに對しては各階毎に其平衡を考へる(水平荷重ある場合には其影響をも考へる) m 階の架構に對しては m 個

の δ を生じ各階毎に方程式 1 個を生ずるから m 個の方程式が得られる。

- (5) 上述の結果として m 階建ての架構が n 個の接合點をもつ場合には m 個の δ と n 個の φ が未知量となるが之を定むべき $m+n$ 個の聯立方程式が出来る。

以上述べただけでは理解困難なところあるを免れないかも知れぬが以下實例によつて之を補足する。

V. 基本表式と平衡方程式の標準形

1. 基本表式

基本表式の一般形としては部材 1—2 に對し (61) 式に示す通り

$$M_{12} = 2E\xi_1 \{2\varphi_1 + \varphi_2 - 3\mu_1\} - C_{12}$$

$$M_{21} = 2E\xi_1 \{2\varphi_2 + \varphi_1 - 3\mu_1\} + C_{21}$$

茲に $\xi_1 = \frac{I_1}{l_1}$, $\mu_1 = \frac{\delta}{l_1}$

若し部材の一端 1 が鉸又は放支状態にある場合は $M_{12}=0$ であるから

$$\varphi_1 = 1,5\mu_1 - 0,5\varphi_2 + \frac{C_{12}}{4E\xi_1}$$

此 φ_1 の値を M_{21} の式に入れば

$$(71) \quad \begin{cases} M_{21} = 2E\xi_1 \{1,5\varphi_2 - 1,5\mu_1\} + H_{21} \\ \text{茲に} \\ H_{21} = C_{21} + \frac{C_{12}}{2} \end{cases}$$

之に反し部材の一端 2 が鉸又は放支状態にある場合には $M_{21}=0$ であるから

$$\varphi_2 = 1,5\mu_1 - 0,5\varphi_1 - \frac{C_{21}}{4E\xi_1}$$

此 φ_2 の値を M_{12} の式に入れば

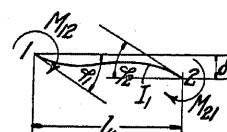
$$(72) \quad \begin{cases} M_{12} = 2E\xi_1 \{1,5\varphi_1 - 1,5\mu_1\} - H_{12} \\ \text{茲に} \\ H_{12} = C_{12} + \frac{C_{21}}{2} \end{cases}$$

是等の表式は撆角撆度法の基本をなす重要なものであつて Table 6 は是等表式を簡明に示すものである。

Table 6 基本表式の表

部材を水平と考ふれば任意の垂直荷重(上方より下向)
部材を垂直と考ふれば任意の水平荷重

$$\xi_1 = \frac{I_1}{l_1}, \mu_1 = \frac{\delta}{l_1}$$



$$H_{12} = C_{12} + \frac{C_{21}}{2}, H_{21} = C_{21} + \frac{C_{12}}{2}$$

$$(1) \quad \begin{cases} M_{12} = 2E\xi_1 \{2\varphi_1 + \varphi_2 - 3\mu_1\} - C_{12} \\ M_{21} = 2E\xi_1 \{2\varphi_2 + \varphi_1 - 3\mu_1\} + C_{21} \end{cases}$$

Table 6 (續き)

 $\delta=0$ の場合

$$(2) \begin{cases} M_{12}=2E\xi_1\{2\varphi_1+\varphi_2\}-C_{12} \\ M_{21}=2E\xi_1\{2\varphi_2+\varphi_1\}+C_{21} \end{cases}$$

部材 1-2 間に無荷重の場合

$$(3) \begin{cases} M_{12}=2E\xi_1\{2\varphi_1+\varphi_2-3\mu_1\} \\ M_{21}=2E\xi_1\{2\varphi_2+\varphi_1-3\mu_1\} \end{cases}$$

部材 1-2 間に無荷重にして且つ $\delta=0$ の場合

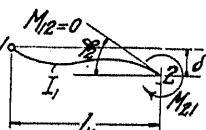
$$(4) \begin{cases} M_{12}=2E\xi_1\{2\varphi_1+\varphi_2\} \\ M_{21}=2E\xi_1\{2\varphi_2+\varphi_1\} \end{cases}$$

部材の一端 1 が鉗又は放支状態の場合

$$(5) \begin{cases} M_{12}=0 \\ M_{21}=2E\xi_1\{1,5\varphi_2-1,5\mu_1\}+H_{21} \end{cases}$$

 $\delta=0$ の場合

$$(6) \begin{cases} M_{12}=0 \\ M_{21}=2E\xi_1\{1,5\varphi_2\}+H_{21} \end{cases}$$



部材 1-2 間に無荷重の場合

$$(7) \begin{cases} M_{12}=0 \\ M_{21}=2E\xi_1\{1,5\varphi_2-1,5\mu_1\} \end{cases}$$

部材 1-2 間に無荷重にして且つ $\delta=0$ の場合

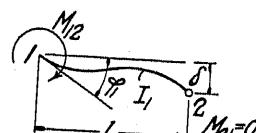
$$(8) \begin{cases} M_{12}=0 \\ M_{21}=2E\xi_1\{1,5\varphi_2\} \end{cases}$$

部材の一端 2 が鉗又は放支状態の場合

$$(9) \begin{cases} M_{12}=2E\xi_1\{1,5\varphi_1-1,5\mu_2\}-H_{12} \\ M_{21}=0 \end{cases}$$

 $\delta=0$ の場合

$$(10) \begin{cases} M_{12}=2E\xi_1\{1,5\varphi_1\}-H_{12} \\ M_{21}=0 \end{cases}$$



部材 1-2 間に無荷重の場合

$$(11) \begin{cases} M_{12}=2E\xi_1\{1,5\varphi_1-1,5\mu_2\} \\ M_{21}=0 \end{cases}$$

Table 6 (續き)

部材 1-2 間に無荷重にして且つ $\delta=0$ の場合

$$(12) \begin{cases} M_{12}=2E\xi_1\{1,5\varphi_1\} \\ M_{21}=0 \end{cases}$$

2. 平衡方程式の標準形

a) 接合點に於ける平衡方程式

或種の荷重により彈性的變形を呈したる架構の一部を取り出して考ふるに Fig. 24 に示す如く接合點(又は部材の端部)は A_1, r_1, s_1, t_1, u_1 より變形後 A, r, s, t, u に移動し A, r, t は同一水平線上にあるものと假定す又點 A は相對的に點 u と δ_1 丈けの水平移動をなし點 s は相對的に點 A に對し δ_2 の水平移動ありしものと假定し其方向は何れも時針の進行方向と考へる。今便宜上モーメント M 及角變位 φ を何れも正量即ち時針の進行方向に假定して出發する。若し負量を得る時は此假定の方向の誤れるを意味するものにして其方向を逆ならしむればよし。圖に於て P_1, P_2, P_3, P_4 は各部材にかかる荷重の合力を示すものと考へ單に荷重の存在と方向を示すもので荷重の分布狀態は任意でよし。

(i) A 點に於ける一般なる場合の平衡方程式 A 點に於ける平衡方程式は $\Sigma M_A=0$

或は

$$(a) \quad M_{Ar} + M_{As} + M_{At} + M_{Au} = 0$$

より定まる。

即ち部材 Ar, As, At, Au の ξ を夫々 $\xi_r, \xi'_{At}, \xi_A, \xi_u$ とすれば

$$(b) \quad \begin{cases} M_{Ar} = 2E\xi_r\{2\varphi_A + \varphi_r\} + C_{Ar} \\ M_{As} = 2E\xi'_{At}\{2\varphi_A + \varphi_s - 3\mu_2\} - C_{As} \\ M_{At} = 2E\xi_A\{2\varphi_A + \varphi_t\} - C_{At} \\ M_{Au} = 2E\xi_u\{2\varphi_A + \varphi_u - 3\mu_1\} - C_{Au} \end{cases}$$

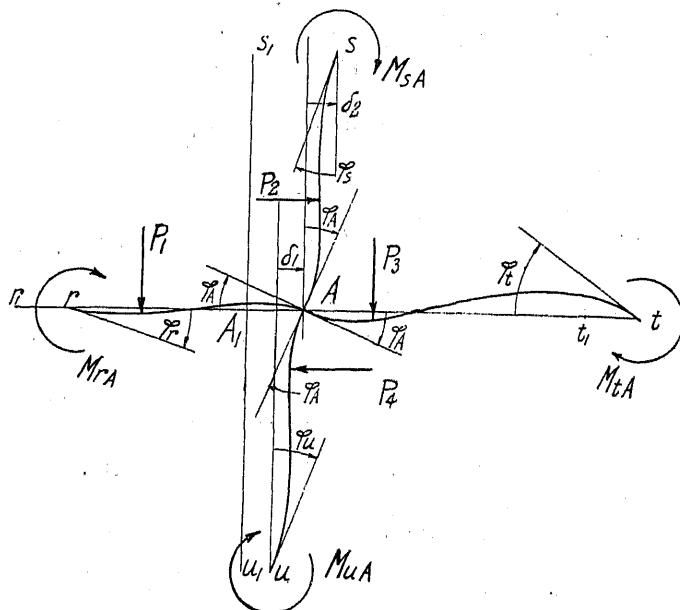


Fig. 24.

(b) 式の M の値を (a) 式に入るべきが得られる。

$$\{2\varphi_A\{\xi_r + \xi_u + \xi_A + \xi'_{At}\} + \varphi_r\xi_r + \varphi_s\xi'_{At} + \varphi_t\xi_A + \varphi_u\xi_u$$

$$(c) \quad \begin{cases} -3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_{At} = \frac{1}{2E}\{C_{Au} + C_{At} + C_{As} - C_{Ar}\} \\ \text{茲に } \mu_1 = \frac{\delta_1}{h_1}, \quad \mu_2 = \frac{\delta_2}{h_2} \end{cases}$$

但し h_1, h_2 は部材 Au 及 As の長さである。而して

(c) 式中 φ_A の係数は A 點に集る部材の ξ の総和を二倍したもので ρ_A を以て之れを表はせば

$$(d) \quad \begin{cases} \rho_A = 2\{\xi_r + \xi_u + \xi_A + \xi'_{At}\} \\ = 2\{A \text{ 點に集る } \xi \text{ の総和}\} \end{cases}$$

若し又 $\varphi_t = -\varphi_A$ の場合には (c) 式に於て φ_A の係数は $\rho_A - \xi_A$ となる之れを ρ''_A と置けば

$$(d)_o \quad \rho''_A = \rho_A - \xi_A = 2\{\xi_r + \xi_u + \xi'_{At}\} + \xi_A$$

(ii) u 點が鉸状態と假定せられる場合の A 點に於ける平衡方程式

此の場合には $M_{ua}=0$ 或は

$$M_{ua} = 2E\xi_u\{2\varphi_u + \varphi_A - 3\mu_1\} + C_{ua} = 0$$

之れより

$$\varphi_u = 1,5\mu_1 - 0,5\varphi_A - \frac{C_{ua}}{4E\xi_u}$$

従つて

$$(e) \quad M_{au} = 2E\xi_u\{1,5\varphi_A - 1,5\mu_1\} - H_{au}$$

之れは Table 6 より得られる一端鉸なる場合の M の表式である。

即ち (b) 式の M_{au} に代ふるに (e) 式の M_{au} を以て (a) 式

を作れば次の結果が得られる。

$$(f) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_A \rho'_A + \varphi_r \xi_r + \varphi_s \xi'_A + \varphi_t \xi_A \\ -1,5\mu_1 \xi_u - 3\mu_2 \xi'_A = \frac{1}{2E} \{ H_{Au} + C_{At} + C_{As} - C_{Ar} \} \end{array} \right.$$

茲に $\rho'_A = 2(\xi_r + \xi_A + \xi'_A) + 1,5\xi_u$
 $= \rho_A - 0,5\xi_u$

若し又 $\varphi_t = -\varphi_A$ の場合には (f) 式中 φ_A の係數は $\rho'_A - \xi_A$ となる。之れを ρ'''_A と置けば

$$(f)_o \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho'''_A = \rho'_A - \xi_A = \xi_A + 1,5\xi_u + 2(\xi_r + \xi'_A) \\ \text{或は } \rho'''_A = \rho_A - 0,5\xi_u - \xi_A \end{array} \right.$$

(iii) u 點が固定状態と假定せらるゝ場合の A 點に於ける平衡方程式

此場合には $\varphi_u = 0$ 、故に (c) 式中に此條件を入れれば

$$(g) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_A \rho'_A + \varphi_r \xi_r + \varphi_s \xi'_A + \varphi_t \xi_A - 3\mu_1 \xi_u - 3\mu_2 \xi'_A \\ = -\frac{1}{2E} \{ C_{Au} + C_{At} + C_{As} - C_{Ar} \} \end{array} \right.$$

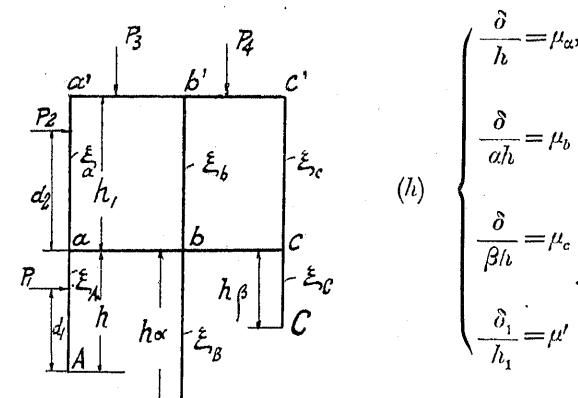
矩形架構の各接合點に於ける平衡方程式は上述の數式によつて求められる。即ち各接合點に於ける角變位と同數の平衡方程式は上述の表式から得られる理である。併し是等の方程式の中には未知量 δ を含む μ がはいつて居るから此 μ と同數の平衡方程式を他の考へから求めなければならぬ。此

考察は次の如くである。

b) 階全體としての平衡方程式

Fig. 25 に示す一矩形架構が水平荷重 P_1, P_2 並に垂直荷重 P_3, P_4 を受けるものとする。今架構の柱と地盤との取付の點に沈下又は變位を生ずることなく單に A, B, C 點に角變位のみが起るものと假定する。斯くすれば荷重後 $a b c$ 並に $a' b' c'$ は何れも同一水平線上に其位置をとり a, b, c 點は夫々 A, B, C 點に對して δ だけの水平移動を起す。又 a', b', c' 點は夫々 a, b, c 點に對し相對的に δ_1 だけの水平移動を生ずる。

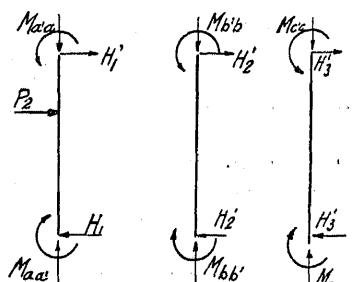
今



と置き各階毎に平衡條件を考へてみる。

此考察に對して Fig. 26 は便利である。

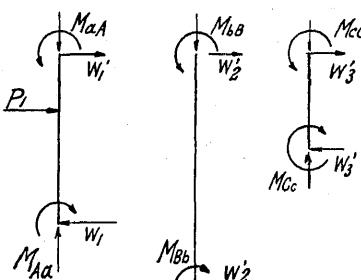
先づ第二階目のものに就き考へてみると



未知のモーメントは
全て時針の方向に考
ふれば

$$M_{a'a} + M_{aa'} + H'_1 h_1 \\ + P_2 d_2 = 0$$

これより



$$(i) \quad H'_2 = -\frac{1}{h_1} \{ P_2 d_2 \\ + M_{a'a} + M_{aa'} \}$$

又 $M_{b'b} + M_{bb'} + H'_2 h_1 = 0$

或は

$$(j) \quad H'_2 = -\frac{1}{h_1} \{ M_{b'b} \\ + M_{bb'} \}$$

Fig. 26.

同様に

$$M_{c'c} + M_{cc'} + H'_3 h_1 = 0$$

或は

$$(k) \quad H'_3 = -\frac{1}{h_1} \{ M_{c'c} + M_{cc'} \}$$

然るに

$$(l) \quad H'_1 + H'_2 + H'_3 = 0$$

故に此條件より

$$\{ M_{a'a} + M_{aa'} + M_{b'b} + M_{bb'} + M_{c'c} + M_{cc'} + P_2 d_2 = 0 \}$$

(m) 或は

$$\sum_{r=a}^c M_{rr'} + P_2 d_2 = 0$$

茲に d_2 は Fig. 25 に示す如く P_2 と a 點との距離である。

然るに

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{a'a} = 2E\xi_a \{ 2\varphi_{a'} + \varphi_a - 3\mu' \} + C_{a'a} \\ M_{aa'} = 2E\xi_a \{ 2\varphi_a + \varphi_{a'} - 3\mu' \} - C_{aa'} \\ M_{b'b} = 2E\xi_b \{ 2\varphi_{b'} + \varphi_b - 3\mu' \} \\ M_{bb'} = 2E\xi_b \{ 2\varphi_b + \varphi_{b'} - 3\mu' \} \\ M_{c'c} = 2E\xi_c \{ 2\varphi_{c'} + \varphi_c - 3\mu' \} \\ M_{cc'} = 2E\xi_c \{ 2\varphi_c + \varphi_{c'} - 3\mu' \} \end{array} \right.$$

是等の値を (m) 式に入れるれば

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_a(\xi_a) + \varphi_b(\xi_b) + \varphi_c(\xi_c) + \varphi_{a'}(\xi_a) + \varphi_{b'}(\xi_b) + \varphi_{c'}(\xi_c) \\ - 2\mu'(\xi_a + \xi_b + \xi_c) = \frac{1}{6E} \{ C_{aa'} - C_{a'a} - P_2 d_2 \} \end{array} \right.$$

即ち (o) 式は第二階目の平衡條件より誘導せられた重要な方程式である。

次に第一階目のものに就き同様に考ふれば

$$M_{aA} + M_{Aa} + W'_1 h + P_1 d_1 = 0$$

或は

$$(p) \quad W'_1 = -\frac{1}{h} \{ M_{aA} + M_{Aa} + P_1 d_1 \}$$

又

$$M_{bb} + M_{Bb} + W_2'ah = 0$$

之れより

$$(q) \quad W_2' = \frac{-1}{h\alpha} \{ M_{bb} + M_{Bb} \}$$

同様に

$$M_{cc} + M_{Cc} + W_3'h\beta = 0$$

之れより

$$(r) \quad W_3' = \frac{-1}{h\beta} \{ M_{cc} + M_{Cc} \}$$

然るに

$$(s) \quad W_1 + W_2' + W_3' = P_1 + P_2$$

或は

$$W_1' + W_2' + W_3' = P_2$$

故に此條件より

$$(t) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{aa} + M_{Aa} + \frac{1}{\alpha} (M_{bb} + M_{Bb}) + \frac{1}{\beta} (M_{cc} + M_{Cc}) \\ + P_1 d_1 + P_2 h = 0 \end{array} \right.$$

然るに

$$(u) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{aa} = 2E\xi_A \{ 2\varphi_a + \varphi_A - 3\mu_a \} + C_{aa} \\ M_{Aa} = 2E\xi_A \{ 2\varphi_A + \varphi_a - 3\mu_a \} - C_{aa} \\ \frac{M_{bb}}{\alpha} = \frac{2E\xi_B}{\alpha} \{ 2\varphi_b + \varphi_B - 3\mu_b \} \\ = \frac{2E\xi_B}{\alpha} \{ 2\varphi_b + \varphi_B - 3\frac{\mu_a}{\alpha} \} \end{array} \right.$$

$$\frac{M_{bb}}{\alpha} = \frac{2E\xi_B}{\alpha} \left\{ 2\varphi_B + \varphi_b - \frac{3\mu_a}{\alpha} \right\}$$

$$\frac{M_{cc}}{\beta} = \frac{2E\xi_C}{\beta} \left\{ 2\varphi_c + \varphi_c - \frac{3\mu_a}{\beta} \right\}$$

$$\frac{M_{cc}}{\beta} = \frac{2E\xi_C}{\beta} \left\{ 2\varphi_c + \varphi_c - \frac{3\mu_a}{\beta} \right\}$$

是等の値を (t) 式に入れるれば

$$(v) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_A(\xi_A) + \varphi_B\left(\frac{\xi_B}{\alpha}\right) + \varphi_C\left(\frac{\xi_C}{\beta}\right) \\ + \varphi_A(\xi_A) + \varphi_B\left(\frac{\xi_B}{\alpha}\right) + \varphi_C\left(\frac{\xi_C}{\beta}\right) \\ - 2\mu_a \left\{ \xi_A + \frac{\xi_B}{\alpha^2} + \frac{\xi_C}{\beta^2} \right\} \\ = \frac{1}{6E} \{ C_{aa} - C_{aa} - P_1 d_1 - P_2 h \} \end{array} \right.$$

若し柱の高さが同一なる時は

$$\alpha = \beta = 1$$

故に

$$(w) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_A(\xi_A) + \varphi_B(\xi_B) + \varphi_C(\xi_C) + \varphi_A(\xi_A) + \varphi_B(\xi_B) + \varphi_C(\xi_C) \\ - 2\mu_a(\xi_A + \xi_B + \xi_C) = \frac{1}{6E} \{ C_{aa} - C_{aa} - P_1 d_1 - P_2 h \} \end{array} \right.$$

此式は (o) 式の他形に過ぎない。

若し A, B, C 點が固定點なる場合には

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = 0$$

故に (v) 式より

$$(v)_1 \quad \begin{cases} \varphi_a(\xi_A) + \varphi_b\left(\frac{\xi_B}{\alpha}\right) + \varphi_c\left(\frac{\xi_C}{\beta}\right) \\ -2\mu_a\left\{\xi_A + \frac{\xi_B}{\alpha^2} + \frac{\xi_C}{\beta^2}\right\} \\ = \frac{1}{6E}\{C_{Aa} - C_{aA} - P_1d_1 - P_2h\} \end{cases}$$

若し A, B, C 點が固定點にして且つ同高の柱なる場合には

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = 0, \quad \alpha = \beta = 1$$

故に

$$(w)_1 \quad \begin{cases} \varphi_a(\xi_A) + \varphi_b(\xi_B) + \varphi_c(\xi_C) \\ -2\mu_a\{\xi_A + \xi_B + \xi_C\} = \frac{1}{6E}\{C_{Aa} - C_{aA} - P_1d_1 - P_2h\} \end{cases}$$

若し又 A, B, C 點が鉢状態なる場合には

$$(x) \quad \begin{cases} M_{Aa} = M_{Bb} = M_{Cc} = 0, \\ M_{aA} = 2E\xi_A\{1,5\varphi_a - 1,5\mu_a\} + H_{aA}, \\ M_{bB} = 2E\xi_B\left\{1,5\varphi_b - 1,5\frac{\mu_a}{\alpha}\right\}, \\ M_{cC} = 2E\xi_C\left\{1,5\varphi_c - 1,5\frac{\mu_a}{\beta}\right\}. \end{cases}$$

(x)式を (t)式に入れるれば

$$(y) \quad \begin{cases} \varphi_a(\xi_A) + \varphi_b\left(\frac{\xi_B}{\alpha}\right) + \varphi_c\left(\frac{\xi_C}{\beta}\right) \\ -\mu_a\left\{\xi_A + \frac{\xi_B}{\alpha^2} + \frac{\xi_C}{\beta^2}\right\} = -\frac{1}{3E}\{H_{aA} + P_1d_1 + P_2h\} \end{cases}$$

若し又 A, B, C 點が鉢状態にして且つ同高の柱なる時は

$$M_{Aa} = M_{Bb} = M_{Cc} = 0, \quad \alpha = \beta = 1$$

故に

$$(z) \quad \begin{cases} \varphi_a(\xi_A) + \varphi_b(\xi_B) + \varphi_c(\xi_C) \\ -\mu_a(\xi_A + \xi_B + \xi_C) = -\frac{1}{3E}\{H_{aA} + P_1d_1 + P_2h\} \end{cases}$$

以上説明せる如く平衡方程式は

(a). 接合點に於けるもの

(b). 階全體としてのもの

此二種に分類することが出来る。此中 (a)に属するものは荷重並に架構の対照性等より種々の重要な場合を生ずる。Table 7 はこれを示すものである。更に Table 7 に於て $P_2 = P_4 = 0$ なる場合は矩形架構が任意垂直荷重を有する應用廣い場合であるから Table 8 に之れを纏めて示してある。即ち Table 8 には“方程式の左邊”と記入しある下に未知量 φ の係数を φ の下に書き未知量 μ の係数を μ の下に書き既知の量である荷重に關する項は“方程式右邊”の行に記入してある。此表により各種の場合を一目に比較することが出来且つ其中に存在する便利な規則に想到することが出来よう。

次に Table 9 は (b)に属するもの即ち階全體として

の平衡方程式を Table 8 と同様な表示によつて表はしたものである。

Table 7

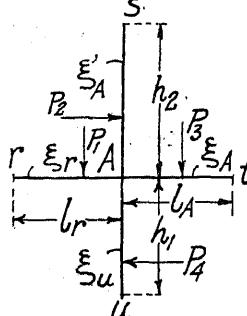
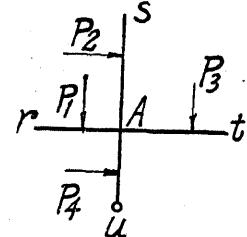
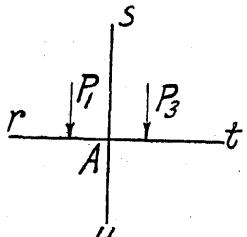
接合點 A に於ける平衡方程式の表	
(1)	 $\varphi_A(\rho_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_t(\xi_A) + \varphi_u(\xi_u)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{Au} + C_{At}\}$ $+ C_{As} - C_{Ar}\}$ $\rho_A = 2(\xi_r + \xi_u + \xi_A + \xi'_A)$
(2)	 $P_4 \text{ の方向が左方より右方に向ふ場合}$ $\varphi_A(\rho_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_t(\xi_A) + \varphi_u(\xi_u)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} + C_{As}\}$ $- C_{Ar} - C_{Au}\}$
(3)	 $P_2 = P_4 = 0 \text{ なる場合}$ $\varphi_A(\rho_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_t(\xi_A) + \varphi_u(\xi_u)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$

Table 7 (續き)

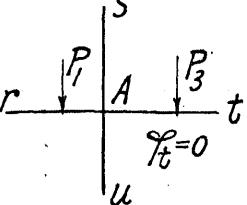
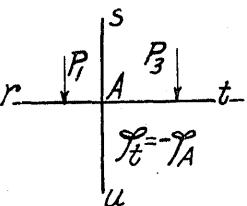
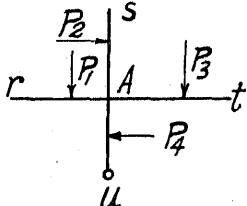
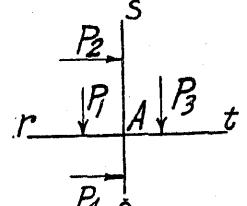
(4)	 $P_2 = P_4 = 0, \varphi_t = 0 \text{ なる場合}$ $\varphi_A(\rho_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_u(\xi_u)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(5)	 $P_2 = P_4 = 0, \varphi_t = -\varphi_A \text{ なる場合}$ $\varphi_A(\rho'_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_u(\xi_u)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$ $\rho''_A = 2(\xi_r + \xi_u + \xi'_A) + \xi_A$
(6)	 $u \text{ 点が鉢状態なる場合}$ $\varphi_A(\rho'_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_t(\xi_A)$ $-1,5\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{H_{Au} + C_{At}\}$ $+ C_{As} - C_{Ar}\}$ $\rho'_A = 2(\xi_r + \xi_A + \xi'_A) + 1,5\xi_u$
(7)	 $P_4 \text{ の方向が左方より右方に向ふ場合}$ $\varphi_A(\rho'_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_t(\xi_A)$ $-1,5\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} + C_{As}\}$ $- C_{Ar} - H_{Au}\}$

Table 7(續き)

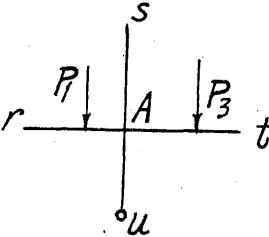
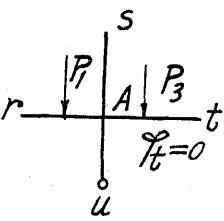
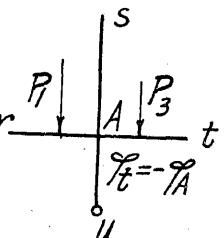
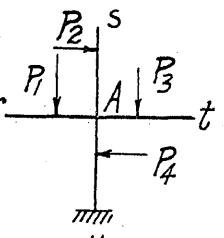
(8)		$P_2 = P_4 = 0$ なる場合 $\varphi_A(\rho'_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_t(\xi_A)$ $-1,5\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(9)		$P_2 = P_4 = 0, \varphi_t = 0$ なる場合 $\varphi_A(\rho'_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A)$ $-1,5\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(10)		$P_2 = P_4 = 0, \varphi_t = -\varphi_A$ なる場合 $\varphi_A(\rho''_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A)$ $-1,5\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$ $\rho'''_A = 2(\xi_r + \xi'_A) + 1,5\xi_u + \xi_A$
(11)		u 点が固定状態なる場合 $\varphi_A(\rho_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_t(\xi_A)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{Au} + C_{At}$ $+ C_{As} - C_{Ar}\}$

Table 7(續き)

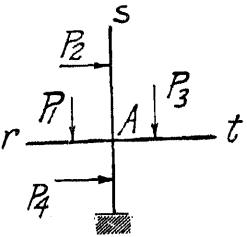
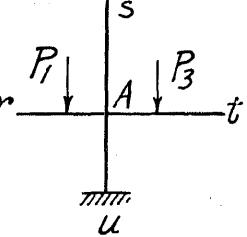
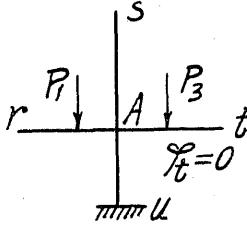
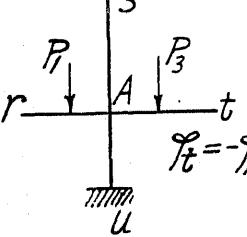
(12)		P_4 の方向が左方より右方に向ふ場合 $\varphi_A(\rho_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_t(\xi_A)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} + C_{As}$ $- C_{Ar} - C_{Au}\}$
(13)		$P_2 = P_4 = 0$ なる場合 $\varphi_A(\rho_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A) + \varphi_t(\xi_A)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(14)		$P_2 = P_4 = 0, \varphi_t = 0$ なる場合 $\varphi_A(\rho_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(15)		$P_2 = P_4 = 0, \varphi_t = -\varphi_A$ なる場合 $\varphi_A(\rho''_A) + \varphi_r(\xi_r) + \varphi_s(\xi'_A)$ $-3\mu_1\xi_u - 3\mu_2\xi'_A = \frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$

Table 8

接合點 A に於ける
平衡方程式係數表

r, A, t は同一水平線上,
 A, s には水平移動あり

表 13 の 番 號	架構の條件	方 程 式 左 邊 (未 知 量 の 係 數)							方程式の右邊 (既知量) 荷重に因る項
		φ_A	φ_r	φ_s	φ_t	φ_u	μ_1	μ_2	
(3)	最も一般なる場合	φ_A	ξ_r	ξ_s	ξ_t	ξ_u	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(4)	$\varphi_t = 0$	φ_A	ξ_r	ξ_s	0	ξ_u	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(5)	$\varphi_t = -\varphi_A$	φ''_A	ξ_r	ξ_s	0	ξ_u	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(13)	u 点が固定の場合	φ_A	ξ_r	ξ_s	ξ_t	0	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(14)	$\varphi_t = 0$	φ_A	ξ_r	ξ_s	0	0	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(15)	$\varphi_t = -\varphi_A$	φ''_A	ξ_r	ξ_s	0	0	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(8)	u 点が鉢の場合	φ'_A	ξ_r	ξ_s	ξ_t	0	$-1,5\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(9)	$\varphi_t = 0$	φ'_A	ξ_r	ξ_s	0	0	$-1,5\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$
(10)	$\varphi_t = -\varphi_A$	φ'''_A	ξ_r	ξ_s	0	0	$-1,5\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At} - C_{Ar}\}$

注意 本表中には Table 7 に於ける ξ_A を ξ_t とし ξ'_A を ξ_s とせり。

Table 8 (續き)

接合點 A に於ける平衡方程式係數表

部材 $r A$ が存在せざる場合

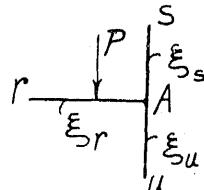
A, t は同一水平線上
 A, s には水平移動あり

方 程 式 番 號	架構の條件	方 程 式 左 邊 (未 知 量 の 係 數)						方程式右邊 (既知量) 荷重に因る項
		φ_A	φ_s	φ_t	φ_u	μ_1	μ_2	
(a)	一般の場合	φ_A	ξ_s	ξ_t	ξ_u	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(b)	$\varphi_t = 0$	φ_A	ξ_s	0	ξ_u	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(c)	$\varphi_t = -\varphi_A$	φ''_A	ξ_s	0	ξ_u	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(d)	u 点が固定の場合	φ_A	ξ_s	ξ_t	0	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(e)	$\varphi_t = 0$	φ_A	ξ_s	0	0	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(f)	$\varphi_t = -\varphi_A$	φ''_A	ξ_s	0	0	$-3\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(g)	u 点が鉢の場合	φ'_A	ξ_s	ξ_t	0	$-1,5\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(h)	$\varphi_t = 0$	φ'_A	ξ_s	0	0	$-1,5\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(i)	$\varphi_t = -\varphi_A$	φ'''_A	ξ_s	0	0	$-1,5\xi_u$	$-3\xi_s$	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(j)	部材 AsP^s 存在せざる場合	φ_A	0	ξ_t	ξ_u	$-3\xi_u$	0	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(k)	u 点が固定にして As 無き場合	φ_A	0	ξ_t	0	$-3\xi_u$	0	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$
(l)	u 点が鉢にして As 無き場合	φ'_A	0	ξ_t	0	$-1,5\xi_u$	0	$\frac{1}{2E} \{C_{At}\}$

Table 8 (續き)

接合點 A に於ける平衡方程式係數表

部材 A t が存在せざる場合

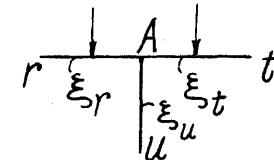
 r, A は同一水平線上 A, s には水平移動あり

方 程 式 番 號	架構の條件	方 程 式 左 邊 (未 知 量 の 係 數)						方 程 式 右 邊 (既 知 量) 荷重に因る項
		φ_A	ξ_r	ξ_s	ξ_u	μ_1	μ_2	
(a) ₁	一般の場合	ρ_A	ξ_r	ξ_s	ξ_u	-3 ξ_u	-3 ξ_s	$\frac{1}{2E}\{-C_{Ar}\}$
(b) ₁	u 點が固定の場合	ρ_A	ξ_r	ξ_s	0	-3 ξ_u	-3 ξ_s	$\frac{1}{2E}\{-C_{Ar}\}$
(c) ₁	u 點が鉸の場合	ρ'_A	ξ_r	ξ_s	0	-1,5 ξ_u	-3 ξ_s	$\frac{1}{2E}\{-C_{Ar}\}$
(d) ₁	部材 As が存在せざる場合	ρ_A	ξ_r	0	ξ_u	-3 ξ_u	0	$\frac{1}{2E}\{-C_{Ar}\}$
(e) ₁	u 點が固定にて As 無き場合	ρ_A	ξ_r	0	0	-3 ξ_u	0	$\frac{1}{2E}\{-C_{Ar}\}$
(f) ₁	u 點が鉸にて As 無き場合	ρ'_A	ξ_r	0	0	-1,5 ξ_u	0	$\frac{1}{2E}\{-C_{Ar}\}$

Table 8 (續き)

接合點 A に於ける平衡方程式係數表

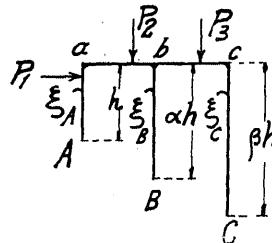
部材 A s が存在せざる場合

 r, A, t は同一水平線上 A には水平移動あり

方 程 式 番 號	架構の條件	方 程 式 左 邊 (未 知 量 の 係 數)					方 程 式 右 邊 (既 知 量) 荷重に因る項
		φ_A	ξ_r	ξ_t	ξ_u	μ_1	
(A)	一般の場合	ρ_A	ξ_r	ξ_t	ξ_u	-3 ξ_u	$\frac{1}{2E}\{C_{At} - C_{Ar}\}$
(B)	$\varphi_t = 0$	ρ_A	ξ_r	0	ξ_u	-3 ξ_u	$\frac{1}{2E}\{C_{At} - C_{Ar}\}$
(C)	$\varphi_t = -\varphi_A$	ρ''_A	ξ_r	0	ξ_u	-3 ξ_u	$\frac{1}{2E}\{C_{At} - C_{Ar}\}$
(D)	u 點が固定の場合	ρ_A	ξ_r	ξ_t	0	-3 ξ_u	$\frac{1}{2E}\{C_{At} - C_{Ar}\}$
(E)	$\varphi_t = 0$	ρ_A	ξ_r	0	0	-3 ξ_u	$\frac{1}{2E}\{C_{At} - C_{Ar}\}$
(F)	$\varphi_t = -\varphi_A$	ρ''_A	ξ_r	0	0	-3 ξ_u	$\frac{1}{2E}\{C_{At} - C_{Ar}\}$
(G)	u 點が鉸の場合	ρ'_A	ξ_r	ξ_t	0	-1,5 ξ_u	$\frac{1}{2E}\{C_{At} - C_{Ar}\}$
(H)	$\varphi_t = 0$	ρ'_A	ξ_r	0	0	-1,5 ξ_u	$\frac{1}{2E}\{C_{At} - C_{Ar}\}$
(I)	$\varphi_t = -\varphi_A$	ρ'''_A	ξ_r	0	0	-1,5 ξ_u	$\frac{1}{2E}\{C_{At} - C_{Ar}\}$

Table 9

階全體としての平衡方程式係數表 (但し一階の場合)



$$X_1 = 2(\xi_A + \xi_B + \xi_C)$$

$$X_0 = 2\left\{\xi_A + \frac{\xi_B}{\alpha^2} + \frac{\xi_C}{\beta^2}\right\}$$

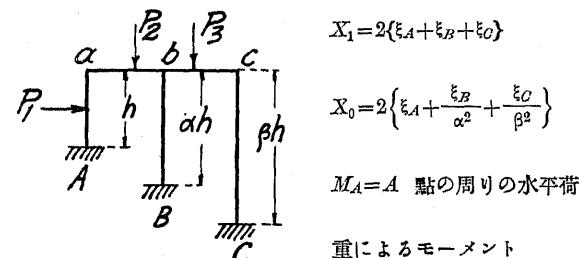
M_A = A 点の周りの水平荷重によるモーメント

方 程 式 番 號	架構の條件	方 程 式 左 邊 (未 知 量 の 係 數)						方 程 式 右 邊 (既 知 量)
		φ_A	φ_B	φ_C	φ_a	φ_b	φ_c	
水平荷重に因る項								
(1)	最も一般なる場合	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	$-X_0$
								$\frac{1}{6E}\{C_{Aa} - C_{uA} - M_A\}$
(2)	P_1 が a に働く場合	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	$-X_0$
								$-\frac{1}{6E}\{M_A\}$
(3)	P_1 が存在せざる場合	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	$-X_0$
								0
(4)	同高柱の場合 $\alpha = \beta = 1$	ξ_A	ξ_B	ξ_C	ξ_A	ξ_B	ξ_C	$-X_1$
								$\frac{1}{6E}\{C_{Aa} - C_{uA} - M_A\}$
(5)	同高柱にして P_1 が a に働く場合	ξ_A	ξ_B	ξ_C	ξ_A	ξ_B	ξ_C	$-X_1$
								$-\frac{1}{6E}\{M_A\}$
(6)	同高柱にして P_1 が存在せざる場合	ξ_A	ξ_B	ξ_C	ξ_A	ξ_B	ξ_C	$-X_1$
								0

Table 9 (續 き)

階全體としての平衡方程式係數表

固 定 脚 の 場 合



$$X_1 = 2(\xi_A + \xi_B + \xi_C)$$

$$X_0 = 2\left\{\xi_A + \frac{\xi_B}{\alpha^2} + \frac{\xi_C}{\beta^2}\right\}$$

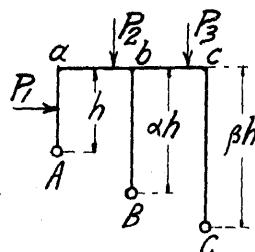
M_A = A 点の周りの水平荷重によるモーメント

方 程 式 番 號	架構の條件	方 程 式 左 邊 (未 知 量 の 係 數)				方 程 式 右 邊 (既 知 量)
		φ_a	φ_b	φ_c	μ	
水平荷重に因る項						
(7)	柱の高さ異なる場合	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	$-X_0$	$\frac{1}{6E}\{C_{Aa} - C_{uA} - M_A\}$
(8)	P_1 が a に働く場合	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	$-X_0$	$-\frac{1}{6E}\{M_A\}$
(9)	P_1 が存在せざる場合	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	$-X_0$	0
(10)	同高柱の場合 $\alpha = \beta = 1$	ξ_A	ξ_B	ξ_C	$-X_1$	$\frac{1}{6E}\{C_{Aa} - C_{uA} - M_A\}$
(11)	同高柱にして P_1 が a に働く場合	ξ_A	ξ_B	ξ_C	$-X_1$	$-\frac{1}{6E}\{M_A\}$
(12)	同高柱にして P_1 が存在せざる場合	ξ_A	ξ_B	ξ_C	$-X_1$	0

Table 9 (續き)

階全體としての平衡方程式係數表

鉸脚の場合



$$X_1 = 2\{\xi_A + \xi_B + \xi_C\}$$

$$X_0 = 2\left\{\xi_A + \frac{\xi_B}{\alpha^2} + \frac{\xi_C}{\beta^2}\right\}$$

M_A = A 点の周りの水平荷重によるモーメント

方程式番号	架構の條件	方程式左邊 (未知量の係數)				方程式右邊 (既知量)
		φ_a	φ_b	φ_c	μ	
(13)	柱の高さ異なる場合	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	$-\frac{X_0}{2}$	$-\frac{1}{3E}\{H_{aa} + M_A\}$
(14)	P_1 が a に働く場合	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	$-\frac{X_0}{2}$	$-\frac{1}{3E}\{M_A\}$
(15)	P_1 が存在せざる場合	ξ_A	$\frac{\xi_B}{\alpha}$	$\frac{\xi_C}{\beta}$	$-\frac{X_0}{2}$	0
(16)	同高柱の場合 $\alpha = \beta = 1$	ξ_A	ξ_B	ξ_C	$-\frac{X_1}{2}$	$-\frac{1}{3E}\{H_{aa} + M_A\}$
(17)	同高柱にして P_1 が a に働く場合	ξ_A	ξ_B	ξ_C	$-\frac{X_1}{2}$	$-\frac{1}{3E}\{M_A\}$
(18)	同高柱にして P_1 が存在せざる場合	ξ_A	ξ_B	ξ_C	$-\frac{X_1}{2}$	0

VI. 基本表式及び平衡

方程式の應用

1. 単層單徑間の矩形架構

a. 垂直荷重をもつ鉸脚矩形架構

Fig. 27 に示す架構を部材 $a b$ 間に任意の垂直荷重をもつ鉸脚矩形架構とする。

斯くすれば Table 6. の基本表式より

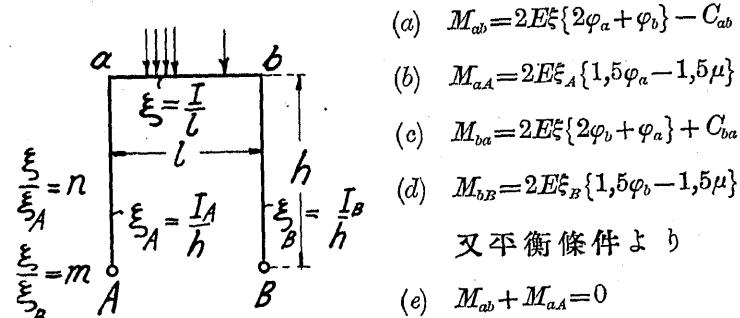


Fig. 27.

$$(a) M_{ab} = 2E\xi\{2\varphi_a + \varphi_b\} - C_{ab}$$

$$(b) M_{aa} = 2E\xi_A\{1.5\varphi_a - 1.5\mu\}$$

$$(c) M_{ba} = 2E\xi\{2\varphi_b + \varphi_a\} + C_{ba}$$

$$(d) M_{bb} = 2E\xi_B\{1.5\varphi_b - 1.5\mu\}$$

又平衡條件より

$$(e) M_{ab} + M_{aa} = 0$$

$$(f) M_{ba} + M_{bb} = 0$$

(a)式より(c)式を減すれば

$$(g) M_{ab} - M_{ba} = 2E\xi\{\varphi_a - \varphi_b\} - C_{ab} - C_{ba}$$

(b)式と(d)式との間に μ を消去すれば

$$(h) M_{aa}\xi_B - M_{bb}\xi_A = 3E\xi_A\xi_B\{\varphi_a - \varphi_b\}$$

(g)式と(h)式との間に $\varphi_a - \varphi_b$ を消去すれば

$$(i) 3\xi_A\xi_B\{M_{ab} - M_{ba} + C_{ab} + C_{ba}\} = 2\xi\{M_{aa}\xi_B - M_{bb}\xi_A\}$$

(i)式に(e)及(f)式の關係を用ひ

$$\frac{\xi}{\xi_A} = n, \quad \frac{\xi}{\xi_B} = m$$

と置けば(i)式は次の様になる。

$$(j) \quad M_{ab}\{3+2n\} + M_{bb}\{3+2m\} + 3\{C_{ab} + C_{ba}\} = 0$$

或は(j)式は

$$(k) \quad -M_{aa}\{3+2n\} + M_{bb}\{3+2m\} + 3\{C_{ab} + C_{ba}\} = 0$$

然るに階全體としての平衡條件より

$$(l) \quad M_{aa} + M_{bb} = 0$$

(k)式と(l)式とより M_{aa} 及 M_{bb} は次の様に見出される。

$$(m) \quad \begin{cases} M_{bb} = -\frac{3}{2} \frac{C_{ab} + C_{ba}}{3+m+n} \\ M_{aa} = \frac{3}{2} \frac{C_{ab} + C_{ba}}{3+m+n} \end{cases}$$

若し $m=n$ 即ち柱 aA の慣性モーメントが柱 bB のそれと等しき場合には

$$(n) \quad \begin{cases} M_{bb} = -\frac{3}{2} \frac{C_{ab} + C_{ba}}{3+2n} \\ M_{aa} = \frac{3}{2} \frac{C_{ab} + C_{ba}}{3+2n} \end{cases}$$

若し又 $m=n=1$ なる時は

$$(o) \quad \begin{cases} M_{bb} = -\frac{3}{10} \{C_{ab} + C_{ba}\} \\ M_{aa} = \frac{3}{10} \{C_{ab} + C_{ba}\} \end{cases}$$

更に又架構並に垂直荷重が對照的關係を有する場

合には

$$(p) \quad \begin{cases} M_{bb} = -\frac{3}{(3+2n)} \cdot \frac{\mathfrak{A}}{l} \\ M_{aa} = \frac{3}{(3+2n)} \frac{\mathfrak{A}}{l} \end{cases}$$

是等の (m), (n), (o), (p) の四式は公式として應用廣いものである。

b. 垂直荷重をもつ鉄脚異高の矩形架構

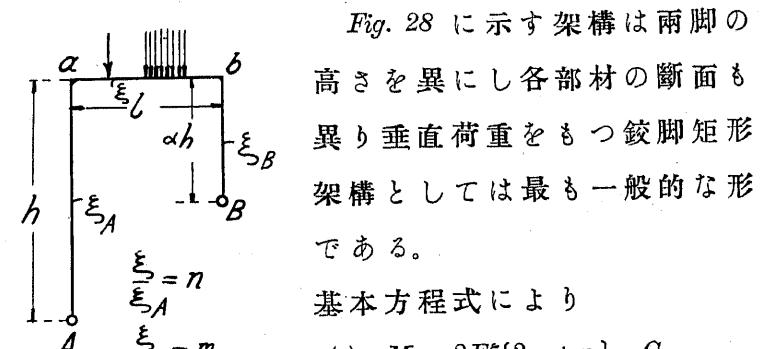


Fig. 28 に示す架構は兩脚の高さを異にし各部材の斷面も異り垂直荷重をもつ鉄脚矩形架構としては最も一般的な形である。

基本方程式により

$$(a) \quad M_{ab} = 2E\xi \{2\varphi_a + \varphi_b\} - C_{ab}$$

$$(b) \quad n M_{ab} = -n M_{aa} = -2E\xi \{1,5\varphi_a - 1,5\mu\}$$

$$(c) \quad M_{bb} = -M_{ba} = -2E\xi \{2\varphi_b + \varphi_a\} - C_{ba}$$

$$(d) \quad m M_{bb} = 2E\xi \left\{ 1,5\varphi_b - 1,5 \frac{\mu}{\alpha} \right\}$$

又階全體としての平衡條件より

$$(e) \quad M_{aa} + \frac{M_{bb}}{\alpha} = 0 \quad \text{或は} \quad \frac{M_{bb}}{\alpha} - M_{ab} = 0$$

今 φ_a, φ_b を消去する目的にて 2(b)–4(d)–3(c) を作れば

$$(f) \quad 2n M_{ab} - M_{ba} \{3 + 4m\} = 3C_{ba} + \frac{6E\xi\mu}{\alpha} \{2 + \alpha\}$$

同様に 3(a)+4(b)–2(d) を作れば

$$(g) \quad M_{ab} \{3 + 4n\} - 2m M_{ba} = -3C_{ab} + \frac{6E\xi\mu}{\alpha} \{1 + 2\alpha\}$$

次に (f){1+2\alpha} – (g){2+\alpha} より μ を消去すれば

$$(h) \quad M_{ab} \{2 + 2n + \alpha\} + M_{ba} \{1 + 2\alpha + 2\alpha m\} \\ + 2H_{ab} + 2\alpha H_{ba} = 0$$

(e)式と(h)式を聯立に解けば M_{ab}, M_{ba} は見出される。

$$(i) \quad \begin{cases} M_{ba} = -\frac{\alpha \{H_{ab} + \alpha H_{ba}\}}{1 + n + \alpha + \alpha^2 + \alpha^2 m} \\ M_{ab} = -M_{ba} = -\frac{M_{ba}}{\alpha} = \frac{H_{ab} + \alpha H_{ba}}{1 + n + \alpha + \alpha^2 + \alpha^2 m} \end{cases}$$

此(i)式は垂直荷重をもつ單徑間の鉄脚矩形架構中最も一般的な表式であつて(i)式中に $\alpha=1$ と置けば前節の(m)式が得られる。

Table 10 は本節並に前節の結果と更に之れより導かれた種々の場合を纏めて示すものである。

Table 10

垂直荷重をもつ鉄脚矩形架構			
M_{ab}, M_{ba} の表			
ξ_A	ξ_B	$\xi_A = n$	$\xi_B = m$
ξ_A	ξ_B	$\xi_A = n$	$\xi_B = m$
番号	架構の条件	M_{ab}	M_{ba}
(1)	最も一般的なる場合	$\frac{H_{ab} + \alpha H_{ba}}{1 + n + \alpha + \alpha^2 + \alpha^2 m}$	$-\frac{\alpha \{H_{ab} + \alpha H_{ba}\}}{1 + n + \alpha + \alpha^2 + \alpha^2 m}$
(2)	$\alpha=1$ なる場合	$\frac{3}{2} \frac{C_{ab} + C_{ba}}{3 + m + n}$	$-\frac{3}{2} \frac{C_{ab} + C_{ba}}{3 + m + n}$
(3)	$m=n$ なる場合	$\frac{H_{ab} + \alpha H_{ba}}{1 + \alpha + \alpha^2 + n(1 + \alpha^2)}$	$-\frac{\alpha \{H_{ab} + \alpha H_{ba}\}}{1 + \alpha + \alpha^2 + n(1 + \alpha^2)}$
(4)	$m=n=1$ なる場合	$\frac{H_{ab} + \alpha H_{ba}}{2 + \alpha + 2\alpha^2}$	$-\frac{\alpha \{H_{ab} + \alpha H_{ba}\}}{2 + \alpha + 2\alpha^2}$
(5)	荷重が $a b$ の中心に 對し對照なる場合 $H_{ab} = H_{ba} = \frac{3}{2} \frac{\mathfrak{A}}{l}$	$\frac{3\mathfrak{A}(1+\alpha)}{2l \{1 + n + \alpha + \alpha^2 + \alpha^2 m\}}$	$-\frac{3\mathfrak{A}\alpha(1+\alpha)}{2l \{1 + n + \alpha + \alpha^2 + \alpha^2 m\}}$
(6)	$\alpha=1$ にして $m=n$ なる場合	$\frac{3}{2} \frac{C_{ab} + C_{ba}}{3 + 2n}$	$-\frac{3}{2} \frac{C_{ab} + C_{ba}}{3 + 2n}$
(7)	$\alpha=1$ にして $m=n=1$ なる場合	$\frac{3}{10} \{C_{ab} + C_{ba}\}$	$-\frac{3}{10} \{C_{ab} + C_{ba}\}$
(8)	$\alpha=1$ にして 架構並に荷重が對照的關係を有する場合 $C_{ab} = C_{ba} = \frac{\mathfrak{A}}{l}$	$\frac{3}{(3+2n)} \frac{\mathfrak{A}}{l}$	$-\frac{3}{(3+2n)} \frac{\mathfrak{A}}{l}$

c. 水平荷重をもつ鉄脚矩形架構

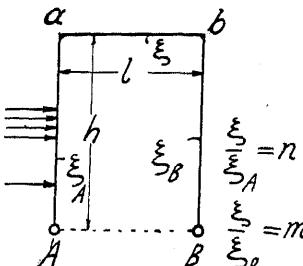


Fig. 29.

Fig. 29 に示す架構を柱
a A 間に任意の水平荷
重をもつ鉄脚矩形架構
とする。
斯くすれば基本表式よ
り

$$(a) M_{ab} = 2E\xi \{2\varphi_a + \varphi_b\}$$

$$(b) M_{aa} = 2E\xi_A \{1.5\varphi_a - 1.5\mu\} + H_{aa}$$

$$(c) M_{bb} = 2E\xi \{2\varphi_b + \varphi_a\}$$

$$(d) M_{bb} = 2E\xi_B \{1.5\varphi_b - 1.5\mu\}$$

又 M_a にて水平荷重の A 点の周りのモーメントを表はせば

$$(e) M_{aa} + M_{bb} + M_a = 0$$

(a)式より (c)式を引き $M_{ab} = -M_{aa}$, $M_{bb} = -M_{bb}$
と置けば

$$(f) M_{bb} - M_{aa} = 2E\xi \{\varphi_a - \varphi_b\}$$

(b)式と (d)式との間に μ を消去すれば

$$(g) \{M_{aa} - H_{aa}\}\xi_B - M_{bb}\xi_A = 3E\xi_A\xi_B \{\varphi_a - \varphi_b\}$$

更に (f)式と (g)式との間に $\varphi_a - \varphi_b$ を消去すれば

$$(h) M_{aa} \{2\xi_B + 3\xi_A\xi_B\} - 2\xi_B H_{aa} - M_{bb} \{3\xi_A\xi_B + 2\xi_A^2\} = 0$$

従つて (e)式と (h)式とを聯立に解きて M_{aa} , M_{bb} が見出される。

$$(i) \begin{cases} M_{aa} = \frac{2nH_{aa} - M_a(3+2m)}{2(3+m+n)} \\ M_{bb} = -\frac{2nH_{aa} + M_a(3+2n)}{2(3+m+n)} \end{cases}$$

若し $m=n$ なれば

$$(j) \begin{cases} M_{aa} = \frac{nH_{aa}}{3+2n} - \frac{M_a}{2} \\ M_{bb} = -\left\{ \frac{nH_{aa}}{3+2n} + \frac{M_a}{2} \right\} \end{cases}$$

更に又 $m=n=1$ なれば

$$(k) \begin{cases} M_{aa} = \frac{H_{aa}}{5} - \frac{M_a}{2} \\ M_{bb} = -\left\{ \frac{H_{aa}}{5} + \frac{M_a}{2} \right\} \end{cases}$$

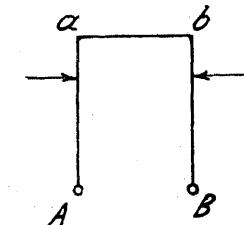


Fig. 30.

若し又水平荷重が左右の柱に相
向つてかゝり荷重も柱も共に對
照的関係をもつ場合には (Fig. 30)

$$(l) \begin{cases} M_{aa} = \frac{2n}{3+2n} H_{aa} \\ M_{bb} = -\frac{2n}{3+2n} H_{aa} \end{cases}$$

d. 水平荷重をもつ鉄脚異高の矩形架構

Fig. 31 に示す架構は兩脚の高さを異にし各部材

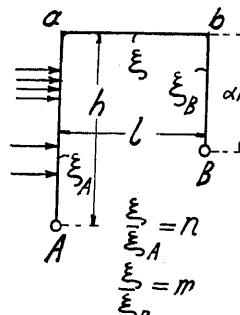


Fig. 31.

の断面も異り水平荷重を一側にもつ鉄脚矩形架構として最も一般的な形である。

基本方程式により

$$(a) \quad n M_{aA} = 2E\xi \{1.5\varphi_a - 1.5\mu\} + n H_{aA}$$

$$(b) \quad M_{aA} = -2E\xi \{2\varphi_a + \varphi_b\}$$

$$(c) \quad M_{bB} = -2E\xi \{2\varphi_b + \varphi_a\}$$

$$(d) \quad m M_{bB} = 2E\xi \left\{1.5\varphi_b - 1.5 \frac{\mu}{\alpha}\right\}$$

今 A 点の周りの水平荷重のモーメントを M_A とすれば階全體としての平衡方程式より

$$(e) \quad M_A + M_{aA} + \frac{1}{\alpha} M_{bB} = 0$$

次に φ_a, φ_b を消去する目的にて $-2(a)-3(c)-4(d)$ を作れば

$$(f) \quad 2n M_{aA} + (3+4m) M_{bB} = 2n H_{aA} - \frac{6E\xi \mu}{\alpha} (2+\alpha)$$

又同様な目的にて $-4(a)-3(b)-2(d)$ を作れば

$$(g) \quad (3+4n) M_{aA} + 2m M_{bB} = 4n H_{aA} - \frac{6E\xi \mu}{\alpha} (1+2\alpha)$$

次に μ を消去する目的にて $(1+2\alpha)(f)-(2+\alpha)(g)$ を作れば

$$(h) \quad (2+a+2n) M_{aA} - (1+2\alpha+2\alpha m) M_{bB} - 2n H_{aA} = 0$$

従つて (e) 式と (h) より M_{aA}, M_{bB} が見出される。

$$(i) \quad \begin{cases} M_{aA} = \frac{1}{2} \frac{2n H_{aA} - \alpha(1+2\alpha+2\alpha m) M_A}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 m} \\ M_{bB} = -\frac{\alpha}{2} \frac{2n H_{aA} + (2+2n+\alpha) M_A}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 m} \end{cases}$$

若し $n=m$ なる時は

$$(j) \quad \begin{cases} M_{aA} = \frac{1}{2} \frac{2n H_{aA} - \alpha(1+2\alpha+2\alpha n) M_A}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 n} \\ M_{bB} = -\frac{\alpha}{2} \frac{2n H_{aA} + (2+2n+\alpha) M_A}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 n} \end{cases}$$

更に又 $n=m=1$ なる時は

$$(k) \quad \begin{cases} M_{aA} = \frac{1}{2} \frac{2H_{aA} - \alpha(1+4\alpha) M_A}{2+\alpha+2\alpha^2} \\ M_{bB} = -\frac{\alpha}{2} \frac{2H_{aA} + (4+\alpha) M_A}{2+\alpha+2\alpha^2} \end{cases}$$

又水平荷重が柱の中間にかかることなく其頂點 a にかかる單一荷重なる時は (Fig. 32)

$$H_{aA}=0$$

$$M_A=Ph$$

なるを以て (i) 式より

$$(l) \quad \begin{cases} M_{aA} = -\frac{1}{2} \frac{\alpha(1+2\alpha+2\alpha m)}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 m} Ph \\ M_{bB} = -\frac{1}{2} \frac{\alpha(2+2n+\alpha)}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 m} Ph \end{cases}$$

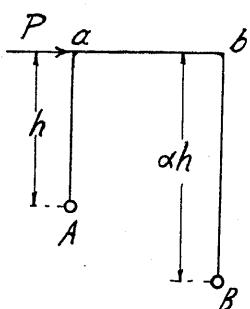


Table 11 は本節並に前節の結果と更に之れより導かれる種種の場合を纏めて表示するものである。

Fig. 32.

e. 垂直荷重をもつ固定脚矩形架構

今 Fig. 33 に示す架構を任意の垂直荷重をもち各部材の断面が異なる固定脚矩形架構とする。

斯くすれば基本表式から

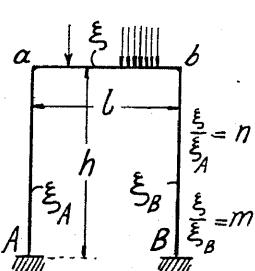


Fig. 33.

$$(a) n M_{ab} = -2E\xi \{2\varphi_a - 3\mu\}$$

$$(b) M_{ab} = 2E\xi \{2\varphi_a + \varphi_b\} - C_{ab}$$

$$(c) M_{bb} = -2E\xi \{2\varphi_b + \varphi_a\} - C_{ba}$$

$$(d) m M_{bb} = 2E\xi \{2\varphi_b - 3\mu\}$$

$$(e) m M_{ba} = 2E\xi \{\varphi_b - 3\mu\}$$

$$(f) n M_{aa} = 2E\xi \{\varphi_a - 3\mu\}$$

又階全體としての平衡方程式から

$$(g) M_{aa} - M_{ab} + M_{bb} + M_{ba} = 0$$

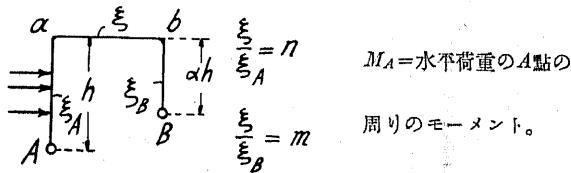
次に φ_a , φ_b , μ を消去する目的にて (a)+(d)+2(f)-2(e) を作れば

$$(h) n M_{ab} + m M_{bb} + 2n M_{aa} - 2m M_{ba} = 0$$

又同様の目的にて

Table 11.

水平荷重をもつ鉄脚矩形架構

 M_{aA} M_{bB} の表

番号	架構の條件	M_{aA}	M_{bB}
(1)	最も一般的なる場合	$\frac{1}{2} \frac{2n H_{aA} - \alpha(1+2\alpha+2\alpha m) M_A}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 m}$	$-\frac{\alpha}{2} \frac{2n H_{aA} + (2+2n+\alpha) M_A}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 m}$
(2)	$n=m$ なる場合	$\frac{1}{2} \frac{2n H_{aA} - \alpha(1+2\alpha+2\alpha n) M_A}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 n}$	$-\frac{\alpha}{2} \frac{2n H_{aA} + (2+2n+\alpha) M_A}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 n}$
(3)	$n=m=1$ なる場合	$\frac{1}{2} \frac{2H_{aA} - \alpha(1+4\alpha) M_A}{2+\alpha+2\alpha^2}$	$-\frac{\alpha}{2} \frac{2H_{aA} + (4+\alpha) M_A}{2+\alpha+2\alpha^2}$
(4)	$\alpha=1$ なる場合	$\frac{1}{2} \frac{2n H_{aA} - (3+2m) M_A}{3+n+m}$	$-\frac{1}{2} \frac{2n H_{aA} + (3+2n) M_A}{3+n+m}$
(5)	$\alpha=1$ にして $n=m$ なる場合	$\frac{1}{2} \frac{2n H_{aA} - (3+2n) M_A}{3+2n}$	$-\frac{1}{2} \frac{2n H_{aA} + (3+2n) M_A}{3+2n}$
(6)	$\alpha=1$ にして $n=m=1$ なる場合	$-\frac{1}{10} \{2H_{aA} - 5M_A\}$	$-\frac{1}{10} \{2H_{aA} + 5M_A\}$
(7)		$-\frac{1}{2} \frac{\alpha(1+2\alpha+2\alpha m) Ph}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 m}$	$-\frac{1}{2} \frac{\alpha(2+2n+\alpha) Ph}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 m}$
(8)	$M_A = Ph$ にして $m=n$ なる場合	$-\frac{1}{2} \frac{\alpha(1+2\alpha+2\alpha n) Ph}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 n}$	$-\frac{1}{2} \frac{\alpha(2+2n+\alpha) Ph}{1+n+\alpha+\alpha^2+\alpha^2 n}$
(9)	$M_A = Ph$ にして $m=n=1$ なる場合	$-\frac{1}{2} \frac{\alpha(1+4\alpha) Ph}{2+\alpha+2\alpha^2}$	$-\frac{1}{2} \frac{\alpha(4+\alpha) Ph}{2+\alpha+2\alpha^2}$
(10)		$-\frac{1}{2} \frac{(3+2m) Ph}{3+n+m}$	$-\frac{1}{2} \frac{(3+2n) Ph}{3+n+m}$
(11)	$M_A = Ph$ $\alpha=1$ $n=m$ なる場合	$-\frac{1}{2} Ph$	$-\frac{1}{2} Ph$

(a)+(b)+(c)+(d)-(e)+(f) を作れば

$$(i) \quad (1+n)M_{ab} + (1+m)M_{bB} + n M_{Aa} - m M_{Bb} \\ = -\{C_{ab} + C_{ba}\}$$

更に

$$-(a)+(c)+2(d)-2(e)-(f)$$

を作れば

$$(j) \quad -n M_{ab} + (1+2m)M_{bB} - n M_{Aa} - 2m M_{Bb} = -C_{ba}$$

以上求めたる (g), (h), (i), (j) の 4 式を聯立に解きて
4 個の未知量 M を見出す時は

$$(k) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = \frac{-1}{T} \{ C_{ab}(2m+2n+2m^2+11mn) + C_{ba}(m^2+10mn) \} \\ M_{bB} = \frac{-1}{T} \{ C_{ab}(n^2+10mn) + C_{ba}(2m+2n+2m^2+11mn) \} \\ M_{Aa} = \frac{1}{T} \{ C_{ab}(n-2m-2m^2+7mn) + C_{ba}(3m-m^2+8mn) \} \\ M_{Bb} = -\frac{1}{T} \{ C_{ab}(3n-n^2+8mn) + C_{ba}(m-2n-2m^2+7mn) \} \end{array} \right.$$

(k) 式に於て

$$T=2\{m+n+m^2+n^2+3mn^2+3m^2n+11mn\}$$

である。

若し荷重が對照的にかかる場合には

$$C_{ab}=C_{ba}=\frac{\mathfrak{A}}{l}$$

であるから (k) 式より

$$(l) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = -\frac{\mathfrak{A}}{lT} \{ 2m + 2n + 3m^2 + 21mn \} \\ M_{bb} = -\frac{\mathfrak{A}}{lT} \{ 2m + 2n + 3n^2 + 21mn \} \\ M_{aa} = \frac{\mathfrak{A}}{lT} \{ m + n - 3m^2 + 15mn \} \\ M_{ba} = -\frac{\mathfrak{A}}{lT} \{ m + n - 3n^2 + 15mn \} \end{array} \right.$$

若し架構が左右対照にして $n=m$ なる時は

$$T = 2n \{ 2 + 13n + 6n^2 \}$$

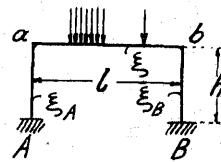
となり (k) 式は簡単となる

$$(m) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = -\frac{1}{2} \{ C_{ab}(2\eta + \lambda) + C_{ba}(2\eta - \lambda) \} \\ M_{bb} = -\frac{1}{2} \{ C_{ab}(2\eta - \lambda) + C_{ba}(2\eta + \lambda) \} \\ M_{aa} = \frac{1}{2} \{ C_{ab}(\eta - \lambda) + C_{ba}(\eta + \lambda) \} \\ M_{ba} = -\frac{1}{2} \{ C_{ab}(\eta + \lambda) + C_{ba}(\eta - \lambda) \} \end{array} \right.$$

(m) 式中

$$\eta = \frac{1}{2+n}, \quad \lambda = \frac{1}{1+6n}.$$

Table 12

垂直荷重をもつ固定脚矩形架構に於ける M_{aA} , M_{Aa} , M_{bB} , M_{Bb} の表

$$\frac{\xi}{\xi_A} = n, \quad \frac{\xi}{\xi_B} = m, \quad \lambda = \frac{1}{1+6n}, \quad \eta = \frac{1}{2+n}$$

$$T = 2\{m + n + m^2 + n^2 + 3mn^2 + 3m^2n + 11mn\}$$

番號	架構の條件	M_{aA}	M_{Aa}	M_{bB}	M_{Bb}
(1)	一般なる場合	$\frac{1}{T}\{C_{ab}(2m+2n+2m^2+11mn)+C_{ba}(m^2+10mn)\}$	$\frac{1}{T}\{C_{ab}(n-2m-2m^2+7mn)+C_{ba}(3m-m^2+8mn)\}$	$-\frac{1}{T}\{C_{ab}(n^2+10mn)+C_{ba}(2m+2n+2m^2+11mn)\}$	$-\frac{1}{T}\{C_{ab}(3n-n^2+8mn)+C_{ba}(m-2n-2m^2+7mn)\}$
(2)	$n=m$ の場合	$\frac{1}{2}\{C_{ab}(2\eta+\lambda)+C_{ba}(2\eta-\lambda)\}$	$\frac{1}{2}\{C_{ab}(\eta-\lambda)+C_{ba}(\eta+\lambda)\}$	$-\frac{1}{2}\{C_{ab}(2\eta-\lambda)+C_{ba}(2\eta+\lambda)\}$	$-\frac{1}{2}\{C_{ab}(\eta+\lambda)+C_{ba}(\eta-\lambda)\}$
(3)	$n=m=1$ の場合	$\frac{1}{42}\{17C_{ab}+11C_{ba}\}$	$\frac{1}{21}\{2C_{ab}+5C_{ba}\}$	$-\frac{1}{42}\{11C_{ab}+17C_{ba}\}$	$-\frac{1}{21}\{5C_{ab}+2C_{ba}\}$
(4)	対照荷重の場合 $C_{ab}=C_{ba}=\frac{\mathfrak{U}}{l}$	$\frac{\mathfrak{U}}{lT}\{2m+2n+3m^2+21mn\}$	$\frac{\mathfrak{U}}{lT}\{m+n-3m^2+15mn\}$	$-\frac{\mathfrak{U}}{lT}\{2m+2n+3m^2+21mn\}$	$-\frac{\mathfrak{U}}{lT}\{m+n-3m^2+15mn\}$
(5)	対照荷重にして $n=m$ の場合	$\frac{2\mathfrak{U}}{l(2+n)}$	$\frac{\mathfrak{U}}{l(2+n)}$	$-\frac{2\mathfrak{U}}{l(2+n)}$	$-\frac{\mathfrak{U}}{l(2+n)}$
(6)	対照荷重にして $n=m=1$ の場合	$\frac{2}{3}\frac{\mathfrak{U}}{l}$	$\frac{1}{3}\frac{\mathfrak{U}}{l}$	$-\frac{2}{3}\frac{\mathfrak{U}}{l}$	$-\frac{1}{3}\frac{\mathfrak{U}}{l}$

である。

若し荷重が対照的にして $C_{ab} = C_{ba} = \frac{\mathfrak{A}}{l}$ なる上更に架構が対照にして $n=m$ なる時は

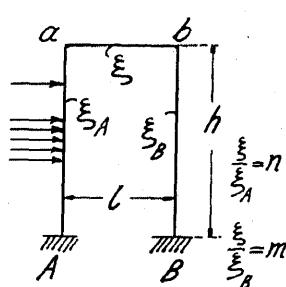
$$(n) \quad \begin{cases} M_{ab} = M_{ba} = -\frac{2}{2+n} \frac{\mathfrak{A}}{l}, \\ M_{aa} = -M_{bb} = \frac{1}{2+n} \frac{\mathfrak{A}}{l}. \end{cases}$$

Table 12 は是等の関係を簡明に示すものである。

g. 水平荷重をもつ固定脚矩形架構

Fig. 34 に示す架構を任意の水平荷重を其一側にもち各部材の断面が異なる固定脚矩形架構とする。

斯くする時は基本表式から



$$(a) \quad M_{ab} = 2E\xi \{2\varphi_a + \varphi_b\}$$

$$(b) \quad n M_{aa} = 2E\xi \{2\varphi_a - 3\mu\} + nC_{aa}$$

$$(c) \quad n M_{ba} = 2E\xi \{\varphi_a - 3\mu\} - nC_{ba}$$

$$(d) \quad M_{ba} = 2E\xi \{2\varphi_b + \varphi_a\}$$

$$(e) \quad m M_{bb} = 2E\xi \{2\varphi_b - 3\mu\}$$

$$(f) \quad m M_{bb} = 2E\xi \{\varphi_b - 3\mu\}$$

Fig. 34.

又

$$(g) \quad -M_{ab} + M_{aa} + M_{ba} + M_{bb} + M_A = 0$$

即ち $\varphi_a, \varphi_b, \mu$ を消去する目的にて

$$(a) - (b) + (c) - (d) + (e) - (f)$$

を作れば

$$(h) \quad (1+n)M_{ab} + nM_{Aa} + (1+m)M_{bb} - m M_{Bb} \\ = -n\{C_{aA} + C_{Aa}\}$$

又 (b)-(c)-(d)+2(e)-2(f) を作れば

$$(i) \quad -nM_{ab} - nM_{Aa} + (1+2m)M_{bb} - 2m M_{Bb} \\ = n\{C_{aA} + C_{Aa}\}$$

同様に -(b)+2(c)+(e)-2(f) を作れば

$$(j) \quad nM_{ab} + 2nM_{Aa} + m M_{bb} - 2m M_{Bb} = -n\{C_{aA} + 2C_{Aa}\}$$

(g), (h), (i), (j) 式を聯立に解きて四つの未知量 M を求むれば次の様になる。

$$(k) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = \frac{n}{T} \{ 3m(2+m)(M_A - C_{Aa}) \\ \quad - C_{aA}(5m+2n+3m^2+6mn) \} \\ M_{bb} = -\frac{n}{T} \{ 3m(2+n)(M_A - C_{Aa}) \\ \quad - C_{aA}(n+4m-3mn) \} \\ M_{Aa} = -\frac{1}{T} \{ m(3mn+2m+5n+2)(M_A - C_{Aa}) \\ \quad + nC_{aA}(3m^2+12m+1) \} - C_{Aa} \\ M_{Bb} = -\frac{n}{T} \{ (3mn+2n+5m+2)(M_A - C_{Aa}) \\ \quad + C_{aA}(3mn+3n-3m-1) \} \end{array} \right.$$

(k)式中

$$T = 2\{m+n+m^2+n^2+3mn+3m^2n+11mn\}$$

である。

若し $m=n$ なる時は

$$(l) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = \frac{n}{2(2+n)(1+6n)} \{ 3(2+n)(M_A - C_{Aa}) \\ \quad - C_{aA}(7+9n) \}, \\ M_{bb} = -\frac{n}{2(2+n)(1+6n)} \{ 3(2+n)(M_A - C_{Aa}) \\ \quad - C_{aA}(5-3n) \}, \\ M_{Aa} = -\frac{1}{2(2+n)(1+6n)} \{ (3n^2+7n+2)(M_A - C_{Aa}) \\ \quad + (3n^2+12n+1)C_{aA} \} - C_{Aa}, \\ M_{Bb} = -\frac{1}{2(2+n)(1+6n)} \{ (3n^2+7n+2)(M_A - C_{Aa}) \\ \quad + (3n^2-1)C_{aA} \}. \end{array} \right.$$

更に又 $m=n=1$ なる時は

$$(m) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = \frac{1}{42} \{ 9(M_A - C_{Aa}) - 16C_{aA} \}, \\ M_{bb} = \frac{-1}{42} \{ 9(M_A - C_{Aa}) - 2C_{aA} \}, \\ M_{Aa} = \frac{-1}{21} \{ 6M_A + 15C_{Aa} + 8C_{aA} \}, \\ M_{Bb} = \frac{-1}{21} \{ 6(M_A - C_{Aa}) + C_{aA} \}. \end{array} \right.$$

若し又左右の柱に水平荷重をもち架構も荷重も対照的なる場合には (Fig. 35)

$$(n) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = M_{bb} = \frac{-n}{2+n} C_{aA} \end{array} \right.$$

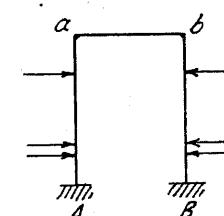


Fig. 35.

$$\left\{ M_{Aa} = -M_{Bb} = -\left\{ \frac{1}{2+n} C_{aA} + C_{Aa} \right\} \right.$$

若し又荷重が柱の中間にかかることなく頂點 a にかかる單一水平荷重なる場合には (Fig. 36)

$$C_{aa} = C_{Aa} = 0, \quad M_A = Ph$$

にして (k) 式より

$$(o) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = \frac{3mn(2+m)}{T} Ph \\ M_{Bb} = \frac{-3mn(2+n)}{T} Ph \\ M_{Aa} = \frac{-m(3mn+2m+5n+2)}{T} Ph \\ M_{Bb} = \frac{-n(3mn+2n+5m+2)}{T} Ph \end{array} \right.$$

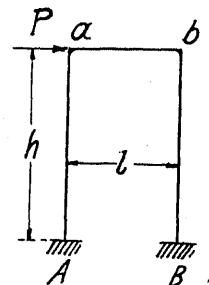


Fig. 36.

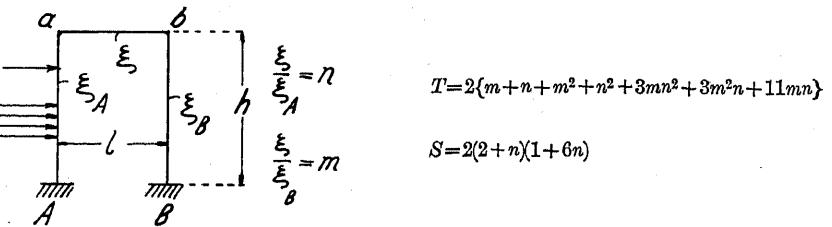
若し此場合に於て $m=n$ なる時は

$$(p) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = \frac{3}{2} \frac{n}{1+6n} Ph \\ M_{Bb} = -\frac{3}{2} \frac{n}{1+6n} Ph \\ M_{Aa} = M_{Bb} = -\frac{1}{2} \frac{1+3n}{1+6n} Ph \end{array} \right.$$

更に $m=n=1$ なる時は

$$(q) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = -M_{Bb} = \frac{3}{14} Ph \\ M_{Aa} = M_{Bb} = -\frac{2}{7} Ph \end{array} \right.$$

Table 13 水平荷重をもつ固定脚矩形架構に於ける M_{ab} , M_{bb} , M_{Aa} , M_{Bb} の表



番號	架構の條件	M_{ab}	M_{bb}	M_{Aa}	M_{Bb}
(1)	一般なる場合	$\frac{n}{T} \{3m(2+m)(M_A - C_{Aa}) - C_{aA}(5m + 2n + 3m^2 + 6mn)\}$	$\frac{-n}{T} \{3m(2+n)(M_A - C_{Aa}) - C_{aA}(n + 4m - 3mn)\}$	$\frac{-1}{T} \{m(3mn + 2m + 5n + 2)(M_A - C_{Aa}) + nC_{aA}(3m^2 + 12m + 1)\} - C_{Aa}$	$\frac{-n}{T} \{(3mn + 2n + 5m + 2)(M_A - C_{Aa}) + C_{aA}(3mn + 3n - 3m - 1)\}$
(2)	$m=n$ の場合	$\frac{n}{S} \{3(2+n)(M_A - C_{Aa}) - C_{aA}(7+9n)\}$	$\frac{-n}{S} \{3(2+n)(M_A - C_{Aa}) - C_{aA}(5-3n)\}$	$\frac{-1}{S} \{(3n^2 + 7n + 2)(M_A - C_{Aa}) + (3n^2 + 12n + 1)C_{aA}\} - C_{Aa}$	$\frac{-1}{S} \{(3n^2 + 7n + 2)(M_A - C_{Aa}) + (3n^2 - 1)C_{aA}\}$
(3)	$m=n=1$ の場合	$\frac{1}{42} \{9(M_A - C_{Aa}) - 16C_{aA}\}$	$\frac{-1}{42} \{9(M_A - C_{Aa}) - 2C_{aA}\}$	$\frac{-1}{21} \{6M_A + 15C_{aA} + 8C_{aA}\}$	$\frac{-1}{21} \{6(M_A - C_{Aa}) + C_{aA}\}$
(4)	架構と荷重と對照的なる場合 	$\frac{-n}{2+n} C_{aA}$	$\frac{-n}{2+n} C_{aA}$	$-\left\{ \frac{1}{2+n} C_{aA} + C_{aA} \right\}$	$\frac{1}{2+n} C_{aA} + C_{aA}$
(4)	 $C_{aA} = C_{Aa} = 0$ $M_A = Ph$	$\frac{3mn(2+m)}{T} Ph$	$\frac{-3mn(2+n)}{T} Ph$	$\frac{-m(3mn + 2m + 5n + 2)}{T} Ph$	$\frac{-n(3mn + 2n + 5m + 2)}{T} Ph$
(6)	$M_A = Ph$ $m=n$ の場合	$\frac{3}{2} \frac{n}{1+6n} Ph$	$-\frac{3}{2} \frac{n}{1+6n} Ph$	$-\frac{1}{2} \frac{1+3n}{1+6n} Ph$	$-\frac{1}{2} \frac{1+3n}{1+6n} Ph$
(7)	$M_A = Ph$ $m=n=1$ の場合	$\frac{3}{14} Ph$	$-\frac{3}{14} Ph$	$-\frac{2}{7} Ph$	$-\frac{2}{7} Ph$

Table 13 は本節に求めた結果を表示するものである。

2. 二層二径間の矩形架構

單層單徑間の矩形架構の場合に於ては未知量 φ 及 μ を先づ消去して不靜定應力 M の聯立方程式を求め之れより直接接合點のモーメントを求めたのであるが重層多徑間の矩形架構に於ては未知量 φ , μ の聯立方程式を作り之れより φ, μ を求め然る後接合點のモーメントたる不靜定應力 M を求めるのが便利である。此目的の爲めに既に導いた平衡方程式の標準形は應用廣いものである。

a. 垂直荷重をもつ二層二径間の固定脚矩形架構

Fig. 37 に示す矩形架構は任意の垂直荷重をもち、其柱は脚部に於て固定せらるゝものとする。各部

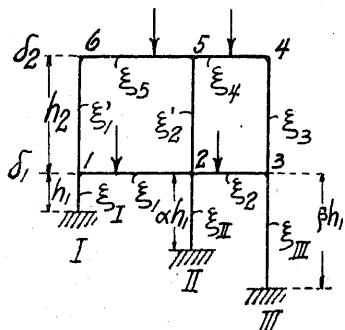


Fig. 37.

材断面の慣性モーメントを其部材の長さにて割りたるものを作りて表はし *Fig. 37* に示す如く之れに suffix を附けて他と互に區別せしめる。

今地盤と柱との取付
けの點に於ては全く移

動又は沈下を生じないものと假定し一階目の接合點 1, 2, 3 が脚部 I, II, III に對して相對的になす水平移動を δ_1 で表はし $\delta_1 : h_1$ を μ_1 で表はす。同様に接合點 6, 5, 4 の接合點 1, 2, 3 に對する相對的水平移動を δ_2 で表はし $\delta_2 : h_2$ を μ_2 で表はす。

斯くすれば接合點に於ける平衡方程式より

$$(a) \quad M_{1I} + M_{12} + M_{16} = 0$$

$$(b) \quad M_{2I} + M_{2II} + M_{23} + M_{25} = 0$$

$$(c) \quad M_{32} + M_{3III} + M_{34} = 0$$

$$(d) \quad M_{43} + M_{45} = 0$$

$$(e) \quad M_{56} + M_{52} + M_{54} = 0$$

$$(f) \quad M_{61} + M_{65} = 0$$

又各階全體としての平衡方程式より

$$(g) \quad M_{61} + M_{16} + M_{52} + M_{25} + M_{43} + M_{34} = 0$$

$$(h) \quad M_{1I} + M_{12} + \frac{1}{\alpha} \{M_{2II} + M_{2I2}\} + \frac{1}{\beta} \{M_{3III} + M_{2II3}\} = 0$$

是等(a)より(h)に至る方程式の M の値に夫々基本表式を應用して得らるゝ M の値を入れるか又は

Table 8 を應用すれば

(a) 式より

$$(i) \quad \varphi_1 \{2(\xi_1 + \xi'_1 + \xi_I)\} + \varphi_2 \{\xi_1\} + \varphi_6 \{\xi'_1\} - \mu_1 \{3\xi_I\}$$

$$-\mu_2 \{3\xi'_1\} = \frac{C_{12}}{2E}$$

今前に規約せる如く

$$(j) \quad 2(\xi_1 + \xi'_1 + \xi_I) = p_1$$

即ち p を以て其 suffix の番號の接合點に集まる ξ の和の二倍とし又

$$(k) \quad \frac{C_{12}}{2E} = p_{12}$$

即ち $C:2E$ を p で表はすものと規約する時は (i) 式は次の様になる。

$$(a)_o \quad \varphi_1(p_1) + \varphi_2(\xi_1) + \varphi_6(\xi'_1) + \mu_1(-3\xi_I) + \mu_2(-3\xi'_1) = p_{12}$$

同様に (b), (c), (d), (e), (f), (g), (h) 式より夫々次の 7 式が得られる。(これには Table 8 を應用するが便である)

$$(b)_o \quad \varphi_1(\xi_1) + \varphi_2(p_2) + \varphi_3(\xi_2) + \varphi_5(\xi'_2) + \mu_1\left(-\frac{3\xi_{II}}{\alpha}\right) + \mu_2(-3\xi'_2) = p_{23} - p_{21}$$

$$(c)_o \quad \varphi_2(\xi_2) + \varphi_3(p_3) + \varphi_4(\xi_3) + \mu_1\left(-\frac{3\xi_{III}}{\beta}\right) + \mu_2(-3\xi'_3) = -p_{32}$$

$$(d)_o \quad \varphi_3(\xi_3) + \varphi_4(p_4) + \varphi_5(\xi_4) + \mu_2(-3\xi'_3) = -p_{45}$$

$$(e)_o \quad \varphi_2(\xi'_2) + \varphi_4(\xi_4) + \varphi_5(p_5) + \varphi_6(\xi_5) + \mu_2(-3\xi'_2) = p_{54} - p_{56}$$

$$(f)_o \quad \varphi_1(\xi'_1) + \varphi_5(\xi_5) + \varphi_6(p_6) + \mu_2(-3\xi'_1) = p_{65}$$

$$(g)_o \quad \varphi_1(\xi_1) + \varphi_2(\xi'_2) + \varphi_3(\xi_3) + \varphi_4(\xi_3) + \varphi_5(\xi'_2) + \varphi_6(\xi'_1) + \mu_2\{-2(\xi'_1 + \xi'_2 + \xi_3)\} = 0$$

$$(l)_o \quad \varphi_1(\xi_I) + \varphi_2\left(\frac{\xi_{II}}{\alpha}\right) + \varphi_3\left(\frac{\xi_{III}}{\beta}\right) \\ + \mu_1\left\{-2\left(\xi_I + \frac{\xi_{II}}{\alpha^2} + \frac{\xi_{III}}{\beta^2}\right)\right\} = 0$$

今前に規約せる如く

$$(l) \quad 2\left\{\xi_I + \frac{\xi_{II}}{\alpha^2} + \frac{\xi_{III}}{\beta^2}\right\} = X_o$$

とすれば (l)_o 式は次の如くなる

$$(m) \quad \varphi_1(\xi_I) + \varphi_2\left(\frac{\xi_{II}}{\alpha}\right) + \varphi_3\left(\frac{\xi_{III}}{\beta}\right) + \mu_1(-X_o) = 0$$

又

$$(n) \quad 2\{\xi'_1 + \xi'_2 + \xi'_3\} = X_2$$

と規約すれば (g)_o 式は

$$(o) \quad \varphi_1(\xi'_1) + \varphi_2(\xi'_2) + \varphi_3(\xi'_3) + \varphi_4(\xi_3) + \varphi_5(\xi_2') \\ + \varphi_6(\xi_1') + \mu_2(-X_2) = 0$$

是等の (a)_o, (b)_o, (c)_o, (d)_o, (e)_o, (f)_o, (m), (o) の 8 式を聯立に解きて 8 個の未知量 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \mu_1, \mu_2$ を決定することが出来る。然るに是等 8 個の平衡方程式は其未知量と係數の間に一定の規則ある關係を有するものであつて此關係を簡明に示す爲め以上の 8 聯立方程式を次の如く配列する。此方程式の表の作り方は全く Table 9 に示すものと同様である。

Table 14

方 程 式 番 號	方 程 式 (未 知 量 の 係 數)								方 程 式 右 邊 (既 知 量) 垂 直 荷 重 に よ る 項	
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	μ_1	μ_2		
(a) _o	ρ_1	ξ_1					ξ'_1	$-3\xi_I$	$-3\xi'_1$	p_{12}
(b) _o	ξ_1	ρ_2	ξ_2			ξ'_2		$\frac{3\xi_{II}}{\alpha}$	$-3\xi'_2$	$p_{23} - p_{21}$
(c) _o		ξ_2	ρ_3	ξ_3				$\frac{3\xi_{III}}{\beta}$	$-3\xi_3$	$-p_{32}$
(d) _o			ξ_3	ρ_4	ξ_4				$-3\xi_3$	$-p_{45}$
(e) _o			ξ'_2	ξ_4	ρ_5	ξ_5			$-3\xi'_2$	$p_{54} - p_{56}$
(f) _o	ξ'_1			ξ_5	ρ_6			$-3\xi'_1$	p_{65}	
(m)	ξ_I	$\frac{\xi_{II}}{\alpha}$	$\frac{\xi_{III}}{\beta}$				$-X_o$		0	
(o)	ξ'_1	ξ'_2	ξ_3	ξ_3	ξ'_2	ξ'_1		$-X_2$	0	

若し $\alpha = \beta = 1$ 即ち同一水平面上の地盤に立つ架構なれば Table 14 は Table 15 の如くなる

Table 15

方程式番號	方程式 (未知量の左係數)								方程式右邊 (既知量) 垂直荷重 による項
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	μ_1	μ_2	
(1)	ρ_1	ξ_1				ξ'_1	$-3\xi_I$	$-3\xi'_1$	p_{12}
(2)	ξ_1	ρ_2	ξ_2		ξ'_2		$-3\xi_{II}$	$-3\xi'_2$	$p_{23} - p_{21}$
(3)		ξ_2	ρ_3	ξ_3			$-3\xi_{III}$	$-3\xi'_3$	$-p_{32}$
(4)			ξ_3	ρ_4	ξ_4			$-3\xi_4$	$-p_{45}$
(5)		ξ_4		ξ_4	ρ_5	ξ_5		$-3\xi_5$	$p_{54} - p_{56}$
(6)	ξ'_1				ξ_5	ρ_6		$-3\xi'_1$	p_{65}
(7)	ξ_I	ξ_{II}	ξ_{III}				$-X_1$		0
(8)	ξ'_1	ξ'_2	ξ_3	ξ_3	ξ'_2	ξ'_1		$-X_2$	0

b. 鉄脚をもつ二層二径間の矩形架構

Fig. 38 に示す矩形架構は任意の垂直荷重をもち其柱は脚部に於て地盤と鉄にて取付けらるゝもの

とする。前節と同様にして

接合點並に階全體としての平衡方程式より前節の (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g) の 7 式が得られる。

又第一階目の階全體としての平衡方程式より次式が得られる。

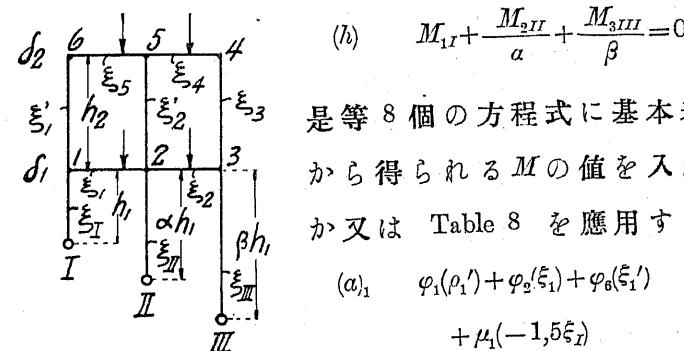


Fig. 38

$$(b) \quad M_{1I} + \frac{M_{2II}}{\alpha} + \frac{M_{3III}}{\beta} = 0$$

是等 8 個の方程式に基本表式から得られる M の値を入れるか又は Table 8 を應用すれば

$$(a)_1 \quad \varphi_1(\rho_1') + \varphi_2(\xi_1) + \varphi_6(\xi'_1) \\ + \mu_1(-1,5\xi_I) \\ + \mu_2(-3\xi'_1) = p_{12}$$

茲に

$$\rho_1' = 2(\xi_1 + \xi'_1) + 1,5\xi_I \\ = (\rho_1 - 2\xi_I) + 1,5\xi_I$$

或は

$$\rho_1' = \rho_1 - 0,5\xi_I$$

$$(b)_1 \quad \varphi_1(\xi_1) + \varphi_2(\rho_2') + \varphi_3(\xi_2) + \varphi_5(\xi'_2) + \mu_1\left(-\frac{1,5}{\alpha}\xi_{II}\right) + \mu_2(-3\xi'_2) \\ = p_{23} - p_{21}$$

茲に

$$\rho_2' = \rho_2 - 0,5\xi_{II}$$

$$(c)_1 \quad \varphi_2(\xi_2) + \varphi_3(\rho_3') + \varphi_4(\xi_3) + \mu_1 \left(-\frac{1,5}{\beta} \xi_{III} \right) + \mu_2 (-3\xi_3) \\ = -p_{32}$$

茲に

$$\rho_3' = \rho_3 - 0,5\xi_{III}$$

$$(d)_1 \quad \varphi_3(\xi_3) + \varphi_4(\rho_4) + \varphi_5(\xi_4) + \mu_2 (-3\xi_3) = -p_{45}$$

$$(e)_1 \quad \varphi_2(\xi_2') + \varphi_4(\xi_4) + \varphi_5(\rho_5) + \varphi_6(\xi_5) + \mu_2 (-3\xi_2') = p_{54} - p_{56}$$

$$(f)_1 \quad \varphi_1(\xi_1') + \varphi_5(\xi_5) + \varphi_6(\rho_6) + \mu_2 (-3\xi_1') = p_{65}$$

$$(g)_1 \quad \varphi_1(\xi_1') + \varphi_2(\xi_2') + \varphi_3(\xi_3) + \varphi_4(\xi_3) + \varphi_5(\xi_2') + \varphi_6(\xi_1') \\ + \mu_2 (-X_2) = 0$$

$$(h)_1 \quad \varphi_1(\xi_I) + \varphi_2 \left(\frac{\xi_{II}}{\alpha} \right) + \varphi_3 \left(\frac{\xi_{III}}{\beta} \right) + \mu_1 \left(-\frac{X_o}{2} \right) = 0$$

茲に $X_o = 2 \left\{ \xi_I + \frac{\xi_{II}}{\alpha^2} + \frac{\xi_{III}}{\beta^2} \right\}$

是等 (a)₁ より (h)₁ に至る 8 個の聯立方程式に就て

Table 14 と同様に各方程式の未知量の係数を表示すれば其間に存在する一定の規則が簡明に理解せられる。Table 16 は之を示すものである。

Table 16

方程式番號	方程式の左邊 (未知量の係數)								方程式の右邊 (既知量) 垂直荷重 による項
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	μ_1	μ_2	
(a) ₁	ρ_1'	ξ_1				ξ_1'	$-1,5\xi_I$	$-3\xi_1'$	p_{12}
(b) ₁	ξ_1	ρ_2'	ξ_2			ξ_2'	$-1,5 \frac{\xi_{II}}{\alpha}$	$-3\xi_2'$	$p_{23} - p_{21}$
(c) ₁		ξ_2	ρ_3'	ξ_3			$-1,5 \frac{\xi_{III}}{\beta}$	$-3\xi_3$	$-p_{32}$
(d) ₁			ξ_3	ρ_4	ξ_4			$-3\xi_3$	$-p_{45}$
(e) ₁			ξ_2'	ξ_4	ρ_5	ξ_5		$-3\xi_2'$	$p_{54} - p_{56}$
(f) ₁	ξ_1'				ξ_5	ρ_6		$-3\xi_1'$	p_{65}
(h) ₁	ξ_I	$\frac{\xi_{II}}{\alpha}$	$\frac{\xi_{III}}{\beta}$				$-\frac{X_o}{2}$		0
(g) ₁	ξ_1'	ξ_2'	ξ_3	ξ_3	ξ_2'	ξ_1'		$-X_2$	0

若し $\alpha = \beta = 1$ なる場合には Table 16 は Table 17 の如くなる。

Table 17

方程式番號	方程式の左邊數								方程式の右邊 (既知量) 垂直荷重による項
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	μ_1	μ_2	
(1)	ρ_1'	ξ_1				ξ_1'	$-1,5\xi_I$	$-3\xi_1'$	p_{12}
(2)	ξ_1	ρ_2'	ξ_2		ξ_2'		$-1,5\xi_{II}$	$-3\xi_2'$	$p_{23} - p_{21}$
(3)		ξ_2	ρ_3'	ξ_3			$-1,5\xi_{III}$	$-3\xi_3$	$-p_{32}$
(4)			ξ_3	ρ_4	ξ_4			$-3\xi_3$	$-p_{45}$
(5)		ξ_2'		ξ_4	ρ_5	ξ_5		$-3\xi_2'$	$p_{54} - p_{56}$
(6)	ξ_1'				ξ_5	ρ_6		$-3\xi_1'$	p_{65}
(7)	ξ_I	ξ_{II}	ξ_{III}				$-\frac{X_1}{2}$		0
(8)	ξ_1'	ξ_2'	ξ_3	ξ_3	ξ_2'	ξ_1'		$-X_2$	0

c. 水平荷重を一側の接合點にもつ二層二径間の固定脚矩形架構

風壓の方向を水平と假定し且つ一側の接合點に集中するものと考ふれば Fig. 39 に示す如き二層二径間の固定脚矩形架構に依り此問題は解決される

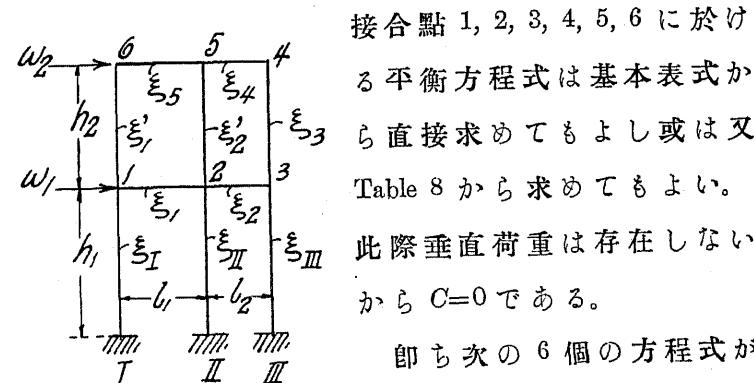


Fig. 39

接合點 1, 2, 3, 4, 5, 6 に於ける平衡方程式は基本表式から直接求めてもし或は又 Table 8 から求めてよい。

此際垂直荷重は存在しないから $C=0$ である。

即ち次の 6 個の方程式が得られる。

- (a) $\varphi_1(\rho_1) + \varphi_2(\xi_1) + \varphi_6(\xi_1') + \mu_1(-3\xi_I) + \mu_2(-3\xi_1') = 0$
- (b) $\varphi_1(\xi_1) + \varphi_2(\rho_2) + \varphi_3(\xi_2) + \varphi_5(\xi_2') + \mu_1(-3\xi_{II}) + \mu_2(-3\xi_2') = 0$
- (c) $\varphi_2(\xi_2) + \varphi_3(\rho_3) + \varphi_4(\xi_3) + \mu_1(-3\xi_{III}) + \mu_2(-3\xi_3) = 0$
- (d) $\varphi_3(\xi_3) + \varphi_4(\rho_4) + \varphi_5(\xi_4) + \mu_2(-3\xi_3) = 0$
- (e) $\varphi_2(\xi_2') + \varphi_4(\xi_4) + \varphi_5(\rho_5) + \varphi_6(\xi_5) + \mu_2(-3\xi_2') = 0$
- (f) $\varphi_1(\xi_1') + \varphi_5(\xi_5) + \varphi_6(\rho_6) + \mu_2(-3\xi_1') = 0$

又一階目の階全體としての平衡條件から

$$(g) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{R=I}^{r=3} [M_{rR} + M_{Rr}] + S_1 h_1 = 0 \\ \sum_{R=I}^{r=3} [M_{rR} + M_{Rr}] + S_1 h_1 = 0 \end{array} \right.$$

茲に S_1 = 一階の天井に於ける剪力

此場合には $S_1 = w_1 + w_2$

今 M の値を基本表式から求めて入れる時は

$$\varphi_1(\xi_I) + \varphi_2(\xi_{II}) + \varphi_3(\xi_{III}) + \mu_1(-X_1) = -\frac{S_1 h_1}{6E}$$

或は

$$\frac{S_1 h_1}{6E} = q_1 \text{ と置く時は}$$

$$(h) \quad \varphi_1(\xi_I) + \varphi_2(\xi_{II}) + \varphi_3(\xi_{III}) + \mu_1(-X_1) = -q_1$$

又二階目の階全體としての平衡條件から

$$(i) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{61} + M_{16} + M_{52} + M_{25} + M_{43} + M_{34} + S_2 h_2 = 0 \\ \text{茲に } S_2 = \text{二階の天井に於ける剪力} \end{array} \right.$$

此場合には $S_2 = w_2$

今 M の値を基本表式から求めて入れる時は

$$\varphi_1(\xi'_1) + \varphi_2(\xi'_2) + \varphi_3(\xi'_3) + \varphi_4(\xi'_3) + \varphi_5(\xi'_2) + \varphi_6(\xi'_1)$$

$$+ \mu_2(-X_2) = -\frac{S_2 h_2}{6E}$$

茲に

$$X_2 = 2\{\text{二階目の柱の } \xi \text{ の總和}\}$$

$$= 2\{\xi'_1 + \xi'_2 + \xi'_3\}$$

故に $\frac{S_2 h_2}{6E} = q_2$ と置く時は

$$(j) \quad \varphi_1(\xi'_1) + \varphi_2(\xi'_2) + \varphi_3(\xi'_3) + \varphi_4(\xi'_3) + \varphi_5(\xi'_2) + \varphi_6(\xi'_1)$$

$$+ \mu_2(-X_2) = -q_2$$

是等 (a), (b), (c), (d), (e), (f), (h), (j) の 8 個の聯立方程式より 8 個の未知量 φ, μ を求めることが出来る。

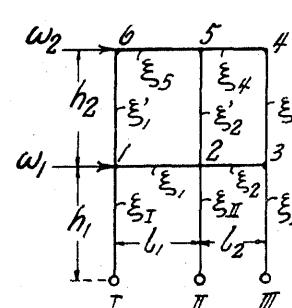
φ, μ が求まれば各接合點の M は其値を用ひて定めことが出来る。

Table 18 は是等の聯立方程式を表示するものである。

d. 水平荷重を一側の接合點にもつ二層二径間の鉄脚矩形架構

前節と同様にして Fig. 40 に示す架構が接合點 1 及 6 に水平荷重の w_1, w_2 を夫々もつ場合に接合點 1, 2, 3, 4, 5, 6 に於ける平衡方程式は基本表式から求めてもよし或は又 Table 8 を應用して求めてもよい。而して此際垂直荷重は存在しないから $C=0$ である。

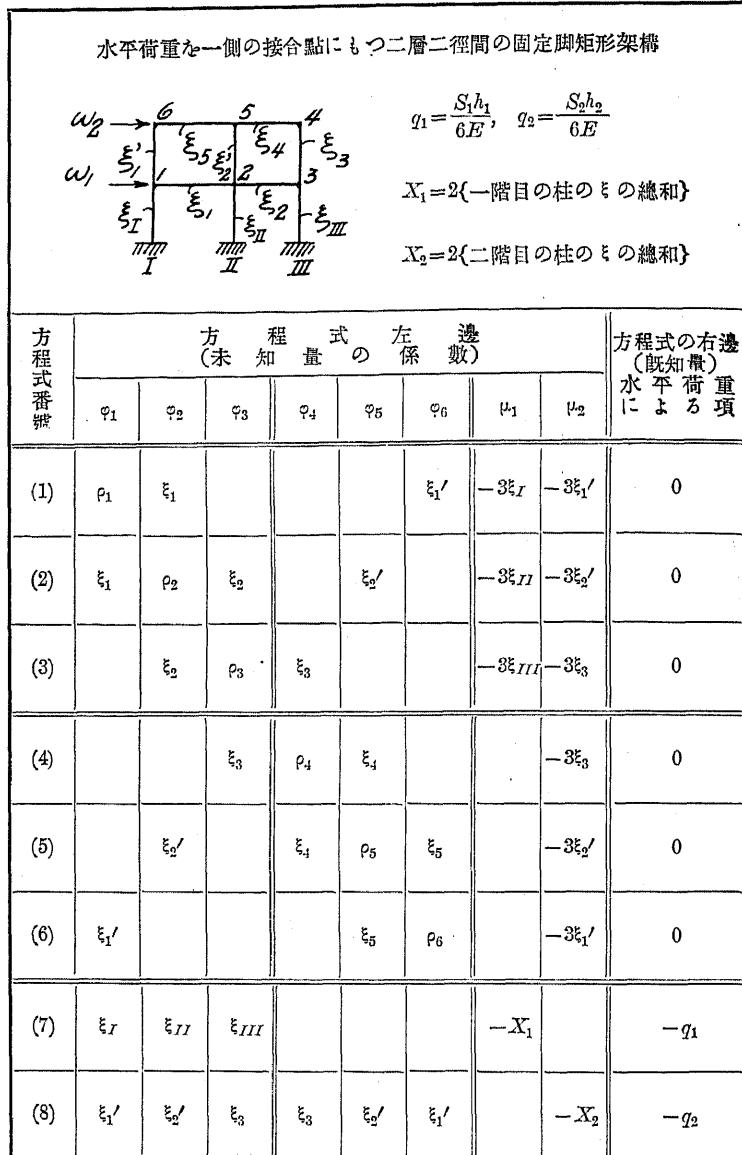
即ち次の 6 個の方程式が得られる。



- (a) $\varphi_1(\rho'_1) + \varphi_2(\xi_1) + \varphi_6(\xi'_1)$
 $+ \mu_1(-1,5\xi_1) + \mu_2(-3\xi'_1) = 0$
- (b) $\varphi_1(\xi_1) + \varphi_2(\rho'_2) + \varphi_3(\xi_2) + \varphi_6(\xi'_2)$
 $+ \mu_1(-1,5\xi_{II}) + \mu_2(-3\xi'_2) = 0$
- (c) $\varphi_2(\xi_2) + \varphi_3(\rho'_3) + \varphi_4(\xi_3)$
 $+ \mu_1(-1,5\xi_{III}) + \mu_2(-3\xi'_3) = 0$
- (d) $\varphi_3(\xi_3) + \varphi_4(\rho'_4) + \varphi_5(\xi_4)$
 $+ \mu_2(-3\xi'_3) = 0$

Fig. 40

Table 18



$$(e) \quad \varphi_2(\xi_2') + \varphi_4(\xi_4) + \varphi_5(\rho_5) + \varphi_6(\xi_5) + \mu_2(-3\xi_2') = 0$$

$$(f) \quad \varphi_1(\xi_1') + \varphi_5(\xi_5) + \varphi_6(\rho_6) + \mu_2(-3\xi_1') = 0$$

又一階目の階全體としての平衡方程式として

$$(g) \quad \varphi_1(\xi_I) + \varphi_2(\xi_{II}) + \varphi_3(\xi_{III}) + \mu_1\left(-\frac{X_1}{2}\right) = -2q_1$$

二階目の階全體としての平衡方程式として

$$(l) \quad \varphi_1(\xi_1') + \varphi_2(\xi_2') + \varphi_3(\xi_3) + \varphi_4(\xi_3) + \varphi_5(\xi_2') + \varphi_6(\xi_1') \\ + \mu_o(-X_o) = -q_o$$

是等の(a)式より(b)式に至る8個の聯立方程式を解いて8個の未知量 φ, μ を定めることが出来る。 φ と μ とが定まれば各接合點に於ける M は基本表式に立ち歸つて求めることが出来る。

Table 19 は是等の聯立方程式 8 個を表示するものである。

3. 対照關係にある建築架構

架構の一剛節に集る弾性部材の他端が完全剛體に固定せられる場合を考ふるに此剛節點に對し二様の極限の場合を考へることが出来る。

其第一の場合は是等弾性部材の中何れか一個が剛體である場合で此際剛節は固定端の如くに作用する。

第二の場合は是等弾性部材の總てが彎曲モーメントに對し其剛節點に於て完全に抵抗性を有せざ

Table 19

水平荷重を一側の接合點にもつ二層二径間の鉄脚矩形架構

$$q_1 = \frac{S_1 h_1}{6E}, \quad q_2 = \frac{S_2 h_2}{6E}$$

$$X_1 = 2\{\text{一階目の柱の } \dot{m} \text{ の総和}\}$$

$$X_2 = 2\{\text{二階目の柱の } \dot{m} \text{ の総和}\}$$

方程式番号	方程式の左邊 (未知量の係數)								方程式の右邊 (既知量) 水平荷重による項	
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	μ_1	μ_2		
(1)	ρ_1'	ξ_1				ξ_1'	$-1,5\xi_1 - 3\xi_1'$		0	
(2)		ξ_1	ρ_2'	ξ_2		ξ_2'	$-1,5\xi_{II} - 3\xi_2'$		0	
(3)			ξ_2	ρ_3'	ξ_3		$-1,5\xi_{III} - 3\xi_3$		0	
(4)			ξ_3	ρ_4	ξ_4		$-3\xi_3$		0	
(5)			ξ_4		ξ_4	ρ_5	ξ_5		$-3\xi_4$	0
(6)		ξ_1'				ξ_5	ρ_6		$-3\xi_1'$	0
(7)	ξ_I	ξ_{II}	ξ_{III}				$-\frac{X_1}{2}$		$-2q_1$	
(8)	ξ_1'	ξ_2'	ξ_3	ξ_3	ξ_2'	ξ_1'		$-X_2$	$-q_2$	

る場合で剛節は此際恰も完全滑節の如くに作用する。

鐵筋混泥土構造の建築架構に於ては各水平部材の兩端は或程度の拘束を受けるものである。此拘束は各接合點が剛節であることに起因し其點には負量のモーメントを生ず。

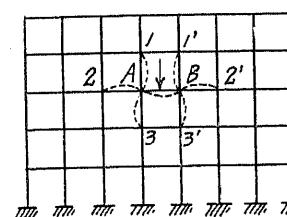


Fig. 41.

今 Fig. 41 に示す建築架構に於て部材 AB が對照荷重をもつものと考へ之に隣接する剛節點 $1, 2, 3, 1', 2', 3'$ を取り出して考ふ。

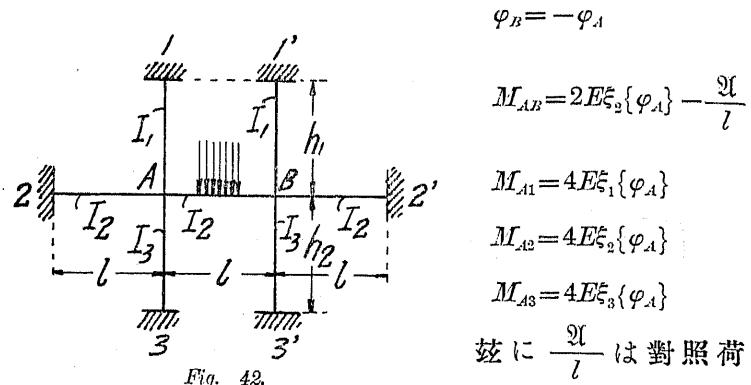
剛節點 $1, 2, 3, 1', 2', 3'$ は其極限の場合として(1) 挠角零の場合(2)角變位が完全に許容せられてモーメントに抵抗し得ざる場合即 $M=0$ の場合を想像することが出来る。

蓋し實際の場合に在りては各剛節點は種々多様な角變位を成すものであつて其理論的解法は後述の機械的作表法に依るを便とする。唯目安を付ける程度に於て次の各種の場合が設計に便宜を與へることゝ思ふ。但し Fig. 42 に示す如く架構は AB 部材に對照的垂直荷重をもつ對照架構であつて上部の柱は全て $I_1 : h_1 = \xi_1$ 下部の柱は $I_3 : h_2 = \xi_3$ 又水平部材は全て $I_2 : l = \xi_2$ で表はす。

(a) 部材の端部を固定點の如く考ふる場合

(Fig. 42)

荷重と構造とが對照的關係にあるから



は C_{BA} である。然るに $M_{AB} + M_{A1} + M_{A2} + M_{A3} = 0$

$$\text{故に } \varphi_A = \frac{A}{lE} \cdot \frac{1}{2\{2\xi_1 + 3\xi_2 + 2\xi_3\}}$$

此 φ_A を用ふれば

$$M_{AB} = -\frac{A}{l} \left\{ \frac{2(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)}{2\xi_1 + 3\xi_2 + 2\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{A}{l} \left\{ \frac{2\xi_1}{2\xi_1 + 3\xi_2 + 2\xi_3} \right\}$$

$$M_{A2} = \frac{A}{l} \left\{ \frac{2\xi_2}{2\xi_1 + 3\xi_2 + 2\xi_3} \right\}$$

$$M_{A3} = \frac{A}{l} \left\{ \frac{2\xi_3}{2\xi_1 + 3\xi_2 + 2\xi_3} \right\}$$

(b) 部材の端部を鉸點の如く考ふる場合 (Fig. 43)

荷重と構造とが對照的關係

にあるから

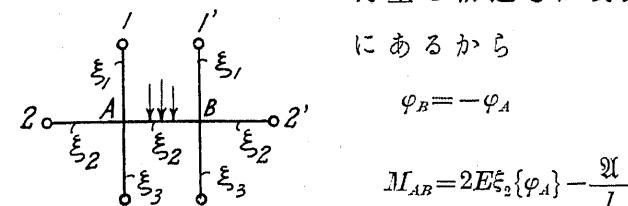


Fig. 43.

$$M_{A1} = 3E\xi_1 \varphi_A$$

$$M_{A2} = 3E\xi_2 \varphi_A$$

$$M_{A3} = 3E\xi_3 \varphi_A$$

$$\text{然るに } M_{AB} + M_{A1} + M_{A2} + M_{A3} = 0$$

$$\text{故に } \varphi_A = \frac{A}{lE} \cdot \frac{1}{3\xi_1 + 5\xi_2 + 3\xi_3}$$

従つて此 φ_A を用ふれば

$$M_{AB} = -\frac{A}{l} \left\{ \frac{3(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)}{3\xi_1 + 5\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{A}{l} \left\{ \frac{3\xi_1}{3\xi_1 + 5\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

(c) 柱の端部を固定點の如く考へ水平部材の端部には一定のモーメント働き $\varphi_A = -\varphi_2$, $\varphi_B = -\varphi'_2$ なる場合 (Fig. 44)

荷重と構造とが對照的關係にあるから

$$\varphi_A = -\varphi_B = -\varphi_2 = \varphi'_2$$

従つて

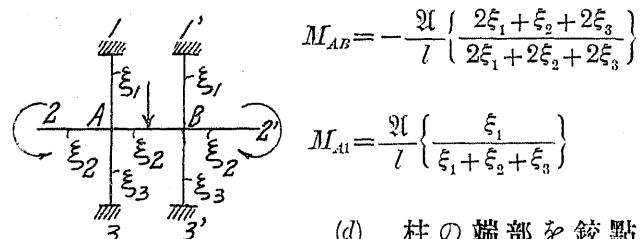


Fig. 44. (d) 柱の端部を鉸點の如く考へ水平部材の端部には一定のモーメント働き $\varphi_A = -\varphi_2$, $\varphi_B = -\varphi_2'$ なる場合
(Fig. 45)

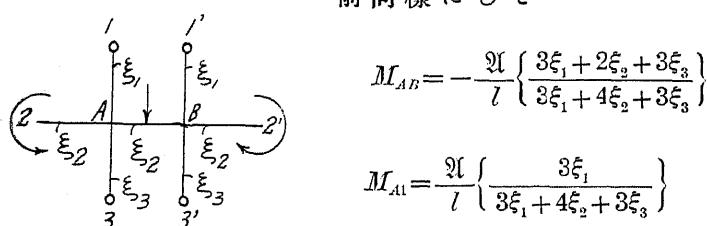


Fig. 45. (e) 上部の柱の中心に反曲點を考へ其他の部材の端部は固定點の如く考ふる場合 (Fig. 46)

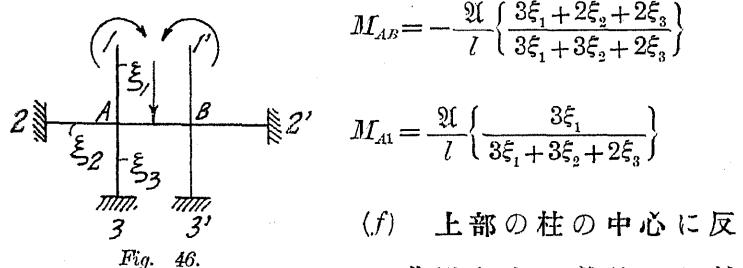


Fig. 46. (f) 上部の柱の中心に反曲點を考へ其他の部材の端部は鉸點の如く考ふる場合 (Fig. 47)

$$M_{AB} = -\frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{2\xi_1 + \xi_2 + 2\xi_3}{2\xi_1 + 2\xi_2 + 2\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3} \right\}$$

(d) 柱の端部を鉸點の如く

考へ水平部材の端部には一定

のモーメント働き $\varphi_A = -\varphi_2$, $\varphi_B = -\varphi_2'$ なる場合

(Fig. 45)

前同様にして

$$M_{AB} = -\frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{3\xi_1 + 2\xi_2 + 3\xi_3}{3\xi_1 + 4\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{3\xi_1}{3\xi_1 + 4\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

Fig. 45. (e) 上部の柱の中心に反曲點を考へ其他の部材の端部は固定點の如く考ふる場合 (Fig. 46)

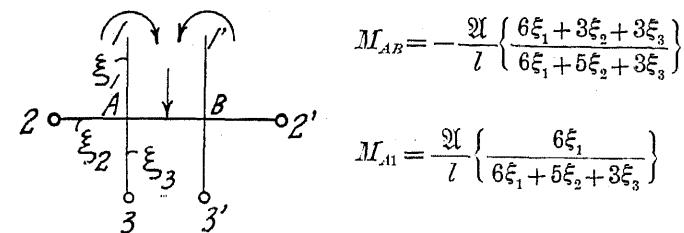
$$M_{AB} = -\frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{3\xi_1 + 2\xi_2 + 2\xi_3}{3\xi_1 + 3\xi_2 + 2\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{3\xi_1}{3\xi_1 + 3\xi_2 + 2\xi_3} \right\}$$

(f) 上部の柱の中心に反

曲點を考へ其他の部材

の端部は鉸點の如く考ふる場合 (Fig. 47)



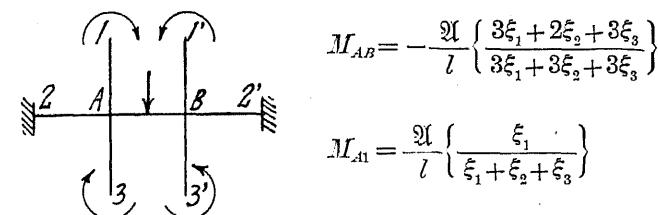
$$M_{AB} = -\frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{6\xi_1 + 3\xi_2 + 3\xi_3}{6\xi_1 + 5\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{6\xi_1}{6\xi_1 + 5\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

Fig. 47.

(g) 総て柱の中心に反曲

點を考へ水平部材の端部は固定點の如く考ふる場合 (Fig. 48)



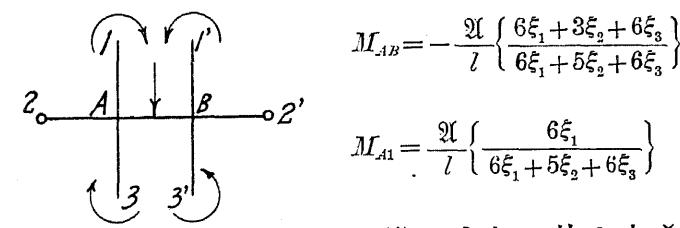
$$M_{AB} = -\frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{3\xi_1 + 2\xi_2 + 3\xi_3}{3\xi_1 + 3\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3} \right\}$$

Fig. 48.

(h) 総て柱の中心に反曲

點を考へ水平部材の端部は鉸點の如く考ふる場合 (Fig. 49)



$$M_{AB} = -\frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{6\xi_1 + 3\xi_2 + 6\xi_3}{6\xi_1 + 5\xi_2 + 6\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{\mathcal{A}}{l} \left\{ \frac{6\xi_1}{6\xi_1 + 5\xi_2 + 6\xi_3} \right\}$$

Fig. 49.

(i) 上部の柱の中心に反

曲點を考へ下部の柱の端部は固定點の如く且つ水
平部材に對して $\varphi_A = -\varphi_2$, $\varphi_B = -\varphi_2'$ の如く考ふる場
合 (Fig. 50)

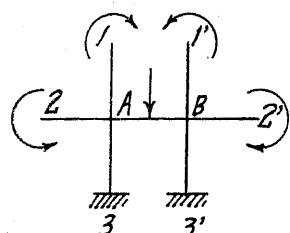


Fig. 50.

$$M_{AB} = -\frac{2}{l} \left\{ \frac{3\xi_1 + \xi_2 + 2\xi_3}{3\xi_1 + 2\xi_2 + 2\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{2}{l} \left\{ \frac{3\xi_1}{3\xi_1 + 2\xi_2 + 2\xi_3} \right\}$$

(j) 上部の柱の中心に反曲點を考へ下部の柱の端部

は鉸點の如く且つ水平部材に對して $\varphi_A = -\varphi_2$,

$\varphi_B = -\varphi'_2$ の如く考ふる場合 (Fig. 51)

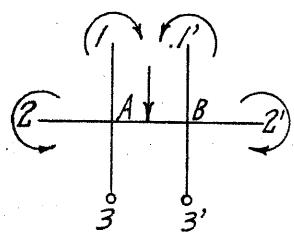


Fig. 51.

$$M_{AB} = -\frac{2}{l} \left\{ \frac{6\xi_1 + 2\xi_2 + 3\xi_3}{6\xi_1 + 4\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{2}{l} \left\{ \frac{6\xi_1}{6\xi_1 + 4\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

(k) 總て柱の中心に反曲點を考へ水平部材に對して

は $\varphi_A = -\varphi_2$, $\varphi_B = -\varphi'_2$ なる場合 (Fig. 52)

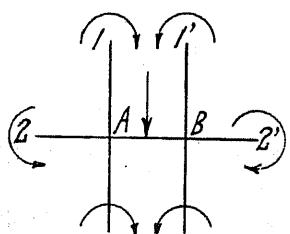


Fig. 52.

$$M_{AB} = -\frac{2}{l} \left\{ \frac{3\xi_1 + \xi_2 + 3\xi_3}{3\xi_1 + 2\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{2}{l} \left\{ \frac{3\xi_1}{3\xi_1 + 2\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

(l) 上部の柱の中心に反曲點を考へ水平部材の端部

は固定點の如く下部の柱の端部は鉸點の如く考ふ

る場合 (Fig. 53)

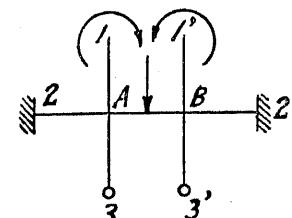


Fig. 53.

$$M_{AB} = -\frac{2}{l} \left\{ \frac{6\xi_1 + 4\xi_2 + 3\xi_3}{6\xi_1 + 6\xi_2 + 3\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{2}{l} \left\{ \frac{2\xi_1}{2\xi_1 + 2\xi_2 + \xi_3} \right\}$$

(m) 上部の柱の中心に反曲點を考へ水平部材の端部は鉸點の如く下部の柱の端部は固定點の如く考ふる場合 (Fig. 54)

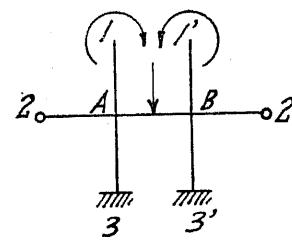


Fig. 54.

$$M_{AB} = -\frac{2}{l} \left\{ \frac{6\xi_1 + 3\xi_2 + 4\xi_3}{6\xi_1 + 5\xi_2 + 4\xi_3} \right\}$$

$$M_{A1} = \frac{2}{l} \left\{ \frac{6\xi_1}{6\xi_1 + 5\xi_2 + 4\xi_3} \right\}$$