第16章　三角測量

1. 概　說

三角測量(Triangulation)は三角法の理論を應用して地表面上遠く離れた諸點の位置を最も精密に定める測量であり，天體觀測と相俟つて之等諸點の緯度,經度及び絕對高を求め，更に地球の大さ,形狀等も計算することが出來る。

先づ適當な間隔を置いて點を配置し，各點を結ぶ三角形の網を編成する。次に三角形の各頂點，卽ち**三角點**(Triangulation station)にて三角形の內角を測定し，別に三角邊中の1又は數個の實長を精密に測定する。斯くしてこの測定邊，卽ち**基線**(Base line)を基にして，觀測角を用ひ**正弦比例の法則**(Law of sines)によつて順次三角形の未知邊長を計算し，以て三角網の形狀從つて三角點相互の關係位置を定める。此の場合天體觀測によつて1つの三角點の經緯度及び夫より他の1つの三角點に至る方位角を定めて置けば，上に得た邊長及び角度を用ひて各三角點の經緯度を定め得べく，別に水準測量によつて夫等の絕體高を知ればよい。今三角測量に於ける作業を其の順序に從つて列擧すると次の樣である。

(1) 準備作業：選點及び造標，(2) 基線測量，(3) 角觀測，(4) 天體觀測，(5) 計算。

測地学

玆では面積約 10 km^2 以下で地表を平面と考へてよい場合，卽ち我々土木方面の骨子測量としての三角測量を詳述し，**測地學的三角測量**(Geodetic triangulation)に就いては 2, 3 の注意事項を擧げるに止める。

2. 三角形の配列及び等級

(1) **三角系** (Triangulation system)

三角網の配列狀態によつて，次の2つの三角系に分けられる。

(a) **格子系** (Gridron system), (b) **放散系** (Central system).

此の內 (a) は三角網を **圖-16.1** の如く格子狀に配列するもので，地域廣大にして全區域を三角網で蓋ふことが經濟的に許されない場合に用ひられ，主要點の位置測定又は沿岸地測量に適する。(b) は圖-**16.2** の如く全區域を蓋ふ樣に三角點を配列し，三角網が中央三角形より四方に放散する如くしたもので，市街地測量の如き場合に適する。

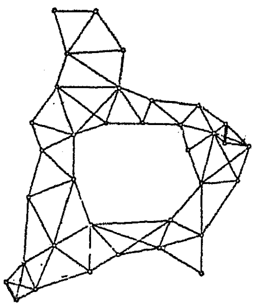


圖-16.1 格子系三角網

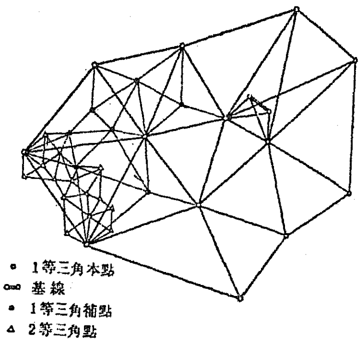


圖-16.2 放散系三角網

我々の土木工事にては 河川,隧道の如く細長い地域の測量を必要とすること多く，此の場合には必要個所を通つて單に三角網を鎖狀に配列する。之は格子系の最も單純な場合にして，特に**單鎖系** (Single chain system) と云ふ。

(2) **三角圖形** (Triangulation figure)

三角測量は總べて三角形を基本とするが，精度又は包含面積を增す爲に，三角形を色々に組合せて複雜な形とすることがある。之等は格子系にて特に重要視すべきであるが，今2端點を結ぶ方法として主なるものを擧げると次の樣である (**圖-16.3**)。

(a) **單列三角形** (Single row triangles), (b) **六角形鎖** (Chain of hexagons) 又は**中心形** (Central point figures), (c) **四角形鎖** (Chain of quadrilaterals) 又は **交叉三角形** (Interlacing triangles).

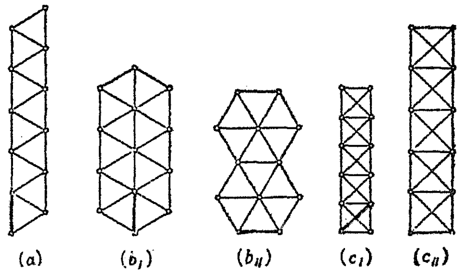


圖-16.3 三 角 圖 形

此の內 (a) は經濟的な方法であるが，精度劣り，河川,隧道等に多く用ひられる。(b) は包含面積大にして比較的精度高く，廣大な農地測量に適する。(c) は精度最も高き爲基線三角網等に用ひられるが，整正複雜にして包含面積が小である。一般に測點 1 個に就いての整正條件式數の配當大なる程整正計算の結果が正確となり，**圖形の强さ** (Strength of figure)[1] が大であると云ふ。

表-16.1 三角點數 $n=12$ の場合の比較

三角圖形		三角點數	被覆面積	被覆距離	邊長の和	條件の數
a	單列三角形	12	4.33	5.50	21	10
bii	六角形鎖	12	5.19	3.46	23	14
ci	四角形鎖 斜邊=1	12	2.50	3.54	21.3	20
cii	四角形鎖 底邊=1	12	5.00	5.00	30.14	20

1) 嚴格には內角の大きさ從つて圖形等にも支配され，簡單には論じ難い。
Hosmer: Geodesy, 1930, pp. 9～16.

表-16.1 は測點數 $n=12$ の場合に就いて各三角圖形の性質を比較したものである。

(3) 三角等級 (Order of triangles)

廣地域に亘る三角測量では混雜と勞力を避ける爲に，三角網に等級をつけて夫によつて邊長,精度を變化せしめ，漸次に細部測量に適する樣に下級の三角網を配列してゆくのが常である。各國の大地測量に於ける大體の標準は次表の通りである。

表-16.2 三 角 等 級

三角等級		平均邊長				精度の標準[5)	
		日本[1)	英國[2)	獨逸[3)	北米合衆國[4)	三角形閉塞差	計算邊長の推差
		km	mile	km	km		
大三角	1等三角本點	45	40～60	50	30～150	1″,稀に2″	$\frac{1}{60,000}$～$\frac{1}{250,000}$
	1等三角補點	25	—	20	—		—
	2 等 三 角	8	10～12	10～20	10～60	5″	$\frac{1}{20,000}$～$\frac{1}{50,000}$
小三角	3 等 三 角	4	1～4	3～10	1～15	15″	$\frac{1}{5,000}$～$\frac{1}{20,000}$
	4 等 三 角	2	—	1～3	—	—	—

我國にては陸地測量部三角點が全國に配置され，其の成果表によつて夫等を都合よく利用し得るから，大規模の三角測量を必要としない。又我々が土木工事の爲に行ふ三角測量は邊長 2 km を越すこと稀にして，何れも 3 等三角以下で平面測量と考へて差支へなく，其の等級も普通 2 種以上となることはない。

3. 選 點 (Reconnaissance)

基線と各三角點の適當な位置を選定し，其の後の造標,觀測に關する準備をすることを選點作業と云ふ。其の巧拙は測量の難易，時間,費用及び精度等に至大の影響を與へるから，充分の經驗と判斷を要するは勿論，常に萬全の努力を拂はねばならない。

先づ現地に出かける前に，三角測量の目的,精度に應じて，既成の圖上に大體の三角點の位置を定め三角網を編成する。若し既成地圖がなければ，各與點を圖示した平板をなるべく眺望のよい 1 與點に据付け，周圍の豫定三角點の方向,距離,目標などを描いてみる[1)。斯くして後現地にて本格的の選點を行ふが，常に觀測結果を如何にして合理的に整正するか，又定められた三角點が以後の測量に都合よく利用されるか否かをよく考慮して置くべきである。

(1) 三角點選定に關する注意

(1) 三角網は其の目的,精度に對し成るべく簡單で，測點數少く邊長の長い方がよい。一方其の配置が地形によく適合し，以後の細部測量に便利に利用されねばならない。

(2) 三角形の形狀は角觀測の誤差が計算邊長に及ぼす影響を成るべく小にする如きものでなければならない[2)。一般には大體正三角形に近からしめ，內角を 40°～100°，少くも 30°～120° とする。

(3) 三角點にては展望充分にして，相互の見透しがつき且見透線が少くも地上 1 m の所を通る樣にする。尚三角點の高低はなるべく避けることが望ましい。

(4) 三角點間の見透しがつかず，而も附近に適當な地點のない場合は，次の何れかによるべく，充分比較研究の上其の 1 つを選定する。

a) 森林の伐開 (Cleaning)，障碍物の除去。

b) 眺標,觀測臺を上げること。この事は平地にても距離が大となると地球の曲率の爲に必要であつて，光線の屈折を算入して $h=(1-2m)\dfrac{D^2}{2R}$ の高さにすればよい[3)。玆に h=測點の高さ(m)，m=空氣の屈折係數=0.075 (日本)，R=地球半徑=6,370,000 m，D=距離 (m)。

c) 三角點と觀測點とを離して偏心觀測をする。

(5) 三角點は一般に永久保存の必要があるから，地盤强固にして移動,沈下の惧な

1) 參謀本部陸地測量部.
2) The Ordnunce Survey of Great Britain and Ireland.
3) Preussiche Landesaufnahme.
4) U. S. Coast and Geodetic Survey.
5) Clark : Plane and Geodetic Surveying, Vol. 2, 1934, p. 102.

1) 大規模の踏査,選點にはよく飛行機が利用される。
N. J. Ogilvie : Civil Engineering, 1932, pp. 6—10.
2) 鹽田四郎 : 三角測量, 1940, 頁 34—42.
3) 大前憲三郎外 3 氏 : 1935, 頁 166, 325—329.
Jordan-Eggert : Bd II, Zweiter Halbband, 1933, S. 130 ff.
K. Efinger : Z. f. V., 1936, S. 69—70.
Gigas : Z. f. V., 1936, S. 497—507.

く，器械の据付,觀測に便利で，交通,出水等による障害を受けざるを要し，更にその周圍の土地所有者とも よく交渉し諒解を得て置く。

(2) 基線選定に關する注意

(1) 三角網には 1 端に 基線 を設け，他端に計算値との照査に供する爲 検基線 (Check base line) を設ける。倘三角網が長くなると，誤差の累積を防ぐ爲に途中に基線長の 20～25 倍（距離にして 10～20 km）毎に 1 本の基線を挿入する[1]。

(2) 基線は成るべく三角網の 1 邊に選ぶことが望ましいが，地形上又は經濟上之が許されない際には，全然別に基線をとり，成るべく精度を落さない樣にして三角網の 1 邊に連絡する，此の爲の三角網を基線三角網 (Base net) と云ひ，其の有樣は圖-16.4 の様である。

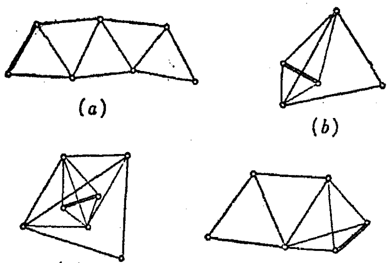


圖-16.4 基線三角網

(3) 基線長は直に三角測量の精度に影響するから，成るべく長くし擴大回數の增加,角の尖鋭化を避けるべきである。其の最短限度は三角網最大邊長の 1/10 とし，四角形で 1 回擴大する際は其の邊長の 0.5～0.6 倍，2 回擴大する時は 0.25～0.35 倍とする。小規模の三角測量では成るべく三角網の 1 邊を基線とし，之が不可能ならば平均邊長の 1/4，長さにして 100 m 以上の基線をとる。

(4) 基線を設ける所は平坦で杭打其の他に便利であること，勾配は 1/25 以下とし，巳むなく急勾配の所を選ぶ時は數區間に分けたり，又は傾斜距離を測つて更正する。

(5) 基線は河川，道路，鐵道等を横切ることなく，且 (1) (5) と同じ注意を要する。

斯くして選點を終れば，赤白の旗を立て其の旗竿に選點番號札をつけ，其の地籍,順路等を**點の記** (Station note) に記入する。倘別に平板上に（既成地圖を 利用してもよい）各點の位置,方向線を描いて番號,名稱を附し，且其の地域内の著名市町村,河川,行政區界,水準點の位置及び番號等を記入した**選點完成圖**を作製すべきである。大規模の場合には觀測,計算の指針とする爲に，**水平角整正計畫圖**,**高低整正計畫圖**を用意する必要がある。

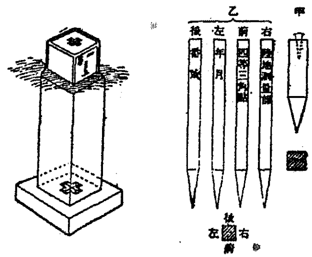
1) H. Kasper : Z. f. V., 1936, S. 372—378.
大前憲三郎外 3 氏・1935, 頁 166—167.

4. 造 標 (Construction of Station)

選點を終つた三角點を地上に堅固に標識し，其の上で觀測し得る設備をなし，他の三角點より視準し得る様に覘標を造ることを總稱して**造標**と云ふ。三角點の中心C，觀測點B及び覘標の中心Pが同一鉛直線上にくる様に努むべきであるが，各種の事情により巳むなくB,C,Pの不一致を生ぜしめることがある。此の場合には觀測結果をCの位置に於ける値に更正する爲**歸心計算** (Eccentric reduction)[1] を要する。

(1) 測標 (Station mark) 又は標石

永久保存のものは，地中に盤石を埋め之を基礎として柱石 (15～20 cm 角，長さ 1 m) を埋定し，其の上部 15 cm 位を地上に表す。柱石,盤石共に中央に十字を刻み，夫等を同一鉛直線上にあらしめて三角點の位置を示す。軟弱地盤にて移動の惧ある時はコンクリートで周圍を根固めし，冬期凍害を受け易い時は結氷線以下に地下標を埋め其の上に地表標を置く。簡單な測標としては，コンクリート塊の上に直接金屬指標を打ちこむか又は長さ 1 m 位，12 cm 角の木杭を用ひ上面に圓頭鋲を打つ



(1 等三角點標石)　(4 等三角點標杭)

標石は柱石,盤石の 2 箇より成立するものにして，石質は通常花崗岩を用ひ時としては之に類似の石材を用ふ，但し柱石は盤石を基礎として地表に現出し，地上に出ること概ね 6 寸とす。

標杭甲は木材を以て之を造り，覘標中心の鉛直下に於て地と平坦に設置するものにして，其の中心に鐵釘を打入れ，其の側に乙杭を立つ。

圖-16.5 陸地測量部の測標

1) 大前憲三郎他 3 名：陸地測量學，1935，頁 211—213.

て置けばよい，但し木杭の下部には根枷をつけて動かぬ様にすることが望ましい。圖-16.5 は我陸地測量部の測標の２例を示したものである[1)]。

(2) 觀測臺 (Observing equipment)

見透しのよくきく際は，トランシットを三脚又は強固な支持臺にのせて觀測すればよいが，見透しのきかない際は觀測臺を必要とする。此の際器械を支へる臺と觀測者の乘る臺とを夫々獨立構造として器械の振動を防ぎ，器械中心が正しく測標の直上にくる様にすべきである（圖-16.6, 16.7）。塔,避雷針等の尖端を三角點とした場合は，附近に別に測點を設け，觀測値を歸心計算によつて更正すればよい。

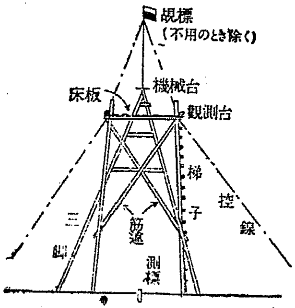


圖-16.6

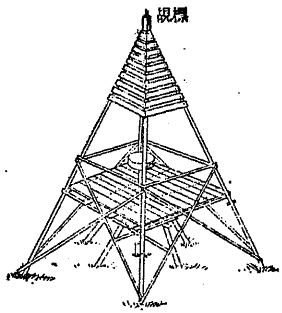


圖-16.7
陸地測量部の１等三角點覘標

(3) 覘　標 (Signal or Target)

覘標は視準目標となるもので，次の要件を具備する必要がある。

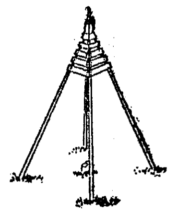
(1) 覘標中心を正しく測標中心の直上に置く，若し之が不可能ならば偏心覘標として後から歸心計算によつて觀測値を更正する。

1) 陸地測量標條例施行細則（明治 28 年 8 月 15 日，陸軍省令第 17 號）。
朝鮮にては朝鮮土地測量標令施行規則（昭和 11 年 10 月 2 日，朝鮮總督府令第 57 號）による。

(2) 覘標は遠方からの識別が背景,距離の如何に拘らず容易であることを要する，又視準の爲正しく其の中心を求められなければならない。中心線に對し對稱な四角錐形が賞用されるのは此の爲である。

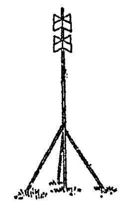
(3) 視準すべき柱，卽ち覘標の心柱は距離に應じて望遠鏡內で適當な幅であらはれ，叉線にて正しく等分し得ることを要する。普通心柱幅が觀測點にて張る角は 2～4秒，高さは同じく 30 秒以上であるを可とする。

(4) 覘標は地上に堅固に固定され，風雨に倒れず振動の少いことを要する。



通常２等,３等三角點覘標の結帶は相等し，只２等覘標は高さ 6～9 m，３等覘標は高さ 4～6 m を通則とす。然れども視通の難易に應じて上に準ぜざることあり。

圖-16.8　２等(３等)三角點覘標（陸地測量部）



覘標は地形に應じて直に地上に建設し或は樹上に附設すると雖も，上部覘板の大小及び配置は共に相同じ。

圖-16.9　４等三角（地形圖根）點覘標（陸地測量部）

覘標には**普通覘標**（圖-16.8），**簡易覘標**（圖-16.9）**高覘標**（圖-16.6, 16.7）の區別がある[1)]。高覘標では觀測者の載る方の櫓柱と連繫構造として置く。

三角點の距離が極めて遠いと覘標の認識が不充分となるから，晝間は**回照器**[2)] (Heliotrope)，夜間は**回光燈**[2)] (Signal lamp) を用ひる。

5. 基線尺 (Base Measuring Apparatus)

三角測量では實測基線長を基にし觀測角を用ひて順次各邊長を計算してゆくから，基線誤差は角觀測の誤差と異なり，其の影響は三角網を延ばすほど距離に比例して增大する。從つて基線は一

1) 大前憲三郞他３名：陸地測量學，1935，頁 175—178.
E. Gigas : Z. f. V., 1936, S. 188—191.
H. Häntschel : Allg. Verm.—Nachr., 1939, S. 172—176; Z. f. V., 1940, S. 189—192.

2) Hosmer : Geodesy, 1930, pp. 27—32,
E. Gigas : Z. f. V., 1936, S. 191—194.
J. Lindgren : Z. f. V., 1936, S. 702—704.

般に三角網自身の要求する精度よりも高い精度にて測定するのを常とし，其の標準は次の樣である。

三角等級：	1，2 等	3 等	4 等
基線長の推差：	$\frac{1}{500,000}$～$\frac{1}{2\,000,000}$	$\frac{1}{200,000}$～$\frac{1}{500,000}$	$\frac{1}{10,000}$～$\frac{1}{50,000}$

基線の測定に用ひる物指，卽ち**基線尺**としては，以前は殆ど總べて測桿[1] (Rigid bar) によつてゐたが，近來は一般に鋼又はインバー (Invar) 製の線狀或は紐狀の卷尺を用ひ，容易に迅速に而も經濟的に測定を行ひ得る樣になつた[2]。

(1) **鋼卷尺** (Steel tape)[3]

鋼卷尺は普通程度の基線測定に廣く用ひられ，其の長さは 30，50，100 m 等のものが多く，斷面も色々であるが 幅 5～15 mm，厚さ 0.2～0.4 mm のものが取扱に便利である。全長に亙つて目盛が 1 cm 又は 5 mm (下級品では 1 mm) 每に刻まれてゐるから，尺の長さ以內の短區間の測定が出來て好都合なるも，溫度變化による伸縮が大きいこと及び尺の檢定法が後述の如く野外の測定法と異なることによる更正が厄介である。

一般に夜間又は曇天等の氣溫變化少く風のない時を選んで最上の注意を以て測定し，嚴密な更正を施せば，$\frac{1}{300,000}$～$\frac{1}{1,000,000}$ 程度の推差に達することも可能である。測定の際は 2，3 本の基線尺を用意し，檢定所で嚴密な檢定を受け更正に必要な諸量を定めて置くべきであるが，若し之等の諸量が不明ならば，大體次の値を用ひて更正しても約 $\frac{1}{50,000}$ 迄の精度が得られる樣である[4]。

膨脹係數：$\alpha=0.000\,0112$～$0.000\,0117/1°C$，鋼重量：$w=0.0078$～0.0079 kg/cm³，
彈性係數：$E=2\times10^6$～2.2×10^6 kg/cm²，標準溫度及び張力：
$t_0=15°C$，$P_0=6$～8 kg.

1) Chark : Vol. 2, 1934, pp. 117—122.
2) K. Lüdemann : Z. f. V., 1933, S. 145—159.
3) 本書一般篇，頁 6 參照.
4) 內務省河川測量規定第 9 條にては，$\alpha=0.000\,0117\,/1°C$，$E=2\times10^6$ kg/cm²，$t_0=20°C$，$P_0=0$.

(2) **インバー基線尺** (Invar tape and wire)

インバーは Guillaume (1896) の發見にかゝるニッケル鋼で，其の合金割合は一定しないが，普通ニッケル 36% 位，之に微量の炭素と大部の鋼からなり，溫度に對する膨脹係數極めて低く，20 kg 程度の張力では殆ど伸張しないことを特徵とする。此の溫度膨脹係數は合金割合，溫度，熱處理並に加工狀況によつて相當變化するが，普通は鋼の 1/20～1/200 程度である[1]。

インバー基線尺の長さは歐洲では一般に 24 m なるも，我國では 25 m を採用してゐる。又斷面には圓形 (線狀尺，Wire) と矩形 (**紐狀尺**，Tape) とがあるが，風の影響や雨露等による荷重少き爲前者の方が良いとされ，主として Firma Carpentier 會社 (Paris) で製造されてゐる。尤も紐狀尺も運搬の便，捩れの修正容易等の利點があるので，昔から英米で重用され，Watts の製品が代表的である。尺には全長に目盛があるのではなく，兩端に圖-16.10 の樣な長さ約 8 cm の mm 分劃を刻んだ**端尺** (Réglette) があつて，相應分劃間の長さが所定の測長を與へることになつてゐる (6. 參照)。

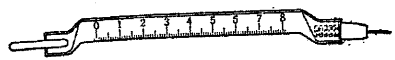


圖-16.10 端 尺

インバーは比較的軟かで容易に曲がり且鋼の樣な彈性を有しないので，手荒く取扱ひ又は縺れたりすると直に其の長さを變ずる。それで最も注意して取扱ふは勿論であるが，使用しない時も直徑 40 cm 以下に卷いてはいけない。尺の斷面は適用される張力 (10～15 kg) に對し殆ど歪を生じない樣なものであることを要し，線狀尺で長さ 24 m の時は 1.65 mm 徑，17.32 g/m.，又紐狀尺で長さ 24 m，100 ft. の時は 3×0.5 mm のものが普通である。尙此の基線尺は使用の度每に長さを變へるのみならず，自然的にも分子の配列を變じ年々長さを變へるから，測定に際しては 2，3 本の尺

1) Clark : Vol. 2, 1934, pp. 123～124.
F. Neumann u. H. Johannsen : Z. f. V., 1934, S. 1—16.
測地學委員會：三鷹村基線測量，昭和 12 年 11 月.

を用意し毎日其の長さを檢べ 又測量の前後には標準の比較基線尺と比較することを忘れてはならない[1]。

6. 基線の測定法 (Measurement of Base Line)

(1) 基線測量の準備作業

基線の測定を行ふには，最初に次の様な準備作業を行はねばならない。

基線路の開設. 基線となすべき路線上の地形の起伏,溝堤及び樹木雜草を除去し，幅約 4 m の 1 直線路を開設する。

線路の概測. 地表に沿うて鋼卷尺で基線長を概測し，測定方法に應じて地物,障碍物の關係を調査し，大規模になると之等をまとめて要圖を作製する。

兩端點及び中間點の標識. 線路概測の結果と選點作業で假りに定めた兩端點の位置とを較べて，適當に兩端點の眞位置を確定し，玆に堅固且精密な測標を設けねばならない。測標は 4. (1) に述べたと大差ないが，極めて大切な基線では地中標とし，測量時以外の使用や目標とする爲に地上に露出する普通の標石を造り，其の中心を地中標の指標中心と一致せしめて置く。次に基線が長くなると，作業時間の關係などより中間點を設ける必要があるが，特別の注意を拂つて充分正確に基線中に入れ，玆に端點と同樣の測標を設ける。

以上にて準備を終り基線の測定にかゝるが，現在の測定法は使用器械により，

1. インバー基線尺による精密測定,
2. 鋼卷尺による普通測定,

に分たれ，前者には中間支持杭を置かない垂曲線法，後者には中間支持杭を置く水平法が用ひられるのを普通とする。

1) F. Neumann u. H. Johannsen ; Z. f. V., 1934, S. 1—16; Z. Instrkde., 1934, S. 173—190.

(2) 鋼卷尺による水平法 (Horizontal method by steel tape)

(a) **測定の裝置.** 鋼卷尺を所定の張力にて水平に引張つて距離を測るから，次の諸裝置を必要とする。

支持裝置 (Supporting apparatus). 鋼卷尺の全長より少し短い距離每に，**指示杭** (Marking peg) として長さ 1 m 位で 12 cm 徑か 10×10 cm の木杭を打込み，其の中間には尺の弛みを除く爲に 5～10 m の等間隔に 5×5 cm 位の**支持杭** (Supporting peg) を打つ。此の場合水準測量によつて，之等の杭の頭を一定の高さ又は勾配に揃へ，同時に 1 方の端點に据ゑたトランシットで他の端點を視準し，この視準線の方向を各杭頭に記して**基線方向**を正しく定めて置く必要がある。指示杭上には 6 cm 角位の金屬鈑を釘着し，之に豫め小刀で十字線を刻み置き，次の指示杭上の十字線との間の距離を順次測つてゆく樣にする。尙此の十字線を明瞭にする爲，圖-16.11 の樣な特殊の金物を釘着することもある。

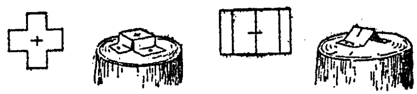


圖-16.11 指示杭上の指標

支持杭には鋼卷尺を引張る時の杭頭の摩擦を減ずる爲に，基線方向と直角に 6～8 cm の釘を置くのを常とするが (圖-16.12)，外れ又は落ち易いので杭の 4 隅に釘を打つことがある。圖-16.13 は支持杭の側面に等高に打つた釘にて鋼卷尺を支へた場合であり，杭を互ひ違ひに配列すると其の設定は多少困難なるも，尺が外れ難くなつて一層好都合である。又 圖-16.14 の如く支持杭上に板張をして弛みを全くなくすることがあるが，それだけ摩擦を增すから轉子として澤山の釘を置くことが望ましい。基線兩端に高差を生じた時は，杭頭を一定勾配に揃へて傾斜距離を測り後に水平距離に更正するか，又は 圖-16.15 の如く數段に分けて尺を水平

に引張り，下振線で（正確には互に直角の位置に据えた２つのトランシットを用ひる，）端點の位置を移してゆけばよい。

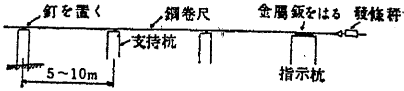


圖-16.12

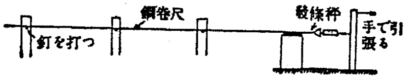


圖-16.13

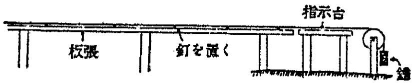


圖-16.14

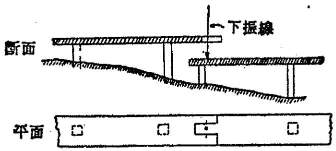


圖-16.15

引張裝置 (Stretching or pulling apparatus). 鋼巻尺に發條秤を取付け一定の張力で引張るが，此の爲には手力（圖-16.12）又は挺子（圖-16.13）によること多く，時には滑車を通して一定の錘をかけることがある（圖-16.14）。何れにしても摩擦が相當あるから，發條秤を兩端1個宛取付け1端を固定し他端から張力を加減する方が讀み易い。張力は 6～10 kg 位を適當とし，豫め少し餘分の張力をかけ次第に減じて所定の値に達した時に讀みをとると結果が良い。尙尺の 1 端を固定することは相當むつかしいが，圖-16.16 の如き引張臺の上に 圖-16.17 の如く木綿紐で尺の1端

に結んだ固定桿を樹立し其の握把を握ると具合がよい。

溫度測定裝置 (Thermometric apparatus). 鋼巻尺の溫度は種々の原因によつて變化し易く，之を精測することは頗る困難であつて，溫度誤差は基線測定の精度を支配する最大の要素である[1]。普通野外で行はれる方法としては，2 個，出來れば3個の棒狀水銀寒暖計（1/2°～1/5° 讀）を等間隔に小三脚で吊し其の水銀球を尺に接觸せしめ，時には更に其の上を布で蔽ふ様にする。斯くしても尙尺自身の溫度を讀み難いので，尺と同じ材料で包んだ**卷尺用寒暖計** (Tape thermometer, 前編圖-1.3 參照) を尺に取付けて溫度を讀むことがある。最も正確な方法としては，針金の電氣抵抗が溫度と共に增すことを利用して測るものであるが，野外用には不向きで專ら檢定用に限られてゐる。一般に溫度を精測する爲に必要な注意事項は次の樣である。

圖-16.16 引 張 臺

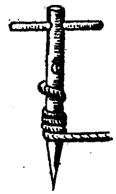


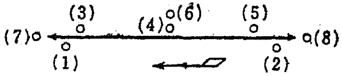
圖-16.17 固 定 桿

1. 尺及び寒暖計を使用前約 30 分間大氣に曝して成るべく外氣溫度と一致せしめて置く。
2. 寒暖計を尺に取付ける際は，弛みに影響しない樣に成るべく支持杭，中間杭の附近に置く。
3. 測定中に尺に日光が當ると，尺の溫度が氣溫以上となり其の差 3°C に及ぶことがある。從つて夜間，曇天に測定し，尺と外氣の溫度差を成るべく小とする。
4. 風があると尺を振動し機械的に尺の溫度を變へ易いから，無風の時が良く，風があれば幕を張つて之を防ぐ。
5. 地表附近は異なる溫度の空氣層よりなつてゐるから，尺は地表から 1 m 位離れる方が良く，地面に接したり草木に觸れることは最も惡い。

(b) 測定の要領. 指示杭上の十字線間の距離を順次測つてゆ

1) 林猛雄：下卷 1933, 頁 80.
Happach: Allg. Verm.-—Nachr., 1937. S. 210—212.
M. Pouşanoff: Journ. des géomètres experts et topographes français, 1938, p. 105—112.

くが，其の爲に人員を 圖-16.18 の如く配置する。次に讀定者(2)の"氣を付け"の合圖で尺を所定の張力にて引張る時，尺が杭頂の十字線に輕く觸れ且其の目盛線が基線中心線と一致する樣にする。そこで(2)の"良し"の號令で尺の兩端及び溫度の讀みを取り，それを(1),(2),(3),(4),(5)の順序で(6)に報告し，(6)は夫々復唱し乍ら野帳に記入する。斯くして第1回の讀定が終ると，尺を1 cm 程ずらして同樣にして第2回の讀定をする。之を數回繰返し其の平均を以て，此の區間の測定距離とする。次に"尺をとれ"の號令で尺を引張裝置より外し，更に"前へ"の號令で次の區間に進み，同樣にして讀定を行ふ。正確な結果を得るには，中間點で讀定者の位置を交代し，復測の時は尺の方向を反轉することが望ましい。



(1),(2)　　: 讀定者
(3),(4),(5): 寒暖計係
(6)　　　　: 記簿者
(7),(8)　　: 引張者

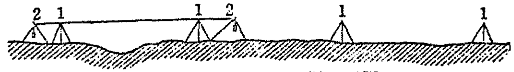
圖-16.18 測定人員の配置

基線長は **1 測回** (1 端より他端へ) 毎に各種の更正を施し，全測回の更正值の平均を以て所要のものとするが，測回數は普通 3〜10 回である。極く正確を要する時は，3 つ以上の尺を用意し，各尺とも往復卽ち 2 測回宛測る樣にする。尙所要精度が落ちるにつれて，上の測定法を適宜簡略にするは云ふ迄もない。

(3) **インバー基線尺による垂曲線法** (Catenary method by invar wire or tape)

垂曲線法は Jäderin (1883) が創意したもので，兩端點以外に支持杭を用ひない方法である。卽ち基線尺の檢定に際しては，標準の溫度及び張力の下で兩端點を水平に支へ (從つて尺自身は垂曲線狀をなす)，その時の兩端目盛間の水平距離を正しく確定する。野外作業では之と同じ條件で 圖-16.19 の如く兩端測定三脚間に尺を引張り，兩端の目盛から直ちに水平距離を求めるのであ

つて，垂曲線の長さから水平距離を出す樣な面倒な更正を要しない。我陸地測量部を始め諸外國に於ても，インバー基線尺による精密な基線測定は何れもこの方法によつてゐる。



1: 測定三脚　　2: 引張三脚

圖-16.19 インバー基線尺による測定

(a) 測定の裝置

測定三脚 (Measuring tripod). 基線路の概測によつて得た要圖に準據し，基線尺の長さより少し短い間隔每に 圖-16.20 (a) の樣な測定三脚を据ゑるが，簡單に 3 方から支へた木杭を以て代用してもよい[1]。三脚の上面には 圖-16.21 の如き指標 (Reference mark) を附し，端點又は中間點に据ゑたトランシットによつて，指標上面の切線を正しく基線の直線中に導く。時には三脚に望遠鏡又は整準裝置を備へ，据付を便利にしたものがある。測定の際は指標切線に尺の端尺が輕く觸れる樣にし，上面の細線に相應する端尺の讀みをとればよい。指標上面の高さは水準測量等で求めて置かねばならないが，一般に隣接指標間の高差は 0.8〜1.0 m 以內なるを要し，傾斜 1/30 を越すと尺が滑つて不正確を免れない。

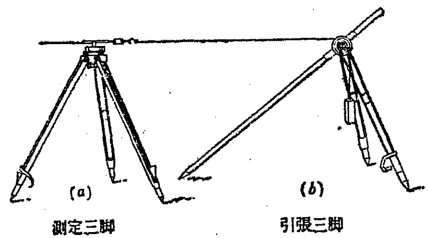


圖-16.20

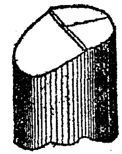


圖-16.21 指標

1) 武藤勝彥: 昭和5年度饗庭野基線測量報告 (陸地測量部).

引張三脚 (Straining tripod) は圖-16.20 (b) の如きもので，測定三脚の外側に置く。基線尺は其の上の滑車に乘り，普通 10 kg の錘をかけて引張られる。

溫度測定裝置としては，普通の棒狀水銀寒暖計 1 個を用意し，0.1°C 迄外氣の溫度を讀めばよい。

(b) **測定の要領**. 讀定者の 1 人の合圖によつて各區間毎の距離を同時觀測で求めてゆくことは，前項の鋼卷尺の場合と同樣である。陸地測量部の 1 等三角測量の基線に於ては，嚴密に檢定した 25 m のインバー基線尺 5 本を用意し，夫々往復 1 回，合計 10 測回の觀測を行ふ。尙各測定區間に就いては尺を約 1 cm 宛 5 回ずらして，夫々虫眼鏡で 0.1 mm 迄讀んだ 5 回の平均を以て 1 測回の讀みとする。此の方法で讀定者を中間點で前後交代し復測には尺の方向を反轉し，全部終了後再び尺の嚴密な檢定を行ふが，測定速度は 0.7～0.8 km/時，精度の許容限度は $\frac{1}{1{,}000{,}000}$ 以上とされてゐる。

7. 測定基線の更正 (Corrections of Measured Base Line)

(1) 概　說

野外で用ひる基線尺は測量の前後に其の絕對長を求めるを要し，其の方法は所要精度によつて異なるが，大體次の通りである。

(a) **インバー基線尺**は最も嚴格に檢定するを要し，我國では文部省測地學委員會が三鷹村東京天文臺構內に設置した**比較基線** (Comparative base line) を用ひる[1]。此の比較基線は 25 m にして 5 つの等區隔に分たれ，其の絕對長は 1 m の帝國副原器 No. 20 に直接比較し嚴密に長さの定まつた 5 m の Guillaume 測桿

1) 陸地測量部：三鷹村基線測量報告，昭和 10 年 12 月，
　測地學委員會：三鷹村基線測量，昭和 12 年 11 月.

又はインバー測桿を以て精密に測定するのである[1]。次に此の比較基線の端點上略〻同高に測微顯微鏡を固定し，其の視野の指標を正しく端點鉛直線上に導き，此の指標に對する野外基線尺の端尺の讀みをとり，相應分劃間の基線尺長を求める。此の場合端尺の外側に同高に引張三脚を据ゑて標準張力 10 kg で引張り，溫度を測ることは勿論である。尙陸地測量部構內にも 25 m の比較基線があるから，小三角測量の時には簡單な方法で之から基線尺を檢定してもよい。

比較基線から野外基線尺の絕對長を得る計算式は[2]，

$$L_{t_0}=D_C-[a-b]-25(t-t_0)\alpha \quad \cdots\cdots(16.1)$$

玆に，L_{t_0}：標準の溫度，張力に於ける基線尺相應分劃間の實長，
　D_C：比較基線長，　a：尺の前端讀定值，
　b：尺の後端讀定值，　α：尺の膨脹係數，
　t：比較當時の溫度，　t_0：標準溫度，普通 15°C.

(b) **鋼卷尺**は水平法に用ひられるのが常であるから，標準の溫度及び張力の下で水平に引張つた際の兩端目盛間の絕對長 L_{t_0} と尺の稱呼長 L_N との差を求めて置かねばならない。此の爲の檢定は，普通垂曲線法で (a) の如く實施し，それから計算によつて L_{t_0} を見出すのであつて，陸地測量部に委託するか，又は其の構內の比較基線によつて自らやつてもよい。尙簡單に水平支持臺の上で尺を水平に引張り，標準の長さと比べることもある (商工省の檢定)。

(c) 以上の如くして基線尺の絕對長を知ると，其の尺を用ひて野外にて測定した基線長は次の如く更正される。

1) 最近實用化されて來たものに，Cadmium の光の波長を用ひる方法があり，最も嚴密な測長法とされてゐる.
　渡邊 襄：應用物理，1936，頁 509—512.
　F. Hunger：Z. f. V., 1936, S. 433—448 u. 465—484.
　H. Röhrs：Niedersachsen-Technik, 1937, S. 163—164. u. 188—194.
2) 大前憲三郎外 3 氏：1935，頁 140.

(1) インバー基線尺による垂曲線法：

$$D=mL_{t_0}+[a-b]+[C_t]+[C_g] \cdots\cdots (16.2)$$[1]

(2) 鋼巻尺による水平法：

$$D=D_N L_{t_0}/L_N+[C_t]+[C_g]+[C_p]+[C_s] \cdots\cdots (16.3)$$

玆に，D：更正基線長，　D_N：實測基線長，

m：尺の引張回數，25 m の尺を用ひると $m=D_N/25$，

C_t：溫度更正，　C_g：傾斜更正，

C_p：張力更正，　C_s：弛み更正，

[ ]：各區間に就いての更正の總和を意味する。

斯くして各測回毎に更正された水平基線長 D を求めると，所要の基線實長は全測回の算術平均

$$D_0=(D_1+D_2+\cdots\cdots+D_n)/n \cdots\cdots (16.4)$$

として與へられる。尙 1，2 等三角測量では，上の D_0 を中等海水面に投影した時の長さ D_{0R} が必要である。

(2) 各種の更正量

各測定區間毎の更正量を列擧しよう[2]。

(a) **溫度更正** (Correction for temperature)

$$C_t=+\alpha L(t-t_0) \cdots\cdots (16.5)$$

玆に，α：基線尺の膨脹係數，　L：1 區間の測定長，

t：測定時の平均溫度(C°)，　t_0：標準溫度，一般に 15°C。

(b) **傾斜更正** (Correction for grade)

$$\left.\begin{aligned} C_g &\fallingdotseq -\left(\frac{1}{2}\frac{H^2}{L_g}+\frac{1}{8}\frac{H^4}{L_g^3}\right), \\ &\fallingdotseq -\frac{1}{2}\frac{H^2}{L_g},\ \text{但し}\ \frac{H}{L_g}\leqq\frac{3}{100}\ ; \\ C_g &= -2L_g\sin^2\frac{1}{2}\theta, \\ &\fallingdotseq -42.31\times10^{-9}\theta^2 L_g,\ \text{但し}\ \theta\leqq 6^\circ,\ \frac{H}{L_g}\leqq\frac{1}{10} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (16.6)$$

1) 野外基線尺の支持法及び張力などが檢定時と異なる場合は [C_p]，[C_s] を必要とする．Esztó u. Hornoch : Z. f. V., 1939, S. 106—113 u. 178—184.

2) 詳細な證明に就いては，君島八郎：大測量學下卷，1931，頁 41—64．林 猛雄：下卷，1933，頁 82—94 參照．

玆に，L_g：1 區間の傾斜に沿ふ測定長，　θ：傾斜角（分），

H：該區間の兩端に於ける高低差。

嚴格には垂曲線測定法に對し上式を適用し得ないが[1]，基線勾配は普通 1/25 以下とするから，此の場合にも近似的に上式を用ひて差支へない。

(c) **張力更正** (Correction for pull)

$$C_p=+(P-P_0)\frac{L}{AE} \cdots\cdots (16.7)$$

玆に，P：作用張力，　P_0：標準張力，

A：尺の斷面積，　E：尺の彈性係數。

(d) **弛み更正** (Correction for sag)

$$C_s=-\frac{1}{24}L\left(\frac{wl}{P}\right)^2=-\frac{1}{24}n\frac{w^2l^3}{P^2} \cdots\cdots (16.8)$$

玆に，$l=\dfrac{L}{n}$：隣接支持杭間卽ち 1 徑間の測定長(等徑間とする)，

n：1 區間に於ける徑間數，　w：尺の單位長の重さ。

支持杭間の徑間長を異にする場合は，式—16.8 の代りに $C_s=-\sum_1^n\frac{1}{24}l\left(\frac{wl}{P}\right)^2$ とすればよい。又支持杭に高低差があると C_s の式は相當面倒なるも，1/25 以下の基線勾配ならば式—16.8 を其の儘用ひて差支へない。

次に $C_p+C_s=0$ となる如き張力 P_n を加へると，張力及び弛みの更正を要せず，便利である。斯かる張力を 正張力 (Normal tension) と云ひ，次の 3 次式の根として與へられる。

$$\left.\begin{aligned} &P_n^3-P_0P_n^2-\frac{1}{24}AE(wl)^2=0, \\ &P_0=0\ \text{の時は}\ P_n=\sqrt[3]{AE(wl)^2/24} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (16.9)$$

又 $C_t+C_p+C_s=0$ となる如き溫度 t_n を 正溫度 (Normal temperature) と云ひ，其の値は

$$t_n=t_0+(1/\alpha)\{(P-P_0)/AE-(wl/P)^2/24\} \cdots\cdots (16.10)$$

1) Clark : Vol. 2, 1934, p. 135.

V. R. Ölander : Z. f. V., 1934, S. 110—114.

Esztó u. Hornoch : Z. f. V., 1935, S. 705—718; 1939, S. 106—113 u. 178—184.

Lindinger : Z. f. V., 1937, S. 135—146.

M. Hotine : Empire survey review, London 1939, pp. 2—36.

となる。尙同じ關係を充たす張力 P_a を 精密張力 (Tension of accuracy) と云ひ，其の値は

$$\left.\begin{array}{l} P_a^3 - P_x P_a^2 - K = 0, \\ \text{但し}\ K = \frac{1}{24} AEw^2 l^2, \quad P_x = P_0 - AE\alpha(t - t_0) \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (16.10)$$

より求められ，圖表によると計算が頗る簡單で屢々實際に用ひられる[1]。

(e) **折基線の更正** (Correction for broken base) (圖-16.22).

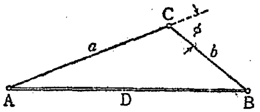


圖-16.22 折基線

$$\left.\begin{array}{l} C_b \fallingdotseq -\{2ab/(a+b)\}\sin^2\frac{1}{2}\phi \\ \quad \fallingdotseq -42.31\times10^{-6}\{ab/(a+b)\}\phi^2, \ (\phi<3°) \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (16.11)$$

玆に，a, b : 折基線に於ける測定邊長，

ϕ : a, b 邊間の偏倚角 (分).

(f) **缺基線の計算** (Calculation of gaps in base lines) (圖-16.23).

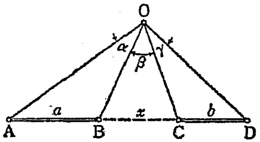


圖-16.23 缺基線の計算

$$x = -\frac{a+b}{2} + \sqrt{\left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + ab\frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\beta+\gamma)}{\sin\alpha\sin\gamma}} \cdots\cdots\cdots\cdots (16.12)$$

玆に，x : 直線基線に於ける未測定部分長，

a, b : 測定部分の長さ，

α, β, γ : 點 O に於ける觀測角 (>30°)。

(g) **中等海水面上への更正** (Reduction to mean sea level) (圖-16.24)[2].

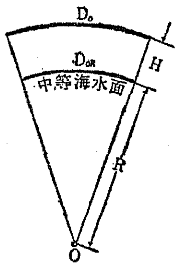


圖-16.24

各測回毎に上述の全更正を行つて得た基線實長の平均値 D_0 を，中等海水面上に投影した場合の長さ D_{0R} は，

$$\left.\begin{array}{l} D_{0R} = D_0(1 - H/R), \\ \therefore \text{更正量}\ C_H = -D_0 H/R \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (16.13)$$

玆に，H : 中等海水面から測つた基線の平均高，

R : 地球の平均半徑=6370 km， 但し 1 等三角測量にては $R = MN/(M\sin^2\alpha + N\cos^2\alpha)$ を用ひる。 此のRは基線の中等經度點に於ける 基線の方位角 α を有する直立截面の曲率半徑にして， M, N は夫々子午線弧及びそれに直角な橫弧の曲率半徑である。

1) C. D. Shepard : Civil Engineering, 1932, pp. 440—442.

2) Lips : Z. f. V., 1934, S. 230—235.

8. 基線測量の精度 (Accuracy of Base Line Measurement)

6. に述べた方法によつて充分注意して基線測定をなし， 7. に從つて必要な更正を行つて基線の水平實長Dを求めても，それには尙偶差が含まれてゐる。此の偶差は我々が如何に注意しても見出し難いもので，其の主原因と考へられるものは次の樣である。

1. 溫度,傾斜,張力,弛み等の累差の更正に必要な諸量の微變動並に夫等の測定の不正確,
2. 兩端點及び中間指示杭に於ける指標の不精密及び微動,
3. 測定時の風の影響[1],
4. 尺を讀む時の誤差，特に其の個人誤差，等。

以上の偶差に對し始めて最小自乘法を適用し，式-16.4 の如く全測回の算術平均 $D_0=[D]/n$ を以て所要の基線實長の最確値とするが，D_0の**推差**は，

$$\left.\begin{array}{l} r_0' = \pm0.6745\sqrt{[vv]/n(n-1)}, \\ \text{玆に}\ [vv] = \sum_{i=1}^{n}(D_0 - D_i)^2 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (16.14)$$

若し基線長が長く中間點にて適當に分けて測定した場合は，各區間に就いて r_{01}', r_{02}', ……, r_{0j}' を求める。然らば全長は其等各區間毎の平均値の和として與へられるから，

$$\left.\begin{array}{l} D_0 = D_{01} + D_{02} + \cdots\cdots D_{0j}, \\ r_0' = \sqrt{r_{01}'^2 + r_{02}'^2 + \cdots\cdots + r_{0j}'^2} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (16.15)$$

實は此の外に基線尺檢定の際の誤差があり，之は尺の使用回數の增加に從ひ累加する性質がある。從つて其の推差を(r)，尺の引張回數を $m=D_0/25$ とすれば，全體としての**綜合推差**は，

1) K. Reicheneder : Mittlgen. d. Reichsamts f. Landesaufn., 1937, S. 62—76.

$$r_0=\sqrt{r_0'^2+m^2(r)^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16.16)$$

となり，D_0 の精度は，r_0/D_0 として計算される[1]。

尙個々の觀測値 $D_1, D_2, \cdots\cdots, D_n$ に對しては，上の各式に相當して次の如く推差を計算すればよい。

$$\left.\begin{array}{l} r'=\pm 0.6745\sqrt{[vv]/(n-1)}\,, \\ r'=\sqrt{r_1'^2+r_2'^2+\cdots\cdots+r_j'^2}\,, \\ r=\sqrt{r'^2+m^2(r)^2}, \quad 精度=r/D_i,\ i=1,2,\cdots,n \end{array}\right\} \cdots (16.17)$$

基線の精度は三角網の要求精度が基礎となつて定められるものであるが，一般に角誤差に伴ふ邊長誤差よりも1次だけ高次にして置くことが望ましく，其の大體の標準は 5.(1) に述べた通りである。我國陸地測量部の1等三角測量の基線精度は $\frac{1}{1{,}000{,}000}$ 以上を要求されてゐるが，實際の結果は基線 20 本の內，最惡は三方原基線（約 11 km）の $\frac{1}{1{,}555{,}000}$，最良は根室の薫別基線（約 4 km）の $\frac{1}{10{,}436{,}000}$ である[2]。

9. 水平角測定用器械 (Instrument for Horizonal Angle Measurement)

水平角の測定は三角測量作業の大部分を占めるものであり，基線測定と相竝んで最も重要にして，其の精否は三角點の位置の精度を殆ど支配すると云つてよい。從つてそれに用ひるトランシットは普通測量用のものより大型で，水平角の測定を精密に行ひ得る樣に色々の工夫がなされてゐる[3]。之を鉛直軸の構造により大別すると，次の 2 つとなる。

1) 武藤勝彥：昭和 5 年度饗庭野基線測量報告(陸地測量部)，頁 7—12.
2) 林猛雄：下卷 1933，頁 99—103.
陸地測量部三角科：昭和 14 年度測量便覽，頁 95—96.
3) Jordan-Eggert: Bd II, Erster Halbband, 1931, S. 307—318.
O. Schneider: VDI., 1938, S. 1185—1188.

(1) 方向型器械，　(2) 反覆型器械.

後者は普通のトランシットと殆ど同じ構造を有し取扱ひ容易で主に小三角に用ひられ，前者は專ら 1，2 等の大三角に用ひられる。邊長 1 km 以下の小三角ならば，普通測量用のトランシットを以て代用してよい。

(1) 方向型器械 (Direction instrument)

1，2 等三角測量に用ひる高精度の器械で，**單軸型**であることを其の著しい特徵とする。從つて角觀測にては上部運動のみしか出來ず複測法により得ないが，**複軸型**トランシットの如く鉛直軸の歪，不合竝に觀測中の軸間の辷り等の惧は殆どなく，それだけ正確な結果が得られる[1]。此の器械は普通 2～3 個の精密な**測微鏡** (Micrometer microscope) を裝置し，其の優秀なものは直接 1″（目測にて 0.1″）迄讀取ることが出來る。尙望遠鏡支脚の不安定を除き其の重さを集中する爲，望遠鏡は水平軸の周りに廻轉し得ず，之を反轉する場合は檮準器を外してから前後取換へて置く樣になつてゐる。又鉛直分度圓のないのが普通なるも，覘標の發見或は竪角の近似測定に便利な樣に小型のものを附けることがあり，其の際は**偏心型望遠鏡**として全體の重さの釣合を良くするのが常である。

我陸地測量部では從來より 表-16.3，圖-16.25[2] の如き Carl

表-16.3　Carl Bamberg の方向型器械

	水平分度圓				望遠鏡			重量		
	直徑	目盛	讀數	目測	口徑	焦點距離	倍率	器械	函	三脚
	mm				mm	mm		kg	kg	kg
1 等三角用	270	5′	2″	0.2″	64	520	43, 52, 65	27.0	22.3	11.0
2 等三角用	210	5′	5″	0.5″	55	450	38, 45, 54	18.5	16.1	10.3
3 等三角用	135	10′	10″	1″	40	240	20, 30	8.0	8.8	6.1

1) J. L. Rannie and Dennis: Canadian Journal of Research, Sec. A, Vol. 14, 1936, pp. 93—114.
2) E. Gigas: Z. f. V., 1936, S. 194—195.

Bamberg 製の方向型を用ひて居るが，現在は此の外に 3 等三角用として Carl Bamberg 製の萬能型（複軸型）及び玉屋製の改良 3 等經緯儀（偏心型，圖-16.26）[1] も用ひられる。尙著名なものとしては，Otto Fennel[2]，Max Hildebrand, Askana[3]，Watts, Stanley[2] 及び Purkhurst[4] の方向型等がある。

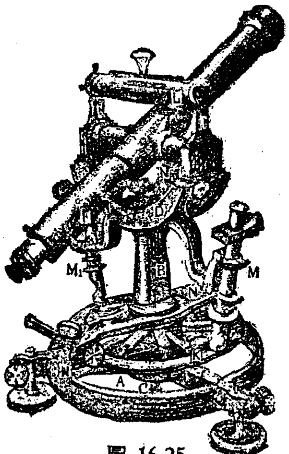


圖-16.25
Carl Bamberg's theodolite
（2等三角用）

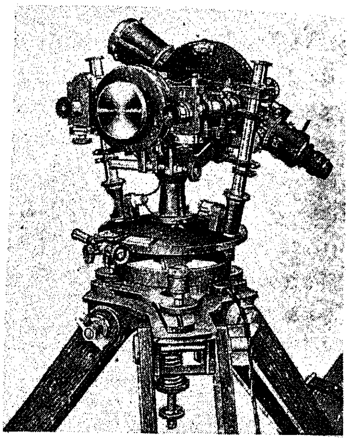


圖-16.26
玉屋改良 3 等經緯儀

以上の器械は一般に精度の增大と共に重さを增し運搬に不便である。所が近來作られる器械の中には，普通のトランシットの如く望遠鏡を水平軸の周りに廻轉することが出來，鉛直分度圓を有

1） 玉屋型錄 第 10 版，1937，頁 18—20.
2） 服部時計店總型錄 第 10 版，1936，頁 5—6 及び 17.
Otto Fennel Söhne Cassel : Katalog, Geodätischer Instrumente, 1926, S. 36—39.
3） O. Schneider : VDI., 1937, S, 1187—1188.
4） D. L. Purkhurst : E. N. R., Vol. 101, 1928, pp. 806—808.
W. Bowie : Civ. Engineering, 1932, pp. 355—357.

するに拘らず，重量さして增大せず，而も在來の大型器械と同程度の精度を發揮し得るものが少くない。

此の內 Wild[1] の精密型（圖—16.27）及び萬能型は特に有名であり，前者は器械 10.0 kg，函 5.63 kg，三脚 7.43 kg の輕量になるに拘らず，水平分度圓の直徑，目盛，讀數，目測は夫々 138 mm，4′，0.2″，0.02″，鉛直分度圓は同じく 94 mm，8′，0.4″，0.04″ にして，望遠鏡の長さ，口徑，倍率は夫々 257 mm，59 mm，24，(30，40) である。尙望遠鏡接眼鏡の側にある測微鏡は水平，鉛直兩方の分度圓の讀みをとり得べく，夫々分度圓の相對向する 2 個所の讀みの平均値を與へるので，偏心誤差が除かれて頗る好都合である[2]。

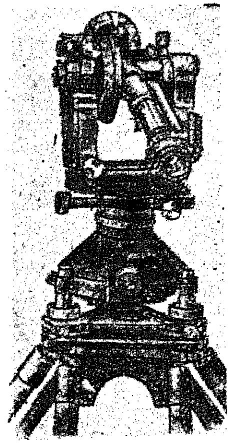


圖-16.27
Wild's precision theodolite

(2) 反覆型器械 (Repeating instrument)

3 等三角測量以下に對しては，普通の**複軸型**トランシットの內成るべく上等なものを用ひ，測角は**複測法**による。此の場合分度圓の讀みをとるのに遊標によるものもあるが，之では 5″ 以下を正確に讀み難く，視準能力に對應せしめ得ないので[3]，近來の新型器械では**讀微鏡** (Reading micrometer) を用ひることが多い。此の內**遊標顯微鏡** (Vernier microscope) 又は**測微鏡** (Micrometer microscope) によると，2″～

1） 玉屋型錄 第 10 版，1937，頁 46—57.
Wild : Journ. des géomètres experts et topographes français, 1937, p. 561—570.
Leipold : Empire Survey Review, London 1937, pp. 206—213.
Schweiz. Z. f. Verm.- u. Kulturtechn., 1938, S. 1—11.
2） 後述の Zeiss II 型と略ゞ同樣の方法によるも，詳細は
F. Ackerl : Österr. Z. f. V., 1926, Nr. 6.
E. Berchtold : Österr. Z. f. V., 1936, S. 57—59.
3） K. Lüdemann : Z. f. V., 1934, S. 377—379 ; 1936, S. 502—509.

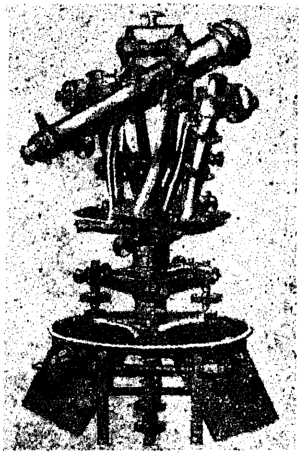


圖-16.28
Otto Fennel's theodolite
(測微鏡付)

$0.5''$ 以下迄も正しく讀むことが出來，**方向法**による測角も可能となる。以下 2, 3 の實例を擧げよう。

Otto Fennel 製の反覘型器械[1]には，分度圓讀定裝置として遊標,有線顯微鏡 (Scale microscope), 遊標顯微鏡[2] 又は測微鏡を用ひた各種のものがあるが，此の內後の2者は相當精密な測角をなすことが出來る。圖—16.28 は測微鏡付の最も大型のもので，鉛直分度圓なく，水平分度圓の直徑,目盛,讀數,目測は夫々 160 mm, $10'$, $5''$, $0.5''$, 望遠鏡の口徑,長さ,倍率は夫々 30 mm, 250 mm, 23 にして，重量は器械 6.7 kg，函 6.7 kg，三脚 8.8 kg である。

Carl Zeiss 製のものにも從來より優秀な器械が多いが,最近の I, II, III, IV 型は讀定方法其の他に種々の創意が加へられてゐる[3]。此の內 II 型 (圖—16.29)[4] は 2 等三角測量以下に用ひられる最高級品にして，次の特徴を有する。卽ち器械の水平運動用としては唯 1 組の固定ネジと微動ネジを有するのみで，固定扛桿 (Clamping lever) を上げると上部運動，

1) Otto Fennel Söhne Cassel: Katalog, Geodätischer Instrumente, 1926, S. 20—35.
　服部時計店總型錄 第 10 版, 1936, 頁 8—13.
2) K. Michael: Allg. Verm.- Nachr., 1932, S. 644—645.
　K. Lüdemann: Z. f. V., 1935, S. 459—462.
　K. Fennel: Z. f. V., 1936, S. 222—226.
　K. Rohnstock: Allg. Verm.- Nachr., 1936, S. 210—215; Z. f. V., 1937, S. 15—18.
3) P. Werkmeister: Z. f. Instrkde., 1935, S. 175.
　Zeiss: Catalog, Theodolite and Tacheometers, GEO 145.
4) Niemzyku u. Müller: Mittlg. aus d. Markscheidewesen, 1933, S. 9—18.
　F. Ackerl: Z. f. Instrkde., 1934, S. 293—301; 1935, S. 70—75.
　P. Werkmeister: Z. f. Instrkde., 1940, S. 88—89.

下げると下部運動をなす。望遠鏡の口徑,長さ,倍率は夫々 40 mm, 170 mm, 27 であり，水平及び鉛直分度圓の直徑は各々 95 mm, 48 mm にして共にガラス環上に $20'$ に目盛られてゐる。望遠鏡接眼鏡の側にある測微鏡の讀數及び目測は夫々 $1''$, $0.1''$ であるが，切換ネジを廻すことにより水平,鉛直何れかの分度圓の讀みを得べく，前者に就いて其の讀定法を示すと圖—16.30 の樣である。(a) 圖は最初測微鏡を見た時の狀態で，上側に主目盛,下側に測微ネジ頭の目盛が出てゐる。次に測微ネジを廻して (b) 圖の如く上側の主目盛を合致せしめることにより，相對向する 2 個所の讀みの平均値を得べく，圖の場合は上側より $47°40'$，下側より $3'26''$，從つて結局 $47°43'26''$ となる。尙下振線の外に光學的求心裝置 (Optical plummet) があるので据付が頗る便利であり，夜間,鑛山用としては巧妙な電氣照明器が取付けられる。又コンパス，視距測量用プリズム其の他各種の附屬裝置を有して，殆ど總べての測量に使用することが出來る。

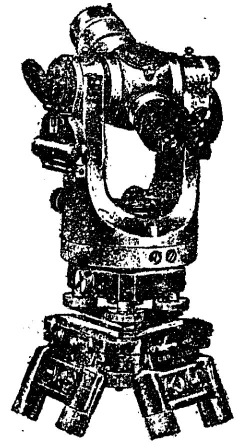


圖-16.29
Zeiss' theodolite II

Wild の複軸型[1] も Zeiss II 型とよく似て居る。英國の Cooke, Troughton & Simms 製の Tavistock theodolite[2] は相對向する 2 個所の讀みの平均値を與へることは上と同樣なるも，水平及び鉛直分度圓に對し別々の測微鏡を備へてゐる。

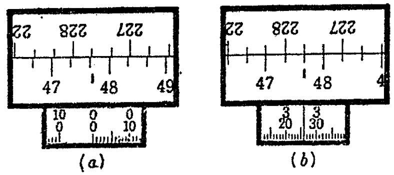


圖-16.30　水平分度圓の讀定法
(Zeiss' theodolite II)

(3) 器械の取扱,檢査及び調整

一般に器械の性能を詳細に示すために，例へば表-16.3 の如く水平及び鉛直の分度圓,望遠鏡並に重量等に關する諸要項を表記

1) Schweig Z. f. Verm.- u. Kulturtechn., 1934, S. 279—287.
　玉屋型錄 第 10 版, 1937, 頁 50—52.
2) Engineering, Vol. 131, 1931, pp. 696—698.

して置く必要がある。又器械は製作使用の當初から必ず其の實驗の經歷（性能,檢査結果,使用及び損傷並に修理の狀況等）を詳記して[1)]，順次使用者の參考としなければならない。

器械の檢査,調整及び取扱は前編第 3 章に述べた通りであるが，測微鏡を有するものに對しては更に次の調整を行ふべきである[2)]。

（1） 視差の調整（Adjustment of parallax）：分度圓の分劃線と測微鏡の指標とを同一面にて明視し得る樣にする。

（2） 步軌誤差の調整（Adjustment for run）：測微ネヂ 1 廻轉と分度圓 1 分劃間隔とを正しく一致せしめるもので，此の誤差は觀測法によつて消去し得ないから特に大切である。

（3） 指標零線の調整（Adjustment of zero line）：1 對の測微鏡を正しく 180° 隔てゝ對向せしめるためのもので，Wild 其の他の新型器械の如く 1 つの測微鏡にて相對向せる讀みの平均値を求め得る場合は此の調整を要しない。

10. 水平角の測定 (Measurement of Horizontal Angle)

(1) 概　說

最初に三角點附近の地均しを行ひ，調整の完了したトランシットを正しく測標上に据付ける。此の場合簡易な觀測ならば，三脚の上面版が大體水平で而も其の高さが觀測者に適當な樣にしてから，下振線にて器械中心を正しく測標中心の直上に置き，脚端を充分地中に踏入れて其の上端のネヂを締付けて置けばよい。併し精密な觀測になると，各脚端を夫々正しく打込んだ脚杭上面に踏入れ，且脚杭を圍み全く之と絕緣した踏板を敷いて之に觀測者が乘る樣にする。特に大切な觀測では三脚の代りに堅固な支持臺を用ひる。高覘標では櫓の構造上以上の設備は不要で，三脚の代りに机板，踏板の代りに床板が構築される。尙風や日光を避けるためには，覘標斜柱に托して測櫓覆を張るがよい。

1） 大前憲三郎外 3 氏：1935，頁 158.
2） Jordan-Eggert：Bd. II, Erster Halbband, 1933, S. 325—329.
Clark：Vol. 2, 1934, pp. 143—146.
大前憲三郎外 3 氏：1935，頁 146—147.

以上の準備作業が終ると，望遠鏡及び測微鏡の視差を直し器械の鉛直軸を正しく鉛直にして測角を始めるが，之を分つて次の 3 方法とする。

(1) 角觀測法，(2) 方向法，(3) 複測法。　109　114

之等は (2) 以下に於て詳述するが，常に前編頁 79—81. の諸要項を遵守して成るべく誤差を避けるべきは勿論，更に次の諸點をも充分考慮しなければならない。

（1） 器械を据ゑて觀測し始めると速に 1 對回を終了する樣にし，途中に於ける條件の變化及び誤差の導入を避ける。觀測中に器械の水準が狂ひ，又は雲霧のため 5 分間以上も休止し，或は 1 つの誤差が特に大きい場合には，其の對回全部をやり直す必要がある。

（2） 3 等三角測量以下では已むを得ない時以外は日中の觀測を行ふが，覘標の「見え」の良否は主に太陽光線の反射屈折の良否に關係するから，觀測の時間を考へねばならない。最も見えの惡いのは水蒸氣の蒸發の爲に之を通る光線が不規則な屈折動搖をなし，覘標が躍つて見える「炎動」の現象がある時である。從つて蒸發の起らない日出後約 3 時間に太陽の全反射を受ける西北方の三角點を，又蒸發が止んでから日沒前約 3 時間に同じく太陽の全反射を受ける東北方の三角點を覘ふがよい。西南で特に地平に近い三角點は最も觀測し難いから，見えの良い時があれば期を失せずに觀測する。曇天で風のない時は 1 日中觀測出來て好都合である。

1，2 等三角測量の如く視準距離が頗る大となると，晝間は回照器,夜間は回光燈で光を送るが，夜間の方が屈折が規則的で邪魔少く精度が大きい。

(2) 角觀測法[1)] (Angle measurement in all combinations)

水平角の觀測法中最も精密な結果を與へるもので，陸地測量部の 1 等三角測量は之を用ひてゐる。此の方法は測るべき方向が數個ある時，各方向が互に夾む角の總べてを 1 つ宛方向型器械で成るべく精測する。勿論各角に就いては望遠鏡の正位及び反轉位にて夫々時針方向及び反時針方向に觀測し，水平分度圓の各部分を一樣に用ひる樣にし，所要回數の觀測値の平均をとる。1 點にて觀測すべき方向數 S の時，組合さるべき角の總數は $\frac{1}{2}S(S-1)$ にして，之と求むべき角數 $(S-1)$ との差だけ條件式を生ずることになり，最小自乘法で各角の最確値を求めねばならないが，そ

1） M. Näbauer：Grundzüge der Geodäsie, 1925, S. 298—305.

れだけ精密な結果が得られる。圖-16.31 は $S=5$ の場合を示したもので，組合せ角數 10，求むべき角數 4，條件式數 6 である。

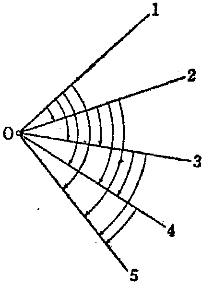


圖-16.31　角觀測法

(3)　**方向法** (Method of direction)

2, 3 等三角測量其の他一般の角測量に用ひる方法で，或一定の方向を基準卽ち零方向とし，之に對し關係諸點の方向がなす角を方向型器械で順次に觀測してゆく。其の爲に先づ器械を測標直上に据ゑてから，望遠鏡正位にて零方向たる第一目標を正しく視準して始讀を取り（勿論測微鏡全部の讀みの平均を求める），時針方向に順次第 2，第3，……の目標を視準し讀みを取りつゝ最終目標に及んで終讀を取る。次に最終目標から反時針方向に讀みを取りつゝ第一目標に歸る。そこで望遠鏡を反轉位として同樣のことを繰返し，以上で**1 對回**を終るのである。我陸地測量部では時間と勞力を省く爲に，望遠鏡正位で時針方向に廻つて最後目標に達し，そこで反轉位として反時針方向に廻つて第一目標に歸り，斯くして 1 對回を終ることにしてゐる。

以上の對回を所要精度に對應する回數だけ繰返し，總べての讀みを始讀零の時の値に換算し，其等の平均を以て各方向が零方向に對してなす所要の角度とする。任意の 2 方向間の夾角は，之等の 2 つの方向角の差として容易に計算される。

方向法にて注意すべき諸點として，

(1)　水平分度圓の各部分を一樣に用ひ目盛の不均一による誤差を避ける爲に，各對回毎に次の角度だけ始讀を變へる樣にする。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{測微鏡 2 つの場合：} & 180°/n \\ 〃\ 3\ 〃\ \text{：} & 60°/n\end{array}\right\}\text{，但し } n\text{：對回數} \cdots\cdots\cdots (16.18)$$

(2)　零方向の觀測の良否は總べての方向角に影響すから，零方向の選定には充分の注意を拂ひ，次の諸要件を充たすことを要する。

1.　觀測點より北方に存在し覘標の見えの良好なこと。

2.　觀測點より高次，卽ち與點となる點であること。
3.　觀測點と略々同高點なること。
4.　觀測諸點の距離の大體平均値の距離にあること。

稀に零方向を 2, 3 選定することもあるが，之は將來の計算に改正が必要なのと，零方向誤差 (Error of reference) が累積する惧があるので，なるべく避けるがよい。

(3)　零方向と共に續いて觀測すべき方向數は 3 又は 4 が良く，それ以上になると 1 對回に時間がかゝつて精度を害する惧がある。從つて水平角整正計畫圖に基いて，見えの良否を考慮し，且整正計算上同時に必要とせられる 3,4 方向を時針方向の順に配列して 1 列とし，之を觀測してから次に同樣に他の列を觀測し，以て 1 點に於ける全方向を測り終る樣にする。

(4)　**複測法** (Method of repetition)

反覆型器械を用ひ各角を 1 つ宛精測する場合に行ふもので，小三角測量其の他一般の角測量に廣く用ひられる。反覆回數は簡單には 3～6 回とするが，一般には角の總和が 360° 又は其の倍數近くなり，從つて分度圓の總べての部分が一樣に使はれる樣にするがよい。普通望遠鏡正位で時針方向に，反轉位で反時針方向に測つたものを 1 對回とし，(3) に於けると同樣に各對回毎に始讀を變へて觀測する。對回數は所要精度，器械の大小に應じ適當に定めるが，大體 2～6 回とする。

以上の一般法より優れたものとして次の方法がある[1)]。卽ち上部及び下部運動の何れも右廻りに廻轉しつゝ反覆し，而も內，外角兩方を測つて兩者の和が 360° に等しくない際は，其の誤差を等分し各角に加へて更正するのである。8～12 cm のトランシットを用ひ，反覆回數 6，對回數 6 とすれば，3 等三角測量又はそれ以上にも用ひ得ると云ふ。此の場合測微鏡付の最新型の器械を用ふべきは云ふ迄もない。

11.　測定水平角の更正 (Corrections of Measured Horizontal Angle)

1)　Clark：Vol. 2, 1934, pp. 151—152.
　　林猛雄；下卷 1933, 頁 118.
　　豐田四郎：三角測量, 1940, 頁 132—138.

前節に述べた測角法により各種の誤差を消去する如く努めても，測定水平角の眞の値を得るには更に次の更正を必要とする[1]。

(1) 覘標及び器械の偏心に對する更正：歸心計算 (Eccentric reduction).

(2) 兩視準線に對し水平軸傾斜 (Horizontal axis dislevelment) の程度を異にする場合に必要な更正.

(3) 覘標の變相 (Phase of signal) に對する更正.

(4) 觀測方向の中等海水面上への更正 (Reduction of direction to mean sea level).

以上の內 (2)〜(4) は 1, 2 等三角測量に必要なもので，我々のやる 3 等三角測量以下に對しては (1) の**歸心計算**のみで充分であるから，之に就いて簡單に說明しよう。

一般に三角點の中心 C, 觀測點 B 及び覘標の中心 P が同一鉛直線上にくる樣に努むべきも，各種の事情で已むなく C, B, P の不一致を生ぜしめることがある。此の場合觀測結果を C の位置に於ける値に更正するのが歸心計算であり，次の 2 つに分けて考へる。

(a) **器械の偏心** (Eccentricity of instrument), (C=P≠B).

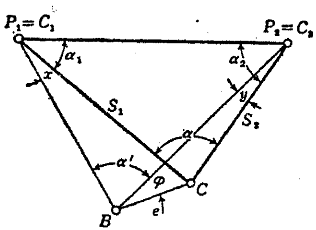


圖-16.32 器械の偏心

圖-16.32 に於て $\angle P_1CP_2=\alpha$ を所求角，$\angle P_1BP_2=\alpha'$ を觀測角とし，C, B の關係を知る爲に歸心要素 φ, e を測定したとする。然らば夫々 $\triangle P_1CB$, $\triangle P_2CB$ より，

$\sin x=(e/S_1)\sin(\alpha'+\varphi)$,

$\sin y=(e/S_2)\sin\varphi$.

然るに x, y は共に微小角であるから，之等を秒にて表せば，

$\sin x=x\sin 1''$, $\sin y=y\sin 1''$, 但し $\sin 1''=10^{-6}\times 4.846$,

以上の關係を $\alpha'+x=\alpha+y$ なる式に代入して，

1) Clark : Vol. 2, 1934, pp. 152—157.

$$\alpha=\alpha'+(e/\sin 1'')\{\sin(\alpha'+\varphi)/S_1-\sin\varphi/S_2\}\cdots\cdots\cdots(16.19)$$

玆に邊長 S_1, S_2 は近似的でもよいが，既知であるとし，又偏心角 φ は B 點にて P_2 より C へ時針方向に測つて 0°〜360° の間にとり，C, B の關係位置如何に拘らず式-**16.19** を其の儘適用し得る樣にする。尙角 φ は偏心距離 e の大小に相應した適當な精度を以て測定することを必要とする[1]。

(b) **覘標の偏心** (Eccentricity of signal), (C≠P=B).

圖-**16.33** に於て $\angle CC_1C_2=\alpha_1$ を所求角，$\angle PC_1C_2=\alpha_1'$ を觀測角，x (秒) を必要な更正量とすれば，上と同樣にして

$$x=d/(S_1\sin 1'')=e\sin\varphi/(S_1\sin 1'')\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16.20)$$

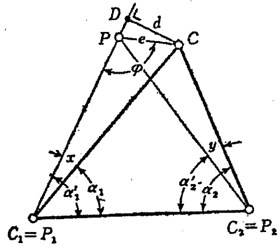


圖-16.33 覘標の偏心

玆に S_1 は近似的にしても既知とするから，d 又は e, φ を適宜測定すればよく，C_2 點に於ける更正量 y も同樣にして計算される。

歸心計算に就いては以上の外種々の計算式が導かれて居り[2]，又方向法による測角の場合は觀測方向のみに關する更正をすればよいから，更に簡單な計算をすればよい[3]。尙大前憲三郎氏考案の歸心計算尺によれば，極めて便利である。

1) 大前憲三郎外 3 氏：1935, 頁 200—201.

2) Schieferdecker : Allg. Verm.— Nachr., 1935, S. 391—393.
Schroeder : Z. f. V., 1936, S. 486—487.
H. Thiel : Z. f. V., 1940, S. 444—447.

3) J. Köhr : Allg. Verm.— Nachr., 1933, S. 616—622.
K. Heller : Allg. Verm.— Nachr., 1938, S. 454—455.
K. Johannsen : Allg. Verm.— Nachr., 1938, S. 290—291.
P. Nicolai : Allg. Verm.— Nachr., 1938, S. 361—369.
J. Nittinger : Allg. Verm.— Nachr., 1938, S. 240—242.
大前憲三郎外 3 氏：1935, 頁 211—213.

12. 水平角測定の精度 (Accuracy of Horizontal Angle Measurement)

水平角の測定法は 10. の如く 3 つに分けられるが，何れも幾回もの觀測値 M の平均を以て所求のものとするから，其の平均値 M_0 及び個々の觀測値 M の推差は夫々，

$$\left.\begin{aligned} r_0 &= \pm 0.6745\sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} \\ r &= \pm 0.6745\sqrt{\frac{[vv]}{(n-1)}} \end{aligned}\right\}\text{但し，} n\text{：觀測回數，} \quad [vv]=\sum_{i=1}^{n}(M_0-M_i)^2 \quad \cdots(16.21)$$

となる。此の推差は角度自らの大きさには無關係で，測角法，器械の性能及び其の取扱法等に支配される筈であるから，一般に測角の精度は其の推差自身を以て表すのである。

次に觀測者，器械を等しくする場合，測角法と精度との關係を少しく具體的に考へて見よう。此の場合累差，殊に器械的誤差は消去又は更正されてゐるとし，偶差のみを問題とする。而して偶差の内覘標視準の際の推差 α と分度圓讀定の際の推差 β とを除けば，他は一般に比較的小で何れの測角法に於ても大差なきものと認められるから，玆では α, β のみをとつて複測法と單測法（方向法でも或 1 方向が零方向となす角度のみを求める時を考へると，單測法と見てよい）を比較しよう[1]。

複測法にて反覆回數を n，遊標又は測微鏡の 2 つの讀みを平均し，而も望遠鏡は正位，反轉位の兩方で測角して平均するとすれば，α 及び β の兩方に基く綜合推差は，

$$r_R=\pm\sqrt{\left(\frac{\alpha}{\sqrt{n}}\right)^2+\left(\frac{\beta}{\sqrt{2n}}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{\alpha^2}{n}+\frac{\beta^2}{2n^2}} \quad \cdots\cdots(16.22)$$

單測法にて n 回の觀測の平均をとるものとし，遊標又は測微鏡と望遠鏡の位置は上と同樣共に 2 つの平均をとれば，同樣にして，

$$r_S=\pm\sqrt{\left(\frac{\alpha}{\sqrt{n}}\right)^2+\left(\frac{\beta}{\sqrt{2n}}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{\alpha^2}{n}+\frac{\beta^2}{2n}} \quad \cdots\cdots(16.23)$$

以上 2 つの場合を比べるに，α の影響は同一なるも，β の影響は複測法の方が小さい。從つて同一器械ならば複測法の方が精度高きも，反覆型器械では鉛直軸の歪，不合並に觀測中の軸間の辷り等を起し，實際の精度は讀みの細かい方向型器械を用ひ單測法による方が優れるわけである。

1) W. Weitbrecht : Lehrbuch der Vermessungskunde, Erster Teil, 1910, S. 368—371.

角觀測法に於ける個々の角の測定は上の單測法の場合に相當するが，多くの條件式を充たす樣にして所求の各角を求めるから，それだけ精度を高める筈である[1]。

尙 n 個の角の和に對する推差 R は，

$$R=\pm\sqrt{r_1^2+r_2^2+\cdots\cdots+r_n^2} \quad \cdots\cdots(16.24)$$

玆に $r_1, r_2, \cdots\cdots r_n$ は個々の角に對する推差にして，特に $r_1=r_2=\cdots\cdots=r_n=r$ なる場合は $R=\pm r\sqrt{n}$ となる。今 $r=5''$ とすれば，三角形の内角の和の推差は $\pm 5''\sqrt{3}=\pm 8.6''$ と計算される。

水平角測定の精度は以上の如く推差を以て表すのが合理的であるが，實際上は他の方法によることもある。我々が 20″ 讀の遊標付複軸型トランシットで行ふ 3 等三角以下の測量に於ては，三角形の觀測內角の和と 180° との差を 10″～20″ 以下とすればよく，內務省河川測量規定では大三角 10″，小三角 20″ と定められてゐる。次の表-16.4 は我陸地測量部の規定である[2]。

表-16.4 陸地測量部測角規定

等級		1等 本點	1等 補點	2等	3等	4等
使用器械		Carl Bamberg 27 cm 經緯儀		〃21cm〃	〃13.5cm〃	同左又は之に準ずる器械
讀定最小秒		0.1″		0.5″	1″	1″
測角法		角觀測法 12 對回	方向法 6 對回	方向法 6 對回	方向法 3 對回	方向法 2 對回
誤差の制限	觀測差	1.5″	2″	4″	8″	10″
	倍角差	—	—	10″	15″	20″
	三角形閉塞差	1″	2″	5″	10″	—
	推差	0.40″	0.54″	0.67″	1.35″	—

玆に 觀測差 とは，1 等三角にては每對回に於ける望遠鏡正位と反轉位の場合の讀みの差，2, 3, 4 等三角にては同一方向に就き各對回に於ける望遠鏡の正位，反轉位の讀みの差數を出し各對回相互間に就き之等差數の差異を求めたものである。又 倍角差

1) M. Näbauer : Grundzüge der Geodäsie, 1925. S. 301—305.
Jordan-Eggert : Bd I, 1935, S. 197—206 u. 325—338.
H. Kasper : Z. f. V., 1939, S. 52—54.

2) 鈴木元長：工業講座，測量，1931，頁 26—35.
大前憲三郎外 3 氏：1935，頁 198.

とは，同一方向角に就き各對回に於ける望遠鏡正位.反轉位の讀みの和を出し，各對回相互間に就き之等の和の差異を求めたものである。

13. 野外計算 (Field Calculations)

野外作業を終へて現地を引きあげるには，觀測結果に就いて一應の照査をなし，錯誤等のないことを確めてからにしなければならない。此の爲に現地作業中又は其の宿舎にて實施し置くべき計算は次の4つであるが，土木工事用に行ふ3等以下の三角測量では，次の (3),(4)を略するか又は或程度簡略にやつて差支へない。

(1) **水平角野帳上の計算：** 測角値の平均を求め，其の誤差が所要精度の限度内にあるか否かを檢べる。之は觀測者の傍についてゐる助手が，觀測値を記入しながら同時に行ふべきものである（12. 參照)。

(2) **歸心計算** (11. 參照)。

(3) **三角形の計算：** 爾後の三角網や座標の整正計算の準備とするため，又は歸心計算のための概略邊長を得るために行ふ三角形の概算にして，球過量(Spherical excess) は考へない。三角形の內角全部を測つた時，2 內角のみを測つた時（前方交會法)，又は求點で與點方向のみを測つた時（後方交會法）等によつて，計算方法を異にするが，常に整正を加へない測定角其の儘を用ひ，正弦比例の法則によつて邊長を求めてゆけばよい[1]。

(4) **方向計算：** (1)によつて得た觀測値に(2)の更正を施し，零方向を0とした時の諸三角點の方向角を計算するが，之を 中心の方位 と云ふ。次に原點を通る子午線に平行な直線に對する零方向の觀測方向角を 標準角 と云ひ，之を先に求めた中心の方位に一樣に加算する。斯くして得られた諸三角點の觀測方向角は，1 つの平面座標系に統一されて居り，或 2 つの觀測方向角の差角は其の標石に於ける其の 2 つの三角點方向の夾角である。

14. 三角形の誤差 (Error of Triangles)

三角測量の精度を論ずるには，基線及び水平角の測定法並に其等の精度が，三角測量の基本形である所の三角形狀及び其の系列の誤差に對し，如何なる影響を與へるかを吟味すべきである。之

1) 大前憲三郎外 3 氏：1935，頁 208—211.

等の結果は選點及び測量法の決定に際し，重要な資料を與へるが，玆では說明を略し脚註に 2,3 の文獻を擧げることにする[1]。

15. 三角測量の整正計算概說 (Adjustment of Triangulation in General)

[illegible]測量結果を得るには，觀測自身の精密なことの必要は勿論であるが，次に大切なことは得た觀測値を用ひて求める値を得るための計算法の選擇である。此の計算法を大別して**位置計算法**と**整正計算法**の2つとすることが出來るが，前者は平面上,球面上,廻轉楕圓體面上の何れで如何なる方法にて三角點の位置を表すかと云ふことであり，後者は同一量を數多く觀測すると共に角，邊,方位，座標に就き成立すべき多數の條件式のある三角測量に於て，之等の條件式を成立せしめ且多くの觀測値を無駄にせぬ樣にして最確値を得るには如何なる整正法によるかと云ふことである。

以上の選擇に際して精密と云ふ要求以外に，或程度迄の精度は我慢しても成るべく迅速容易に結果を得ようとする要求も頗る大である。從つて之等の要求に應ずるため色々の計算法が考へられてゐるが，玆では3等三角測量以下に用ひられるものを略述しよう。先づ位置計算法は平面に準據するものとし (平面以外の場合は 22, 23. 參照)，整正計算法を分つと**解析的方法**と**圖解的方法**[2]

1) Jordan：Handbuch der Vermessungskunde, Bd. III, 1923, S. 109—127.
M. Näbauer：1925, S. 317—331.
F. Aubell：Österr. Z. f. V., 1932, S. 87—92.
H. Kasper: Schweiz. Z. f. Verm.- u. Kulturtechn., 1935, S. 209—214.
Pinkwart：Z. f. V., 1938, S. 294—303.
林猛雄：下卷 1933, 頁 126—137.

2) B. Germansky：Z. f. Instrkde., 1934, S. 37—45.
H. Wolf：Z. f. V., 1936, S. 406—416.
W. Kätzel：Z. f. V., 1939, S. 83—90.
測地測量部：圖解平均法の研究, 1930.
大前憲三郎外 3 氏：1935, 頁 257—290.

の2つとなるが，我々の普通用ひるものは前者であり，更に局所及び圖形整正法と座標整正法の2つに大別される。

(1) 局所(測點)及び圖形(一般)整正法 (Local (station) and figure (general) adjustment)

三角測量にて觀測値其の儘を用ひては，必要な幾何學的條件を充たし難いのを普通とするから，邊長及び方位の計算に先だち，之等觀測値間の矛盾を取除き合理的なものとしなければならない。此の場合の幾何學的條件を分つと次の通りである。

(a) **局所又は測點條件** (Local or station condition). 或1測點の周りに存在する各角相互間の關係を示す條件で，次の2つに分れる。

(1) 1測點に於ける諸角の和は，其の全角を1角として測つた角に等しい。

(2) 1測點の周りに於ける總べての角の和は 360° に等しい。

之等の條件から出來る條件式を**局所等式** (Local equation) と云ふ。

(b) **圖形又は一般條件** (Figure or general condition). 三角網が安定な閉合圖形を形成する爲に必要な各角相互間の關係を示す條件で，次の2つに分れる。

(1) 三角形內角の和は 180° に等しい[1]。

(2) 三角網中の任意の1邊の長さは，計算の順序に拘らず常に同一である。

之等の條件から出來る條件式を**圖形又は一般等式**と云ひ，此の內 (1) によるものを**角等式** (Angle equation), (2)によるものを**邊等式** (Side equation) と云ふ。

一般に三角測量に於ては，嚴密に云へば局所及び圖形の兩等式總べてを同時に滿足する樣に，觀測値を整正しなければならない。併し乍ら測點數多く三角形數が增すと條件式數が愈々增加し，之

1) 球面三角形では 180°＋球過量 に等しい。大前憲三郎外3氏：1935，頁 18.

等を全部滿足する如き整正は頗る困難となるので，普通は先づ局所等式を滿足する樣に各測點每の整正をなし，其の結果を用ひて圖形等式に對する整正を行ふ。勿論此の爲に前の局所整正の結果を幾分亂すことになるが，之は已むを得ないことであつて，要は局所等式其のものさへ充たして居ればよいとしなければならない。一般に精密な時以外は局所整正を略すること多く，我陸地測量部にても局所整正を行ふのは1等三角測量の場合だけである。

尙三角測量では2つ以上の基線測定を行ふこと多く，又天體觀測によつて2, 3邊の方位角を求めるとか，或は精度の更によい方位の既知な邊に三角網を連絡することがあり，時には經緯度や座標の既知な點に結ぶこともある。之等に應じて夫々條件式が成立するから，嚴格には圖形等式と同時に考慮すべきであるが，普通は圖形整正を終つた角を用ひて，更に玆に述べた諸條件式に對する整正を行ふ場合が多い[1]。

以上の各整正を嚴密に行ふには，基線及び水平角の觀測値に就き夫々推差從つて輕重率を計算し，之等の輕重率を有する條件付直接觀測の整正法[2]を適用するを要し，計算が頗る煩雜となる。所が實際上は基線測定の技術的精度は一般に水平角のそれに比べて相當優れて居り，基線誤差は角誤差に伴ふ邊長誤差より1次だけ高次になつてゐるのが普通である。從つて上の各整正に於ては，7.に述べた如き各種の更正を行つて得た基線實長 D_0 は誤差なきものとし，觀測水平角のみに就いて所要の條件式を滿足する樣に整正するのが常であつて，斯くすることにより計算の手數が著しく輕減される。

(2) 座標整正法 (Coordinate adjustment)

觀測値を用ひて各求點の縱橫線を概算し，之等から或條件の下に誤差方程式を編成し，それを最小自乘法で解いて各求點座標の整正値を求める方法であり[3]，必要に應じてそれより更に整正方

1) 大前憲三郎外3氏：1935，頁 231—238.
土屋紋恵，太田毅一郎：測量，1931，272—273，290.
2) 本書前編，頁 193—197.
3) 從來一般に用ひられた對數計算の代りに，計算器を用ひる新計算法によると相當手數が省ける樣である。 Rühle：Z. f. V., 1933, S. 433—439.
K. Jordan：Z. f. V., 1934, S. 255—269.
M. Kneissl：Z. f. V., 1936, S. 665—667.
H. Heckmann：Z. f. V., 1937. S. 539—543.

向角及び距離を計算する。此の方法は3等三角測量以下にはあまり用ひられないから，脚註に文献[1]を擧げるのみとし，次節以下に於ては專ら (1) の整正法を說明する。

16. 局所又は測點整正 (Local or Station Adjustment)

最初に局所等式の數を求めよう。若し 1 測點から S 個の測點が視準される場合，之等の方向を定めるに必要な角の個數は $(S-1)$である。故に此の測點に於ける觀測角の總數を W とすれば，

$$\text{局所等式數(各測點每)} = W-(S-1)=W-S+1 \quad \cdots\cdots(16.25)$$

10. (2) に述べた角觀測法では $W=\frac{1}{2}S(S-1)$，同じく (3) に述べた方向法では $W=S-1$ であるから，夫々の場合の局所等式數は $\frac{1}{2}S(S-1)-(S-1)=\frac{1}{2}S^2-\frac{3}{2}S+1$ 及び 0 である。

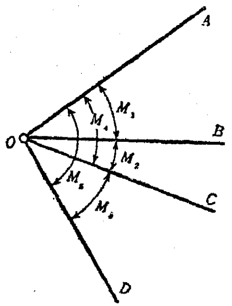


圖-16.34

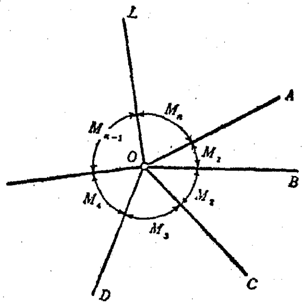


圖-16.35

局所整正の實例としては，圖-16.34 の場合が前編頁 ~~195—196~~ 285 286 に詳述されてゐるから，茲では 1 測點の周圍の角度 の整正に就いて說明しよう。圖-16.35 に於て，

1) Jordan-Eggert : Bd. I, 1935, S. 369—499.
R. M. Wilson : E.N.R., Vol. 115. 1935, pp. [illegible]—463.
大前憲三郎外 3 氏 : 1935, 頁 214—223.

$M_1, M_2, \cdots\cdots, M_n$ なる觀測角の輕重率を夫々 $p_1, p_2, \cdots\cdots, p_n$ とし，之等の最確値を $A_1, A_2, \cdots\cdots, A_n$；殘差卽ち最確更正量を $v_1, v_2, \cdots\cdots, v_n$ とすれば，

$$\text{觀測式}: A_i=M_i+v_i, \ (i=1, 2, \cdots\cdots, n) \cdots\cdots(a)$$

局所等式數は式-16.25 より $W-S+1=n-n+1=1$ にして，

$$\left.\begin{array}{l}\text{局所等式}: [A]=[M+v]=360^\circ \\ \therefore \ [v]-w=0, \ \text{但し}\ w=360^\circ-[M]\end{array}\right\} \cdots\cdots(b)$$

而して v を決定するために $[pvv]$ を最小ならしめることは，

$$\Omega=[pvv]-2K([v]-w) \cdots\cdots(c)$$

を最小ならしめることと同じであるから，$\dfrac{\partial\Omega}{\partial v_i}=0$ より $v_i=\dfrac{K}{p_i}$ を求め，之等を (b) に代入して，

$$K=w/[1/p] \cdots\cdots(d)$$

此の K を v_i の式に入れると所要の最確更正量として次式を得べく，從つて (a) 式から最確値が求められる。

$$v_i=w/(p_i[1/p]), \ (i=1, 2, \cdots\cdots, n) \cdots\cdots(16.26)$$

若し $p_1=p_2=\cdots\cdots=p_n=1$ とすれば，

$$v_1=v_2=\cdots\cdots=v_n=w/n \cdots\cdots(16.26')$$

個々の觀測値 M_i 及び其の最確値 A_i の推差は，單位輕重率の觀測値の推差 $(r_M)_{p=1}=\sqrt{[pvv]/n'}$ を用ひて，夫々次の如く計算される。

$$\left.\begin{array}{l} r_{M_i}=\sqrt{[pvv]/n'}\Big/\sqrt{p_i}, \quad r_{A_i}=\sqrt{[pvv]/n'}\Big/\sqrt{p_{A_i}} \\ \text{但し}\quad n'=1=\text{條件式數}, \quad p_{A_i}=p_i^2[1/p]/(p_i[1/p]-1)\end{array}\right\}$$
$$\cdots\cdots(16.27)$$

上式にて輕重率 p_{A_i} は

$$A_i=M_i+v_i=M_i+(360^\circ-M_1-M_2\cdots\cdots-M_n)/p_i[1/p]$$

なる關係を利用して求めた推差 r_{A_i} から p_{A_i} の $1/r_{A_i}^2$ として計算したものである。

17. 圖形又は一般整正 (Figure or General Adjustment)

(1) 條件式の數 (Number of conditional equations)

三角點總數 s なる場合，1 基線を測れば其の兩端點が定まるから，新に定むべき三角點數は $(s-2)$ である。所が基線を含む三角形で兩端の 2 角を測れば第 3 點が定まり，更に又 2 角を測れば第 4 點が定まる。從つて $(s-2)$ 個の點を決定するに要する角數は $2(s-2)$ にして，測角數を n とすれば，

$$條件式の總數=n-2(s-2)=n-2s+4 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16.28)$$

此の內には局所等式と圖形等式の總數が含まれ，前者は各測點毎に 式-16.25 にて計算したものを用ひればよく，後者は更に次の如く分けて計算される。

(a) **角等式數**： 三角形邊の總數 l の內，兩端で觀測した邊數を l_1，1 端のみで觀測した邊數を l_2 とすれば，$l=l_1+l_2$ にして，l_2 邊は三角形を閉合しないから角等式には關係がない。今測點總數 s の內，同一方向の片觀測邊の交點として求められる測點數を s_2 とし，$s=s_1+s_2$ とすれば，s_1 個の測點を順次連ねて出來た多角形の邊數は s_1 に等しく，此の多角形の邊數と其の對角線數の和が兩端觀測邊數 l_1 に等しい筈である。從つて對角線數は l_1-s_1 となるが，上の多角形の內角の和より 1 つの角等式を生じ，之に對角線 1 つを挿入する毎に更に 1 つ宛の角等式を得るから，結局角等式數は對角線數より 1 つだけ多く，

$$角等式數=l_1-s_1+1=(l-l_2)-(s-s_2)+1 \cdots\cdots\cdots\cdots (16.29)$$

(b) **邊等式數**： 一般に新しく 1 測點を定めるに 2 邊を要するから，基線 1 つを與へた場合，其の兩端點を除いた $(s-2)$ 個の測點を定めるに必要な邊數は $2(s-2)$ である。從つて全測點を定めるには之に基線 1 つを加へた邊數があればよく，邊の總數を l とすれば，

$$邊等式數=l-\{2(s-2)+1\}=l-2s+3 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16.30)$$

條件式の總數から角等式數と邊等式數を差引けば，局所等式數が得らるべく，

$$局所等式數=n+s_1-l_1-l=n+(s-s_2)-2l+l_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16.31)$$

之は各測點毎に 式-16.25 にて計算したものの和に等しい。

基線 2 個以上ある場合は其の數を L とすれば，上の 式-16.28～式-16.31 に相應して，

$$\left.\begin{aligned} 條件式總數&=n+L-2s+3 \\ 角等式數&=l_1-s_1+1 \\ 邊等式數&=l+L-2s+2 \\ 局所等式數&=n+s_1-l_1-l \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (16.32)$$

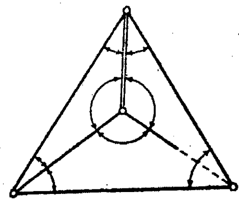


圖-16.36

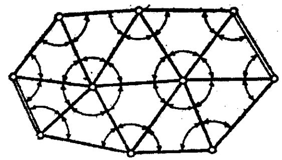


圖-16.37

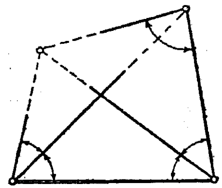


圖-16.38

表-16.5 條 件 式 の 數

圖 形	圖-16.36	圖-16.37	圖-16.38
	$n=8$ $l=6,\begin{cases}l_1=5\\l_2=1\end{cases}$ $s=4,\begin{cases}s_1=4\\s_2=0\end{cases}$	$n=30,\quad L=2$ $l=19,\begin{cases}l_1=19\\l_2=0\end{cases}$ $s=10,\begin{cases}s_1=10\\s_2=0\end{cases}$	$n=5$ $l=6,\begin{cases}l_1=2\\l_2=4\end{cases}$ $s=4,\begin{cases}s_1=3\\s_2=1\end{cases}$
條件式總數	4	15	1
角等式數	2	10	0
邊等式數	1	3	1
局所等式數	1	2	0

圖-16.36～圖-16.38 に就いて計算の實例を示すと 表-16.5 の通りである。

* 以上は何れも各角を獨立に測定すると考へた場合，卽ち角觀測法及び複測法に對する條件式數にして，方向法によつた場合は異なつた結果となり，殊に局所等式が存在しないことは著しい相違である[1]。

1) Jordan-Eggert: Bd. I., 1935, S. 224—245.
J. Litschauer: Z. f. V., 1940, S. 37—44.
K. Kneissl: Z. f. V., 1940, S. 225—234.

(2) **整正法** (Method of adjustment)

觀測角に局所整正を加へた結果を用ひて圖形整正を行ふのを常とするが (15. (1) 參照), 所要精度,許容時間及び費用等の關係によつて, **嚴密法**として角等式,邊等式の全部を同時に考へて整正する場合と, **近似法**として最初角等式による整正をなし其の結果を用ひて邊等式による整正を行ふ場合とがある。之等の關係に就いては一般的な吟味をする必要があるが, 玆では次節以下に 2, 3 の實例を擧げて說明することにする。最後に圖形整正の基本として, **圖-16.39** に示す**三角形整正**の結果を掲げよう,(詳細は前編 285　288 頁196—197 參照)。

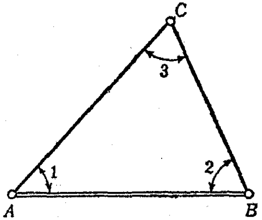


圖-16. 39　三角形の整正

$$\left.\begin{array}{l} A_i = M_i + v_i, \\ v_i = w/(p_i[1/p]); \\ (i=1,\,2,\,3),\ \text{但し} \\ w = 180° - [M] \end{array}\right\} \quad (16.33)$$

玆に M_i は觀測角, A_i は最確角にして, 輕重率 p_i が何れも 1 に等しい場合は,

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = v_2 = v_3 = w/3, \quad \text{輕重率}\ p_A = 3/2 \\ \text{推差}\ r_M = 0.577w, \quad r_A = r_M/\sqrt{3/2} = 0.466\,w \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots (16.34)$$

18. 四邊形の整正 (Adjustment of Quadrilateral)

(1) 槪　說

圖-16.40 の如く基線 AB と 8 内角を測るものとすれば, **式-16.28～16.31** より, $n=8$; $l=6$, $l_1=6$, $l_2=0$; $s=4$, $s_1=4$, $s_2=0$ であるから,

$$\left\{\begin{array}{l} \text{條件式總數}: 8-2\times4+4=4 \\ \text{角等式數}: 6-4+1=3 \\ \text{邊等式數}: 6-2\times4+3=1 \\ \text{局所等式數}: 8+4-6-6=0 \end{array}\right.$$

角等式:

$$\left.\begin{array}{l} ①+②+\cdots\cdots+⑧=360°, \\ ①+②=⑤+⑥, \quad ③+④=⑦+⑧ \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16.35)$$

此の 3 式は互に獨立したものであるが, 之等が成立すれば必然的に他の 4 式を導き得べく, 角等式としては都合 7 式の內何れの 3 つを採用してもよい。

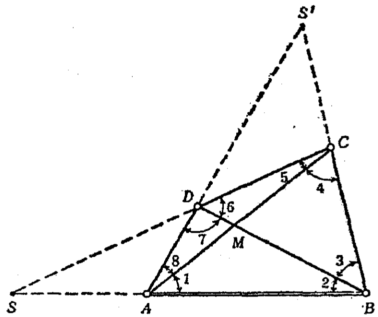


圖-16.40　四邊形の整正

邊等式:　△DCB と △CBA とから,

$$\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{BC}} \sin ③/\sin ⑥ = \overline{\mathrm{AB}}\{\sin ① \sin ③\}/\{\sin ④ \sin ⑥\}$$

同様に △CDA と △DAB とから,

$$\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DA}} \sin ⑧/\sin ⑤ = \overline{\mathrm{AB}}\{\sin ② \sin ⑧\}/\{\sin ⑦ \sin ⑤\}$$

以上 2 式の右邊を等しいと置けば,

$$\frac{\sin ① \sin ③ \sin ⑤ \sin ⑦}{\sin ② \sin ④ \sin ⑥ \sin ⑧} = 1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16.36)$$

上式にて内角に對應する邊長を記入すれば,

$$(\overline{\mathrm{MB}}/\overline{\mathrm{MA}})\cdot(\overline{\mathrm{MA}}/\overline{\mathrm{MD}})\cdot(\overline{\mathrm{MD}}/\overline{\mathrm{MC}})\cdot(\overline{\mathrm{MC}}/\overline{\mathrm{MB}}) = 1$$

となり, M 點を極とした邊等式であることがわかる。尙この外に, A, B, C, D, S, S′ を夫々極とした邊等式を書き得るが, 獨立したものは唯 1 つであつて, 邊等式としては都合 7 式の內何れの 1 つを採つてもよい。

併し乍ら之等條件式の選擇の如何は，計算の難易及び結果の精否に相當の影響を與へる筈であるから，所要精度及び四邊形の形狀等に應じて一應の檢討をなすことが望ましい[1]。整正法として嚴密法と近似法の 2 つを說明しよう。

(2) **嚴密法** (Rigorous method)

角等式及び邊等式の全部を同時に滿足する樣に整正する方法であつて，觀測角を M，最確更正量を v，最確角を A とすれば，

觀測式： $A_i=M_i+v_i,\ (i=1,2,\cdots\cdots,8)$ ……………………(a)

角等式として式-16.35 を採用し，之を書改めると，

$$\left.\begin{array}{l} v_1+v_2+\cdots+v_8+w_1=0 \\ v_1+v_2-v_5-v_6+w_2=0 \\ v_3+v_4-v_7-v_8+w_3=0 \\ \text{但し}\quad w_1=M_1+M_2+\cdots\cdots+M_8-360^\circ \\ \qquad\quad w_2=M_1+M_2-(M_5+M_6) \\ \qquad\quad w_3=M_3+M_4-(M_7+M_8) \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(b)}$$

邊等式として式-16.36 を採用し，其の對數をとれば，

$$\{\log\sin(M_1+v_1)+\cdots\cdots+\log\sin(M_7+v_7)\}$$
$$-\{\log\sin(M_2+v_2)+\cdots\cdots+\log\sin(M_8+v_8)\}=0\cdots\cdots\text{(c)}$$

所が sin 函數の對數を Taylor の級數に展開すると，

$$\log\ \sin(M+v)=\log\sin M+\mu\cot M\frac{v}{\rho}+\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\fallingdotseq\log\sin M+d\,v,\qquad \text{但し}\quad v:\text{秒}.$$

茲に $d=\dfrac{\mu}{\rho}\cot M=\dfrac{0.4342944}{206265}\cot M=21.055\times10^{-7}\cot M$ を $\log\sin M$ に對する $1''$ の表差 (Tabular difference) と云ひ，log sin の表中に載せられてゐる。此の關係を用ひて (c) 式を書改めると，

1) Jordan—Eggert: Bd. I, 1935, S. 277—294.

$$\left.\begin{array}{l} d_1v_1+d_3v_3+d_5v_5+d_7v_7 \\ \qquad -d_2v_2-d_4v_4-d_6v_6-d_8v_8+w_4=0, \\ \text{但し}\quad w_4=\log\sin M_1+\cdots\cdots+\log\sin M_7 \\ \qquad\qquad -\log\sin M_2-\cdots\cdots-\log\sin M_8 \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(c}'\text{)}$$

而して $[vv]$ を最小ならしめることは，**未定係數** K を用ひた

$$\Omega=[vv]-2K_1(v_1+v_2+\cdots+v_7+v_8+w_1)$$
$$-2K_2(v_1+v_2-v_5-v_6+w_2)-2K_3(v_3+v_4-v_7-v_8+w_3)$$
$$-2K_4(d_1v_1+\cdots+d_7v_7-d_2v_2-\cdots-d_8v_8+w_4)\cdots\cdots\text{(d)}$$

を最小ならしめることに等しいから，$\dfrac{\partial\Omega}{\partial v_i}=0,\ (i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 8)$ とすれば，

$$\left.\begin{array}{ll} v_1=K_1+K_2+d_1K_4, & v_5=K_1-K_2+d_5K_4 \\ v_2=K_1+K_2-d_2K_4, & v_6=K_1-K_2-d_6K_4 \\ v_3=K_1+K_3+d_3K_4, & v_7=K_1-K_3+d_7K_4 \\ v_4=K_1+K_3-d_4K_4, & v_8=K_1-K_3-d_8K_4 \end{array}\right\}\cdots\cdots\text{(16. 37)}$$

此の結果を (b), (c′) 式に入れると，

$$\left.\begin{array}{l} 8K_1+\{(d_1+d_3+d_5+d_7) \\ \qquad -(d_2+d_4+d_6+d_8)\}K_4+w_1=0 \\ 4K_2+(d_1-d_2-d_5+d_6)K_4+w_2=0 \\ 4K_3+(d_3-d_4-d_7+d_8)K_4+w_3=0 \\ \{(d_1+d_3+d_5+d_7)-(d_2+d_4+d_6+d_8)\}K_1 \\ \qquad +(d_1-d_2-d_5+d_6)K_2+(d_3-d_4-d_7+d_8)K_3 \\ \qquad +(d_1^2+d_2^2+\cdots\cdots+d_7^2+d_8^2)K_4+w_4=0 \end{array}\right\}\cdots\text{(16. 38)}$$

之を**未定係數式** (Correlate equation) と云ひ，之を解いて K_1，K_2，K_3，K_4 を求め，**式-16.37** に入れると最確更正量 v を得べく，更に (a) 式に入れて所要の整正角 A が求められる。

圖-16.40 にて各測點の外角を測れば更に 4 つの局所等式を生じ，之と角等式及び邊等式を同時に考へた極めて嚴密な整正法にては，式-16.38 の代りに未定係數 8 つを含んだ聯立方程式が得られる。此の種の聯立方程式の解法には相當の困難を伴ふが，以下其の大要に就いて說明しよう。

此の爲に從來用ひられた方法は 行列式法[1]，消去法[2]，繰返し計算法[3]等であり，或種の三角網に就いては其の方程式を一般的に解いて纒つた綺麗な形で更正量を表した便利なものもある[4]。併し乍ら方程式數を增せば計算因子及び課程が增加し，途中の4捨5入等の少しの違も計算中に累加するから，正確な結果を得るには勢ひ桁數の多い數字を取扱ふ必要がある[5]。從つて計算は複雜となり違算の機會を增し，且違算のあつたことも最後まで判明せず，ましてや其の個所の發見は仲々困難である。

之に對し板倉氏[6] はラーメンの機械的圖上計算法よりヒントを得て，次の新法を提案し，此の方面に大きい寄與をされたのである。即ち局所，角及び邊の3種の條件式から導かれる未定係數式を吟味し，未定係數及び式相互間に存在する一定の關係より，規則的機械的に未定係數式を作製する方法を見出した。次いで之等を聯立に解くと云ふ煩しい考へから離れて，三角網圖形上一定の場所に絕對項及び或特殊の係數を書抜き，此の圖上で極めて規則的機械的に繰返し計算を行ひ，近似計算と大差の無い時間と勞力で，在來の行列式法又は消去法等とは比較にならない程迅速簡單に未定係數の嚴密計算を行ふ方法を述べ，計算例として四邊形，單列三角網（19.參照）及び2種の有心多角形[7] の場合を說明した。如何に複雜な三角網でも，之等4種の集合であつ

1） K. Friedrich: Z. f. V., 1930, S. 461—469, 525—539, 671—697; 1940, S. 6—23, 49—64.
W. Jenne: Kettenbruchformeln u. Korrelationtabellen, Potsdam 1937; Z. f. V., 1938, S. 445—448.
H. Boltz: Substitutionverfahren zum Ausgleichen Grosser Dreiecknetze, Potsdam 1938.

2） O. Gruber: Z. f. V., 1925, S. 133—140.
P. Werkmeister: Z. f. V., 1928, S. 437—441.
Chr. Ganeff: Z. f. V., 1930, S. 157—180.
W. Jenne: Z. f. V., 1932, S. 273—283.
K. Effinger: Z. f. V., 1934, S. 353—355.

3） Pinkwart: Z. f. V., 1927, S. 257—270.
A. Brodde: Allg. Verm.- Nachr., 1939, S. 76—80.

4） Th. Galachow: Z. f. V., 1935, S. 449—458.
J. Rosak: Z. f. V., 1937, S. 65—75.
W. Dunke: Z. f. V., 1937, S. 689—694.

4)，5） 久野重一郎：最小自乘法の用ひ方，1936，頁 230，194—198.

6） Chyūdō Itakura: The Memoirs of the Faculty of Eng., Hokkaido Imp. Univ., Vol. 5, No. 3, 1939.
板倉忠三：土木學會誌，1940，頁 863—889.

7） 從來の計算法に就いては，林猛雄：下卷 1933，頁 155—165.
豐田四郎：三角測量 1940，頁 207—224, 247—252.
Th. Galachow: Z. f. V., 1935, S. 454—458.
W. Dunke: Z. f. V., 1937, S. 689—694.

て，同樣の取扱をなし得べく，簡單な加減乘除により直截簡明に行ひ得るので違算を生ずる惧少く，たとへ違算を生じても繰返し計算中に無意識の裡に發見され自然に是正される特徵がある。

(3) 近似法 (Approximate method)

最初に角等式によつて整正し，其の結果に邊等式を適用して四邊形を整正するのであつて，嚴密法に比べて頗る簡單となり，普通程度の測量に屢々用ひられる。

先づ角等式 (b) のみによる整正を行ふ爲に，上と同樣に未定係數法による計算をすれば，最確更正量として，

$$\left.\begin{aligned} v_1=v_2=-w_1/8-w_2/4, \quad v_3=v_4=-w_1/8-w_3/4 \\ v_5=v_6=-w_1/8+w_2/4, \quad v_7=v_8=-w_1/8+w_3/4 \end{aligned}\right\} \cdots(16.39)$$

を得，整正角は $M_i'=M_i+v_i$ $(i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ 8)$ となる。

次に此の M_i' が邊等式 (c′) を充たす樣に，同じく未定係數法による計算をすれば，最確更正量として，

$$v_i'=(-1)^i w_4 d_i/[dd], \ (i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ 8) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16.40)$$

玆に w_4, d_i は共に M_i' に關するものである。

從つて觀測角 M_i に對する全更正量は v_i+v_i' となり，最後の整正角は $A_i=M_i+v_i+v_i'$ として求められる。

此の場合 A_i 即ち $M_i'+v_i'$ を用ひると，最初の角等式を亂すことになるから，嚴密には再び始めからやり直し，許容誤差の範圍內で角及び邊の兩等式を充たす樣に繰返し整正を行ふべきであり，時には此の不便を避けるために特殊の工夫をすることもある[1]。併し乍ら一般には式-16.40 の更正量 v_i' が角等式を亂す程度は頗る少く，特に全角が同じ大きさならば v_i' は絕對値相等しく，其の番號の奇偶により符號を異にするだけであるから，角等式を少しも亂さない筈である。故に觀測角が30°～60°の範圍內にあると，玆に述べた近似法による誤差は殆ど問題にならない程度である。

1） 豐田四郎：1940，頁 228—231.

時には簡單に 式-16.40 に於て $d_1=d_2=\cdots\cdots=d_8=d$ と假定し,

$$v_i'=(-1)^i w_4/[d] \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16.40)$$

とすることがあり[1], 斯くすれば角等式を亂す心配がない。又角等式による整正だけを行ふ場合があり, 更に簡單に各條件式1つ宛を獨立にとつて整正し, 各更生量の和を以て所要の全更正量とすることもある[2]。

19. 2基線間の單列三角網の整正 (Adjustment of Single Row Triangles with Two Bases)

(1) 概 說

三角測量にては1本の基線があれば, それから順次各邊長,三角點の位置を定めてゆくことが出來るが, 多數の三角形を連結すると次第に精度を落すことになるから, 小規模又は左程精密でない三角網を除いては, 2本以上の基線を設けるのが常である[3]。

此の場合始基線より整正角を用ひて順次邊長を計算し, 最後に第2の基線に至つて, 其の計算長と實測長を比較する。其の差が一定の許容誤差より大なれば, 測量の不正確な證據であつて, 誤差の原因を調べて之を取除くか又は始めから測量をやり直す。此の差が許容誤差以內の時のみ適當な方法で整正するが, 其の方法は後述することにし, 先づ許容誤差に就いて說明しよう。之は測量の目的, 規模によつて自ら異なり, 精密な大三角では 1/100,000 內外, 小三角にても 1/10,000〜1/5,000 以內なるを要する。我內務省河川測量規定では 1/6,000 以內とし, 米國では次の標準を用ひて居る[1]。

三角等級	I	II	III	IV
許容誤差	1/25,000	1/10,000	1/5,000	1/5,000 以下

今基本形として 圖-16.41 の如く n 個の三角形より成る單列三角網をとり, 兩端に1つ宛の基線をもつものとすれば, 測角數 $=3n$; 基線數 $L=2$; 邊數 $l=l_1=2n+1$, $l_2=0$; 測點數 $s=s_1=n+2$, $s_2=0$ となる。從つて式-16.32 を用ひて,

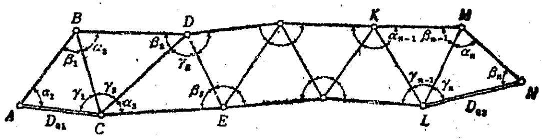


圖-16.41 單列三角網の整正

$$\left\{\begin{aligned}
&\text{條件式總數}=3n+2-2(n+2)+3=n+1\\
&\text{角等式數}=(2n+1)-(n+2)+1=n\\
&\text{邊等式數}=(2n+1)+2-2(n+2)+2=1\\
&\text{局所等式數}=3n+(n+2)-(2n+1)-(2n+1)=0
\end{aligned}\right.$$

玆に n 個の角等式は各三角形の內角の和が 180° なるべき條件を示し, 1個の邊等式は基線2個を有する爲に生じたもので, 之を特に 基線等式 (Base equation) と云ふことがある。

此の單列三角網の最も嚴密な整正法としては, 觀測基線長及び水平角の總べてに適當な更正を加へて上記の各條件式を滿足する樣にすべきであるが[2], 普通は 15.(1) に述べた如く基線誤差は角誤差に伴ふ邊長誤差より1次だけ高次になつてゐるから, 水平角のみに更正を施して所要の條件式を充たすのを常とする。此の場合角及び邊の兩等式を同時に考慮して整正するのが合理的であ

1) 大前憲三郎外3氏: 1935, 頁 197.

2) W. D. Myer: E. N. R., Vol. 107, 1931, p. 703.
太田録一郎, 土屋紋藏: 1931, 頁 267—268.
豐田四郎: 1940, 頁 225—228.

3) H. Kasper: Z. f. V., 1936, S. 372—378.

1) Board of Surveys and Maps of the Federal Goverment, U. S. A., 1925.

2) T. W. Wright: Adjustment of Observations, 1884, pp. 362—370.

り，板倉氏[1]の直截簡明な新法は極めて注目すべきもので，各測點にて外角をも測定し局所條件式を生ぜしめた場合に就いても容易に適用される。併し乍ら從來の方法は，最初に n 個の角等式個々に就いて整正し式-16.34の更正を加へてから，更に邊等式による整正を行ふのが常であつて，以下之等の近似法に關して說明しよう。

(2) **一般的近似法** (Ordinary approximate method)

圖-16.41 に於て，D_{01}, D_{02} を 7. に述べた各種の更正を行つて得た基線實長とし，角等式による整正を終つた各角に更に更正を加へて邊等式を滿足せしめるものとする。今之等の角の內，α を未知邊に對する角，β を既知邊に對する角とし，其の他の角を γ とすれば，α, β は三角邊長の計算に，γ は邊の方位の計算に必要な角度であり，一般に α, β を**距離角** (Distance angle), γ を**方位角** (Azimuth angle) と云ふ。

先づ △ABC に就き正弦比例の法則を適用し其の對數をとれば，

$$\log\overline{\mathrm{BC}}=\log \mathrm{D}_{01}+\log\sin\alpha_1-\log\sin\beta_1$$

連絡邊 $\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{DE}}$,…… に就いても同樣の關係を導いてゆくと，最後は

$$\log D_{02}=\log\overline{\mathrm{LM}}+\log\sin\alpha_n-\log\sin\beta_n$$

以上の關係式全部を加へると，結局

$$\log D_{02}=\log D_{01}+[\log\sin\alpha]-[\log\sin\beta]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(a)}$$

今 α_i, β_i, γ_i の最確更正量を夫々 v_i', v_i'', v_i''' とし，α_i, β_i の對數正弦に對する $1''$ の表差を夫々 a_i, b_i とすれば，

$$\log\sin(\alpha_i+v_i')=\log\sin\alpha_i+a_iv_i'$$

之等の關係を (a) 式に代入して，

$$\left.\begin{array}{l}[av']-[bv'']+w=0,\\ \text{但し}\ w=\log D_{01}-\log D_{02}+[\log\sin\alpha]-[\log\sin\beta]\end{array}\right\}\cdots\text{(b)}$$

1) 板倉忠三：土木學會誌，1940，頁 878—883.

之が所要の邊等式であるが，此の更正によつて初めの角等式を亂すことのない樣にする爲の條件として，

$$v_i'+v_i''+v_i'''=0,\ (i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ n)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(c)}$$

以上 (b), (c) 式を滿足し $[vv]$ を最小ならしめる v の値を求めるために，

$$\Omega=[vv]-2K\{[av']-[bv'']+w\}-\sum_{i=1}^{n}2K_i(v_i'+v_i''+v_i''')$$

を用ひ，$\dfrac{\partial\Omega}{\partial v_i'}=0$, $\dfrac{\partial\Omega}{\partial v_i''}=0$, $\dfrac{\partial\Omega}{\partial v_i'''}=0$ とすれば，

$$\left.\begin{array}{l}v_i'=a_iK+K_i,\ v_i''=-b_iK+K_i,\\ v_i'''=K_i,\ (i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ n)\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(d)}$$

此の結果を (b), (c) 式に入れると，未定係數式として，

$$\left.\begin{array}{l}\{[aa]+[bb]\}K+\sum\limits_{i=1}^{n}(a_i-b_i)K_i+w=0,\\ (a_i-b_i)K+3K_i=0,\ (i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ n)\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(e)}$$

之を聯立的に解けば，

$$\left.\begin{array}{l}K=-3\tau,\quad K_i=(a_i-b_i)\tau,\\ \text{但し}\ \tau=\dfrac{w}{2}\{[aa]+[bb]+[ab]\}^{-1}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(16. 41)}$$

故に之等を (d) 式に入れると，所要の最確更正量として次式を得べく，整正角は α_i+v_i', β_i+v_i'', $\gamma_i'+v_i'''$ として求められる。

$$\left.\begin{array}{l}v_i'=-(2a_i+b_i)\tau,\quad v_i''=(a_i+2b_i)\tau,\\ v_i'''=(a_i-b_i)\tau=-(v_i'+v_i''),\ (i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ n)\end{array}\right\}\cdots\text{(16. 42)}$$

(3) **特別近似法** (Very approximate method)

式-16.42 より明かな如く，一般に γ_i に對する更正量 v_i''' は α_i, β_i に對するものより小であり，特に $\alpha_i=\beta_i$ の場合は $v_i'''=0$ となる。從つて各三角形が正三角形に近いと假定し得る際には $v_1'''=v_2'''=\cdots\cdots=v_n'''=0$ と考へてよいから，角等式 (c) は

$$v_i'+v_i''=0,\ (i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ n)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(c')}$$

となり，上と同樣に計算を進めると，

$$\left.\begin{aligned} & v_i' = -v_i'' = \tfrac{1}{2}(a_i+b_i)K, \quad (i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ n) \\ & \text{但し} \quad K = -2w/[(a+b)^2], \\ & w = \log D_{01} - \log D_{02} + [\log\sin\alpha] - [\log\sin\beta] \end{aligned}\right\} \quad (16.42')$$

小三角測量では，角の整正値自らよりも三角網を合理的に組立てるのを目的とすることがあり，斯かる場合には屢々次の如き極めて近似的な整正が行はれる。即ち角等式による整正終了後，兩側の實測基線長 D_{01}，D_{02} を基にして夫々中央に向つて計算してゆく。そして中央邊の計算長が一致すればよく，然らざる場合は此の兩側よりの計算値の平均を以て中央邊の實長とし，他の邊長を訂正せずして，中央邊に隣る２つの三角形の內角のみを整正し，幾何學上合理的な圖形を爲す樣にするのである[1]。

(4) 計算例

本例は京都帝國大學土木工學科學生が昭和３年５月高野川（鴨川支流）に於て測量演習として實施せるものにして，圖−16.41 に示す如く９個の三角形よりなる。

基線 $\overline{AC}$，$\overline{LN}$ は鋼卷尺を用ひ水平法にて３測回の測定をなし，溫度,傾斜,張力及び弛み等必要な更正を施した結果は，

$\overline{AC}=D_{01}=159.4616$ m, $\log D_{01}=2.202\,656\,2$

$\overline{LN}=D_{02}=140.5207$ m, $\log D_{02}=2.147\,740\,4$

各內角は 20″ 讀みの Gurley トランシットを用ひ複測法（反覆回數３回，對回數２）にて測定し，各三角形毎に角等式による整正を行つた結果は，

No.	α			β			γ		
1	37°	51′	14.1″	100°	26′	39.9″	41°	39′	06.0″
2	42	28	21.9	46	42	06.1	90	49	32.0
3	49	16	51.8	42	38	53.5	88	04	14.7
4	40	40	20.9	36	32	21.0	102	47	18.1
5	34	52	34.4	42	42	41.1	102	24	44.5
6	40	05	39.6	37	50	31.2	102	03	49.2
7	42	05	20.8	39	17	55.1	98	86	44.1
8	38	43	29.5	45	45	04.3	95	31	26.2
9	92	57	07.8	41	08	34.4	45	54	17.8

$[\log\sin\alpha]=7.499\,692\,3$, $[\log\sin\beta]=7.554\,619\,8$

今 (a) 式によつて檢査線 $\overline{LN}$ の計算長を求めると，

$\log D_{02}=2.147\,728\,7$, $D_{02}=140.5169$ m

從つて計算長と實測長の差は 0.0038 m，邊長の 1/37,000 に當るから，本測量は使用器械,測定法等よりして充分正確なものと認めらるべく，以下 (2) の一般的近似法による整正を行はう。

1) 林猛雄：下卷 1933，頁 169—170.

先づ (b) 式の w の値を求めると，

$w=2.202\,656\,2-2.147\,740\,4+7.499\,692\,3-7.554\,619\,8=-0.000\,011\,7=-117\times10^{-7}$

α, β の對數正弦の 1″ に對する表差（單位 10^{-7}）及び其の２乘（單位 10^{-14}）等は，

No.	a	b	aa	bb	ab
1	27.1	−2.9	734.41	8.29	−78.59
2	22.9	19.8	524.41	392.04	453.42
3	18.1	22.9	327.61	524.41	414.49
4	24.5	28.4	600.25	806.56	695.80
5	30.2	62.8	912.04	3943.84	1896.56
6	25.0	27.1	625.00	734.41	677.50
7	23.3	25.7	542.89	660.49	598.81
8	26.3	21.1	691.69	445.21	554.93
9	−1.1	24.1	1.21	580.81	−26.51
			4959.51	8096.06	5186.42

從つて 式−16.41 に於ける τ の値は，

$$\tau=-\frac{117}{2}(4959.51+8096.06+5186.42)^{-1}10^7=-0.00320\times10^7$$

此の τ の値を用ひて 式−16.42 から所要の更正量を求めると，

No.	v'	v''	v'''
1	+0.2″	−0.1″	−0.1″
2	+0.2	−0.2	0
3	+0.2	−0.2	0
4	+0.2	−0.3	+0.1
5	+0.4	−0.5	+0.1
6	+0.2	−0.3	+0.1
7	+0.2	−0.2	0
8	+0.2	−0.2	0
9	+0.1	−0.2	+0.1

而して (b) 式から

$$[av']-[bv'']+w=(45.41+70.48-117)10^{-7}=-1.11\times10^{-7}\fallingdotseq0$$

となり，邊等式を滿足することがわかる。最後の整正角は α_i+v_i'，β_i+v_i''，γ_i+v_i'''，$(i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ 9)$ として計算すればよい。

20. 三角網の邊長及び方向角の計算

(1) 邊長計算 (Calculation of the length of triangle side)

三角網の整正を終ると，1 方の基線實長 D_{01} から整正內角を用ひて順次に邊長を計算する。今圖-16.42 に於て，α, β, γ を夫夫連絡邊 a，既知邊 b，第 3 邊 c に對應する整正內角とすれば，α, β は距離角，γ は方位角と稱せられ，正弦比例の法則より次の關係が成立する。

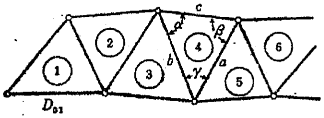


圖-16.42 三角網の邊長計算

$$\left.\begin{aligned}\log a&=\log b-\log\sin\beta+\log\sin\alpha\\ \log c&=\log b-\log\sin\beta+\log\sin\gamma\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16.43)$$

處が普通對數表に揭げる對數正弦は，使用の便宜上其の指標に 10 を加へたものであるから，之を Log sin と記して上式を書改めると，例へば

$$\begin{aligned}\log a&=\log b-(\log\sin\beta+10)+(\log\sin\alpha+10)\\ &=\log b-\mathrm{Log}\sin\beta+\mathrm{Log}\sin\alpha\end{aligned}$$

從つて對數表其の儘の値を用ひて式-16.43 によつて計算を進めて差支へない。尙對數表は 6 又は 7 桁のものを用ひるのがよいが，常に測定した角度及び基線長の大きさ竝に精度に對應した桁數のものを使用すべきである1)。

以上の計算にて加減による不便を除く爲に，10に對する**餘對數**(Cologarithm)を用ひることがある。卽ち對數表から Colog sinβ $=10-\mathrm{Log}\ \sin\beta$ を求めて置くと，式-16.43 は

$$\left.\begin{aligned}\log a&=(\log b+\mathrm{Colog}\sin\beta+\mathrm{Log}\sin\alpha)-10\\ \log c&=(\log b+\mathrm{Colog}\sin\beta+\mathrm{Log}\sin\gamma)-10\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(16.43')$$

となり，最後に 10 を減ずる以外は加法のみとなり，計算が頗る容易で違算を生ずる惧がない。之等の計算は澤山繰返す必要上組織的に行ふ必要があるが，其の 1 例を示すと 表-16.6 の通りである (圖-16.42)。

1) 江藤 讓：土木學會誌，1935，頁 1637—1643；1936，頁 215—216.

表-16.6 三角網の邊長計算

三角形番號	①	②	③
α	37° 51′ 14.3″	42° 28′ 22.1″	49° 16′ 52.0″
β	100 26 39.8	46 42 05.9	42 38 53.3
γ	41 39 05.9	90 49 32.0	88 04 14.7
Log sin α	9.787 921 5	9.829 458 3	9.879 623 0
Colog sin β	0.007 256 0	0.137 993 5	0.169 094 4
log b	2.202 656 2	1.997 833 7	1.965 285 5
Log sin γ	9.822 560 3	9.999 954 9	9.999 753 8
log a	1.997 833 7	1.965 285 5	2.014 002 9
log c	2.032 472 5	2.135 782 1	2.134 133 7
a	m 99.5024	m 92.2632	m 103.2768
c	107.7637	136.7043	136.1864
b	基線 159.4616	99.5024	92.2632

(2) **方向角計算** (Calculation of the direction angle of triangle side)

邊長計算終了後各三角形邊の**方向角**を計算する。方向角は子午線の北方向を零とし，時針方向に 360° 迄測るのであるが，子午線としては眞子午線，磁氣子午線又は任意の假定方向が採用される。今 圖-16.43 に就いて方向角に關する關係式を列擧しよう。

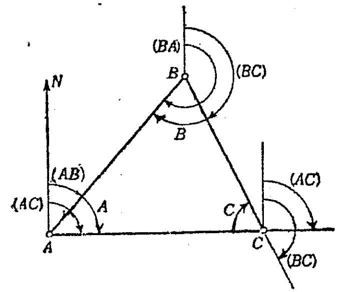


圖-16.43 三角網の方向角計算

(a) (AB), (BA) を夫々直線 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BA}}$ の方向角とすると，(AB) が 180° より小又は大なるに應じて，

$$(BA)=(AB)\pm180° \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16.44)$$

(b) $$\left.\begin{aligned}(AC)&=(AB)+\hat{A};\\(BC)&=(BA)-\hat{B}=(AB)\pm180°-\hat{B}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots (16.45)$$

從つて方向角の既知なる邊を三角形の底邊と考へると，右邊の方向角は既知方向角に右底角を加へ，左邊の方向角は既知方向角から左底角を引けばよく，後者にて負角を得れば之に 360° を加へる。

(c) $$(BC)-(AC)=\hat{C}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16.46)$$

從つて左右兩邊の方向角の差は，其の頂角に等しく，之によつて計算の正否が確められる。

21. 三角點の座標計算及び其の圖示 (Calculation of Coordinates of Triangulation Stations and Their Plotting)

三角網各邊の長さ及び方向角を求めると，更に子午線を x 軸とし，之に直角に y 軸を取つて，各三角點の座標 (x, y) を計算する。圖-16.44 に就いて，其の場合の計算式を示せば，

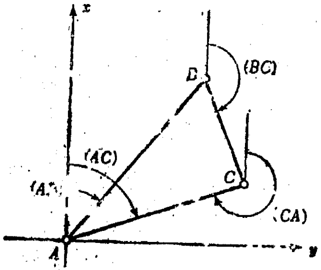


圖-16.44　三角點の座標計算

$$\left.\begin{aligned}x_B&=\overline{AB}\cos(AB)\\y_B&=\overline{AB}\sin(AB)\end{aligned}\right\},\quad \left.\begin{aligned}x_C&=\overline{AC}\cos(AC)\\y_C&=\overline{AC}\sin(AC)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots (16.47)$$

となり，後者は

$$x_C=x_B+\overline{BC}\cos(BC),\quad y_C=y_B+\overline{BC}\sin(BC)\cdots\cdots (16.48)$$

によつて，其の正否が確められる。尚2測點の座標を知れば，逆に之等の2測點を結ぶ邊の長さ及び方向角を求め得べく，前編 頁 85. に詳述した通りである。

以上の計算は澤山繰返す必要上，なるべく組織的に行ひ，違算を生じない樣に心掛けねばならない[1]。

三角點の圖示は必ず其の座標を用ひて行ふべく，分度器と邊長を以てしては到底正確を期し難い。此の圖示を終れば，各三角點を連結して三角網を組み，之に整正した角及び邊長を記入する。

22. 陸地測量部の三角測量

(1) 概　說

我陸地測量部三角科に於ては，明治初年以來統一した組織の下に全國的に三角測量を實施し，現在臺灣蕃地の1部及び樺太の北の1部を殘して，帝國領土を網羅するに至つてゐる。唯朝鮮のみは大正の前半期に總督府臨時土地調査局の手で獨立して行はれたが，現在改めて陸地測量部により內地と聯絡した三角網の編成に着手中である。我國では三角測量の聯絡を許さない臺灣を獨立した組織に委ねた外は，朝鮮，樺太，北海道も等しく本州，九州，四國と共に1圓の三角網組織に編成してゐるのであつて，測量原點の位置，方位角は次の通りである[2]。

表-16.7　陸地測量部三角測量の原點の位置及び方位角

帝國陸地測量經緯度原點：　東京天文臺子午環の中心.

東　經	139°	44′	40.5020″,	北　緯	35°	39′	17.5148″,
原方位（原點より千葉縣鹿野山1等三角點）					156°	25′	28.442″.

臺灣測量原點：　臺灣虎仔山 1 等三角點.

東　經	120°	58′	25.975″,	北　緯	23°	58′	32.34″,
原方位（埔里社基線南端から原點方向）					63°	46′	57.18″.

1) R. Goussinsky: Z. f. V., 1933, S. 39—41; 1936, S. 543—545.
豐田四郎：1940, 頁 268—270.

2) 大前憲三郎外 3 氏：1935 頁, 39—40.
陸地測量部三角科：昭和 14 年度測量便覽, 頁 18.

測量の基準表面としては，之等原點の直下に於て中等海水面に接する Bessel の廻轉楕圓體面を採用し，此の表面上で上の原點の位置及び原方位によつて三角網全體を固定し，原點から出發して各邊の邊長と方位を用ひて各三角點の經緯度を計算し，以て地表面上の眞位置を明確に定めてゐる。嚴密には其の地表面 Geoid に最も近い廻轉楕圓體面を基準表面に取るべきもので，將來に殘された大きい問題である[1)]。

以上の三角測量の外業に就いては，本章 3.～13.に於て適宜略述したが，15.以下の整正計算及び三角計算は便宜上全く平面測量の場合に限定した。所が我々が陸地測量部の結果を土木測量用として利用する場合，陸地測量部に於ける測地學的な整正及び座標計算の概略並に其等を纏めた成果表に就いて，一通りの心得が必要であるから，次に之等の大體を簡單に說明しよう。

(2) 整正及び座標計算

之等の詳細は陸地測量部の **三角測量法式草案**（附圖，附表，附錄を添附す)に記載されてゐるが，其の要領は次の通りである[2)]。

(a) 1 等三角本點． 全國（朝鮮を除く）を 22 個の三角網に分ち[3)]，1 つ宛の三角網に就いて同時計算を行ふ。卽ち各三角點に就き局所整正を終へた角を用ひて角及び邊の等式を作り，各三角網に對し全體としての歪を修正する。斯くして得た各點の整正方向角と與邊（基線）とを用ひ，廻轉楕圓體面上各點間の距離を求め，2 與點から順次各點の測地學的經緯度を推算すると共に，別に水準測量によつて眞高を求め，以て基準表面に關する三角點の眞位置を確定する。

同時に後述の 1 等補點以下の計算に用ひるため，之等本點の平面直角座標を求める。

1） 大前憲三郎：1935, 頁 5—7.
K. Atumi：Jap. Journal of Astrom. and Geophysics, Vol. 10, No. 3, 1933.

2） 大前憲三郎外 3 氏：1935, 頁 17—44.
陸地測量部三角科：昭和 14 年度測量便覽，頁 7—19, 98—108.

3） 全國を 1 つの三角網と考へて整正する最も嚴密な方法に就いては，
G. Lehmann: Z. f. V., 1937, S. 193～205, 227—243 u. 259—278.
J. Nittinger：Z. f. V., 1939, S. 705—709.

其の方法は，Gauss の等角複影法によつて，廻轉楕圓體面上の距離方向角を球面上，次いで平面上に投影し，Schreiber の算式を用ひて座標整正計算を行ひ整正方向角及び整正距離を求めるのである。此の場合餘り廣範圍に亘つて計算することは有利でないから，1 座標組織の適用範圍を南北 1,000 km，東西 700 km に限定し，表—16.8 の如き座標の原點及び其の使用區域を採用してゐる。

表-16.8 平面直角座標の原點及び其の使用區域

名 稱	廻轉楕圓體上原點位置	球面直角縱橫軸	使 用 區 域
東部縱橫線	B 36° 3′ 34.9523″ L 139 44 40.5020	橫軸 東京天文臺子午圈儀の中心を通過する子午線の球體上の投影 縱軸 球體上緯度 36° の線	經度 135° 以東 〃 145° 迄 津輕海峽以南
西部縱橫線	B 36 3 34.9523 L 132 4 42.9196	橫軸 安藝國冠山 1 等三角點を通過する子午線の球體上の投影 縱軸 球體上緯度 36° の線	經度 135° 以西 〃 126° 迄 緯度 31° 以北
北部縱橫線	B 45 0 0.0000 L 142 15 17.2085	橫軸 石狩國夕張岳 1 等三角點を通過する子午線の球體上の投影 縱軸 球體上緯度 44° 57′ 7.0481″ の線	津輕海峽以北
南部縱橫線	B 28 0 0.0000 L 129 19 13.6028	橫軸 某島某岳 1 等三角點を通過する子午線の球體上の投影 縱軸 球體上緯度 27° 56′ 16.8056″ の線	緯度 31° 以南 （臺灣を除く）
臺灣縱橫線	B 23 40 0.0000 L 120 58 25.9750	橫軸 臺灣埔里社支廳大湳庄虎仔山 1 等三角點を通過する子午線の球體上の投影 縱軸 球體上	臺灣及び屬島

(b) 1 等三角補點． 上述の Gauss の方法によつて觀測方向角及び邊長を平面上のものと化し，既に計算してある 1 等本點の平面直角座標に基いて求點の平面直角座標を出し，Schreiber の算式を用ひて整正計算を行ふ。之から與點に於ける求點の整正方向角，求點に於ける與點の整正方向角，並に與點，求點間の整正邊長が求められる。以上は求點 1 個に就いて整正することもあれば，2 個以上を同時に整正することもあり，或は與點と求點にて 1 方の視準を缺くこともある。

斯くして整正が終れば，其の結果を逆に球面を經て廻轉楕圓體面上に戻し，2 與點より順次三角點の測地學的經緯度を求めると共に，水準測量から得た眞高とを以て，三角點の眞位置を確定する。

(c) 2 等及び 3 等三角點. 其の要領は (b) と大差なきも，3 等點では求點 2 個の同時計算を行はない。又 2 等，3 等となるに應じて距離が愈々小となるから，計算式中高次冪の項が順次省略され，例へば廻轉楕圓體面から球面へ投影すべき方向改正數の如きは，2 等でも感應は微量であり，3 等では除外されるのである。

(d) 4 等及び 5 等三角點. 3 等三角點の計算に準じて行ふが，三角形の計算では頂角は他の 2 角の和を用ひ，座標整正計算を行はず，觀測した方向角及び距離を用ひ，2 與點から求めた經緯度の平均を以て所要のものとする。

(3) 三角成果表

陸地測量部の三角測量の結果は，水準測量の結果と共に成果表として發賣されて居り，前者の內容は三角點の等級と名稱の下に，次の各項が示されてゐる。

(a) 緯度,經度. 測地學的經緯度を意味し，表—16.7 に示す原點を發起點とし，地球を Bessel 廻轉楕圓體と看做した表面上で，諸三角點の經緯度を計算した値である。

(b) X, Y. 平面直角座標を示し，X は子午線方向，Y は之に直交する方向の座標で，共に平面上の値であり，原點は 表—16.8 の通りである。原點附近では現地上のものと大差なきも，原點を離れるに從ひ現地で測る長さより大きい値を示すから，X, Y を用ひて求めた 2 點間の計算距離は實際現地に於けるものより延びてゐることを忘れてはならない。

(c) 標高. 三角點の中等海水面からの高さを示したものであるが，其の測量法に次の 2 つがある。即ち若干點は 1，2 等水準點から直接水準測量 (2 等程度) によって標高を誘導したもので 1～2 cm 程度に信用し得るが，他の大部分は鉛直角と邊長を用ひ三角水準測量で求めたものであるから，10 cm 程度しか確かではない。

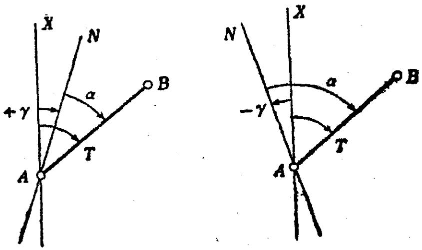
(d) 視準點の名稱. 其の三角點の周圍の三角點中，關係あるものを方向角の大きさの順位に列記し，方向及び距離の索引にしてゐる。

(e) 平均,觀測方向角. 平面直角座標の原點を通る子午線に平行な方向を基準として測つた三角點の方向の角を 方向角 と稱し，其の三角點を通る子午線からの角卽ち方位角 (Azimuth) とは別のものであり，此の兩者の差が 子午線收差 である。方向角の內，整正計算で求めた三角點の整正座標位置から計算して整正位置間の方向角を導いたものを 平均方向角 と云ひ，整正しない前の現地で測つた角を用ひて導いたものを 觀測方向角 と云ふ。前者は全般的には三角網の歪が消える様な結果を表してゐるが，1 角のみに就いて考へると他の角の誤差も負擔してゐることになる。從つて兩者の何れを用ひるかは，使用者によつて適宜決定することが望ましい。

(f) 距離の對數. 此の距離は球面上而も現地の球面上の距離を中等海水面上に投影した値で，平面直角座標計算で得られた整正距離は再び球面上のそれに化成されてゐる。從つて成果表上 X, Y を用ひて求めた距離とは異なつて居り，又標高 500 m 以上の基線として成果表のこの距離を用ひるには，中等海水面上の長さを現地の標高に達する長さに改正することの必要な場合も生ずる (式—16.13 參照)。

(g) 眞北方向角 (子午線收差). 之は平面直角座標の X 軸に準據した時の眞北，卽ち其の地點を通る子午線の方向角を意味する。從つて成果表の方向角を方位角に改めるには，方向角から此の眞北方向角を代數減すればよい。今 圖—16.45 に就いて之等の關係を示すと次の通りである。卽ち T を $\overline{\mathrm{AB}}$ の方向角，α を $\overline{\mathrm{AB}}$ の方位角，γ を眞北方向角とすれば，T，γ は成果表に與へられた値であり，α の計算式は，

$$\left.\begin{array}{ll}(\mathrm{a})\text{ の場合 }(\gamma=+\gamma), & \alpha=T-(+\gamma)\\ (\mathrm{b})\text{ の場合 }(\gamma=-\gamma). & \alpha=T-(-\gamma)=T+\gamma\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (16.49)$$



(a) (b)

圖—16.45 方向角,方位角及び子午線收差の關係

23. 土木用測量に對する陸地測量部三角成果表の利用法

(1) 概 說

陸地測量部の三角測量は統一した組織の下に全國的に極めて嚴密に實施されたものであるから，其の結果を我々のやる土木工事用の三角測量に利用すると得る所頗る多く，其の主要な利點は次の通りである。

1. 遠隔の獨立區域を互に容易に連絡することが出來る，卽ち不必要な中間部分に連絡のためのみの多數の三角網を組む必要なく，又區域中都合のよい部分から作業を始めてよく，障害物等は適宜避けることが出來る。

2. 最も面倒な基線測量を略し得べく，觀測角數も或程度減ずることが出來る。

3. 天體觀測による方位角測定の必要がない。

4. 以上諸事項の當然の結果として，作業日數，勞力費，材料費等が相當節減される。

併し乍ら實際上は成果表其の儘を利用するわけにゆかず，陸地測量部三角點を我々の行ふ三角測量の基準點として利用するには，是非とも我々の測量に適する樣に其の區域の略〻中央に原點を定めて1つの平面直角座標系を編成し，其の上での上記三角點の位置を明かにしなければならない。此の爲に用ひられる方法としては，(1) 測地學的經緯度，(2) 方向角及び距離，(3) X, Y によるもの，等が擧げられるが[1]，玆では最も廣く使用される (1) の方法に就いて說明しよう。

(2) 測地學的經緯度を用ひて附近一帶の平面座標を求める方法[2]

(a) **原點に對する縱橫距の計算**．此の場合一般に**圓筒投影法** (Cylindrical projection) が用ひられる，卽ち**圖-16.46** (a) の如く地球上の1點 P_0 附近の位置を平面上に投影するには，P_0 を通る子午線 NP_0S にて地球に接する圓筒を考へ，P_0 附近の三角

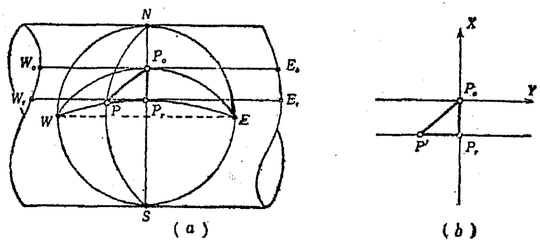


圖-16.46 圓筒投影法

1) 大前憲三郞：1935，頁 249—256.
山崎長節：陸地測量部大三角點の利用法，1941.

2) 中原貞三郞：土木學會誌，1919，頁 339—362; 土木建築雜誌，1923，頁 104—106, 141—143, 183—186, 221—224, 262—264.
陸地測量部三角科：陸地測量部の三角點成果表利用の爲め測地的經緯度を平面座標に換算，1924 年 3 月.
村野爲次：水利と土木，1930, No. 3，頁 33—64.
山崎長節：1941，頁 53—81.

點 P を此の圓筒面上に投影して P′ を得，然る後圓筒を東西に切開いて平面とし**圖-16.46** (b) の樣にする。斯くして原點 P_0 に對する P′ の縱橫距を求め，之によつて P 點の位置を平面上に表すが，P を投影して P′ とする方法は次の通りである。今夫々 P_0, P を通つて子午線 NP_0S に直交する大圓 WP_0E, WPE を考へ，之を含む平面が圓筒面と交る線を夫々 $W_0P_0E_0$, $W_rP_rE_r$ とし，之等を以て大圓 WP_0E, WPE の圓筒面上の投影とする。然らば之等は (b) 圖の如く互に平行で而も子午線と夫々 P_0, P_r にて直交し，$\overline{P_0P_r}$ の長さは球面上のそれに等しい。次に球面上の長さ $\widehat{PP_r}$ に等しく，$W_rP_rE_r$ 上に $\overline{P'P_r}$ をとつて P′ を求め，P の圓筒面上の投影とする。斯くして定めた $\overline{P_0P'}$ の長さは $\widehat{P_0P}$ の長さに殆ど等しく，小區域の場合は同一と看做して差支へない。

以上は地球を原點附近の中等曲率半徑をもつ球と考へた場合であるが，其の結果を用ひて更に廻轉楕圓體と考へた場合の公式を導くと次の通りである。

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{\varphi-\varphi_0}{\rho}M + \frac{(l-l_0)^2\cos\varphi\sin\varphi}{2\rho^2}N \\ Y &= \frac{l-l_0}{\rho}\cos\varphi\, N - \frac{(l-l_0)^3\cos\varphi\sin^2\varphi}{6\rho^3}N \\ \gamma &= -(l-l_0)\sin\varphi - \frac{(l-l_0)^3}{3\rho^2}\sin\varphi\cos^2\varphi \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(16.50)$$

玆に X, Y：求點の縱橫距 (m)，　γ：子午線收差，
l, φ：求點の經緯度，　l_0, φ_0：原點の經緯度，
M：子午線の曲率半徑 $\left(\frac{1}{2}(\varphi+\varphi_0)\right.$，嚴密には $\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi_0)$ に應ずる，但し φ_1 は P_r の緯度$\left.\right)$，
N：橫の曲率半徑（φ に應ずる），
ρ：半徑を單位とする圓の弧度．

$\varphi=35°$ にて X, Y に對し 1 cm の誤差を許す場合，式—16.50 の右邊の第 2 項

を無視して差支へない限度は，X に對して $l-l_0<17''$，Y に對して $l-l_0<11'$ である。併し 式—16.50 によつて得た Y の値が 13 km 以上となると，Y の右邊に第 3 項として $+Y^3/6N^2$ を加へる必要がある，尤も此の補正項は第 2 項と符號が反對であるから，簡單に第 1 項のみをとることもある。

次に $\Delta l=l-l_0$，$\Delta\varphi=\varphi-\varphi_0$，$\varphi$ を何れも秒單位で表すと，式—16.50 の X, Y は次の如くなる。

$$\left.\begin{array}{l} X=\dfrac{M}{\rho''}\left(\Delta\varphi''+\dfrac{\Delta l''^2\cos\varphi\sin\varphi}{2\rho''}\dfrac{N}{M}\right) \\ Y=\dfrac{N}{\rho''}\Delta l''\cos\varphi\left(1-\dfrac{\Delta l''^2\sin^2\varphi}{6\rho''^2}\right) \\ \text{故に}\ \rho''=206264.8062'',\quad \log\rho''=5.314\,425\,13, \\ \log\dfrac{1}{2\rho''}=4.384\,544\,87-10,\quad \log\dfrac{1}{6\rho''^2}=8.592\,998\,43-20 \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(16.50')$$

附表—4 は 〔1〕$=\log N/M$，〔2〕$=\log M/\rho''$，〔3〕$=\log N/\rho''$ を示したものであるが，〔1〕，〔3〕は φ，〔2〕は $\dfrac{\varphi_1+\varphi_0}{2}$ 又は簡單に $\dfrac{\varphi+\varphi_0}{2}$ に應ずるものを用ひ，10′ 以下の端數に對しては差を用ひて按分比例で出せばよい。$\sin\varphi$，$\cos\varphi$ の對數を求めるに，好都合な表としては，

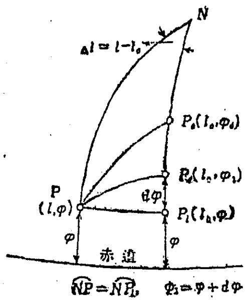
C. Bremiker : Logarithmisch-Trigonometrische Tafeln mit sechs Dezimalstellen, 1883.

C. Bruhns : Neues logarithmisch－trigonometrisches Handbuch auf sieben Dezimalen, 1920.

Chambers : Seven Figure Mathematical Tables.

Jordan-Eggert : Logarithmisch-trigonometrische Tafeln für neue Teilung mit sechs Dezimalstellen, 1931.

G. Vega : Thesaurus Logarithmorum Completus, 1889.



圖—16. 47

實際の計算にては，式—16.50′ を次の如く書改めると便利である。

X に就いて： 圖—16.47 よりわかる様に，

$$\left.\begin{array}{l} X=\dfrac{M}{\rho''}(\varphi_1''-\varphi_0'') \\ \quad=\dfrac{M}{\rho''}(\varphi''+d\varphi''-\varphi_0'') \\ \quad=\dfrac{M}{\rho''}(\Delta\varphi''+d\varphi'') \end{array}\right\}(16.51)\text{a}$$

之と 式-16. 50′ と比較すると，

$$d\varphi''=\frac{\Delta l''^2\cos\varphi\sin\varphi}{2\rho''}\,\frac{N}{M}$$

從つて先づ上式から求めた $d\varphi''$ に φ'' を加へて φ_1'' とし，之から φ_0'' を減じて 式—16.51 a の括弧の中の値を知り，之に $\dfrac{\varphi_0+\varphi_1}{2}$ 又は簡單に $\dfrac{\varphi+\varphi_0}{2}$ に應ずる M/ρ'' を掛けて所要の X とする。

Y に就いて： 式—16.50′ を書改めると，

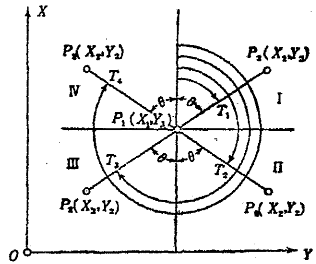
$$Y=a-b,\ \text{但し}\ a=\Delta l''\cos\varphi\,N/\rho''\quad b=a\,\Delta l''^2\sin^2\varphi/6\rho''^2\ \cdots\cdots(16.51)\text{b}$$

從つて a を求めて更に b を出すと，兩者の差として Y が得られる。

(b) 方向角，方位角及び距離の計算． 圖—16.48 に於て，X_1，Y_1 を與點の縱横距，X_2, Y_2 を求點の縱横距とすれば，磁方位 (Bearing) θ は，

$$\tan\theta=|(Y_2-Y_1)/(X_2-X_1)|=|\Delta Y/\Delta X|\cdots\cdots\cdots(16.52)$$

として求められる。從つて方向角 (Direction angle) T は表—16.9 の關係より容易に計算され，方位角(Azimuth)は T の値から P_1 點の子午線收差を代數減すればよい。



圖—16.48 磁方位と方向角との關係

次に平面上の距離を S とすると，

$$\left.\begin{array}{l} S=\sqrt{(\Delta X)^2+(\Delta Y)^2} \\ \text{又は}\ S=|\Delta X|/\cos\theta=|\Delta Y|/\sin\theta \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16.53)$$

表—16.9 磁方位 θ と方向角 T との關係

求點位置		$\Delta X=X_2-X_1$	$\Delta Y=Y_2-Y_1$	方 向 角 T
象	I	+	+	$T_1=\theta$
	II	−	+	$T_2=180°-\theta$
	III	−	−	$T_3=180°+\theta$
限	IV	+	−	$T_4=360°-\theta$

(c) 補助三角點の縱横距，方位角及び距離の計算． 陸地測量部

三角點は 1/50,000 の圖面を作製するために設けられたものであるから，更に大縮尺の圖面を作るには多數の補助三角點を必要とする。其の爲には少くも 3 既知點から其の位置を視準して 2 つの三角形を作り，2 つの既知視準線を基にして計算すべきである。此の場合我々の小三角では球面上で測つた角度を其の儘平面上に移して差支へない。圖-16.49 に於て，A, B, C を與點，P を求點，S_1, S_2 を既知邊，T_{AB}, T_{CB} を既知方向角として，a, c, b_1, b_2 の 4 角を測定すれば，夫等から直に p_1, p_2 が計算される。若し p_1, p_2 をも測定すれば，三角形內角の和と 180° との差を 3 等分して各角に割當てゝ置けばよい。然らば △ABP, △CBP より夫々，

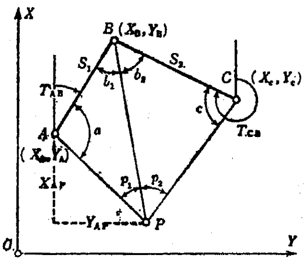


圖-16.49　補助三角點の計算

$$\left.\begin{aligned} \overline{AP}&=S_1\sin b_1/\sin p_1, \quad T_{AP}=T_{AB}\pm a, \\ X_P-X_A&=X_{AP}=\overline{AP}\cos T_{AP}, \\ Y_P-Y_A&=Y_{AP}=\overline{AP}\sin T_{AP} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(16.54)_a$$

$$\left.\begin{aligned} \overline{CP}&=S_2\sin b_2/\sin p_2, \quad T_{CP}=T_{CB}\pm c, \\ X_P-X_C&=X_{CP}=\overline{CP}\cos T_{CP}, \\ Y_P-Y_C&=Y_{CP}=\overline{CP}\sin T_{CP} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(16.54)_b$$

以上 2 式を用ひて求めた 2 組の X_P, Y_P の平均を以て所要の P 點の座標とする，之が決定すれば 式-16.52, 16.53 より $\overline{AP}$, $\overline{BP}$, $\overline{CP}$ の方向角及び距離が計算される。