

XIV. 土壓及土の支持力

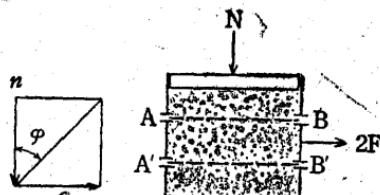
砂の力学的性質

(一) 砂の力学的性質

乾燥せる砂（又は礫、銃丸、穀粒等）の如き粉體（Pulverulent Body）を第1圖の如く N なる壓力をもつて壓へてこれを AB , $A'B'$ 面に沿つて（此の面積を A とす）剪断せんとするときは粒子間の摩擦による抵抗力を生ずる

$$\text{即 } \frac{N}{A} = n, \quad \frac{F}{A} = f$$

とすれば



第 1 圖

$$\left. \begin{aligned} f &= \mu n \\ \mu &= \tan \varphi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

μ は粉體の種類により異なる常数でこれを内部摩擦係数 (Coefficient of Internal Friction)といひ φ を内部摩擦角 (Angle of Internal Friction)といふ。 φ は粉體を自然に永く放置したるときその傾斜面の水平面となす勾配即息角 (Angle of Repose) と等しい。

斯くの如き粉體を第2圖の如き鉗によつて支へられた可動壁を有する箱に静かに入れるときは P 小なるときはこの可動壁は A

の如く外側に倒れるこれを垂直に保つ爲めに P を漸次増し P_1 に達して釣合つたとする尙進んで P を増加せしめても或範囲内では尙可動壁は垂直に立つてゐる P を續けて尙増加せしめる時は遂に B の如く内側に倒れるに至るこの限界の P を P_2 とすれば P が

$$P_1 < P < P_2 \quad \dots \dots \dots (2)$$

の間では可動壁は釣合を保つて垂直に立つてゐる。 P_1 を主動土圧 (Active Pressure) P_2 を受動土圧 (Passive Pressure) といふ。砂礫内部の摩擦角 (ϕ) 及砂礫と石工との間の摩擦角 (ϕ') は通常下の如き値を有する。

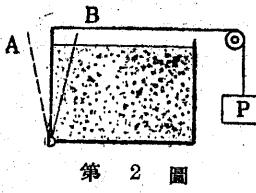
砂礫の摩擦角

	ϕ	ϕ'
砂	20°—40°	
砂利		40°—50°
砂と混泥土		15°—30°
砂利と混泥土		30°—40°

砂の圧力

(二) ランキンの砂の圧力論

砂の単位重量を $w \text{ kg/m}^3$ とすれば第 3 圖に於て厚さ一米の砂について考へれば y の深さにある O 點を通り上面と平行なる面 ds 上に鉛直に働く重量は $wyds \cos\theta$ 故に ds 上に於ける圧力強



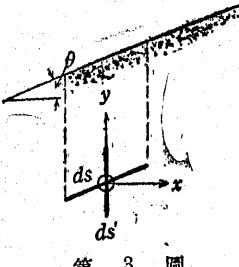
第 2 圖

度を q とすれば

$$q = wy \cos\theta \dots \dots \dots (3)$$

同じく O を通る鉛直面 ds' に働く壓力は上面に平行なるによりこの壓力強度 p は q と互に共轭である即

I (26) により



第 3 圖

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} &= \frac{p+q}{2 \cos\theta} \\ \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} &= \sqrt{\left(\frac{p+q}{2 \cos\theta}\right)^2 - pq} \end{aligned} \right\}$$

但 σ_1, σ_2 は主應力である。

$$\therefore \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \right)^2 = 1 - \frac{4pq \cos^2\theta}{(p+q)^2}$$

I (22) により

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} = \sin\theta \text{ 最大}$$

$$\therefore \frac{4pq \cos^2\theta}{(p+q)^2} = \cos^2\theta \text{ 最大}$$

故に

$$\frac{p}{q} = \frac{\cos\theta - \sqrt{\cos^2\theta - \cos^2\theta \text{ 最大}}}{\cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta - \cos^2\theta \text{ 最大}}} \quad p < q$$

又は

$$\frac{p}{q} = \frac{\cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta - \cos^2\theta \text{ 最大}}}{\cos\theta - \sqrt{\cos^2\theta - \cos^2\theta \text{ 最大}}} \quad p > q$$

砂が將に崩れんとするときは $\theta \text{ 最大}$ は摩擦角 ϕ と等しい故に

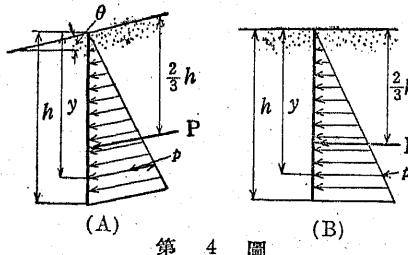
$$p = kq = k \cos \theta wy$$

但し主動的土壓では

$$\kappa = \frac{\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \varphi}}{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \varphi}} \quad \dots \dots \dots (4)$$

受動的土壓では

$$\kappa = \frac{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \varphi}}{\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \varphi}}$$



第 4 圖

p は深さ y に正比例すること第 4 図 (A) の如く p の合力は

$$P = \int_0^h pdy = \frac{\kappa \cos \theta w h^2}{2} \quad \dots \dots \dots (5)$$

特に上面水平の時即 $\theta=0$ の時は (第 4 圖 B)

$$p = \kappa wy$$

主動的土壓では $\kappa = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$

受動的土壓では $\kappa = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$

$$P = \kappa \frac{wh^2}{2} \quad \dots \dots \dots (7)$$

地表面に載荷あるときはその表面に沿つて単位面積をとりこれに働く強度を $r \text{ kg/m}^2$ とすれば第 5 圖 A の場合は

$$p = \kappa (\cos \theta wy + r) \quad \dots \dots \dots (8)$$

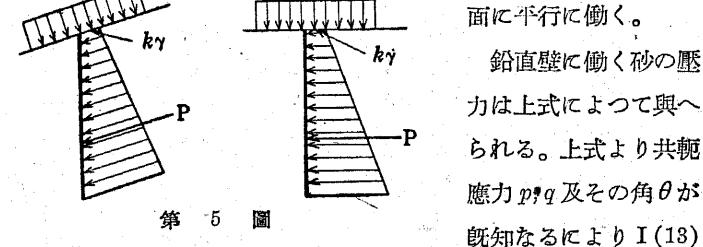
$$P = \kappa \left(\frac{\cos \theta wh^2}{2} + rh \right) \quad \dots \dots \dots (9)$$

同 B の場合は

$$p = \kappa (wy + r) \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$P = \kappa \left(\frac{wh^2}{2} + rh \right) \quad \dots \dots \dots (11)$$

となる但し κ は (4) (6) と同一であり P は凡て p 線圖(第 5 圖陰影部)の圖心を通り上面に平行に働く。



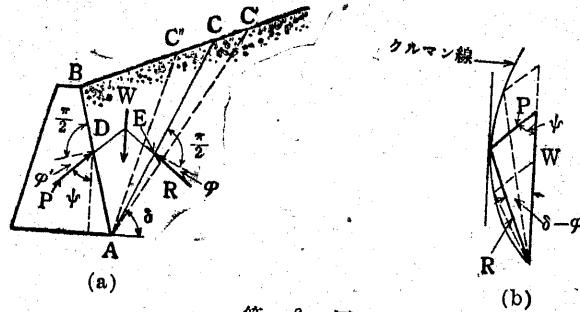
第 5 圖

鉛直壁に働く砂の壓力は上式によつて與へられる。上式より共輥應力 p, q 及その角 θ が既知なるにより I (13)

により主應力の大きさ及方向が求められる故に任意の傾斜をなす壁に働く砂の壓力も容易に求め得。上の理論をランキン・レヴィの土壓論 (Rankine-Lévy's Theory of Earth Pressure)といひ無限の擴がりを有する平な表面を有する砂の場合に壁を作つてもその状況に變化が起らぬと假定することによつて基礎づけられたる土壓の基礎定理である。

(三) クーロンの砂の壓力論

ランキンよりも古く Coulomb は壁に働く砂の壓力を第 6 圖 AG の如く壁後假想せる滑り面にて境せられたる三角形 ABC の砂が楔の如く働いて起るものと考へて次の定理を導出した。ABC の形からこの定理を土楔の定理 (Wedge Theory)ともいふ。主動土壓を求めるには ABC の土の重量 W がずり落つるのを壁面



第 6 圖

AB に働く力 P と滑り面 AC に働く力 R とによって支へるものと考へ滑動の時に起らんとするときは R は AC 面の垂線と摩擦角 φ なる角をなし P は壁面の垂線と φ' なる角をなす φ' は(1) の表に示す如く通常下の値をとる

$$\varphi' = \frac{3}{4}\varphi \text{ 又は } \frac{1}{2}\varphi \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

P , R の働く位置は

$$AD = \frac{AB}{3}, \quad AE = \frac{AC}{3} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

今 WPR を以て力の三角形を作れば第 6 図 (b) の如くなり AC を AC' , AC'' 等の示す如く δ を變動せしめて其れ等の場合に同じく力の三角形を作れば第 6 図 (b) の點線に示す如く AB 壁面の力は φ' が決定してみて AB が動かぬ爲て平行し R は滑面の傾きが變る爲め方向が變化する従つて PR の大きさが變る斯くの如き P の最大なる値を與ふる AC の傾角を δ とすれば最大 P は

$$P = \frac{\sin(\delta-\varphi)}{\sin(\delta-\varphi+\psi)} W \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

此 P の働く點は A から AB の $\frac{1}{3}$ の距離の所である。これクーロンの土圧論 (Coulomb's Theory of Earth Pressure) であり上式中の $\delta-\varphi$ は WPR の力の三角形の PR の交點なる頂點の軌跡を求める (これを Culmann 線といふ) これにより最大なる P を與ふる位置により求められる。

クーロンの土圧論は壁面と砂との間の摩擦角 φ' を實験の結果に合せて自由に取り得るものと從來考へられ此れがクーロンの定理のランキンの定理よりも實際に近い一大利點とされてゐるけれどこれは必ずしも常に任意の φ' を取り得るとは限らない。例へばランキンの定理と對比する爲めに最も簡単なる第 7 圖の場合の數式を求めて見ると

する。

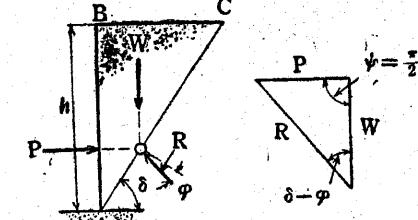
W は明かに $\triangle ABC$

の重心を通る爲め AC

邊を A より $\frac{1}{3}$ の O 點

で切る R も亦 AC 邊

の A より $\frac{1}{3}$ の O 點を



第 7 圖

通る理であるその爲め P は當然 W と R との交點 O 點を通らざるを得ないその爲めには P は水平の方向ならざるを得ない即ちこの時は $\varphi'=0$ ならざるを得ぬ。然してこの P の値は(14)により

$$P = \tan(\delta-\varphi) W = \frac{\tan(\delta-\varphi)}{\tan\delta} \frac{wh^3}{2} = \frac{1-\frac{\tan\varphi}{\tan\delta}}{1+\tan\varphi\tan\delta} \frac{wh^2}{2}$$

の最大値

$$\frac{dP}{d\delta} = 0 \quad \text{即} \quad \tan 2\delta = -\cot \varphi$$

故に

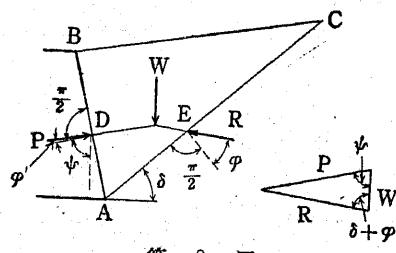
$$2\delta = \frac{\pi}{2} + \varphi \quad \text{或は} \quad \delta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad \dots \dots \dots (15)$$

故に

$$P = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \frac{wh^3}{2} \quad \dots \dots \dots (16)$$

此れは全くランキン式 (7) と同一である。

受動土圧を求むるには ABC の重量 W が押し上げらるゝのを



第 8 圖

壁面 AB に働く力 P
と滑り面 AC に働く R
とによって制するもの
と考へればよい (第 8
圖) 従つて主動土圧の
場合とは φ 及 φ' の取
り方が垂線の反対側で

あり P は最小値をとることとなる。

故に

$$P = \frac{\sin(\delta + \varphi)}{\sin(\delta + \varphi + \psi)} W \quad \dots \dots \dots (17)$$

但この ψ は (14) の ψ とは異なる (第 6 圖及第 8 圖参照)

(15) (16) に對する此の場合の式は下の如し

$$\delta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$P = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \frac{wh^3}{2} \quad \dots \dots \dots (19)$$

地表面に載荷あるときは載荷による合成力を W に加へればよい
但しこの爲め W の働く位置が多少變つて来るがこれは圖解力學
によつて容易に求められる P, R の働く位置も多少上つて来る。
即 ABC の上の載荷の總量を L とすれば第 6 圖第 8 圖に於て

$$AD = \frac{\frac{W}{3} + \frac{L}{2}}{W+L} AB, \quad AE = \frac{\frac{W}{3} + \frac{L}{2}}{W+L} AC \quad \dots \dots \dots (20)$$

地表面が無限に擴がれる平面でない場合にもクーロン法則は用ひ
られる即第 9 圖の如き場合に就
ても Culmann 線を求めて最大
なる P を得ればよい。此れを求
むる他の方法として Rebhann
の發案した方法は (14) 式の P
を δ について微分して 0 と置け
ば最大 P を得

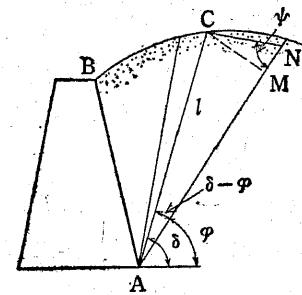
$$\text{即} \quad \frac{dP}{d\delta} = 0$$

これより

$$W = - \frac{dW}{d\delta} \frac{\sin(\delta - \varphi) \sin(\delta - \varphi + \psi)}{\sin \psi} \quad \dots \dots \dots (21)$$

今 AC = l とすれば

$$dW = - \frac{wl^2}{2} d\delta$$



第 9 圖

第9圖の如く AN を水平より ϕ の傾にとり $\angle CNA = \psi$ にとれば

$$\frac{\sin(\delta - \phi + \psi)}{\sin \psi} = \frac{AN}{l}, \quad \sin(\delta - \phi) = \frac{CM}{l}$$

此等を (21) に入れて

$$W = \frac{w}{2} AN \cdot MC \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

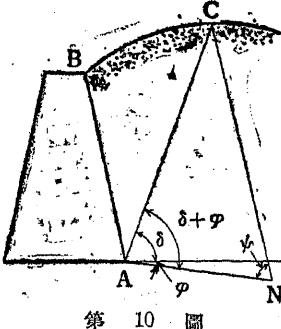
即ち先づ水平と ϕ の傾の線 AN を引き $\triangle ABC$ と $\triangle ACN$ と等面積になる様に AC を引けば滑り面の傾 δ が求まる δ が決定すれば (14) 式により主動的壓力 P を得。

受動的壓力を求めるには第 10 圖の如く AN を水平より下にとればよい。 δ がきまれば (17) 式より Rを得。

載荷のある場合にはその重量を土の重量に換算してそれ丈土が盛増されたるものと考へ BC 線を上げて考へれば大過ない。

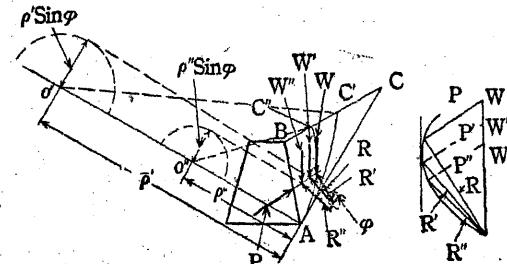
(四) 滑り面を圓墻面と假定した砂の壓力論

Rankine, Coulomb 何れの論でも砂の滑り面は平面と假定したがこれを圓墻面と假定する方が一層大なる主動壓力又は一層小なる受動壓力を與へる故にそれ等の値を以て砂の壓力とする方が妥當であるといふ説がある (Köpfer の説) これを H. Krey は次の如く圖解法で求めることを發案した。



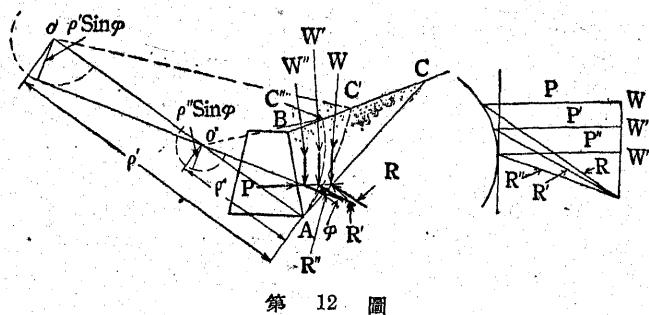
第 10 圖

AC を一つの滑り平面 (例へば Coulomb の平面) としてこれに垂直線 AO を引きその上に任意の點 O' O'' 等をとりこれを中心として $AO' = \rho'$, $AO'' = \rho''$ 等の半径で AC' , AC'' 等の圓弧を描きこれを滑り曲面と考へ此れ等の滑り面の上の反力を $R R' R''$ 等とするとき R' , R'' は O' 及 O'' に於て描かれた $\rho' \sin \phi$, $\rho'' \sin \phi$ の半径の圓に接する様にしかも P 線と W' , W'' との交點を通る方向にとればよい然るときは ABC , ABC' , ABC'' の重量 W , W' , W'' が知れる故力の三角形が成立して此れ等に對する Culmann 線を得其の内最大なる P をとればこれが主動壓力となる。厳密にいへば基本となる平面 AB のとり方を變へて幾つかの群を作りその中の絶対最大の値をとるべきである。



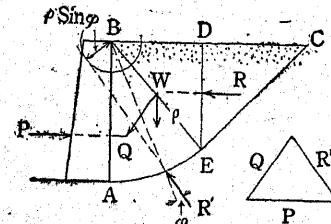
第 11 圖

受動壓力を求めるには第 12 圖の如く AC を受動壓力の滑り平面 (例へば Coulomb の平面) にとり $\rho' \sin \phi$, $\rho'' \sin \phi$ を反對側にとり且 P の最小値をとればよい。



第 12 圖

近來第 13 圖の如く壁を遠ざかつた位置に於ては平面滑り面が成立するものと考へ壁の附近に於ては圓壇又はこれに類似の曲面



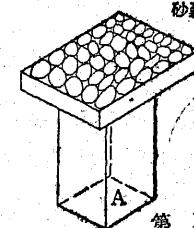
第 13 圖

をなすと考へた説 (Reissner, Krey, Kármán 等の説) がある。即 DE に於ては Rankine 又は Coulomb 説で R を決定しこれと ABE の重量より Q を求める然るときは P 及 R' の方向及位置が解つてゐる爲めの三角形より P の大きさが出る。

砂地の支持力

(五) 砂地の支持力

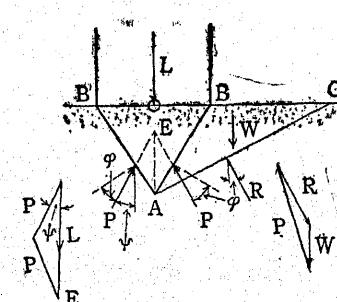
地盤の支持力を試験するには通常第 14 圖の如き載荷試験を行つて毎平方米につき何程の荷重を支へ得るかを見る。通常の土壤に於ては下表の如き値である。



第 14 圖

土壤の支持力 (ton/m²)

泥	土	0	固	き	砂	50—70
粘	土	5—20	固	き	碟	50—80
砂	交	30—40	軟	き	岩(土丹、砂岩等)	70—250
水	リ	1—30	堅	き	岩	200—500
分	泥	30—50				
水	多					
分	少					
	き					

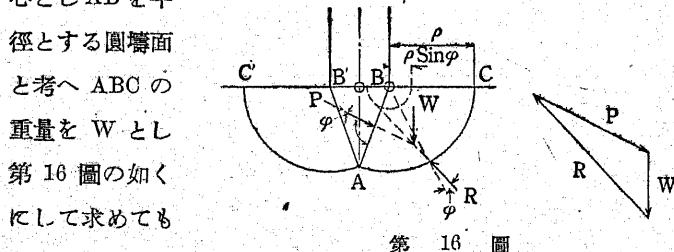


第 15 圖

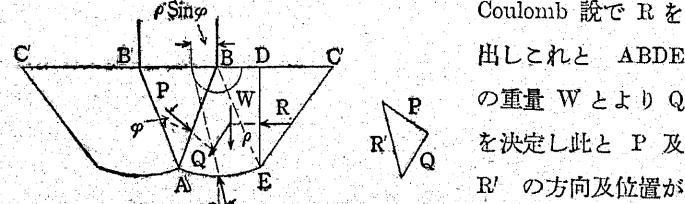
然し乍ら此等の支持力は載荷面 A の大きさによつて每平方米の力が異つた値となる筈である。今假りに厚さ一米の砂地について考へれば第 15 圖の如く載荷重の爲めに假りに BB' 下の砂が B'AB の如き楔型に固まつて砂中に入り込むものと考へれば BB' に

来る荷重を L , BAB' の砂の重量 E とし、 AB , AB' 面に働く P の値は A より $\frac{AB}{3}$ 及 $\frac{AB'}{3}$ の點に於て垂線と摩擦角 ϕ をなすものと考へれば $L+E$ と力の三角形によりて P の大きさを決定し得此の P の大きさが AB 面を任意にとつた時に AB 面に於ける受動土圧の値より常に小なれば安定である。受動土圧の計算には Rankine 又は Coulomb の法則を用ふればよい例へば Coulomb の土楔を第 15 圖 ABC の如くとればよい。又は AC 面を B を中心とし AB を半径とする圓盤面と考へ ABC の重量を W とし第 16 圖の如くにして求めてよい。

尙又第 17 圖の如くにしてもよい DE に於ては Rankine 又は Coulomb 説で R を出しこれと $ABDE$ の重量 W とより Q を決定し此と P 及 R' の方向及位置が知れてゐる故力の三角形で受動圧力をして P の大きさが決定する。



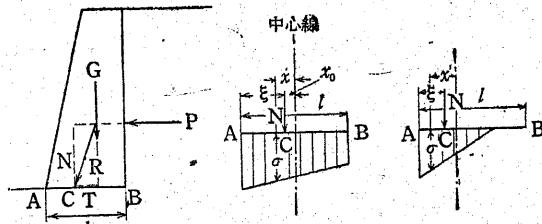
第 16 圖



第 17 圖

Coulomb 説で R を出しこれと $ABDE$ の重量 W とより Q を決定し此と P 及 R' の方向及位置が知れてゐる故力の三角形で受動圧力をして P の大きさが決定する。

(六) 砂地に造つた擁壁



第 18 圖

砂中に造つた擁壁 (Retaining Wall) の安定を保つ爲めには第 18 圖の如く砂の主動土圧 P と擁壁の重量 G との合力 R が擁壁の基底 AB 内を通過するを要し今 C 點を通るとき R を垂直力 N 水平力 T とに分力して考へ N は基礎に壓力として下の垂直應力を生ずる (I.(36) 式参照)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l}{3} < \xi < \frac{2l}{3} \text{ ならば } \sigma = \frac{N}{l} \left(1 + \frac{12x_0}{l_2} \right) \\ \frac{l}{3} > \xi \text{ ならば } \sigma = \frac{N}{3\xi} \left(1 + \frac{2x'}{3\xi} \right) \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

C が中心線より左にあれば A に於て最大垂直應力を生じ夫れ等の値は

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l}{3} < \xi < \frac{2l}{3} \text{ の時 最大 } \sigma = \frac{N}{l} \left(1 + \frac{6x_0}{l} \right) \\ \frac{l}{3} > \xi \text{ の時 最大 } \sigma = \frac{2N}{3\xi} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

此等の最大 σ の値が其の基礎地盤の支持力より小なれば擁壁は安定である。基礎地盤の支持力は(五)に述べた様に載荷試験で定め

を以つて第2圖の如き實驗をなしても今度は充分なる深さがなければ可動壁は前方には倒れないで(2)式の P_1 が零又は負となることがある。

φ 及 c の値

	φ (度)	c (ton/m ²)
砂交り泥土	30	2.0
堅き粘土	8	7.5
中位の粘土	6	5.0
軟き粘土	4	2.0
極めて軟き粘土	2	1.0
泥土	0	0.5

(八) 粘着力のある土壤についての土楔論

粘着力のある場合は土楔の定理に於て滑り面 AC に

$$K = c \times AC \dots\dots\dots (28)$$

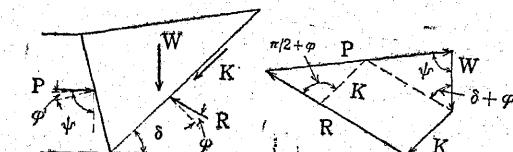
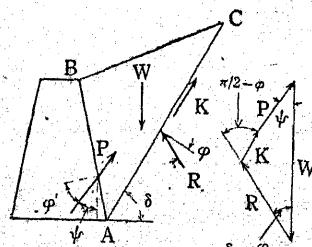
の抵抗を増す。

故に主動土圧では第21圖の如く(14)式は下の如くなる

$$P = \frac{\sin(\delta - \varphi)}{\sin(\delta - \varphi + \psi)} W - \frac{\cos \varphi}{\sin(\delta - \varphi + \psi)} K \dots\dots\dots (29)$$

第21圖

受動土圧では第22圖の如く



第22圖

(17) 式は下の如くなる。

$$P = \frac{\sin(\delta + \varphi)}{\sin(\delta + \varphi + \psi)} W + \frac{\cos \varphi}{\sin(\delta + \varphi + \psi)} K \dots\dots\dots (30)$$

尙擁壁と土との接觸面 AB に於ても粘着力働くものと考へれば

$$K' = c' \times AB \quad (\text{但 } c' \text{ は土と擁壁との粘着力とす}) \dots\dots\dots (31)$$

なる抵抗を AB 面に加へればよい。

近來粘土の如きは寧ろ摩擦角 φ, φ' を零として滑り面に働く接觸力は粘着力のみをとる方が實際に近いといふ説 (Nils Westerberg) ありこゝに於て土圧論も材料學の新問題たる塑性論 (Plasticity) の領域に入らんとしてゐる。

(九) 粘着力のある土壤の支持力

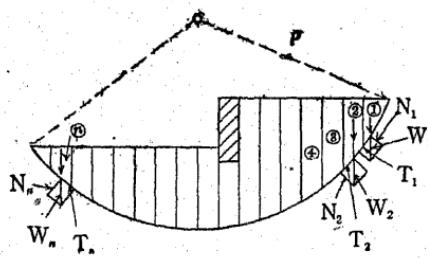
第15圖に於ける P を粘着力のある場合の値をとり且 AB 面に於ても $K (= c \times AB)$ を働くかしめればよい。尚摩擦の値を粘着力に比して小なるものと考へれば $\varphi = 0$ とすればよい。

(一〇) 粘着力のある土壤に造つた擁壁

第18圖、第19圖に於て P, P' を粘着力のある場合の値をとればよい。

軟弱地盤の場合には Hultin の方法に粘着力の項を入れればよ

い。或は簡単に第23圖の如く $1, 2, 3 \dots n$ の各境目の壓力 $P_1, P_2, \dots P_{n-1}$ を無視すれば $W_1, W_2, \dots W_n$ の圓壙面に於ける垂直分力を N 接線分力を T とするとき此等の圓壙滑り面の中心 O に於ける力のモーメントをとりこれが O の位置及半径 ρ を色々に變化しても常に滑り面の抵抗力のモーメントより小なれば安定である即下式にて安定がきまる (Terzaghi の方法)。



第23圖

$$\sum_1^n T \leq cL + \tan \phi \sum_1^n N \dots \dots \dots \quad (82)$$

但 L は圓弧の長さ