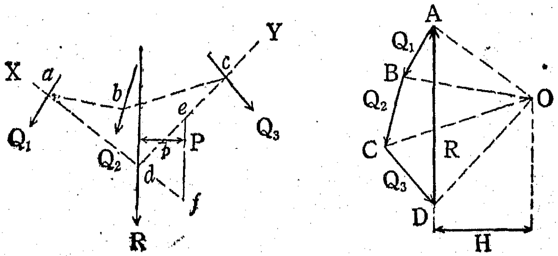
II. 圖　解　力　學

平面力の圖解法

(一)　平面力の合成

平面力の合成は力の平行四邊形を用ふれば出來るが多數の力を合成するには力の多角形 (Force Polygon) と連力圖 (Funicular Polygon) を用ひる方法が便である。



第 1 圖

第1圖に於て Q_1 Q_2 Q_3 與へられ合力 R を求むるには右圖に於て $AB=Q_1$, $BC=Q_2$, $CD=Q_3$ にとり AD を結べば R の大さと方向を得 ABCDE を力の多角形といふ。次に任意の點 O をとり此を極 (Pole) といふ。$OA \parallel Xa$, $OB \parallel ab$, $OC \parallel bc$, $OD \parallel cY$ とし Xa と Yc との交點を d とすれば R は此點を通る。Q_1 Q_2 Q_3 釣合へる時は $R=0$ 卽力の多角形は閉多形角をなす。

P 點に就いての合力のモーメントは $M=p.R$ 今 P を通り R に

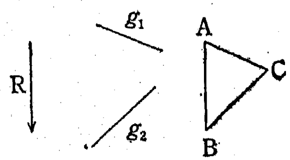
平行線をひき Yd と Xd との間に挾まれた長さを ef とすれば $\triangle def$ と $\triangle OAD$ とは相似なる故

$$M=\overline{ef}.H \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

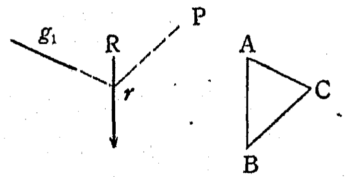
但し H は力の多角形に於て O から R に引いた垂直線の長さで極距 (Pole Distance) といふ。

(二) 平面力の分解

R を二つの與へられた方向 g_1 及 g_2 に分つこと。

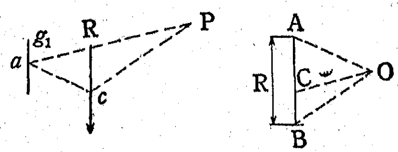


第 2 圖



第 3 圖

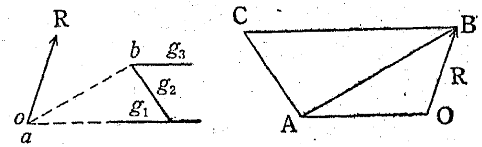
第2圖に於て AB∥R, AC∥g_1, BC∥g_2 とすれば AC, CB は求むる二分力である。g_1 g_2 の代りに g_1 と他の分力の通る點とが與へられても分力を得られる。例へば第3圖の如く R, g_1, P が與へられれば g_1 と R の交りを γ とすれば γP で g_2 がきまる故上と同樣になる。此の場合 R と g_1 が平行のときは第4圖の如く任意の三角 aPc を描き ac∥AO, cP∥BO とし aP∥OC とすれば AC は g_1 の分力 CB は P に於ける分力となる。



第 4 圖

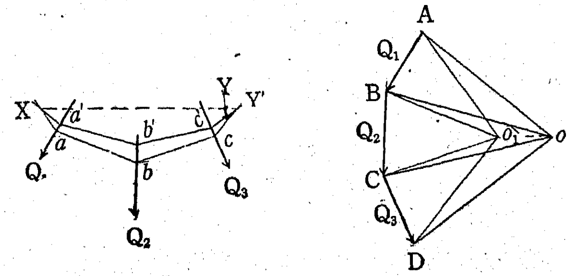
R を三つの一點に交らざる方向 g_1 g_2 g_3 に分力すること

R と g_1 との交點 a と g_2 と g_3 との交點 b とを結び OA∥g_1, AB∥ab とし AB を更に AC∥g_2, BC∥g_3 とすれば OA, AC, CB は各 g_1, g_2, g_3 上の分力となる。



第 5 圖

(三) 二つの連力圖の對邊の交點はこれに應ずる力の多角形の二極を結ぶ直線に平行なる一直線上にあり。



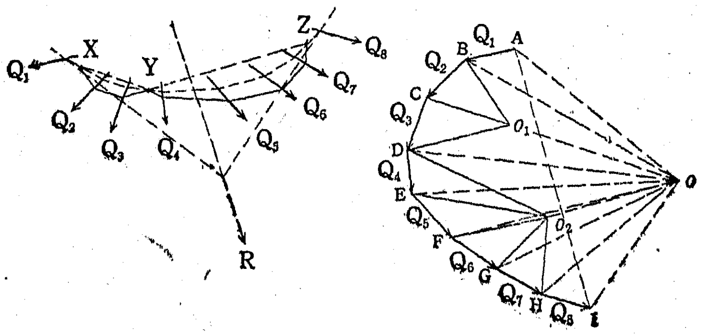
第 6 圖

第6圖に於て XY′ は O_1O に平行し ab, $a'b'$ を延ばせば同じく XY′ の延長上にて交る bc, $b'c'$ の交點も同じ。

(四) 與へられた二點を通る連力圖

第6圖に於て X, Y を二つの與へられた點とすれば X から初めに任意の極 O_1 をもつ連力圖 XabcY′ をひき XY′∥O_1O, Y′Y∥DO とすれば Xa'∥AO, $a'b'$∥BO, $b'c'$∥CO, C′YY′∥DO で XY を通る連力圖 X$a'b'c'$Y を得。XY′ が不定である爲め斯くの如き連力圖は無數に出來る。

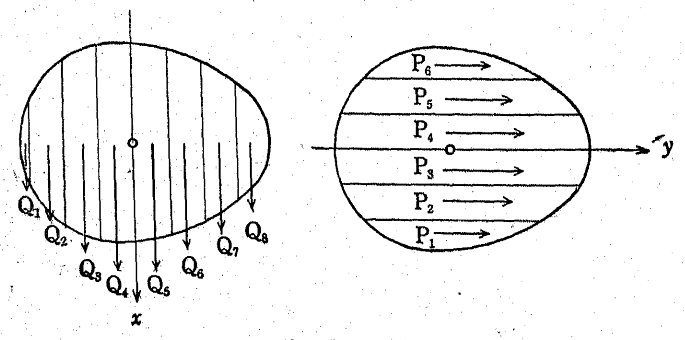
(五) 與へられたる三點を通る連力圖



第 7 圖

XY を通る連力圖の極を O_1, YZ' を通る連力圖の極を O_2 とすれば $XY \parallel O_1O$, $YZ \parallel O_2O$ から O を得。これは XYZ を通る連力圖の極となる。即 OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG, OH, OI に平行に連力圖を作れば XYZ を通る。これは唯一個あるのみである。

(六) 平面圖の斷面一次モーメント又は圖心の圖解法

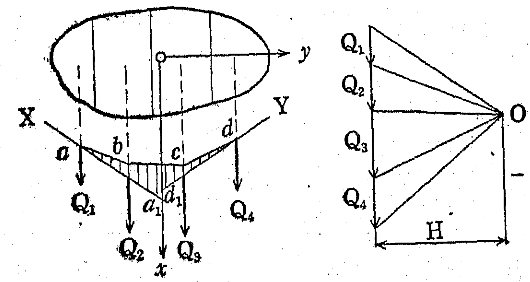


第 8 圖

平面圖を x 及 y 軸に平行の帶に切つてその面積の大さに等しく Q_1 Q_2……及 P_1 P_2……をとりこれに (1) の方法を用ひてモーメントを求めるときは斷面一次モーメント G_x 及 G_y が得られる。從つて $G_x=0$, $G_y=0$ から圖心の位置もきまる。

(七) 平面圖の慣性モーメントの圖解法（モールの法 Mohr's Method)

平面圖を x 軸に平行の帶に切つてその面積の大さに等しく Q_1 Q_2……をとりこれから (1) の方法により力の多角形及連力圖を描



第 9 圖

く而して Xa, Yd と x 軸との交りを a_1 及 d_1 とすれば x 軸についての慣性モーメントは下式で與へられる

$$I_x=2H(a_1abcdd_1)\cdots\cdots\cdots(2)$$

但し H は極距，括弧內は第 9 圖の陰影を施せる面積。

y 軸についても同樣にゆく。

平面トラスの圖解法

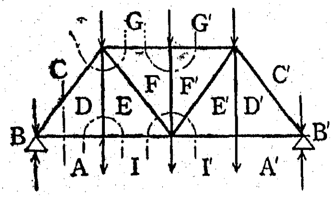
(八) 平面トラス

平面上に棒をつないで出來た構造物を平面トラス (Plane Truss)

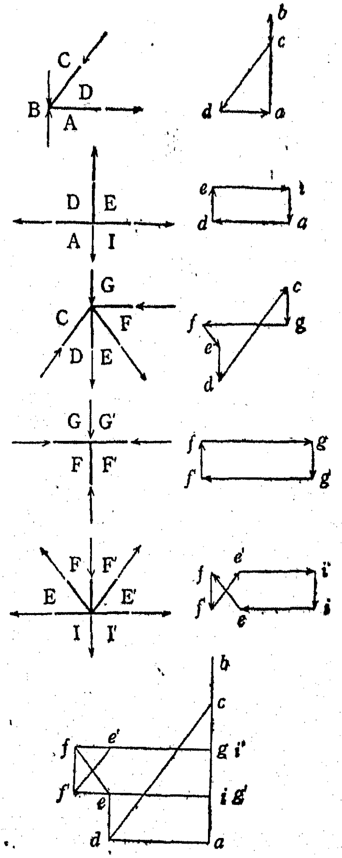
といふ。棒は直壓縮力又は直張力のみを支へ結合點は鉸の如く自由に廻轉し得るものとし荷重は凡て結合點にのみ働くものと考へる。斯くの如き平面トラスは結合點の數を n とすれば少くとも $m=2n-3$ 個以上の棒の數がなければ形を保持出來ない。m 個の棒を組み合せたトラスを單トラス (Simple Truss), m 個以上の棒をもつものを冗材をもつトラス (Truss with Redundancy) と呼ぶ。

(九) クレモナの法

一つの結合點に於いて二個以外の棒の力が知られてゐれば未知の二個は力の多角形を閉多角形とすることから得られる。これを利用したのがクレモナの法 (Cremona's Method) である (第 10 圖及第 11 圖)。



第 10 圖



第 11 圖

(一〇) クルマン・リツターの法

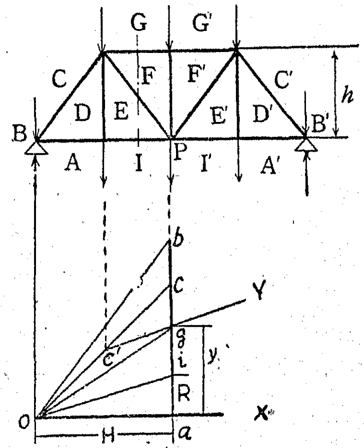
三つの一點を通らざる棒の力が未知の場合その二個の交點について力のモーメントをとれば他の一つは求められる。これを利用したのがクルマン・リツターの法 (Culmann-Ritter's Mothod) である。

第 12 圖に於て破線を以つて三つの棒を切斷したものと考へその二つの交點Pに力のモーメントをとるとき $\overline{IE}$ 及 $\overline{EF}$ は消失し $\overline{FG}.h$ と破線より左方部分に働く外力の此點に於けるモーメントとが互に釣合ふこととなる。この外力の多角形は一直線をなし $abcgi$ となる。但し $ab=\overline{AB}$, $bc=\overline{BC}$, $cg=\overline{CG}$, $gi=\overline{AI}$ 故に $R=ia$ となる。この力の多角形の極を O にとつて此れに應ずる連力圖を描くと $XO \parallel aO$, $OC' \parallel OC$, $C'Y \parallel Oi$, 夫れ故に $y=ga$

$$\therefore\ M=yH=ga\times aO$$

これ $\overline{FG}.h$ に等しかるべきにより

$$\overline{FG}=\frac{ga\times aO}{h}$$



第 12 圖